COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT-QUATRE-VINGT-HUITIÈME.

JANVIER — JUIN 1929.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS et Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1929

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1929

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

Section Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

APPELL (*Paul*-Émile), G. C. ✻.
PAINLEVÉ (*Paul*), ✻.
HADAMARD (*Jacques*-Salomon), O. ✻.
GOURSAT (*Édouard*-Jean-Baptiste), O. ✻.
BOREL (Félix-Édouard-Justin-*Émile*), O. ✻.
LEBESGUE (*Henri*-Léon), ✻.

Section II. — *Mécanique.*

BOUSSINESQ (*Joseph*-Valentin), O. ✻.
SEBERT (*Hippolyte*), C. ✻.
VIEILLE (*Paul*-Marie-Eugène), G. C. ✻.
LECORNU (*Léon*-François-Alfred), C. ✻.
KŒNIGS (*Gabriel*-Xavier-Paul), O. ✻.
MESNAGER (*Augustin*-Charles-Marie), C. ✻.

Section III. — *Astronomie.*

DESLANDRES (*Henri*-Alexandre), O. ✻.
BIGOURDAN (*Guillaume*), O. ✻.
BAILLAUD (Edouard-*Benjamin*), G. O. ✻.
HAMY (*Maurice*-Théodore-Adolphe), O. ✻.
ANDOYER (Marie-*Henri*), O. ✻.
. . . .

Section IV. — *Géographie et Navigation.*

Messieurs :

LALLEMAND (Jean-Pierre, *dit Charles*), O. ✻.
FOURNIER (François-*Ernest*), G. C. ✻, ❦.
BOURGEOIS (Joseph-Émile-*Robert*), G. O. ✻.
FERRIÉ (*Gustave*), G. O. ✻.
FICHOT (Lazare-*Eugène*), C. ✻.
PERRIER (Antoine-François-Jacques-Justin-*Georges*), C. ✻.

Section V. — *Physique générale.*

VILLARD (*Paul*), O. ✻.
BRANLY (*Édouard*-Eugène-Désiré), C. ✻.
BRILLOUIN (Louis-*Marcel*), O. ✻.
PERRIN (*Jean*-Baptiste), C. ✻.
COTTON (*Aimé*-Auguste), O. ✻.
FABRY (Marie-Paul-Auguste-*Charles*), O. ✻.

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie.*

LE CHATELIER (*Henry*-Louis), G. O. ✻.
MOUREU (François-*Charles*-Léon), G. O. ✻.
BÉHAL (*Auguste*), C. ✻.
URBAIN (*Georges*), O. ✻.
BERTRAND (*Gabriel*-Émile), O. ✻.
MATIGNON (Arthème-*Camille*), O. ✻.

Section VII. — *Minéralogie.*

BARROIS (*Charles*-Eugène), C. ✻.
DOUVILLÉ (Joseph-*Henri*-Ferdinand), O. ✻.
WALLERANT (*Frédéric*-Félix-Auguste), O. ✻.
TERMIER (*Pierre*-Marie), C. ✻.
LAUNAY (*Louis*-Auguste-Alphonse DE), O. ✻.
CAYEUX (Lucien), ✻.

SECTION VIII. — *Botanique.*

Messieurs :

MANGIN (*Louis*-Alexandre), C. ✻.
COSTANTIN (*Julien*-Noël), O. ✻.
LECOMTE (Paul-*Henri*), O. ✻.
DANGEARD (*Pierre-Augustin*-Clément), O. ✻.
MOLLIARD (*Marin*), O. ✻.
BLARINGHEM (*Louis*-Florimond), ✻.

SECTION IX. — *Économie rurale.*

ROUX (Pierre-Paul-*Émile*), G. C. ✻.
SCHLŒSING (Alphonse-*Théophile*), O. ✻.
LECLAINCHE (Auguste-Louis-*Emmanuel*), G. O. ✻.
VIALA (Pierre), C. ✻.
LINDET (Gaston-Aimé-*Léon*), C. ✻.
CALMETTE (Léon-Charles-*Albert*), G. C. ✻.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie.*

BOUVIER (*Louis*-Eugène), C. ✻.
MARCHAL (*Paul*-Alfred), O. ✻.
JOUBIN (*Louis*-Marie-Adolphe-Olivier-Édouard), C. ✻.
MESNIL (*Félix*-Étienne-Pierre), O. ✻.
GRAVIER (*Charles*-Joseph), O. ✻.
CAULLERY (*Maurice*-Jules-Gaston-Corneille), O. ✻.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie.*

ARSONVAL (Jacques-*Arsène* D'), G. O. ✻.
RICHET (Robert-*Charles*), G. O. ✻.
QUÉNU (*Édouard*-André-Victor-Alfred), C. ✻.
WIDAL (*Fernand*-Georges-Isidore), G. O. ✻.
BAZY (*Pierre*-Jean-Baptiste), C. ✻.
VINCENT (Jean-*Hyacinthe*), G. O. ✻.

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Messieurs :

PICARD (Charles-*Émile*), G. O. ✻, pour les sciences mathématiques.
LACROIX (François-Antoine-*Alfred*), C. ✻, pour les sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

BLONDEL (*André*-Eugène), C. ✻.
FOCH (le maréchal *Ferdinand*), G. C. ✻, ✠.
JANET (*Paul*-André-Marie), C. ✻.
BRETON (*Jules-Louis*).
OCAGNE (Philibert-*Maurice* D'), O. ✻.
BROGLIE (le duc Louis-César-Victor-*Maurice* DE), O. ✻.
DESGREZ (*Alexandre*), O. ✻.
SÉJOURNÉ (Aignan-*Paul*-Marie-Joseph), G. O. ✻.
CHARCOT (*Jean*-Baptiste-Étienne-Auguste), C. ✻.
HELBRONNER (*Paul*), O. ✻.

MEMBRES NON RÉSIDANTS.

SABATIER (*Paul*), C. ✻, à Toulouse.
DEPÉRET (*Charles*-Jean-Julien), O. ✻, à Lyon.
FLAHAULT (*Charles*-Henri-Marie), O. ✻, à Montpellier.
COSSERAT (*Eugène*-Maurice-Pierre), ✻, à Toulouse.
GRIGNARD (François-Auguste-*Victor*), O. ✻, à Lyon.
WEISS (*Pierre*-Ernest), O. ✻, à Strasbourg.

APPLICATIONS DE LA SCIENCE À L'INDUSTRIE.

RATEAU (Camille-Edmond-*Auguste*), C. ✻, à Paris.
CHARPY (Augustin-*Georges*-Albert), O. ✻, à Paris.
LUMIÈRE (*Louis*-Jean), C. ✻, à Neuilly-sur-Seine.
LAUBEUF (Alfred-*Maxime*), C. ✻, à Toulon.
CLAUDE (*Georges*), ✻, à Rueil (Seine-et-Oise).
GUILLET (*Léon*-Alexandre), C. ✻, à Paris.

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

Messieurs :

LANKESTER (Sir Edwin *Ray*), à Londres.
VOLTERRA (*Vito*), C. ✻, à Rome.
HALE (*Georges* Ellery), à Pasadena (Californie).
THOMSON (Sir *Joseph* John), à Cambridge (Angleterre).
MICHELSON (*Albert* Abraham), à Chicago.
BRÖGGER (*Waldemar Christofer*), C. ✻, à Oslo.
BORDET (*Jules*-Jean-Baptiste-Vincent), C. ✻, à Bruxelles.
PATERNO DI SESSA (*Emanuele*), G. O. ✻, à Rome.
WINOGRADSKY (*Serge*), à Brie-Comte-Robert (Seine-et-Marne).
TORRES QUEVEDO (*Leonardo*), C. ✻, à Madrid.
RUTHERFORD (Sir *Ernest*), à Cambridge (Angleterre).
WILSON (*Edmund* Beecher), à New York.

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

HILBERT (*David*), à Göttingen.
LA VALLÉE POUSSIN (*Charles*-Jean-Gustave-Nicolas DE), O. ✻, à Louvain.
LARMOR (Sir *Joseph*), à Cambridge (Angleterre).
DICKSON (*Leonard Eugene*), à Chicago.
RIQUIER (*Charles*-Edmond-Alfred), ✻, à Caen.
BAIRE (*René*-Louis), ✻, à Thonon (Haute-Savoie).
NÖRLUND (*Niels Erik*), ✻, à Copenhague.
BERNSTEIN (*Serge*), à Kharkow.
....
....

Section II. — *Mécanique* (10).

Messieurs :

LEVI-CIVITA (*Tullio*), à Rome.
SPARRE (le comte *Magnus*-Louis-Marie DE), ✻, à Lyon.
WADDELL (*John Alexander Low*), à New York.
ANDRADE (*Jules*-Frédéric-Charles), ✻, à Besançon.
CAMICHEL (*Charles*-Moïse), O. ✻, à Toulouse.
VILLAT (*Henri*-René-Pierre), ✻, à Paris.
ROY (*Louis*-Maurice), à Toulouse.
AUCLAIR (Noël-Marie-*Joseph*), O. ✻, à Bellevue.
....
....

Section III. — *Astronomie* (10).

TURNER (*Herbert Hall*), à Oxford.
VERSCHAFFEL (*Aloys*), ✻, à Bayonne.
LEBEUF (*Auguste*-Victor), ✻, à Besançon.
DYSON (Sir *Frank* Watson), à Greenwich.
GONNESSIAT (*François*), ✻, à Alger.
CAMPBELL (*William Wallace*), au Mount Hamilton (Californie).
FABRY (*Louis*), ✻, à Marseille.
FOWLER (*Alfred*), à Londres.
BROWN (*Ernest William*), à New-Haven (Connecticut).
PICART (Théophile-*Luc*), ✻, à Bordeaux.

Section IV. — *Géographie et Navigation* (10).

TEFFÉ (le baron Antonio Luiz DE), à Petropolis (Brésil).
NANSEN (*Fridtjof*), C. ✻, à Lysaker (Norvège).
HEDIN (*Sven* Anders), à Stockholm.
DAVIS (*William Morris*), ✻, à Cambridge (Massachusetts).
AMUNDSEN (*Roald*), G. O. ✻, à Oslo.
TILHO (*Jean*-Auguste-Marie), C. ✻, à Tien-Tsin (Chine).
LECOINTE (*Georges*), C. ✻, à Uccle (Belgique).
BERLOTY (Camille-Marie-Antoine-*Bonaventure*), ✻, à Ksara (Syrie).
....
....

Section V. — *Physique générale* (10).

Messieurs :

BLONDLOT (Prosper-*René*), O. ✻, à Nancy.
GUILLAUME (*Charles-Édouard*), O. ✻, à Sèvres.
MATHIAS (*Émile*-Ovide-Joseph), ✻, à Clermont-Ferrand.
ZEEMAN (*Pieter*), à Amsterdam.
BRAGG (Sir *William* Henry), à Londres.
MILLIKAN (*Robert Andrews*), à Pasadena (Californie).
GUYE (*Charles-Eugène*), ✻, à Genève.
TOWNSEND (*John* Sealy), ✻, à Oxford.
CABRERA (*Blas*), à Madrid.
GUTTON (*Camille*-Antoine-Marie), ✻, à Nancy.

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie* (10 + 1).

FORCRAND DE COISELET (Hippolyte-*Robert* DE), O. ✻, à Montpellier.
GUNTZ (*Antoine*-Nicolas), O, ✻, à Nancy.
WALDEN (*Paul*), à Rostock (Allemagne).
PERKIN (*William Henry*), à Oxford.
PICTET (*Amé*), O. ✻, à Genève.
RECOURA (*Albert*), O. ✻, à Grenoble.
SENDERENS (*Jean-Baptiste*), ✻, à Rabastens de Bigorre (Hautes-Pyrénées).
HADFIELD (Sir *Robert* Abbott), O. ✻, à Londres.
POPE (Sir *William* Jackson), à Cambridge (Angleterre).
PASCAL (*Paul*-Victor-Henri), ✻, à Paris.
SWARTS (*Frédéric*-Jean-Edmond), O. ✻, à Gand.

Section VII. — *Minéralogie* (10 + 1).

HEIM (*Albert*), à Zurich.
GROSSOUVRE (Marie-Félix-*Albert* DURAND DE), O. ✻, à Bourges.
BECKE (*Friedrich* Johann Karl), à Vienne (Autriche).

Messieurs :

FRIEDEL (*Georges*), O. ✻, à Strasbourg.
BIGOT (*Alexandre*-Pierre-Désiré), ✻, à Mathieu (Calvados).
LUGEON (*Maurice*), C. ✻, à Lausanne.
MARGERIE (*Emmanuel*-Marie-Pierre-Martin JACQUIN DE), O. ✻, à Paris.
GLANGEAUD (*Philippe*), O. ✻, à Clermont-Ferrand.
CORNET (*Jules*), à Mons (Belgique).
OSBORN (*Henry Fairfield*), à Garrisson (États-Unis).
VERNADSKY (*Wladimir*), à Léningrad.

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

ENGLER (Heinrich Gustav *Adolf*), à Dahlem, près de Berlin.
DE VRIES (*Hugo*), à Lunteren (Pays-Bas).
VUILLEMIN (Jean-*Paul*), ✻, à Malzéville (Meurthe-et-Moselle).
SAUVAGEAU (*Camille*-François), ✻, à Bordeaux.
CHODAT (*Robert*-Hippolyte), ✻, Palmella, Pinchat près de Genève.
LECLERC DU SABLON (Albert-*Mathieu*), ✻, à Vénéjan (Gard).
JUMELLE (*Henri*-Lucien), ✻, à Marseille.
MAIRE (*René*-Charles-Joseph-Ernest), ✻, à Alger.
THAXTER (*Roland*), à Cambridge (Massachusetts).
SCOTT (*Dukinfield Henry*), à Oakley, Hants (Angleterre).

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

GAYON (Léonard-*Ulysse*), C. ✻, à Bordeaux.
GODLEWSKI (*Emil*), à Pulawy (Pologne).
PERRONCITO (*Edoardo*), C. ✻, à Turin.
WAGNER (*Paul*), à Darmstadt.
IMBEAUX (Charles-*Édouard*-Augustin), O. ✻, à Nancy.
NEUMANN (Louis-*Georges*), O. ✻, à Saint-Jean-de-Luz (Basses-Pyrénées).
TRABUT (*Louis*), O. ✻, à Alger.
EFFRONT (*Jean*), ✻, à Bruxelles.
RUSSELL (Sir Edward *John*), à Harpenden (Angleterre).
RAVAZ (Étienne-*Louis*), O. ✻, à Montpellier.

Section X. — *Anatomie et Zoologie* (10 + 1).

Messieurs :

Ramon Cajal (*Santiago*), c. ✻, à Madrid.
Boulenger (*George-Albert*), à Bruxelles.
Bataillon (Jean-*Eugène*), o. ✻, à Montpellier.
Cuénot (*Lucien*-Claude), ✻, à Nancy.
Vayssière (Jean-Baptiste-Marie-*Albert*), ✻, à Marseille.
Brachet (*Albert*-Toussaint-Joseph), o. ✻, à Bruxelles.
Lameere (*Auguste*-Alfred-Lucien-Gaston, ✻, à Saint-Gilles-lez-Bruxelles.
Viguier (Antoine-François-*Camille*), ✻, à Lison (Calvados).
Schmidt (Ernst *Johannes*), o. ✻, à Copenhague-Valby.
Kœhler (*René*-Jean-Baptiste-François), o. ✻, à Lyon.
Léger (*Louis*-Urbain-Eugène), à Grenoble.

Section XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

Pavlov (*Jean* Petrovitch), à Léningrad.
Yersin (*Alexandre*-John-Émile), c. ✻, à Nha-Trang (Annam).
Bruce (Sir *David*), à Londres.
Wright (Sir *Almroth* Edward), à Londres.
Nicolle (*Charles*-Jules-Henri), o. ✻, à Tunis.
Sherrington (Sir *Charles* Scott), à Oxford.
Fredericq (*Léon*), à Liége.
Forgue (*Émile*), c. ✻, à Montpellier.
Carrel (*Alexis*), c. ✻, à New-York.
Lumière (*Auguste*-Marie-Louis-Nicolas), c. ✻, à Lyon.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU MERCREDI 2 JANVIER 1929.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY, PUIS DE M. LOUIS MANGIN.

M. **Maurice Hamy**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de l'année 1928.

État de l'impression des recueils de l'Académie au 1er janvier 1929.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Les tomes 184 (1er semestre de l'année 1927) et 185 (2e semestre de l'année 1927) sont parus avec leurs tables et ont été mis en distribution.

Les numéros des 1er et 2e semestres de l'année 1928 sont parus, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Mémoires de l'Académie. — Le tome 59 est paru et a été mis en distribution.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835.

Un volume de tables générales est en préparation.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1929 est paru; il est mis en distribution au cours de la présente séance.

Membres décédés depuis le 1er janvier 1928.

Section d'astronomie. — M. **Pierre Puiseux**, le 28 septembre, à Frontenay, Jura.

Section de botanique. — M. **Léon Guignard**, le 7 mars, à Paris.

Section d'anatomie et zoologie. — M. **Félix Henneguy**, le 26 janvier, à Paris.

Associés étrangers. — M. **H. A. Lorentz**, le 4 février, à Harlem, Pays-Bas.

Membres élus depuis le 1er janvier 1928.

Section de minéralogie. — M. **Lucien Cayeux**, le 23 janvier, en remplacement de M. Émile Haug, décédé.

Section de botanique. — M. **Louis Blaringhem**, le 18 juin, en remplacement de M. Léon Guignard, décédé.

Section d'anatomie et zoologie. — M. **Maurice Caullery**, le 7 mai, en remplacement de M. Félix Henneguy, décédé.

Associés étrangers. — M. **Edmund Wilson**, le 25 juin, en remplacement de M. A. Lorentz, décédé.

Membres à remplacer.

Section d'astronomie. — M. **Pierre Puiseux**, mort à Frontenay, Jura, le 28 septembre 1928.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1928.

Pour la Section de géométrie. — M. **Luigi Bianchi**, le 6 juin, à Pise, Italie.

Pour la Section de chimie. — M. **Theodore William Richards**, le 3 avril, à Cambridge, Massachussetts.

Pour la Section de médecine et chirurgie. — M. **Félix Lagrange**, le 22 avril, à Paris.

Correspondants élus depuis le 1er janvier 1928.

Pour la Section de géométrie. — M. **Serge Bernstein**, à Kharkow, le 10 décembre, en remplacement de M. Gösta Mittag-Leffler, décédé.

Pour la Section de physique générale. — M. **Blas Cabrera**, à Madrid, le 12 novembre, en remplacement de M. Svante Arrhénius, décédé; M. **Camille Gutton**, à Nancy, le 3 décembre, en remplacement de Sir Ernest Rutherford, élu associé étranger.

Pour la Section de chimie. — M. **Frédéric Swarts**, à Liége, le 25 juin.

Pour la Section de minéralogie. — M. **Wladimir Vernadsky**, à Léningrad, le 11 juin.

Pour la Section d'anatomie et zoologie. — M. **Louis Léger**, à Grenoble, le 3 décembre.

Pour la Section de médecine et chirurgie. — M. **Auguste Lumière**, à Lyon, le 26 novembre, en remplacement de M. Félix Lagrange, décédé.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section de géométrie. — M. **Ivar Fredholm**, mort à Mörby, Suède, le 17 août 1927; M. **Luigi Bianchi**, mort à Pise, le 6 juin 1928.

Pour la Section de mécanique. — M. **Émile Schwoerer**, mort à Colmar, le 2 août 1927; Sir **George Greenhill**, mort à Londres, le 10 février 1927.

Pour la Section de géographie et navigation. — M. **Hildebrand Hildebrandsson**, mort à Upsala, le 29 juillet 1925; Sir **Philip Watts**, mort à Londres, le 15 mars 1926.

Pour les Sections qui seront désignées par l'Académie :

A. — Le correspondant suivant pour la Section de médecine et chirurgie : M. **Albert Calmette**, élu membre de la Section d'économie rurale, le 14 novembre 1927.

B. — Le correspondant suivant pour la Section de chimie : M. **Theodore William Richards**, mort à Cambridge, Massachussetts, le 3 avril 1928.

C. — Le correspondant suivant pour la Section d'anatomie et zoologie : M. **Edmund Wilson**, élu associé étranger, le 25 juin 1928.

M. **Maurice Hamy**, Président sortant, s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Parvenu au terme du mandat que vous m'avez fait l'honneur de me confier, je vous exprime ma reconnaissance pour la bienveillance que vous m'avez témoignée dans l'exercice de mes fonctions. J'ai plaisir aussi à remercier nos secrétaires perpétuels de leur dévouement à l'Académie. Grâce à eux, ma tâche a été grandement facilitée.

Je cède le fauteuil de la présidence à M. Mangin, dont j'ai été à même d'apprécier souvent les hautes qualités depuis un an, et invite notre distingué vice-président M. Lecornu à prendre place au bureau.

En prenant possession du fauteuil de la présidence, M. **Louis Mangin** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

J'ai été vivement touché et bien fier de la sympathie que vous avez bien voulu me manifester en m'appelant à présider vos séances. Soyez-en remerciés. Je mettrai tous mes efforts à mériter votre confiance et si j'avais quelque hésitation à remplir le mandat que vous m'avez confié le concours si autorisé et si actif de nos secrétaires perpétuels me mettrait à l'aise.

Permettez-moi de féliciter en votre nom et de remercier mon prédécesseur, M. Hamy, qui a dirigé nos séances avec une assurance tranquille et une autorité que je serais heureux d'imiter.

Nos séances, privées des discussions qui donnent la vie et le mouvement à d'autres assemblées, seraient monotones si les causeries intimes qui en font le charme ne venaient rompre cette monotonie. Ce que nous redoutons,

c'est que ces causeries ne dépassent le diapason normal et ne couvrent la voix de l'orateur qui expose des recherches nouvelles.

C'est à vous qu'il appartient, mes chers Confrères, de réfréner ces écarts en modérant le ton de nos entretiens et en entraînant les étrangers, trop souvent bruyants, dans la salle des Pas Perdus où ils peuvent exposer leurs doléances sans troubler les séances.

Je suis persuadé que vous ne manquerez pas, en cette occasion, de prêter votre concours au président, et que vous le dispenserez d'agiter frénétiquement sa sonnette pour obtenir un silence relatif.

Je voudrais vous présenter une suggestion relative à l'installation des nouveaux membres. Elle s'accomplit suivant un rite administratif un peu sec. Lecture du décret approuvant l'élection de M. X. et invitation du président à M. X. de prendre place parmi ses Confrères.

Ne pensez-vous pas que quelques paroles de bienvenue, rappelant les titres du nouveau membre, donneraient à la réception un caractère de cordialité qui manque actuellement à la sèche invitation du président?

Vous parlerai-je de la réforme du statut archaïque qui règle l'ordonnance de nos sections? Si nous sommes d'accord pour reconnaître qu'il n'est plus, depuis longtemps, la représentation des disciplines scientifiques actuelles, nous différons d'avis sur la nature et l'opportunité des modifications à y introduire.

Les uns voudraient faire table rase de ce qui existe et reconstituer, sur un plan nouveau, l'organisation de nos sections. Cette réforme exigerait de longues discussions ainsi que la mise en mouvement de la lourde et lente machine administrative. Elle risquerait, au moment de son application, d'être déjà ou en peu de temps en désaccord avec de nouvelles disciplines scientifiques.

D'autres réformateurs, plus timides, proposeraient que l'Académie amputât les sections où les candidats sont rares, d'un ou deux membres en faveur de sections où il y a pléthore de candidats.

Vous vous imaginez sans peine que les membres des sections menacées d'amputation ne seraient pas des guillotinés par persuasion. Que de discussions en perspective avant d'aboutir à un projet terme, si toutefois l'on aboutit?

Combien à mon avis est préférable la méthode que j'appellerai conservatrice. Elle consiste, sans toucher à notre statut, à profiter de certaines vacances pour introduire, parmi nous, des savants dont les travaux ne rentrent pas exactement dans les cadres actuels, mais qui s'imposent à notre attention par leur haute valeur scientifique.

Déjà appliquée, cette méthode, vous le savez, n'a eu que d'heureux résultats. Notre Confrère M. Lacroix nous en donnait récemment, dans la belle Notice consacrée à l'histoire du 3e fauteuil de la Section de minéralogie, une éclatante démonstration. Je ne doute pas que cette méthode ne rallie vos suffrages, car la réforme est plutôt dans les mœurs que dans la révision des statuts.

Les partisans de ces diverses solutions auront bientôt l'occasion de mesurer leurs forces.

Reprenons, en attendant, le cours de nos travaux.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Demoulin**, membre de l'Académie royale de Belgique, qui assiste à la séance.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Relations simples entre les radiations les plus intenses et les plus hautes des éléments chimiques dans l'atmosphère brillante du Soleil.* Note (1) de M. **H. Deslandres.**

J'ai annoncé en 1924 (2) que les raies les plus fortes des spectres de lignes, que les radiations ultimes des atomes, les dernières à disparaître dans les mélanges, étaient en général, à de faibles différences près, les multiples d'une même fréquence élémentaire, appelée d_1 et égale à 1062,5. Cette relation simple a été vérifiée sur les 20 premiers corps simples, et elle est nette surtout avec l'hélium et avec les corps simples dont le poids atomique est un multiple de 4, ou un multiple de celui de l'hélium.

Cette première étude a été faite sur les spectres des corps illuminés dans le laboratoire; or j'ai étudié au même point de vue les grandes masses de gaz observées dans les espaces célestes, et en particulier l'atmosphère brillante du Soleil ou chromosphère. Les conditions sont alors différentes; la masse gazeuse est un mélange qui comprend toujours de l'hydrogène et

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 5 et 1066.

le plus souvent aussi de l'hélium; et l'on sait que ce dernier gaz modifie le spectre des autres gaz, qui sont illuminés avec lui. De plus, probablement, dans les astres et dans le Soleil, les atomes successifs sont formés peu à peu par la réunion d'atomes plus légers, ou, au contraire, sont dissociés; et ces transformations sont plus ou moins faciles suivant les cas. On explique ainsi, au moins en partie, la proportion très différente des divers éléments dans la croûte superficielle de notre Terre; les éléments, dont le poids atomique est un multiple de 4, y sont en masse plus grande.

La chromosphère du Soleil nous apparaît isolée et brillante dans les instants très courts d'une éclipse totale de l'astre. Son spectre, appelé alors spectre éclair, nous donne non seulement les radiations émises, mais la hauteur à laquelle elles sont visibles dans l'atmosphère. Je noterai surtout les raies ultimes, les raies les plus brillantes de chaque élément, et en principe seulement celles qui sont la tête d'une série du type Balmer, et les plus fortes du côté rouge de la série.

Les données expérimentales ont été (1) : mon Mémoire de 1905 sur le spectre éclair ultraviolet de 1900 (de λ 3400 à λ 3060); le beau travail de Mitchell sur l'éclipse de 1905, jusqu'ici le plus complet sur le spectre éclair (de λ 6192 à λ 3320); le Mémoire de Ricco et Abetti sur les éclipses de 1905 et 1914 (de λ 7060 à λ 3625); et enfin le Mémoire de Curtis et Burns, qui, dans l'éclipse de 1925, ont photographié les premiers le spectre éclair infrarouge (de λ 8800 à λ 5876).

Les résultats sont condensés dans le tableau suivant qui présente, dans l'ordre des longueurs d'onde décroissantes, les raies les plus brillantes et les plus hautes des séries pour chaque élément. Les colonnes 4 et 5 donnent l'intensité de la raie et la hauteur dans l'atmosphère, les nombres étant ceux de Mitchell de λ 6192 à λ 3320; pour les autres longueurs d'onde, l'intensité et la hauteur ont été estimées par une comparaison directe des spectres avec le spectre de Mitchell. Dans la colonne 6 est la notation de série; j'ai adopté la notation simple employée par Russell dans son Mémoire de 1925 sur les raies ultimes. Enfin la dernière colonne donne la fréquence de la raie et la différence avec le multiple de d_1; l'accord est considéré comme notable seulement lorsque la différence est inférieure à $d_1/10$.

La première raie du tableau est une raie infrarouge de l'hydrogène, qui

(1) *Comptes rendus*, 141, 1905, p. 409; *Astrophysical Journal*, 38, 1913, p. 407; *Memoria Società Astronomica Italiana*, 2, 1921, p. 1; *Publications of the Allegheny Observatory*, 6, p. 95. Voir encore Russell, *Astrophysical Journal*, 51, 1925, p. 223.

est la plus intense dans le laboratoire, au moins lorsque le tube à vide est large. Elle doit être aussi la plus forte de l'hydrogène dans l'atmosphère du Soleil, mais elle n'a pas encore été observée; car elle est au milieu d'une bande d'absorption de la vapeur d'eau; il faudra, pour la reconnaître, s'établir en haute montagne. On a indiqué en même temps plusieurs raies très voisines, dues à d'autres corps et rattachées aussi au multiple $5\,d_1$.

Dans l'ensemble, le tableau met bien en relief l'importance et la grande élévation des atomes lourds ionisés (Ca^+, Sr^+, Ti^+ le rayonnement intense des atomes légers H, He, O, dont les potentiels d'excitation sont cependant élevés, et d'autre part l'intérêt tout spécial des multiples de d_1 dont les numéros sont 8, 16, 20 et 24, ou encore les nombres entiers 5, 11, 19, 23. Les renseignements et conclusions à tirer de ce tableau seront développés dans des Notes prochaines, en même temps qu'une étude similaire sur les spectres des nébuleuses et de l'aurore polaire.

TABLEAU DES RAIES ULTIMES ET DES RAIES PREMIÈRES DE SÉRIES QUI, DANS LA CHROMOSPHÈRE SOLAIRE, MONTRENT UN ACCORD AVEC LES MULTIPLES DE d_1 (1062,5).

Multiples de d_1.	Longueurs d'onde λ.	Élément.	Intensité.	Hauteur en km.	Notation de série.	Fréquences ν et résidus.
5...	18751	H		-	$3D - 4F$	$5333 = 5d_1 + 19$

Cette raie est vraisemblablement la plus forte de l'hydrogène. De nombreuses raies, dues à d'autres corps simples, ont à peu près la même fréquence, à savoir : ν 5351 de He $(3d^2 - 4f^2)$; ν 5348 de He $(3D - 4F)$; ν 5237 de He $(2P - 3D)$; ν 5378 de He $(1S - 2S)$; ν 5347 de Li $(3d^2 - 4f^2)$; ν 5416 de Na $(3d^2 - 4f^2)$; ν 5308 de Ca^+.

Multiples de d_1.	Longueurs d'onde λ.	Élément.	Intensité.	Hauteur en km.	Notation de série.	Fréquences ν et résidus.
11...	8543	Ca^+	50	6000	$1d^2 - 1p^2$	$11693 = 11\,d_1 + 6$

La raie ultime de Cs ν 11732 est aussi rattachée à $11\,d_1$.

Multiples de d_1.	Longueurs d'onde λ.	Élément.	Intensité.	Hauteur en km.	Notation de série.	Fréquences ν et résidus.
12...	7775	O	40	8000	$1s^3 - 1p^3$	$12857 = 12d_1 + 107$

Raie d'un triplet ultime de O, beaucoup plus important dans la chromosphère que dans le spectre du disque. A noter la raie ultime ν 12816 de Rb, aussi rattachée à $12d_1$.

Multiples de d_1.	Longueurs d'onde λ.	Élément.	Intensité.	Hauteur en km.	Notation de série.	Fréquences ν et résidus.
13...	7065	He	25	6000	$1p^2 - 2s^2$	$14150 = (13 + 1/3)d_1 - 16$

La raie, qui n'est pas un multiple de d_1, est à rapprocher de la raie Hα de l'hydrogène, qui offre la même différence par rapport à un multiple de d_1. A noter que la raie ν 13812 de He $(1p^2 - 2s^2)$, qui est tête de série et voisine de $13\,d_1$, n'est pas signalée par Curtis peut-être à cause de la faible sensibilité des plaques. A $13\,d_1$ se rattache

aussi la raie ν 13816 de C^+, qui est ultime.

14...	6678	He	30	6000	$1P - 2D$	$14970 = 14d_1 + 95$

A noter la raie ultime de Li ν 14904 ($1s^2 - 1p^2$), aussi rattachée à $14d_1$, et visible dans les taches solaires.

14...	6563	H	80	11000	$2P - 3D$	$15233 = (14 + 1/3)d_1 + 4$
16...	5876	He	40	7500	$1p^2 - 2d^2$	$17014 = 16d_1 + 14$
	5889	Na	10	1000	$1s^2 - 1p^2$	$16973 = 16d_1 - 27$
17...	5527	Sc^+	10	600	-	$18093 = 17d_1 + 31$
	5535	Ba	1	400	$1S - 1P$	$18065 = 17d_1 + 3$

C'est la raie ultime du baryum neutre, moins haute et brillante que la raie ultime de Ba^+.

18...	5218	Cu	1	300	$1p^2 - 2d^2$	$19164 = 18d_1 + 39$

Raie ultime du cuivre, qui, comme la raie ultime du zinc, signalée plus loin, s'élève à une faible hauteur.

19...	4934	Ba^+	12	750	$1s^2 - 1p^2$	$20266 = 19d_1 + 80$

C'est la raie la moins brillante du doublet ultime de Ba^+. A rapprocher de la raie ν 20166, du doublet ultime de O^{++} dans les nébuleuses, rattachée aussi à $19d_1$. Dans les deux cas, contrairement à ce qui a lieu d'ordinaire, c'est la raie la moins brillante du doublet ultime qui est voisine d'un multiple de d_1.

20...	4722	Zn	3	300	$1p^3 - 1s^3$	$21174 = 21d_1 - 74$
	4713	He	4	6000	$1p^2 - 3s^2$	$21210 = 20d_1 - 40$

Dans cette série de l'hélium c'est la deuxième raie et non la première qui est rattachée à un multiple de d_1.

	4686	He^+	1	2000	$3D - 4F$	$21335 = 20d_1 + 85$
21...	4468	Ti^+	20	1500	$1g^2 - 1f'^2$	$22393 = 21d_1 + 81$
	4481	Mg^+	3	400	$2d^2 - 3f^2$	$22309 = 21d_1 - 3$

Raie ultime de Mg^+, qui, faible dans le Soleil, est très forte dans les étoiles plus chaudes. La raie ultime de Mg neutre γ 2852, qui doit être forte, est dans la partie absorbée du spectre solaire; elle est très voisine de $33d_1$.

21...	4471	He	40	7500	$1p^2 - 3d^2$	$22364 = 21d_1 + 52$

C'est la deuxième raie de la série la plus brillante de l'hélium, série exceptionnelle aussi parce que ses deux premières raies sont des multiples de d_1.

22...	4275	Cr	20	800	$1s^7 - 1p^7$	$23392 = 22d_1 + 17$

Raie médiane d'un triplet ultime du chrome, qui est, des trois raies, la plus voisine

de $22d_1$, et aussi la plus forte dans la chromosphère; elle n'est pas la plus forte dans le laboratoire.

A rapprocher la raie ultime ν 23427 de C^+, voisine de $22d_1$.

23...	4078	Sr^+	40	6000	$1s^2-1p^2$	$24523=23d_1+86$

Raie ultime de Sr^+, la plus forte de la région. A rapprocher les raies ultimes ν 24406 de N^{++} $(1s^2-1p^2)$ et ν 24439 de Si^{+++} $(1s^2-1p^2)$ qui sont fortes dans les étoiles très chaudes.

24...	3934	Ca^+	100	14000	$1s^2-1p^2$	$25421=24d_1-79$

Raie la plus forte et la plus haute de la chromosphère.

24...	3913	Ti^+	20	2000	$1g^2-1g'^2$	$25545=24d_1+45$
	3905	Si	3	800	-	$25597=24d_1+97$

Raie ultime de Si, la plus forte dans le spectre solaire. A noter aussi la raie ultime de C^+ ν 25497 $(2p^2-3s^2)$.

25...	3774	Y^+	10	750	$1d^3-1f'^3$	$26494=25d_1-68$
	3759	Ti^+	45	6000	$1f^2-1f'^2$	$26578=25d_1+15$

Raie d'un doublet ultime, la plus forte du spectre ultraviolet de Ti^+ dans la chromosphère.

26...	3614	Sc^+	10	750	$1d^3-1f'^3$	$27671=26d_1+46$

Raie ultime avec la raie ν 27542.

28...	3361	Ti^+	8	950	$1f^4-1g'^4$	$29751=28d_1+1$
29...	3242	Ti^+	8	800	$1f^4-1f'^4$	$30845=29d_1+32$

A rapprocher de la raie ultime de Cu $(1s^2-1p^2)$ ν 30792.

30...	3132	Cr^+	12	800	-	$31928=30d_1+53$
	3131	Be^+	3	800	$1s^2-1p^2$	$31937=30d_1+62$

Raie ultime de Be^+, ainsi que la raie ν 31944.

PATHOLOGIE COMPARÉE. — *Pseudo-tumeur mycétogène d'origine alimentaire provoquant l'obstruction stomacale chez la Truite.* Note[1] de M. L. Léger.

Nous avons observé à plusieurs reprises, dans les cours d'eau des environs de Grenoble, des Truites sauvages (*T. fario* L.) de grande taille, très amaigries et indolentes, dont la région ventrale, largement distendue, donnait au

[1] Séance du 26 décembre 1928.

palper l'impression d'une énorme tumeur résistante au niveau de l'estomac. A l'autopsie, l'estomac apparaît saillant et distendu à l'excès par une masse fibreuse apparemment homogène, à la fois résistante et élastique, d'un blanc jaunâtre ou grisâtre et rappelant tout à fait l'aspect de certains fibromes.

Cette masse occupe exclusivement la première partie rectiligne de l'estomac (portion cardiale) qu'elle distend progressivement d'arrière en avant, prenant ainsi la forme d'une toupie ou d'un cône plus ou moins surbaissé, à sommet mousse et ombiliqué, tourné vers le pylore et à large base, plane ou excavée, correspondant au cardia. Pour donner une idée de l'importance de cette formation, nous dirons que, chez une Truite de 1^{kg}, elle atteignait 10^{cm} de longueur sur 6^{cm} de largeur à la base et pesait plus de 150^{g}.

L'estomac cardial est obstrué au point que l'alimentation n'est plus possible. Toutefois, dans un cas, la masse présentait un étroit pertuis axial permettant peut-être à quelques proies minuscules d'entretenir d'une façon précaire la vie du poisson, au moins pour quelque temps.

La première interprétation qui se présente à l'esprit est qu'il s'agit effectivement d'une tumeur, d'une sorte de fibromyome; cependant, la formation ne contracte aucun rapport avec la paroi stomacale qui ne présente, par places, que des traces d'érosion de contact, peu ou point hémorragiques.

Un examen attentif de la formation montre que sa surface est finement granuleuse, relevée de minuscules saillies correspondant aux inflexions de la muqueuse stomacale sur laquelle elle est moulée. Par endroits se voient des replis, des sillons plus ou moins profonds et sans orientation, au fond desquels on voit parfois, dans certaines pièces, quelques poils isolés ou en petits faisceaux épars. A l'intérieur, une section plane offre, macroscopiquement, l'impression d'un fibro-cartilage massif à travées fibreuses diversement contournées. Aucun corps étranger ayant pu servir de noyau d'amorce n'est visible.

L'étude microscopique montre la masse comme constituée d'une substance fondamentale parcourue d'innombrables faisceaux fibrillaires conjonctifs et élastiques, sans orientation définie et souvent comme tordus ou en tourbillons; en certains points, on voit des gaines vasculaires et parfois des restes de gaines pileuses; le tout plus ou moins altéré.

Dans la zone superficielle, la masse est parsemée de nombreux tubes mycéliens ramifiés avec gros noyaux en parfait état, et d'autant plus enchevêtrés et tassés qu'on se rapproche de la surface. Là, on les voit émaner

d'éléments cellulaires que nous avons reconnu appartenir au *Basidiobolus (Ichthyophonus) intestinalis* Léger et Hesse, Entomophtorée parasite, assez fréquente, mais seulement à l'état massif dans les Truites du Dauphiné [1]. Au fond des dépressions qui séparent les saillies superficielles de la masse, ce champignon se montre, en effet, sous forme de nombreuses conidies qui ont exactement l'aspect, la structure et la taille régulière (12 à 15$^{\mu}$) des sphérules d'Ichthyophone dont nous avons, en 1927, réussi à obtenir la germination et, à la suite, le processus sexué qui nous a révélé la véritable nature de cet Endomycète [2].

La structure complexe de cette formation montre qu'il ne peut s'agir d'une tumeur de poisson, car nous y retrouvons, comme partie essentielle et de façon bien inattendue, les éléments histologiques de la peau des Mammifères.

On en vient à l'hypothèse d'une grosse proie (un Rongeur du bord des eaux, par exemple) happée par la Truite et dont les résidus d'une digestion difficile (peau et poils) encombreraient l'estomac. Hypothèse non satisfaisante, car les poils sont très rares ou absents et il n'y a pas trace de débris osseux. Il ne peut donc s'agir que de débris de peau épilée de Mammifère.

Or, précisément, au bord des rivières de la région se trouvent des mégisseries qui rejettent assez souvent dans les eaux des débris et des raclures de peaux au sortir des bains d'épilage ou d'habillage. Qu'une Truite affamée vienne à passer, elle engloutit goulûment (nous en avons fait l'expérience) ces produits indigestes, et en telle quantité qu'ils distendent à l'excès son estomac où ils se tassent et s'enroulent sous l'action des contractions péristaltiques impuissantes à leur faire franchir le détroit pylorique.

Cependant le suc gastrique, incapable de solubiliser entièrement ces matières modifiées par les premières opérations de la mégisserie [3], les imprègne et son action prolongée finit par en faire une masse concrète, d'aspect homogène, une pseudo-tumeur (dans laquelle on retrouve les éléments de la peau désorientés, tordus et plus ou moins altérés) qui ne pourra plus, en raison de son volume, quitter l'estomac distendu sur lequel

---

(1) Léger et Hesse, *Sur un champignon du type* Ichthyophonus *parasite de l'intestin de la Truite* (*Comptes rendus*, 176, 1923, p. 420).

(2) L. Léger, *Sur la nature et l'évolution des sphérules décrites chez les Ichthyophones parasites de la Truite* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1268).

(3) Le bain d'« habillage » renferme en effet, avec des éléments nutritifs (jaune d'œuf, farine), de l'alun qui exerce un début de tannage sur le tissu cutané.

elle est moulée. Et cela d'autant moins qu'elle est consolidée encore, dans la suite, par le réseau mycélien de l'Ichthyophone qui trouve à sa surface un milieu que le suc gastrique a sans doute rendu propice à son développement, et ainsi la pseudo-tumeur devient un pseudo-mycétome; de sorte que, dans cette singulière formation, tout concourt à dérouter l'observateur.

De notre interprétation et de nos observations, nous conclurons :

1° Que la stase prolongée de certains produits indigestes d'origine animale, particulièrement les éléments conjonctifs tégumentaires, accumulés en grande quantité dans l'estomac du poisson, est susceptible de les transformer en une masse résistante d'apparence homogène, une pseudo-tumeur de tissus remaniés, capable de provoquer une obstruction stomacale définitive;

2° Que l'action prolongée du suc gastrique sur cette production en fait un milieu favorable au développement mycélien de l'*Ichthyphonus intestinalis* et à la formation de ces conidies ou sphérules germinatives grâce auxquelles ce champignon peut fermer son cycle dans le milieu extérieur. Et ceci explique sans doute pourquoi nous trouvons si fréquemment l'Ichthyophone dans l'estomac des Truites sauvages en Dauphiné où l'industrie mégissière et gantière est si répandue.

M. **H. Andoyer** s'exprime en ces termes (1) :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie le Tome III du *Cours d'Astronomie* dont j'ai entrepris, depuis longtemps déjà, la publication. Tandis que j'ai exposé l'Astronomie théorique dans le Tome I, et avec la collaboration de M. A. Lambert, l'Astronomie pratique dans le Tome II, le présent Volume, consacré à l'Astrophysique, est entièrement dû à M. **Jean Bosler**, directeur de l'Observatoire de Marseille, et professeur à la Faculté des Sciences de cette ville. Il a demandé à son auteur de longues années d'efforts; car M. Bosler a voulu lire tous les travaux scientifiques publiés sur l'Astrophysique, et avant d'en rendre compte, les apprécier personnellement. Se refusant avec raison à romancer ou simplement à poétiser son sujet, il a su distinguer nettement la part des faits établis et celle de l'interprétation, souvent audacieuse.

Les personnes si nombreuses qui aspirent à une connaissance plus par-

(1) Séance du 20 décembre 1928.

faite de l'Univers, qu'il s'agisse du Soleil ou de son cortège d'astres errants, des étoiles ou des lointaines nébuleuses, trouveront sous une forme abordable, je crois pouvoir dire pour la première fois, dans l'ouvrage de M. Bosler, un tableau complet et sûr des progrès réalisés jusqu'à ce jour en Astronomie physique.

Ce beau volume, édité par la librairie Hermann, est enrichi de nombreuses figures et de 47 très belles planches hors texte, reproductions photographiques de documents originaux; il est complété par des notes et des tables précieuses pour les recherches, contenant soit les noms de tous les auteurs cités, et les indications nécessaires pour remonter aux sources, soit l'indication des matières rangées par ordre alphabétique.

CORRESPONDANCE.

M. C. **Regaud** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Roy-Vaucouloux*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Aperçus modernes sur la théorie des groupes continus et finis*, par A. Buhl. Fascicule XXXIII du *Mémorial des Sciences mathématiques*. (Présenté par M. E. Goursat.)

2° L. Beaugé. *Les Cartes des Pêches du Banc de Terre-Neuve*. (Présenté par M. L. Joubin.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur le calcul des opérations sphériques*. Complément de la Note [1] de M. **Paul Delens** (*Comptes rendus*, n° 24, 10 décembre 1928, p. 1107-1109), présentée par M. J. Hadamard.

Tous les torseurs $\mathcal{H}$ de même équation caractéristique $\psi(\mathcal{H}) = 0$ donnent ici les mêmes calculs et des conclusions semblables; si le degré ν s'abaisse aux valeurs 4, 3, 2, *toutes* les trajectoires du groupe à un paramètre de

---

(1) Séance du 26 décembre 1928.

symbole $\mathcal{H}$ sont respectivement sphériques, circulaires, isotropes; de même pour les séries de sphères.

L'équation $\psi(\mathcal{H}) = 0$ est susceptible de 9 formes essentiellement distinctes : 4 de degré 5, 2 de degré 4, 2 de degré 3, 1 de degré 2; dans chaque cas, les équations principale et caractéristique pour $\mathcal{G}$ se déduisent de celles relatives à $\mathcal{H}$: pour les équations numériques, il suffit de substituer $e^{\rho\tau}$ à ρ.

Ajoutons que si l'on emploie les opérations $\mathcal{G}'$ du groupe général Γ' conservant *l'équation* de l'absolu et la condition d'orthogonalité, les symboles des transformations infinitésimales sont des tenseurs *gauches*, de forme $\mathcal{H} + \lambda\mathfrak{U}$, $\mathcal{H}$ étant alterné.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Surfaces déformables avec un réseau conique conjugué persistant.* Note [1] de M. **Marcel Vasseur**, présentée par M. Goursat.

1. J'ai indiqué dans ma Note précédente [2] que la détermination d'une surface déformable sur un réseau conjugué conique de base revient à celle d'un double mécanisme, au sens de M. Gambier; le premier correspond aux courbes $[a, b; A, B]$, le second à $[\bar{a}, \bar{b}; \bar{A}, \bar{B}]$, où les fonctions a_i, A_i, $\bar{a}_i$, $\bar{A}_i$ de u et b_i, B_i, $\bar{b}_i$, $\bar{B}_i$ de v $(i = 1, 2, 3)$ vérifient :

$$(1) \qquad \Sigma(a_i - b_i)^2 - \Sigma(A_i - B_i)^2 = 0, \qquad \Sigma(\bar{a}_i - \bar{b}_i)^2 - \Sigma(\bar{A}_i - \bar{B}_i)^2 = 0,$$

$$(2) \qquad \Sigma(a_i - b_i)(\bar{a}_i - \bar{b}_i) - \Sigma(A_i - B_i)(\bar{A}_i - \bar{B}_i) = 0,$$

$$(3) \qquad \frac{d\bar{a}_i}{da_i} = \frac{d\bar{A}_i}{dA_i} = U, \qquad \frac{d\bar{b}_i}{db_i} = \frac{d\bar{B}_i}{dB_i} = V;$$

U et V sont supposés non constants. Les doubles mécanismes qui ne satisferaient qu'à (1) et (2) seraient d'une étude plus longue et moins fertile en applications. Gardant (3), nous remarquons que la méthode suivie par M. Gambier pour obtenir le simple mécanisme $[a, b; A, B]$ revient à écrire par double dérivation, $\Sigma a'_i b'_i - \Sigma A'_i B'_i = 0$, d'où résultent pour les 6 fonctions a'_i et A'_i des relations linéaires homogènes à coefficients constants en nombre k $(5 \geqq k \geqq 1)$ et $6 - k$ relations analogues pour les b'_i, B'_i. Les équations (3) entraînent les mêmes relations entre les $\bar{a}'_i$, $\bar{A}'_i$ d'une part, $\bar{b}'_i$, $\bar{B}'_i$ de l'autre, de sorte que le second mécanisme $[\bar{a}, \bar{b}; \bar{A}, \bar{B}]$ supposé existant

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1109.

se trouve, dans la classification dressée par M. Gambier, dans la même série que le premier.

2. $k=5,4$ ne conduit qu'au cas banal et écarté, $U=\text{const.}$, $V=\text{const.}$ Tous les mécanismes de l'hypothèse $k=3$ donnent, sans intégration, un ensemble $\infty^p (p \leqq 5)$ de nouveaux mécanismes, dont chacun associé avec le premier fournit, en *général*, un couple double simplement *transformable*, mais non déformable; on obtient un couple de deux surfaces applicables et non une famille ∞^1. Ainsi avec le mécanisme suivant, déformable, de M. Gambier, on aura

$$(1)\quad \begin{cases} (a)\ldots\ldots\quad a_1 \quad a_2 \quad 0 & (A)\ldots\ldots\quad a_1 \quad A_2 \quad 0 \\ (b)\ldots\ldots\quad b_1 \quad 0 \quad b_3 & (B)\ldots\ldots\quad b_1+m \quad 0 \quad B_3 \end{cases}$$

$$(2)\quad a_2^2+2ma_1-A_2^2=c, \qquad b_3^2-2mb_1-B_3^2-m^2=-c,$$

$$(3)\quad \begin{cases} (\bar{a})\ldots\quad \bar{a}_1 \quad \bar{a}_2 \quad 0 & (\bar{A})\ldots\quad \bar{a}_1 \quad \bar{A}_2 \quad 0 \\ (\bar{b})\ldots\quad \bar{b}_1 \quad 0 \quad \bar{b}_2 & (\bar{B})\ldots\quad \bar{b}_1+\bar{m} \quad 0 \quad \bar{B}_3 \end{cases}$$

$$(4)\quad \begin{cases} \bar{a}_2^2+2\bar{m}\bar{a}_1-\bar{A}_2^2=\bar{c}, & \bar{b}_3^2-2\bar{m}\bar{b}_1-\bar{B}_3^2-\bar{m}^2=-\bar{c}; \\ a_2\bar{a}_2+\bar{m}a_1+m\bar{a}_1-A_2\bar{A}_2=c', & b_3\bar{b}_3-\bar{m}b_1-m\bar{b}_1-B_3\bar{B}_3=-c'; \\ \bar{a}_2\dfrac{da_2}{du}+\bar{m}\dfrac{da_1}{du}-\bar{A}_2\dfrac{da_2}{du}=0, & \bar{b}_3\dfrac{db_3}{dv}-\bar{m}\dfrac{db_1}{dv}-\bar{B}_3\dfrac{dB_3}{dv}=0. \end{cases}$$

Le système (a), (b) est formé de deux courbes planes *arbitraires* situées dans deux plans rectangulaires. La résolution des formules (4) donne au moyen des constantes m, c, $\bar{m}$, $\bar{c}$, c' qui restent *arbitraires*, des couples *isolés* $[a, b; A, B]$, $[\bar{a}, \bar{b}; \bar{A}, \bar{B}]$ bien que le mécanisme *simple* $[a, b; A, B]$ admette une déformation continue.

3. Les constantes m, c, $\bar{m}$, $\bar{c}$, c' étant supposées fonctions d'un même paramètre h, qui doit être le paramètre de déformation, peut-on obtenir que les fonctions a_1, a_2, $\bar{a}_1$, $\bar{a}_2$ soient indépendantes de h (tandis que A_2 et $\bar{A}_2$ dépendent de h)? L'élimination de A_2 et $\bar{A}_2$ fournit deux équations de la forme $\Sigma H_k U_k = 0$ et l'on doit encore étudier ces équations bilinéaires, où les H_k sont fonctions de h et les U_k de u. La discussion complète est assez pénible et je crois pouvoir affirmer que l'on n'obtient que deux familles déformables.

La première a été indiquée par M. Masloff, (a) et (b) sont deux paraboles focales; (A), (B) sont ce même couple ayant glissé parallèlement à l'axe commun; $(\bar{a})$, $(\bar{b})$, $(\bar{A})$, $(\bar{B})$ sont des quartiques unicursales. Dans le second exemple que j'indique ici, le couple (a), (b) est formé de deux coniques focales arbitraires (cercle ou parabole exclus); $(\bar{a})$, $(\bar{b})$ est un

couple de paraboles focales, dont les plans coïncident avec ceux du couple (a), (b); au cours de la déformation continue, chaque courbe reste dans son plan, le couple (A), (B) se déduit de (a), (b) par une homothétie de rapport λ, et le couple $(\overline{A})$, $(\overline{B})$ du couple $(\overline{a})$, $(\overline{b})$ par l'homothétie $\frac{1}{\lambda^2}$; le parallélisme des tangentes aux points correspondants suffit pour fixer la correspondance. Les surfaces obtenues ainsi sont toutes algébriques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Le problème de Dirichlet pour les systèmes d'équations aux dérivées partielles du second ordre.* Note [1] de M. **Nicolas Cioranesco.**

Parmi les nombreuses généralisations du problème classique de Dirichlet, il en est une qui est restée dans l'ombre : c'est celle relative aux systèmes d'équations du type elliptique. Cela tient au fait qu'on n'a pas une méthode d'adjonction pour les systèmes différentiels à plus d'une variable. J'arrive à résoudre ce problème de la manière suivante :

Soit le système de n équations différentielles du second ordre et à ν variables $x_1, x_2, \ldots, x_\nu$:

$$(1) \qquad L_i \equiv \Delta u_i + \sum_{j=1}^{\nu} \left[a^j_{i1} \frac{\partial u_1}{\partial x_j} + a^j_{i2} \frac{\partial u_2}{\partial x_j} + \ldots + a^j_{in} \frac{\partial u_n}{\partial x_j} \right] + \sum_{j=1}^{n} b_{ij} u_j = f_i$$

$(i = 1, 2, \ldots, n$; Δu_i étant le laplacien de $u_i)$,

ou bien en écrivant le premier membre d'une manière plus condensée et en même temps beaucoup plus générale, car elle s'applique à une variété euclidienne ou riémannienne :

$$(2) \qquad L_i \equiv \Delta u_i + \sum_{k=1}^{n} \left[\vec{a}_{ik} . \overrightarrow{\text{grad}}\, u_k + b_{ik} . u_k \right],$$

où $\vec{a} . \overrightarrow{\text{grad}}\, u$ représente le produit scalaire : $\sum_{j=1}^{\nu} a^j \frac{\partial u}{\partial x_j}$, et Δu_i étant cette fois-ci le paramètre différentiel du second ordre $\text{div}(\text{grad}\, u_i)$. Aux n formes (2) j'associe les n autres formes M_i définies par

$$(3) \qquad M_i = \Delta v_i + \sum_{k=1}^{n} \left[\left(-\frac{\lambda_k}{\lambda_i} \right) \text{div} \left(v_k . \vec{a}_{ki} \right) + \frac{\lambda_k}{\lambda_i} b_{ki} v_k \right].$$

---

[1] Séance du 26 décembre 1928.

les λ_j étant des paramètres arbitraires différents de zéro. J'appelle *adjonction paramétrique* le passage de (2) à (3) et entre ces deux systèmes on a la relation

$$(4) \qquad \sum_{1}^{n} \lambda_i(v_i L_i - u_i M_i) = \operatorname{div} \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \left[v_i \operatorname{grad} u_i - u_i \operatorname{grad} v_i + v_i \sum_{k=1}^{n} \left(u_k \vec{a}_{ik} \right) \right].$$

Cette relation permet d'obtenir les formules qui donnent la résolution des problèmes aux limites pour le système $L_i = f_i$, en prenant pour les v_i les solutions fondamentales correspondantes (en admettant leur existence) du système $M_i = 0$.

J'ai résolu de cette manière le problème de Dirichlet pour le système (1).

Soit dans l'espace E_ν le domaine Ω de frontière Σ.

Si l'on cherche les solutions de ce système qui se réduisent à des valeurs données sur Σ, définies à l'intérieur de Ω, la relation (4) donne immédiatement :

$$(5) \qquad k_\nu \sum_{1}^{n} \lambda_i u_i(M) = \sum_{1}^{n} \left[\lambda_i \int_\Sigma u_i \frac{dG_i}{dn} d\sigma - \lambda_i \int_\Omega G_i f_i \, d\omega_P \right]$$

où $G_i = G_i(M; P \mid \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$ sont les solutions fondamentales du système $M_i = 0$, nulles sur Σ et qu'on peut aussi appeler fonctions de Green, k_ν une constante numérique.

Si l'on donne aux λ_i une suite de n valeurs particulières λ_i^k $(k = 1, 2, \ldots, n)$ telles que le déterminant $\| \lambda_i^k \| \neq 0$, alors les n relations (5) ainsi obtenues permettent d'obtenir les $u_i(M)$. Le résultat est indépendant du choix des valeurs λ_i^k, ce qui justifie la méthode employée.

Enfin je remarquerai qu'on peut résoudre ce même problème, comme je l'ai fait, en adjoignant au système L_i n autres systèmes $M_i^{(k)}$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$, ces systèmes étant cette fois sans paramètres.

D'ailleurs les deux méthodes ne sont pas essentiellement différentes, car si l'on ne connaît pas de solutions fondamentales $G_i(M; P \mid \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$ dépendant des paramètres, la question revient à trouver les solutions fondamentales de n systèmes (3) correspondant à la suite des valeurs λ_i^k des paramètres.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes coordonnés obliques dans l'espace fonctionnel.* Note (¹) de M. J. **Delsarte**, présentée par M. Goursat.

Considérons une variété linéaire fonctionnelle $\mathfrak{M}$ dans l'espace de Hilbert. Il est important de préciser à quelles conditions un système de fonctions

$$f_1;\ f_2;\ \ldots;\ f_n;\ \ldots,$$

pris dans cette variété, la coordonne correctement. Il est tout d'abord nécesaire que le système (f) soit complet dans $\mathfrak{M}$. Supposant alors les fonctions de (f) linéairement indépendantes, on peut orthogonaliser le système à la Schmidt, par les formules

$$\varphi_i = \sum_{k1}^{i} a_{ik} f_k \qquad (i = 1;\ 2;\ \ldots;\ n;\ \ldots)$$

avec

$$\int_0^1 \varphi_i(s)\varphi_j(s)\,ds = [\varphi_i.\varphi_j] = \varepsilon_{ij} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{cases}.$$

Une fonction quelconque F de $\mathfrak{M}$ est la limite en moyenne des fonctions

$$F_n = \sum_{i1}^{n} \alpha_i \varphi_i,$$

qu'on peut mettre sous la forme

$$F_n = \sum_{i1}^{n} x_n^i f_i.$$

Si les x_n^i ont, pour n infini, tous des limites qui ne sont toutes nulles pour aucune fonction non presque partout nulle de $\mathfrak{M}$, nous dirons que cette variété est bien coordonnée par (f). Alors à tout système de « coefficients »

$$x^1,\ x^2,\ x^3;\ \ldots;\ x^i$$

(vérifiant d'ailleurs certaines conditions) correspond une fonction et une seulement de la variété admettant ces coefficients. On a le théorème suivant :

Pour que $\mathfrak{M}$ soit bien coordonnée par (f) (que nous qualifions alors de système complet et fermé), il est nécessaire et suffisant que :

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

1° *(f) soit complet;*

2° *(f) soit biorthogonalisable dans $\mathfrak{M}$ par un système*

$$g_1;\quad g_2;\quad \ldots;\quad g_i;\quad \ldots \qquad \text{avec} \qquad [f_i . g_j] = \varepsilon_{ij}$$

complet dans $\mathfrak{M}$.

Si l'on suppose *a priori* (f) complet dans $\mathfrak{M}$, ces conditions équivalent aux suivantes :

1° Convergence pour toute valeur de k des séries

$$\sum_{ik}^{\infty} (a_{ik})^2,$$

on a alors

$$g_k \sim \sum_{ik}^{\infty} a_{ik} \varphi_i$$

et

$$x^k = [\mathrm{F} . g_k].$$

2° Si l'on suppose le système biorthogonalisant (g_i) orthogonalisé à la Schmidt par les formules

$$\psi_i = \sum_{k1}^{i} b_{ik} g_k,$$

la condition que (g_i) soit complet s'exprime par

$$\sum_{ik}^{\infty} (b_{ik})^2 = \eta_{kk} = \int_0^1 f_k^2(s)\, ds.$$

Il est à remarquer que ces conditions peuvent s'exprimer en fonction des éléments η_{ij} du « géométral » du système

$$\eta_{ij} = [f_i . f_j].$$

Si elles sont remplies on peut passer, par un algorithme infini, d'une manière univoque des x^i aux coefficients de Fournier α_i de F par rapport au système orthogonal φ_i.

Un exemple important de tels systèmes (f) est celui fourni par les fonctions fondamentales d'un noyau de carré sommable.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Approximations linéaires.* Note (¹) de M. T. **Bonnesen**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soit $R^{(n+1)} = (x_1, x_2, \ldots, x_n, x_{n+1})$ un espace à $n+1$ dimensions, les coordonnées x étant des nombres réels. Le plan $R^{(n)}$, $x_{n+1} = 0$ sera dit horizontal; la droite M, $x_1 = m_1$, $x_2 = m_2$, $\ldots$, $x_n = m_n$, sera dite verticale; le plan $P^{(n)}$,

$$x_{n+1} = a_0 + a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n, \tag{1}$$

sera dit oblique. Le système $(a_1, \ldots, a_n)$ sera appelé la direction du plan.

Soit E un ensemble fermé et borné de points dans $R^{(n+1)}$. Les plans de direction $(a_1, \ldots, a_n)$ passant par les points p de E sont coupés par M en des points p' qui forment aussi un ensemble fermé et borné E'. Il existe en E' deux points dont les ordonnées $x_{n+1} = \alpha$, $x_{n+1} = \alpha'$ sont respectivement minima et maxima. $\alpha' - \alpha$ est la mesure d'une « hauteur » de E. Les plans parallèles passant par α et α' sont les plans d'appui de E, qui ont des points d'appui en commun avec E; les autres points de E sont situés d'un même côté du plan d'appui. Posant

$$\alpha' - \alpha = 2\rho(a_1, \ldots, a_n) = 2\rho(a),$$

on peut démontrer les théorèmes suivants :

a. $\rho(a)$ est une fonction convexe et continue, et par suite elle atteint une valeur minima μ.

La hauteur d'un point $p = (\xi_1, \ldots, \xi_n, \xi_{n+1})$ de E sur le plan (1), c'est-à-dire la quantité

$$|a_0 + a_1\xi_1 + \ldots + a_n\xi_n - \xi_{n+1}|,$$

a dans E une valeur maxima. Faisant varier a_0, cette valeur atteindra sa valeur minima $\rho(a)$ pour le « plan central » passant par le point

$$x_1 = m_1, \quad \ldots \quad x_n = m_n, \quad x_{n+1} = \frac{1}{2}(\alpha + \alpha').$$

Un plan central sera appelé un plan d'approximation quand $\rho(a) = \mu$. Donc :

b. Pour tout ensemble borné et fermé E, il existe un plan d'approxi-

(¹) Séance du 10 décembre 1928.

mation A au moins. La hauteur maximum μ des points de E sur A sera atteinte par des points d'appui supérieurs et inférieurs des plans d'appui parallèles à A. S'il existe deux plans d'approximations, il en existe une infinité dont les directions $(a_1, \ldots, a_n)$ forment un ensemble convexe.

c. La condition nécessaire et suffisante pour qu'un plan central soit un plan d'approximation est que les points d'appui supérieurs ne puissent pas être séparés des points d'appui inférieurs correspondants par un plan vertical.

Les théorèmes connus sur l'approximation la meilleure d'une fonction par des autres fonctions pourront être dérivés des théorèmes *a-c*. Soient en effet $f(s), f_1(s), \ldots, f_n(s)$, $n+1$ fonctions continues dans l'intervalle $s_1 \leqq s \leqq s_2$, et considérons dans l'espace $R^{(n+1)}$ la courbe

$$E, x_1 = f_1(s), \ldots, x_n = f_n(s), x_{n+1} = f(s).$$

La meilleure approximation de $f(s)$ par une fonction

$$a_0 + a_1 f_1(s) + \ldots + a_n f_n(s)$$

sera alors obtenue à l'aide du plan d'approximation de E. Les fonctions de deux variables pourront être traitées de la manière analogue.

2. Nous considérerons maintenant un espace $R^{(2n+2)} = (x_1, x_2, \ldots, x_{n+1})$ à $2n+2$ dimensions, les x signifiant des nombres complexes. Quand E est un ensemble formé et borné dans $R^{(2n+2)}$ les raisonnements antérieurs sont encore valables; il faut remarquer que les coefficients $(a_0, \ldots, a_n)$ sont maintenant des nombres complexes et que la droite verticale M est un plan complexe à deux dimensions, qui est coupé par un plan oblique en un point seulement. E′ est un ensemble plan. Deux plans de même direction $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ couperont M en deux points, qui déterminent une valeur $a_0 - a_0'$ dont la valeur absolue soit dite la distance verticale des plans. Pour une direction donnée il existe un plan central pour lequel la distance maxima des points de E est minima. Le plan central passe par le centre du cercle circonscrit à E′, c'est-à-dire le plus petit cercle renfermant E′. Ce cercle a des points d'appui en commun avec E′ qui ne sont pas tous situés sur un axe plus petit que 180°. Les plans dans la direction $(a_1, \ldots, a_n$ passant par ces points ont des points en commun avec E qui seront encore dits les points d'appui associés au plan central, bien que cette expression n'a pas la signification du paragraphe 1. Soit $\rho(a_1, \ldots, a_n)$ le rayon du cercle circonscrit, ρ est une fonction réelle des composantes réelles des nombres a_k. Alors les théorèmes *a-c* sont encore valables, le nombre t du théorème 1

signifiant toujours un nombre réel, et la définition d'un plan d'approximation est encore la même. Mais évidemment le théorème c n'a aucun sens dans ce cas; il doit être remplacé par le théorème suivant :

d. Soit $x_{n+1}=a_0+a_1x_1+\ldots+a_nx_n$ l'équation d'un plan central, et soient $(\xi_1, \ldots \xi_n, \xi_{n+1})$ les coordonnées d'un point d'appui associé. La condition nécessaire et suffisante pour que le plan central soit plan d'approximation est qu'il ne soit pas possible de déterminer $n+1$ nombres complexes $p_0, p_1, \ldots p_n$ tels que l'équation

$$p_0+p_1\xi_1+\ldots+p_n\xi_n=re^{i\nu}(\xi_{n+1}-a_0-a_1\xi_1-\ldots-a_n\xi_n)$$

soit valable pour tous les points d'appui, quand r et ν sont des nombres réels qui peuvent varier avec le point d'appui, mais qui sont assujettis aux conditions

$$1-\alpha\leqq r\leqq 1+\alpha \quad (0\leqq\alpha\leqq 1), \qquad -\varphi\leqq\nu+\varphi<\frac{\pi}{2}.$$

Les théorèmes pourront être appliqués au problème de l'approximation d'une fonction d'une variable complexe continue dans un domaine fermé par d'autres fonctions, par exemple par de polynomes de degré n. La condition d est alors précisément la condition donnée par M. Léonida Tonelli pour ce cas.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la détermination des valeurs exceptionnelles des fonctions entières et méromorphes d'ordre fini.* Note [1] de M. **Georges Calugaréano.**

Soit $f(x)$ une fonction méromorphe d'ordre fini ρ, définie par

$$(1) \qquad f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$$

au voisinage de l'origine qui n'en est pas un pôle. Soit z une valeur complexe quelconque mais $\neq a_0$; désignons par $x_\nu(z)$ l'ensemble des racines de l'équation

$$(2) \qquad f(x)-z=0.$$

[1] Séance du 26 décembre 1928.

Nous indiquerons, sur les $x_\nu(z)$, une formule qui peut servir dans bien des problèmes.

1. Considérons l'intégrale

$$(3)\qquad \mathrm{J}_{\mathrm{R}}^{(q)} = \frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma} \frac{x^{-q} f'(x)}{f(x) - z}\,dx$$

prise le long d'un cercle Γ de rayon R ayant son centre à l'origine. Elle est égale à la somme des résidus relatifs aux pôles $x_\nu(z)$ contenus dans Γ, augmentée de la somme relative aux pôles b_ν de $f(x)$ situés dans Γ, et du résidu relatif à $x = 0$, qui est pôle d'ordre q. En supposant q égal à un entier quelconque $> \rho$, on aura

$$\mathrm{J}_{\mathrm{R}}^{(q)} = \mathrm{A} + \sum_{|x_\nu| < \mathrm{R}} \left[\frac{1}{x_\nu(z)}\right]^q - \sum_{|b_\nu| < \mathrm{R}} \left(\frac{1}{b_\nu}\right)^q$$

en désignant par A le résidu relatif au pôle $x = 0$. On a

$$\frac{f'(x)}{f(x) - z} = \frac{a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + \ldots + n a_n x^{n-1} + \ldots}{(a_0 - z) + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n + \ldots} = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \ldots + \beta_m x^m + \ldots,$$

ce qui fait voir que le résidu A est égal à β_{q-1}. Mais on a, par un calcul élémentaire,

$$\beta_{q-1} = \frac{1}{(a_0 - z)^q} \begin{vmatrix} a_0 - z & 0 & 0 & \ldots & a_1 \\ a_1 & a_0 - z & 0 & \ldots & 2a_2 \\ a_2 & a_1 & a_0 - z & \ldots & 3a_3 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{q-1} & a_{q-2} & a_{q-3} & \ldots & q a_q \end{vmatrix} = \frac{\varpi_q(z)}{(a_0 - z)^q}.$$

2. On peut montrer, d'autre part, que si l'on fait croître R indéfiniment, $\mathrm{J}_{\mathrm{R}}^{(q)}$ tend vers zéro, quel que soit l'entier $q > \rho$. Notre démonstration, tirée de la formule de Poisson-Jensen et des résultats classiques de M. Rolf Nevanlinna (*Acta mat.*, 46, 1925, p. 1), est trop longue pour pouvoir être donnée ici. La série qui s'introduit dans le second membre de (3′) étant absolument convergente si $q > \rho$, il résulte que l'on a la formule générale

$$(4)\qquad \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{1}{x_\nu(z)}\right)^q = \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{1}{b_\nu}\right)^q - \frac{\varpi_q(z)}{(a_0 - z)^q}.$$

Supposons, en particulier, que α soit une valeur exceptionnelle au sens

de M. Picard de $f(x)$. $E(\rho)$ étant alors le plus grand nombre entier contenu dans ρ, on aura

$$\varpi_q(\alpha) - (a_0 - \alpha)^q \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{1}{b_\nu}\right)^q = 0$$

pour

$$q = E(\rho) + 1, \quad E(\rho) + 2, \quad \ldots, \quad E(\rho) + k, \quad \ldots$$

et pour une fonction entière (¹)

$$\varpi_q(\alpha) = 0$$

pour

$$q = \rho + 1, \quad \rho + 2, \quad \ldots, \quad \rho + k, \quad \ldots.$$

Donc, *si une fonction méromorphe d'ordre fini ρ admet une valeur exceptionnelle α, cette valeur est racine d'une équation algébrique de degré* $E(\rho) + 1$ *dont les coefficients dépendent uniquement des* $E(\rho) + 2$ *premiers coefficients a_n de* (1), *et de la somme*

$$s_q(\infty) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{1}{b_\nu}\right)^q.$$

On trouve en particulier que, si une fonction entière d'ordre 1 admet une valeur exceptionnelle α, celle-ci est donnée par

$$\alpha = a_0 - \frac{a_1^2}{2 a_2}.$$

La formule (4) permet également de tirer des conclusions sur les valeurs quasi exceptionnelles, ainsi que sur la détermination de $f(x)$ par deux suites $x_\nu(u)$ et $x_\nu(v)$, conclusions que nous exposerons ailleurs.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions régulières d'ordre supérieur à deux.* Note [2] de M. **N. Podtiaguine**, présentée par M. Émile Borel.

Dans ma Note précédente [3] j'ai parlé des fonctions régulières du second ordre. Maintenant, je veux indiquer quelques propriétés fondamentales des fonctions régulières d'ordre supérieur à deux.

(¹) Pour une fonction entière, ce résultat peut être obtenu par une voie élémentaire, comme me l'a fait remarquer M. Montel.

(²) Séance du 26 décembre 1928.

(³) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 753.

1° *Soient $y_1(x)$ et $y_2(x)$ deux fonctions régulières du $n^{ième}$ ordre dont les ordres de la croissance sont finis. Si l'ordre de la croissance de la fonction $y_2(x)$ par rapport à la fonction $y_1(x)$ est inférieur ou égal à un, la somme de ces fonctions est une fonction régulière au moins du $n^{ième}$ ordre et son indice de régularité du $n^{ième}$ ordre est égal à celui de la fonction $y_1(x)$.*

2° *Si $y_1(x)$ et $y_2(x)$ sont deux fonctions régulières du $n^{ième}$ ordre et si leurs ordres de la croissance sont finis, le produit de ces fonctions est une fonction régulière au moins du $n^{ième}$ ordre.*

3° *Si $y_1(x)$ et $y_2(x)$ sont deux fonctions régulières du $n^{ième}$ ordre et si leurs ordres de la croissance sont finis, la fonction*

$$y(x) = y_1[y_2(x)]$$

est une fonction régulière au moins du $n^{ième}$ ordre.

4° *Si la fonction $y(x)$ est une fonction régulière du $n^{ième}$ ordre dont l'ordre de la croissance par rapport à une autre fonction quelconque $y_1(x)$ régulière du second ordre est égal à un nombre k fini et différent de zéro et si l'indice α_n de sa régularité du $n^{ième}$ ordre est différent de zéro, l'ordre de la croissance de sa dérivée $y^{(p)}(x)[p=1, 2, 3, \ldots, n-1]$ par rapport à la fonction $y_1(x)$ est égal à*

$$k' = k - p(1-\beta_2),$$

β_2 étant l'indice de régularité du second ordre de la fonction $y_1(x)$.

Si $y_1(x) = x$, on a $\beta_2 = 0$, et la formule précédente prend la forme

$$k' = k - p.$$

Si, enfin, l'ordre de la croissance de la fonction $y_1(x)$ est infini, l'ordre de la croissance de la dérivée $y^{(p)}(x)$ par rapport à $y_1(x)$ sera égal à celui de la fonction $y(x)$ même, car on aura dans ce cas $\beta_2 = 1$.

5° *Soit $y(x)$ une fonction régulière du $n^{ième}$ ordre. Quelque petit que soit le nombre positif ε, il existe toujours une valeur de x, à partir de laquelle on a*

$$[y(x)]^{p\alpha_2-(p-1)-\varepsilon} < y^{(p)}(x) < [y(x)]^{p\alpha_2-(p-1)+\varepsilon} \quad (p = 1, 2, 3, \ldots, n-1),$$

α_2 étant l'indice de régularité du second ordre de la fonction $y(x)$.

Si l'ordre de la croissance de la fonction $y(x)$ est égal à un nombre k fini et différent de zéro, les inégalités précédentes prennent la forme

$$[y(x)]^{1-\frac{p}{k}-\varepsilon} < y^{(p)}(x) < [y(x)]^{1-\frac{p}{k}+\varepsilon}.$$

Si l'ordre de la croissance de la fonction $y(x)$ est infini, ces inégalités donnent

$$[y(x)]^{1-\varepsilon} < y^{(p)}(x) < [y(x)]^{1+\varepsilon}.$$

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la présence de la raie d'absorption* D_3 *dans le spectre solaire*. Note [1] de MM. **S.-B. Nicholson** et **Nicolas G. Perrakis**, présentée par M. H. Deslandres.

L'hélium est le seul des gaz rares qu'on rencontre dans l'atmosphère solaire, d'ordinaire dans la chromosphère. Cependant la raie D_3 se présente fréquemment comme raie d'absorption dans le spectre de Fraunhofer, dans des endroits particuliers du disque solaire.

MM. Buss [2], Smith [3] et Evershed [4] ont particulièrement attiré l'attention sur la question par des publications qui remontent déjà à une vingtaine d'années. Quelques résultats relatifs à ce sujet, que nous avons récemment obtenus, feront l'objet de cette Note.

Nous avons fait, à différentes heures de la journée, un certain nombre d'observations, aussi bien visuelles que photographiques, réparties sur un intervalle de six mois environ (avril-septembre 1928). Toutes ces observations ont été faites avec la grande Tour-télescope de l'Observatoire du Mont Wilson, dont les caractéristiques intéressant ce travail sont : *a*. diamètre de l'image utilisée, 43^{cm} environ; *b*. dispersion (spectre du premier ordre), $0,72 \text{Å} = 1^{mm}$.

Nous avons recherché la raie sombre D_3 dans toutes les régions du disque solaire, perturbées ou non, et c'est dans le voisinage des taches et dans les intervalles séparant les membres d'un même groupe que nous l'avons le plus souvent rencontrée.

Cependant ceux qui ont primitivement étudié cette raie, en particulier M. Buss, semblent l'avoir rencontrée un peu partout sur le disque et beaucoup plus souvent qu'il ne nous a été permis de le faire.

Or, une raie atmosphérique (λ 5875,603) étant à une distance de 0,017 Å de la raie D_3(λ 5875,620), une confusion est toujours possible, lorsqu'il s'agit d'observations visuelles.

Ainsi que nous l'avons dit plus haut, cette raie de l'hélium ne se montre pas sur tous nos clichés. Quelques-uns de ces clichés ont été étudiés au

(1) Séance du 10 décembre 1928.

(2) *The Observatory*, 358, 1905, p. 254 et 319.

(3) *The Observatory*, 361, 1905, p. 358.

(4) *The Observatory*, 396, 1908, p. 212.

microphotomètre de P. Koch [1], et en particulier les deux clichés reproduits dans cette Note.

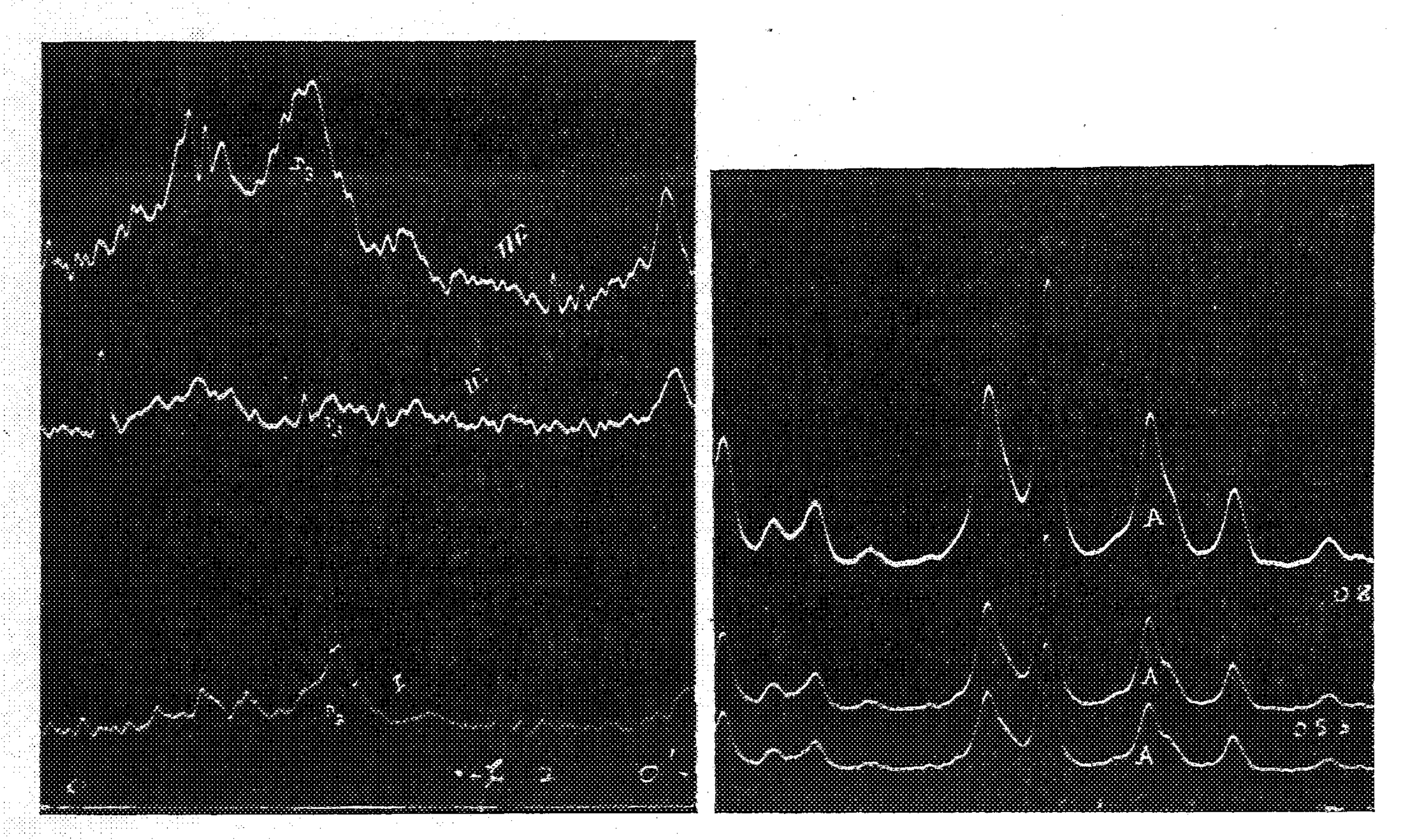


Fig. 1.

Le zéro de l'appareil (noircissement complet) pour chacune des courbes I, II et III est respectivement placé à 1cm,2 au-dessous, à 0cm,65 au-dessus et à 3cm,7 au-dessous de l'axe OO'.

Fig. 2.

Les courbes I, II, et III de la figure 1 sont relatives à trois spectrogrammes pris dans la matinée (11h environ) du 19 avril 1928, la fente du spectrographe étant respectivement placée dans l'intervalle séparant deux membres d'un groupe bipolaire, dans l'espace occupé par des « faint markings » et dans le voisinage immédiat d'une tache bipolaire.

---

(1) Le microphotomètre de P. Koch (voir *Annalen der Physik*, 39, 1912, p. 705, ...), primitivement installé ici, a reçu dans la suite quelques modifications.

Caractéristiques des taches utilisées.

	Nombre de la tache (Mt Wilson No).	Coordonnées.	Polarités (en gauss).
I...............	3333	1 E, 9 S	R^{300}, V^{500}
II..............	3334	8 W, 8 S	Non enregistrées (très faibles)
III.............	3326	47 W, 10 N	R (faible), V^{2000}

On constate que la raie D_3 se voit très bien sur les courbes I et III, alors qu'elle est pratiquement absente de la courbe II.

Des évaluations d'ordre de grandeur (il ne s'agit pas ici de mesures précises) montrent que la raie D_3 est également prononcée sur les spectrogrammes I et III. En résumé, l'absorption due à l'hélium est relativement forte dans le voisinage immédiat de la tache 3326 et dans l'intervalle séparant les membres du groupe 3333, tandis qu'elle est pratiquement nulle dans tout l'espace occupé par les « faint markings ».

Les trois courbes de la figure 2, correspondant à trois différentes largeurs de la fente du microphotomètre, sont relatives à un même spectrogramme pris le 24 juin 1928, à $18^h 31^m$, la fente du spectrographe étant placée dans la région ouest du disque, libre de toute perturbation.

On voit combien la raie atmosphérique A (λ 5875,603) est prononcée et l'on se rend facilement compte de l'incertitude que peuvent comporter les observations visuelles de la raie sombre D_3, malgré la différence d'allure des deux raies en question.

Nous voudrions ajouter, avant de terminer cette Note, que c'est seulement dans les régions du disque couvertes de facules que nous avons pu observer la raie sombre D_3, en l'absence de toute tache visible. D'ailleurs, nous avons constaté que d'une façon générale l'absorption de l'hélium y est très forte, plus forte qu'ailleurs; ce qui s'expliquerait, la température des facules étant sensiblement supérieure à la température moyenne de l'atmosphère solaire.

MÉCANIQUE. — *Sur la variation de la vitesse et de la tension d'une courroie le long de la poulie.* Note (¹) de M. **R. Swyngedauw**, présentée par M. G. Kœnigs.

D'après des Notes antérieures (²), un élément de courroie qui avant son passage sur la poulie a la forme d'un prisme rectangle, compris entre

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

(²) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 859, et Notes citées [note (¹) de la page 44].

deux plans transversaux infiniment voisins, se convertit, après avoir franchi l'azimut 15°, en un segment de cylindre compris entre les faces d'un dièdre dont l'arête coïncide avec l'axe de la poulie, et dont l'ouverture augmente ou diminue suivant que la tension croît ou décroît au fur et à mesure que l'élément progresse sur la poulie; de sorte que les longueurs des diverses lamelles cylindriques qui le composent s'allongent ou se raccourcissent *proportionnellement* à leur distance à l'axe de la poulie.

La connaissance de la variation de longueur ou de vitesse d'un élément de la face externe de la courroie et des lois de l'élasticité suffit ainsi pour déterminer la variation de tension correspondante entre les azimuts critiques d'enroulement et de déroulement, ce dernier situé à 15° environ avant que la face interne de la courroie ne quitte la poulie ([1]).

La méthode stroboscopique décrite précédemment ([2]) permet, moyennant certaines précautions essentielles, de mesurer avec précision les variations de vitesse de la face externe de la courroie.

L'expérience établit ainsi avec netteté les lois qui régissent la vitesse entre les azimuts critiques d'enroulement et de déroulement.

Si l'on appelle *arc actif* celui parcouru par l'élément quand il *glisse* sur la poulie :

1° *La vitesse de l'élément varie proportionnellement à l'arc actif;*

2° *L'arc actif est en général notablement plus petit sur la poulie menée que sur la poulie menante.*

Dans nos expériences, la vitesse linéaire de la courroie était de l'ordre de 12^m par seconde, la vitesse de glissement sur la poulie atteignait au maximum 5^{cm} par seconde; la tension du brin tendu en charge normale était de 200 à 240^g par millimètre carré, l'effort transmis atteignait parfois jusqu'à la moitié de la tension du brin tendu.

Or, si V_c et L_c sont les vitesse et longueur d'un élément de la face interne de la courroie sur l'azimut critique d'enroulement, où il est adhérent à la poulie, V et L ces vitesse et longueur quand il a *glissé* d'un arc α, on a

$$\frac{V - V_c}{V_c} = \frac{L - L_c}{L_c} = \frac{\Delta t}{Es}, \tag{1}$$

E étant le module d'élasticité correspondant à la variation de tension ΔT,

([1]) Dans ces quinze derniers degrés, et dans les quinze premiers, l'élément subit des déformations plus complexes que nous avons étudiées dans des Notes précédentes (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 569 et 843).

([2]) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 616.

s la section de la courroie. Or, l'expérience stroboscopique nous donne

$$\frac{V - V_c}{V_c} = k\alpha. \tag{2}$$

k étant une constante.

D'autre part, la loi différentielle $dT = fT\,d\alpha$ qui lie la variation dT de la tension T d'un élément de courroie à son glissement sur l'arc $d\alpha$ s'applique au cas d'un coefficient de frottement variable ou non avec la vitesse de glissement.

Par suite, la variation ΔT dans l'arc α est représentée par l'intégrale

$$\Delta T = \int_0^\alpha f\,dT\,\alpha. \tag{3}$$

Or, *sur la poulie menante*, le coefficient de frottement croît, mais la tension décroît au fur et à mesure que l'élément de courroie progresse en glissant le long de l'arc α ; le produit fT tend donc à garder une valeur sensiblement constante le long de α et l'on peut par conséquent écrire

$$\Delta T = \int_0^\alpha fT\,d\alpha = k'\alpha, \tag{4}$$

k' étant une constante. Cette équation, rapprochée de (1) et (2), donne

$$Esk = k', \qquad \text{c'est-à-dire} \qquad E = \text{const.}$$

Sur la poulie menée, f et T croissent tous les deux avec α et par suite ΔT croît plus rapidement que α ; on peut donc écrire

$$\int_0^\alpha fT\,d\alpha = sk\alpha\varphi(\alpha), \tag{5}$$

$\varphi(\alpha)$ étant une fonction croissante de α. En comparant (1) et (2) et (5), on obtient

$$E = \varphi(\alpha).$$

Lorsqu'un élément de courroie parcourt en glissant un arc α compris entre les azimuts critiques de la poulie, son module d'élasticité garde une valeur sensiblement constante le long de la poulie menante, tandis qu'il varie suivant une fonction croissante de cet arc le long de la poulie menée.

Nous nous proposons de contrôler directement ces propositions.

GÉODÉSIE. — *Sur l'ellipticité de l'équateur terrestre.*
Note [1] de M. **Thadée Banachiewicz**, présentée par M. Georges Perrier.

Dans une Note, présentée récemment à l'Académie [2], M. Mario Bossolasco exprime l'opinion que l'ellipse de l'équateur terrestre, obtenue d'après les mesures de l'intensité de la pesanteur par Helmert et autres savants, doit subir une rotation de 90° à cause d'une inadvertance théorique. Le point de départ de M. Bossolasco est l'impossibilité d'admettre que la gravité, le long de l'équateur d'un sphéroïde quelconque, est maximum aux points les plus éloignés du centre. En effet, pour un ellipsoïde *homogène*, peu différent d'une sphère à trois axes inégaux, la gravité en un point situé à sa surface est plus grande à l'extrémité de l'axe moyen qu'à l'extrémité de l'axe le plus grand. Mais — et c'est le point essentiel — le géoïde n'est pas un sphéroïde *quelconque;* c'est un sphéroïde qui est une surface de niveau.

Considérons l'expression bien connue de la fonction des forces pour la gravité terrestre

$$U = \frac{fM}{r}\left(1 + \frac{K}{r^2}\right) \quad [3], \tag{1}$$

dans laquelle on a

$$K = 3\,\frac{C - B}{4M}\cos^2\varphi\cos 2\lambda$$

(φ, latitude; λ, longitude) et qu'on a réduite au terme principal et au terme dépendant de la longitude, ce qui est légitime, car il ne s'agit que d'étudier l'influence du terme principal en longitude.

Sur la surface de niveau, on a $U = \text{const.}$, et l'on en tire, en négligeant les puissances supérieures de K et en désignant par r_0 la valeur de r pour $K = 0$:

$$r = r_0\left(1 + \frac{K}{r_0^2}\right). \tag{2}$$

D'autre part, la gravité est égale à $-\frac{\partial U}{\partial r}$; on a donc

$$g = \frac{fM}{r^2}\left(1 + \frac{3K}{r^2}\right). \tag{3}$$

---

[1] Séance du 26 décembre 1928.

[2] *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 814.

[3] Tisserand, *Mécanique céleste*, 2, p. 363.

En introduisant la valeur de r tirée de (2), il vient

$$g = \frac{fM}{r_0^2}\left(1 + \frac{K}{r_0^2}\right). \qquad (4)$$

En rapprochant les équations (2) et (4) on voit que les variations relatives de r et de g, en fonction de la longitude, sont absolument les mêmes. L'assertion de Helmert ([1]) en est entièrement confirmée en signe et en valeur absolue.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur une condition nécessaire pour l'absence de pressions négatives dans un fluide parfait plan en mouvement permanent autour d'un obstacle.* Note ([2]) de **M. J. Kampé de Fériet.**

Considérons le mouvement plan, permanent et irrotationnel, d'un fluide parfait indéfini, autour d'un obstacle de forme donnée, avec un sillage indéfini au repos derrière l'obstacle. M. H. Villat ([3]) a démontré que la solution de ce problème se ramène à la recherche d'une fonction $\Omega(\zeta)$ douée des propriétés suivantes : 1° elle est régulière à l'intérieur du demi-cercle $C : |\zeta| < 1$, $\mathcal{J}(\zeta) > 0$; 2° elle reste régulière sur le diamètre de C, en tout point duquel $\mathcal{J}(\Omega) = 0$; en particulier $\Omega(0) = 0$; 3° en un point $\zeta = e^{i\sigma}$ de C, $\mathcal{R}(\Omega) = \Phi(\sigma)$, cette dernière fonction étant caractéristique du profil de l'obstacle. Toutes les circonstances du mouvement se déduisent de $\Omega(\zeta)$; en particulier on a pour la valeur V de la vitesse en un point et pour l'angle Θ qu'elle fait avec la direction du courant à l'infini (où l'on suppose $V = 1$) :

$$V = e^{\mathcal{J}(\Omega)}, \qquad \Theta = \mathcal{R}(\Omega).$$

Or $\Omega(\zeta)$ s'obtient elle-même, pour un obstacle donné, par la formule fondamentale

$$\Omega(\zeta) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{1 - \zeta^2}{1 - 2\zeta\cos\sigma + \zeta^2}\,\Phi(\sigma)\,d\sigma.$$

([1]) HELMERT. *Sitzungsberichte der Königlichen Preussischen Akademie der Wissenschaften*, 41, 1915, p. 683.

([2]) Séance du 26 décembre 1928.

([3]) Voir, par exemple : H. VILLAT, *Aperçus théoriques sur la résistance des fluides* (*Coll. Scientia*) qui résume ses principaux travaux sur ce sujet; nos notations sont celles de cet ouvrage.

Mais une fonction de profil $\Phi(\sigma)$ étant donnée, une discussion délicate est ensuite nécessaire pour s'assurer que le mouvement ainsi déterminé est physiquement acceptable; notamment pour que la pression reste non négative (quelle que soit la pression, positive ou nulle, choisie arbitrairement pour le sillage au repos) il faut vérifier que $V \leqq 1$ en tout point du fluide. M. H. Villat [1] a établi pour $\Phi(\sigma)$ toute une série de *conditions suffisantes* pour qu'il en soit ainsi; je me propose de formuler ici une *condition nécessaire*. Je la déduirai d'une proposition générale de la théorie des fonctions due à M. G. Julia [2]. « Soit $\omega(\xi)$ une fonction régulière dans le demi-plan $\mathcal{J}(\xi) > 0$ et telle que dans ce domaine $\mathcal{J}(\omega) \geqq 0$; on suppose en outre qu'elle reste régulière au point $\xi = 0$ et que $\omega(0) = 0$. On peut affirmer alors : 1° que $\omega'(0)$ est réelle et positive; 2° que l'on a dans tout le demi-plan

$$\mathcal{J}\left[\frac{1}{\omega(\xi)}\right] < \frac{1}{\omega'(0)} \mathcal{J}\left[\frac{1}{\xi}\right]. \text{»}$$

La transformation $\xi = \frac{2\zeta}{1+\zeta^2}$ donne une représentation conforme du demi-cercle C sur le demi-plan $\mathcal{J}(\xi) > 0$; posons $\omega(\xi) = -\Omega(\zeta)$; cette fonction vérifie bien toutes les conditions du théorème précédent, *si l'on impose au mouvement la condition* $V \leqq 1$. En vertu de la première partie de ce théorème on voit donc que :

Si en tout point du fluide $V \leqq 1$, *on a nécessairement* $\Omega'(0) < 0$, *ce qui se traduit pour la fonction de profil par la condition nécessaire*

$$\int_0^{\pi} \Phi(\sigma) \cos\sigma \, d\sigma < 0, \tag{1}$$

devant être vérifiée simultanément avec la condition

$$\int_0^{\pi} \Phi(\sigma) \, d\sigma = 0, \tag{2}$$

qui correspond à $\Omega(0) = 0$.

Les conditions (1) et (2) sont en particulier toujours vérifiées pour l'obstacle symétrique, caractérisé par

$$\Phi(\pi - \sigma) = -\Phi(\sigma), \qquad \Phi(\sigma) < 0 \qquad \text{pour} \qquad 0 < \sigma < \frac{\pi}{2}.$$

---

(1) H. VILLAT, *Sur la validité des solutions de certains problèmes d'Hydrodynamique* (*Journal de Math.*, 10, 1914, p. 231.

(2) G. JULIA, *Extension nouvelle d'un lemme de Schwarz* (*Acta mathematica*, 42, 1920, p. 349).

En outre, de la deuxième partie du théorème on déduit

$$\mathcal{J}\left[\frac{1}{\Omega(\zeta)}\right] > \frac{1}{\Omega'(0)}\mathcal{J}\left(\zeta + \frac{1}{\zeta}\right),$$

ce qui conduit à certaines inégalités pour le champ des vitesses. En effet l'inégalité du théorème se traduit géométriquement de la manière suivante : pour tout point ξ intérieur à un cercle tangent en o à l'axe réel et de rayon arbitraire R, $\omega(\xi)$ reste intérieure au cercle tangent en o à l'axe réel et de rayon $R\omega'(0)$. *Donc en tout point du fluide correspondant à un point* $\zeta = \rho e^{i\varphi}$ *tel que* $\left(\frac{1}{\rho} - \rho\right)\sin\varphi > \frac{1}{R}$, *on a pour la vitesse*

$$e^{R\Omega'(0)} < V < 1, \qquad |\Theta| < -\frac{1}{2}R\Omega'(0),$$

le nombre positif R étant arbitraire.

HYDRODYNAMIQUE. — *A propos du signe des pressions dans un fluide parfait.* Note (¹) de M. **Henri Villat.**

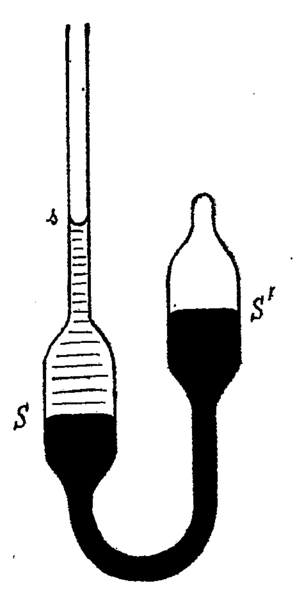
L'inégalité que M. J. Kampé de Fériet obtient d'une façon très élégante (cf. la Note ci-dessus), par l'application d'un théorème de M. G. Julia, se rattache très naturellement à une propriété déjà connue. On sait en effet que l'impossibilité des pressions négatives est intimement liée à ce fait, que les lignes de jet à l'arrière d'un obstacle solide, sont *nécessairement convexes vers le courant.* Or l'angle que fait avec Ox la vitesse le long d'une ligne de jet est égal précisément à $\Omega(\zeta)$ pour ζ réel, et le point à l'infini sur les lignes de glissement correspond à $\zeta = 0$. Lorsque ζ traverse en croissant la valeur zéro, on passe du jet supérieur au jet inférieur. Il est donc nécessaire que $\Omega'(0)$ soit négatif et cela assure le sens voulu de la concavité des lignes libres *à l'infini.* Bien entendu, cette condition n'est pas suffisante pour que ces lignes soient acceptables, puisqu'en fait, la même condition doit être réalisée *tout le long de ces lignes* (cf. notamment Henri Villat, *Sur la validité des solutions de certains problèmes d'Hydrodynamique* (*Journal de Mathématiques*, 6ᵉ série, 10, 1914, p. 231-290, et notamment p. 254 et suiv.); Marcel Brillouin, *Les surfaces de glissement d'Helmholtz et la résistance des fluides* (*Annales de Chimie et de Physique*, 8ᵉ série, 23, 1911, notamment p. 171). C'est évidemment pour cette raison que la condition nécessaire

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

actuelle n'avait pas été écrite isolément [1]. Il est d'un grand intérêt de l'avoir retrouvée directement par un procédé se rattachant, non pas à un raisonnement dont la traduction mécanique soit évidente, mais à un théorème de la théorie des fonctions.

PHYSIQUE. — *Manomètre à mercure et à huile.* Note [2] de M. **R. Darbord**, présentée par M. Brillouin.

On se trouve embarrassé quand on doit mesurer une pression comprise entre quelques millimètres et quelques centimètres de mercure. Le manomètre à mercure n'est plus assez précis, ni assez sensible. Il faudrait faire les lectures au cathétomètre, avec des ménisques parfaits. Théoriquement, on peut remplacer le mercure par un liquide léger, par exemple une huile



sans tension de vapeur appréciable. Seulement, la colonne d'huile ne se décolle pas quand on fait le vide ou bien il y a dégagement gazeux et, finalement, on n'a pas le vide dans la chambre barométrique.

---

(1) Sous une autre forme (à cause de la différence des notations) elle ne diffère pas, par exemple, de la condition (VII') de M. Brillouin (*loc. cit.*, p. 171) si l'on y fait $\tau_1 = 0$.

(2) Séance du 26 décembre 1928.

Le manomètre mixte représenté par la figure est rempli de mercure du côté tronqué et conserve donc, de ce côté, les avantages du manomètre à mercure, mais il possède une sensibilité plus grande, car c'est aussi un manomètre à huile.

La surface S de séparation du mercure et de l'huile et la surface libre S' du mercure sont égales et grandes par rapport à la surface s où s'applique la pression à mesurer. Les déplacements de S et S' sont donc petits par rapport aux déplacements de s et les variations de la pression sont donc compensées en grande partie par la variation de la hauteur d'huile.

Un calcul élémentaire montre que le niveau de s descend de z^{cm}, quand la pression, exprimée en centimètres de mercure, croît de

$$\Delta p = z\left[\left(1 - \frac{s}{S}\right)\frac{d}{D} + \frac{2s}{S}\right]$$

(d et D = densités de l'huile et du mercure).

Le nouveau manomètre est plus sensible que le manomètre à mercure et le rapport des sensibilités est environ

$$\left(\frac{d}{D} + \frac{2s}{S}\right).$$

Si l'on emploie de l'huile pour pompes à palettes :

$$\frac{d}{D} = \frac{0,88}{13,6} = \frac{1}{15,5}$$

et si l'on prend $S = 15s$, on obtient un manomètre à lecture directe cinq fois plus sensible qu'un manomètre à mercure. Si c'est nécessaire, on peut construire, en prenant la section S suffisamment grande par rapport à la section s, un manomètre quinze fois plus sensible que le manomètre à mercure. Il est intéressant aussi de signaler qu'avec ce manomètre mixte, on ne peut se trouver gêné par les vapeurs de mercure.

J'ai construit un manomètre mixte avec l'aide de M. A. Féry. L'appareil fut nettoyé aux vapeurs nitreuses, puis rempli de mercure, sous un vide poussé et en l'absence d'humidité. Avant de verser l'huile, il est préférable de la débarrasser de son humidité. Sinon, quand le manomètre fonctionne pour la première fois, l'huile dégage une quantité de bulles. Celles-ci ne compromettent pas le fonctionnement du manomètre, puisqu'elles ne peuvent arriver dans la chambre barométrique. On facilite le dégagement des bulles en chauffant légèrement avec une lampe à alcool.

Pour graduer le manomètre, il faut en déterminer deux points :

$p = 0$, en branchant l'appareil sous un vide poussé ;
$p = 5^{cm}$, par exemple, en comparant à un bon manomètre à mercure.

On trace alors des divisions égales.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur le mécanisme de la conductibilité dissymétrique des contacts imparfaits*. Note [1] de M. **R. Audubert** et Mlle **M. Quintin**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons décrit [2] les propriétés du couple silicium-charbon et montré que sa caractéristique, ainsi que celles des détecteurs à base de Ag_2S et de PbS est correctement représentée par deux branches de paraboles :

$$i = aV^2 + bV \quad \text{pour } V > 0 ; \qquad i = -a'V^2 + bV \quad \text{pour } V < 0 ;$$

a, a', b étant des constantes positives; dans beaucoup de cas, $b = 0$.

On a tenté d'expliquer la dissymétrie des contacts imparfaits soit par des effets électrolytiques, soit par des phénomènes thermoélectriques, soit par des émissions électroniques. Les deux premières hypothèses n'ont jamais fourni d'interprétations entièrement satisfaisantes; la troisième rend qualitativement compte des faits, mais, jusqu'à présent, n'a conduit à aucune théorie quantitative. En ce qui concerne le silicium, ainsi que nous l'avons déjà indiqué, seul un mécanisme électronique peut être invoqué [3].

Lorsque deux corps conducteurs sont en contact parfait, les atmosphères électroniques qui les enveloppent s'interpénètrent; sous l'action d'un champ extérieur les électrons se déplacent d'un mouvement d'ensemble : le contact suit la loi d'Ohm. Si au contraire, les conducteurs sont séparés par un léger intervalle, comme Pélabon l'a montré, des effets de rectification apparaissent; dans ce cas les couches de passage ne se pénétrant plus, le flux électronique, pour une différence de potentiel donnée, est plus grand quand le corps le plus conducteur est négatif.

Dans les contacts rectifiants au silicium, en particulier dans le couple Si-C, la pellicule de silice maintient entre les deux électrodes

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 972.

(3) Dubar, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1023.

l'intervalle nécessaire, mais il faut admettre pour ce revêtement une structure lacunaire permettant le passage des corpuscules électrisés ([1]).

On vérifie que le courant passe plus facilement lorsque le silicium est positif, ce qui correspond bien au fait que le silicium est moins conducteur que le charbon. Mais, si l'on considère la conductibilité comme due à un déplacement électronique pur, un tel régime devrait être représenté par la loi de Maxwell, c'est-à-dire par la première portion de la courbe de saturation de l'émission thermoionique avant l'intervention de la charge spatiale. Or l'expérience ne justifie pas cette prévision puisque l'intensité varie proportionnellement au carré de la différence de potentiel. Nous allons voir que la théorie est confirmée par les résultats expérimentaux si l'on suppose que des phénomènes d'ionisation interviennent, ce qui est très vraisemblable étant donnée la présence, dans l'électrode de charbon, de gaz adsorbés ou occlus; dans ces conditions, le libre parcours moyen des électrons est petit devant l'intervalle du contact, des collisions doivent intervenir qui mettent en jeu des phénomènes d'ionisation.

Soient V la différence de potentiel entre les électrodes et ρ la densité de charge, l'équation de Poisson donne

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -4\pi\rho.$$

En désignant par v la vitesse de déplacement des corpuscules chargés, l'intensité i est donnée par

$$i = \rho v.$$

Mais, en raison des hypothèses faites,

$$v = K\frac{dV}{dx}.$$

Les équations précédentes donnent, après intégration, en tenant compte de la condition $\frac{dV}{dx} = 0$ pour $V = 0$:

$$V = \left(\frac{32\pi l^3}{9K} i\right)^{\frac{1}{2}},$$

l étant la distance entre les électrodes.

([1]) On est conduit à supposer que la silice formée anodiquement dans une soupape électrolytique au silicium possède la même perméabilité.

D'où

$$i = \frac{9K}{32\pi l^3} V^2.$$

Le coefficient de proportionnalité est donc fonction de la mobilité. Étant donnée la présence de la pellicule de silice à la surface du silicium, il est naturel de penser que les phénomènes d'ionisation sont localisés au voisinage immédiat du charbon. Lorsque celui-ci est négatif, par exemple, K représente la mobilité des corpuscules négatifs.

Pour la polarité inverse,

$$i' = \frac{9K'}{32\pi l^3} V^2.$$

K' représentant la mobilité des corpuscules positifs. Mais K étant beaucoup plus grand que K', il en résulte que $i > i'$, c'est-à-dire que le courant doit passer plus facilement lorsque le charbon est négatif, ce que vérifie l'expérience.

En tenant compte d'une conductibilité ohmique $\frac{1}{r_0}$, toujours faible et même quelquefois nulle, se superposant à la conductibilité de passage, le courant total I est donné par

$$I = i + \frac{V}{r_0} = aV^2 + bV,$$

formule identique à la formule expérimentale.

L'hypothèse d'émissions électroniques accompagnées de phénomènes d'ionisation conduit donc à l'interprétation qualitative et quantitative de la dissymétrie de conductibilité des contacts imparfaits au silicium et probablement intervient aussi dans le mécanisme des détecteurs à base de Ag_2S et de PbS.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Actions magnétiques longitudinales sur des faisceaux d'électrons lents (concentrations et dilatations périodiques).* Note [1] de M. **Jean Thibaud**, présentée par M. M. de Broglie.

Nous avons observé un curieux phénomène périodique dans la propagation d'un faisceau d'électrons lents (énergie : de 16 à 1100 volts) parallèlement aux lignes de force d'un champ magnétique. L'appareil d'étude

[1] Séance du 26 décembre 1928.

est un cylindre de bronze de 30^{cm} de longueur et 12^{cm} de diamètre, soigneusement évacué, portant à une de ses extrémités un « canon à électrons » permettant la production d'un faisceau délié d'électrons de vitesse bien déterminée, et à l'autre une large glace d'observation.

1. *Propriétés des faisceaux d'électrons lents.* — Dès que le vide est suffisant, on arrive à faire sortir du canon des pinceaux légèrement divergents, nettement délimités comme les faisceaux lumineux, étudiables sur 30^{cm} de leur parcours, même pour des tensions ne dépassant pas 16 volts. En dessous de 300 volts, le faisceau, excitant une fluorescence bleuâtre des molécules gazeuses, devient visible sur la totalité de son trajet : les points d'impact sur la paroi (verre ou métal) sont aussi fluorescents que les écrans renforçateurs. Un petit cristal de sel gemme soumis à ces électrons lents, subit, dans toute sa masse, une vive fluorescence et acquiert en peu de temps une couleur brune. Il est intéressant de rapprocher ces propriétés des électrons d'une centaine de volts de celles des rayons X mous de même quantum (λ de 30 à 100 Å), doués également du pouvoir d'exciter une intense fluorescence (plaque photographique) (1). Au-dessus de 500 volts les faisceaux d'électrons perdent ces propriétés et leur éclat disparaît.

2. *Action magnétique.* — *a*. Le faisceau d'électrons de vitesse définie $\beta = \frac{v}{c}$ est lancé suivant l'axe d'une longue bobine sans fer, placée elle-même dans le cylindre à vide et en un point quelconque du parcours rectiligne des électrons. L'établissement du champ de la bobine ne modifie guère la direction générale du faisceau, seul l'éclat de celui-ci augmente. Mais si l'on fait varier d'une manière continue, à l'aide d'un rhéostat, le courant magnétisant on constate un très beau phénomène : l'ouverture angulaire du faisceau varie périodiquement et dans de grandes proportions.

Pour des valeurs déterminées du champ, le faisceau prend l'aspect extrêmement ramassé d'un fil très mince et brillant de section sensiblement ponctuelle sur toute sa longueur (état de *concentration*). Pour des valeurs intermédiaires du champ il se présente comme un cône plein, fortement divergent, dont la section droite sur un écran est un disque (état de *dilatation*).

Cette succession d'aspects semble se répéter un nombre illimité de fois, la section du faisceau passant périodiquement de $0^{mm},2$ à un diamètre qui peut atteindre 100^{mm} (à 30^{cm} de la source) : pour des vitesses β inférieures

(1) J. THIBAUD et A. SOLTAN, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 642; et *Journal de Physique et Radium*, 8, 1927, p. 484.

à 4×10^{-2}, on a pu ainsi compter 13 concentrations successives. Ce phénomène ne dépend pas du sens du champ magnétique. Il est remarquable que l'état de concentration une fois acquis dans la traversée de la bobine persiste sur un très long parcours sans paraître influencé par les actions ultérieures : si l'on fait pénétrer un pôle conique d'électro-aimant dans l'enceinte évacuée, le faisceau montre de très beaux enroulements sur les tubes de force sans perdre son aspect filiforme. Il en est de même si, 15^{cm} après sa sortie de la bobine de concentration, le faisceau pénètre dans une seconde bobine dont le champ peut varier.

b. Pour des électrons accélérés sous des tensions différentes, il y a toujours proportionnalité entre les valeurs du champ magnétique pour lesquelles se produit soit la concentration (H_c), soit la dilatation (H_d) et la vitesse β des électrons.

c. Il y a ainsi autant de relations linéaires entre H_c (ou H_d) et β, que d'états successifs de concentration (ou de dilatation). La représentation graphique, pour les diverses vitesses, des H_c est un faisceau de droites passant par l'origine, entre lesquelles s'intercale le faisceau des droites représentatives des H_d. Dans chaque système la pente d'une droite quelconque est un multiple de celle de la première, en sorte que l'on peut exprimer les rapports des champs critiques à la vitesse par les relations générales :

$$(1) \qquad H_c = K\left(n - \frac{1}{2}\right)\beta, \qquad H_d = K n \beta.$$

En donnant au nombre n les valeurs entières successives, on représente l'ensemble des résultats d'observation.

d. Nous avons modifié l'expérience en utilisant trois bobines différentes. L'une étroite (longueur 67, diamètre 7^{mm}), constante 190 gauss par ampère; la seconde, cadre de Helmholtz, formé de deux enroulements de 75^{mm} de diamètre, offrait au faisceau un champ uniforme sur une grande largeur. La troisième bobine, de constante 1025, était destinée aux champs élevés (longueur 85, diamètre 30^{mm}). La périodicité du phénomène resta la même. Seule la constante K des relations (1) paraît varier en raison inverse de la longueur L de champ *uniforme* traversée. Dans les mesures les plus précises ($L = 6^{cm},7$) on obtient $K = 1589$, ou, en remplaçant K par la constante K', plus générale, $K' = KL = 10.650$. Cette étude a été faite sur un grand nombre de mesures pour des champs de 2 à 450 gauss et des vitesses comprises entre $\beta = 8 \times 10^{-3}$ et $\beta = 65 \times 10^{-3}$ (électrons de 16 à 1100 volts). Nous avons établi, par des considérations classiques, une théorie de ces phénomènes.

OPTIQUE. — *Biréfringence et dichroïsme de couches minces de fer obtenues par distillation*. Note [1] de M. **Marcel Cau**, présentée par M. A. Cotton.

Dans une précédente Communication [2], j'ai indiqué que les couches de fer obtenues par distillation dans le vide d'un fil de fer chauffé électriquement sont biréfringentes et dichroïques, les lignes neutres de la lame étant respectivement parallèle et perpendiculaire au fil générateur.

Ce résultat a été vérifié avec toutes les couches étudiées, pour la zone qui se trouve au voisinage immédiat de la projection sur la lame du fil générateur (*axe* de la lame). Si l'on s'écarte de cet axe, les effets subsistent, mais deviennent plus compliqués : en particulier, les variations de la rotation R et de l'ellipticité E de la vibration émergente correspondant à un incident rectiligne sont encore représentées, en fonction de l'azimut A, par des sinusoïdes; mais elles ne sont plus concordantes, en général, et présentent un déphasage parfois considérable. L'étude de ces effets hors de l'axe est difficile, et je me bornerai à compléter les résultats antérieurs, valables pour la *zone axiale*.

1° *Signe de l'effet*. — L'axe étant d'abord parallèle à la vibration rectiligne incidente, une rotation de la lame positive et inférieure à 90° produit une rotation R positive et une ellipticité E également positive. La composante de la vibration parallèle à l'axe est donc moins absorbée que la composante normale et subit un retard relatif dans la traversée de la couche biréfringente.

Les résultats numériques indiqués précédemment en sont un exemple.

2° *Dispersion*. — Dans la région moyenne du spectre visible, seule étudiée, la dispersion est normale pour E et anormale pour R. Ce résultat est à rapprocher des dispersions analogues relatives à l'effet Faraday de ces couches de fer.

Exemple. — Une lame, d'épaisseur $68^{m\mu}$, donne comme valeurs maxima :

$\lambda = 578^{m\mu}$	$R_m = 53',5$	$E_m = 29',0$
$\lambda = 546^{m\mu}$	$R_m = 53',3$	$E_m = 32',9$

Pour la même lame, les rotations et ellipticités magnéto-optiques sont,

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1293.

dans un champ de 10 kilogauss,

$\lambda = 578^{m\mu}$.................. $\rho = 65,0$ $\varepsilon = 36,5$
$\lambda = 546^{m\mu}$.................. $\rho = 63,1$ $\varepsilon = 32,9$

Les dispersions sont ici plus marquées.

3° L'effet augmente avec l'épaisseur du dépôt métallique, mais aucune relation nette n'a pu être établie entre ces quantités. L'effet augmente également quand le fil générateur se rapproche de la lame qui reçoit le dépôt.

4° Il est ainsi à prévoir, cet effet optique étant petit ainsi que l'effet Faraday des lames très minces de fer, que celui-ci ne sera pas notablement influencé par le premier. Effectivement l'effet Faraday, mesuré pour différents azimuts de la couche biréfringente par rapport à la vibration incidente, présente des variations de l'ordre de grandeur des erreurs possibles, explicables par la non-uniformité de l'épaisseur du métal et les fluctuations de la source lumineuse utilisée, ainsi que par le défaut de centrage et les erreurs propres des mesures polarimétriques.

5° *Effet par réflexion.* — J'ai étudié sur quelques lames le même effet par réflexion : une vibration incidente rectiligne est transformée par réflexion sur la couche de fer en une vibration elliptique d'azimut différent.

Les variations de la rotation R_1 et de l'ellipticité E_1 sont représentées en fonction de l'azimut A, par des sinusoïdes; elles sont concordantes comme celles de R et de E; l'effet est nul lorsque l'*axe* de la lame est parallèle ou perpendiculaire à la vibration incidente; enfin les signes de R_1 et E_1 sont opposés de ceux de R et de E.

Exemple : Une série de mesures avec la lame déjà citée, d'épaisseur $68^{m\mu}$, a donné les résultats suivants :

$\lambda = 578^{m\mu}$; axe parallèle à la vibration incidente pour A = 0 :

A°........	0	22,5	45	67,5	90	112,5	135	157,5
R'........	+2,0	36,7	51,2	34,0	− 4,0	− 40,0	− 54,2	− 34,6
E'........	+0,3	19,9	28,7	21,4	− 0,2	− 17,0	− 28,4	− 18,9
R'_1........	−1,2	− 8,7	−13,1	− 9,5	+ 0,5	8,9	12,1	6,5
E'_1........	−1,2	− 3,7	− 4,4	− 2,4	+ 0,6	4,3	4,4	1,9

Dans un champ magnétique de 10 kilogauss, l'effet Kerr se traduit, pour la même radiation (λ 578), par la rotation et l'ellipticité suivantes :

$$\rho_1 = -9',4, \qquad \varepsilon_1 = -3',1.$$

Les signes sont opposés à ceux de l'effet Faraday correspondant.

OPTIQUE. — *Polarisation elliptique produite par réflexion à la surface des solutions d'acides gras dans l'eau.* Note (¹) de M. **Ch. Bouhet**, présentée par M. Cotton.

Dans une Note précédente (²), j'ai donné pour plusieurs solutions salines à des concentrations différentes la valeur de l'ellipticité produite par réflexion de la lumière polarisée rectilignement; toutes les ellipticités mesurées sont comprises entre les valeurs + 0,00038 et + 0,00043 très voisines de la valeur + 0,00040 relative à l'eau. Ce fait est à rapprocher de l'existence, démontrée par Gibbs (³), d'une couche de molécules d'eau adsorbées à la surface des solutions des corps qui, comme les sels, produisent une augmentation de la tension superficielle de l'eau. Il paraissait intéressant de faire des mesures d'ellipticités sur des solutions aqueuses de corps abaissant la tension superficielle et produisant, par conséquent, à la surface de la solution une adsorption du corps dissous.

J'ai étudié la série des acides gras saturés normaux, de l'acide acétique (C^2) à l'acide myristique (C^{14}). Les mesures d'ellipticités ont le grand avantage de pouvoir s'appliquer aussi bien à l'étude des solutions, pour les premiers termes de la série, qu'à l'étude des couches monomoléculaires produites à la surface de l'eau, pour les termes élevés complètement insolubles dans l'eau.

La figure ci-après donne l'ensemble des résultats obtenus pour les premiers termes de la série (⁴).

L'ellipticité K, mesurée comme précédemment (⁵) par la méthode de Chaumont, a été portée en ordonnée; la composition de la solution a été déterminée par titrage à la soude avec la phtaléine comme indicateur; le poids d'acide pour 100ᵍ de solution a été porté en abscisse, la température a varié entre les limites extrêmes 15° et 21°.

L'ellipticité varie pour les acides complètement miscibles à l'eau depuis la valeur + 0,00040 relative à l'eau jusqu'à la valeur positive plus élevée relative à l'acide pur; ce fait comparé au résultat trouvé pour les solutions

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

(²) *Comptes rendus* 185, 1927 p. 200.

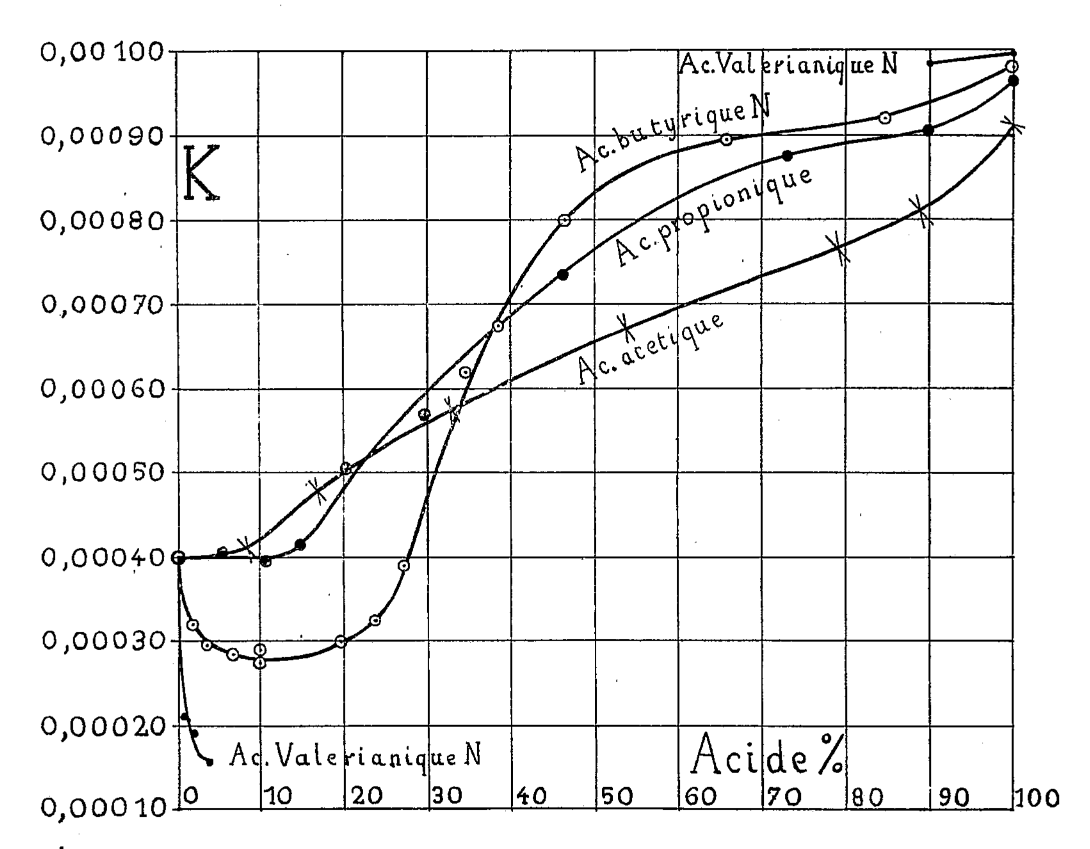
(³) Gibbs, *Scient Papers*, 1, p. 219 et suivantes.

(⁴) Je n'ai malheureusement pas pu étudier l'acide formique dont les vapeurs extrêmement acides attaquent le spath en quelques secondes.

(⁵) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 53.

salines confirme l'existence d'une couche de molécules d'acide adsorbées à la surface de la solution.

L'ellipticité passe par un minimum $+0,00028$ pour l'acide butyrique à la concentration 9,9 pour 100; on observe de même un minimum $+0,00016$ pour la solution saturée d'acide valérianique (concentration 3,72 pour 100), minimum que l'on retrouvera pour les solutions saturées des acides plus élevés. Il convient de noter dès maintenant la diminution régulière des ellipticités minima lorsqu'on passe des acides C^3 à C^4 et C^4 à C^5.



A partir des données de Schofield et Rideal (¹) d'une part et de Bury (²) d'autre part, on peut évaluer à 25×10^{-16} cm² ou 30×10^{-16} cm² l'aire occupée par chaque molécule d'acide à la surface des solutions présentant un minimum d'ellipticité; ces chiffres, en bon accord avec celui trouvé par

(¹) *Proc. Roy. Soc. London*, **109**, 1925, p. 57.
(²) *Phil. Mag.*, **4**, 1927, p. 980.

Adam [1] 25×10^{-16} cm^2 pour les couches monomoléculaires d'acides gras insolubles, indique que, conformément à l'hypothèse de Langmuir, les molécules d'acides gras sont, pour ces solutions, orientées avec la chaîne hydrocarbonée placée perpendiculairement à la surface du liquide. Il semble, d'après l'examen des courbes donnant l'ellipticité en fonction de la concentration, que l'orientation des molécules à la surface des acides purs est complètement différente de l'orientation des molécules à la surface des solutions donnant l'ellipticité minima.

OPTIQUE. — *Sur les radiations secondaires observées dans la diffusion moléculaire de la lumière* (*Effet Raman*). Note [2] de M. **Pierre Daure**, présentée par M. A. Cotton.

Mes recherches sur l'effet Raman ont été poursuivies dans deux directions différentes :

1° J'ai étudié en solution quelques composés halogénés de métalloïdes et de métaux ;

2° J'ai cherché à étendre les résultats obtenus sur les chlorures des éléments des 4e et 5e colonnes de la classification périodique, aux composés hydrogénés correspondants par l'étude de l'ammoniaque et du méthane liquéfiés.

1° *Étude des solutions.* — J'ai signalé dans ma précédente Note [3] l'anomalie présentée par le bichlorure de bismuth en solution chlorhydrique.

Alors que le chlorure d'antimoine pur donne un spectre de quatre raies : *a*, B, C, D, le chlorure de bismuth dissous présente trois bandes : *a*, *c*, *d*.

Pour relier ces deux phénomènes, j'ai étudié des solutions chlorhydriques, de dilution croissante, de chlorure d'antimoine.

J'ai observé un élargissement des raies croissant avec la dilution. A partir de la dilution 50 pour 100 (en volume), la bande *a* couvre complètement la bande *b*. Le spectre observé est comparable à celui du trichlorure de bismuth dissous.

Ce résultat atteint, j'ai cherché à étudier des solutions aqueuses de sels métalliques : chlorures de magnésium et d'aluminium, bromure de calcium.

---

(1) *Proc. Roy. Soc. London*, **101**, 1922, p. 452.

(2) Séance du 26 décembre 1928.

(3) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 940.

Je n'ai observé aucun effet Raman. Ces solutions présentant une légère fluorescence, il est possible cependant qu'il existe des bandes faibles que je n'ai pas distinguées [confirmation du résultat déjà obtenu sur le chlorure de calcium ([1])].

2° *Étude de l'ammoniaque et du méthane liquéfiés :* A. *Dispositif expérimental.* — Les gaz étudiés, ammoniaque et méthane, ont été préparés purs et liquéfiés à la pression normale dans des réfrigérants appropriés, en collaboration avec M. Jaulmes.

Les réfrigérants utilisés ont été, pour l'ammoniaque, l'alcool maintenu à — 50°C. par un mélange de neige carbonique et d'acétone; pour le méthane, l'oxygène liquide commercial (— 180°C.).

Le tube à observation, de 1^{cm^2} de section, était coudé à angle droit; la partie horizontale de 5^{cm} de long, fermée par une face soufflée et remplie par le gaz liquéfié, plongeait dans un vase Dewar non argenté, contenant les réfrigérants précités.

L'image d'une lampe à vapeur de mercure en quartz (modèle Gallois) était formée sur l'axe du tube horizontal. L'observation se faisait par la face soufflée.

Malgré quelques difficultés (lumière parasite, verglas sur les parois extérieures du Dewar), faciles à éliminer à l'avenir, j'ai pu avec ce montage obtenir les résultats suivants :

B. *Résultats.* — Les spectres obtenus sont très différents entre eux et très différents des chlorures correspondants.

a. Ammoniaque. — Spectre de bandes assez larges dont les fréquences caractéristiques n_i sont en nombre d'onde au millimètre.

Intensité relative......	107 ± 2	158 ± 1	321 ± 1	330 ± 1	338 ± 1
n_i..................	1	1	10	10	10

b. Méthane. — Spectre d'une seule raie très fine, de fréquence caractéristique (mêmes unités) n_i 290,8.

c. Oxygène. — J'ai également étudié l'oxygène liquide, et n'ai observé aucune raie Raman.

Remarque. — Les indications d'intensité données pour l'ammoniaque sont relatives aux raies Raman négatives, la présence de lumière parasite m'ayant empêché d'apprécier l'intensité de la diffusion normale, qui paraît très faible aux basses températures, alors que l'effet Raman est aussi intense que celui du benzène dans les conditions normales.

([1]) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1833.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la structure du spectre du troisième ordre du soufre* (S III). Note [1] de M. **J. Gilles**, présentée par M. A. Cotton.

Dans deux Notes présentées à l'Académie le 23 avril et le 14 mai 1928 [2], j'ai donné les multiplets de raies dérivant de la combinaison des termes quadruples de S II qui correspondent aux trajectoires $4s$, $4p$ et $4d$. Dans une Communication faite à la Société de Physique le 24 mai, j'ai indiqué que le niveau $ans^4P_{\frac{5}{2}}$, pour lequel j'avais pris d'abord la valeur conventionnelle 100000, devait être ramené à 80000 [3]. Cette valeur est très voisine de celle (78556) que Ingram a donnée dans le numéro d'août de la *Physical Review* [4], où, aux multiplets de S II que j'avais déjà établis, il en ajoutait quelques autres appartenant principalement au système de doublets.

Dans la présente Note, j'établis la plupart des niveaux de multiplicité 3 qui correspondent aux configurations électroniques $a3d$, $a4s$, $a4p$ de S III, basées sur la configuration normale (a) de l'ion S IV. Ces niveaux se déduisent des combinaisons suivantes que j'ai reconnues d'après mon relevé du spectre de S III [5] et l'étude de l'effet Zeeman des raies les plus intenses. Les huit multiplets

	$a3d^3P - a4p^3P$	$a3d^3P - a4p^3D$
$a3d^3D - a4p^3S$	$a3d^3D - a4p^3P$	$a3d^3D - a4p^3D$
$a4s^3P - a4p^3S$	$a4s^3P - a4p^3P$	$a4s^3P - a4p^3D$

sont représentés par les 40 raies classées ci-après. J'ai pris pour le terme $a4s^3P_2$ la valeur 135600.

---

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) J. Gilles, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1109 et p. 1354.

(3) J. Gilles, *J. de Physique*, **9**, 1928, p. 965.

(4) I. Ingram, *Phys. Rev.*, **32**, 1928, p. 172.

(5) Certaines de ces raies ont déjà été attribuées à S III par L. et E. Bloch.

		Intensité.			Intensité.
4527,77	$a\,3d^3D_2 - a\,4p^3D_1$	1	3838,30	$a\,4s^3P_2 - a\,4p^3P_2$	3,5
4499,23	$a\,3d^3D_1 - a\,4p^3D_1$	1,5	3837,75	$a\,4s^3P_1 - a\,4p^3P_1$	2
4478,44	$a\,3d^3D_3 - a\,4p^3D_2$	1	3831,81	$a\,4s^3P_0 - a\,4p^3P_1$	1,5
4467,76	$a\,3d^3D_2 - a\,4p^3D_2$	1,5	3794,65	$a\,3d^3D_2 - a\,4p^3S_1$	1
4439,86	$a\,3d^3D_1 - a\,4p^3D_2$	3	3778,83	$a\,4s^3P_1 - a\,4p^3P_2$	1
4418,22	$a\,4s^3P_2 - a\,4p^3D_1$	2	3774,61	$a\,3d^3D_1 - a\,4p^3S_1$	0
4364,77	$a\,3d^3D_3 - a\,4p^3D_3$	4	3750,84	$a\,3d^3P_1 - a\,4p^3D_1$	2
4361,57	$a\,4s^3P_2 - a\,4p^3D_2$	5	3748,00	$a\,3d^3P_0 - a\,4p^3D_1$	3,5
4354,58	$a\,3d^3D_2 - a\,4p^3D_3$	4	3717,83	$a\,4s^3P_2 - a\,4p^3S_1$	5
4340,25	$a\,4s^3P_1 - a\,4p^3D_1$	5	3710,45	$a\,3d^3P_2 - a\,4p^3D_2$	2
4332,69	$a\,4s^3P_0 - a\,4p^3D_1$	6	3709,39	$a\,3d^3P_1 - a\,4p^3D_2$	5
4285,00	$a\,4s^3P_1 - a\,4p^3D_2$	5	3662,03	$a\,4s^3P_1 - a\,4p^3S_1$	4
4253,51	$a\,4s^3P_2 - a\,4p^3D_3$	6	3656,72	$a\,4s^3P_0 - a\,4p^3S_1$	3
3985,95	$a\,3d^3D_1 - a\,4p^3P_0$	3	3632,09	$a\,3d^3P_2 - a\,4p^3D_3$	6
3983,75	$a\,3d^3D_2 - a\,4p^3P_1$	4	3387,10	$a\,3d^3P_1 - a\,4p^3P_0$	4
3961,56	$a\,3d^3D_1 - a\,4p^3P_1$	3	3370,38	$a\,3d^3P_2 - a\,4p^3P_1$	3
3928,59	$a\,3d^3D_3 - a\,4p^3P_2$	5	3369,53	$a\,3d^3P_1 - a\,4p^3P_1$	3
3920,29	$a\,3d^3D_2 - a\,4p^3P_2$	1	3367,18	$a\,3d^3P_0 - a\,4p^3P_1$	3
3899,27	$a\,4s^3P_2 - a\,4p^3P_1$	1	3324,83	$a\,3d^3P_2 = a\,4p^3P_2$	4
3860,69	$a\,4s^3P_1 - a\,4p^3P_0$	1,5	3323,97	$a\,3d^3P_2 - a\,4p^3P_1$	2

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la mesure du dépôt actif du radium par le rayonnement γ pénétrant.* Note [1] de Mme **Irène Curie**, présentée par M. J. Perrin.

Un certain nombre de déterminations importantes en radioactivité exigent l'évaluation du nombre de millicuries de RaC présents à un instant déterminé sur une surface activée dans le radon : on compare pour cela le rayonnement γ pénétrant du dépôt actif à celui d'un étalon de radium en équilibre avec le RaB et le RaC. La mesure est tout à fait directe si le rayonnement γ du RaC pénètre seul dans la chambre d'ionisation; mais pour réaliser cette condition, il faut supprimer le rayonnement un peu moins pénétrant du RaB en interposant une forte épaisseur de plomb, ce qui réduit beaucoup l'intensité de l'ionisation à mesurer. Si le rayonnement du RaB n'est pas complètement absorbé, il convient de faire à la mesure directe une correction, variable, au cours du temps, avec la proportion du RaB au RaC; la correction peut être évaluée

(1) Séance du 26 décembre 1928.

si l'on connaît, par exemple, la fraction K de l'ionisation attribuable au RaB, quand le RaB et le RaC sont en équilibre radioactif, comme c'est le cas dans l'étalon du radium.

Slater [1] a déterminé K pour des épaisseurs croissantes de plomb en étudiant l'augmentation du rayonnement pénétrant d'une ampoule contenant primitivement du radon privé du dépôt actif; il m'a paru utile de contrôler ses résultats par une méthode tout à fait différente.

Une source de Ra(B + C) obtenue par activation saturée dans le radon produit simultanément des courants d'ionisation I_M et I_N dans deux chambres M et N. On mesure la différence i des courants I_N et I_M en chargeant les deux chambres de signe contraire et en réunissant les électrodes isolées au même quadrant d'un électromètre. La chambre M est celle pour laquelle on désire déterminer K; la chambre N est recouverte d'une épaisseur de plomb suffisante pour arrêter complètement le rayonnement β du RaB (plus de 27^{mm}). On règle la distance de la chambre N à la source de telle sorte que $i = I_N - I_M = 0$ à l'origine du temps quand le dépôt actif est en équilibre.

Soient B et C le nombre d'atomes des corps RaB et RaC, b et c leurs constantes radioactives, $\alpha = \frac{bB}{cC}$ le rapport du nombre d'atomes détruits. Pour $t = 0$, $\alpha = 1$, $i = 0$, et la fraction de I_M due au RaB est K par définition.

$$I_N = kCc, \qquad I_M = k[(1-K)Cc + KBb] = kCc[1 - K(1-\alpha)],$$
$$i = I_N - I_M = kCcK(1-\alpha).$$

Or

$$\frac{dC}{dt} = bB - cC = -cC(1-\alpha), \qquad 1 - \alpha = -\frac{1}{c}\frac{1}{I_N}\frac{dI_N}{dt},$$
$$i = k\frac{dc}{dt}, \qquad \frac{i}{I_N} = K(1-\alpha).$$

i croît rapidement en valeur absolue, passe par un maximum très étalé pour $t = 38'$ environ quand $\frac{dC}{dt} = 0$, puis décroît lentement, jusqu'à zéro pour $t = \infty$; $\frac{i}{I_N}$ croît continuellement de 0 (pour $\alpha = 1$) à $K\frac{b}{c} = K \times 0,735$ $\left(\text{pour } t = 0,\ \alpha = \frac{c-b}{c}\right)$. En suivant la variation de I_N et de i, on peut

(1) SLATER, *Phil. Mag.*, 44, 1922, p. 300.

calculer à chaque instant la valeur de $1 - \alpha$ et en déduire K; la valeur de K calculée pour diverses époques doit rester constante.

Résultats expérimentaux. — La chambre M avait des parois de plomb; le rayonnement y pénétrait à travers une plaque de plomb circulaire de 15^{cm} de diamètre, d'épaisseur e; la source était placée à une distance d de la surface intérieure de cette plaque, suivant l'axe.

Exp. 1 : $d = 9^{cm}$; $e = 10^{mm}$: $K = 3{,}6$ pour 100.

Exp. 2 : $d = 10^{cm}$; $e = 15^{mm},2$, plus 3^{mm} de laiton : $K = 1$ pour 100.

Exp. 3 : $d = 14^{cm}$; $e = 20^{mm},5$: $K = 0{,}4$ pour 100.

En faisant une correction à l'épaisseur réelle du plomb pour tenir compte de l'épaisseur traversée par les rayons obliques, on constate que ces résultats sont en très bon accord avec les résultats de Slater : il ne m'a pas paru utile. dans ces conditions, d'essayer d'autres épaisseurs de plomb.

Conclusions. — Pour la valeur de K relative à des conditions déterminées d'épaisseur de plomb, on peut donc se référer à la courbe donnée par Slater. La mesure du RaC, faite par rapport à un étalon de radium ou de radon en équilibre avec le dépôt actif à évolution rapide, doit être corrigée en divisant le nombre obtenu par $1 - K(1 - \alpha)$. Dans le cas du Ra(B + C) obtenu par activation saturée on a en fonction du temps d'évolution

t	0.	5^m.	10^m.	30^m.	40^m.	1^h.	$1^h\frac{1}{2}$.	∞.
$1 - \alpha$	0	0,05	0,12	0,365	0,435	0,53	0,605	0,735

La correction à apporter à la mesure du RaC varie donc de 0 pour le dépôt actif en équilibre à $0{,}735 \times K$ pour le dépôt actif qui a atteint l'équilibre de régime. Dans les expériences où l'on attend une demi-heure pour commencer les mesures afin que le Ra A soit complètement détruit la correction varie de $0{,}365\,K$ à $0{,}735 \times K$.

Par exemple dans les expériences de Mme Irène Curie et M. Frédéric Joliot (1) sur le courant produit par millicurie de RaC′, on avait $K = 1$ pour 100 et la correction variait au cours d'une expérience de $0{,}46 \times K$ à $0{,}67 \times K$ environ; elle était donc de 0,57 pour 100 en moyenne et sa variation au cours d'une expérience était de 2 pour 1000 du courant mesuré, donc inférieure aux erreurs expérimentales.

(1) Mme Irène Curie et Frédéric Joliot, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1722; 187, 1928, p. 43. — Dans ces expériences les conditions d'absorption du rayonnement γ_1 étaient celles de l'expérience 2 mentionnée plus haut.

GÉOLOGIE. — *Sur le Secondaire des massifs charriés subbétiques entre Moratalla et la bordure de la zone bétique.* Note (¹) de M. **P. Fallot**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai montré (²) qu'entre Nerpio et le Rio Segura la limite des massifs charriés subbétiques passe plus au Sud qu'on ne le croyait. La vaste région contiguë au Trias du bord sud-est de la Meseta apparaît entre Nerpio, Molinicos et Moratalla comme autochtone, caractérisée par un Crétacé à faciès d'Utrillas. Elle prolonge au Nord-Est la zone, reconnue en 1927 entre Cazorla, Orcera et Santiago de la Espada, où le Crétacé est déjà zoogène et comporte des marnes à *Vicarya*.

Les massifs charriés que j'ai suivis sur un front de plus de 100^{km}, des Sierras de Duda et Sagra à Calasparra, font reposer, sur cette série à faciès épicontinentaux, les formations en majeure partie bathyales du Jurassique et du Crétacé de la zone subbétique.

On doit aux beaux travaux de D. Daniel Jimenez de Cisneros des connaissances précises sur la région de Caravaca où il a décrit en détail le Lias à faciès alpin. Ailleurs, j'ai rencontré des niveaux et des faciès ignorés jusqu'ici.

Le Trias présente un type assez constant, caractérisé par son Keuper germanique à marnes rouges et à gypse. Les calcaires à pistes du Muschelkalk qui l'accompagnent localement semblent, le plus souvent, arrachés et noyés dans les marnes (B^{co} Yeseras), comme aussi des dolomies bleues et grises, d'un faciès retrouvé en place au bord de la chaîne bétique. Ailleurs (collines entre Cehegin et Calasparra-El Paraiso) ce Trias moyen est puissant.

Sur le Keuper reposent normalement, en divers points, des dolomies grises qui paraissent représenter le Lias inférieur et moyen. Au Rincon de Egea et au Col de la S^{a} de Gavilan, M. Jimenez de Cisneros a révélé l'existence de calcaires ivoirins à *Pygope Aspasia* Meneghini et *Phylloceras cylindricum* d'Orb. sp. Au second de ces gisements ce calcaire supporte un *Ammonitico rosso superiore* analogue à celui que R. Douvillé a trouvé 100^{km} plus au Nord-Ouest. Ce niveau apparaît au pied du Gavilan à l'est du B^{o} de Castillicos et y supporte des marno-calcaires gris stériles sans doute aalé-

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

(²) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1150.

niens. Plus au Sud dans le massif de la Sierra de Pedro Ponce, on retrouve sur un Toarcien marno-calcaire l'Aalénien à *Phylloceras Gardani* Vac. et *Cœloceras longalvum* Vac., qui représente le faciès de San Vigilio.

Dans les montagnes de Caravaca, la série des calcaires noduleux ou en fausses brèches reparaît au-dessus de l'Aalénien avec le Bajocien-Bathonien à teintes lie de vin, très analogue au Dogger de Majorque. Plus au Sud dans le massif de Pedro Ponce, ce type est remplacé par des marno-calcaires à *Cadomites* et *Cancellophycus*.

Au pied du Gavilan, le Dogger passe vers le haut à une fausse brèche plus compacte et terne. Dans ses bancs supérieurs apparaissent des silex en réseau noduleux. Ailleurs, et peut-être aussi au Buître, cette masse, qui embrasse l'Oolithique moyen, paraît en partie dolomitisée. Je n'y ai pas trouvé de fossiles.

Le Tithonique présente son faciès classique dit de Cabra, selon les endroits plus clair et rosé ou plus violacé.

Cette succession de niveaux, réalisant divers types de fausse brèche, semble en partie du moins être représentée dans la Peña Rubia où je crois pouvoir mentionner des assises à *Peltoceras bicristatum* Qu., du Séquanien à *Neumayria hemipleura* Font. et peut-être le Kiméridgien, qui précèdent le Tithonique sous un faciès noduleux rouge analogue, causant des confusions.

Plus au Sud, ce faciès, comme pour le Lias, ne semble pas s'étendre dans la Sª de Pedro Ponce. Soit au versant sud de la Selva, soit dans la Sierrecita de la Cabras (massif de l'Espuña), les seules fausses brèches que j'aie retrouvées, d'ailleurs plus compactes, ivoirines, à peine rosées, sont celles du Tithonique.

Vers Caravaca, le Crétacé est formé de Néocomien à faciès profond surtout fossilifère à la base (carapace et pied nord de la Peña Rubia), puis de marnes stériles, blanches, terminées par du Sénonien à *Rosalina*.

Sous le front du Trias charrié, dans des masses appartenant peut-être à un paquet de charriage, j'ai trouvé au pied sud de la Sª La Puerta, l'Aptien à Orbitolines et Échinides (ravin K.5,2, route de Caravaca à Calasparra) et du Sénonien à *Pachydiscus*. Plus à l'Est, sous la dolomie charriée du San Miguel, apparaît le Gault à *Turrilites*.

Le Sénonien à *Rosalina* que, pour la partie septentrionale du domaine étudié, je ne connais qu'aux abords du Rincon de Egea et vers Jorquera, forme, par contre, une longue bande synclinale écrasée au pied sud de la Selva, impliquée vers l'Ouest dans des renversements (Madroño, Nord-Ouest de la Zarzadilla de Totana). Il est très largement étendu plus à

l'Ouest encore, au Sud et surtout au Nord, de la Sierra de Maria et du Gigante où il a été confondu jusqu'ici avec le Trias.

A cette série crétacée bathyale s'oppose dans le massif de l'Espuña, à la limite du domaine bétique, un Gault glauconieux à Échinides et Ammonites, transgressif sur le Jurassique.

Ainsi, les terrains secondaires de la zone subbétique apparaissent dans le tronçon étudié avec un faciès bathyal, nettement différent du type épicontinental de l'avant-pays, tandis qu'au Sud, en bordure de la zone bétique, un Lias supérieur à oolite ferrugineuse, un Malm en calcaires oolithiques blancs, un Crétacé incomplet et néritique indiquent une sédimentation en eau peu profonde, peut-être le long d'une zone géanticlinale.

GÉOLOGIE. — *Sur les relations tectoniques entre le Bétique de Malaga et le Bétique de Grenade.* Note (¹) de M. **Maurice Blumenthal**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai montré par des observations lithologiques et des coupes que la zone de Cogollos Vega représente, entre les nappes des Alpujarrides et le complexe subbétique, la continuation du Bétique malaguais (²). D'importantes conséquences tectoniques découlent de cette constatation.

Le charriage de cette zone est admirablement apparent au pied nord-ouest de la Sierra de Nivar. On y observe (La Vegueta, 2^km Est-Nord-Est de Cogollos Vega) les schistes et grauwackes du Paléozoïque supérieur (Culm-Dévonien) extrêmement broyés, reposant sur la carapace de dolomies de la nappe de Lanjaron; des zones rouges de grès et conglomérats du Permo-Trias, probablement coincés en synclinaux, s'allongent dans les schistes. Le Bétique proprement dit, qui atteint dans la province de Malaga des milliers de mètres d'épaisseur, est réduit ici, dans ces couches supérieures, à quelques centaines de mètres.

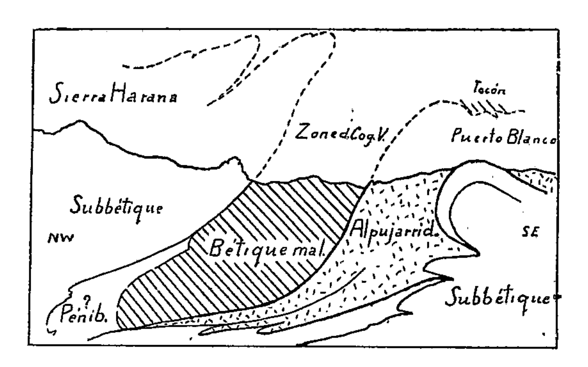
La surface de chevauchement de la base de la zone de Cogollos Vega trouve peut-être son pendant dans une surface analogue séparant ce Bétique du calcaire liasique subbétique de la Sierra Harana qui le recouvre sur toute la longueur de la zone. Des recherches détaillées sont encore nécessaires pour décider si cette superposition correspond au revêtement normal

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

(²) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1059.

du Bétique, ce qui est la conception de M. van Bemmelen, et qui ferait du Subbétique et du Pénibétique un tout unique, ou si ces deux ensembles doivent être séparés. Me basant sur des observations faites plus à l'Ouest, j'incline à voir dans la Sierra Harana plutôt un pli en retour d'un Subbétique [1] enraciné au nord de la Sierra Nevada; celle-ci s'étant encapuchonnée de telle sorte que le Bétique s. l. s'enfonce sous le Subbétique de la Sierra Harana.

Le Pénibétique, d'autre part, étant reconnu ailleurs comme représentant le revêtement du Paléozoïque de Malaga, ne saurait être supposé ici comme existant en profondeur au-dessous des unités mentionnées. Son absence dans la zone de Cogollos Vega doit s'expliquer soit par des mouvements tectoniques, soit par une lacune originelle. Les calcaires qui apparaissent en fenêtre dans les dolomies des Alpujarrides seraient à raccorder à un Subbétique peut-être autochtone ou parautochtone; leur faciès est conforme à cette interprétation; ces relations, naturellement hypothétiques, sont esquissées dans la figure ci-dessous.



La présence du Bétique de Malaga charrié sur celui de Grenade et jalonnant les Alpujarrides le long de leur bord nord fait supposer qu'une nappe de telle importance doit être représentée ailleurs par des témoins intermédiaires. Il conviendrait, à ce sujet, d'examiner si les *klippes* nombreuses de schistes cristallins (Tocón, etc.), que M. van Bemmelen a tracées sur les dolomies de la nappe de Lanjaron ne peuvent être considérées comme appartenant au Bétique de Malaga. Dans ce cas, la nappe supérieure des Alpujarrides (nappe de Guajar) à laquelle elles sont attribuées par l'au-

(1) M. P. Fallot s'est aussi posé cette question en donnant une section transversale de l'extrémité Est de cette chaîne subbétique.

teur cité (¹) devrait être considérée comme limitée aux régions sud (Sierra de las Guájaras), ce qui serait aussi conforme à sa moindre importance plus à l'Ouest.

Les rapports du Bétique de Grenade avec celui de Malaga sont masqués par le large bassin miocène de Grenade. La connexion des unités structurales n'apparaît qu'au Sud par les Sierras Almijara et Tejeda et y laisse entrevoir que la nappe de Lanjaron renaît en un bombement allongé et important qui, affecté d'un abaissement axial rapide, disparaît vers l'Ouest sous les schistes du Bétique malaguais. A l'Ouest de la transversale de Velez Malaga règnent les plis confus et monotones de cette vaste entité; toutefois au delà du Rio Guadalhorce, le Trias à faciès alpin réapparaît, formant les arêtes principales de la Serrania de Ronda. J'appellerai cet élément, homologue des Alpujarrides, les Rondaïdes.

GÉOLOGIE. — *Sur le rôle tectonique des granites et granulites du pourtour occidental du bassin houiller de Saint-Étienne.* Note (²) de M. **A. Demay**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai indiqué précédemment (³) dans quelles conditions le complexe tectonique cévenol, réduit d'abord à deux nappes, puis à une seule, celle de Laval ou des miscaschistes, se prolonge sur le pourtour occidental du bassin houiller de Saint-Étienne. Dans la région de Firminy, ces deux nappes reposent sur du granite qui prolonge celui des Cévennes septentrionales. A côté de ce granite sûrement autochtone et plus au Nord jusqu'à Saint-Just-sur-Loire existent des massifs granitiques et des granulites (granites à deux micas) dont le rôle tectonique est moins évident. Des recherches récentes me permettent d'apporter à cet égard des faits nouveaux qui précisent ou modifient les conclusions antérieures.

Le granite de la Gampille qui affleure au sud de Firminy entre les micaschistes et le Houiller est un granite alcalin porphyroïde, laminé ou

(¹) P. Fallot, *Sur l'âge des plissements dans la partie Est de la chaîne subbétique* (*Comptes rendus somm. Soc. géol. France*, 4ᵉ série, 28, 1928, p. 163). — R. W. van Bemmelen, *Bijdrage tot de geologie der betische ketens in de provincie Granada* (Waltmann, Delft, 1927, p. 101).

(²) Séance du 26 décembre 1928.

(³) A. Demay, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1062.

mylonitique. Il a été attribué dès 1906 par MM. Termier et Friedel (¹) à une nappe charriée (nappe A) (²). MM. Friedel et Grandjean, en 1910, réduisent le domaine de la nappe (dite alors nappe supérieure) aux deux petits massifs de la Gampille et de Cizeron (³). Après une étude nouvelle, la position recouvrante du granite de la Gampille sur les micaschistes de la nappe de Laval me paraît évidente de trois côtés, douteuse seulement à première vue au nord-est de Saint-Ferréol, par suite d'un repli aigu de la surface de charriage, repli que j'ai observé aussi pour la surface de contact anormal sous-jacente à la base de la nappe de Laval. Par cette position anormale qui n'est certainement pas d'origine intrusive, par l'intensité des phénomènes dynamiques au contact de base, le granite de la Gampille, qui diffère pétrographiquement du granite autochtone voisin, appartient sans aucun doute à une nappe qui chevauche la nappe de Laval, c'est-à-dire la plus haute des nappes cévenoles.

Le granite de Cizeron est un granite à grain assez gros, parfois porphyroïde, qui affleure comme le granite de la Gampille en bordure du Houiller, mais bien plus au Nord, à moins de 4^{km} de Saint-Just-sur-Loire. Malgré ces analogies, il me semble appartenir au substratum autochtone. Sur la rive droite du ruisseau de Cizeron, il s'enfonce nettement sous les micaschistes de la nappe de Laval qui, près du contact, plongent vers le Nord-Ouest et le dominent topographiquement. Près du confluent du ravin de Landuzière et du ruisseau de Cizeron, il affleure à moins de 30^{m} du granite autochtone. Sur un seul point, près de Landuzière, le granite domine topographiquement les micaschistes verticaux et mylonitiques, ce qui s'explique par un pincement local de la nappe de Laval. Le granite de Cizeron apparaît ainsi sous cette nappe dans une fenêtre que ferme l'isthme étroit de Landuzière. On ne saurait retenir contre une telle interprétation la position du granite de Cizeron en bordure du Houiller, puisque non loin de là l'érosion antéstéphanienne a creusé jusqu'au granite sûrement autochtone. Quant au faciès, il peut être observé à hauteur de Roche-la-Molière en divers points dans l'Autochtone, associé au faciès normal; et c'est également le faciès du granite de Saint-Just dont nous discutons plus loin le rôle tectonique, mais dont en tout cas la position au-dessous de la nappe des micaschistes n'est pas douteuse.

(¹) Termier et Friedel, *Comptes rendus*, 142, 1906, p. 1003.

(²) Termier et Friedel, *C. R. somm. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, 7, 1907, p. 192.

(³) Friedel et Grandjean, *Bull. Serv. Cart. géol.*, 20, 1909-1910, p. 500.

Le granite de Saint-Just est parfois porphyroïde; sur d'autres points il est seulement plus feldspathique et de grain un peu plus gros que le granite normal de la région de Saint-Étienne. Il a été attribué par MM. Friedel et Grandjean à une nappe spéciale qui serait comprise entre « les granulites écrasées du substratum » et la nappe des micaschistes et dont il ne subsisterait aucune autre trace. Pourtant le granite, écrasé sous la nappe des micaschistes, est intact dès qu'on s'en écarte et passe progressivement à la granulite. Près de la Baraillère, il existe entre les deux termes une véritable auréole d'imbibition granulitique constituée par de la microgranulite et par des quartz. Sur le plateau de Chénieux, la granulite est étroitement mêlée au granite et injecte même au-dessus de lui les micaschistes de la nappe de Laval. Le granite de Saint-Just me semble ainsi la partie haute du substratum autochtone que traverse la granulite intrusive. Les passages mylonitiques observés par M. Friedel traduisent sans doute des décollements locaux dans le substratum.

J'ai indiqué dans des notes antérieures que les venues granulitiques des Cévennes septentrionales sont postérieures aux charriages. Sur le pourtour occidental du bassin de Saint-Étienne, il existe des traces d'écrasement dans les granulites et surtout dans des bancs d'allure granulitique intercalés au milieu des micaschistes. Pourtant ces faits m'ont paru secondaires en regard d'autres observations. Je citerai en particulier les filonnets de granulite qui, près du contact de Bruchère, traversent le granite de la nappe de la Gampille. Au microscope la granulite est intacte, sans déformation des plans de macle des plagioclases et des lamelles de muscovite, et le granite présente au contraire l'aspect d'une brèche mylonitique typique. De même près du pont de Saint-Just-sur-Loire des filons de granulite traversent le granite autochtone écrasé sous la nappe des micaschistes. A l'ouest de Firminy, la masse granulitique de la Rivorre a absorbé indifféremment le granite autochtone, la nappe de Pouyardière et les micaschistes de la nappe de Laval. On doit en conclure que s'il y a eu en certains points développement de faciès granulitiques avant les mouvements principaux, dans l'ensemble les venues granulitiques sont, ici comme dans les Cévennes, postérieures au charriage des nappes.

En résumé le granite de la Gampille appartient à une nappe qui chevauche la plus haute des nappes cévenoles. Le granite de Cizeron semble être au contraire un granite autochtone qui apparaît sous la nappe de Laval dans une fenêtre fermée par l'isthme étroit de Landuzière. Le granite de Saint-Just appartient lui aussi au substratum autochtone. Enfin,

sur le pourtour occidental du bassin houiller de Saint-Étienne, les venues granulitiques sont, dans l'ensemble, postérieures au charriage des nappes cévenoles et de la nappe de la Gampille.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Cercles de galets observés à l'île Jan Mayen.* Note (¹) de M. **Louis Dangeard**, présentée par M. J. Charcot.

Les régions subarctiques, telles que l'Islande, présentent fréquemment des formes de nivation (²) qui sont dues à l'existence d'un sol profond toujours gelé et à l'alternance répétée de gels et de dégels se produisant dans les couches superficielles. Les sols plats, formés de pierres et d'argile, prennent une disposition réticulée caractéristique (sols polygonaux), dans laquelle les pierres, triées par ordre de grosseur, limitent des mailles qui sont parfois d'une étonnante régularité. On sait que ces phénomènes ont été observés également dans les montagnes (³), au voisinage de la zone des neiges éternelles.

Au cours de la dernière croisière du *Pourquoi-Pas?* (juillet-août-septembre 1928), j'ai remarqué, à l'île Ian Mayen, une curieuse disposition des galets rappelant celle que présentent les pierres des sols polygonaux.

Cette île est située au nord-est de l'Islande, par 71° de latitude. Elle possède sur sa côte Nord une lagune séparée de la mer par un large cordon littoral. Le long de cette lagune, sur une distance de plusieurs centaines de mètres, des galets basaltiques, compacts ou scoriacés, sont répartis en cercles plus ou moins réguliers ayant, en moyenne, 1^{m} de diamètre; ils ont des dimensions comprises entre celles du poing et celles de la tête; quelques-uns ont été brisés sous l'influence de la gelée. L'intérieur des cercles, légèrement déprimé, contient surtout du sable et de petites pierres.

J'ai retrouvé ces cercles de galets en plusieurs points de l'île où nous avons pu effectuer de courts débarquements : à la baie Mary Muss, au trou des Morses, à la baie du Sud; ils se produisent à la partie supérieure des cordons littoraux qui possèdent des galets partiellement enfouis dans le sable.

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

(²) E. de Martonne, *Traité de Géographie physique*, 4ᵉ édition, 2, p. 858.

(³) Robert Douvillé, *Sols polygonaux ou réticulés* (*La Géographie*, 31, 1916-1917, p. 241).

Les galets de la baie du Sud montrent, en outre, d'autres dispositions remarquables. Ils forment parfois des monticules arrondis, peu saillants, ayant environ $0^{m},50$ de diamètre; ces petits amas réguliers, composés d'éléments de même taille, sont séparés par des zones de sable. Enfin, au voisinage du talus atteint par les grandes marées, les galets limitent des mailles, grossièrement polygonales (voir la figure), pouvant atteindre



Disposition des galets à la baie du Sud (île Jan Mayen).

2^{m} de diamètre; au milieu se trouve une cuvette, profonde de $0^{m},50$ à 1^{m}, qui ne contient que du sable.

Les dispositions du sol qui viennent d'être décrites sont nettement apparentées aux formes de nivation habituelles, et le triage des éléments peut être expliqué, comme dans le cas des sols polygonaux, par l'intervention de pressions s'exerçant dans un sol hétérogène. Elles représentent donc, en quelque sorte, un faciès particulier des sols polygonaux, faciès observé à la partie supérieure de certains cordons littoraux.

De plus, les cuvettes de la baie du Sud ont peut-être été creusées par des glaçons transportés par la mer sur le haut de la grève.

BOTANIQUE. — *Le spermatozoïde de* Cephalozia bicuspidata (*L.*) *Dum.* Note (¹) de M. G. CHALAUD, présentée par M. Molliard.

Les études de Spermatogénèse chez les Hépatiques contiennent relativement peu de renseignements sur les dimensions exactes des cils et du corps du spermatozoïde adulte. A l'exception d'une indication assez générale fournie par Bolleter (1905), d'après laquelle le corps du spermatozoïde de *Fegatella* mesure de 13 à 20$^{\mu}$ et les cils une longueur double, les données que nous possédons sont assez récentes. Voici les principales :

	Corps du spermatozoïde.	Cils antérieur.	Cils postérieur.
Sphærocarpus (CH. et R. Douin, 1917).....	15 à 20$^{\mu}$	»	»
» (Rickett, 1923).............	16 à 20$^{\mu}$	44$^{\mu}$	46,5 à 50$^{\mu}$
Fossombronia angulosa (Showalter, 1926)...	47$^{\mu}$	27$^{\mu}$	30$^{\mu}$
Fossombronia pusilla (Chalaud, 1928).......	39 à 45$^{\mu}$	32 à 40$^{\mu}$	32 à 40$^{\mu}$

Chez *Sphærocarpus* (Rickett), comme chez *Fossombronia angulosa* (Showalter) et chez *F. pusilla* (Chalaud), le cil antérieur est terminal et le cil postérieur situé à une petite distance en arrière (2$^{\mu}$,5 chez *F. pusilla*).

Si l'on compare ces trois Hépatiques relativement aux spermatozoïdes, on remarque que la plus grande (*F. angulosa*) a le corps le plus long et la plus petite (*Sphærocarpus*) le corps le plus réduit; pour les cils, c'est l'inverse. Il semblerait qu'il existe un rapport entre les dimensions du spermatozoïde et de ses cils, d'une part, et la taille de la plante, d'autre part.

Pour étudier cette question, j'ai fixé aux vapeurs osmiques et coloré à l'hématoxyline ferrique les spermatozoïdes d'une très petite Hépatique. *Cephalozia bicuspidata* (L.) Dum. Pour être certain d'obtenir les organes mâles à l'état adulte, j'ai laissé s'écouler 10 à 15 minutes avant d'exposer les préparations aux vapeurs osmiques.

En laissant de côté les spermatozoïdes incomplètement mûrs ou restés plus ou moins enroulés dans les préparations, j'ai observé que la longueur du corps de ceux qui sont mûrs varie de 42$^{\mu}$,5 à 51$^{\mu}$,5. Toutes les préparations ayant été obtenues par le même procédé et les gamètes qui ont fourni les nombres extrêmes se trouvant sous la même lamelle, on est obligé d'admettre qu'il existe, chez *Cephalozia bicuspidata*, une variation

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

assez étendue dans la longueur du corps du spermatozoïde; cette variation serait ici égale à 9^{μ}, c'est-à-dire au $\frac{1}{5}$ de la longueur moyenne du corps.

Il n'est pas possible de noter une différence dans l'épaisseur du corps qui est uniformément de $0^{\mu},2$ à $0^{\mu},3$.

Les deux cils sont toujours d'inégale longueur, le cil postérieur surpassant le cil antérieur de $2^{\mu},5$ à 7^{μ}. Voici leurs dimensions : cil antérieur, $28^{\mu},5$ à $31^{\mu},5$ (moyenne 30^{μ}); cil postérieur, 31^{μ} à $35^{\mu},5$ (moyenne $33^{\mu},2$). Pour le cil antérieur, la plus grande variation ne dépasse pas $\frac{1}{10}$ de la longueur moyenne; pour le cil postérieur, elle peut atteindre $\frac{1}{7}$.

Le cil antérieur n'est pas parfaitement terminal; en avant de son point d'insertion se trouve une petite proéminence de $0^{\mu},2$ à $0^{\mu},5$. Le cil postérieur est inséré assez loin en arrière, à une distance variant de 3 à 5^{μ}.

Comparées aux données numériques indiquées, pour d'autres espèces, par Bolleter, Rickett, Showalter ou par moi-même, ces mesures font ressortir avec une grande netteté qu'il n'existe pas nécessairement un rapport direct ou inverse entre la taille d'une Hépatique et les dimensions du corps ou des cils de son spermatozoïde.

De plus, cette étude des organes mâles de *Cephalozia* permet de dégager les faits suivants :

1° Le point d'insertion du cil antérieur de *C. bicuspidata* se trouve à une très courte distance de l'extrémité antérieure du spermatozoïde ($0^{\mu},2$ à $0^{\mu},5$);

2° Le cil postérieur est inséré assez loin en arrière (3 à 5^{μ});

3° Le cil postérieur est toujours le plus long; il dépasse le cil antérieur de $2^{\mu},5$ à 7^{μ};

4° Le corps du spermatozoïde est plus long que les cils (comme chez *Fossombronia*);

5° La longueur de chacune des parties du spermatozoïde varie dans des limites comprises entre le $\frac{1}{10}$ et le $\frac{1}{5}$ de la partie considérée.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Origine et évolution du mannitol chez les végétaux*. Note (1) de M. **F. Obaton**, présentée par M. Molliard.

Le mannitol existe chez un grand nombre de végétaux. On le trouve aussi bien chez les Champignons que chez les Algues et les plantes supé-

(1) Séance du 26 décembre 1928.

rieures. Nous avons étudié son évolution chez deux végétaux différents : le *Sterigmatocystis nigra* Van Tieghem, et le Céleri (*Apium graveolens* L.) et nous indiquons dans cette Note les conclusions générales auxquelles nos recherches sur ces deux plantes nous ont amené.

Le *Sterigmatocystis* est cultivé à 35°C. sur un liquide nutritif à base d'azotate d'ammoniaque et de saccharose. On constate que sur ce milieu les mycéliums possèdent, en valeur absolue, de même que par rapport à leur poids, une quantité de mannitol qui va sans cesse en augmentant de 24 à 48 heures. Si on fait varier les conditions de la culture, en remplaçant l'azotate d'ammoniaque par le chlorhydrate, ce qui donne un liquide devenant acide, ou en maintenant le milieu à la neutralité par addition de carbonate de calcium, l'aspect de la courbe de la formation du polyol est toujours identique. Remplaçons le saccharose par le mannitol lui-même, le graphique du polyol contenu dans le mycélium ne présente pas de grandes variations. Seul le maximum atteint est plus élevé. La teneur relative au poids sec est de 18 pour 100 contre 10 et 7 sur les milieux précédents.

Le polyol diminue à partir de 48 heures et à peu près proportionnellement au temps, que la fructification se produise ou que le champignon reste stérile (milieu acide). Il est utilisé dès que le liquide n'est plus très riche en sucre. On peut donc le considérer comme une substance de réserve se formant pendant la vie très active, alors qu'il y a beaucoup de sucre dans le milieu, et disparaissant dès que cette quantité tombe au-dessous d'une certaine valeur.

A côté du mannitol existe chez le *Sterigmatocystis* un autre glucide, le tréhalose, dont l'évolution est très différente. Elle n'est pas en effet sous la dépendance directe de la richesse en carbone du milieu. Elle est conditionnée par son acidité. En liquide normal, la proportion de tréhalose augmente dès que l'acidité diminue, c'est-à-dire au début de la fructification. Si l'on cultive la moisissure sur chlorhydrate d'ammoniaque l'acidité devient très forte; le tréhalose ne se forme jamais. Sur milieu maintenu constamment neutre, l'élaboration de cette substance se fait au fur et à mesure que les filaments se développent. Par l'expérience on peut démontrer qu'il n'y a pas de rapport entre l'évolution du mannitol et celle du tréhalose.

Chez le céleri on trouve le polyol aussi bien dans les limbes que dans les pétioles et dans la racine. Il est produit par l'assimilation chlorophyllienne dans le limbe des feuilles. On peut mettre ce fait en évidence en plaçant des feuilles sur de l'eau à l'obscurité, la racine étant sectionnée au collet.

Dans ces conditions le mannitol est évacué des limbes vers les pétioles où l'on retrouve la quantité existant initialement dans les deux organes. Quand on transporte ces feuilles à la lumière on constate que le mannitol se trouvant dans les pétioles n'a pas varié, mais qu'il en est apparu dans les limbes une quantité nouvelle qui mesure la production dans le temps et les conditions de l'expérience. Les limbes élaborent donc le polyol, les pétioles sont des lieux de passage et d'accumulation momentanée, la racine constitue le réservoir définitif pour cette substance. Le mannitol est surtout formé au début de la première année de la végétation, c'est-à-dire au moment où l'assimilation chlorophyllienne est la plus intense. Rappelons que chez le *Sterigmatocystis* il est élaboré quand la nutrition carbonée est très active.

Il y a en outre, dans toutes les parties de la plante et spécialement dans la racine, du saccharose qui augmente surtout dans cet organe pendant l'hiver, c'est-à-dire au moment où l'assimilation chlorophyllienne est très restreinte. Il y a encore là un rapprochement à faire avec le tréhalose qui chez le *Sterigmatocystis* s'élabore indépendamment de la quantité de carbone actuellement présente dans le liquide. Pendant l'utilisation du saccharose, au cours de la seconde année du céleri, on remarque qu'à partir d'un certain seuil, le polyol disparaît à son tour. Quand on cultive la moisissure sur un mélange de mannitol et de saccharose on retrouve le même seuil.

En résumé, après avoir étudié l'évolution du mannitol chez deux plantes aussi différentes que le *Sterigmatocystis* et le céleri, on peut admettre qu'il s'agit d'une substance de réserve; le polyol nous apparaît comme jouant le même rôle que le saccharose et le tréhalose en particulier, mais sa formation ne semble pas être en rapport direct avec ces derniers.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Protéolyse et protéogénèse chez les plantes ligneuses au début de la période active de végétation.* Note [1] de MM. **R. Combes** et **M. Piney**, présentée par M. M. Molliard.

L'étude des variations quantitatives que subissent les substances azotées dans les différents organes d'une plante ligneuse a permis de préciser l'importance et les limites de la migration azotée qui a lieu, au début de la période active de végétation, des tiges et des racines vers les jeunes feuilles

(1) Séance du 26 décembre 1928.

en voie de croissance (¹). Il nous a paru utile de compléter ces premières données en déterminant comment varient, au cours de cette période, d'une part les substances azotées de nature protéique, et d'autre part, les substances azotées solubles.

La séparation des deux groupes de corps a été réalisée, chez le Hêtre jeune, par l'action à froid, sur les organes finement pulvérisés, de l'acide trichloracétique à 10 pour 100. A chaque récolte — tous les mois — quarante plantes étaient traitées, les dosages portant séparément sur les feuilles, les tiges et les racines.

Dans le tableau ci-dessous se trouvent réunis les résultats de ces dosages, exprimés en milligrammes, et rapportés à 100^g de substance sèche, ainsi que les valeurs des rapports de l'azote protéique à l'azote soluble qu'ils ont permis de calculer.

		Déc.	Janv.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juil.
Feuille	Az. prot...	-	-	-	1512(²)	2492	2045	1807	1918
	Az. sol...	-	-	-	344(²)	286	135	73	85
	Rapport..	-	-	-	4,39(²)	8,70	15,06	24,64	22,36
Tige	Az. prot...	888	934	818	796	691	638	505	520
	Az. sol...	260	271	295	403	193	96	60	79
	Rapport..	3,41	3,44	2,76	1,97	3,57	6,64	8,41	6,55
Racine	Az. prot...	652	761	673	670	594	563	466	450
	Az. sol...	227	260	262	399	188	192	67	86
	Rapport..	2,86	2,92	2,57	1,68	3,16	3,17	6,94	5,20

L'examen de ces variations des deux formes de substances azotées, compte tenu des variations qu'éprouve parallèlement la substance sèche (³), conduit aux déductions suivantes :

1° Au milieu de l'hiver, en février, la baisse du rapport de l'azote protéique à l'azote soluble, dans la tige et dans la racine, traduit le début d'une protéolyse qui se poursuit au cours du mois de mars.

2° Dès l'ouverture des bourgeons, en avril, ce rapport augmente brusquement dans tous les organes, et l'augmentation continue jusqu'en juin. Pendant le mois d'avril, en même temps que de petites quantités de substances azotées sont absorbées dans le sol (l'azote total augmente en effet

(¹) R. COMBES, *Annales de Physiologie et de Physico-chimie biologique*, **3**, 1927, p. 333.

(²) Les bourgeons se sont ouverts en avril; ce résultat est donc relatif aux jeunes feuilles enfermées dans les bourgeons encore clos.

(³) R. COMBES, *loc. cit.*, p. 349.

légèrement dans l'ensemble de la plante), une part importante des matériaux contenus dans les organes vivaces passe dans les feuilles en voie de croissance; la hausse rapide du rapport chez les feuilles met donc en évidence, dans ces organes, une protéogénèse intense qui utilise activement l'azote venant des organes pérennants. La tige et la racine perdant au profit des feuilles, à la fois des substances protéiques et des substances azotées solubles, il faut en conclure que la protéolyse s'y poursuit pendant l'épanouissement des feuilles; la hausse du rapport de l'azote protéique à l'azote soluble provient ici de ce que l'émigration de l'azote soluble est plus rapide que ne l'est l'hydrolyse des protéides.

3° En mai se produit une légère diminution des substances azotées dans tous les organes; l'ensemble de la plante perd de l'azote (1), la perte portant en grande partie sur l'azote protéique; les phénomènes de protéolyse dominent donc ceux de protéogénèse dans la racine, la tige et les feuilles.

4° En juin une baisse de la proportion de l'azote total a lieu dans les divers organes; elle doit être attribuée à ce que la photosynthèse, alors en pleine activité, enrichit rapidement les tissus en glucides. L'augmentation du rapport de l'azote protéique à l'azote soluble montre qu'à ce moment la protéogénèse l'emporte sur la protéolyse, tout au moins dans la feuille et la tige. Il en va de même en juillet, puisque la proportion d'azote protéique croît en même temps que les plantes augmentent de poids; la baisse légère que marquent à ce moment les rapports de l'azote protéique à l'azote soluble indique seulement que la protéogénèse n'utilise pas l'azote soluble aussi vite qu'il arrive dans les organes.

Par conséquent, dans les tiges et dans les racines, au milieu de l'hiver, en février, au moment où les arbres paraissent être en période de repos, et deux mois avant que l'ouverture des bourgeons ne marque extérieurement l'entrée en vie active, commence une protéolyse qui se poursuit jusqu'en mai; le phénomène s'atténue alors, puis c'est au contraire la protéogénèse qui l'emporte jusqu'en juillet. Dans les feuilles, une protéogénèse intense commence dès l'ouverture des bourgeons, et se continue pendant toute la durée de la croissance de ces organes, jusqu'en mai; un arrêt semble alors se produire, et les phénomènes de protéolyse deviennent même dominants; la protéogénèse reprend ensuite son activité et l'emporte à nouveau sur la protéolyse jusqu'en juillet.

---

(1) R. Combes, *loc. cit.*, p. 351.

GÉNÉTIQUE. — *Nouvelles recherches sur le nombre des chromosomes chez les hybrides des Iris des jardins* (Iris germanica *Hort.*). Note (¹) de M. **Marc Simonet**, présentée par M. Molliard.

Nous avons signalé (²) qu'il existait chez les Iris des Jardins (*Iris germanica* Hort.) des espèces tétraploïdes et des hybrides tétraploïdes, triploïdes, hypotriploïdes. Les espèces diploïdes ont $n=12$ et $2n=24$, ce sont les types anciens tels que : *Iris pallida* Lam., *Iris variegata* L., *Iris florentina* L., etc. Les espèces tétraploïdes ayant $n=24$ et $2n=48$ sont les *Iris cypriana* Foster et Baker., *Iris trojona* A. Kern., *Iris macrantha* Hort. (Amas), toutes à grandes fleurs, d'introduction récente et d'origine orientale. Nous avons signalé que toutes ces espèces ont été croisées entre elles et ont donné naissance, depuis le début du xxᵉ siècle, à des hybrides intéressants pour la plupart à grandes fleurs. Leur étude cytologique nous avait permis de découvrir un hybride tétraploïde (Ambassadeur), un hybride triploïde (Ballerine) et un hybride hypotriploïde (Alliés).

La présente Note a surtout pour objet de faire connaître le nombre diploïde de chromosomes chez un certain nombre d'*Iris germanica* Hort., à très grandes fleurs.

Signalons tout d'abord que nous avons découvert un hybride hyperpentaploïde; la variété « Magnifica » (Vilmorin 1914) possède, en effet, $2n=62$ (*l'hybride pentaploïde aurait normalement* $2n=60$).

Nous avons également trouvé plusieurs hybrides hypertétraploïdes. Les variétés « Dominion » (Bliss 1917), « Alhambra » (Vilmorin 1907) et « Lent A. Williamson » (Williamson 1916) ont $2n=50$. Dans notre précédente Note nous avions signalé la variété « Ambassadeur » (Vilmorin 1915) comme ayant $2n=48-50$; de nouvelles observations nous permettent d'affirmer aujourd'hui que cette variété a exactement $2n=50$. La variété « Shelford Chieftain » (Foster 1909) est encore un hybride hypertétraploïde avec $2n=49$.

Deux hybrides tétraploïdes ont été découverts. Ce sont les variétés « Tamerlan (Vilmorin 1904) et « Alcazar » (Vilmorin 1909) qui ont toutes deux $2n=48$.

Nous avons aussi observé un hybride hypotétraploïde en la variété « Souvenir de Madame Gaudichau » (Millet 1914) qui possède $2n=47$.

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

(²) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 840.

Parmi les hybrides triploïdes susceptibles d'exister nous avons déjà signalé la variété « Ballerine » (Vilmorin 1910); « Isoline » (Vilmorin 1904) se trouve avoir également $2n = 36$.

Nous n'avons pas découvert de nouvel hybride hypotriploïde. Précisons que la variété « Alliés » (Vilmorin 1920) a exactement $2n = 35$.

La présence d'hybrides hypertétraploïdes, hypotétraploïdes et hypotriploïdes provient très vraisemblablement de ce que ces plantes donnent, par suite de leur état hybride, des gamètes ♀ et ♂ ayant un nombre variable de chromosomes en raison d'irrégularités dans les mitoses hétérotypiques et homéotypiques, lors de la formation des cellules sexuelles. L'étude des caryocinèses de réduction nous montrera très probablement des anomalies; d'ailleurs Longley [1] a, tout récemment, signalé la présence de deux chromosomes surnuméraires chez la variété « Jacquesiana ».

L'existence d'un hybride hyperpentaploïde est extrêmement intéressante. Sa formation suppose très vraisemblablement la conjugaison d'un gamète hypertétraploïde avec un gamète haploïde; $n = 50 + n = 12$ donneraient en effet un hybride possédant bien $2n = 62$. L'existence de ce gamète hypertétraploïde peut avoir plusieurs origines. L'hypothèse la plus intéressante paraît celle qui supposerait les hybrides tétraploïdes susceptibles de donner en dehors de leurs gamètes diploïdes à $n = 24$ des gamètes tétraploïdes à $n = 48$, soit par duplicature de leurs chromosomes, soit par manque de réduction. Ce fait est déjà connu chez les hybrides. Roger de Vilmorin et moi [2] avons signalé ce fait chez certaines variétés de pommes de terre. D'autre part, les hybrides pentaploïdes de *Raphanus* × *Brassica* de Karpechenko [3] n'auraient pas d'autre origine.

De toute façon, cette apparition d'une forme pentaploïde anormale permet d'envisager d'autres combinaisons caryologiques susceptibles d'être retrouvées ou créées, si toutefois celles-ci sont viables. Ceci est surtout important chez les Iris où le nombre des chromosomes est en rapport direct avec le gigantisme floral de la plante. La variété « Magnifica » est en effet la variété horticole ayant les plus grandes fleurs.

En terminant, signalons la présence constante de satellites dans les méta-

(1) E. Longley, *Bull. of the Am. Iris Soc.* n° 29, 1928, p. 43-49.

(2) R. de Vilmorin et M. Simonet, *Verhand. des Intern. Congresses für Vererbungs.* 2, Berlin, 1927, p. 1520-1536.

(3) D. Karpechenko, *Bull. of App. Bot. of Genet. and plant Breed.*, 17, 1927, p. 305-410.

phases somatiques de ces Iris. Leur nombre est différent suivant les variétés. Ainsi il y en a deux dans « Ambassadeur » et cinq chez « Lent. A. Williamson ».

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *Sur la dégradation des sols tropicaux causée par les feux de brousse et sur les formations végétales régressives qui en sont la conséquence.* Note [1] de M. **Aug. Chevalier**, présentée par M. L. Mangin.

J'ai montré dans une précédente Note comment, dans la plupart des régions tropicales du globe, et spécialement au Brésil, l'homme amène peu à peu la substitution à la forêt dense tropicale des *campos* (prairies) et des *cerrados* (forêts basses xérophiles). Il établit sur l'emplacement de la forêt défrichée des cultures temporaires qui sont bientôt envahies par l'*Imperata*, dont les parties aériennes desséchées sont consumées chaque année par les feux de brousse.

Cette graminée n'est pas la seule plante inflammable qui s'installe sur l'emplacement des forêts tropicales après la destruction de celles-ci.

A. de Saint-Hilaire est sans doute le premier naturaliste qui ait compris le rôle des feux de brousse dans la dégradation du tapis végétal et qui ait montré que les incendies d'herbes substituaient par étapes successives la maigre prairie des campos à la forêt primitive.

I. Dans le sud-est du Brésil, après le défrichement et l'abandon des cultures, se développent dans les terres non encore épuisées les *Imperata*, dans les terres médiocres et peu acides le *Tricholæna rosea* ou le *Melinis minuiflora*, graminées importées d'Afrique tropicale, dans les terres très acides ayant l'apparence de nos landes, le *Pteridium aquilinum* (c'est le *Pteris caudata* de Saint-Hilaire). Toutes ces espèces sont des envahisseurs peu exigeants qui ne s'installent jamais que sur les places libres. Quelques espèces autochtones vivent au milieu des envahisseurs, mais en colonies peu prospères.

II. Si le feu de brousse (le feu sauvage, suivant l'expression de Perrier de la Bâthie) continue à sévir les espèces que nous venons de citer, disparaissent progressivement; elles sont remplacées par des pyrophytes (pour la plupart pantropiques), dont la partie aérienne brûle chaque année et qui s'accommodent du sol dégradé, cuit à la surface et transformé en latérite. Ces plantes sont pour la plupart des graminées vivaces, aux souches

[1] Séance du 26 décembre 1928.

en saillie sur le sol et aux chaumes durs (*Andropogon*, *Heteropogon* et *Cymboyogon*). Il s'y mêle aussi, suivant la nature du sol, certaines espèces autochtones qui, sous l'action du feu, changent de port, restent naines et fleurissent à contre-saison, constituant de véritables races saisonnières pyrophytes. C'est la flore des *queimadas* si bien décrite il y a un siècle, par A. de Saint-Hilaire.

Nous avons rencontré une flore tout à fait homologue dans les pays dévastés par le feu de brousse en Afrique tropicale et en Indochine, et Perrier de la Bâthie ainsi que H. Humbert ont signalé une végétation semblable à Madagascar.

La brousse d'arbustes bas xérophytes incendiés annuellement qu'on observe dans l'Amérique du Sud, dans l'Afrique et l'Asie tropicales offre aussi la plus grande analogie dans ces divers pays.

III. Le feu sauvage continuant à sévir chaque année, au cours de la saison sèche, soit sur les campos, soit sur la brousse xérophyte, amène une dégradation de plus en plus grande du sol. Il devient très dur à la surface et parfois se fendille; sa latéritisation est accélérée. Au moment de la saison des pluies, si le sol est en pente, l'eau coule dans les fentes et les ravins, la surface est décapée et les dernières traces de terre végétale sont entraînées; une latérite stérile, entièrement lessivée est mise à nu.

Les plantes du campos qui ont survécu jusqu'à ce moment sont affamées et succombent à la saison sèche. Toutefois un groupe de plante appartenant à la famille des Graminées arrive à s'accomoder de ces conditions si défavorables en retenant un peu d'humus à la base en saillie. Ce sont les *Aristida*. Au Brésil l'*Aristida pallens* Cav. ou *Barba de Bodé* est le seul végétal qui subsiste dans les campos les plus dégradés.

Pour Madagascar, Perrier de la Bâthie a signalé que l'*Aristida similis* dans le domaine central, et l'*A. rufescens* dans le domaine occidental marquent aussi le stade final de la dégradation des prairies. Les touffes des *Aristida* sont souvent espacées et le feu ne peut plus se propager dans les steppes qu'elles forment.

Enfin en Afrique occidentale dans les endroits où l'argile latéritique elle-même a été entraînée par l'érosion et où n'a persisté que la cuirasse de conglomérat ferrugineux dénudée décrite par A. Lacroix, aucune végétation ne subsiste, sauf dans les fentes de la cuirasse.

Les lichens et les mousses font longtemps défaut sur ce conglomérat; de place en place seulement s'élèvent sur la roche d'origine latéritique des Cypéracées caulescentes (*Eriospora pilosa* et *Microdracides squarrosus*) fixées étroitement à la roche, dont les tiges sont garnies d'un épais revêtement de gaînes de feuilles mortes. Ces

plantes vivent sur la roche à la manière des plantes épiphytes et peu à peu elles se garnissent à la base d'une motte d'humus qui hébergera par la suite d'autres plantes. C'est ainsi que se reconstitue une mince couche de sol humique à la surface des tables ferrugineuses de la Guinée française.

Un manteau de terre végétale, parfois épais de plusieurs décimètres (dans le Haut-Chari par exemple) peut arriver au bout de plusieurs siècles à recouvrir la cuirasse latéritique.

CYTOLOGIE. — *Sur les cellules vésiculeuses chez l'*Anomia ephippium. Note [1] de M. **Louis Semichon**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

J'ai rencontré chez cette espèce une forme de cellules vésiculeuses (dites de Langer), renfermant des inclusions albuminoïdes très consistantes fortement réfringentes et rappelant par leur aspect des granulations vitellines. Le cytoplasme est réparti en une mince couche périphérique et en tractus minces parcourant l'intérieur de la vésicule. Les cellules vésiculeuses sont disposées en amas de contour plus ou moins arrondi, formant des groupes assez bien délimités les uns des autres, tandis que les cellules qu'ils contiennent sont tellement appliquées les unes contre les autres que la limite de chacune d'elles est souvent difficile à reconnaître.

C'est surtout dans le manteau que les cellules vésiculeuses sont abondantes, entre les ramifications de l'ovaire et du testicule, mais aussi autour de l'hépatopancréas et des muscles adducteurs.

Ailleurs elles forment des groupes plus petits plus ou moins espacés au milieu du tissu conjonctif. Le contour des groupes est toujours plus ou moins arrondi.

Les inclusions albuminoïdes n'ont pas une forme invariable. Rarement elles se présentent sous l'état sphérique ou sous la forme d'un ovoïde régulier, le plus souvent leur contour est plus ou moins dissymétrique et leurs dimensions supérieures à celles des noyaux des cellules qui les contiennent. Dans chaque cellule, elles sont en petit nombre. Par leur aspect et leur grande réfringence elles ressemblent à des produits de réserve que l'on trouve soit dans le vitellus d'un grand nombre d'œufs, soit dans le corps adipeux des insectes. Elles s'en rapprochent aussi par leurs affinités pour les colorants. Vis-à-vis des colorants les inclusions ne

(1) Séance du 26 décembre 1928.

peuvent être considérées comme de simples éosinophiles. Elles se colorent très bien par la safranine, et parmi les colorants acides, elles retiennent électivement des colorants nitrés tels que l'aurantia et le jaune Victoria même lorsque ces derniers se trouvent, en solution aqueuse, au millième associés à un autre colorant acide au deux-centième. Dans le mélange d'aurantia et d'éosine suivant ces proportions c'est l'aurantia qui reste fixée sur les inclusions après lavage à l'alcool et montage au baume ou à la résine Dammar.

La présence d'inclusions albuminoïdes volumineuses dans les cellules vésiculeuses de l'*Anomia ephippium* L semble être en rapport avec une particularité biologique de ce mollusque. Car je n'ai rien rencontré de semblable chez les autres lamellibranches examinés comparativement : Huîtres, Moules, *Cardium*, *Venus*, *Dosinia*, fixés de la même façon, et soumis à l'action des mêmes solutions colorantes.

Dans ces divers Mollusques, les granulations que j'ai pu voir dans les cellules vésiculeuses étaient toujours très petites quand parfois j'en ai rencontré qui semblaient analogues.

ANATOMIE. — *Sur les organes sensoriels palléaux de* Rostanga coccinea *Forbes*. Note [1] de M. **Alphonse Labbé**, présentée par M. L. Joubin.

La partie dorsale du manteau du Doridien *Rostanga coccinea* Forbes est recouverte de petits tubercules que les auteurs ont décrits comme de simples papilles coniques. En réalité ce sont des organes sensoriels complexes, mobiles, dont nous ne connaissons pas d'équivalents dans le règne animal, et que, par suite de leur ressemblance avec des clous de girofle, je dénommerai *caryophillidie* (de καρυοφύλλον, *clou de girofle*) [2].

Ces organes émergent d'environ 300-400$^{\mu}$ au-dessus de l'épithélium palléal, mais se continuent dans l'intérieur du manteau d'une quantité à peu près égale. Ils sont écartés les uns des autres d'environ 300$^{\mu}$, et disposés d'une façon assez régulière. Chacun d'eux a l'aspect d'une pyramide à sommet inférieur inclus dans les tissus sous-jacents et dont le polygone de

---

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) Mac Farland donne de ces organes une indication brève, mais erronée, sans figure, et se rapportant à *Rostanga pulchra* Mac Farland [*Opistobranchiate Mollusca from Monteray Bay, California* (*Proc. biol. Soc. Washington*, 17, 1905, p. 37)].

base se creuse en une coupe dont la cavité renferme un gros bouton sphérique épithélial, en rapport avec un nerf.

Le squelette de ce curieux appareil est formé de six ou sept longs et gros spicules calcaires, en bâtonnets irrégulièrement fusiformes écartés à la partie inférieure, ou *base*, à la façon des baleines d'un parapluie demi-fermé. A la base, les spicules rapprochés sont englobés dans une substance fondamentale conjonctive qui part de chaque spicule pour se réunir au centre comme une étoile à six ou sept branches. Dans les intervalles des gros spicules, sont des spicules plus petits transversaux ou obliques. Enfin des fibres musculaires lisses, les unes internes à l'appareil, les autres externes, viennent s'attacher sur lui et le rendent mobile et rétractile. Cette base compliquée a quelque analogie avec la lanterne d'Aristote des Oursins réguliers.

Tout l'appareil est recouvert par l'épiderme qui se continue dans la coupe formée par l'écartement distal des spicules. L'intérieur de la caryophillidie est constitué par du tissu conjonctif dont la trame est formée de fibroblastes fusiformes et étoilés, avec fibrilles conjonctives intracellulaires et intercellulaires qui se ramifient et s'anastomosent entre elles.

Enfin, au centre de la coupe, le bouton épithélial hémisphérique est formé par une couche de grosses cellules cylindriques non ciliées dont certaines sont des cellules glandulaires à granulations cyanophiles ou éosinophiles, les autres renferment des bâtonnets analogues aux *rhabdites* des Turbellariés. Le centre du bouton est comblé par d'autres cellules semblables. A sa base, se trouve un gros nerf qui occupe le centre de la caryophillidie, et qui envoie des terminaisons dendritiques dans les cellules épithéliales du bouton.

Quel est le rôle de cet appareil curieux et compliqué? Nous l'ignorons. Nous noterons cependant que, dans le bouton sensoriel, il y a du pigment rouge garance, semblable à celui qui colore tout le manteau, mais aussi du pigment noir; bien qu'il n'y ait aucune trace d'appareil réfringent, on pourrait penser à un œil rudimentaire, voisin des yeux papillaires des Oncidiadés. D'autre part la présence de rhabdites indique peut-être une parenté avec les sacs cnidophores des Eolidiens.

L'étude comparée des appendices palléaux d'autres Nudibranches holohépaticés nous permettra peut-être de résoudre cette question. Cependant, les Doridiens que nous avons pu étudier jusqu'ici, n'ont présenté aucun organe spécial, sauf peut-être *Triopa claviger* Müller, chez lequel cependant l'organe terminal des papilles n'est pas comparable à une caryophillidie.

D'après une brève indication de Vayssière ([1]), il est possible que les tubercules dorsaux de *Jorunna Johnstoni* Ald. et Hanc. se rapprochent de ceux des *Rostanga*.

HISTOLOGIE. — *Passage de cellules hypophysaires dans le liquide céphalo-rachidien de la cavité infundibulaire*. Note de M. **Remy Collin**.

On sait qu'une partie notable de la substance colloïde qui résulte de la forme holocrine massive ou élémentaire des cellules hypophysaires est excrétée dans la substance nerveuse de l'appareil tubéro-infundibulo-pituitaire. En montrant, en 1924 et les années suivantes, la migration des formations colloïdes dans l'épaisseur de la paroi infundibulaire (constituée par des fibres nerveuses amyéliniques) et leur progression vers les noyaux neuroniques du *tuber cinereum*, j'ai posé la question de la *neurocrinie hypophysaire* ([2]). Mais une partie de la colloïde passe aussi dans le liquide céphalorachidien par la cavité infundibulaire. J'ai vérifié, en 1926, ce fait énoncé pour la première fois en 1908 par l'histologiste Hering et auquel les expériences de Cushing et Gœtsch, Carlson et Martin, Dixon et Trendelenburg, Janossy et Horwath, Mestrezat et Van Caulaert donnent une importante signification physiologique.

En reprenant récemment l'étude du complexe hypophysaire chez le Chat, j'ai eu l'occasion de faire de nouvelles observations d'où il résulte que ce sont non seulement des produits colloïdes qui passent dans la cavité infundibulaire (*recessus infundibuli*), mais des cellules hypophysaires entières, sinon intactes.

Le complexe hypophysaire du Chat comporte un lobe nerveux, massif enveloppé par la *pars intermedia*. Celle-ci est constituée par plusieurs assises de cellules chromophobes, de forme polyédrique, mesurant environ 10$^{\mu}$ de diamètre. La *pars intermedia*, limitée en dehors par la fente hypophysaire, est très étroitement appliquée sur la surface du lobe nerveux dans l'épaisseur duquel elle émet des bourgeons qui correspondent aux festons palléaux de Soyer. Les éléments de la *pars intermedia*, faiblement

([1]) A. Vayssière, *Recherches sur les Mollusques Opisthobranches du Golfe de Marseille* (*Ann. Museum Marseille*, 6, 1900-1901, p. 32, pl. III, fig. 24 *bis*).

([2]) *La neurocrinie hypophysaire* (*Archives de Morphologie générale et expérimentale*, fasc. 28, Paris, Doin, 1928, p. 55 et suiv.).

colorables, ont un cytoplasma lâche, renfermant des granulations pâles et quelques mitochondries éparses, et un noyau vésiculeux, pauvre en chromatine, renfermant un nucléole acidophile. Ces cellules dégénèrent sans cesse soit isolément, soit par placards; leur cytoplasma devient trouble et plus fortement colorable, le noyau devient pycnotique; dimensions à part, ces éléments dégénérants de la *pars intermedia* sont superposables aux cellules hypercyanophiles de la *pars anterior*. Finalement, ils se transforment en gouttes de colloïde qu'on peut suivre dans l'épaisseur du lobe nerveux. Ces gouttes franchissent à un moment donné la barrière épendymaire et se dissolvent rapidement dans le liquide céphalo-rachidien ou bien poursuivent leur migration dans l'épaisseur de la paroi infundibulaire.

Il arrive aussi que, sans dégénérer d'abord, des îlots de cellules détachées de la *pars intermedia* arrivent jusqu'au voisinage de la cavité infundibulaire en suivant de préférence les gaines périvasculaires ou les trajets tracés par les tiges des spongioblastes. Chez le Chat, le fond du *recessus infundibuli* n'est pas régulier, mais s'épanouit en évaginations digitiformes minces qui s'enfoncent assez loin dans le lobe nerveux. Au niveau de ces digitations, la barrière épendymaire se trouve refoulée localement par des îlots de cellules hypophysaires et ses éléments épithéliaux s'écartent et s'entassent de chaque côté d'un îlot en lui ménageant un passage.

A la faveur de ces solutions de continuité absolument normales, passagères et indépendantes de tout artefact, les îlots détachés de la *pars intermedia* pénètrent dans le fond du *recessus infundibuli* où ils dégénèrent sans passer par le stade de condensation cytoplasmique et de pycnose nucléaire, mais, semble-t-il, suivant le mode de nécrobiose granuleuse ou plasmarrhexis. Dans un cas, les cellules glandulaires intra-infundibulaires ont été suivies sur 26 coupes en série de 5µ d'épaisseur. Ces éléments avaient conservé leurs caractéristiques structurales, mais les parties périphériques de leur cytoplasma montraient un début d'effritement en granulations grossières semblables à celles où baignait l'îlot lui-même. Dans le même cas, une des digitations du *recessus infundibuli*, voisine de celle qui abritait l'îlot cellulaire, était remplie d'une colloïde compacte venant manifestement du lobe nerveux dans lequel elle se prolongeait par des traînées linéaires.

Ce mécanisme de la transmigration de cellules hypophysaires dans la cavité infundibulaire est, d'autre part, relié au mécanisme de la transmigration de gouttes de colloïde fabriquées dans la *pars intermedia* ou son voisinage par une disposition que j'ai observée chez une vieille chatte. Sous l'épithélium épendymaire encore intact, mais aminci, il existe un îlot de

cellules hypophysaires dégénérantes faisant hernie dans la cavité infundibulaire. La barrière épendymaire presque résorbée va livrer passage à de la colloïde encore cellulaire.

Ces observations montrent en définitive que le principe ocytocique, qui existe dans le liquide céphalo-rachidien, provient bien des cellules de la glande pituitaire (*pars intermedia*) et qu'il résulte de la fonte holocrine de ces cellules, soit qu'elle se produise à une certaine distance de la cavité infundibulaire, soit qu'elle se produise dans cette dernière.

Colloïde et cellules disparaissent d'ailleurs très rapidement par solution dans le liquide céphalo-rachidien et dès le canal infundibulaire et à plus forte raison le troisième ventricule, on n'en trouve plus de trace histologique.

ZOOLOGIE. — *Caractères sexuels chez un Crabe Oxyrhynque* (Macropodia rostrata *L.*). Note [1] de M. **Ch. Pérez**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

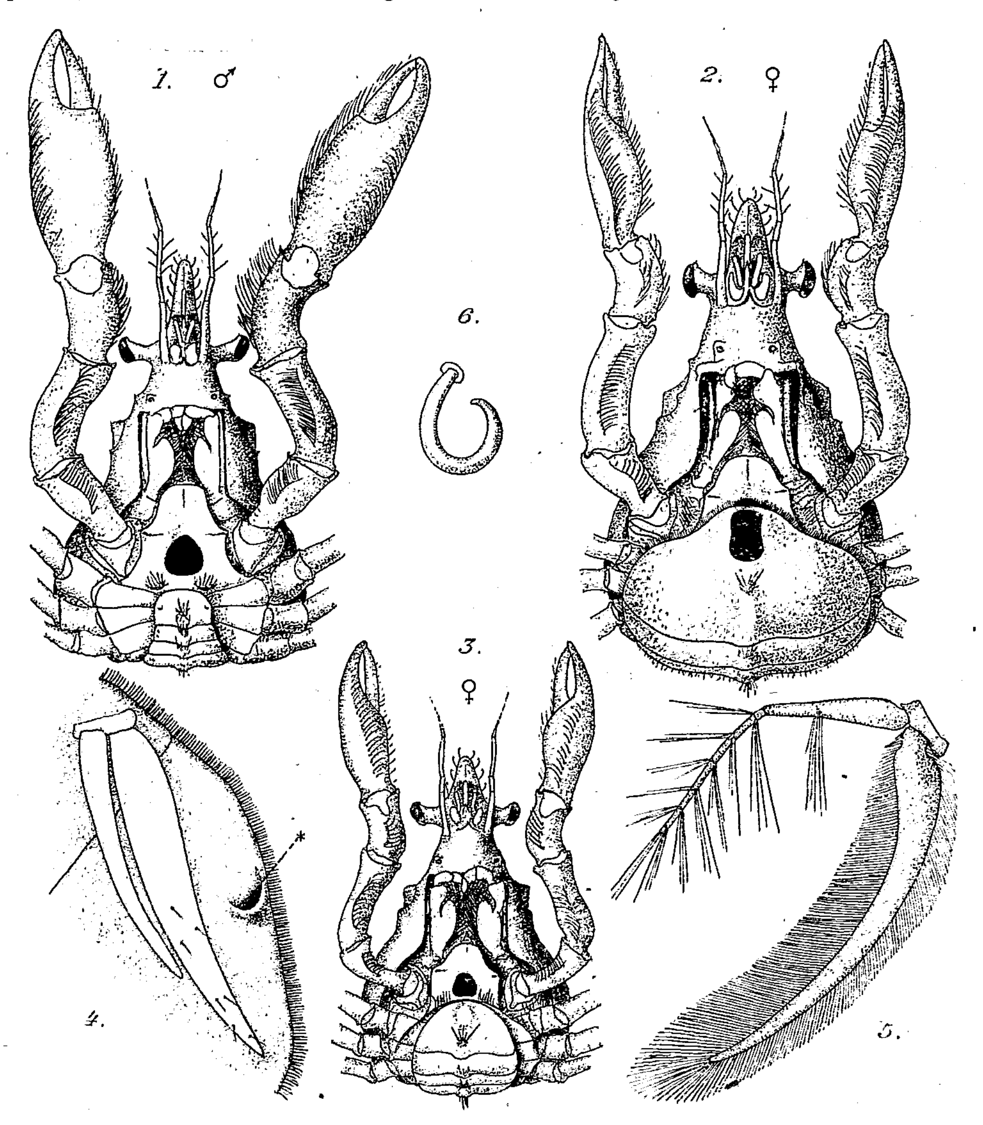
J'ai fait [2] une allusion sommaire aux caractères sexuels des Crabes Oxyrhynques; je les préciserai ici pour l'un d'eux, commun sur nos côtes, le *Macropodia rostrata* L. = *Stenorhynchus phalangium* M. Edw.

Chez le mâle, le plastron thoracique est déprimé, uniquement dans sa région médiane, par une assez étroite gouttière longitudinale, où se logent les stylets copulateurs. Cette gouttière est complètement masquée (*fig.* 1) par l'abdomen, rabattu sous le thorax et d'autant plus fermement boutonné que le telson est ici soudé au 6e segment du pléon. De contour général trapéziforme, cet abdomen est assez étroit : sa dimension transversale n'étant guère que le tiers de la largeur totale du thorax, mesurée jusqu'aux articulations des pattes, il laisse bien visibles, sur une largeur égale, les sternites correspondant aux pattes 2, 3 et 4. En avant, l'extrémité du telson affleure à peine, entre deux éminences hérissées de fortes soies, à la limite postérieure du plastron correspondant aux pinces.

Chez la femelle adulte, au contraire, la face ventrale du thorax présente, de ses bords vers son centre, une déclivité régulière, qui commence sur tout le pourtour, un peu en dedans des insertions des pattes, à une arête de

(1) Séance du 26 décembre 1928.
(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 461.

rebroussement portant une frange de soies couchées vers l'extérieur. Le pléon, libre de tout accrochage, forme une large cuillère, convexe du côté



Macropodia rostrata. — 1, mâle adulte; 2, femelle adulte; 3, femelle immature, faces ventrales × 2,7; 4, femelle immature, pl_6 et bord du telson; *, appareil d'accrochage, × 16,5; 5, femelle adulte, pl_6 × 8; 6, une sôie en crochet × 50.

dorsal, concave du côté ventral, et se rabat sous le thorax de manière à masquer entièrement les sternites jusqu'aux insertions des pattes (*fig.* 2); à l'état d'adduction complète, chez la femelle non gravide, le telson s'avance

jusqu'à recouvrir presque entièrement le plastron correspondant aux pinces et à ne guère laisser dégagé que celui des troisièmes maxillipèdes. Par leurs concavités tournées l'une vers l'autre le thorax et l'abdomen forment une sorte de boîte spacieuse où manœuvrent les pléopodes et qui reçoit la ponte. Les pléopodes, portés par les segments 2 à 5 ont deux rames tout à fait différentes : les endopodites, grêles et géniculés (*fig.* 5), portent plusieurs pinceaux de soies capillaires auxquels se fixent exclusivement les œufs pondus; les exopodites en lames arquées, de même courbure que le pléon lui-même, garnis sur leurs deux bords d'une riche frange de soies plumeuses, forment simplement une sorte de cage à claire-voie contribuant à protéger la ponte.

La femelle jeune, encore immature (*fig.* 3), se rapproche davantage de l'aspect du mâle. Le pléon, de contour cordiforme, est plat et boutonné; il est assez étroit pour laisser visible à droite et à gauche une bonne partie des sternites correspondant aux pattes 2, 3 et 4; en avant la pointe du telson dépasse à peine la limite postérieure du plastron des pinces, affleurant à l'arête de rebroussement qui commence à s'indiquer. Les pléopodes ont leurs deux rames presque semblables (*fig.* 4), en lames de faux, à peu près entièrement glabres et étalées à plat. Une mue de puberté fait passer la femelle de cette forme imparfaite à la forme achevée.

Des différenees sexuelles analogues se retrouvent chez tous les types du même groupe de Crabes, en particulier chez la *Maia squinado*.

ZOOLOGIE. — *Sur la localisation de l'absorption intestinale et le comportement des cellules absorbantes chez les chenilles d'un Lépidoptère* (Galleria mellonella *L.*). Note [1] de M. **Tchang-Yung-Taï**, présentée par M. Caullery.

En général, on a étudié le phénomène de l'absorption intestinale chez les insectes par la voie expérimentale. Les expériences ont soulevé la question de la localisation de la région absorbante. L'absorption a été localisée, suivant les auteurs, soit dans l'intestin antérieur (jabot), soit dans l'intestin postérieur, soit dans l'intestin moyen, qui, *a priori*, en est le lieu naturel.

Chez les chenilles de Lépidoptères, les cellules qui constituent l'épithélium fonctionel se répartissent, au point de vue morphologique, en deux

[1] Séance du 26 décembre 1928.

catégories : cellules cylindriques et cellules caliciformes. Parmi les auteurs qui ont étudié l'histologie du tube digestif de ce groupe d'insectes, certains semblent admettre implicitement que l'intestin moyen est l'organe d'absorption, puisqu'ils ont supposé que ses cellules cylindriques fonctionnaient à la fois comme cellules absorbantes et cellules sécrétantes. Cette dernière idée a d'ailleurs été adoptée pour d'autres groupes d'insectes, chez lesquels il n'y a qu'une catégorie de cellules fonctionnelles dans l'intestin moyen. Cependant, même chez les Lépidoptères, on a prétendu parfois que l'absorption pouvait avoir lieu dans une autre partie du tube digestif, par exemple dans l'intestin postérieur.

Toutefois, les constatations faites sur l'absorption intestinale des insectes, soit dans les conditions expérimentales, soit dans les conditions naturelles, restent encore vagues. On ignore d'ailleurs complètement, et ceci est cependant le point capital, comment se comportent les cellules épithéliales dans l'absorption.

Le phénomène d'absorption est assez facile à suivre chez les chenilles de la Mite des Abeilles (*Galleria mellonella*), qui se nourrissent de cire : lorsqu'on fixe leur tube digestif par un réactif à base d'acide osmique, on peut constater l'existence de gouttelettes graisseuses, noircies par l'osmium, et strictement localisées dans l'épithélium de l'intestin moyen.

Ces gouttelettes, souvent abondantes, se trouvent uniquement dans les cellules cylindriques et jamais dans les cellules caliciformes. On les trouve toujours dans presque tous les plis épithéliaux d'un tiers ou d'une moitié de la longueur de l'intestin moyen et, d'ailleurs, plus souvent dans la moitié antérieure que dans la moitié postérieure. A certains moments seulement, les gouttelettes graisseuses sont réparties dans tout l'intestin moyen. Ajoutons que les cellules cylindriques qui contiennent ces gouttelettes sont généralement celles qui sont situées près du sommet des plis épithéliaux.

Un fait remarquable est que, dans la portion de l'intestin dépourvue de graisses, les cellules cylindriques sont relativement intactes; tandis que, dans la portion qui renferme des graisses, ces cellules présentent des stades de dégénérescence : elles sont souvent déformées et vacuolisées. De telles cellules ne tardent pas à subir une destruction complète. Il s'en détache des particules de forme irrégulière, ou des corpuscules sphériques entourés chacun d'une membrane. Aussi trouve-t-on des gouttelettes graisseuses libérées dans la cavité intestinale, ou englobées dans ces corpuscules de desquamation. Il semble donc que les cellules cylindriques contenant des graisses soient des cellules très usées par leur fonction et dans lesquelles la circulation des matières graisseuses serait devenue difficile.

Lorsque les cellules cylindriques ont commencé à se desquamer, le processus continue jusqu'à la destruction complète : ces cellules ne régénèrent jamais leurs parties perdues pour rétablir leur forme primitive. Ce fait constitue la cause principale des rénovations épithéliales successives de l'intestin moyen que nous avons étudiées ailleurs ([1]).

De l'étude précédente, je conclus que, chez les chenilles de *Galleria mellonella :* 1° l'absorption des substances nutritives est assurée exclusivement par l'intestin moyen; 2° des deux catégories de cellules fonctionnelles de cet intestin, seules les cellules cylindriques sont absorbantes; 3° les cellules cylindriques se trouvent toujours complètement détruites à la fin d'une phase d'absorption. La même cellule ne peut donc être alternativement absorbante et sécrétante, comme on l'a souvent admis jusqu'ici.

ENTOMOLOGIE. — *La concurrence entre moustiques zoophiles et anthropophiles.* Note ([2]) de **M. J. Legendre**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Dans des Notes antérieures ([3]) j'ai signalé l'existence à Portrieux (Côtes-du-Nord) d'une race de *Culex pipiens* fuyant l'homme, j'ai relaté avoir transporté à Pons (Charente-Inférieure) en juin 1923 des spécimens de ce moustique pour essayer de le substituer à la race locale de la même espèce se nourrissant de sang humain. Depuis 1924 on n'est plus piqué par les moustiques à Pons malgré qu'il y en ait autant qu'autrefois et l'on n'en voit que si on les cherche.

Pendant l'été sec de 1928 j'ai fait dans cette localité, de fin juillet à fin septembre, les mêmes constatations qu'au cours de l'été pluvieux de 1927. Certains gîtes (auges, tonneaux) sont permanents quelle que soit la rareté des pluies; d'autres gîtes, alimentés par des eaux ménagères ou industrielles, quoique moins étendus et moins profonds qu'en 1927, pullulaient de larves et de pupes donnant naissance à des essaims d'imagos.

A 50^{m} d'une ferme sise à 500^{m} de Pons, une mare-abreuvoir montrait sur son pourtour un liséré noir très dense de larves et de pupes de *C. pipiens* d'où des imagos naissaient à tout instant. A la ferme ni les enfants ni les

---

([1]) *C. R. Soc. Biologie*, **98**, 1928, p. 204.

([2]) Séance du 26 décembre 1928.

([3]) J. Legendre, *La zoophilie chez les moustiques et son application à la prophylaxie* (*Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 789; **179**, 1924, p. 1351); *La lutte contre les moustiques par la concurrence interlarvaire* (*Ibid.*, **185**, 1927, p. 1520).

adultes n'étaient piqués; je me suis tenu à maintes reprises, de jour et de nuit, au bord de cette mare sans être approché par un moustique. Pendant plus d'une semaine j'ai gardé sur le bord de la fenêtre de ma chambre, ouverte de jour et de nuit, un récipient contenant des centaines de pupes rapportées de la mare; aucun des moustiques éclos ne pénétra dans la pièce ni ne piqua personne à l'extérieur.

Dans ma Note du 5 décembre 1927 j'ai déclaré n'avoir pas recherché l'aire de dispersion spontanée de la race de *C. pipiens* qui fuit l'homme et j'ai émis l'opinion que la « distance de plusieurs kilomètres qui sépare souvent bourgs et villages serait rarement franchie par l'insecte à moins de circonstance fortuite ». Un fait est venu cette année confirmer cette hypothèse. La cuisine d'une propriété située dans la campagne à 500^m de la ferme précédente était visitée par des moustiques, on était également piqué dans le jardin. On me pria d'intervenir. Je découvris l'unique gîte larvaire (baille) dans le jardin à 60^m de la maison. La baille fut vidée sur le sol, remplie à nouveau et reçut plusieurs centaines de larves et de pupes de la race zoophile récoltées dans la mare de la ferme. Aucun pétrolage, saupoudrage ou empoisonnement ne fut pratiqué. Un mois après on me signalait ne plus voir aucun moustique dans la cuisine, dans le jardin ni ailleurs. Cependant la baille où avaient été déposés les spécimens de la race zoophile était pleine d'œufs, de larves et de pupes, des imagos venant d'éclore reposaient sur ses parois intérieures. Les moustiques de la race piquant l'homme avaient donc abandonné ce gîte ou en avaient été éliminés par la race zoophile puisqu'on n'était plus piqué. La substitution de l'une à l'autre peut donc être rapide.

Certains se sont demandé si les *C. pipiens* zoophiles stricts de Bretagne mis en présence d'autres races humaines dans des pays où ils pourraient être introduits y conserveraient leurs habitudes de zoophile. On peut faire toutes les hypothèses et invoquer les exemples connus, plus ou moins analogues, d'animaux introduits dans un pays pour y combattre un autre animal nuisible et y devenant eux-mêmes nuisibles, tel la mangouste, importée contre les rats et les serpents, après avoir détruit rongeurs et ophidiens, attaquant les poulaillers pour se nourrir. Nul ne peut certifier que la race zoophile de *C. pipiens* le restera, malgré qu'elle le soit au moins depuis un siècle en Bretagne. On ne le saura que par l'essai *dans la nature et non par l'expérimentation au laboratoire*. Cette dernière forme d'observation, dans des conditions artificielles, simples et hors nature, conduit souvent à des erreurs en biologie humaine et animale.

C. pipiens transmet le paludisme des oiseaux, en Europe; dans les pays tropicaux il est réputé être un des vecteurs de la filaire du sang; dans les pays tempérés il n'est pas pathogène pour l'homme.

L'emploi de la race zoophile de *C. pipiens* pour éliminer les moustiques piquant l'homme peut être tenté, non seulement contre *C. pipiens*, mais aussi contre les autres Culicides domestiques, voire même contre les espèces rurales et sauvages. De même la race zoophile stricte d'*Anopheles maculipennis* que j'ai signalée en Bretagne, en Saintonge et en Provence, doit être introduite dans les districts paludéens, où la même espèce ou d'autres espèces propagent la malaria.

Il est difficile d'expliquer comment se fait la substitution de la race qui fuit l'homme à celle qui se nourrit sur lui, mais l'absence d'explication n'annule pas le fait. Le principe qui guida mes essais fut la connaissance que des poissons d'eau douce, poisson-chat et perche-soleil, importés d'Amérique en France, s'y sont multipliés aux dépens des espèces autochtones, que la carpe d'Europe avait fait de même au Canada. Il était logique de penser que les larves des moustiques zoophiles se feraient une place plus ou moins grande dans les eaux où on les introduirait, les résultats étant plus ou moins favorables selon la concurrence qu'elles y trouveraient.

Dans la lutte contre les moustiques importuns ou pathogènes, les méthodes inspirées des sciences naturelles et des mœurs de ces insectes se sont toujours montrées supérieures aux procédés physico-chimiques qui sont onéreux, et ne donnent que des résultats temporaires et incomplets.

EMBRYOLOGIE. — *La digestion de l'enveloppe tubaire interne de l'œuf par des ferments issus des spermatozoïdes, et de l'ovule, chez* Discoglossus pictus *Otth.* Note (¹) de M. **P. Wintrebert**, présentée par M. Caullery.

L'œuf ovarien du Discoglosse, muni de son chorion, s'entoure dans l'oviducte d'une gaine élargie en une sorte de bouchon au-dessus de la cuvette germinative, mince partout ailleurs, puis d'une enveloppe muqueuse. J'ai montré précédemment (²) les phases du dépôt de ces membranes et leurs modifications après la ponte. J'ai noté particulièrement les étapes de la

(1) Séance du 26 décembre 1928.
(2) *C. R. Soc. Biol.*, 98, 1928, p. 521, et 99, 1928, nº 38.

liquéfaction de la gaine tubaire interne à la suite de la fécondation. La dissolution du bouchon, souvent apparente après 15 minutes, toujours nettement visible au bout d'une demi-heure, est le signe le plus précoce qui, dans une ponte naturelle, désigne les œufs fécondés. La question se pose de connaître les facteurs qui déterminent cette digestion.

I. Le fait que les œufs en bon état de maturité, mis en présence du sperme de même espèce, montrent rapidement le délitement du bouchon, tandis que des œufs du même lot, déposés dans l'eau pure, ne le présentent pas après 12 heures, démontre nettement l'action efficace des spermatozoïdes.

Mais celle-ci peut n'être pas directe, ne pas leur appartenir en propre et dépendre de l'activation de l'ovule qu'ils ont suscitée. La rapidité d'exécution des phénomènes est pourtant en faveur de l'action directe, et ce que l'on sait de la formation et de la constitution de l'acrosome du spermatozoïde permet d'y localiser le ferment. Hope Hibbard a du reste (1) fourni la preuve de cette action directe, en mettant en contact, *in vitro*, à l'abri des fermentations microbiennes, bouchons et spermatozoïdes et en constatant après 24 heures la dissolution complète des premiers. Dans les conditions naturelles, la digestion se réalise beaucoup plus vite, mais il n'en est pas moins vrai que, par cette expérience, le pouvoir des spermatozoïdes est démontré sans conteste.

Des spermatozoïdes étrangers possèdent aussi la même action; ainsi l'insémination d'œufs de Discoglosse avec du sperme de Triton (*Molge vulgaris* L., *Molge palmata* Schneid.) liquéfie, à T. 18°, en 35 minutes, le bouchon et la moitié dorsale de la gangue tubaire, puis, en 2 heures environ, toute la gangue; la plupart des œufs sont activés, mais aucun ne se développe.

Il arrive que certains œufs mis en présence de spermatozoïdes, soit de même espèce, soit étrangers, ne présentent à bref délai aucun phénomène de digestion; les spermatozoïdes, longs, immobiles de *D. p.*, collés à la surface de l'enveloppe muqueuse, ne pénètrent pas dans l'œuf, probablement par suite d'un manque d'attraction chimiotactique ou électrostatique (2) de l'œuf, dû au mauvais état de l'ovule.

II. Le second problème à résoudre est celui de savoir si l'œuf est capable d'opérer, de son côté, la dissolution de l'enveloppe tubaire interne et dans

(1) Hope Hibbard, *Contribution à l'étude de l'ovogenèse, de la fécondation et de l'histogenèse chez* Discoglossus pictus *Otth.* (*Thèse Paris*, 1928, p. 31).

(2) Hope Hibbard, *loc. cit.*

quelles conditions. La mise en contact direct de la substance ovulaire et de l'enveloppe, en dehors de l'intervention des spermatozoïdes, par le procédé de la piqûre qui provoque la formation d'extraovats, montre que les diastases ovulaires issues de ceux-ci digèrent promptement la première gaine tubaire. Mais, sur le vivant, l'ovule normal entouré du chorion, ne peut agir qu'à travers celui-ci, par ses sécrétions.

Les exsudations ovulaires sont, au moment de la ponte, localisées chez *D. p.* au pôle animal, dans la cuvette germinative. Elles n'ont aucune influence sur le comportement du bouchon; car les œufs placés dans l'eau pure, à 16°, au sortir du cloaque, ne détruisent le bouchon qu'après 12 heures. Mais tous les œufs fécondés présentent en outre une émission de liquide périvitellin; celui-ci, chez *D. p.*, invisible sous le chorion autour de l'œuf, doit passer tout entier dans la cuvette. En dehors des raisons de vraisemblance, qui, par comparaison avec ce qui se passe dans les œufs des autres Amphibiens, autorisent à supposer la réalité de cette nouvelle émission, le soulèvement et la distension du chorion au-dessus de la cuvette et parfois l'apparition au fond de celle-ci d'un léger trouble sont de nature à la faire admettre. Mais le phénomène qui paraît à la fois démontrer sa présence et son action est la localisation des premières traces de délitement à la face inférieure du bouchon, juste au-dessus du chorion soulevé.

La situation précise de cette première plage liquéfiée, dans la région la plus proche de la cuvette ovulaire, témoigne même d'une action plus vive de la part de son contenu que de la part des spermatozoïdes; l'enzyme de ceux-ci servirait donc surtout à permettre leur passage à travers les membranes.

III. Les œufs laissés dans l'eau pure ne conservent leur bouchon intact que dans la mesure où ils restent en bon état; on peut estimer que la coagulation de l'œuf mort entraîne la dialyse, à travers la membrane vitelline et le chorion, d'un liquide séreux capable de digérer l'enveloppe tubaire interne.

IV. Des œufs mûrs ont été placés, à T. 15°, dans des solutions (*a*) de 0,50 pour 100 de pepsine et (*b*) de 0,50 pour 100 de pancréatine du commerce, faites en employant l'eau de source ordinaire où vivent les œufs. Après une heure et demie, le bouchon est intact dans (*a*), dissous dans (*b*); après deux heures et demie, l'enveloppe tubaire interne, intacte dans (*a*), est complètement dissoute dans (*b*).

En résumé, la capsule tubaire interne est digérée à la fois par les spermatozoïdes et par la substance ovulaire. Les premiers agissent directement au

moment de leur pénétration; l'ovule agit par le liquide périvitellin qu'il émet au moment de son activation, et par la sérosité qui transsude de l'œuf après sa mort. Les extraovats ont une action digestive directe et rapide. Le mode d'action des ferments d'origine spermatique et ovulaire est analogue à celui de la pancréatine.

EMBRYOLOGIE. — *Sur le potentiel d'arrêt de la division de l'œuf d'Oursin.* Note[1] de MM. **P. Reiss** et **E. Vellinger**, présentée par M. d'Arsonval.

On sait que les organismes dits anaérobies empruntent l'oxygène nécessaire à leur métabolisme aux substances oxydées contenues dans le milieu où ils vivent, leurs oxydations se faisant à partir d'oxygène combiné, libérable à des potentiels plus ou moins bas. Nous avons tenté de mesurer jusqu'à quel potentiel de libération des œufs d'Oursin (*Paracentrotus lividus* Lk.), respirant normalement l'oxygène libre, pouvaient sans altération aucune continuer leur développement dans un milieu ne contenant que de l'oxygène fixe. Vlès avait déjà vu (inédit) que de l'hémoglobine réduite était éventuellement capable de se réoxyder aux dépens d'œufs d'Oursin, en arrêtant le développement de ceux-ci.

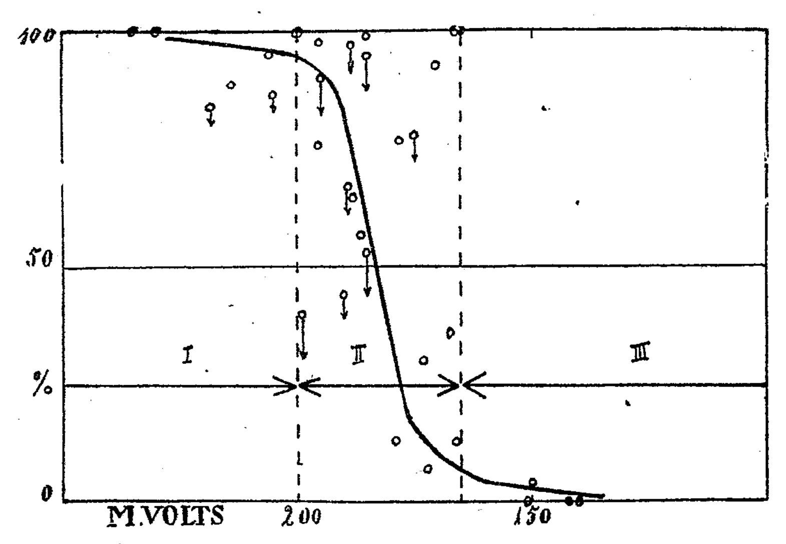
Des œufs fécondés au diaster sont placés, à l'abri de l'air, dans des séries de tampons d'oxydation-réduction à potentiels décroissants. On cherche pour quelle valeur du potentiel le développement est arrêté. Les tampons de rH ont été, soit de la substance même d'œufs d'Oursin obtenue par broyage et diluée dans l'eau de mer, soit des colorants, de l'hémoglobine du sang de Bœuf, ou de l'hémocyanine du sang de Langouste. Les séries de tampons à rH échelonnés, dont le potentiel était contrôlé au potentiomètre, étaient obtenues par réduction partielle des substances précédentes à l'hydrosulfite de soude. Les œufs au stade diaster étaient placés dans un grand excès de tampon en vase clos sans air, et dans des tampons réoxydés servant de témoins. La paroi des vases utilisés était traversée par un fil de platine fonctionnant comme électrode; un orifice provisoirement fermé à la cire permettait de faire la jonction avec une électrode au calomel. La mesure de potentiel se faisait ainsi à l'abri de l'air. Après deux heures de séjour des œufs dans les tampons, on déterminait le pourcentage d'œufs segmentés et

(1) Séance du 26 décembre 1928.

l'on faisait une mesure de potentiel d'oxydation-réduction du tampon. La variation de potentiel d'un tampon durant l'expérience était généralement négligeable.

Dans ces conditions, si l'on porte le pourcentage de développement en fonction des potentiels des tampons, on constate que les points expérimentaux se groupent selon trois zones. Le développement se fait normalement dans une première zone (I) correspondant aux potentiels élevés. L'arrêt complet se fait dans la troisième zone (III) pour les potentiels les plus bas. La région des potentiels moyens (II) correspond à des développements partiels.

La figure ci-dessous résume une série d'expériences faites avec l'hémo-



Pourcentage de segmentations d'œufs d'Oursin fécondés en fonction du potentiel de réduction du milieu. Les flèches correspondent à des œufs non arrêtés mais simplement retardés par rapport aux témoins.

globine comme tampon de rH. Les valeurs obtenues pour les différents tampons sont consignées dans le tableau ci-dessous.

Potentiel d'arrêt de la division de l'œuf d'Oursin.

Tampon de rH.	Valeurs limites de la région moy. en millivolts par rapport à l'électrode à H^2.		Potentiel moyen (millivolts).	rH.	rH moyen.
Colorants........	De +200 à +120	(pH = 8,2)	+160	29,6-20,8	22,2
Hémoglobine.....	De +200 à +165	»	182	22,4-23,6	23,0
Hémocyanine.....	De +190 à +150	»	170	21,9-22,6	22,6
Substance de l'œuf d'Oursin.......	De +220 à +205	»	212	24,8-23,8	24,1

La zone d'arrêt ne semble pas absolument indépendante de la nature du tampon. Cependant les différences observées sont assez petites et pourraient être attribuées à des causes secondaires (petits écarts de pH, etc.).

Les arrêts observés dans ces expériences sont au début entièrement réversibles par réoxydation du tampon à l'air. A + 50 millivolts (pH 8,2) les œufs se développent normalement encore après 24 heures de blocage; l'arrêt irréversible exige 48 heures de blocage. A — 350 millivolts (rH = 4 environ) les temps correspondants sont 9 heures et 21 heures.

Nous avons également constaté que les œufs vierges ont conservé en milieu réducteur pour des potentiels de l'ordre de — 180 millivolts, leur fécondabilité beaucoup plus longtemps que dans l'eau de mer.

L'examen cytologique du matériel fixé a montré que dans les lots d'œufs de la zone d'arrêt, la figure achromatique disparaît rapidement. Les chromosomes se regroupent plus ou moins irrégulièrement, et enfin quand le blocage des divisions est devenu irréversible, la chromatine s'agglomère pour aboutir finalement au « paquet noir ». L'évolution est donc, dans ses grandes lignes, analogue à celle observée dans le blocage de la division par la pression osmotique ou par le pH (Vlès, Dragoiu; Vlès, Dragoiu, Rose). Dans les stades où la réversibilité se produit encore, on constate une réapparition rapide de la figure achromatique.

Il ressort de ces expériences que l'œuf d'Oursin, en absence d'oxygène libre, est capable de réduire certaines substances oxydées dissoutes dans l'eau de mer, pourvu que le potentiel d'oxydation-réduction de ces substances ne dépasse pas une certaine limite. D'autre part si l'on compare le rH d'arrêt de l'œuf avec son rH intérieur, quoique cette comparaison ne soit pas absolument correcte au point de vue théorique, on constate que le rH d'arrêt est toujours supérieur au rH intérieur, ce que l'on pouvait d'ailleurs prévoir *a priori*.

BIOLOGIE. — *Compensation et régénération chez* Thomisium onustum (*Phénomènes de réversion et d'évolution accélérée des caractères tégumentaires sous l'influence de la régénération*). Note (¹) de M. E. **Gabritschevsky**, présentée par M. Caullery.

Dans un travail sur l'Araignée *Misumena vatia* (*Journ. Exp. Zool.*, 1926) j'ai étudié les lois de la régénération et de la pigmentation. C'est l'étude de l'aspect morphologique des pattes de *Thomisium onustum* en état de régénération et le phénomène de la compensation (effet des pattes régénérées sur le développement des caractères des pattes normales) qui font le sujet de ces nouvelles recherches.

En voici les données principales :

A. *Données concernant la régénération.* — 1° Les pattes des araignées venant de subir la première mue sont munies de poils très fins, rangés en lignes parallèles. Après la première mue, une partie des poils se changent en crochets et cette différenciation augmente après chaque mue. Cette augmentation du nombre des crochets sur diverses pattes se produit d'une façon compensatrice : tout d'abord ce sont les pattes de devant (I et II) qui en portent le plus grand nombre, tandis que les pattes III et IV retardent dans leur différenciation. Après la mue suivante, l'augmentation des crochets est plus marquée chez les pattes III et IV et moindre chez les pattes I et II ; et ce rythme alternatif se continue après chaque mue, jusqu'à la fin de l'ontogénèse.

2° Les pattes régénérées passent généralement par un stade d'*aspect juvénile*, qui, par l'absence de crochets, rappelle l'aspect des pattes normales avant la première mue. Cette régénération hypotypique est suivie, après chaque mue, d'une augmentation assez lente du nombre de crochets. La patte régénérée ne reprend son aspect ordinaire et sa longueur normale qu'après trois ou quatre mues.

3° Les pattes régénérées ne passent pas toujours par cet aspect hypotypique, mais donnent directement une patte *hyperrégénérée* qui porte un nombre plus grand de crochets que n'en porte la patte symétrique à ce stade de développement.

B. *Données concernant la compensation par induction.* — 4° Les pattes

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

en état de régénération exercent une influence (induction) sur le développement des crochets sur la patte normale voisine de celle qui a été opérée. L'effet se manifeste parfois sur cette patte par une perte totale ou partielle de ses crochets (dédifférenciation hypotypique par induction). Dans ce cas, la patte affectée a un aspect semi-juvénile, ou entièrement juvénile, car, en ayant maintenant moins de crochets qu'au stade précédent, elle présente, pour ainsi dire, une sorte de réversion vers un état ontogénétique plus jeune.

5° D'autres fois, la patte influencée réagit par une accélération de développement, qui se manifeste par une augmentation du nombre de ses crochets; ceux-ci sont alors plus nombreux que ceux que porte la patte symétrique à ce même stade. Dans ce cas les caractères morphologiques de la patte induite correspondent à ceux d'un stade d'une ontogénèse plus avancée que celui de la patte symétrique normale, qui porte, à ce moment, un nombre inférieur de crochets.

6° La réversion (dédifférenciation hypotypique) de la patte normale est suivie d'une hyperdifférenciation après une nouvelle mue; au contraire, l'état hyperdifférencié initial de la patte induite, causé par la régénération, est suivi par des réversions plus ou moins fortes et durables.

La réaction par induction peut être forte ou faible.

7° Les régressions, les accélérations, les stades dans le développement des caractères des pattes régénérées et induites qui se succèdent d'une façon des plus bizarres, ont été étudiés par moi, minutieusement, sur de nombreux individus des deux sexes.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *La teneur en gaz carbonique du sang de l'Escargot,* Helix pomatia, *au cours du cycle annuel.* Note [1] de M. **Marcel Duval**, présentée par M. L. Joubin.

Dans une Communication antérieure [2], nous avons montré que la concentration moléculaire du sang de l'Escargot était en relation avec l'état d'activité de l'animal. Pendant l'hibernation, cette concentration se traduit par un Δ compris entre $-0°,38$ et $-0°,43$. En dehors de cette période,

---

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) *Sur la concentration moléculaire du sang de l'Escargot. Influence de l'état d'activité de l'animal* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1620).

ce Δ est inférieur à $-0^\circ,40$ quand l'animal est inerte, rentré dans sa coquille. Au contraire, il est supérieur à cette valeur quand l'animal est actif. Le chiffre le plus élevé observé fut — 0°,30°.

Puisque la concentration totale du sang varie au cours du cycle annuel, on doit s'attendre à ce que ses différents constituants subissent des fluctuations analogues. C'est ce que nous avons observé à propos de la teneur en chlorure. Celle-ci est d'autant plus faible que le sang est plus dilué. Aussi les plus faibles teneurs sont-elles constatées chez les animaux actifs l'été.

Nous avons voulu vérifier s'il en était de même d'un autre constituant très important du sang, le gaz carbonique, dont 98 pour 100 se trouvent à l'état de bicarbonate ([1]).

Voici les résultats de mesures faites selon la méthode de Haldane. Ils expriment le nombre de centimètres cubes de CO^2 (ramenés à 0° et 76^{cm^3} Hg) dégagés par 100^{cm^3} de sang :

État des animaux.	Cm^3 de CO^2 pour 100^{cm^3} de sang.	Moyenne.
Pomatia en hibernation (avec épiphragme)......	45 à 55	50
Pomatia actifs, se promenant l'été............	48 à 62	57
Pomatia inertes, rentrés dans leur coquille l'été..	44 à 56	50

Ces chiffres montrent que la teneur en gaz carbonique du sang de *Pomatia* est relativement peu influencée par l'état d'activité de l'animal, mais le fait le plus remarquable, à notre avis, est que les plus fortes teneurs en CO^2 s'observent chez les animaux actifs car c'est alors que la concentration moléculaire totale du sang est minima.

On aurait pu s'attendre à ce que les bicarbonates augmentent dans le sang quand celui-ci se concentre et diminuent quand il se dilue. C'est ce que nous avons observé pour les chlorures. La teneur en bicarbonates, au contraire, varie d'une façon inverse. Ces faits sont bien mis en évidence par les chiffres suivants extraits de nombreuses déterminations :

États des animaux.	Δ sang.	NaCl (g. par lit.).	CO^2.
En hibernation........................	$-0^\circ,42$	5,2	50
Actifs l'été..........................	$-0,32$	3,74	52
	$-0,34$	4,07	61
Inertes l'été.........................	$-0,42$	5,4	50
	$-0,47$	6,0	45

([1]) Rapport calculé d'après le pH = 7,8 et la relation d'Henderson-Hasselbach.

Non seulement la teneur en CO^2 n'augmente pas quand le sang se concentre, mais encore elle diminue. Pour arriver à ce résultat, l'organisme de l'Escargot doit faire disparaître de son milieu intérieur les bicarbonates, par exemple quand il perd son activité l'été, ou quand il s'endort du sommeil hivernal. Inversement, quand il redevient actif, son sang se dilue et les bicarbonates, loin de diminuer, augmentent. Pour arriver à ce résultat, l'animal n'a d'autres ressources que de faire passer dans son sang des bicarbonates qu'il tenait en réserve dans ses autres tissus, ou qu'il fabrique à ce moment là.

Bref, le *Pomatia* possède des mécanismes qui lui permettent de s'opposer aux variations de la teneur en CO^2 de son sang, quand la concentration de ce dernier varie au cours du cycle annuel.

Quels sont ces mécanismes? Nous nous contenterons pour le moment de l'hypothèse suivante : On sait que les échanges respiratoires du *Pomatia* sont très diminués quand l'animal est inerte ou endormi. On peut penser que l'intensité de la production du gaz carbonique influe sur la teneur en CO^2 du sang, que celle-ci varie dans le même sens. En hiver, par exemple, l'augmentation de concentration du sang tend à accroître la teneur en CO^2 du sang, mais la diminution des échanges respiratoires tend à la faire baisser. Le résultat de ces deux actions antagonistes est de maintenir à peu près constante la dose en CO^2 du sang, ou plus exactement de la diminuer un peu, ce qui montre que l'influence de la respiration est prépondérante.

Nous pensons que ces mécanismes régulateurs, quels qu'ils soient, en réagissant contre les variations de la teneur en bicarbonates du sang que tendent à produire les modifications de la concentration sanguine totale, contribuent efficacement à maintenir constante la réaction ionique qui, comme on le sait, se montre indépendante de l'état d'activité de l'animal.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIQUE. — *Analyse quantitative et caractérisation de l'allantoïne*. Note (1) de M. **R. Fosse** et de Mlle **V. Bossuyt**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

1. Principe. — L'allantoïne est soumise à deux hydrolyses successives : en milieu alcalin, puis en milieu acide.

(1) Séance du 26 décembre 1928.

La première conduit à l'allantoate de potassium

$$\begin{array}{l} NH^2.CO.NH.CH - NH \\ \quad\quad\quad\quad\;\; | \quad\quad\quad\;\; \rangle CO \\ \quad\quad\quad\;\; CO - NH \\ \quad\quad\quad\quad\;\; + \\ \quad\quad\quad\;\; KO - H \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} NH^2.CO.NH - CH - NH.CO.NH^2 \\ \quad\quad\quad\quad\quad\;\; | \\ \quad\quad\quad\quad\; CO.OK \end{array}$$

Dans la deuxième, l'acide allantoïque se scinde, comme nous l'avons établi ([1]), en deux molécules d'urée et une molécule d'acide glyoxylique

$$\begin{array}{l} NH^2.CO.NH \\ NH^2.CO.NH \end{array} \rangle CH.COOH + 2H^2O = 2NH^2.CO.NH^2 + COOH.CH(OH)^2.$$

On dose pondéralement l'urée à l'état de dérivé xanthylé

$$O \langle \begin{array}{l} C^6H^4 \\ C^6H^4 \end{array} \rangle CH - NH.CO.NH - CH \langle \begin{array}{l} C^6H^4 \\ C^6H^4 \end{array} \rangle O.$$

L'acide glyoxylique est caractérisé par sa très sensible réaction colorée hydrazinique ([2]).

2. Technique. — *Hydrolyse alcaline.* — La solution d'allantoïne, additionnée d'un dixième de son volume de liqueur de potasse normale, est chauffée, 2 heures à 60°, dans un bain muni de régulateur.

Hydrolyse acide. — On maintient, 30 minutes à 60°, la liqueur précédente, préalablement neutralisée et pourvue d'acide minéral normal, de manière à lui donner un titre voisin de $\frac{N}{50}$.

Dosage de l'urée. — Le produit des deux hydrolyses, privé d'acide minéral libre par alcalinisation sodique, reçoit deux fois son volume d'acide acétique et du xanthydrol méthylique à $\frac{1}{10}$ ($\frac{1}{20}$ du volume total).

Durée de la condensation : 3 heures.

Poids d'allantoïne en fonction de l'urée xanthylée (UX^2) : $0^g,188\ UX^2$.

3. *Dosages de l'allantoïne, basés sur l'urée produite après hydrolyses alcaline et acide.*

([1]) R. Fosse et V. Bossuyt. *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 308. — R. Fosse, *L'urée* (Presses universitaires, Paris, 1927, p. 196).

([2]) R. Fosse et A. Hieulle. *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 637; *L'urée* (*loc. cit.*, p. 221-226, 183-198).

Volume dosé.	Xanthyl-urée.	Titre théorie.	Titre trouvé.	Erreur pour 100.
cm³	g	g	g	g
20	0,05565	0,524	0,5232	−0,1
20	0,0557		0,5236	−0,07
20	0,0555		0,5216	−0,40
20	0,0553		0,5198	−0,8
20	0,0556		0,5226	−0,2
20	0,0555		0,5217	−0,40
10	0,02707	0,5165	0,5089	−1,4
10	0,0272		0,5114	−0,9

Cette technique ne peut être strictement appliquée, telle qu'elle est décrite, à divers milieux.

4. Grâce à la formation d'acide glyoxylique, l'allantoïne ne saurait être confondue avec les nombreuses substances productrices d'urée, telles que : guanidines, arginine, protamines, protéides, etc. L'hydrolyse glyoxylique de l'allantoïne rend, en outre, extrêmement facile et sensible la caractérisation de cet uréide.

5. *Réaction colorée glyoxylique de l'allantoïne. Hydrolyse alcaline.* — On chauffe, cinq minutes, dans un bain d'eau bouillante :

Solution d'allantoïne	1$^{cm^3}$
Potasse 2N	1 goutte (0^{cm},05)

Hydrolyse acide. — Le mélange neutralisé, en présence de phtaléine, à l'aide de liqueur chlorhydrique normale, pourvu d'une goutte supplémentaire de cet acide, est plongé une minute au bain-marie bouillant.

Réaction colorée. — Le produit, encore chaud, reçoit :

Chlorhydrate de phénylhydrazine à $\frac{1}{100}$	4 gouttes

puis, après refroidissement :

Ferricyanure de potassium à $\frac{5}{100}$	2 gouttes
Acide chlorhydrique fumant	1$^{cm^3}$,5

Une coloration rouge, directe, très nette se déclare avec un centième de milligramme d'allantoïne à la concentration de 1^{cg} par litre ($\frac{1}{100000}$).

La réaction est encore visible pour un millième de milligramme, à la dilution de 1^{mg} par litre ($\frac{1}{1000000}$) si l'on ajoute une goutte d'acide chlorhydrique concentré à 1$^{cm^3}$ d'éther ayant servi à épuiser le mélange hydrazinique, étendu d'eau.

6. *Applications*. — L'urine de nombreux animaux (cheval, bœuf, veau, porc, chien, lapin) où l'allantoïne a déjà été signalée, soumise aux réactions décrites, développe une coloration rouge extrêmement intense.

L'urine humaine, qui n'en renferme que fort peu (1^{cg}, au maximum, par 24 heures, Wiechowski), conduit à un résultat positif.

Nos méthodes permettent de caractériser aisément cet uréide dans le *sang* du lapin. C'est la première fois, à notre connaissance, que l'allantoïne se trouve décelée dans le sang des animaux. Nous nous proposons de l'en retirer et de l'identifier par l'analyse quantitative élémentaire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches sur les phosphoaminolipides et les stérides du plasma et du sérum sanguins*. Note (¹) de M. **M. A. Machebœuf**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le plasma et le sérum sanguins sont limpides, ils contiennent cependant, par litre, plusieurs grammes de lécithine et de cholestérol libre ou estérifié. On sait que la lécithine peut donner avec l'eau des émulsions assez stables mais toujours laiteuses; certains protéides stabilisent sensiblement ces émulsions sans toutefois les rendre limpides (²), (³). Le cholestérol et surtout ses esters n'ont aucune tendance à donner avec l'eau des émulsions stables, et c'est avec de grandes difficultés que l'on peut en obtenir des suspensions très diluées, laiteuses et instables (⁴). Les mélanges de lécithine et de cholestérol ne donnent pas non plus avec l'eau d'émulsion limpide (⁵). Il n'a été proposé, jusqu'à ce jour, aucune explication entièrement satisfaisante de cette solubilité apparente des stérides, des stérols et des phosphoaminolipides dans le sérum et le plasma.

Bien plus, et depuis longtemps déjà, on a remarqué qu'il est impossible d'extraire du sérum la totalité des constituants solubles dans l'éther par simple agitation avec ce solvant, et depuis les travaux de Hardy (⁶),

(¹) Séance du 26 décembre 1928.
(²) J. H. Long et F. Gephart, *Amer. Chem. Soc.*, 30, 1908, p. 881 et 1312.
(³) A. Mayer et F. Terroine, *Soc. Biol.*, 62, 1907, p. 317.
(⁴) O. Porges et E. Neubauer, *Biochem. Zeitschr.*, 7, 1908, p. 152.
(⁵) Hattori, *Biochem. Zeitschr.*, 119, 1921, p. 45.
(⁶) Hardy, *Journ. Physiol.*, 33, 1905, p. 251.

Haslam ([1]), Chick ([2]) et Hartley ([3]), on a pu entrevoir la possibilité de liaisons entre ces substances et les protéides du sérum.

Lors de leur précipitation par le sulfate d'ammoniac, les globulines n'entraînent que des traces de phosphore ([4]) et moins de 30 pour 100 du cholestérol total du sérum ([5]); il était donc logique d'étudier tout d'abord les solutions albumineuses débarrassées des globulines par demi-saturation avec du sulfate d'ammoniac.

En présence de telles quantités de sel l'addition d'acide sulfurique (en solution normale au cinquième) jusqu'à ce que le pH^+ atteigne 3,8 provoque la précipitation presque quantitative des albumines, de la lécithine et du cholestérol. Le précipité, séparé, se dissout intégralement dans un faible volume d'eau en présence de la quantité d'ammoniaque nécessaire pour ramener le pH^+ à sa valeur primitive (7,3). La solution ainsi obtenue est moins riche en sulfate d'ammoniac que la solution albumineuse précédente, et l'acidification à pH^+ 3,8 ne précipite qu'une partie des protéides, mais ce précipité est très riche en lécithine et en cholestérol; il se dissout cependant dans l'eau en présence d'ammoniaque en quantité suffisante pour ajuster le pH^+ à 7,3; la solution est parfaitement limpide. Par acidification (pH 3,8) il apparaît à nouveau un précipité qui est encore plus riche en cholestérol et en lécithine que le précédent. En répétant un certain nombre de fois ces opérations, on constate que la composition des précipités successifs tend vers une limite atteinte pratiquement dès la 7e et 8e précipitation. La substance ainsi obtenue, soumise à la dialyse, puis desséchée, se montre constituée ainsi :

Phosphoaminolipides	22,7 pour 100
Esters de cholestérol	17,9 »
Protéides	59,1 »

et ne contient que des traces de cholestérol libre, le cholestérol non estérifié s'est éliminé assez rapidement dans les eaux mères.

([1]) Haslam, *Biochem. Journal*, 7, 1913, p. 492.
([2]) Chick, *Biochem. Journal*, 8, 1914, p. 404.
([3]) Hartley, *Brit. Journ. Experim. Pathol.*, 6, 1715, p. 180.
([4]) M. A. Machebœuf, *Thèse Médecine*, Paris, janvier 1927.
([5]) J. A. Gardner et H. Gainsborough, *Biochem. Journal*, 21, 1927, p. 141.

Malgré une telle teneur en lipides, l'ensemble est intégralement soluble dans l'eau en milieu neutre ou alcalin; il est ainsi possible d'obtenir des solutions aqueuses limpides contenant, par litre, plus de 50g de lipides; si l'on cherche à augmenter encore la concentration; on obtient des liquides de plus en plus visqueux et, finalement, des gels limpides pouvant contenir plus de 100g de lipides par litre. Les faits suivants semblent montrer que ces lipides sont ici à un état particulier.

1° L'agitation avec de l'éther n'enlève à ces solutions que des traces de lipides et l'addition de sels neutres (ClNa, $ClNH^4$) ne favorise pas cette extraction.

2° Si, à une solution diluée, on ajoute progressivement de l'alcool, il apparaît un précipité qui se dissout ensuite dans un excès d'alcool, et cela, plus ou moins complètement suivant le pH^+ initial. Il est possible d'obtenir ainsi des solutions alcooliques à peine apalescentes malgré une teneur en protéides de plusieurs grammes par litre. Pour obtenir la coagulation des protéides, il faut porter le liquide alcoolique à l'ébullition pendant plusieurs minutes; à froid les protéides précipitent seulement après plusieurs jours et, parallèlement à cette précipitation se fait la cristallisation d'une partie des stérides.

Pour le plasma et pour le sérum les résultats sont semblables.

En résumé : par une série de précipitations et de dissolutions successives, réalisées en faisant varier les concentrations en ions H^+ et en sulfate d'ammoniac, il a été possible de séparer des albumines du plasma ou du sérum une fraction très riche en lécithine et en stérides, fraction cependant très soluble dans l'eau neutre ou alcaline; les solutions sont limpides et ne livrent pas leurs lipides à l'éther; l'alcool en coagule mal les protéides; les propriétés physico-chimiques des constituants sont donc très sensiblement modifiées.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *L'hydrolyse de l'ovalbumine par la trypsine dans ses rapports avec la formation des diacipipérazines.* Note (1) de M. A. Blanchetière, présentée par M. Desgrez.

J'ai étudié la formation des diacipipérazines au cours de l'hydrolyse pepsique de l'ovalbumine (2). J'examine aujourd'hui la formation de ces mêmes anhydrides au cours de l'hydrolyse trypsique. La technique utilisée est exactement la même que dans le cas précédent, l'azote diacipipérazique étant évalué par la méthode que j'ai établie à cet effet (3).

L'action de la trypsine a été étudiée, tant sur l'ovalbumine crue, que sur l'ovalbumine dénaturée par la chaleur, à pH 8,5 environ et 38°. Les résultats expérimentaux sont les suivants :

Durée de l'incubation en jours.	N diacipipérazique pour 100 formé aux dépens de l'ovalbumine.	
	Crue.	Dénaturée.
1	7,3	18,25
2	–	13,5
3	17,8	-
4	-	19,04
7	22,99	-
10	–	23,81
12	31,25	-
17	–	17,46
18	36,38	-
24	-	25,39
25	29,48	-
31	38,32	-
38	-	21,43
39	30,07	–

(1) Séance du 26 décembre 1928.
(2) A. Blanchetière, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1321.
(3) A. Blanchetière, *Bull. Soc. Chimie*, 2e série, 41, 1927, p. 101-110.

Durée de l'incubation en jours.	N diacipipérazique pour 100 formé aux dépens de l'ovalbumine.	
	Crue.	Dénaturée.
45	30,07	-
52	-	32,2
54	30,07	-
59	30,07	-
66	-	32,1
71	-	31,74

Ces résultats prêtent à diverses remarques :

1° Le pour 100 d'azote non précipitable à l'état de dérivé carbaminé croît régulièrement dans le cas de l'*ovalbumine crue* du début jusqu'au 40e jour environ, à partir duquel il reste constant.

2° Dans le cas de l'*ovalbumine dénaturée*, la formation des anhydrides paraît quelque peu plus lente, mais surtout *irrégulière*. J'attribue cette irrégularité au phénomène de floculation de la protéine dénaturée, par le carbonate ajouté pour l'ajustement du pH à une valeur convenable. La limite est pourtant voisine de celle obtenue avec la protéine crue.

3° La marche de la formation de N-diacipipérazique est dans les deux cas inverse de celle observée dans l'action de la pepsine sur la protéine crue; et de même sens que dans l'action de la pepsine sur la protéine cuite.

4° La limite de formation de N-diacipipérazique est plus élevée de 30 pour 100 environ avec la trypsine qu'avec la pepsine agissant sur la protéine crue et seulement un peu plus élevée que dans l'action de la pepsine agissant sur la protéine dénaturée. La question de la préexistence de ces chaînons diacipipéraziques dans la molécule protéique est réservée.

PROTISTOLOGIE. — *La nutrition de* Polytoma uvella *Ehrenberg* (*Flagellé* Chlamydomonadinæ) *et le pouvoir de synthèse des Protistes hétérotrophes. Les Protistes mésotrophes.* Note [1] de M. **André Lwoff**, présentée par M. F. Mesnil.

Ernst G. Pringsheim [2] a déterminé d'une manière précise les besoins nutritifs azotés et carbonés de *Polytoma uvella* en culture bactériologiquement pure. Le milieu suivant lui a donné d'excellents résultats : acétate de sodium, 2^g; glycocolle, 2^g; carbonate de potassium, 5^g; sulfate de magnésium, $0^g,1$; phosphate bipotassique, $0^g,2$; eau bidistillée, 1000^g.

Le glucose n'améliore que très peu le développement. Le glycocolle peut être remplacé par de la peptone, de l'alanine, de la leucine, de l'acide aspartique, de la tyrosine, de l'acétate d'ammonium. Ce dernier sel donne des résultats meilleurs que le glycocolle.

J'ai repris les expériences de Pringsheim avec une souche de *Polytoma uvella* obtenue en mars 1926 à partir d'un seul individu isolé d'une infusion de paille, purifié par lavage dans des solutions stériles et entretenu dans le milieu de Pringsheim.

J'ai pu remplacer le glycocolle par les produits suivants :

1° Cystine;

2° Asparagine, glucosamine;

3° Phénylalanine, tryptophane, tyrosine, histidine, acide glutaminique, sérine, proline, acide aspartique, leucine, lysine, arginine, histamine, créatine, sarcosine, glycocyamine, alanine, guanidine.

La cystine donne les résultats les meilleurs. Un tube de 12^{cm^3} de milieu ensemencé avec une goutte de culture riche montre, en 48 heures à 20°, un voile épais, formé de flagellés, à la surface du milieu. L'asparagine et la glucosamine donnent des résultats un peu supérieurs au glycocolle. Les autres produits permettent l'entretien des cultures, mais le développement n'est jamais très abondant. (Pour toutes les expériences, il n'a été tenu compte que des résultats du troisième repiquage, les deux premiers étant faussés par l'apport de substances étrangères).

On pouvait se demander, étant donné la facilité d'utilisation des acides

---

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) *Zur Physiologie saprophytisher Flagellaten* (*Beiträge zur Allgemeinen Botanik*, 2, 1921, p. 88-89).

aminés, si les mauvais résultats obtenus par Pringsheim avec la « peptone » ne tenaient pas à un degré trop faible d'hydrolyse. L'expérience nous a en effet montré que les peptones très hydrolysées donnaient de bons résultats : « Ereptone » (muscle ayant subi une digestion peptique, pancréatique et éreptiqne) et autolysat de levure. Mais ce sont surtout la « peptone pancréatique de muscle de bœuf très aminée » (Vaillant) et la peptone de soie (Roche) hydrolysée par la chaux, qui permettent les cultures les plus rapides et les plus riches, comparables à celles obtenues avec la cystine. Une peptone « pancréatique peu poussée » (Vaillant) et une peptone « pepsique de panse de cheval » (Vaillant) ont donné des résultats supérieurs à la glucosamine et à l'asparagine. Enfin la peptone « pepsique de viande de bœuf peu poussée » (Vaillant) n'a permis que des cultures lentes et pauvres.

Si l'on supprime l'acétate de sodium, on n'obtient que des cultures très pauvres (autolysat de levure) ou pas de culture du tout.

Enfin, j'ai vérifié que l'acétate d'ammonium pouvait servir de source d'azote et de carbone (au moins jusqu'au septième repiquage), mais à condition d'ajouter au milieu de Pringsheim (sans gélose) certains éléments minéraux sur le rôle desquels je reviendrai, et en particulier des sels de fer.

J'ai montré d'autre part (¹) que le Cilié *Glaucoma piriformis* pouvait être entretenu en culture pure dans des milieux liquides, mais que la culture n'était possible que dans des peptones complètes (peptone de muscle peptique ou pancréatique à condition toutefois que la digestion pancréatique ne soit pas trop poussée; l'éreptone ne permet pas la culture). J'ai étudié avec Nadia Roukhelman (²) les modifications du milieu de culture, montré la digestion extracellulaire des polypeptides, leur transformation en acides aminés, l'absorption de ces acides aminés et l'excrétion d'azote sous forme amide et sels ammoniacaux.

Mais surtout, j'ai mis en évidence l'impossibilité pour *Glaucoma piriformis* de se nourrir de peptones incomplètes (peptone de fibrine, peptone de soie), de solutions d'acides aminés ou de sels d'ammonium. Je reviendrai prochainement sur la physiologie de la nutrition de *Glaucoma piriformis*. Mais je voudrais dès maintenant insister sur les différences physiologiques

(¹) *Comptes rendus*, **176**, 1923, p. 929; *C. R. Soc. Biol.*, **91**, 1924, p. 344; **93**, 1925, p. 1272 et 1421.

(²) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 156.

considérables qui séparent un Protiste du type *Polytoma* d'un Protiste du type *Glaucoma*.

Polytoma uvella peut effectuer la synthèse de ses constituants à partir de composés organiques simples : acides aminés et acétate de sodium ou acétate d'ammonium. *Glaucoma piriformis*, au contraire, ne peut se nourrir de ces composés et a besoin de substances complexes, peptones complètes par exemple. On ne connaît pas encore d'intermédiaire physiologique entre le type *Glaucoma* et le type *Polytoma*. Quoi qu'il en soit, *Polytoma uvella* se rapproche physiologiquement beaucoup plus des Flagellés verts autotrophes, du genre *Chlamydomonas* par exemple, que des Infusoires du genre *Glaucoma* dont la physiologie s'apparente plutôt à celle des Mammifères. Notons, d'ailleurs, que la *Polytoma* est classée dans la famille des Chlamydomonadines.

Il m'a semblé nécessaire d'établir une distinction entre deux types physiologiques si différents et de réserver alors le nom d'hétérotrophes aux Protistes du type *Glaucoma* et de donner, à ceux du type *Polytoma*, le nom de « *mésotrophes* ».

La séance est levée à 16h.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 JANVIER 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

LITHOLOGIE. — *Sur l'existence de tectites au Cambodge : leur morphologie.* Note de M. A. Lacroix.

Il y a quelques mois, M. H. Lecomte m'a remis pour détermination quelques minéraux recueillis par M. Poilane, son collecteur de plantes en Indochine. Parmi ces échantillons, se trouvait une boule d'un verre noir, à surface corrodée, qui m'a rappelé la billitonite de l'île Billiton, en Malaisie. Par l'intermédiaire de notre confrère, j'ai reçu de M. Poilane de nombreux autres échantillons et des renseignements sommaires sur leur gisement. Je puis ainsi aborder, avec des documents nouveaux, le problème des tectites, l'un des plus obscurs, sinon le plus obscur, de la lithologie.

Bien qu'il ait été publié sur les tectites beaucoup de travaux [1], aucun n'ayant paru en langue française, il me semble utile de faire précéder l'étude de ces documents nouveaux par quelques mots d'historique.

Le nom de *tectite* a été proposé, en 1900, par M. Franz E. Suess comme terme générique pour désigner des verres très siliceux et alumineux trouvés dans trois régions du monde fort éloignées les unes des autres : le sud de la

---

[1] Des bibliographies étendues se trouvent en particulier dans les Mémoires suivants : Franz E. Suess, *Die Herkunft der Moldavite und verwandter Gläser* (*Jahrb. K. K. Geol. Reischsanst. Wien*, 50, 1900, p. 193-382, et *Mitt. Geol. Gesellsch. Wien*, 7, 1914, p. 5); H. S. Summers, *Proceed. R. Soc. Victoria*, 21, 1900, p. 423; E.-J. Dunn, *Bull. Geol. Surv. Victoria*, n° 27, 1912, p. 15; Wing Easton, *Verhandl. Konink. Akad. Wetensch. Amsterdam*, 22, 1921, n° 21; H. Michel, *Ann. Naturhist Mus. Wien*, 38, 1925, p. 153.

Bohème et la Moravie; l'ouest et le sud de l'Australie, la Tasmanie; enfin la région malaise ([1]). A défaut d'interprétation définitive, ils avaient reçu, suivant leur provenance, des noms divers : *moldavite* (Bouteillenstein, Pseudochrysolit), *australite*, *billitonite*, *obsidianite*. Un type aberrant provenant du Mont Darvin, en Tasmanie, a été appelé *queenstownite* par M. F. Suess ([2]).

Dans chacune de ces régions, les tectites sont distribuées sur de vastes espaces, mais toujours dans les mêmes conditions géologiques, non pas à la surface du sol, mais à l'intérieur de dépôts détritiques (alluvions stannifères, aurifères, etc.), quaternaires, tertiaires, ou même plus anciens.

Les tectites, noires ou plus rarement verdâtres, possèdent la cassure vitreuse des obsidiennes, mais, à l'inverse de la plupart de celles-ci, elles présentent la caractéristique commune de ne renfermer aucun minéral cristallisé, même à l'état cristallitique. Elles sont formées uniquement par une matière isotrope, incolore et transparente, en lames minces, quelquefois bulleuse. Les tectites ne se rencontrent qu'à l'état de fragments, très clairsemés, quelquefois concentrés en essaims. Le plus gros de ceux qui ont été décrits est un échantillon de la collection du Muséum de Singapore étudié par Scrivenor et provenant de Malaisie, il pèse 464^{g}; en Moldavie et en Australie, les plus gros échantillons connus en pèsent 120. La moyenne paraît être comprise entre 10 et 90^{g}.

Ces fragments possèdent des formes variées suivant les régions, mais assez constantes dans chacune d'entre elles : disques, tessons aplatis, etc. (Bohême); sphères, cylindres, ellipsoïdes, poires, larmes, etc. (Malaisie); forme très régulière de boutons, avec ou sans rebord, ou bien rappelant l'aspect des fruits d'arachide (Australie), etc. Dans quelques gisements (Australie), etc., ces fragments renferment une ou plusieurs bulles gazeuses plus ou moins volumineuses.

Les tectites sont quelquefois presque dépourvues d'accidents superficiels (australites), mais, plus souvent, leur surface est curieusement sculptée d'entailles profondes, parfois disposées en rosettes (moldavites), ou creusée de

([1]) Depuis lors, d'autres gisements ont été signalés en Amérique (Arizona, Colombie, Pérou) et les produits de certains d'entre eux, désignés sous le nom d'*américanite*. Leur identité avec les tectites ayant, pour certains d'entre eux au moins, été contestée, je ne m'en occuperai pas dans cette Note préliminaire.

([2]) Un autre nom, celui de *schonite*, d'une localité suédoise, doit être abandonné, son auteur, M. F. Suess, m'ayant fait savoir que la substance à laquelle il avait été attribué est un produit d'industrie.

sillons, de gouttières, de cupules, avec ou sans nombril, etc. (billitonites); ces particularités ont été minutieusement décrites et elles sont d'importance pour la discussion de l'origine de ces corps si curieux.

Cette origine est le point le plus discuté de l'histoire des tectites.

En effet, elles ont été regardées, tout d'abord, comme un produit de l'industrie humaine.

On les a considérées ensuite comme de nature volcanique, mais comme, dans le voisinage de leurs gisements, il n'existe généralement pas de volcans susceptibles de fournir des matériaux d'une telle composition, une hypothèse supplémentaire a été faite (E.-J. Dunn), celle du transport aérien à des distances vraiment extraordinaires de ces fragments (australites), allégés par des bulles gazeuses.

Les tectites ont été aussi comparées à des fulgurites qui auraient été produites par la foudre aux dépens de nuages de poussière ou bien de sable gisant à la surface du sol.

M. Wing Easton a proposé une tout autre théorie; d'après lui, les tectites seraient des gels déshydratés, formés sur place, par l'action de l'humus sur les roches voisines.

Enfin, l'on a pensé à une origine extra-terrestre; produits des volcans de la lune (Veebeek), ou météorites (Krause, Franz E. Suess, Summers, R.-W. Van der Veen) et c'est cette dernière hypothèse qui est le plus en faveur actuellement.

En présence de points de vue aussi contradictoires, je réserve la discussion de la question d'origine des tectites indochinoises pour le moment où je serai en possession des compléments d'information géologique que je cherche actuellement à réunir. Dans la présente Note, je me propose de traiter uniquement des conditions de gisement et de la morphologie des documents que j'ai en mains.

Le gisement de ceux-ci se trouve dans la partie septentrionale du Cambodge, au nord-est d'Angkor, non loin de la frontière du Siam, au pied du massif de Dangrek. A 8 ou 10^{km} du village de Smach, au milieu d'une grande plaine déboisée, couvertes de Graminées incendiées chaque année, des ravinements de 2 à 4^m de profondeur sont dus à l'érosion d'un petit cours d'eau, à sec pendant la saison sèche. Le sol est formé par une argile jaunâtre, très sableuse, riche en pisolites ferrugineux, communément appelés en Indochine *bienhoa*; les échantillons étudiés s'y trouvent à

partir de $0^m,50$ de la surface; ils supportent parfois des concrétions ferrugineuses qui ne semblent pas s'être formées à leurs dépens.

Quelle que soit leur origine, leur mise en place a donc été antérieure à la latéritisation, à laquelle ils ont résisté. Le seul renseignement que je possède sur leurs associations est qu'ils sont accompagnés de gros cristaux de zircon, recueillis, comme eux, par les Malais pour la bijouterie.

La géologie de cette région a été peu étudiée; sur la récente carte géologique de l'Indochine publiée par M. F. Blondel, seuls sont notés des grès triasiques (?), aux dépens desquels se serait par suite formé le sol précité. Plus au Sud, sont connues des coulées basaltiques que j'ai traversées, en 1927, sans rencontrer aucune roche volcanique acide.

Il semble que les produits dont il s'agit ici aient une vaste répartition dans cette région.

Ce qui vient d'être indiqué sur le mode de distribution des échantillons étudiés, leur forme, leur structure, leur composition chimique ne laissent pas de doute sur leur identification avec les tectites et c'est ce que je vais démontrer, en commençant aujourd'hui par l'examen de leurs caractères morphologiques.

J'ai examiné 1750 échantillons; le plus gros, qui paraît très exceptionnel, pèse 630^g; il en est ne pesant que quelques grammes, mais la moyenne est comprise entre 2 et 40^g. Il faut remarquer toutefois que ces nombres n'ont, peut-être, qu'une valeur provisoire, ces échantillons ayant été recueillis, sans préoccupation statistique, par des personnes ne se doutant pas de l'intérêt de la question.

La cassure est généralement celle d'un verre homogène et continu, rappelant les plus belles obsidiennes noires; cependant, plusieurs des plus gros échantillons présentent un nombre considérable de très petites bulles gazeuses, parfaitement sphériques; aucun d'eux ne possède la texture ponceuse, à bulles étirées, si caractéristique des verres acides volcaniques.

Les formes des pièces dont je mets des photographies sous les yeux de l'Académie, en comparaison avec celles d'autres tectites, sont très variées; elles peuvent être groupées dans les divisions suivantes qui ne laissent place à aucune interprétation de taille intentionnelle : 1° boules, plus ou moins sphériques, généralement un peu aplaties, ou 2° très aplaties en forme de palets circulaires; 3° larmes et coins très aigus; 4° lames allongées et plus ou moins aplaties; 5° faucilles; 6° plaques irrégulières, à surface plus ou moins plane; 7° plaques gaufrées, ressemblant parfois à des débris de

coquilles ; 8° fragments irréguliers plus ou moins parallélépipédiques : c'est le type de tous les gros fragments.

A l'exception des tectites appartenant à ce dernier type dont la surface est légèrement et irrégulièrement corrodée, toutes présentent des ornements en creux, de formes très diverses, à répartir en deux groupes.

1° *Cupules.* — Ce sont des sections de calottes sphériques, isolées les unes des autres et alors régulières, ou bien coalescentes ; quelquefois elles sont séparées les unes des autres par des surfaces planes ou courbes, creusées d'ornements du même genre, mais plus petits ; dans certains cas, elles sont si rapprochées les unes des autres qu'elles ne sont séparées que par de fines arêtes tranchantes. La première idée qui vient à l'esprit est de considérer ces cupules comme des sections de bulles gazeuses, mais une telle opinion est rendue improbable par ce fait que la rupture de ces pièces fournit une cassure homogène, dépourvue de bulles ; de plus, certaines de ces pièces, et notamment les lames, sont certainement des débris de fragments de plus grandes dimensions. Elles sont partiellement limitées par des cassures, sur quoi se voient des cupules de même forme, mais très petites, de telle sorte que l'on ne peut guère échapper à l'hypothèse d'une corrosion à divers degrés, qui aurait produit tous ces ornements en creux.

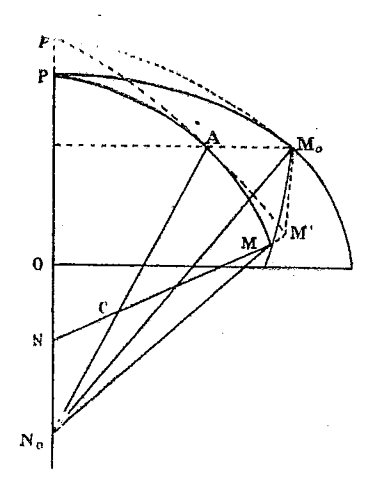
2° *Cannelures.* — Le second genre d'ornements consiste en cannelures, plus ou moins profondes, qui traversent les cupules et sont en relation avec la forme des contours extérieurs de la pièce, étirées dans le sens de l'allongement quand celles-ci sont allongées ou bien plus ou moins parallèles à sa surface, lorsqu'elles sont aplaties. Il est facile de les imiter par l'action de l'acide fluorhydrique, il s'agit donc là aussi d'une corrosion qui met en évidence des étirements subis par la matière isotrope, alors qu'elle était plastique. Les constantes physiques de cette matière montrent d'ailleurs une certaine hétérogénéité. Parfois, au lieu d'être rectilignes, ces cannelures sont curieusement plissées en anticlinaux et en synclinaux très aigus, décelant, d'une façon des plus nettes, les mouvements subis par la matière plastique.

La surface de ces échantillons est parfois terne, mais, plus souvent, elle possède un éclat rappelant celui de la laque, mais qui rarement est aussi vif que celui des billitonites de Billiton.

GÉODÉSIE. — *Sur l'extension de la méthode des ingénieurs géographes aux termes du quatrième ordre.* Note [1] de M. E. FICHOT.

1. Dans un Mémoire antérieurement publié [2], j'ai sommairement indiqué qu'on pouvait, par un développement logique de la méthode des ingénieurs géographes, obtenir les différences de coordonnées géographiques avec le quatrième ordre inclus, tout comme par la méthode d'Andrae. Je me propose ici de montrer comment on peut conduire simplement les calculs et de présenter les résultats sous forme de séries *ne contenant que des données à l'origine*.

2. M_0M étant, sur l'ellipsoïde de référence, l'arc de *géodésique* de lon-



gueur σ et d'azimut Z (compté ici à partir du Nord suivant les usages hydrographiques), le plan de section normale directe M_0N_0M interceptera sur la sphère de rayon $M_0N_0 = \rho'_0$ un arc de grand cercle dont la portion M_0M', comprise entre les deux méridiens extrêmes de la géodésique, possédera une longueur s et un azimut z tels que

$$s = \sigma + \frac{1}{6}e^2\cos^2 L_0 \cos^2 Z \rho'_0 \left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^3, \qquad z = Z + \frac{1}{6}e^2\cos^2 L_0 \sin Z \cos Z \left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^2.$$

---

(1) Séance du 2 janvier 1929.

(2) *Sur la réduction au sphéroïde terrestre des données de la triangulation* (*Annales hydrographiques*, 1907, p. 47-136).

Comme dans toutes les applications du théorème de Legendre, e^2 et $\frac{\sigma}{\rho'_0}$ sont considérés comme du premier ordre de grandeur.

Sur la sphère de rayon ρ'_0, le triangle sphérique pM_0M' nous fournit aisément le développement en série suivant les puissances croissantes de $\frac{s}{\rho'_0}$, avec des coefficients fonctions de L_0 et z, qui donne l'expression de la différence ξ des latitudes sphériques de M' et de M_0; et si nous remplaçons dans cette expression s et z par leurs valeurs ci-dessus, nous obtenons sans difficulté

$$\xi = a_1 \frac{\sigma}{\rho'_0} + a_2\left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^2 + a_3\left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^3 + a_4\left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^4,$$

les coefficients a ayant les valeurs

$$a_1 = \cos Z, \qquad a_2 = -\frac{1}{2}\operatorname{tang} L_0 \sin^2 Z,$$

$$a_3 = -\frac{1}{6}\,\frac{1+2\sin^2 L_0}{\cos^2 L_0}\sin^2 Z\cos Z + \frac{1}{6}e^2\cos^2 L_0 \cos Z \cos 2Z,$$

$$a_4 = -\frac{1}{24}\,\frac{\operatorname{tang} L_0}{\cos^2 L_0}[4\sin^2 Z(2+\sin^2 L_0) - 3\sin^4 Z(3+2\sin^2 L_0)].$$

Ceci posé, si nous désignons respectivement par $\varkappa$ et k les longueurs de l'arc d'ellipse méridienne AM et de l'arc de cercle AM', nous avons

$$k = \rho'_0\xi = \varkappa + \frac{1}{6}e^2\cos^2 L_0\,\rho'_0\left(\frac{\varkappa}{\rho'_0}\right)^3,$$

expression dans laquelle le terme en $\left(\frac{\varkappa}{\rho'_0}\right)^3$ peut, à l'approximation requise, être remplacé par ξ^3. Il en résulte immédiatement

$$(1) \qquad \frac{\varkappa}{\rho'_0} = a_1\frac{\sigma}{\rho'_0} + a_2\left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^2 + a'_3\left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^3 + a_4\left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^4,$$

avec

$$a'_3 = a_3 - \frac{1}{6}e^2\cos^2 L_0 \cos^3 Z.$$

Mais nous possédons, par ailleurs, une autre expression nous faisant connaître $\frac{\varkappa}{\rho'_0}$ en fonction des puissances croissantes de la différence x des latitudes sur l'ellipsoïde, c'est à savoir la formule de rectification de l'arc d'ellipse méridienne AM. En représentant par M, N, P, Q des polynomes

bien connus en e^2 ([1]), et posant pour abréger

$$(1-e^2)(1-e^2\sin^2 L_0)^{\frac{1}{2}} = \lambda,$$
$$M - N\cos 2L_0 + P\cos 4L_0 - Q\cos 6L_0 = (1-e^2\sin^2 L_0)^{-\frac{3}{2}} = \mu,$$
$$N\sin 2L_0 - 2P\sin 4L_0 = \nu,$$

nous avons, tous les termes du quatrième ordre inclus,

$$(2)\qquad \frac{\varkappa}{\rho_0} = \lambda\left(\mu x + \nu x^2 + \frac{2}{3}N\cos 2L_0 x^3\right).$$

De la comparaison de (1) et (2), il résulte que la différence de latitude cherchée x sera déterminée par l'équation

$$(3)\qquad \lambda\left(\mu x + \nu x^2 + \frac{2}{3}N\cos 2L_0 x^3\right) = a_1\left(\frac{\sigma}{\rho_0}\right) + a_2\left(\frac{\sigma}{\rho_0}\right)^2 + a'_3\left(\frac{\sigma}{\rho_0}\right)^3 + a_4\left(\frac{\sigma}{\rho_0}\right)^4.$$

Or, la méthode classique des ingénieurs géographes nous fait connaître la valeur de x au troisième ordre inclus. En substituant cette valeur dans les termes en x^2 et x^3 du premier membre de (3), nous aurons finalement avec tous les termes du quatrième ordre,

$$\frac{1-e^2}{1-e^2\sin^2 L_0}x = a_1\frac{\sigma}{\rho_0} + [a_2 - \lambda\nu(1+2e^2\cos^2 L_0)\cos^2 Z]\left(\frac{\sigma}{\rho_0}\right)^2$$
$$+\left[a'_3 + \lambda\nu\tang L_0\cos Z\sin^2 Z - \frac{2\lambda}{3}N\cos 2L_0\cos^3 Z\right]\left(\frac{\sigma}{\rho_0}\right)^3 + a_4\left(\frac{\sigma}{\rho_0}\right)^4.$$

Tous développements effectués et les seuls termes nécessaires étant conservés, cette formule peut s'écrire

$$x = (1 + e^2\cos^2 L_0 + e^4\cos^2 L_0 + e^6\cos^2 L_0)\cos Z\frac{\sigma}{\rho_0}$$
$$-\frac{1}{2}\tang L_0[\sin^2 Z + e^2\cos^2 L_0(1+2\cos^2 Z)$$
$$+ e^4\cos^2 L_0(1+2\cos^2 Z + 3\cos^2 L_0\cos^2 Z)]\left(\frac{\sigma}{\rho_0}\right)^2$$
$$-\frac{1}{6}\cos Z\{(1+3\tang^2 L_0)\sin^2 Z + e^2[2(1-4\sin^2 L_0) + \cos^2 Z(1+2\sin^2 L_0)]\}\left(\frac{\sigma}{\rho_0}\right)^3$$
$$-\frac{1}{24}\frac{\tang L_0}{\cos^2 L_0}\sin^2 Z[4(2+\sin^2 L_0) - 3\sin^2 Z(3+2\sin^2 L_0)]\left(\frac{\sigma}{\rho_0}\right)^4.$$

3. La différence de longitude du point M sur l'ellipsoïde étant la même que celle du point M' sur la sphère, il suffira, dans la formule sphérique, de substituer à s et z leurs expressions en σ et Z pour obtenir immédiatement

---

([1]) Cf. Faye-Bourgeois, *Cours d'Astronomie de l'École Polytechnique*, 1re Partie, fasc. 2, p. 81.

la différence cherchée sous la forme

$$\Delta G = \frac{\sin Z}{\cos L_0}\frac{\sigma}{\rho'_0} + \frac{\sin L_0 \sin Z \cos Z}{\cos^2 L_0}\left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^2$$
$$- \frac{1}{3}\frac{\sin Z}{\cos^3 L_0}\left[\sin^2 L_0 - \cos^2 Z(1 + 3\sin^2 L_0) - e^2 \cos^4 L_0 \cos^2 Z\right]\left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^3$$
$$- \frac{1}{3}\frac{\sin L_0}{\cos^4 L_0}\sin Z \cos Z\left[1 + 2\sin^2 L_0 - 3(1 + \sin^2 L_0)\cos^2 Z\right]\left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^4.$$

4. Quant à la convergence des méridiens qu'il suffit, pour les calculs successifs, de connaître au troisième ordre inclus, elle sera la même, à cette approximation, que si la géodésique tangentait à chacune de ses extrémités la section normale correspondante.

Son expression complète sera ainsi

$$' \pm 180^\circ + \operatorname{tang} L_0 \sin Z \frac{\sigma}{\rho'_0} + \frac{1}{4}\sin 2Z(1 + 2\operatorname{tang}^2 L_0 + e^2\cos^2 L_0)\left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^2$$
$$+ \frac{1}{6}\sin Z \operatorname{tang} L_0\left[2(3 + 4\operatorname{tang}^2 L_0)\cos^2 Z - (1 + 2\operatorname{tang}^2 L_0)\right]\left(\frac{\sigma}{\rho'_0}\right)^3.$$

ÉLECTIONS.

M. **A. Stodola** est élu Correspondant pour la Section de Mécanique par 37 suffrages contre 3 à M. *Riabouchinsky*.

Il y a 2 bulletins nuls.

M. **William Bowie** est élu Correspondant pour la Section de Géographie et Navigation par 41 suffrages contre 1 à M. *Adrien de Gerlache*.

CORRESPONDANCE.

M. **Serge Bernstein**, élu Correspondant pour la Section de Géométrie, adresse des remercîments à l'Académie.

MM. **Fernand Blondel**, **François Divisia** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Giuseppe Armellini. *Trattato di Astronomia siderale*. Volume I, Parte generale.

2° *Isostasy, a learned Treatise on the Science of the Equilibrium of the Earth's Crust*, by William Bowie, et plusieurs Mémoires du même auteur, dont un en collaboration avec M. John F. Hayford sur l'*Isostasie*. (Présentés par M. Ch. Lallemand.)

3° Gaston Lautier. *Le Sud-Ouest méditerranéen* (Bas-Languedoc et Roussillon). Préface de Em. de Martonne. (Présenté par M. G. Perrier.)

4° Ludovic Gaurier. *Atlas des lacs des Pyrénées*. (Présenté par M. Helbronner.)

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux ou trois candidats à chacune des deux chaires actuellement vacantes au *Conservatoire national des arts et métiers* :

1° *Chaire de chimie générale dans ses rapports avec l'industrie*. (Renvoyé à la section de chimie.)

2° *Chaire de physiologie du travail, hygiène industrielle, orientation professionnelle*. (Renvoyé à la section de médecine et chirurgie.)

GÉOMÉTRIE. — *Opérations sphériques et congruence paratactique.* Note [1] de M. **Paul Delens**, présentée par M. Hadamard.

Je poursuis ici [2] l'étude des opérations sphériques.

1. L'équation aux sphères-points d'un faisceau de sphères avec deux solutions (réelles ou imaginaires) 1, où ∞^1, détermine trois sortes de cercles

$$\mathcal{C}_1 \equiv [aa'], \quad a^2 = a'^2 = 1, \quad a \mid a' = 0, \quad \text{(cercle propre)},$$
$$\mathcal{M}_0 \equiv [am], \quad a^2 = 1, \quad m^2 = a \mid m = 0, \quad \text{(cercle point)},$$
$$\mathcal{J}_{00} \equiv [mn], \quad m^2 = m \mid n = n^2 = 0, \quad \text{(cercle isotrope)}.$$

Les tenseurs symétriques, carrés de $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{M}_0$, sont : $\mathcal{C}_1^2 = -(a^2 + a'^2)$, $\mathcal{M}_0^2 = -m^2$; les équations caractéristiques des trois types :

$$\mathcal{C}_1^3 + \mathcal{C}_1 = 0, \quad \mathcal{M}_0^3 = 0, \quad \mathcal{J}_{00}^2 = 0,$$

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) Voir *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1107.

donnent les opérations sphériques des groupes à un paramètre correspondants

$$(1)\qquad \mathfrak{A}_1^{(\tau)} \equiv \mathfrak{U} + \sin\tau.\mathfrak{A}_1 + (1-\cos\tau)\mathfrak{A}_1^2,$$

$$(2)\qquad \mathfrak{M}_0^{(\tau)} \equiv \mathfrak{U} + \tau\mathfrak{M}_0 + \frac{\tau^2}{2}\mathfrak{M}_0^2,$$

$$(3)\qquad \mathfrak{J}_{00}^{(\tau)} \equiv \mathfrak{U} + \tau\mathfrak{J}_{00}.$$

Les trajectoires sont des cercles pour (1) et (2), des droites isotropes pour (3); (1) ou (2) est produit de deux inversions de sphères s, s', d'après

$$(2s^2-\mathfrak{U})\,|\,(2s'^2-\mathfrak{U}) = \mathfrak{U} + 2s\,|\,s'[ss'] + 2[ss']^2.$$

Il n'en est pas de même pour (3); l'opérateur $\mathfrak{J}_{00}^{(\tau)}$ est *gauche*.

2. La discussion des formes canoniques pour un torseur $\mathfrak{H}$ repose sur l'étude des cercles du faisceau $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}^3$ (¹); bornons-nous ici au cas, le plus général, du torseur somme de deux cercles propres *axiaux* (ou conjugués

$$\mathfrak{H} = \lambda\mathcal{C}_1 + \lambda'\mathcal{C}'_1, \qquad \mathcal{C}_1\mathcal{C}'_1 = 0, \qquad \mathbf{K}(\mathcal{C}_1\mathcal{C}'_1) = \mathcal{C}'_1\mathcal{C}_1 = 0.$$

L'équation caractéristique est alors

$$(\lambda^2-\lambda'^2)\mathfrak{H}(\mathfrak{H}^2+\lambda^2)(\mathfrak{H}^2+\lambda'^2) = 0,$$

soit dans le cas général $\lambda^2 \neq \lambda'^2$, d'ordre 5; l'opération générale à deux angles $\theta = \lambda\tau$, $\theta' = \lambda'\tau$, du groupe de symbole $\mathfrak{H}$, est

$$(4)\qquad \mathfrak{H}^{(\theta,\theta')} \equiv \mathcal{C}_1^{(\theta)}\mathcal{C}_1'^{(\theta')} = \mathcal{C}_1^{(\theta)} + \mathcal{C}_1'^{(\theta')} - \mathfrak{U}.$$

Elle est aussi produit de deux transpositions de cercles $\mathfrak{A}_1$, $\mathfrak{B}_1$, d'après

$$\mathfrak{A}_1^{(\pi)}\mathfrak{B}_1^{(\pi)} = \mathfrak{U} + 2a\,|\,b[ab] + 2a'\,|\,b'[a'b'] + 2[ab]^2 + 2[a'b']^2,$$

$$\mathfrak{A}_1 = [aa'], \qquad \mathfrak{B}_1 = [bb'], \qquad \sin\omega\,\mathcal{C}_1[ab], \qquad \sin\omega'\,\mathcal{C}'_1 = [a'b'], \qquad a\,|\,b' = a'\,|\,b = 0,$$

$$a\,|\,b = \cos\omega, \qquad a'\,|\,b' = \cos\omega', \qquad \theta = 2\omega, \qquad \theta' = 2\omega';$$

$\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}'_1$ sont les cercles perpendiculaires communs de $\mathfrak{A}_1$ et $\mathfrak{B}_1$, dont ω et ω' sont les angles élémentaires.

3. Pour $\lambda^2 = \lambda'^2$, $\mathfrak{H}$ sera dit torseur paratactique, ou *parataxe*; soit la forme $\mathfrak{T}_2 = \mathcal{C}_1 + \mathcal{C}'_1$, dont l'équation caractéristique est $\mathfrak{T}_2^3 + \mathfrak{T}_2 = 0$.

$$(5)\qquad \mathfrak{T}_2^{(\tau)} \equiv \mathfrak{U} + \sin\tau\,\mathfrak{T}_2 + (1-\cos\tau)\,\mathfrak{T}_2^2$$

est l'opération paratactique d'angle τ; les trajectoires du groupe de symbole $\mathfrak{T}_2$ sont les cercles de la congruence paratactique; tels sont $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}'_1$.

(¹) Une discussion équivalente est donnée par A. N. WHITEHEAD, *A Treatise on Universal Algebra* (Cambridge 1898), p. 286-299.

Les cercles $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{B}_1$ du cas précédent sont maintenant paratactiques et

$$-<\mathcal{A}_1, \mathcal{B}_1> = <\mathcal{A}_1^2, \mathcal{B}_1^2> = \frac{1}{2}\sin 2\omega\, \mathcal{T}_2,$$

$<\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}> \equiv \mathfrak{X}\mathfrak{Y} - \mathfrak{Y}\mathfrak{X}$ représentant la *parenthèse* de S. Lie entre $\mathfrak{X}$ et $\mathfrak{Y}$. Sans revenir sur les propriétés focales des cercles paratactiques ni les décompositions d'un parataxe, signalons cependant qu'un tel torseur est la somme de deux cercles isotropes non cosphériques :

$$\mathcal{T}_2 = \mathcal{Y}_{00} + \mathcal{J}_{00}, \qquad \text{avec} \qquad \mathcal{Y}_{00} \mid \mathcal{J}_{00} = -2.$$

4. Soient maintenant a, a', b, b', u cinq sphères orthogonales entre elles; un cercle $\mathcal{C}$, trajectoire d'un élément

$$e = e_0\mathfrak{X}_2^{\varphi}, \qquad e_0 = \alpha a + \alpha' a' + \beta b + \beta b' + \gamma u,$$

est déterminé par deux sphères orthogonales à

$$e_0, \ o_0\mathcal{T}_2, \ e^0\mathcal{T}_2^2 = e_0 \mid (2u^2 - \mathcal{U}),$$

d'où l'expression générale des cercles trajectoires; avec les notations

$$\mathcal{T}_2 \equiv \mathcal{T} = [aa' + bb'], \qquad \mathcal{Q} = [aa' - bb'], \qquad \mathcal{R} = [ab' - a'b], \qquad \mathcal{S} = [ab + a'b'],$$

$$\frac{\text{T}}{-(a^2 + \alpha'^2 + \beta^2 + \beta'^2)} = \frac{\text{X}}{\alpha^2 + \alpha'^2 - \beta^2 - \beta'^2} = \frac{\text{Y}}{2(\alpha\beta + \alpha'\beta')} = \frac{\text{Z}}{-2(\alpha\beta' - \alpha'\beta)},$$

cette expression est

(6) $$\mathcal{C} = \text{T}\mathcal{T} + \text{X}\mathcal{Q} + \text{Y}\mathcal{R} + \text{Z}\mathcal{S}, \qquad \text{X}^2 + \text{Y}^2 + \text{Z}^2 - \text{T}^2 = 0,$$

et en particulier

$$\mathcal{C}_1 = \frac{1}{2}(\mathcal{T} + \text{X}\mathcal{Q} + \text{Y}\mathcal{R} + \text{Z}\mathcal{S}), \qquad \text{X}^2 + \text{Y}^2 + \text{Z}^2 - 1 \equiv 0.$$

Les parataxes $\mathcal{Q}$, $\mathcal{R}$, $\mathcal{S}$ d'espèce opposée à celle de $\mathcal{T}$, lui sont *permutables*, d'où $<\mathcal{T}\mathcal{C}> = 0$; l'on remarque *l'analogie* quaternionienne des formules

$$\mathcal{T}^2 = \mathcal{Q}^2 = \mathcal{R}^2 = \mathcal{S}^2 = \mathcal{Q}\mathcal{R}\mathcal{S} \qquad \mathcal{Q}\mathcal{R} = -\mathcal{R}\mathcal{Q} = \mathcal{S}, \ \ldots.$$

Bref, (6) donne la réprésentation sphérique des cercles de la congruence paratactique, et en outre une représentation spatiale des tenseurs de la congruence. Sans avoir l'élégance des énoncés géométriques de MM. Bloch et Hadamard, les formules précédentes contiennent l'essentiel de la théorie : elles permettent de démontrer que les transformées d'une *sphère* par rotation d'angle τ autour des divers cercles de la congruence sont encore orthogonales

à une même sphère. La notion de *puissance réduite* entre point et cercle, due à M. A. Bloch, a permis d'intéressantes interprétations; le carré de cette puissance étant traduit par $(m\mathcal{C}_1)^2 = -m^2 \| \mathcal{C}_1^2 = \mathfrak{M}_0^2 \| \mathcal{C}_1^2$, on peut les généraliser par des relations analogues entre invariants angulaires de sphères et de cercles, des types $(s\mathcal{C}_1)^2 = -s^2 \| \mathcal{C}_1^2$ et $\mathfrak{A}^2 \| \mathcal{C}_1^2$.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces réglées ayant pour asymptotiques des cubiques gauches.* Note de M. **Ch. Bioche**, présentée par M. G. Kœnigs.

J'ai indiqué (*Bull. Soc. Math. de France*, 26, p. 232) une construction de ces surfaces. Je vais en donner des équations paramétriques, et j'ajouterai une remarque relative à des formules de Cremona (*Annali di Matematica*, 2e série, 1).

1° Une surface en question est déterminée si l'on se donne une cubique gauche C et une droite D; la surface est engendrée par la droite qui joint un point M de C au point M_1 où le plan osculateur en M coupe D. La droite MM_1 rencontre la droite D′, conjuguée de D par rapport au complexe linéaire L auquel appartiennent les tangentes à C.

On peut représenter la cubique par les équations

$$\frac{X}{au^3} = \frac{Y}{au^2} = \frac{Z}{au} = \frac{T}{1}$$

et, si l'on écarte les cas où D serait, soit une corde de C, soit une sécante située dans le plan osculateur au point d'intersection, la droite D peut se représenter par

$$Y = 0, \qquad X = mZ + pT,$$

en choisissant convenablement le tétraèdre de référence. La droite D′ a alors pour équations

$$X = pT, \qquad 3Y + amT = 0.$$

Je ferai $T = 1$ pour simplifier les écritures.

2° Les surfaces considérées peuvent se représenter paramétriquement par

$$\text{(I)} \qquad \frac{X - au^3}{3au^5 - 3pu^2} = \frac{Y - au^2}{3au^4 + amu^2} = \frac{Z - au}{2au^3 + mau + p} = -\rho.$$

Pour avoir l'équation des lignes asymptotiques il suffit d'écrire que les valeurs de ρ, correspondant à un point M et aux points où la génératrice

coupe C, D et D′, ont un rapport anharmonique constant. On obtient

$$\rho = \frac{1}{3u^2+v},$$

le rapport anharmonique en question étant $1 - \frac{m}{v}$. On a alors pour équations paramétriques mettant en évidence les asymptotiques

$$\text{(II)} \qquad \frac{X}{au^3v+3pu^2} = \frac{Y}{au^2(v-m)} = \frac{Z}{au^3+au(v-m)-p} = \frac{1}{3u^2+v}.$$

3° Si $m \neq 0$ et $p \neq 0$, on a une surface du sixième ordre à directrices triples distinctes. Si $m=0$, $p \neq 0$ les équations conservent leur forme, D et D′ étant confondues. Si $m \pm 0$, $p=0$, D est directrice triple, D′ directrice double, la surface est du cinquième ordre. Si $m=0$, $p=0$, D est tangente à C et coïncide avec D′. On a une surface du troisième ordre, dite surface de Cayley.

4° Je reprends les cas écartés plus haut. Si D est une corde on peut la représenter par

$$Y=0, \qquad Z=0.$$

D′ est alors représentée par

$$X=0, \qquad T=0,$$

D est directrice triple et D′ directrice simple; la surface est du quatrième ordre. Elle peut se représenter par

$$\frac{X}{au^3} = \frac{Y}{au^2v} = \frac{Z}{auv} = \frac{T}{1},$$

les lignes asymptotiques étant données par $v=$ const. Si D est un plan osculateur et coupe c on peut le représenter par

$$X=0, \qquad Z=0;$$

comme D appartient au complexe L, D′ se confond avec elle, la surface est du quatrième ordre, D et D′ étant des directrices doubles. Elle se représente par

$$\frac{X}{au^3v} = \frac{Y}{au^2(v-u)} = \frac{Z}{auv} = \frac{T}{3u+v},$$

$v=$ const. donnant une asymptotique.

5° En utilisant la représentation donnée par les équations (1) on constate facilement que les surfaces correspondantes ont des sections planes présentant des rebroussements, situés sur les génératrices qui sont tangentes

à c et n'ont pas leurs points de contact sur une directrice. Le même fait se produit pour les surfaces du quatrième ordre dont on peut, d'ailleurs, avoir facilement les équations cartésiennes. Ceci permet d'expliquer une difficulté qui se présente dans l'application de formules générales données par Cremona.

D'après ces formules, le degré des asymptotiques des surfaces réglées à directrices d'ordres m et n ($m > n$) ayant leurs sections planes unicursales est

$2(m+n-1)$ si les directrices sont distinctes;

$2m+n-2$ si les directrices sont confondues.

On obtient des nombres ordinairement trop grands, parce que Cremona ne supposait aux sections planes que des points doubles. Or il y a des rebroussements; et l'on sait qu'en général sur une surface réglée dont les génératrices appartiennent à un complexe linéaire il y a une courbe dont les tangentes appartiennent à ce complexe; elle est asymptotique et d'un degré égal à la classe d'une section plane. D'autre part cette courbe peut se décomposer en deux courbes de degré moitié; ce fait se présente nécessairement quand les asymptotiques sont des cubiques.

Si l'on retranche des nombres qui résultent des formules de Cremona le nombre des rebroussements on trouve 3 pour les surfaces à directrices confondues que j'ai indiquées, et 6 pour les surfaces à directrices distinctes, surfaces pour lesquelles les asymptotiques se trouvent composées de paires de cubiques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les valeurs limites des fonctions analytiques.* Note de M. V. **Smirnoff**, présentée par M. Hadamard.

Soit $f(z)$ une fonction holomorphe dans le cercle K ($|z|<1$). Nous dirons que $f(z)$ appartient à la classe H_δ ($\delta > 0$), si les intégrales

$$\int_0^{2\pi} |f(re^{i\vartheta})|^\delta \, d\vartheta$$

restent bornées pour $r \to 1$. On sait que, dans ce cas, $f(z)$ a presque partout les valeurs limites $f(e^{i\vartheta})$ sur les chemins non tangents et que $|g(e^{i\vartheta})|^\delta$ est sommable [1]. Notre but est de signaler deux théorèmes nouveaux sur les

---

[1] F. Riesz, *Mathem. Zeitschrift*, 18, 1923, p. 94.

fonctions qui appartiennent à la classe mentionnée. Il nous semble qu'il est facile de tirer de ces théorèmes des conséquences importantes pour la théorie des fonctions.

THÉORÈME I. — *Si $f(z)$ appartient à une classe $H_\delta(\delta > 0)$ et la fonction*

$$|f(e^{i\vartheta})|^\lambda \quad (\lambda > \delta)$$

est sommable, la fonction $f(z)$ appartient aussi à la classe H_λ.

Remarquons que la première condition du théorème est essentielle. Nous dirons que $f(z)$ est représentable par l'intégrale de Cauchy ou par l'intégrale de Cauchy-Stieltjès, si l'on a

$$(1) \qquad f(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{(z'=e^{i\vartheta})} \frac{\varphi(z')}{z'-z}\,dz'$$

ou

$$(2) \qquad f(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{(z'=e^{i\vartheta})} \frac{d\psi(z')}{z'-z},$$

où $\varphi(z')$ est une fonction sommable et $\psi(z')$ une fonction à variation bornée.

THÉORÈME II. — *Si $f(z)$ est représentable par l'intégrale de Cauchy ou de Cauchy-Stieltjès, elle appartient à toutes les classes H_δ pour $\delta < 1$.*

Faisons quelques remarques. On peut construire des fonctions qui sont représentables par l'intégrale de Cauchy de la forme (1), mais pour lesquelles la formule de Cauchy

$$(3) \qquad f(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{z'=e^{\vartheta i}} \frac{f(e^{i\vartheta})}{z'-z}\,dz'$$

n'a pas lieu. L'exemple d'une telle fonction est

$$f(z) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{z^n}{\log n} \quad [1].$$

Remarquons encore que toutes les classes H_δ pour $\delta > 1$ contiennent, outre les fonctions mentionnées dans le théorème II, quelques fonctions qui ne sont pas représentables par l'intégrale de Cauchy ou de Cauchy-Stieltjès. Par exemple,

$$f(z) = \frac{\log(1-z)}{1-z}.$$

Notons quelques conséquences immédiates des théorèmes précédents.

---

[1] Cet exemple m'a été communiqué par M. G. M. Fichtenholz.

1. Si une fonction est représentable par la formule de Cauchy (3), elle appartient à H_1.

2. Si $f(z)$ est représentable par l'intégrale de Cauchy, mais si la formule (3) n'a pas lieu, $f(e^{i\vartheta})$ n'est pas sommable.

3. Si une série trigonométrique, conjuguée de la série Fourier-Lebesgue, n'est pas une série Fourier-Lebesgue, elle est sommable par le procédé de Fejér vers une fonction qui n'est pas sommable.

4. On peut donner la représentation paramétrique pour toutes les fonctions de la classe H_δ [1] :

$$f(z) = e^{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \log p(\vartheta)\frac{e^{i\vartheta}+z}{e^{i\vartheta}-z}\,d\vartheta}\, z^k \prod |z_s| \frac{1-\frac{z}{z_s}}{1-\bar{z}_s z}\, e^{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{e^{i\vartheta}+z}{e^{i\vartheta}-z}\,d\psi(\vartheta)}.$$

Dans cette formule, $p(\vartheta)$ est une fonction quelconque positive pour $0 \leqq \vartheta \leqq 2\pi$, pour laquelle $[p(\vartheta)]^\delta$ et $\log p(\vartheta)$ sont sommables; $|z_s| < 1$ $(s = 1, 2, \ldots)$ et le produit $\Pi |z_s|$ est convergent, si ce produit est infini; $\psi(\vartheta)$ est une fonction quelconque décroissante pour $0 \leqq \vartheta \leqq 2\pi$ et $\psi'(\vartheta) = 0$ presque partout.

La démonstration des théorèmes I et II est très simple.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Comparaison de divers théorèmes sur les séries de Taylor*. Note de **M. Soula**, présentée par M. Hadamard.

1. Soit une série de Taylor à rayon de convergence fini $f(z) = \Sigma a_n z^n$; je divise la suite des termes en groupes dont le premier contient h_1 termes, le deuxième h_2, les suivants h_3, h_4, ... et je suppose que

$$\frac{h_n}{h_1 + h_2 + \ldots + h_{n-1}}$$

tende vers zéro. Soit p_n le nombre des termes du $n^{\text{ième}}$ groupe qui ne sont pas nuls; la limite supérieure de $\frac{p_n}{h_n}$ sera appelée la « densité en détail » des coefficients non nuls de la série relativement au groupement de termes considéré. M. Fabry a démontré le théorème suivant [2] :

I. Si la fonction $f(z)$ est holomorphe sur un arc du cercle de conver-

---

(1) Szegö, *Math. Annalen*, 84, 1921, p. 233.

(2) Fabry, *Sur les séries de Taylor* (*Acta mathematica*, 22, 1898, p. 86).

gence dont la mesure soit égale à 2Ω, la densité en détail des coefficients non nuls est au moins égale à $\frac{\Omega}{\pi}$. L'énoncé de M. Fabry est plus général encore, car il ne fait pas intervenir tous les coefficients, mais il existe des méthodes pour ramener le cas général au cas particulier énoncé.

Je me suis occupé du cas où il n'y a qu'un nombre fini p de points singuliers sur le cercle de convergence; il est clair que la densité en détail des coefficients non nuls doit être au moins égale à $\frac{1}{p}$ dans ce cas, et il semble que l'on ne peut aller plus loin, car cette densité est $\frac{1}{p}$ pour $f(z) = \frac{1}{1-z^p}$. Il est possible cependant de montrer que la densité est 1, sauf dans des cas analogues au précédent.

II. Si une série de Taylor représente une fonction qui n'a qu'un nombre fini de points singuliers sur le cercle de convergence, la densité en détail des coefficients non nuls est égale à 1, sauf peut-être dans le cas où il existe une suite de coefficients $a_{m\nu+k}$, $\nu = 1, 2, 3, \ldots$) dont les indices forment une progression arithmétique de raison m et tels que $\Sigma a_{m\nu+k} z^{m\nu}$ a son rayon de convergence supérieur à celui de $f(z)$. Pour la démonstration, il suffit d'employer une méthode due à M. Carlson (¹).

2. Soit $S(x)$ le nombre des coefficients non nuls dont l'indice est inférieur à x. La limite supérieure de $\frac{S(x)}{x}$ sera la « densité supérieure » de ces coefficients. J'ai démontré le théorème suivant dont des cas particuliers ont été souvent retrouvés et qui s'applique d'ailleurs aux fonctions entières (²):

III. Si la fonction $f(z)$ est holomorphe dans un angle de sommet O et d'ouverture 2Ω, si, de plus, il existe M tel que $|z^M f(z)|$ reste borné dans cet angle pour $|z|$ supérieur à une valeur donnée, la densité supérieure des coefficients non nuls est au moins égale à $\frac{\Omega}{\pi}$.

Ce théorème se laisse compléter comme celui de M. Fabry.

IV. Si $f(z)$ est holomorphe dans l'étoile E qui s'obtient en traçant dans le plan un nombre fini de coupures rectilignes portées par des rayons issus de O, si, de plus, $|z^M f(z)|$ est borné pour $|z|$ assez grand, la densité supé-

(¹) CARLSON, *Ueber Potenzreihen mit endlich vielen verschiedenen Koeffizienten* (*Math. Annalen*, 79, 1919, p. 119).

(²) *Sur les séries de Taylor qui ont une infinité de coefficients nuls* (*Comptes rendus*, 176, 1923, p. 877).

rieure des coefficients non nuls est égale à 1. Il peut cependant y avoir des exceptions analogues à celles du théorème II.

3. M. Pólya a démontré que la densité supérieure des coefficients non nuls est égale à 1 sous la seule condition que $f(z)$ n'ait qu'un point singulier sur le cercle de convergence et que ce point soit semi-isolé; la densité des coefficients forts, c'est-à-dire de ceux qui vérifient $|a_m| > (1-\varepsilon)^m \rho^m$ pour ε petit arbitraire et constant, est aussi égale à 1 [1]. C'est là un énoncé plus précis que celui du théorème III dans le cas où $\Omega = \pi$. On est donc conduit à se demander si le théorème III ne peut pas être complété pour $\Omega < \pi$. Je me bornerai à signaler que la suite des coefficients forts n'a pas nécessairement 1 pour densité supérieure dans ce cas général. On le démontre aisément par un exemple formé à l'aide de séries bien connues qui n'ont qu'un point singulier sur le cercle de convergence et dont la densité supérieure des coefficients non nuls est inférieure à 1.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Contribution à l'étude de la capacité et de la série de Wiener.* Note [2] de MM. **O.-D. Kellogg** et **Florin Vasilesco**, présentée par M. Hadamard.

On se rappelle le critère de M. Wiener [3].

Soient D un domaine de l'espace à 3 ou plus de 3 dimensions, P un point de sa frontière et $\gamma_n(P)$ la capacité de l'ensemble des points n'appartenant pas à D et compris dans la couronne déterminée par les sphères $\lambda^n(P)$ et $\lambda^{n+1}(P)$ de centre P et de rayons λ^n et λ^{n+1} $(\lambda < 1)$.

Le point P est régulier ou irrégulier pour D, suivant que la série

$$\sum_{1}^{\infty} \frac{\gamma_n(P)}{\lambda^n}$$

diverge ou converge.

Nous allons, d'abord, donner à ce critère d'autres formes qui nous ont été plus commodes dans certaines de nos recherches en vue de la résolution du problème suivant :

---

(1) Pólya, *Sur un théorème de M. Hadamard* (*Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 579).

(2) Séance du 2 janvier 1929.

(3) Wiener, *Bulletin Massachussettes Inst. of Tech.*, **39**, avril 1924, p. 130. Voir aussi Kellogg, *Recent progress with the Dirichlet problem* (*Bulletin of the American Math. Society*, **32**, novembre-décembre 1926, p. 617).

Existe-t-il des ensembles de capacité positive sans points réguliers ? problème auquel nous allons apporter ici-même de nouvelles contributions ([1]).

I. *Dans le critère de M. Wiener, on peut donner à* $\gamma_n(P)$ *la signification de la capacité de l'ensemble des points n'appartenant pas à* D, *mais contenus dans toute sphère* $\lambda^n(P)$.

Dès lors, on peut utiliser pour ce critère non seulement des sphères, mais aussi une grande variété d'autres régions tendant, en se resserrant, vers P.

Dans la suite, nous entendrons par « série de Wiener » la série où $\gamma_n(P)$ a la signification du théorème précédent.

II. *Si la série de Wiener diverge en* P, *auquel cas elle a la valeur* $+\infty$, *elle y est continue.*

La série n'est pas nécessairement continue en un point où elle converge.

On en conclut, comme une contribution possible au problème qui nous intéresse, que :

III. *Si la série de Wiener relative à un ensemble fermé borné* E ([2]) *est bornée aux points d'un ensemble partout dense sur* E, *elle est partout finie sur* E *qui, de ce fait, n'a que des points irréguliers.*

Voici une autre forme du critère de M. Wiener.

IV. *Le point* P *est régulier ou irrégulier, suivant que*

$$\int_0^{\infty} c(e^{-x})\, e^{x}\, dx = \int_0^{1} \frac{c(\rho)}{\rho^2}\, d\rho$$

existe ou n'existe pas.

Ici $c(y)$ représente la capacité de l'ensemble des points non situés dans D, mais contenus dans la sphère de rayon y et de centre P.

Rappelons maintenant une notion de voisinage relative aux ensembles ([3]).

On dit que deux ensembles fermés bornés e *et* e' *diffèrent de* ε *au plus, lorsque* e' *est contenu dans l'ensemble* V_ε *des sphères de rayon* ε *ayant comme centre chacun des points de* e, *et que* e *est contenu dans l'ensemble* V_ε *relatif à* e'.

---

(1) Voir O.-D. KELLOGG, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 526; FLORIN VASILESCO, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 635 et 1116.

(2) Le problème ne se pose, en effet, que si E est la frontière d'un seul domaine ensemble ouvert, d'un seul tenant. Voir FLORIN VASILESCO, *Sur les singularités des fonctions harmoniques*, n° 38, Mémoire qui paraîtra prochainement dans un autre Recueil.

(3) Voir FLORIN VASILESCO, *Essai sur les fonctions multiformes de variables réelles* (*Thèse*, Gauthier-Villars, Paris, 1925, p. 7).

A l'aide de cette notion nous pouvons énoncer le théorème suivant :

V. *Soient* E *un ensemble fermé borné et e une quelconque de ses parties fermées. La capacité de e est une fonction d'ensemble semi-continue supérieurement, qui n'est continue que si* E *est de capacité nulle.*

En appliquant ce résultat à la série de Wiener, on obtient cet énoncé :

VI. *Soient* E *un ensemble fermé, borné, et* P *un de ses points. La fonction* $\gamma_n(P)$ [voir I] *est semi-continue supérieurement et, par conséquent, de la classe* 1 *de M. Baire. Elle n'est pas, en général, continue. La série de Wiener est donc, en général, de deuxième classe.*

Cependant il y a des cas où l'on peut abaisser cette classe d'une unité.

VII. *Si la sphère* $\lambda^n(P)$ (voir I) *détermine sur* E *un ensemble de capacité nulle,* $\gamma_n(P)$ *est continue en* P. *Si cela a lieu quels que soient n et* P, *les* $\gamma_n(P)$ *sont continues et la série de Wiener est de classe* 1. *Elle est, de plus, semi-continue inférieurement* [1].

Tout ensemble plan ou situé sur une autre surface analytique, etc. satisfait au théorème précédent. C'est donc parmi de tels ensembles qu'il faut chercher un exemple *d'ensemble de capacité positive sans points réguliers.* Voici comment on peut avancer cette recherche. Puisque la série de Wiener d'un tel ensemble est semi-continue inférieurement, E est la somme des ensembles E_n aux points desquels elle est inférieure ou égale à A_n, les nombres A_n croissant indéfiniment. Or, on sait que dans ce cas, l'un au moins des E_n doit être de capacité positive [2]. Nous avons donc cet énoncé général, nouvelle contribution au problème qui nous intéresse :

VIII. *S'il existe un ensemble fermé borné de capacité positive sans points réguliers, on peut en extraire un autre de même nature pour lequel la série de Wiener soit bornée, ait ses termes fonctions continues, et soit, de ce fait, semi-continue inférieurement.*

Ces résultats seront développés dans un Mémoire ultérieur.

---

(1) Dans ce théorème et dans le précédent, nous avons spécialement en vue un ensemble E frontière d'un seul domaine d'un seul tenant. Si, toutefois, il n'en était pas ainsi, E serait considéré comme la frontière du seul domaine infini et composé de tous les points n'appartenant pas à ce domaine.

(2) Voir FLORIN VASILESCO, *Sur les singularités* (*loc. cit.*), n° 8.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe de congruences.* Note [1] de M. A. **Demoulin**, présentée par M. Goursat.

M. Masloff a déterminé, dans une Communication récente [2], une classe étendue de surfaces de Bianchi. J'ai été conduit à ces surfaces, en 1920, dans un Mémoire intitulé *Sur les équations de Moutard à solutions quadratiques* [3]. Les équations qui figurent à la page 796 de la Note de M. Masloff sont idendiques, à la notation près, aux équations (165') et (166) dudit Mémoire,

Dans le même travail, j'ai obtenu aussi des surfaces de Bianchi dépendant non seulement de l'intégrale générale d'une équation linéaire aux dérivées partielles du second ordre, comme les surfaces dont il est question plus haut, mais de constantes arbitraires dont le nombre est arbitrairement grand.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la transformation des équations aux dérivées partielles du second ordre par l'usage explicite des variables caractéristiques d'Ampère.* Note de M. **Jules Drach**, transmise par M. Émile Borel.

J'ai montré récemment [4] quel intérêt il y a à remplacer une équation du second ordre $r=f(x, y, z, p, q, s, t)$ par un système (Σ) *à caractéristiques explicites* (α, β). Les dérivées *principales* de (Σ) sont, par exemple, toutes les dérivées de y, z, p, q, s et $\frac{\partial^2 x}{\partial\alpha\,\partial\beta}$, $\frac{\partial^2 t}{\partial\alpha\,\partial\beta}$; les dérivées *paramétriques* sont les dérivées de x et de t relatives à une seule des variables (α, β), chaque ordre de dérivation en ajoute quatre.

Ce système (Σ), formé à partir du second ordre, comprend en particulier les systèmes d'ordre supérieur auxquels conduit la méthode de Darboux.

J'indique ici deux nouvelles applications.

---

(1) Séance du 2 janvier 1929.

(2) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 794-796.

(3) *Bulletins de la classe des sciences de l'Académie royale de Belgique*, 5e série, 6, 1920, p. 192-215, 418-438, 503-523; 7, 1921, p. 10-32.

(4) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1593, et 183, 1926, p. 109.

I. Pour une équation $r = f(s, t)$ on a trouvé, pour définir la solution générale, des formules (F) :

$$u_1 y + u_2 x = u, \qquad v_1 y + v_2 x = v;$$
$$dr = u_2^2\, d\alpha + v_2^2\, d\beta, \qquad ds = u_1 u_2\, d\alpha + v_1 v_2\, d\beta, \qquad dt = u_1^2\, d\alpha + v_1^2\, d\beta;$$
$$2\,dZ = u^2\, d\alpha + v^2\, d\beta, \qquad dP = u u_2\, d\alpha + v v_2\, d\beta, \qquad dQ = u u_1\, d\alpha + v v_1\, d\beta.$$

où l'on a posé :

$$Z = z - (px + qy) + \frac{1}{2}(rx^2 + 2sxy + ty^2), \qquad P = rx + sy - p, \qquad Q = sx + ty - q$$

et où l'on désigne par (u, v), (u_1, v_1), (u_2, v_2) trois solutions du système (A) : $\frac{\partial u}{\partial \beta} = \lambda v$, $\frac{\partial v}{\partial \alpha} = \lambda u$. Les variables α, β sont *ici* des fonctions déterminées de s et t à l'aide desquelles on peut calculer $\lambda(\alpha, \beta)$; (u_1, v_1) et (u_2, v_2) sont connus et (u, v), solution générale de (A), dépend de deux fonctions arbitraires.

Les formules (F) subsistent sous la condition que l'on ait *identiquement*

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial z} p + \frac{\partial f}{\partial p} f + \frac{\partial f}{\partial q} s = 0, \qquad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z} q + \frac{\partial f}{\partial p} s + \frac{\partial f}{\partial q} t = 0.$$

L'équation du second ordre est alors une relation quelconque entre les six éléments Z, P, Q, r, s, t; dans le cas général α, β ne sont pas des fonctions déterminées de x, y, z et des dérivées de z en x, y, on ne peut alors que transformer le problème en un autre où les inconnues sont les trois couples (u, v), (u_1, v_1), (u_2, v_2) et $\lambda(\alpha, \beta)$.

Mais il existe des cas étendus où l'on peut aller plus loin. Par exemple si l'équation est $Z = \Phi(Q, t)$, α et β sont déterminés en Q et t et $\lambda(\alpha, \beta)$, (u, v), (u_1, v_1) peuvent se calculer; les arbitraires de la solution générale figurent dans (u_2, v_2). Inversement tout couple de solutions (u, v), (u_1, v_1) d'un système (A) donne Q, t et $\Phi(Q, t)$.

Pour les équations $Z = \Phi(P, Q)$ on a plus simplement encore $y = \beta x$, $Z = \alpha$ et l'on détermine par quadratures la solution générale.

Pour les équations linéaires à coefficients constants entre Z, P, Q, r, s, t, α et β sont déterminés en x, y. Il est également possible de trouver tous les cas où α et β sont déterminés en x, y, z, p, q, s, t.

II. Les équations $rt - s^2 + \lambda^2(x, y) = 0$ conduisent à un système (Σ) donnant $\frac{\partial^2 x}{\partial \alpha\, \partial \beta}$, $\frac{\partial^2 y}{\partial \alpha\, \partial \beta}$ au moyen de x, y et de leurs dérivées premières, que l'on peut transformer comme suit :

Si l'on pose $\xi = x\sqrt{\lambda}$, $\eta = y\sqrt{\lambda}$, $\zeta = \sqrt{\lambda}$ les trois fonctions ξ, η, ζ sont trois solutions d'une équation $\frac{\partial^2\theta}{\partial\alpha\,\partial\beta} = M\theta$, liées par une relation *qui ne dépend que de* $\lambda(x, y)$.

La nouvelle inconnue du problème sera $M(\alpha, \beta)$. C'est ainsi que l'équation des surfaces à courbure totale constante conduit à la relation $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = 1$ et à l'équation $2\frac{\partial^2\omega}{\partial\alpha\,\partial\beta} = \sin 2\omega$ avec $M = \cos 2\omega$. La relation $\xi\eta\zeta = 1$ a été récemment rencontrée par M. G. Tzitzéica dans la recherche des surfaces pour lesquelles la courbure totale est proportionnelle à la quatrième puissance de la distance de l'origine au plan tangent [1].

On observera qu'il est loisible de faire subir, pour *réduire* λ, une transformation linéaire et homogène à ξ, η, ζ.

De même, si l'on considère les équations

$$rt - s^2 + \lambda^2(x, y, p, q) = 0$$

et si l'on pose

$$\xi = x\sqrt{\lambda}, \quad \eta = y\sqrt{\lambda}, \quad \zeta = \sqrt{\lambda}, \quad \xi_1 = \frac{p}{\sqrt{\lambda}}, \quad \eta_1 = \frac{q}{\sqrt{\lambda}}, \quad \zeta_1 = \frac{1}{\sqrt{\lambda}},$$

ξ, η, ζ sont solutions d'une équation de Moutard et ξ_1, η_1, ζ_1 sont solutions de la transformée de Moutard; il existe alors entre les cinq éléments ξ, η, ζ, ξ_1, η_1 une relation *qui ne dépend que de* λ, d'où la transformation du problème.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classe de fonctions analytiques.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Hadamard.

Considérons la classe E des fonctions f analytiques en z, holomorphes et de module inférieur à 1 dans le cercle C défini par $|z| < 1$. Il est naturel de se demander sous quelles conditions f est déterminée par ses valeurs supposées connues en une suite de points a, a_1, a_2, ..., a_n, ... Soit $b_n = f(a_n)$. Posant $a_n = r_n e^{-i\alpha_n}$, on suppose $r_n < 1$: on admet cependant $|a_n| = 1$, pourvu que $|b_n| = 1$ et que la dérivée (normale) de f en a_n soit donnée. On sait qu'elle est positive.

---

(1) Georges Tzitzéica, *Géométrie différentielle projective des réseaux*, p. 250; voir aussi Jonas, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 96.

Si p des a_n coïncident avec un même point a' intérieur à C, cela signifie qu'en a', f et ses $p-1$ dérivées premières sont données.

Soit d'abord $f(a)=b=r'e^{-i\beta}$ avec $r<1$, $r'<1$. Posons

$$(1)\qquad \frac{r'-fe^{i\beta}}{1-r'fe^{i\beta}}=\frac{r-ze^{i\alpha}}{1-rze^{i\alpha}}\times\frac{rr'-f_1e^{i\gamma}}{1-rr'f_1e^{i\gamma}};$$

f_1 comporte le paramètre γ, f_1 est une fonction de classe E en même temps que f. Si $r=r'=1$, la dérivée normale de f au point a étant le nombre positif $\frac{1}{\lambda}$, la relation précédente est remplacée par

$$(1^{bis})\qquad \frac{1}{1-fe^{i\beta}}=\frac{\lambda}{1-ze^{i\alpha}}+\frac{1+\lambda f_1e^{i\gamma}}{1-f_1e^{i\gamma}}.$$

La relation (1) ou (1bis) donne $f_1(a_1)=r_1e^{-i\beta_1}$ au moyen de $f(a_1)=b_1$. Dans (1) ou (1bis) on remplace f par f_1, f_1 par f_2, r, r', α, β, γ respectivement par r_1, r'_1, α_1, β_1, γ_1.

On a une relation donnant une fonction f_2 de classe E, et $f_2(a_2)$ se calcule au moyen de $f(a_2)$. Soit $f_2(a_2)=r'_2e^{-i\beta_2}$. On continue ainsi indéfiniment.

On définit successivement f_n pour toute valeur entière de n et l'on calcule $f_n(a_n)=b'_n=r'_ne^{-i\beta_n}$ au moyen de b, b_1, b_2, ..., b_n. Une condition nécessaire pour que f soit bien de classe E est que l'on ait toujours $r'_n\leqq 1$. On aboutit au résultat suivant :

La condition nécessaire et suffisante pour que la suite $b_n=f(a_n)$ détermine f sans ambiguïté est que la série $\sum\frac{1-r_n}{1-r'_n}$ soit divergente.

Si $r_n=r'_n=1$, $\frac{1-r_n}{1-r'_n}$ doit être remplacé par λ_n, si $\frac{1}{\lambda_n}$ est la dérivée normale de f_n au point $a_n=e^{-i\alpha_n}$.

Les considérations précédentes conduisent à un développement de f en fraction continue

$$f=A_0+\cfrac{A_1}{B_1+\cfrac{A_2}{B_2+\dots}}.$$

A_n est un trinome du second degré en z proportionnel à

$$(r_n-ze^{i\alpha_n})(1-r_ne^{i\alpha_n}z),$$

B_n étant linéaire en z. La condition ci-dessus est la condition de convergence du développement.

On a un cas intéressant si $r_n = r'_n < 1$ et si $r_n = r'_n = 1$, avec $\lambda_n \geqq k$.

Plus particulièrement, si $b'_n = a_n$ quel que soit n, avec $\lambda_n \geqq 1$ si $r_n = 1$, f est déterminée par la suite des points a_n.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'approximation des fonctions presque périodiques généralisées.* Note [1] de M. **Alexandre Kovanko**, présentée par M. Émile Borel.

Le but de la Note présente c'est la généralisation de la définition des fonctions asymptotiquement presque périodiques de H. Weyl [2] et celles de P. Franklin [3] pour les fonctions mesurables et leur approximation par des sommes finies de fonctions périodiques. Nous disons que la fonction mesurable $f(x)$ sur $(-\infty, +\infty)$ est asymptotiquement presque périodique (brièvement a. p. p.), si à tout nombre $\varepsilon > 0$ correspondent deux nombres $l(\varepsilon)$ et $T_0(\varepsilon)$ tels que, dans chaque intervalle de longueur l, il existe une presque période $\tau(\varepsilon)$ telle que

$$|f(x+\tau) - f(x)| < \varepsilon;$$

pour tout x, exclusion faite d'un ensemble de densité $< \varepsilon$ sur chaque intervalle de longueur $> T_0(\varepsilon)$.

Cette définition contient comme cas particulier les définitions de H. Weyl et P. Franklin.

Théorème I. — Soit $f(x)$ a. p. p. (en notre sens) si $[f(x)]^\rho$ est uniformément sommable [4], alors pour $\rho = 1$, $f(x)$ est a. p. p. selon P. Franklin, et pour $\rho = 2$ selon H. Weyl.

Théorème II. — La condition nécessaire et suffisante pour que $f(x)$ soit a. p. p. consiste en ce qu'à tout nombre $\varepsilon > 0$ il est possible de faire correspondre un nombre $T_0(\varepsilon) > 0$ et une somme

$$\sum_{k=1}^{k=n} a_k e^{-i\lambda_k x} \qquad (\lambda_k \text{ étant réelles}),$$

---

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) *Math. Ann.*, **97**, 1927, p. 338.

(3) *Math. Zeitschr.*, **29**, 1928, p. 70.

(4) A toute paire $\varepsilon > 0$ et $d > 0$ correspond un nombre $\eta > 0$ tel que

$$\left| \int_E [f]^\rho dx \right| < \varepsilon \qquad \text{pour Mes } E < \eta \text{ et diamètre } (E) < d.$$

que

$$\left| f(x) - \sum_{k=n}^{k=1} a_k e^{-i\lambda_n x} \right| < \varepsilon$$

pour tout x, exclusion faite d'un ensemble de densité $< \varepsilon$ sur chaque intervalle de longueur $> T_0(\varepsilon)$.

La somme et le produit de deux fonctions a. p. p. est une fonction a. p. p..

HYDRODYNAMIQUE. — *Mouvement lent, non permanent, d'un cylindre quelconque en liquide visqueux incompressible.* Note (1) de M. **A. Gay**, présentée par M. G. Kœnigs.

I. Stokes (2) en 1851 a étudié la résistance qu'un liquide visqueux oppose à une sphère en translation rectiligne lente et périodique.

Le problème est repris en 1885 par M. Boussinesq (3), pour la sphère et le cylindre de révolution en translation lente, quelconque. Basset (4) traite le cas de la rotation de la sphère autour d'un diamètre et il intègre l'équation de la chute d'une sphère en liquide visqueux. Le cas de la sphère avec des vitesses quelconques données à la surface est étudié par Oseen (5), qui retrouve en particulier les résultats de Boussinesq.

Une solution générale du même problème, mais pour un solide quelconque, a été indiquée par Odqvist (6).

Je me propose dans cette Note d'étudier le mouvement lent d'un cylindre quelconque, en déterminant en tout point du liquide la pression et le tourbillon; je déduis de cette étude la forme du dyname des efforts qu'exerce le liquide sur le solide, en fonction du torseur des rotations instantanées, ainsi que la forme du système définissant ce torseur. J'examine en particulier le cas du cylindre de révolution.

---

(1) Séance du 3 décembre 1928.

(2) STOKES, *Mémoire sur le Pendule* (*Transact. Cambridge*, 9, Partie II, 1851).

(3) BOUSSINESQ, *Comptes rendus*, 100, 1885, p. 935 et 974.

(4) BASSET, *Philos. Trans. of London*, 179 A, 1888, p. 43, et *Quart. Journ. of Mathem.*, 1910. — Voir aussi HAVELOCK, *Philos. Mag.*, 2, 1921, p. 30.

(5) OSEEN, *Arkiv för Math. Astron. och Phys.*, 6, I, 1910, p. 1; 14, I et II, 1919, p. 1

(6) ODQVIST, *Arkiv for Math. Astron. och Phys.*, 19, IV, p. 1927.

En imitant des calculs analogues [1], je propose une théorie des constantes caractéristiques et des solutions fondamentales et j'indique un développement de la solution du problème en séries de solutions fondamentales.

II. Le mouvement est plan, les axes sont liés à la section droite σ du cylindre, u et v sont les projections sur ces axes de la vitesse absolue V au point $M(x, y)$; V_r et V_e les vitesses relative et d'entraînement. Le mouvement absolu étant lent et la force extérieure négligeable, les équations générales (E) sont l'équation de continuité et les équations de Navier où les dérivées totales par rapport à t sont remplacées par des dérivées partielles et où les seconds membres sont les projections du vecteur

$$T = 2 \,\text{rot}.\, V_r \wedge V_e.$$

V se réduit sur σ à V_e et pour $t = 0$ à la vitesse initiale V_0 (à l'infini, V et la pression p s'annulent).

Si l'on néglige T, la solution obtenue est telle que V est du premier ordre par rapport au torseur R des rotations instantanées et T du second; de plus T s'annule à l'infini comme $\frac{1}{\rho^2}$ où $\rho = OM$ et l'on peut, en première approximation, négliger T. La densité est égale à 1; μ est le coefficient de viscosité; Q un point de σ; ψ l'angle de $\overrightarrow{QM}$ avec la normale Mn extérieure à σ; M_1 le point de coordonnées :

$$x + 2a\sqrt{\tau}, \qquad y + 2b\sqrt{\tau} \qquad \text{où} \qquad \tau = \mu(t - \theta);$$

σ_1 le lieu de M_1 lorsque M décrit σ. On désigne par δ et δ_1 les distances MQ et M_1Q et l'on pose en général

$$\overline{f(M_1, t)} = \frac{1}{\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-(a^2+b^2)} f(M_1, t)\, da\, db, \qquad F(M_1, t) = \int_0^t \overline{f(M_1, \theta)}\, d\theta,$$

$$(f''g) = \int_\sigma f(M)\, g(M, Q)\, d\sigma_Q, \qquad (f'g) = \int_0^t f(\tau)\, g(\theta)\, d\theta.$$

La solution est donnée par

$$(1) \qquad u = \bar{u}_0 - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \qquad v = \bar{v}_0 - \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \qquad p = \frac{\partial P}{\partial t},$$

P étant harmonique et Φ une solution de l'équation (C) de la chaleur qui

---

(1) SANIÉLÉVICI, *Thèse* (*Ann. de l'Éc. Norm.*, 1909, p. 142).

s'annule pour $t = 0$; P et Φ vérifiant de plus

$$(2)\qquad \frac{dP}{dn_{1M_1}} + \frac{d\Phi}{d\sigma_M} = (V_{e_n})_t^0, \qquad \frac{dP}{d\sigma_{1M_1}} - \frac{d\Phi}{dn_M} = (V_{e_\sigma})_t^0.$$

Soit

$$p = \left(d'' \log\frac{1}{\delta}\right),$$

$$(3)\qquad \Phi = \int_0^t (\omega'' U)\, d\vartheta, \qquad \text{où}\quad U = \frac{-1}{\pi\tau}\,\frac{d}{dn_Q}\left(e^{-\frac{\delta^2}{4\tau}}\right) \quad \text{avec } \omega_0 = 0.$$

Les équations (2) dérivées par rapport à t donnent deux équations intégrales en $d(M, t)$ et $\omega'_t = m(M, t)$:

$$(4)\qquad \begin{cases} \pi d + \left(\dfrac{\cos\psi''}{\delta} d\right) + \displaystyle\int_0^t (H''_1 d - N''_1 m)\, d\vartheta = \dfrac{\partial V_{en}}{\partial t}, \\ -\dfrac{2\gamma}{f} m + \left(\dfrac{\sin\psi''}{\delta} d\right) + \displaystyle\int_0^t (H''_2 d - N''_2 m)\, d\vartheta = \dfrac{\partial V_{e\sigma}}{\partial t}, \end{cases}$$

où γ est la courbure en M à σ et où

$$N_1 = \frac{1}{\pi}\frac{dU}{d\sigma_M}, \qquad N_2 = \frac{-1}{\pi}\frac{dU}{dn_M},$$

$$H_1 = \frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\frac{d}{dn_{1M_1}}\log\frac{1}{\delta_1}\right), \qquad H_2 = \frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\frac{d}{d\sigma_{1M_1}}\log\frac{1}{\delta_1}\right).$$

D'après (4) p s'annule à l'infini comme $\frac{1}{\rho^2}$ et s'il en est de même pour V_0, on peut négliger T.

III. Le système de Volterra (4) se résout par approximations successives. Il y a superposition des petits mouvements; lorsque σ est en translation rectiligne de vitesse $\varepsilon(t)$ avec $\varepsilon_0 = 0$, les fonctions d et m sont chacune de la forme $a'\varepsilon' + (b'\varepsilon')$, a étant fonction de M et b de M et de τ. Il en est de même pour p, Φ, $u - \bar{u}_0$, $v - \bar{v}_0$ et il y a hérédité vérifiant le Principe du Cycle fermé. Les noyaux de (4) sont bornés et s'il en est de même pour ε, les séries définissant d et m sont absolument et uniformément convergentes. Pour un torseur $R(\varepsilon, \eta, r)$ quelconque, les composantes du dyname des efforts sont chacune de la forme $a_1\varepsilon' + a_2\eta' + a_3 r' + (b'_1\varepsilon') + (b'_2\eta') + (b'_3 r')$ où a_1, a_2, a_3 sont des constantes et b_1, b_2, b_3 des fonctions de τ. Si σ est soumis à la seule action du liquide, les équations du mouvement forment un système linéaire de deuxième espèce de Volterra en ε', η', r', à noyaux fonctions de τ.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Les expériences de réflexion optique et la dissymétrie de l'espace.* Note de M. **Ernest Esclangon**, présentée par M. Deslandres.

L'étude de la réflexion optique et de ses variations, en fonction de la direction des rayons lumineux par rapport à la sphère céleste étoilée, présente l'avantage de conduire à des résultats expérimentaux à conclusion directe, sans interprétation théorique interposée comme peut l'être celle provenant de l'application consécutive de la théorie ondulatoire de Fresnel.

Dans une Note, publiée en 1915, intitulée : *Sur les lois de la réflexion et leur vérification expérimentale* [1], je posais la question en ces termes : « Or, vis-à-vis des lois géométriques si simples de la réflexion, si universellement regardées comme extraordinairement approchées, on peut se poser aujourd'hui la question : sont-elles toujours hors de la portée de nos moyens expérimentaux ; leur degré d'approximation demeure-t-il au-dessus de la précision de nos instruments actuels de mesure. Rien ne saurait répondre à cela que l'expérience qui, si elle était positive, pourrait conduire à de précieux enseignements, sinon à quelque importante découverte. Qui pourrait affirmer, *a priori*, si le degré d'approximation de ces lois entrait vraiment dans le domaine expérimental, qu'il ne dépendrait pas du mouvement de l'observateur par rapport à l'éther et ne *serait pas variable avec l'orientation des rayons?* Ce pourrait être, dans une autre voie, une nouvelle tentative, après tant d'autres, pour mettre en évidence le mouvement de la Terre par rapport à l'éther et conduire en quelque sorte à la définition physique de l'espace et du mouvement absolus. » J'indiquais dans cette Note une méthode expérimentale mettant en œuvre la précision des grands instruments d'astronomie, basée sur la réflexion sur bain de mercure avec complète élimination des erreurs de division des cercles gradués astronomiques. Les nécessités de la guerre empêchèrent à ce moment l'exécution des expériences.

Le cours de ces idées fut repris à mon arrivée à l'Observatoire de Strasbourg où je fis exécuter, dans ce but à partir de 1920 [2], des observations

---

[1] *Procès-verbaux de la Société des Sciences physiques de Bordeaux*, 11 mars 1915.

[2] *Rapports sur les observatoires astronomiques de province*, 1920, 1921, 1922.

Depuis longtemps, à Greenwich notamment, on avait paru remarquer une sorte d'écart systématique entre les observations d'étoiles directes et réfléchies. En 1926

méridiennes d'étoiles directement et par réflexion sur bain de mercure. La méthode suivante fut également mise à l'épreuve. Devant l'objectif de l'altazimut fut *fixé* un prisme isoscèle construit spécialement à cet effet, la base étant parallèle à l'axe optique, l'arête opposée lui étant perpendiculaire. Des rayons venant d'un collimateur, parallèlement à l'axe optique, traversent le prisme en subissant sur sa base la *réflexion* totale et sortent parallèlement à l'axe, parallèlement aussi aux rayons du faisceau n'ayant pas traversé le prisme. Les deux images obtenues, très voisines, étaient confrontées dans le plan focal en faisant varier la direction de la lunette.

Ces diverses expériences donnèrent des résultats que j'estimai peu concluants; la précision de l'ordre d'une fraction de seconde était insuffisante. Je me propose d'indiquer dans cette Note les conditions nécessaires, sinon suffisantes, pour la réussite d'expériences de ce genre. Il ressort de résultats que j'ai obtenus en 1926, 1927 [1] que les effets à espérer sont de quelques centièmes de seconde d'arc. Sur des appareils *fixes*, même dans la cave la plus profonde, les mouvements du sol ou les fluctuations des instruments engendrent des écarts 20 fois plus grands que les effets cherchés, si l'expérience comparative dure plus d'une demi-heure; si, au contraire, elle ne dure que très peu de temps, une minute par exemple, les fluctuations restent de l'ordre de $\frac{1}{100}$ de seconde. De ces considérations découle le principe que nous posons vis-à vis de toutes les expériences de réflexion optique de la nature indiquée :

L'appareil dans son ensemble comprenant lunette, miroirs, collimateurs s'il y a lieu, etc. doit constituer un bloc unique très rigide et bien calorifugé [2], le chemin des rayons ne comportant aucun parcours à l'air libre.

(*Astronomische Nachrichten*, n° 226). Courvoisier, admettant comme *effective* la contraction lorentzienne de la Terre sous l'effet de la vitesse, indépendamment du principe de relativité, a interprété, d'après cette hypothèse, qu'il n'y a pas lieu de discuter ici les résultats d'observations nadirales et d'observations d'étoiles directes et réfléchies, faites à Babelsberg et à Leyde. Il en déduit ainsi certaines valeurs pour les coordonnées de l'apex du mouvement absolu de la Terre. L'objection qu'on peut faire, indépendamment de celle relative à la légitimité de l'hypothèse indiquée, est que les observations ne paraissent pas suffisamment indépendantes des *fluctuations instrumentales* et aussi des variations diurnes solaires que la trop faible durée de beaucoup de ces expériences ne permet pas de séparer nettement des variations éventuelles de période sidérale.

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1593, et *Journal des Observateurs*, 15 avril 1928.

(2) Si l'appareil est bien calorifugé dans son entier, les variations thermiques de la salle, supposée bien close, sont impuissantes à se faire sentir dans l'intervalle de une

Il doit permettre le sondage comparatif de deux directions de l'espace en moins de *deux minutes;* mais l'opération peut et doit être renouvelée un grand nombre de fois. Comme les effets de flexion, si l'on changeait l'inclinaison, pourraient être 50 fois supérieurs à l'effet cherché, l'appareil tout entier doit seulement tourner, pour les sondages, avec précision et douceur (sans être manié directement) autour d'un axe exactement vertical.

La méthode exclut de ce fait l'emploi du bain de mercure en tant que surface réfléchissante, laquelle, par surcroît, ne se prête pas à des pointés d'une précision extrêmement élevée. C'est ce principe général, éliminant à la fois les fluctuations instrumentales et les variations diurnes, que nous avons suivi dans nos expériences d'auto-collimation. Hors de ces conditions, il paraît bien difficile d'obtenir des résultats qui ne soient pas illusoires.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur les études limnologiques dans les Pyrénées françaises*. Note de M. **Ludovic Gaurier**, présentée par M. P. Helbronner.

Si les Pyrénées ne possèdent point de vastes lacs comparables à ceux des Alpes, elles offrent de très nombreuses petites cuvettes, souvent profondes, situées sur les plus élevés des paliers successifs qui caractérisent la plupart des vallées de cette chaîne. Ces lacs se trouvent donc dans des conditions favorables pour être transformés en réservoirs pour le service des usines hydro-électriques ou pour celui des irrigations.

Il y a un demi-siècle que le service des Ponts et Chaussées procéda à l'aménagement d'un premier groupe de lacs, en vue de régulariser le cours de la Neste, afin que cette rivière pût fournir aux quinze cours d'eau du plateau de Lannemezan le débit minimum nécessaire aux besoins de l'agriculture, durant l'été. Le captage de quelques lacs dans le massif du Néouvieille, puis celui du lac de Caillaouas fournirent une réserve de 26 millions de mètres cubes. Le barrage récent de la vallée de l'Oule vient encore d'augmenter notablement cette réserve de houille blanche.

à deux minutes. A ce point de vue, il est presque indifférent d'observer dans une coupole fermée ou dans une cave. Les variations de température résultant de la présence de l'observateur sont davantage à redouter, et des précautions spéciales doivent être prises à cet effet.

Mais en dehors des études nécessaires à l'aménagement de la Neste on n'avait guère fait, aux Pyrénées, que des observations sporadiques sur la capacité et les conditions géologiques des lacs. Émile Belloc consacra plusieurs étés, vers 1890, aux lacs des environs de Luchon. Vers la même époque, M. Delebecque sonda également les cuvettes les plus grandes ou les plus connues de notre chaîne.

En 1907, j'ai entrepris l'étude systématique de tous les lacs, petits et grands, du versant français des Pyrénées. Dès 1910, le Ministère de l'Agriculture me confia le soin de poursuivre ce travail pour lui. Après les quatre années de guerre qui interrompirent forcément cette mission, les demandes de concessions d'énergie hydraulique se multiplièrent tellement que le Ministère des Travaux publics se mit d'accord avec celui de l'Agriculture pour me fournir le moyen de hâter, autant que possible, l'achèvement de l'atlas des lacs pyrénéens.

Mais on sait combien les travaux de topographie sont longs en montagne, où le terrain n'est accessible que durant quelques semaines par an. L'éloignement des lieux habités complique encore la tâche, en obligeant à transporter, souvent à dos d'homme, le matériel de campement, les vivres, les instruments et le bateau indispensable pour les sondages. Néanmoins le travail est assez avancé pour que l'on puisse constituer dès maintenant un premier atlas contenant la carte bathymétrique de *deux cent dix lacs*.

Toutes ces cartes sont levées à grande échelle : au $\frac{1}{1000}$ ou au $\frac{1}{2000}$, ce qui permet d'y inscrire les cotes des sondages. La carte est exécutée sur le terrain, au moyen de la planchette déclinée et de l'éclimètre. Les sondages sont exécutés au moyen du sondeur Belloc, à fil d'acier, muni d'un compteur qui donne une précision de l'ordre du centimètre. L'allure du fond du lac est déterminée par une série de profils en travers assez serrés pour qu'aucun détail important du relief immergé n'échappe à l'observation. Le niveau de chaque lac étant sujet à des variations, les cotes des sondages sont toujours rattachées à un repère du nivellement général fixé sur la rive, soit par le service du nivellement général de la France, soit par nos soins, en attendant qu'une brigade de ce service vienne en déterminer l'altitude précise.

Quand le séjour de la mission est assez long, ces oscillations du niveau des eaux sont soigneusement mesurées, pour déterminer leur corrélation avec la fonte graduelle des névés du bassin d'alimentation et avec la quantité de pluie tombée pendant la durée des opérations.

La géologie du sol encaissant, la faune et la flore de chaque lac font également l'objet d'une petite étude : ce qui permettra de joindre à l'atlas des lacs des Pyrénées un commentaire détaillé de chaque carte.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Le champ photonique et la généralisation relativiste de la mécanique ondulatoire de Dirac.* Note [1] de M. **Th. De Donder**, présentée par M. Marcel Brillouin.

Considérons un système matériel en mouvement; on connaît les équations électromagnétiques [2] régissant un tel système. Nous nous placerons ici dans le cas [3] où il existe un potentiel électromagnétique $\Phi_\alpha (\alpha = 0, 1, 2, 3)$.

Aux équations électromagnétiques, il convient de joindre les équations

$$(1) \qquad \frac{\partial \mathfrak{U}^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = \mathfrak{C}^\mu, \qquad \frac{\partial \mathfrak{U}^{\mu\nu}_*}{\partial x^\nu} = \mathfrak{C}^\mu_*,$$

qui régissent *le champ photonique* [4]. Le tenseur symétrique gauche $\mathfrak{U}^{\mu\nu}_*$ est *la dualistique* du tenseur $\mathfrak{U}^{\mu\nu}$; autrement dit

$$(2) \qquad \mathfrak{U}^{\mu\nu}_* = \mathrm{U}_{\bar\mu\bar\nu},$$

où les quatre nombres $\mu, \nu, \bar\mu, \bar\nu$ forment une permutation paire de 0, 1, 2, 3. Rappelons qu'une lettre *de ronde* (ou tensorielle) divisée par $\sqrt{-g}$ devient une lettre *droite;* ainsi $\mathfrak{U}^{\mu\nu} = \sqrt{-g}\,\mathrm{U}^{\mu\nu}$; $\mathfrak{U}^{\mu\nu}_* = \sqrt{-g}\,\mathrm{U}^{\mu\nu}_*$. On aura, en outre,

$$(3) \qquad \mathfrak{U}^*_{\alpha\beta} = g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} \mathfrak{U}^{\mu\nu}_*, \qquad \mathrm{U}^*_{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{-g}} g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} \mathrm{U}_{\bar\mu\bar\nu}.$$

Dans les équations photoniques (1), les vecteurs contravariants $\mathfrak{C}^\mu$ et $\mathfrak{C}^\mu_*$ représentent les courants photoniques. J'ai montré [4] qu'il y avait lieu d'établir un lien entre le champ photonique et le champ électromagnétique ;

---

(1) Séance du 2 janvier 1929.

(2) Voir les équations (324) et (325) (p. 54) de ma *Théorie des champs gravifiques* (*Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. XIV, Paris, 1926).

(3) Voir les équations (329) et (330) de la *Théorie* susmentionnée.

(4) Th. De Donder, *Le champ photonique* (*Ac. Roy. de Belgique*, *Bull. de la Cl. des Sciences*, 5e série, 14, séance du 2 juin 1928, p. 307-312).

nous poserons ici, avec J.-M. Whittaker (¹) :

$$\mathcal{C}^{\mu} = \zeta_{\nu}\mathfrak{U}^{\mu\nu} - \zeta^{\mu}\mathfrak{S} + \sqrt{-g}\, g^{\mu\nu}\frac{\partial S}{\partial x^{\nu}} - \varkappa\mathfrak{P}^{\mu}, \tag{4}$$

$$\mathcal{C}^{\mu}_{\star} = -\zeta_{\nu}\mathfrak{U}^{\mu\nu}_{\star} + \zeta^{\mu}\mathfrak{B} - \sqrt{-g}\, g^{\mu\nu}\frac{\partial B}{\partial x^{\nu}} - \varkappa\mathfrak{Q}^{\mu}. \tag{5}$$

Rappelons que $\mathfrak{S} = \sqrt{-g}\,S$; $\mathfrak{B} = \sqrt{-g}\,B$. Les ζ_{ν} représentent, à un facteur constant près $\frac{2\pi i e c}{h}$, les potentiels covariants Φ_{ν}. Enfin, nous avons posé $\varkappa = \frac{2i\pi}{h}mc^2$.

M. J.-M. Whittaker (¹) a exprimé les $\mathfrak{U}^{\mu\nu}$, $\mathfrak{U}^{\mu\nu}_{\star}$, $\mathfrak{S}$ et $\mathfrak{B}$ qui figurent dans (1), (4) et (5) au moyen des potentiels électromagnétiques ζ_{ν} (ou Φ_{ν}) et des potentiels *ondulatoires* $\mathfrak{P}^{\nu}$ et $\mathfrak{Q}^{\nu}$. En utilisant les dualistiques, les équations (ondulatoires) de J.-M. Whittaker pourront s'écrire

$$\varkappa U_{\mu\nu} = (P_{\mu\nu} + A_{\mu\nu}) + (Q^{\star}_{\mu\nu} + B^{\star}_{\mu\nu}), \tag{6}$$

$$\varkappa U^{\star}_{\mu\nu} = (P^{\star}_{\mu\nu} + A^{\star}_{\mu\nu}) - (Q_{\mu\nu} + B_{\mu\nu}), \tag{7}$$

$$\varkappa\mathfrak{S} = \frac{\partial\mathfrak{P}^{\mu}}{\partial x^{\mu}} - \zeta_{\mu}\mathfrak{P}^{\mu}, \tag{8}$$

$$\varkappa\mathfrak{B} = \frac{\partial\mathfrak{Q}^{\mu}}{\partial x^{\mu}} - \zeta_{\mu}\mathfrak{Q}^{\mu}. \tag{9}$$

Nous avons posé

$$P_{\mu\nu} = \frac{\partial P_{\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial P_{\mu}}{\partial x^{\nu}}; \qquad A_{\mu\nu} = \zeta_{\nu}P_{\mu} - \zeta_{\mu}P_{\nu}, \tag{10}$$

$$Q_{\mu\nu} = \frac{\partial Q_{\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial Q_{\mu}}{\partial x^{\nu}}; \qquad B_{\mu\nu} = \zeta_{\nu}Q_{\mu} - \zeta_{\mu}Q_{\nu}. \tag{11}$$

Dans les équations (6) et (7), les petites croix obliques qui figurent dans $U^{\star}_{\mu\nu}$, $P^{\star}_{\mu\nu}$, $Q^{\star}_{\mu\nu}$, $A^{\star}_{\mu\nu}$, $B^{\star}_{\mu\nu}$ indiquent qu'il faut prendre *la dualistique* des tenseurs qui en sont affectés; la signification de cette opération est donnée par (2) ainsi que (3).

Pour obtenir *la généralisation relativiste de la mécanique ondulatoire de Dirac* étendue aux systèmes *matériels en mouvement*, il ne reste plus qu'à

(¹) J.-M. WHITTAKER, *On the Principle of Least Action in Wave Mechanics* (*Proceedings of the Royal Society*, Serie A, 121, nº A. 788; 3 décembre 1928, London, p. 543-557). Voir spécialement les équations (24) et (25). (Nous adoptons ici les notations de M. J.-M. Whittaker.)

substituer [1] les $U_{\mu\nu}$, $U^*_{\mu\nu}$, $\mathfrak{S}$ et $\mathcal{B}$ données par les équations ondulatoires (6) à (9), dans les équations photoniques (1), (4) et (5).

Dans un autre travail, nous montrerons comment on peut, grâce à la gravifique einsteinienne, étendre à ces systèmes matériels en mouvement le principe de correspondance.

ÉLECTRONIQUE. — *Expériences sur la polarisation des ondes électroniques.* Note [2] de M. **A. F. Joffé** et **A. N. Arsénieva**, présentée par M. Jean Perrin.

M. Davisson et une série d'autres physiciens ont démontré l'existence des phénomènes périodiques qui accompagnent les mouvements des électrons. Ils ont déterminé les longueurs d'onde en question avec précision et en bon accord avec les suppositions faites par MM. L. de Broglie et Schroedinger.

Il est donc devenu nécessaire d'entreprendre des études expérimentales sur les propriétés des ondes électroniques et les limites de leurs analogies avec les ondes électromagnétiques.

Au printemps et en automne de l'année courante nous avons fait une série d'expériences ayant pour but de découvrir la polarisation des électrons, si elle existe en effet. L'expérience se présentait comme il suit :

Un étroit faisceau incident d'électrons rencontrait un miroir sous un angle φ. Parmi les électrons diffusés dans toutes les directions on dégageait au moyen de deux diaphragmes un faisceau étroit réfléchi sous le même angle φ. Le faisceau incident rencontrait ensuite sous le même angle un second miroir qui tournait avec les deux diaphragmes autour d'un axe coïncidant avec le faisceau réfléchi. Parmi les électrons diffusés par le second miroir on dégageait un faisceau, sous l'angle φ, attrapé par un collecteur de Faraday relié à un électromètre.

Dans le cas de la lumière ou des rayons de Röntgen, les expériences analogues donnent des maxima de lumière alternativement, à chaque 90° de rotation du second miroir.

---

(1) Dans le cas des systèmes purement électroniques de Maxwell-Lorentz, on obtiendra ainsi les équations quantiques (28) et (32) de J.-M. Whittaker [voir son Mémoire cité page 151, note (1)].

(2) Séance du 26 décembre 1928.

Dans le cas des électrons un pareil effet ne s'est pas manifesté, étant données les limites de précision de l'expérience à 1 pour 100 environ. Au lieu de cela, un effet est souvent observé où les intervalles entre les minima et les maxima comprennent 180°. Ces effets se produisent facilement sous l'influence du champ magnétique terrestre (lorsqu'il s'agit des électrons lents), ainsi que par l'asymétrie minime de l'appareil lui-même.

Il fut donc nécessaire de construire l'appareil avec une grande précision, pour éviter l'apparition de cet effet.

L'angle φ a eu les valeurs 10° et 30°.

Les miroirs étaient faits en acier, laiton et verre.

Les vitesses des électrons variaient de 80 à 6400 volts.

On mesurait la quantité totale des électrons diffusés, ou bien on dégageait de lents électrons secondaires par le champ électrique inverse.

Sous ces rapports nos expériences complètent et confirment les résultats récemment publiés par MM. Davisson et Germer [1] qui ont obtenu le même résultat pour les vitesses de 20 à 120 volts, à la diffusion des électrons par un monocristal de nickel.

Le champ magnétique dans nos expériences fut compensé par trois grandes bobines mutuellement perpendiculaires.

Un champ magnétique le long du faisceau d'électrons, parallèlement au plan des miroirs réflecteurs, ou bien perpendiculairement à ce plan, n'a produit aucune influence sur le coefficient de diffusion des électrons.

Notre résultat négatif concernant la polarisation soit par réflexion, soit par le champ magnétique est en accord parfait avec la théorie ondulatoire de la matière développée par MM. C.-G. Darwin et J.-I. Frenkel dont la Note suit.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur l'impossibilité de polariser les ondes cathodiques par réflexion.* Note [2] de M. **J. Frenkel**, présentée par M. Jean Perrin.

Les équations de Dirac pour les ondes de L. de Broglie, qui correspondent au mouvement d'un électron, peuvent être mises sous une forme analogue

---

[1] C. J. Davisson and L. H. Germer, *An attempt to polarise Electron Waves by Reflection* (*Nature*, **122**, 1928, p. 809).

[2] Séance du 26 décembre 1928.

à celle des équations de Maxwell pour les ondes électromagnétiques [1]. Ce fait semblait impliquer la possibilité d'une polarisation des ondes électroniques par réflexion sur une surface métallique. Un raisonnement simple montre que cette conclusion est fausse, conformément aux résultats négatifs des expériences de M. A. Joffé et de M. Davisson.

La polarisation des ondes lumineuses, réfléchies sur la surface d'un corps diélectrique, est due au saut brusque du pouvoir inducteur spécifique ε, lié dans ce cas à l'indice de réfraction n par la formule de Maxwell $n=\sqrt{\varepsilon}$.

Mais ε doit être défini par la formule $\sqrt{\varepsilon}=\frac{V}{V'}$ où $V=3.10^{10}$ est la vitesse *véritable* des ondes lumineuses élémentaires, tandis que V' désigne la vitesse de propagation du phénomène complexe résultant de la superposition des ondes primaires et des ondes secondaires émises par les atomes. Cette vitesse « apparente » V' ainsi que la vitesse véritable V se rapportent donc dans la formule précédente *au même milieu*.

Or pour les ondes électroniques il n'y a qu'*une* sorte de vitesse de phase *qui est leur vitesse véritable*. Un milieu matériel se comporte par rapport aux ondes électroniques comme un vide à potentiel électrique différent de celui du vide ambiant. On a donc dans ce cas $\varepsilon=1$ bien que $n\neq 1$; les conditions de continuité à la surface d'un corps pour les vecteurs électroniques $\vec{N}$ et $\vec{M}$, ainsi que pour les scalaires associés M_0 et N_0, se réduisent donc à la continuité de toutes les composantes.

En introduisant les fonctions de Dirac

$$\Psi_1=M_x+iM_y,\qquad \Psi_2=M_z+iM_0;\qquad \Psi_3=iN_x-N_y,\qquad \Psi_4=iN_z-N_0,$$

on a, pour une onde plane, se propageant normalement à l'axe z,

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial}{\partial x}+i\frac{\partial}{\partial y}\right)\Psi_1+\frac{1}{c}(W-U-mc^2)\Psi_4&=0,\\
\left(\frac{\partial}{\partial x}-i\frac{\partial}{\partial y}\right)\Psi_2+\frac{1}{c}(W-U-mc^2)\Psi_3&=0,\\
\left(\frac{\partial}{\partial x}+i\frac{\partial}{\partial y}\right)\Psi_3+\frac{1}{c}(W-U+mc^2)\Psi_2&=0,\\
\left(\frac{\partial}{\partial x}-i\frac{\partial}{\partial y}\right)\Psi_4+\frac{1}{c}(W-U+mc^2)\Psi_1&=0,
\end{aligned}$$

W étant l'énergie totale et m la masse (au repos) de l'électron. Nous

---

(1) Voir C. G. Darwin, *Proc. Roy. Soc.*, **118**, 1928, p. 654; J. Frenkel, *Zts. f. Phys.*, **47**, 1928, p. 799.

supposerons l'énergie potentielle U nulle dans le vide ($x < 0$) et constante (négative) dans le métal ($x > 0$). En posant

$$\Psi_\alpha = a_\alpha e^{i(K_x x + K_y y - \omega t)} + b_\alpha e^{i(-K_x x + K_y y - \omega t)} \qquad (x < 0),$$
$$\Psi'_\alpha = a'_\alpha e^{i(K'_x x + K'_y y - \omega t)} \qquad (x > 0),$$

et $\Psi_\alpha = \Psi'_\alpha$ pour $x = 0$, on trouve la loi de réfraction (sous la forme $k'_y = k_y$) et les relations suivantes entre les amplitudes des ondes incidentes (a) et des ondes réfléchies (b) :

$$a_1 = -\frac{k_x - ik_y}{\mu} a_4, \qquad a_2 = -\frac{k_x + i K_y}{\mu} a_3,$$
$$b_1 = +\frac{k_x + ik_y}{\mu} b_4, \qquad b_2 = \frac{k_x - i K_y}{\mu} b_3,$$
$$\frac{b_3}{a_3} = \frac{\sigma + i\tau}{\rho - i\tau}, \qquad \frac{b_4}{a_4} = \frac{\sigma - i\tau}{\rho + i\tau},$$

avec les abréviations suivantes

$$\rho = 1 + \frac{\mu}{\mu'}\frac{k'_x}{k_x}, \qquad \sigma = 1 - \frac{\mu}{\mu'}\frac{K'_x}{K_x}, \qquad \tau = \left(\frac{\mu}{\mu'} - 1\right)\frac{K_y}{K_x},$$
$$\mu = \frac{W - U + mc^2}{hc}, \qquad \mu' = \frac{W - U' + mc^2}{hc} \qquad (U = 0, \quad U' < 0).$$

Les composantes de la densité du courant électrique mesurant l'intensité des ondes électroniques incidentes sont

$$J_x = -ce(\quad a_1 a_4^* + a_1^* a_4 + a_3 a_2^* + a_3^* a_2) = \frac{2 K_x}{\mu}(a_3 a_3^* + a_4 a_4^*).ce,$$
$$J_y = \quad ice(+ a_1 a_4^* - a_1^* a_4 + a_3 a_2^* - a_3^* a_2) = \frac{2 k_y}{\mu}(a_3 a_3^* + a_4 a_4^*).ce,$$

et l'on a des expressions analogues pour les ondes réfléchies. On trouve donc pour le rapport des deux courants $\left(J = \sqrt{J_x^2 + J_y^2}\right)$, c'est-à-dire pour le coefficient de réflexion R, la formule

$$R = \frac{|b_3|^2 + |b_4|^2}{|a_3|^2 + |a_4|^2} = \frac{\sigma^2 + \tau^2}{\rho^2 + \tau^2}.$$

Le fait, que les composantes a_α n'interviennent pas dans l'expression de R, montre qu'il n'y a pas d'effet correspondant à la polarisation des ondes lumineuses.

Il est intéressant de remarquer que la différence entre l'expression précédente et celle que l'on obtient à partir de l'équation de Schrödinger est de l'ordre $\frac{1}{c^2}$ (correction relativiste).

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les propriétés des gaz ionisés dans les champs de haute fréquence*. Note de M. **Henri Gutton**, présentée par M. G. Ferrié.

Des recherches sur les propriétés des gaz ionisés [1] nous ont déjà conduit à admettre l'existence d'une période propre d'oscillation des ions, nous avons repris des expériences du même genre en vue de rechercher comment la force élastique varie avec la conductibilité du gaz.

Un tube vertical de 45^{mm} de diamètre et de 330^{mm} de longueur est vidé par une pompe à diffusion et contient de l'hydrogène d'un osmorégulateur Villard à une pression de $0^{mm},0003$. Le gaz est ionisé en y faisant passer des décharges, on les obtient en réunissant deux anneaux de papier d'étain, collés aux extrémités du tube, à une bobine le long de laquelle un oscillateur de longueur d'onde 88^{m} induit une force électromotrice périodique. Au milieu du tube et aux deux extrémités d'un diamètre horizontal sont scellés dans la paroi deux fils de platine de $0^{mm},2$ de diamètre, pénétrant de 7^{mm} à l'intérieur, les extrémités de ces fils sont à une distance de 31^{mm}. On mesure la conductibilité du gaz entre ces deux électrodes en les reliant à un galvanomètre et à deux éléments d'accumulateur ($4^{v},12$). Sur le diamètre horizontal perpendiculaire sont disposées extérieurement au tube et à une distance de 81^{mm} deux petites plaques de cuivre (22×10^{mm}), reliées respectivement aux deux fils d'une ligne. Sur cette ligne peut se déplacer un pont sur lequel est intercalée une soudure thermo-électrique reliée à un second galvanomètre sensible. La ligne est faiblement couplée à un oscillateur Mesny à onde très courte.

Le gaz n'étant pas ionisé, nous déterminons d'abord la distance du pont à l'extrémité de la ligne pour laquelle celle-ci est accordée. Pour des ionisations croissantes du gaz, nous cherchons la nouvelle position d'accord du pont. Nous mesurons la longueur de ligne l qui correspond à cet accord, la conductibilité du gaz par le courant i dans le premier galvanomètre. La déviation D du second nous donne l'intensité du courant de résonance et renseigne sur l'amortissement des oscillations de la ligne provoqué par l'ionisation du gaz.

Nous avons fait quatre séries d'essais pour quatre longueurs d'onde. Le tableau suivant indique les résultats obtenus pour l'onde de $1^{m},834$:

---

[1] *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 441 et 676.

l = 342 mm	i = 0 micro A	D = 510
344	1,03	320
351	1,58	262
363	1,82	60
379	1,96	17
324	2,07	25
310	2,11	28
315	2,32	33
322	2,82	90
331	3,88	337
335	7,92	423

En représentant les variations de l en fonction de i nous obtenons une courbe identique à une courbe de dispersion au voisinage d'une bande d'absorption.

La constitution d'un gaz ionisé présente beaucoup d'analogie avec celle du diélectrique de Lorentz, les distances entre électrons étant toutefois beaucoup plus considérables. C'est en admettant l'existence d'une force élastique agissant sur les ions que Lorentz explique les bandes d'absorption, il est naturel d'admettre que dans nos expériences l'existence d'une bande d'absorption est aussi due à une résonance entre les oscillations des électrons et les oscillations du champ.

Les mesures nous ont donné les valeurs de la conductibilité du gaz qui, pour quatre longueurs d'onde, correspondent à une résonance :

λ = 4830 mm	i = 0,16 micro A	$\lambda^2 i^{0,75}$ = 5,9
2528	0,88	5,8
1834	2,04	5,7
1324	5,21	6,0

La résonance se produit lorsque la force d'inertie, en raison inverse du carré de la longueur d'onde, est égale à la force élastique pour l'écart unité. Les nombres du tableau montrent que le produit $\lambda^2 i^{0,75}$ est constant; la conductibilité étant proportionnelle au nombre d'ions par centimètre carré, la force élastique est proportionnelle à la puissance 0,75 du nombre d'ions.

Lors de la propagation des ondes radiotélégraphiques dans la haute atmosphère, la couche dont l'ionisation correspond à la résonance provoque une réflexion analogue à la réflexion métallique. Cette couche est d'autant plus ionisée et par suite d'autant plus élevée que la longueur d'onde est plus courte. Le faisceau réfléchi est dépolarisé et la réflexion peut se faire sous toute incidence, mais avec des intensités qui dépendent de cette incidence et de l'orientation du plan de polarisation.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur l'effet de concentration et de dilatation périodiques produit par un champ magnétique longitudinal sur un faisceau d'électrons lents.* Note [1] de M. **Jean Thibaud**, présentée par M. M. de Broglie.

1. On a depuis longtemps remarqué qu'une petite bobine, parcourue par un courant continu et traversée suivant son axe par un faisceau de rayons cathodiques, a la propriété de concentrer ce faisceau. La théorie de cet effet, utilisé dans quelques oscillographes cathodiques, a été donnée par H. Busch [2]. Cette propriété n'est qu'un cas particulier d'un phénomène plus général, non seulement de concentration mais également de dilatation du faisceau, que nous avons décrit dans une Note précédente. En utilisant des électrons suffisamment lents, on peut suivre, lorsque le champ magnétique de la bobine croît, une succession d'états de concentration et de dilatation d'un faisceau d'électrons produit par un filament incandescent. L'explication de ce phénomène peut être donnée, d'une manière classique, comme dans les effets magnéto-cathodiques de Gouy. Soit un électron de vitesse $v = \beta c$ traversant la région de champ magnétique H uniforme à l'intérieur d'une longue bobine; à un certain moment il coupe l'axe de la bobine sous un angle α très petit et décrit, en s'enroulant sur un tube de force du champ, une hélice de très petit diamètre r. Au bout du temps τ il se retrouve sur l'axe ayant avancé d'une longueur l, égale au pas :

$$r = \frac{v \sin\alpha}{\frac{e}{m} H}, \qquad \tau = \frac{2\pi}{\frac{e}{m} H}, \qquad l = v \cos\alpha \frac{2\pi}{\frac{e}{m} H}.$$

Comme α est très petit (pinceau d'électrons peu divergent), tous les électrons compris dans le cône d'angle solide 2α se retrouveront sur l'axe, après le trajet l : il y a formation, le long de l'axe de la bobine de véritables *foyers* (régions nodales), espacés de l, et séparés par des zones (régions ventrales), à densité électronique plus faible, où le faisceau s'élargit (diamètre maximum $4r$).

Considérons maintenant, à la sortie de la bobine, la portion de l'axe où le champ cesse d'être uniforme. Si le champ H_c de la bobine est tel qu'un foyer est, dans cette région, sur le point de se former, le faisceau est convergent. La non-uniformité du champ reporte la formation du foyer plus loin et celui-ci rencontrant des champs de plus en plus faibles se

(1) Séance du 2 janvier 1929.

(2) H. Busch, *Archiv f. Elektrot.*, 18, 1927, p. 583.

déplace, en quelque sorte, le long de la trajectoire, donnant au faisceau son aspect concentré et filiforme. Si, au contraire, c'est une région ventrale du faisceau qui se présente à la sortie de la bobine, le faisceau étant divergent, la pénétration dans des régions de champ décroissant ne peut qu'accroître la divergence : il y a alors dilatation du faisceau. La périodicité du phénomène est liée, lorsque H croît, à la formation d'un nouveau foyer dans la région de champ uniforme, de longueur L, à l'intérieur de la bobine. Les phénomènes reprennent le même aspect pour chaque valeur du pas d'enroulement l qui se trouve être un sous-multiple de la longueur L :

$$L = nl = k' \frac{\beta}{H} \times n,$$

de sorte que les valeurs des champs H_c de concentration (et H_d de dilatation) s'expriment par

$$H_c = k' n \beta, \qquad H_d = k' \left(n + \frac{1}{2} \right) \beta, \qquad k' = \frac{2\pi}{\frac{e}{m} L} \times c.$$

Ces formules sont de même forme que les formules empiriques données dans la Note précédente. La valeur numérique calculée pour le coefficient k' ($k' = 10650$) est en accord étroit avec le coefficient angulaire des courbes expérimentales.

Nous avons pu mettre en évidence expérimentalement, dans le cas des champs élevés, la formation du foyer en dehors de la bobine. Pour des électrons lents, le faisceau excitant la fluorescence des molécules rencontrées présente un grand éclat et l'on observe, en un point de son parcours, un foyer que l'on peut allonger ou raccourcir en modifiant le champ.

2. Il est curieux de noter l'analogie qui existe entre ces phénomènes de dilatation et de concentration, en fonction du champ, d'un faisceau d'électrons traversant une bobine sur une partie de leur parcours et la propagation d'un faisceau lumineux au travers d'une lentille. La bobine se comporte, vis-à-vis de la trajectoire des électrons, comme une lentille dont la convergence varierait d'une manière continue (par variation de l'indice de réfraction ou des courbures des faces terminales, par exemple). On pourrait imaginer tel système optique à convergence variant périodiquement en fonction d'une certaine grandeur, jouant ici le rôle du champ magnétique dans notre expérience sur les électrons. L'effet magnétique longitudinal est un exemple de cette analogie existant entre la trajectoire d'un corpuscule et celle d'un rayon lumineux qui constitue le point de départ de la nouvelle mécanique ondulatoire.

Il ne semble pas, d'autre part, que notre effet puisse être influencé par un état magnétique de l'électron. Si celui-ci possède un moment magnétique, de l'ordre de grandeur prévu par les théories récentes et s'il y a orientation quantique des électrons, lors de leur passage dans la bobine, ce moment est beaucoup trop petit pour donner lieu, dans les champs magnétiques que nous utilisons, à des modifications appréciables des trajectoires électroniques.

SPECTROSCOPIE. — *Intercombinaisons et termes nouveaux dans le spectre d'étincelle du soufre* S II. Note de MM. **Léon** et **Eugène Bloch**, présentée par M. Brillouin.

Nous avons déjà fait connaître sommairement [1] le résultat de nos recherches sur le spectre du soufre entre 7100 et 2200 Å, recherches faites suivant la méthode de la décharge oscillante dans un tube sans électrodes. Le spectre S II, que cette méthode a permis d'isoler du spectre S III, comporte un très grand nombre de raies nouvelles, même dans les régions déjà explorées. Nous avions donc les éléments nécessaires pour étendre assez notablement les résultats acquis touchant la structure de ce spectre.

Le spectre S II a été analysé par Ingram [2], qui a reconnu deux sortes de termes, à savoir un système de quadruplets et deux systèmes de doublets. Quelques-uns des groupements d'Ingram avaient déjà été aperçus par Gilles [3], et deux multiplets nouveaux ont été signalés par Lacroute [4] dans la région de Schumann. L'absence de raies d'intercombinaison entre doublets et quadruplets a empêché Ingram de situer avec précision la position des niveaux doubles par rapport aux niveaux quadruples.

Le tableau suivant contient les multiplets nouveaux que nous avons observés, dont quelques-uns sont des multiplets d'intercombinaison.

I. — *Combinaisons nouvelles formées avec les termes connus.*

$4d\,^2F - 4p\,^2D$;	(10) 6312,68;	(10) 6102,28;	(4) 6287,06.
$b\,^2P - 4p'\,^2D$;	(2) 2847,41;	(1) 2880,52;	une raie manquante.
$4p'\,^2F - 4d\,^2F$;	(4) 6138,98;	(00) 6326,43;	les autres raies manquent.

(1) L. et E. Bloch, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 761.

(2) *Physical Review*, 32, 1928, p. 172.

(3) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1109 et 1354.

(4) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 975.

II. — *Combinaisons impliquant des termes nouveaux.*

$4p\,^2S_1 = 63022,15$ (valeur rapportée aux doublets d'Ingram).

$4p\,^2S - 5s\,^2P$; (3) 3860,15; (2) 3783,20.

$b\,^2P - 4p\,^2S$; (1) 5142,33; (2) 5027,19.

$4d'\,^2F_3 = 24275,19$; $4d'\,^2F_4 = 24272,07$; $\Delta = 3,12$.

$4p'\,^2F - 4d'\,^2F$; (0) 4186,67; (4) 4165,14; (0) 4180,12; (1) 4164,59.

$4p'\,^2D - 4d'\,^2F$; (2) 4249,91; (6) 4257,42; une raie manquante.

$4d\,^2P_1 = 32889,43$; $4d\,^2P_2 = 33235,43$; $\Delta = 346,00$.

$4p\,^2S - 4d\,^2P$; (0) 3317,70; (5) 3356,26.

$4p\,^2D - 4d\,^2P$; (1) 4150,72; (1) 4058,77; une raie manquante.

$3d\,^4D_1 = 74662,30$; $3d\,^4D_2 = 74624,05$;

$3d\,^4D_3 = 74593,64$; $3d\,^4D_4 = 74545,20$.

$\Delta = 38,15$; $\Delta = 30,41$; $\Delta = 48,44$.

$3d\,^4D - 4p\,^4P$; (9) 6413,71; (8) 6398,05; (8) 6397,30; (8) 6384,89;
(4) 6369,34; (10) 6305,51; (8) 6286,35; (3) 6274,34.

$3d\,^4D - 4p\,^4S$; (3) 5951,30; (2) 5940,69; (1) 5927,15.

$3d\,^4D - 4p\,^4D$; (4) 6981,40; (2) 7164,63; (1) 6957,95; (2) 7124,28.

Les raies manquantes sont toutes, sauf une, au delà de la limite atteinte par nos clichés dans le rouge.

$^2X = 49020,99$.

$^2X - 4d\,^2F$; (1) 6009,62; (00) 5840,29.

$^2X - 3d\,^2F$; (3) 4130,95; une raie manque.

$^2Y = 57389,03$.

$^2Y - 4d\,^2F$; (00) 3922,65; une raie manque.

$^2Y - 3d\,^2F$; (1) 6314,29; (0) 6128,21.

III. — *Intercombinaisons.*

$3d\,^2F - 4p\,^4P$; (0) 6732,88; (1) 6521,39; (1) 6641,06.

$4s\,^2P - 4p\,^4P$; (4) 5996,16; (1) 6097,12; (1) 6123,41; (2) 5908,25;
(1) 5932,95.

$4p\,^4P - 5s\,^2P$; (2) 4533,35; (0) 4518,76; trois raies manquent.

$4s\,^4P - 4p\,^2D$; (6) 4779,12; (4) 4681,30; (2) 4804,13;
(1) 4742,44; une raie manque.

$4s\,^4P - 4p\,^2P$; (5) 4193,52; les autres raies manquent.

$4s\,^4P - 4p\,^2S$; (2) 6386,48; une raie manque.

$4p\,^2D - 4d\,^4D$; (4) 4497,85; (00) 4415,37; les autres raies manquent.

$a\,^4S - a\,^2D$; (00) 6731,40; une raie manque.

$3d\,^4D - 4p\,^2D$; (0) 5895,89; (2) 6092,13; (1) 6080,85; deux raies manquent.

La découverte des multiplets d'intercombinaison de S II fixe à + 317,20

la correction à apporter aux termes de doublets d'Ingram pour les ramener au même zéro que les termes de quadruplets. Elle nécessite aussi un changement dans l'interprétation du troisième multiplet signalé récemment par Lacroute dans l'ultraviolet de Schumann.

SPECTROSCOPIE. — *Sur les spectres d'absorption de l'oxygène et de l'ozone dans la région ultraviolette.* Note de M. J. **Dufay**, présentée par M. Ch. Fabry.

I. L'oxygène liquide et le gaz à haute pression présentent, au-dessous de 2400 Å, une région d'absorption continue, bordée, du côté des grandes longueurs d'onde, par une série de bandes plus étroites, étudiées notamment par Ciechomski (1) et par Shaver (2). Les deux premières colonnes du tableau donnent, d'après Ciechomski, les positions des extrémités de ces bandes et leurs positions moyennes. Récemment Wulf (3) a attribué ce spectre à la molécule O^4, dont la présence dans l'oxygène à haute pression paraît établie par les recherches de Lewis (4).

La région d'absorption continue correspondrait à la dissociation $O^4 \rightarrow O^3 + O$, et l'ozone produit dans l'oxygène comprimé par la radiation $\lambda = 2090$ Å, proviendrait de cette dissociation. On comprendrait ainsi pourquoi la radiation $\lambda = 2090$ Å satisfait approximativement à la loi d'équivalence photochimique, comme l'a constaté Warburg (5).

II. On sait d'autre part que la courbe d'absorption de l'ozone, à l'intérieur de la grande bande ultraviolette, qui s'étend de 3000 à 2200 Å environ, montre une série d'ondulations faibles, découvertes par Shaver (2) et étudiées plus complètement par Chalonge et Lambrey (6). Elles apparaissent souvent comme les composantes d'ondulations plus larges (6). La troisième colonne dutableau donne, pour les longueurs d'onde supérieures à 2750 Å, les positions des bandes extrêmes de chaque groupe, d'après

(1) Ciechomski, *Dissertation*, Fribourg, 1910.
(2) Shaver, *Proc. Roy. Soc. Canada*, 15, 1921, sect. III, 7.
(3) Wulf, *Proc. Nat. Acad. Sc.*, 14, 1928, p. 356.
(4) Lewis, *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 46, 1924, p. 2027.
(5) Warburg, *Berl. Ber.*, 1914, p. 872; *Z. f. Elektrochemie*, 7, 1921, p. 135.
(6) Chalonge et Lambrey, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1165.

Chalonge et Lambrey. Les positions moyennes des ondulations larges, contenues dans la quatrième colonne du tableau, diffèrent très peu de celles des bandes de l'oxygène, et, si l'on groupe de même les bandes de l'ozone de longueurs d'onde inférieures à 2750 Å, la coïncidence se maintient dans toute l'étendue où les spectres peuvent être comparés. (Écart moyen : 1 Å.)

Tableau.

(1). Å	(2).	(3).		(4).
2875 2839	2857,0	2872,5 2859,5 2852,0 2841,5	2 groupes voisins de 4 bandes chacun.	2857,0
		2833,7 2822,0	Groupe de 3 bandes.	
2809 2777	2793,0	2810,0 2773,0	Groupe de 4 bandes.	2791,5
2767 2760	2763,5	2761,5	1 bande.	2761,5
2752 2719	2735,5	2752,0 2718,3	4 bandes.	2735,2
2700 2670	2685,0	2710,0 2665,0	4 bandes dont 2 fortes [1].	2687,5
2655 2625	2640,0	2654,8 2642,5 2623,5	3 bandes fortes.	2639,2
2610 2585	2597,5	2606,0 2587,0	2 bandes fortes.	2596,5
2571 2546	2558,5	2570,5 2552,7	2 bandes fortes.	2561,6
? ?	2518	2538,0 2517,7 2499,4	3 bandes fortes.	2518,7
?	2490	2489,7	1 bande forte.	2489,7

III. Il serait assez surprenant qu'une telle coïncidence soit purement accidentelle. Aussi est-il permis de se demander s'il ne s'agit pas en réalité des mêmes bandes, élargies, dans le cas de l'oxygène liquide ou comprimé à une centaine d'atmosphères, par suite de la forte densité du milieu

(1) En considérant seulement les bandes fortes 2696,0 et 2675,7, on trouve comme position moyenne 2685,8 Å.

absorbant (¹). A l'appui de cette manière de voir, rappelons que la courbe d'absorption de l'ozone ne montre plus d'ondulations au-dessous de 2400 Å : l'absorption serait alors tout à fait continue comme celle de l'oxygène comprimé.

Cependant Shaver considère les deux spectres comme distincts; mais il ne les a comparés que dans un étroit intervalle, de 2700 à 2600 Å environ (²). De nouvelles recherches paraissent donc nécessaires pour établir s'il existe une parenté réelle entre les deux spectres.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur l'allure des valeurs des discontinuités d'absorption K des corps simples.* Note (³) de MM. **V. Dolejšek** et **K. Pestrecov**, présentée par M. M. de Broglie.

On ne peut pas bien suivre l'allure des valeurs des limites d'absorption dans le système périodique si l'on ne tient pas compte de la circonstance que ces valeurs dépendent considérablement des liaisons chimiques ainsi qu'il résulte des travaux de MM. A. E. Lindh (⁴), D. Coster (⁵), O. Stelling (⁶).

Nous avons reconnu dans un travail précédent (⁷) que la variation des discontinuités d'absorption en fonction du nombre atomique de l'écran se

---

(¹) Dans cette hypothèse, la structure particulière de la grande bande de l'ozone, de 2900 à 2400 Å, pourrait résulter de la superposition d'un spectre continu, correspondant à la dissociation de la molécule O^3, et d'un spectre de bandes, identique à celui de l'oxygène comprimé. Mais, si ce dernier appartient, comme le pense Wulf, à la molécule O^4, il est difficile d'admettre la présence de telles molécules en proportion appréciable dans l'oxygène ozonisé par l'effluve à basse pression.

(²) Shaver a observé seulement quatre bandes de l'oxygène et il a résolu trois d'entre elles en triplets de bandes plus fines, dont plusieurs coïncident à peu près avec des bandes individuelles de l'ozone.

(³) Séance du 26 décembre 1928.

(⁴) A. E. Lindh, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 1175; 175, 1922, p. 25; *Zeits. f. Phys.*, 6, 1921, p. 303; 31, 1925, p. 210.

(⁵) D. Coster, *Zeits. f. Phys.*, 83, 1924, p. 25.

(⁶) O. Stelling, *Dissertation Lund*, 1927.

(⁷) V. Dolejšek, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 964; *Zeits. f. Phys.*, 46, 1927, p. 132.

compose d'une partie continue exprimée par l'équation

$$\sqrt{\frac{\nu}{R}} = a + bN + cN^2 + dN^3$$

et d'une partie périodique se superposant à la première.

Pour préciser l'allure et le caractère de ces variations périodiques pour les éléments pris dans le même état chimique (par exemple à l'état de corps simple) nous avons mesuré de nouveau la limite d'absorption K de quelques éléments jusqu'au numéro atomique 30.

Nous avons appliqué la méthode indiquée par M. Valouch ([1]) pour mesurer la limite d'absorption K du corps simple de numéro atomique 27. Comme lignes de référence nous avons employé celles des séries K ([1]) et L ([1]) et nous avons obtenu les valeurs suivantes :

N°.	Élément.	λ (unités X).	$\frac{\nu}{R}$.
30..................	Zn	1280,5	711,63
29..................	Cu	1377,5	661,54
28..................	Ni	1484,7	613,75
27..................	Co	1604,4 ([1])	567,98
26..................	Fe	1739,5	523,86

Pour les autres éléments légers nous avons pris les valeurs mesurées par certains auteurs.

Nos valeurs se joignent très bien à celles des corps simples déterminées par K. Chamberlain ([2]) pour les éléments de numéros atomiques 25, 24, 23, 22 et à celles de A. E. Lindh ([3]) déterminées pour les mêmes éléments et pour ceux des numéros atomiques 20, 19, 16, 15.

Ainsi que Bohr et Coster ([4]) l'ont trouvé et que nous l'avons déjà indiqué dans le travail précédent, au voisinage du numéro atomique 29 se trouve la première variation d'allure de la loi de Moseley pour le niveau K.

En complétant les valeurs du niveau K des corps simples par celles que nous avons mesurées on peut exactement déterminer le caractère de cette variation de l'allure de la manière suivante : L'allure des fréquences du

---

([1]) M. Valouch, *Public. de la Fac. des Sciences de l'Université Charles*, n° 82, 1928. — M Siegbahn-V. Dolejšek, *Zeits. f. Phys.*, 10, 1922, p. 159. — E. Friman, *Zeits. f. Phys.*, 39, 1926, p. 813.

([2]) Chamberlain, *Phys. Rev.*, 26, 1925, p. 525.

([3]) A. E. Lindh, *loc. cit.*

([4]) N. Bohr-D. Coster, *Zeits. f. Phys.*, 12, 1923, p. 342.

niveau K s'exprime par

$$\frac{\nu}{R} = a' - b'N + c'N^2 + d'N^3 + e'N^4,$$

où les coefficients a', b', c' sont calculés d'après les fréquences des gaz rares, et l'on peut alors calculer les différences entre les valeurs calculées et expérimentales.

Ces différences sont données dans le tableau suivant :

Nos.	Élément.	$\Delta \frac{\nu}{R}$.		Nos.	Élément.	$\Delta \frac{\nu}{R}$.
30.......	Zn	+1,2		20...............	Ca	−0,7 (2)
29.......	Cu	+1,1		19...............	K	−0,3 (2)
28.......	Ni	+0,6		18...............	A	0,0 (3)
27.......	Co	+0,2 (1)		17...............	Cl	»
26.......	Fe	+0,2	+0,1 (2)	16...............	S	0,0
25.......	Mn	−0,4 (1)		15...............	P	+0,2 (2)
24.......	Cr	−0,7 (1)	−0,4 (2)	14...............	Si	+0,3 (2)
23.......	Va	−1,0 (1)	−0,8 (2)	13...............	Mg	+0,3 (3)
22.......	Ti	−1,0 (1)	−0,8 (2)	12...............	Na	+0,4 (2)
21.......	Sc	–	–			

Les valeurs anciennes de Fricke relatives à l'aluminium et au magnésium ne donnent pas des différences plus grandes que les autres corps simples et peuvent être regardées comme relatives a ces corps pris à l'état simple.

Il y a d'après Lindh deux valeurs pour le chlore; celle de Cl^1 correspond le mieux aux valeurs des autres éléments, il est possible que la valeur plus divergente de Cl^2 soit due à la liaison moléculaire.

L'inspection des différences entre les valeurs expérimentales et les valeurs continues déduites de l'équation précitée montre que ces différences varient périodiquement.

La variation périodique au voisinage de $N = 29$ surpasse considérablement la limite de précision des mesures, il en est de même en signe contraire vers $N = 21$. D'après nos idées sur la formation successive des atomes on devrait prévoir une discontinuité dans l'allure de la variation périodique; mais le degré de précision des mesures ne permet pas de la constater.

(1) Chamberlain, *loc. cit.*
(2) A. E. Lindh, *loc. cit.*
(3) H Fricke, *Phys. Rev.*, 16, 1920, p. 202.
(4) M. A. Valouch, *loc. cit.*

PHOTOCHIMIE. — *Influence de la nature du fixateur sur le développement après fixage des plaques photographiques inversées ou solarisées.* Note [1] de M. HENRI BELLIOT, présentée par M. Jean Perrin.

Dans une récente Communication [2], j'ai proposé une interprétation du développement après fixage des plaques photographiques inversées ou solarisées qui entraînait comme conséquence la propriété suivante : *le résultat obtenu doit dépendre des propriétés réductrices du bain de fixage*.

Les expériences dont les résultats sont résumés dans le tableau et les figures qui suivent semblent montrer en effet que :

1° On rapproche d'autant plus le résultat de celui que donne le développement chimique, qu'on utilise un fixateur plus réducteur;

2° On obtient, pour un même fixateur, la même évolution en alcalinisant ce fixateur, l'évolution inverse en l'acidifiant.

Les expériences ont été réalisées avec des plaques Lumière étiquette violette, impressionnées dans les conditions décrites dans la Note rappelée ci-dessus [2].

	Sens des rapports des densités				Limite du spectre (*a*) dans l'infrarouge.
	$\frac{\text{fond sol. }(b)}{\text{fond voilé }(c)}$.	$\frac{\text{spectre sol. }(e)}{\text{fond voilé }(c)}$.	$\frac{\text{spectre sol. }(d)}{\text{fond sol. }(b)}$.	$\frac{\text{spectre sol. }(d)}{\text{spectre sol. }(e)}$.	
Développement chimique ou développement physique avant fixage (*fig.* 1)...	<1	<1	<1	<1	0µ,87 [3]
Développement physique après fixage. Fixateurs :					
$S^2O^3Na^2(N) + NH^3\left(\frac{N}{10}\right)$...........	<1	<1	<1	>1	0µ,78
$S^2O^3Na^2(N) + NH^3\left(\frac{N}{10}\right)$ (*fig.* 2).....	>1	<1	<1	>1	0µ,75
$S^2O^3Na^2(N) + SO^3NaH\left(\frac{N}{10}\right)$.......	>1	voisin de 1	<1	>1	0µ,75
$S^2O^3Na^2(N) + SO^3NaH\left(\frac{N}{10}\right)$ (*fig.* 3)..	>1	>1	<1	>1	0µ,75
$SO^3NaH(N)$ (*fig.* 4)................	>1	>1	<1	>1	0µ,66
Allylthiourée ou sulfocyanate d'ammonium (*fig.* 5)..................	infini	infini	>1	>1	pas d'image

(1) Séance du 26 décembre 1928.
(2) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1289.
(3) Maximum de densité pour 0µ,67.

Les fixages à l'hyposulfite de sodium (alcalin ou acide) ont duré 10 minutes. Les autres fixages ont duré de 2 à 5 jours, les bains étant renouvelés deux fois par jour.

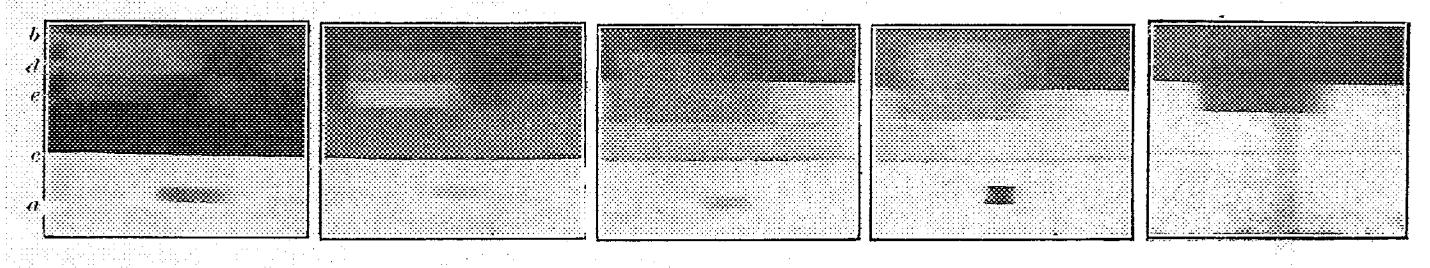


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5.

Le développement physique a été effectué avec les révélateurs à l'argent et au mercure de MM. A. et L. Lumière et Seyewetz. Pour un même fixage, les deux révélateurs ont donné des résultats analogues. Seules les plaques fixées à l'allylthiourée ou au sulfocyanate d'ammonium n'ont été développées qu'au mercure, le révélateur à l'argent étant décomposé en présence des petites quantités de fixateur qui sont retenues par la plaque malgré les lavages.

L'influence de l'addition d'alcali au bain de fixage est conforme à celle que MM. A. et L. Lumière et Seyewetz ont mis en évidence ([1]); ces auteurs affirment d'ailleurs, à la suite de certaines de leurs expériences, que le développement physique n'est possible que si les germes ont été préalablement traités par un réducteur approprié.

MM. H. I. Vogler et W. Clark ([2]) ont expliqué l'action de l'alcali ajouté au bain de fixage, en disant qu'il diminue la « peptisation des germes d'argent » (c'est-à-dire la dispersion des atomes d'argent qui les constituent) par le bain de fixage.

S'il est possible que cet effet de « peptisation » intervienne, il n'est pas suffisant pour expliquer les différences observées dans les expériences qui ont été décrites ici. Il est vraisemblable que cette peptisation est plus intense dans le fixage par le sulfite de sodium alcalinisé, qui dure plusieurs jours et nécessite plusieurs renouvellements de la solution, que dans l'hyposulfite de sodium alcalinisé de la même manière, où la plaque ne

---

([1]) *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 14.

([2]) H. I. Vogler et W. Clark, *Brit. H. Phot.*, **74**, p. 670. Résumé dans *Sc. et Ind. Phot.*, **8**, p. 1.

reste que quelques minutes. C'est cependant le premier bain qui donne l'effet de développement le plus intense.

Certains fixateurs utilisés (hyposulfite, allylthiourée, sulfocyanate d'ammonium) ont aussi la propriété de dissoudre lentement l'argent. Cette propriété, comme la précédente, peut altérer les résultats mais ne peut suffire à les déterminer, sans quoi l'action développatrice du bisulfite de sodium, qui ne dissout pas du tout l'argent, paraîtrait supérieure à celle de l'hyposulfite, qui le dissout.

Il est enfin à remarquer que les parties du spectre (*a*) qui disparaissent lorsqu'on passe du développement chimique au développement physique ne sont pas celles qui correspondent aux plus faibles densités, mais celles qui correspondent aux plus grandes longueurs d'onde, c'est-à-dire aux radiations capables d'activer des molécules sensibles, mais non pas de réduire à l'état métallique des molécules activées. C'est ainsi qu'on ne retrouve plus sur la plaque développée après fixage au bisulfite de sodium (limite $0^{\mu},66$), la longueur d'onde correspondant au maximum de densité sur les plaques développées chimiquement ($0^{\mu},67$).

Pour résumer les résultats des expériences décrites dans cette Note, nous compléterons notre théorie des phénomènes photographiques de la façon suivante :

L'image par développement physique après fixage est obtenue en utilisant :

1° *Les molécules réduites directement sous l'action de la lumière ;*

2° *Dans la mesure où le fixateur est capable d'en réaliser la réduction, les molécules activées et un plus ou moins grand nombre des molécules voisines.*

CHIMIE PHYSIQUE. — *Mise en évidence des transformations des laitons contenant de 57,5 à 63,5 pour 100 de cuivre, par l'étude de propriétés mécaniques.* Note de M. **P. Dejean**, présentée par M. H. Le Chatelier.

On sait que les transformations (qui se produisent au cours du chauffage ou du refroidissement des alliages) peuvent être mises en évidence par l'étude de nombreuses propriétés dont les variations présentent, aux températures de transformation, des anomalies plus ou moins accusées. Les propriétés mécaniques sont assez rarement utilisées dans ce but, car on considère qu'elles ne fournissent généralement pas des résultats bien nets.

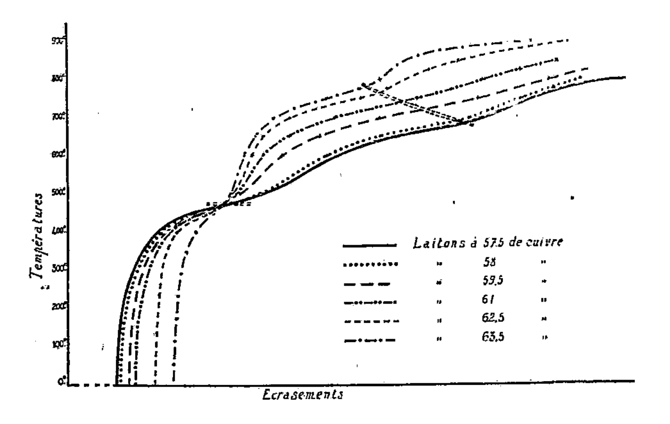
Nous avons eu au contraire des indications extrêmement précises en étudiant l'aptitude à l'écrasement ou, si l'on aime mieux, la plasticité, de toute

une série de laitons de décolletage dont les teneurs en cuivre variaient de 57,5 à 63,5. Or, le titre fictif de ces laitons est sensiblement égal au titre en cuivre des alliages cuivre-zinc purs. On peut donc sans inconvénient les comparer avec ceux-ci.

On a prélevé dans chacun des lingots de cette série un certain nombre d'éprouvettes cylindriques de deux dimensions différentes. Les unes, type n° 1, de 30^{mm} de diamètre et 45^{mm} de hauteur, les autres, type n° 2, de 20^{mm} de diamètre et 30^{mm} de hauteur. Ces éprouvettes étaient destinées à des essais d'écrasement à diverses températures.

Pour le chauffage, chaque éprouvette était placée dans un four électrique disposé à côté du mouton et préalablement porté à la température à laquelle on désirait chauffer l'éprouvette. Elle y était maintenue le temps nécessaire pour être uniformément portée dans toute sa masse à la température voulue. Ce résultat atteint, elle était vivement retirée du four et placée sur l'enclume d'un mouton de 50^{kg} qu'on laissait tomber de 2^{m}. Cette mise en place et l'écrasement duraient à peine quelques secondes.

Les éprouvettes du type 1 ont été utilisées de la température ordinaire jusqu'à 700°. Comme elles auraient donné des écrasements trop forts pour les températures plus élevées (ce qui aurait diminué la sensibilité de la méthode), on a adopté pour une autre série d'essais, comprise entre 500 et 900°, le type 2 dont les dimensions sont plus fortes. Entre 500° et 700°, les essais faits avec les deux types d'éprouvettes ont permis un recoupement suffisant pour trouver un coefficient de réduction convenable permettant de tracer sur un seul diagramme des courbes continues d'écrasement de 0° à 900°.



Les résultats obtenus sont rassemblés sous forme de courbes dans la figure.

On remarque que ces courbes présentent toutes deux points d'inflexion que nous avons réunis par des lignes interrompues à double trait. Il est à souligner que ces points coïncident d'une manière tout à fait remarquable avec les anomalies des laitons relevés par les autres méthodes et, en particulier, avec celles notées par Tsutomu Matsuda [1] dans un des plus récents travaux sur la question. Nous donnons, du reste, dans le tableau ci-dessous les résultats de Matsuda et ceux que nous avons obtenu par écrasement.

Teneurs en cuivre des laitons.	Première anomalie.		Deuxième anomalie (transformation de $\alpha+\beta$ en β).	
	Essais de Matsuda.	Essais d'écrasement.	Essais de Matsuda.	Essais d'écrasement.
57,5	480°	475°	688°	685°
58	480	475	700	690
59,5	480	475	727	720
61	480	475	748	740
62,5	480	475	775	765
63,5	480	475	800	783

L'examen des courbes permet en outre de tirer les conclusions suivantes :

1° Sans vouloir prendre parti dans la discussion qui s'est ouverte au sujet de la nature de la première anomalie du constituant β, située aux environs de 480°, nous dirons seulement que, conformément aux conclusions de MM. Matsuda et Imai, confirmées par les essais de dureté de M. L. Guillet [2], la modification des propriétés due à cette anomalie ne se produit pas d'une manière brusque à 480°, mais qu'au contraire elle s'effectue progressivement à partir de 250 à 300°. Malgré cette allure progressive, la transformation dont le constituant β est le siège n'en est pas moins extrêmement profonde, puisqu'il y a inversion dans l'ordre de plasticité des laitons de décolletage lorsqu'on passe par la température de transformation. Ceux qui contiennent le moins de constituant β, qui étaient le plus plastique à froid, le sont le moins à chaud. Ils sont forgeables à froid, mais non à chaud. La proposition est inversée, au contraire, pour ceux qui contiennent une forte proportion de β.

2° La deuxième anomalie (transformation de $\alpha + \beta$ en β seul) est également bien mise en évidence par les essais d'écrasement.

---

(1) *Science Reports of the Tôhoku Imperial University*, 11, n° 4, p. 223.

(2) *IIIe Congrès de Chimie Industrielle* (*Chimie et Industrie*, numéro spécial, mai 1924, p. 341).

Cette méthode pourrait dans bien des cas être généralisée et rendre de grands services. Nous avons montré, en effet, qu'elle était susceptible d'une précision et d'une sensibilité bien supérieure à celle qu'on aurait pu prévoir.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les transformations internes d'un cupro-aluminium*. Note de MM. **Albert Roux** et **Jean Cournot**, présentée par M. Léon Guillet.

Nous avons entrepris une série d'essais par rayons X [1] sur les phénomènes de transformations structurales dans certains alliages, et nous allons décrire ici quelques résultats intéressants obtenus sur un cupro-aluminium du type 90-10.

La micrographie de l'alliage recuit donnait environ $\frac{2}{3}$ de la solution α et $\frac{1}{3}$ d'eutectique.

Différents traitements thermiques ont été étudiés; les résultats les plus nets correspondent à :

Recuit de 20 minutes à 900°, refroidissement lent;
Trempe à l'eau froide après chauffage de 5 minutes à 900°;
Revenu de 20 minutes à 200°, du métal trempé;
Revenu de 20 minutes à 650°, du métal trempé.

La méthode utilisée pour l'obtention des spectres a été décrite ici [2].

Les échantillons essayés présentaient une face polie et attaquée par l'acide azotique en vue de destruction de l'écrouissage de surface, dû au polissage.

Les durées de pose étaient de 6 heures.

Métal recuit. — Le tableau suivant résume les résultats :

Déviation en millimètres des rayons.	Déviation angulaire en grades.	Distance réticulaire en A°.	Intensité des raies.	Plan.
20,50	15,88	2,097	forte	**111**
23,75	12,45	1,829	moyenne	**100**
33,50	17,77	1,294	moyenne	**110**
39,75	21,09	1,094	moyenne	**311**
41,50	22,02	1,050	faible	**222**

(1) Partie des recherches entreprises grâce à la subvention accordée par l'Académie sur la Fondation Le Chatelier.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1733.

Le système réticulaire est un cube à faces centrées d'arète $a = 3,637$.

Métal trempé. — Nous avons obtenu ici :

Déviation en millimètres des rayons.	Déviation angulaire en grades.	Disttance réticulaire en A°.	Intensité des raies.
20,25	10,74	2,120	moyenne
21,25	11,28	2,046	forte
22,00	11,67	1,953	moyenne
33,00	17,51	1,312	faible
39,25	20,83	1,141	très faible
41,50	22,02	1,050	moyenne

D'autre part, seule la première raie est continue; les autres sont discontinues.

Métal trempé et revenu. — Le revenu à 200° donne les même raies que le métal trempé, mais plus nettes.

Le revenu à 650° donne un spectre identique à celui du mètal recuit.

Conclusions — Malgré la présence micrographique de la solution γ, seul le spectre de la solution α apparaît dans le métal recuit.

Dans le spectre du métal trempé, nous retrouvons partiellement ce spectre de la solution α, avec toutefois une légère déviation des raies et une disparition de la raie correspondant aux plans 100. Nous voyons par contre apparaître deux nouvelles lignes (correspondant aux déviations en millimètres de 21,25 et 22,00); autre remarque : presque toutes les raies sont discontinues.

Le temps de pose étant le même, nous concluons que la trempe de ce cupro-aluminium 90-10 maintient à la température ordinaire un constituant hors d'équilibre qui doit être la solution β du diagramme connu, ou mieux la combinaison Cu^3Al en solution solide dans α.

Nous attribuons la discontinuité des raies à la facilité de surchauffe du métal, les grains grossissant vite et ne correspondant plus aux dimensions optima nécessaires pour l'obtention des raies continues.

La dureté de l'alliage après trempe provient donc, d'une part de la distorsion du réseau α et d'autre part de la présence de la combinaison.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'application aux variétés allotropiques du phosphore de la théorie de M. Smits.* Note [1] de M. **Pierre Jolibois**, transmise par M. H. Le Chatelier.

M. Smits [2] interprète suivant sa théorie de l'allotropie dynamique les résultats publiés précédemment par M. Alexeieff [3] relatifs aux variétés allotropiques du phosphore. Bien qu'on ne puisse discuter les travaux de ce dernier auteur qui ne donne pas la moindre indication sur le mode de préparation des variétés de phosphore qu'il a obtenues, on peut remarquer qu'il ne cite pas davantage ceux de ses prédécesseurs qui ont déjà isolé des variétés de phosphore bien définies, en les soumettant à des critériums de pureté d'ailleurs beaucoup plus sévères que les siens.

Ceci m'engage à répondre à des critiques formulées il y a déjà quelque temps par M. Smits [4] à mon travail sur le phosphore [5]. Alors que j'ai montré la nécessité de considérer deux variétés allotropiques du phosphore rouge anciennement connu, M. Smits prétend qu'à chaque température il existe une solution solide en équilibre et que l'existence d'une seule variété de phosphore rouge est à considérer. Son principal argument est la non-existence qu'il a constatée d'un point anguleux dans la courbe de tension de vapeur du phosphore rouge, alors que j'ai au contraire déduit de mes expériences la nécessité d'en admettre l'existence. La différence de nos résultats provient à mon avis de la manière dont M. Smits a mesuré la tension de vapeur du phosphore solide. Dans le cas relativement facile de la mesure de la tension de vapeur du phosphore liquide, nos mesures sont en excellente concordance. Il n'en est plus de même dans le cas de la mesure de la tension de vapeur du solide. J'ai montré dans ma Thèse que l'établissement de l'équilibre de la tension de vapeur du phosphore solide était lent, que pour le rendre suffisamment rapide et pour obtenir des résultats concordants il importait de pulvériser la substance et d'en remplir aussi complètement que possible la chambre de vaporisation après en avoir très soigneusement extrait les gaz. J'ai également insisté sur le fait qu'il fallait exécuter la

(1) Séance du 26 décembre 1928.
(2) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 980.
(3) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1621.
(4) A. Smits et S. C. Bokhorst, *Zeitschrift für phys. Chem.*, 91, 1916, p. 249.
(5) *Recherches sur le phosphore et les phosphures métalliques* (*Thèse*, Paris, 1910).

mesure en faisant croître régulièrement la température, ou en laissant cette dernière rigoureusement constante. En effet, la variété à faible tension de vapeur (pyromorphique) donne naissance, en se vaporisant, à de la vapeur qui se condense à la moindre baisse de température en phosphore rouge ordinaire dont la transformation en pyromorphique est extrêmement lente; c'est pour cette raison que la tension de vapeur mesurée sans les précautions que j'ai signalées est celle du phosphore rouge ordinaire.

D'autre part, M. Smits ne tient aucun compte des expériences calorimétriques que j'ai faites au moyen du galvanomètre double de MM. Le Chatelier et Saladin, et qui montrent par enregistrement photographique l'existence d'un point de transformation aux environs de 450°. Enfin, une expérience fondamentale également décrite dans le même Mémoire ne peut être expliquée par M. Smits. Si l'on chauffe du phosphore rouge ordinaire *pulvérisé* à 360° pendant 100 heures, il garde une densité de 2,16. Si l'on chauffe le même échantillon pendant le même temps à la même température avec 1 pour 100 d'iode, il prend, après la séparation de l'iodure de phosphore formé, la densité de 2,37 (phosphore pyromorphique). Le phosphore rouge ordinaire est donc instable à 360° et ne peut être considéré comme une solution solide en équilibre. Les frottements chimiques et les états hors d'équilibre (faux équilibre de Duhem) sont très fréquents dans l'allotropie du phosphore, et avant d'appliquer les règles de la thermodynamique, il importe d'abord de vérifier la réversibilité des phénomènes et de rechercher la stabilité réelle des espèces isolées. C'est en particulier la raison pour laquelle l'application faite par M. Smits, de la règle des phases au travail de M. Alexeieff est aventurée. C'est également pour cette cause que les solutions solides hors d'équilibre (puisqu'une trace d'iode les amène dans un long domaine de température à un état constant et stable) considérées par M. Smits ne peuvent rentrer dans le cadre d'une théorie thermodynamique.

La séduisante théorie de M. Smits, qui a déjà été trouvée en défaut par M. Damiens [1], dans le cas de l'iodure mercurique et du tellure, ne s'applique pas davantage au phosphore si l'on ne considère que des variétés en équilibre stable dûment démontré.

En résumé, il y a toujours lieu de considérer quatre variétés de phosphore solide : le phosphore blanc, le phosphore rouge ordinaire, le phos-

---

[1] *Ann. Ch. Phys.*, 9e série, **18**, 1922, p. 282; *Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 816; **178**, 1924, p. 326; *Bull. Soc. ch.*, **35**, 1924, p. 87; **37**, 1925, p. 157.

phore pyromorphique et le phosphore noir de Bridgmann qui a été découvert après la publication de ma Thèse, en soumettant le phosphore blanc à des pressions considérables. Ces variétés peuvent toutes coexister à la température et la pression ordinaires, par suite de résistances passives; mais seul le phosphore pyromorphique (ou peut-être le phosphore noir) [1] est stable. Quant aux variétés de densité intermédiaire obtenues par chauffage, elles constituent des états de transformation incomplète dus à la lenteur des réactions de passage d'une variété à l'autre.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur une mono-ammine cobaltique.* Note de M. **Clément Duval**, présentée par M. G. Urbain.

On sait que Werner a rangé les cobaltiammines en sept séries renfermant des quantités décroissantes d'ammoniac. Jusqu'à présent les complexes du type

$$[Co.NH^3.X^5]M^2$$

faisaient défaut. La préparation suivante conduit au premier corps isolé dans cette série :

Dix grammes de *trinitrato-triammine* $[Co(NO^3)^3(NH^3)^3]$ sont chauffés au bain-marie pendant un quart d'heure, à 45°, avec 50^{cm^3} d'eau et $7^g,5$ de *métaborate de sodium*. La liqueur devient violette. Il se dégage de l'ammoniac. Par refroidissement, un précipité gris violacé apparaît. Il est lavé à l'alcool et à l'éther. Il est peu soluble dans l'eau (1 partie dans 3000 parties d'eau). Pour l'analyse la substance est mise en solution par l'acide sulfurique. Le cobalt est dosé par électrolyse dans la liqueur. Celle-ci est réduite à un petit volume et additionnée d'azotate de baryum, en léger excès. Les précipités de sulfate et de borate de baryum sont filtrés et les eaux de lavage reçoivent une nouvelle addition d'acide sulfurique, précipitant ainsi l'excès d'ions Ba. Le sodium est alors dosé sous forme de sulfate dans le liquide résiduel.

L'ammoniac a été déterminé par distillation avec la soude et le bore a été dosé par volumétrie à l'aide de glycérine sur une autre prise d'essai de la substance.

Calculé pour $[Co(BO^2)^5.NH^3]Na^2$: Co 17,50; NH^3 5,04; B 16,3; Na 13,6.

Trouvé : Co 17,42; NH^3 5,17; B 16,01; Na 13,4.

Le produit isolé est donc le *cobalti-ammonioborate de sodium*.

La méthode d'obtention précédente paraît être susceptible de généralisation.

---

[1] Aucune étude n'a été faite, à ma connaissance, des domaines de stabilité de cette espèce qui est la plus dense qui soit connue.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés de l'acide hydantoïne-3-acétique.* Note de MM. **R. Locquin** et **V. Cerchez**, transmise par M. Moureu.

Nous avons mentionné précédemment (¹) que, sous l'action des chlorures d'acides, l'aminomalonate d'éthyle (sodé, ou mieux, simplement en présence de pyridine) conduit à des dérivés *acylés à l'azote*.

Avec le phosgène, on obtient ainsi un *tétraéther*

$$(COOC^2H^5)^2 = CH - NH - CO - NH - CH = (COOC^2H^5)^2 \quad [P.F. = 167^o],$$

qui peut fournir par saponification deux acides différents (A et B) :

A. Sous l'influence de la soude à 4 pour 100 à la température du bain-marie, il perd $2CO^2$ et conduit à l'*acide carbamido-diacétique*

$$HOOC - CH^2 - NH - CO - NH - CH^2 - COOH$$

fondant à 208° avec dégagement gazeux.

Éthérifié avec précaution (par exemple, en le chauffant quelques instants seulement avec de l'alcool contenant *une trace* de HCl), cet acide se transforme en le diéther correspondant ou carbamido-diacétate d'éthyle [P.F. = 146°], déjà préparé différemment par E. Fischer (²), puis par Gränacher et Landolt (³). Par contre, une éthérification énergique (par exemple, en chauffant le diacide pendant quelques heures avec de l'alcool saturé de HCl) conduit à un mono-éther *cyclique* constitué par l'*hydantoïne-3-acétate d'éthyle*,

$$CO\begin{cases} NH - CH^2 \\ \quad\quad\; | \\ N - CO \\ | \\ CH^2 - COOC^2H^5 \end{cases} \quad (P.F. = 120^o)$$

composé que nous avons également obtenu en chauffant pendant quelques heures le carbamido-diacétate d'éthyle avec un excès d'acide chlorhydrique en solution alcoolique.

(¹) R. Locquin et V. Cerchez, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1360; *Bull. Soc. chim.*, 43, 1928, p. 932.

(²) E. Fischer, *Berichte D. ch. G.*, 34, 1901, p. 433, et 35, 1902, p. 1095.

(³) Gränacher et Landolt, *Helvet. Chim. Acta*, 10, 1927, p. 805.

B. Si, au lieu de saponifier le tétraéther au moyen des alcalis, on le chauffe à reflux avec une solution aqueuse de HCl à 10 pour 100, on obtient directement et avec un excellent rendement l'*acide hydantoïne-3-acétique* lui-même $(C^3H^3O^2N^2)CH^2=COOH$ [P.F. = 195-196°], dont voici quelques nouveaux dérivés :

I. *Chlorure d'hydantoïne-3-acétyle* : $(C^3H^3O^2N^2)CH^2-COCl$. — On le prépare aisément à l'aide du chlorure de thionyle. Il est solide, insoluble dans l'éther anhydre ou dans le benzène, mais soluble à chaud dans le tétrachloréthane d'où il cristallise par refroidissement. On ne peut lui assigner un point de fusion défini, car ce composé s'hydrate rapidement à l'air et se décompose quand on le chauffe.

Libre ou en solution dans le tétrachloréthane il réagit énergiquement sur les corps basiques tels que l'ammoniaque et les composés aminés, en donnant les *dérivés amidés normaux* correspondants. On peut, dans certains cas, réaliser la condensation en présence d'une solution aqueuse alcaline (méthode Schotten-Baumann), mais il est en général préférable d'opérer en présence de pyridine et d'un solvant neutre.

Nous avons, entre autres, préparé le *dérivé hydantoïne-3-acétylé* : 1° de l'*aniline* : $[(C^3H^3O^2N^2)CH^2-CO-NH-C^6H^5$, fines paillettes brillantes fondant à 215° sur Hg]; 2° de l'*amino-malonate d'éthyle* : $[(C^3H^3O^2N^2)CH^2-CO-NH-CH=(COOC^2H^5)^2$, aiguilles soyeuses. P. F. 172-173°]; 3° du *glycocollate d'éthyle* :

$$[(C^3H^3O^2N^2)CH^2-CO-NH-CH^2-COOC^2H^5,$$

fines aiguilles brillantes. P. F. = 168°]; 4° de la *méthyl-3-isopropyl-5-pyrazoline* : $[(C^3H^3O^2N^2)CH^2-CO(C^7H^{13}N^2)$, tablettes. P.F. = 185°].

Ces quelques exemples montrent que les dérivés de ce genre cristallisent aisément et qu'ils possèdent un point de fusion assez élevé, généralement très net. Aussi, bien que les rendements ne soient pas toujours quantitatifs, le chlorure d'hydantoïne-3-acétyle pourrait, le cas échéant, constituer un réactif avantageux pour la caractérisation de certains composés aminés.

II. *Amide*. — Gränacher et Landolt ont avancé que l'ammoniaque aqueuse transforme l'hydantoïne-3-acétate d'éthyle en un *diamide* $C^5H^{10}O^3N^4$ qui fondrait à 226° et qui se trouve identique au diamide résultant normalement de l'action de l'ammoniac liquéfié sur le carbamido-diacétate d'éthyle.

Effectivement, l'action de l'ammoniaque aqueuse sur l'hydantoïne-3-acé-

---

(1) Obtenue elle-même à partir de l'isobutylidène acétone et de l'hydrazine.

tate d'éthyle fournit bien une masse cristalline fondant, brute, vers 226°, mais nous avons, en outre, constaté que, par cristallisation fractionnée de cette masse dans l'eau, on obtient d'abord un dépôt de paillettes brillantes constituées par du *carbamido-diacétamide* $CO = (NH - CH^2 - CONH^2)^2$, lequel se décompose au-dessus de 240° en charbonnant, ainsi que l'avait déjà observé E. Fischer. Des eaux mères du dépôt précédent on retire ensuite de fines aiguilles, fondant nettement et sans charbonner à 225-226° et qui ne sont pas autre chose que l'*hydantoïne-3-acétamide* lui-même $(C^3H^3O^2N^2)CH^2 - CONH^2$, dont l'existence n'avait pas été signalée.

Nous avons aisément et abondamment reproduit ce mono-amide, à l'exclusion du carbamido-diacétamide, en faisant arriver un courant de gaz ammoniac sec dans une solution tétrachloréthanique de chlorure d'hydantoïne-3-acétyle, ou mieux, en ajoutant peu à peu ledit chlorure à une solution de gaz ammoniac dans l'éther anhydre.

Nous ferons remarquer, pour terminer, qu'il suffit d'additionner le carbamido-diacétamide (décomposable au-dessus de 240°) d'une très faible proportion d'hydantoïne-3-acétamide fondant à 225° pour abaisser le point de fusion du mélange au voisinage de cette dernière température, fait qui explique pourquoi Gränacher et Landolt n'ont pas été avertis de leur erreur par le dosage d'azote qu'ils ont effectué.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le 3-chlorotropane et sur la non-existence de la bellatropine de Hesse*. Note de MM. **Max** et **Michel Polonovski**, présentée par M. A. Desgrez.

Nos connaissances sur la constitution de la belladonine et sur ses produits d'hydrolyse sont encore fort confuses. Les indications que nous donne la littérature chimique sont en effet des plus contradictoires. Kraut, Merling et Merck identifient la base saponifiée avec la tropine, tandis que Hesse [1], employant comme hydrolysant HCl concentré à 140°, la considère comme un isomère nouveau, différant de la tropine par les propriétés physiques de son chloroplatinate (F. 212°) et de son chloraurate (F. 164°) et qu'il dénomme *bellatropine*.

Doutant *a priori* de l'existence même d'un nouveau stéréoisomère de la tropine et de la pseudotropine, auquel ne répondait aucun schéma de constitution, nous avons repris cette étude.

---

(1) Hesse, *Ann. Chem. Pharm.*, 271, 1892, p. 100.

La belladonine résulte, on le sait, de la polymérisation de l'apoatropine, en milieu alcalin ou acide, et s'en distingue nettement par sa consistance vitreuse, la nature amorphe de ses sels, et par sa grande résistance aux agents d'hydrolyse, notamment à la baryte. Nous en avons préparé le chloroplatinate, avec quelque rigueur de pureté, paillettes très légèrement jaunâtres, très peu solubles dans l'eau, qui, recristallisées dans l'alcool bouillant, fondent à 252° (et non à 229°, comme l'indique Hesse). Le chloraurate, pour lequel Hesse accuse un point de fusion d'environ 120°, est amorphe; il brunit et se ramollit au-dessus de 150° et fond vers 168°.

Nous avons tout d'abord vérifié que l'hydrolyse de la belladonine par la potasse alcoolique était intégrale et conduisait uniquement à la tropine, à côté d'un acide atropique, plus ou moins polymérisé. Nous avons de plus établi que l'hydrolyse par une solution de SO^4H^2 au cinquième conduisait au même résultat. On note cependant la présence d'un peu de tropidine, résultant de l'action déshydratante de SO^4H^2 sur la tropine formée.

Par contre, la saponification par HCl, effectuée selon les indications de Hesse, nous a fourni un composé tout différent. La solution chlorhydrique, chauffée 20 heures en tube scellé à 140°, puis évaporée à siccité, abandonne un résidu que nous avons repris dans l'acétone bouillant; et nous avons eu d'emblée, presque insoluble à froid dans ce solvant, un chlorhydrate que nous avons purifié par recristallisation dans l'alcool absolu. Par décomposition de ce chlorhydrate par CO^3Na^2, on obtient la base elle-même, qu'on extrait très facilement à l'éther.

Huile incolore, à odeur éthérée rappelant un peu celle de l'eucalyptus, bouillant, en se décomposant en partie, vers 163°-165°, elle est très peu soluble dans l'eau, ce qui suffit déjà à la distinguer et à la séparer complètement de la tropine et de la ψ-tropine. Mais sa composition et ses constantes ne répondent en rien aux données indiquées par Hesse pour une *bellatropine*.

Cette base, dont l'analyse correspond à la formule $C^8H^{14}ONCl$, n'est autre en effet que le 3-*chlorotropane*, formé par l'éthérification de l'alcool secondaire de la tropine.

Son chlorhydrate, $C^8H^{14}ONCl\,HCl$ cristallise en prismes blancs fondant à 234°. Il donne un chloroplatinate, jaune orangé, peu soluble dans l'eau et l'alcool, fondant à 227°-228°, un chloraurate, jaune d'or, également peu soluble (F. 215°). Le picrate de 3-chlorotropane est très caractéristique; il cristallise en longues aiguilles jaune clair, fondant à 216°-217°. L'iodométhylate, $C^8H^{24}ONClCH^3I$, peu soluble dans l'alcool méthylique (F. 306°) conduit par réduction par Zn et SO^4H^2 à l'iodométhylate de tropane. Par action de H^2O^2 sur le 3-chlorotropane, on obtient l'ami-

noxyde $C^8H^{24}O^2NCl$, solide blanc, de réaction neutre, très soluble dans l'eau, l'alcool et l'acétone, et dont nous avons préparé le chlorhydrate (F. 210°, cristallisé dans l'acétone bouillant) et le picrate, peu soluble dans l'eau froide (F. 175°).

Nous nous sommes assuré qu'on obtenait ce même dérivé chloré en faisant agir HCl à 140° sur l'apoatropine, et également sur l'hyoscyamine ou l'atropine. *Toutes les tropéines donnent indistinctement et avec un excellent rendement l'éther halogène de la tropine.* La tropine elle-même s'éthérifie également lorsqu'on la traite directement par 8 parties de HCl à 140°.

Lorsqu'on substitue, dans l'hydrolyse de la belladonine ou de l'apoatropine HBr à HCl, on obtient, dans les mêmes conditions, quoique avec un moins bon rendement, le 3-bromotropane, identique avec le composé déjà obtenu par Einhorn et par Willstätter.

La bellatropine décrite par Hesse est donc à rayer de la littérature chimique. Ses constantes physiques sont inexactes, et les sels que cet auteur avait en mains devaient être des mélanges où prédominait le chlorotropane, qui lui a totalement échappé.

Les pseudotropéines paraissent plus résistantes à l'éthérification chlorée. La tropacocaïne (éther benzoïque de la ψ-tropine), traitée 20 heures à 100° par HCl, donne principalement de la pseudotropine : dans les éthers mères, cependant, nous avons isolé un peu d'éther chloré par son picrate, très peu soluble, et qui fond vers 228°.

MINÉRALOGIE. — *Étude microscopique des minerais complexes cupro-argentifères de Colquijirca (Pérou).* Note de MM. **J. Orcel** et **Gil Rivera Plaza.**

L'examen microscopique de sections polies taillées dans des échantillons de minerais provenant de l'important gisement de Colquijirca complète nos observations antérieures sur la région de Cerro de Pasco [1]. D'après cet examen, on peut, au point de vue minéralogique, distinguer parmi ces minerais complexes :

1° Des minerais cupro-argentifères caractérisés par la présence constante de l'*argent natif* ou d'un minéral argentifère tel que la *stromeyérite* ou la *pyrargyrite*.

---

[1] J. Orcel et Gil Rivera Plaza, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 769, et *Bull. Soc. franç. Minér.*, **51**, 1928, p. 213-246.

2° Des minerais cuprifères et plombocuprifères, renfermant de la *chalcopyrite*, de *l'érubescite* ou du *cuivre gris* parfois associés à la *galène*. Ces minerais sout aussi argentifères mais beaucoup moins que les précédents.

3° Des minerais plombo-zincifères ne renfermant qu'accessoirement des minéraux cuprifères. Leur teneur en argent est très variable.

1. Parmi les minerais cupro-argentifères, le type le plus fréquent consiste en un mélange à structure très fine de chalcopyrite et de blende toujours associées à la pyrargyrite. Dans certains échantillons ces minéraux sont accompagnés par de la panabase, de l'érubescite ou de l'énargite. La pyrargyrite forme dans ces minerais soit avec la chalcopyrite, soit avec l'érubescite des assemblages à structure graphique. L'argent natif est irrégulièrement réparti sous forme d'inclusions très fines ou de filaments. La plupart des échantillons en renferment. Il est souvent visible à l'œil nu. La pyrite en cristaux automorphes ou en agrégats fragmentaires est présente dans presque tous ces minerais.

Un type de minerai complexe particulièrement intéressant par sa richesse exceptionnelle en minéraux argentifères, mais qui paraît être très localisé dans certaines parties de la zone de cémentation, est constitué essentiellement par la stromeyérite englobant des plages d'énargite (associée souvent à un minéral maclé polysynthétiquement qui possède tous les caractères de la famatinite), de galène, de blende, de pyrargyrite et de chalcopyrite ;le tout est traversé par un réseau de fines veinules irrégulières d'argent natif secondaire. Les limites entre les plages de stromeyérite et de blende sont très finement déchiquetées avec tendance à la structure graphique; le même aspect s'observe entre les plages de pyrargyrite et de stromeyérite. La blende de ce minerai renferme de curieuses inclusions vermiculées de chalcopyrite, parfois arborescentes; leurs détails ne sont visibles qu'aux forts grossissements.

2. Les minerais cuprifères sont constitués par de la chalcopyrite, toujours associée à l'énargite, à l'érubescite ou à la panabase. Ces minéraux forment avec la chalcopyrite des groupements à « limites mutuelles » bien caractérisés, avec tendance par place à la texture graphique. Ils sont rarement présents dans le même échantillon en proportions équivalentes, et l'on peut distinguer plusieurs types suivant que l'un ou l'autre de ces trois minéraux prédomine. Ces minerais sont parfois riches en argent; l'un d'eux, où abonde l'énargite, titre 2^{kg},100 d'Ag à la tonne. On voit aussi dans certains d'entre eux des veinules très fines d'argent natif, et parfois aussi de la galène mais toujours en très petites plages.

3. Il existe enfin à Colquijirca des minerais plombo-zincifères constitués par les associations habituelles de blende, pyrite, galène, parfois aussi de marcasite.

La gangue de tous ces minerais est principalement formée de barytine en agrégats de cristaux tabulaires plus ou moins gros, par une argile blanche colloïde dont l'un de nous poursuit l'étude, et par de la sidérite.

Au point de vue métallogénique, l'examen microscopique montre qu'il existe à Colquijirca deux types de minerais d'origines différentes :

1° Les minerais hypogènes (formés en profondeur) et essentiellement constitués par les minéraux suivants : chalcopyrite, blende, galène, pyrite, énargite, panabase, érubescite.

2° Les minerais de la zone de cémentation ou supergènes formés par voie de remplacement métasomatique à partir des précédents, et caractérisés par la présence de l'argent natif et de la stromeyérite.

Ces minerais sont d'une richesse remarquable en argent.

La pyrargyrite existe dans chaque type de minerais; elle est associée à la chalcopyrite et à l'érubescite dans les minerais d'origine profonde, à la stromeyerite dans les minerais supergènes.

CAPILLARITÉ. — *Sur la variation avec la direction de la constante capillaire des corps smectiques.* Note (1) de M. **Robert Gibrat**, présentée par M. Pierre Termier.

L'observation des formes très éloignées de la sphère pour les gouttes smectiques a conduit M. G. Friedel (2) à l'idée d'une distribution des molécules sur des surfaces parallèles équidistantes, planes dans la structure homogène. Tous ces plans comportent un minimum de la constante capillaire comme le montrent les gouttes à gradins de M. Grandjean; mais de plus l'existence des bâtonnets allongés normalement à l'axe révèle un second minimum relatif de cette constante pour les directions normales aux précédentes. Nous voulons montrer que l'hypothèse faite sur la distribution des molécules donne, grâce à des hypothèses très générales, une expression algébrique de la constante capillaire qui donne les deux minima. Il serait donc inutile d'admettre, comme le proposait M. G. Friedel, une forme linéaire

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) *Annales de Physique*, 18, 1922, p. 335 et suiv.

et très allongée des molécules smectiques. L'hypothèse sur la répartition spatiale suffit.

Nous allons étendre aux corps smectiques la théorie de la capillarité de Gauss. Il nous faudra considérer les travaux résultant des déplacements des molécules :

1° Du liquide isotrope par rapport au liquide isotrope;

2° Du corps smectique par rapport au liquide isotrope et inversement;

3° Du corps smectique par rapport au corps smectique.

1. La théorie de Gauss donne une constante capillaire A_0 indépendante de la direction.

2. Le potentiel W est donné par la formule

$$W = \int V\, d\tau,$$

soit l'axe des Z normal aux plans équidistants de h du corps smectique, et définissons un point par sa distance ε à la surface de séparation et sa cote z, ces deux quantités étant reliées par la relation

$$z = z_0 + \gamma\varepsilon;$$

γ cosinus de l'angle de la normale à la surface et de OZ; z cote du pied de la normale.

A_1 jouant le rôle de la constante capillaire, on a $A_1 = \int V\, d\varepsilon$; nous expliciterons $V(\varepsilon, z)$ en tenant compte de la rapide décroissance de V avec ε, de la périodicité de V avec z et de la forme que doit présenter $V(o, z)$ pour être vraisemblable :

$$V(\varepsilon, z) = \alpha_0 e^{-a_0\varepsilon} + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n e^{-a_n\varepsilon} \sin(2n-1)\frac{\pi z}{h} \qquad (o \leqq z \leqq h),$$

$$A_1 = \int_0^{\infty} V(\varepsilon, z_0 + \gamma\varepsilon)\, d\varepsilon$$

s'obtiendra par des intégrations faciles à effectuer.

La valeur physique intéressante sera la moyenne de cette quantité quand z_0 varie,

$$\overline{A}_1(\gamma) = \frac{\alpha_0}{a_0} + \sum \frac{2\alpha_n}{(2n-1)\pi a_n} \times \frac{1}{1 + \frac{(2n-1)^2\pi^2\gamma^2}{a_n^2 h^2}}.$$

Si γ n'est pas voisin de zéro, on pourra négliger dans le dénominateur l'unité, car $a_n h$, mesurant le coefficient logarithmique d'amortissement à la distance h, est très petit.

D'où

$$\overline{A}_1(\gamma) = a_1 + \frac{b_1}{\gamma^2};$$

au contraire, si γ est nul, on a $z = z_0$ et l'on obtient

$$\overline{A}_1(\gamma) = a_1 + \sum \frac{\alpha_n}{a_n} \frac{2}{(2n-1)\pi},$$

valeur finie.

3. Le calcul se conduira de même, en remarquant que l'intégration dans le volume smectique peut se transformer en une intégration dans le volume isotrope.

On obtient ainsi pour $A_2(\gamma)$

$$\overline{A}_2(\gamma) = a_2 + \frac{b_2}{\gamma_2}.$$

En résumé, la constante capillaire qui est la somme des A précédents est donnée par la formule suivante :

$$A = a + \frac{b}{\gamma^2} \quad \text{quand } \gamma \text{ n'est pas nul,}$$
$$A = a - b' \quad \text{pour } \gamma = 0.$$

A présente donc deux minima relatifs, un pour $\gamma = 0$ qui a l'allure d'une discontinuité et un autre pour $\gamma = 1$, ces deux minima correspondant aux plans passant par l'axe ou perpendiculaires à celui-ci.

La discontinuité pour $\gamma = 0$ explique bien la forme très allongée des bâtonnets, leur bout aplati provenant de l'autre minimum.

La forme obtenue pour A se prêterait à des développements d'analyse tout à fait analogues à ceux des surfaces minima, l'équation aux dérivées partielles des gouttes smectiques s'obtenant sans difficulté. Leur extrême petitesse rend les vérifications quantitatives de cette théorie fort aléatoires.

GÉOLOGIE. — *Sur la succession et la répartition des unités tectoniques du versant méditerranéen des Cordillères bétiques entre Grenade et Gibraltar.* Note de M. **Maurice Blumenthal**, présentée par M. Pierre Termier.

Ayant exposé quelques observations qui éclairent les rapports des complexes bétiques de Malaga et de Grenade ([1]), je crois légitime de tenter de

([1]) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 1059, et **188**, 1929, p. 69.

donner un aperçu des unités de la chaîne bétique et de leur répartition, en utilisant les résultats de ma dernière campagne (1928).

Une coupe le long du versant méditerranéen montre de l'Est à l'Ouest à partir de la culmination principale et rangées tectoniquement de bas en haut : les éléments probablement penniques de la Sierra Nevada, encore fort peu connus; ils sont suivis des nappes à Trias alpin (Alpujarrides). L'abaissement axial du Pennique vers l'Ouest, qui est de 35° environ, affecte aussi les nappes triasiques; cela est mis en évidence par les travaux de l'École de Delft. Mais leur unité principale (nappe de Lanjaron) se redresse au delà de la dépression transversale qu'occupe la vallée du Rio Guadalfeo, et s'élève pour former un palier longitudinal correspondant à la Sierra Tejeda. Puis cette nappe de Lanjaron s'abaisse de nouveau avec la même inclinaison axiale (35°), pour disparaître près d'Alcaucin sous le Bétique de Malaga. Tout le centre de la province de Malaga correspond au large développement de cette masse paléozoïque dont l'épanouissement est sûrement dû à une dépression transversale du soubassement.

Le caractère charrié d'un si puissant complexe situé si près de la Méditerranée peut être mis en question, mais lorsque l'on constate que, de l'autre côté de la Hoya de Malaga, les *unités à faciès alpin réapparaissent sous le Bétique de Malaga dans un état de métamorphisme qui les faisait ranger jadis dans le « Primitif »*, l'idée du charriage ne peut plus être rejetée. Au delà de ces anticlinaux calcaréo-dolomitiques (Sierras de Mijas, Cártama, Blanca, etc.), le Bétique malaguais reprend son inclinaison vers l'Ouest-Sud-Ouest. L'ennoyage du Paléozoïque sous le Tertiaire oligocène (Flysch) entre Estepona et Gaucin est déjà connu; les contours en sont jalonnés par des restes de son revêtement secondaire et préoligocène, composé de Néocomien (Gaucin) et d'Éocène (dolomies et calcaires blancs, ailleurs, des Alvéolines).

La grande extension du Flysch formant dans la région Rio Guadiaro-Gibraltar un rentrant vers l'axe des Cordillères et son prolongement dans le Rif, dessine, par cette répartition, la charnière qui s'intercale entre la courbure d'un arc bétique malaguais et son pendant du côté de l'Afrique.

Quittant la direction longitudinale, faisons une coupe selon la transversale de la Serrania de Ronda qui représente dans la partie centrale une culmination transversale.

Aux schistes du Bétique se substituent largement, ici, des intrusions basiques (péridotites). L'empilement des unités que nous venons de parcourir dans la longitudinale se dégage clairement. Les éléments à faciès

alpin du Trias formant l'arête principale réapparaissent sous le Bétique *s. str.* C'est ici que, pour la première fois, j'ai pu les identifier comme Trias supérieur par une petite faunule de Rhynchonelles. Il importe de noter que les calcaires triasiques étant métamorphisés localement par les roches intrusives, celles-ci doivent être post-triasiques et non hercyniennes comme le supposait D. de Orueta (¹).

Du fait de l'ennoyage de Gaucin, les plis secondaires (le Pénibétique) du bord nord du Bétique, bousculés par la masse paléozoïque, ont pu être reconnus ici comme formant le revêtement par endroits très incomplet du Bétique malaguais. Cette couverture secondaire s'attache à son noyau primaire à la manière d'un grand capuchon frontal qui reprend plus au Nord des allures de nappe indépendante.

Ainsi se présente la zone d'Antequera (Trias germanique) qui, à son tour, chevauche des éléments subbétiques.

Vers le Sud-Ouest, le Pénibétique suit dans les grandes lignes les contours de sa base bétique. Vers l'Est, la chaîne entre le Chorre et Loja représente le capuchon pénibétique; le chevauchement de ces plis sur des éléments bétiques n'est pas admissible (²); tout au plus un faible décollement peut-il avoir eu lieu.

En suivant cet élément pénibétique vers l'Est-Nord-Est nous avons regagné le bassin de Grenade où les rapports qui unissent le Bétique de Malaga aux éléments de la transversale de la Sierra Nevada ont été déjà exposés (³). Ce bref coup d'œil nous a conduits à travers des unités qui s'enracinent du côté de la Méditerranée, sans qu'on puisse toutefois y reconnaître des racines comme dans les Alpes. Quant au Subbétique, les preuves décisives manquent encore pour préciser s'il provient du même domaine, auquel cas il serait en continuation directe avec le Pénibétique, ou s'il s'enracine sous le Bétique non loin de la zone où il gît.

(¹) DOMINGO DE ORUETA, *Estudio geologico y petrografico de la Serrania de Ronda* (*Mem. Inst. geol. de España*. Madrid, 1917, p. 153).

(²) Considérations générales de l'auteur et observations de M. P. Fallot concernant le Torcal.

(³) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 1059, et **188**, 1929, p. 69.

BOTANIQUE — *Sur un endophyte de* Lunularia cruciata (*L.*) *Dumortier*. Note de M. G. **Nicolas**, présentée par M. Molliard.

Ayant signalé, en janvier 1924 (1), à peu près en même temps que Mlle Ridler (2) en Angleterre, l'existence d'un endophyte dans le thalle de *Lunularia cruciata* (L.) Dumortier, fait déjà mentionné incidemment par Gallaud, en 1902, et essayant d'établir une relation entre la présence du champignon et la sexualité de l'Hépatique, j'ai découvert, en novembre 1924, dans la cour du laboratoire de Botanique de la Faculté des Sciences de Toulouse, émargeant des thalles de *Lunularia*, une petite Pézize à hyménium orangé vif, mesurant 4-5mm de diamètre, dont l'éminent mycologue, M. R. Maire, à qui je l'avais soumise, a fait une espèce nouvelle sous le nom d'*Humaria Nicolai* (3). Depuis la fin de 1924, je retrouve tous les ans, de novembre à janvier, quelques périthèces de cette Pézize dans la même station, au milieu des thalles de *Lunularia* (4).

Frappé par la localisation de l'*Humaria* dans le lieu d'où provenaient les *Lunularia* où j'avais trouvé un endophyte, j'eus naturellement l'idée de l'existence d'une relation entre ces deux organismes.

Les thalles de *Lunularia* croissant dans le voisinage des Pézizes, dans un rayon de 2-3cm, contiennent toujours un mycélium large, cloisonné, formant la plupart du temps une bande dans la nervure, quelquefois de petits paquets disséminés dans tout le thalle, sauf dans le tissu chlorophyllien de la face supérieure, qui est toujours respecté.

D'autre part, le mycélium endophyte de l'Hépatique présente de très grandes analogies avec le mycélium saprophyte de l'*Humaria*, tous deux sont cloisonnés, larges :

---

(1) G. Nicolas, *Formations mycorhiziques dans une Hépatique à thalle* (*Comptes rendus*, 178, 1924, p. 228).

(2) Mlle Ridler, *The Fungus present in* Lunularia cruciata (*L.*) *Dum.* (*Trans. British mycol. Soc.*, 9, 1923, p. 111).

(3) R. Maire, *Études mycologiques* (*Bulletin de la Société mycologique de France*, 40, 1924, p. 313-315).

(4) G. Nicolas, Humaria Nicolai *Maire. Nouvelle Pézize vivant parmi les thalles de* Lunularia (*Bulletin de la Société d'Histoire naturelle de Toulouse*, 56, 1927, p. 111-112).

	Endophyte de *Lunularia*.	Saprophyte d'*Humaria*.
Largeur...........................	$7^{\mu},5\text{-}12^{\mu},5$	10^{μ}

Des cultures sur gélose, faites en partant de fragments de thalles contaminés, avec toutes les précautions voulues, ne m'ont rien donné.

Malgré cet insuccès, la localisation de la Pézize dans une toute petite station, au milieu de *Lunularia*, la présence constante d'un endophyte dans les thalles voisins de la Pézize et l'identité entre les deux myceliums semblent des arguments suffisants pour admettre que l'endophyte de *Lunularia* et *Humaria Nicolai* ne font qu'un, autrement dit que c'est le mycélium d'*Humaria* qui infecte les thalles de *Lunularia* où il vit en endophyte.

Ce qui précède ne s'applique qu'à la station que j'ai étudiée, où croît *Humaria Nicolai*. D'autres champignons peuvent vraisemblablement vivre en endophyte dans *Lunularia*. Ainsi, il n'est pas rare d'observer un ou plusieurs filaments mycéliens cloisonnés, très ténus, dans les rhizoïdes lisses de *Lunularia* et quelquefois même dans le thalle, mais rarement, un mycélium semblable, probablement en rapport avec celui des rhizoïdes. De même l'endophyte de *Lunularia* étudié par M[lle] Ridler serait un *Phoma*, tout au moins d'après les cultures que cet auteur a obtenues en partant de fragments de thalle contaminés, car ses essais de contamination de *Lunularia* sont restés négatifs.

Le cas du *Fegatella* est intéressant à citer au même point de vue. Pour Cavers et Beauverie, le mycélium de l'endophyte est cloisonné et appartient, d'après Beauverie, à un *Fusarium*, tandis qne celui que j'ai toujours observé dans la même Hépatique est siphoné, comme celui qu'indique Bolleter. Ces dernières remarques semblent bien démontrer que la même Hépatique peut s'associer à des champignons de natures différentes, ce qui n'a rien qui doive surprendre étant donné le mode de vie de ces petites plantes.

AGRONOMIE. — *Influence du relief du sol sur la fertilité.* Note (²) de M. N.-N. **Kourtiakoff**, présentée par M. Schlœsing.

On estime assez communément, en Ukraine méridionale, que dans les dépressions des sols cultivés les rendements des récoltes sont plus forts que

(¹) Séance du 2 janvier 1929.

(²) Résumé d'un Mémoire reçu en la séance du 16 avril 1928.

dans les parties les plus hautes, et le fait est attribué à ce que l'humidité se trouve, dans les dépressions, plus prononcée.

Mais il arrive aussi que le contraire s'observe, c'est-à-dire que les rendements soient inférieurs dans les dépressions. La constatation et l'explication de ce second fait ont été l'objet de mes recherches, dans l'été de 1926, à l'Institut d'agriculture d'Odessa.

J'ai d'abord déterminé l'humidité du sol sur des échantillons pris en divers points et en diverses profondeurs entre $0^m,1$ et 1^m, dans la dépression étudiée. Je ne rapporterai ici que les chiffres relatifs à l'un des versants de la dépression (versant oriental); les 7 points de prise d'échantillons étaient distants les uns des autres de 3 sagènes (1 sagène égale à $2^m,13$), le premier (I) au bord de la dépression, le septième (VII) au fond. J'ai trouvé : humidité moyenne entre $0^m,1$ et 1^m de profondeur, pour 100 de terre sèche

I.	II. III. IV. V.	VI.	VII.
19,5	de 21 à 21,7	23,0	24,7

Ces chiffres vérifient l'accroissement de l'humidité moyenne, entre $0^m,1$ et 1^m de profondeur, dans les parties plus basses de la dépression.

Ensuite j'ai cherché quel pourrait être l'effet du lavage de la terre par les pluies sur la présence des carbonates. Dans ce but, j'ai déterminé à quelle profondeur apparaissaient les carbonates en divers points de la dépression ci-dessus, cette profondeur étant en chaque point celle où les échantillons de terre, pris successivement à partir de la surface, commençaient à faire effervescence avec un acide. Les 9 points, de 1 à 9, où étaient prélevés les échantillons, s'alignaient dans un même plan vertical coupant les deux pentes de la dépression, de 1 à 5 la pente étant descendante et de 5 à 9 montante. Les distances entre les points étaient : dans chacun des intervalles 1 à 2, 2 à 3, 3 à 4 et 4 à 5, 3,5 sagènes; de 5 à 6, 4 sagènes; de 6 à 7, 18 sagènes; de 7 à 8, 26 sagènes; de 8 à 9, 6 sagènes. Les profondeurs auxquelles ont commencé à se montrer les carbonates ont été :

	m		m
En 1	0,50	En 6	1,91
En 2	0,56	En 7	1,20
En 3	0,71	En 8	0,90
En 4	1,70	En 9	0,90

En 5, au fond de la dépression, les carbonates n'apparaissent pas encore à 4^m de profondeur.

J'ai pensé que l'abaissement du calcaire au-dessous de la surface pouvait

influer sur les récoltes. Pour le savoir, j'ai divisé une culture d'orge de printemps, installée sur la dépression, en 320 parcelles de 1 × 1 sagène et j'ai déterminé le rendement de chacune de ces parcelles. Puis j'ai calculé le rendement moyen des parcelles de même cote, en distinguant 16 cotes (1 dans le fond, 16 sur le plateau). J'ai obtenu les résultats ci-après.

Rendement en pouds (1 *poud égale* 16kg,38) *aux différentes cotes.*

1.......	98,6	5.......	109,8	9.......	126,8	13.......	115,4
2.......	101,6	6.......	105,0	10.......	131,1	14.......	116,1
3.......	105,2	7.......	126,9	11.......	114,6	15.......	124,1
4.......	114,0	8.......	121,5	12.......	150,2	16.......	157,7

Les rendements ont été plus faibles sur les parcelles situées plus bas.

On conclut que, dans les dépressions d'un champ, il arrive bien réellement que les récoltes soient diminuées. Dans le cas cité, la diminution a été en relation avec l'abaissement du niveau des carbonates au-dessous de la surface; elle peut assez vraisemblablement être imputée à cet abaissement.

Il y a là des faits susceptibles de présenter une certaine généralité.

AGRICULTURE. — *La chlorose des cultures en terrain d'épandage; sa cause et son remède.* Note [1] de MM. **P. Mazé** et **P. Evens**, présentée par M. Calmette.

Les cultures en terrain d'épandage sont fréquemment atteintes de chlorose, mais sur des espaces relativement restreints et toujours les mêmes.

En ces endroits, la terre est brûlée, disent les cultivateurs. Cela signifie qu'elle est trop chargée en substances extractives empruntées au liquide d'épandage.

Les taches correspondent en effet à de légères dépressions du sol. On doit donc considérer ces cuvettes peu visibles comme facteur déterminant plus ou moins médiat de la maladie.

Toutes les cultures ne sont pas atteintes avec la même intensité. Les petits pois, les haricots, les carottes, les choux, les poireaux, les oignons, les artichauts, les pommes de terre, sont les plus sensibles, le troène lui-même n'est pas épargné. Les graminées en sont exemptes. Il ne s'agit donc

(1) Séance du 2 janvier 1929.

pas d'une maladie parasitaire spécifique, mais d'une cause permanente résultant des conditions de végétation défavorables.

Quand on examine les pieds malades, spécialement les haricots et les petits pois, on constate que le lacis des nervures tranche par sa couleur verte sur le fond jaune clair du parenchyme. On en déduit qu'il s'agit sûrement d'une chlorose d'origine alimentaire due à une pénurie de fer ou de soufre.

La maladie ne rétrograde jamais spontanément; elle s'aggrave avec l'âge de la plante et réduit considérablement la récolte, quand elle ne l'anéantit pas, sur une étendue qui peut atteindre plusieurs mètres carrés.

L'aspect du sol ne révèle rien de particulier en dehors de la légère dépression déjà mentionnée et la plante ne porte aucune lésion attribuable à la présence d'un parasite quelconque.

Il n'y avait qu'à faire l'épreuve de la pénurie probable de fer ou de soufre en pulvérisant sur les feuilles une solution de perchlorure de fer à 1^{g} par 20^{l} et une solution de sulfate d'ammoniaque à la même concentration.

C'est un des fermiers de la plaine d'Achères qui fut chargé du travail, afin de l'inciter à mieux exercer ses fonctions de juge intéressé. Il traita avec chacune des solutions quelques pieds de choux parmi les plus gravement atteints.

Au bout de quelques jours, les résultats furent nettement visibles. Les pieds qui avaient reçu la solution de perchlorure de fer verdirent et se développèrent normalement. Ceux qui avaient reçu la solution de sulfate d'ammoniaque restèrent chlorotiques, et dépérirent comme les témoins.

Le cultivateur n'en demanda pas plus pour généraliser le traitement; mais au lieu de recourir à la pulvérisation, il répandit, au cours d'un binage, 200^{kg} par hectare, de sulfate de fer en neige sur un sol qui venait d'être planté de poireaux. Sa récolte fut magnifique, aucune tache de chlorose ne se montra dans les endroits où la maladie aurait infailliblement sévi comme auparavant.

L'explication se présente maintenant d'elle-même.

L'eau d'épandage est riche en carbonate de chaux; elle est donc pauvre en fer et en revanche, riche en soufre organique et en sulfures solubles.

C'est une eau incrustante; elle colmate par évaporation les particules terreuses d'une couche de carbonate de chaux d'autant plus abondante que l'évaporation est plus active, condition réalisée surtout dans les endroits déprimés où le plan d'eau souterraine est plus près de la surface.

Pour absorber le fer insoluble, les racines doivent donc solubiliser d'abord la couche incrustante de calcaire, et dissoudre ensuite les traces de fer retenues par les particules terreuses.

C'est un travail chimique que les graminées peuvent réaliser dans tous les sols, en raison de la forte acidité des excrétions de leurs racines, mais que beaucoup d'espèces cultivées ne peuvent faire parce que leurs excrétions radicales peuvent être alcalines en terrain calcaire; elles deviennent donc chlorotiques par pénurie de fer, bien que cet élément soit parfois très abondant dans le sol (¹).

Mais il est facile de guérir ou de prévenir le mal. Le meilleur moyen d'assurer une guérison rapide consiste à pulvériser sur les feuilles une solution de sulfate de fer à 1ᵍ par 10ˡ. Les plantes reverdissent en deux ou trois jours, et si le sol est riche en éléments fertilisants, la végétation évolue vigoureusement.

Les feuilles élaborent alors assez d'acides organiques pour neutraliser l'excès de calcaire apporté par la sève brute, et pour acidifier les excrétions radicales. Un seul traitement assure par conséquent une récolte abondante.

L'incorporation au sol du sulfate de fer en neige, au moyen d'un labour soigné est un traitement préventif efficace, car il favorise aussi le départ d'une vigoureuse végétation chez laquelle les fonctions d'absorption ne seront pas mises en défaut; il ne faut pas perdre de vue pourtant que le fer incorporé au sol s'insolubilise et se trouve colmaté avec le temps. On devra donc recourir à la pulvérisation des feuilles, dès l'apparition du moindre symptôme de chlorose.

HISTOPHYSIOLOGIE. — *Sur l'existence d'une spécialisation morphologique au niveau du pôle vasculaire du glomérule rénal chez la grenouille.* Note de M. **Harald Okkels**, présentée par M. F. Mesnil.

I. Au cours de recherches antérieures sur l'histophysiologie du rein des Batraciens, j'ai pu constater que l'appareil glomérulaire chez la grenouille renferme certains éléments susceptibles de se contracter à la suite d'une irritation mécanique directe. On peut déclencher cette contraction en tou-

---

(¹) P. Mazé, *Recherches de physiologie végétale* (4ᵉ Mémoire) : *Influences respectives des éléments de la solution minérale sur le développement du maïs* (*Annales de l'Institut Pasteur*, 28, 1914, p. 21).

chant le pôle vasculaire du glomérule sur le rein vivant, étudié au micromanipulateur.

Ruyter [1] a décrit au niveau de l'artériole afférente, chez la souris et le rat, des cellules particulières. Oberling [2], d'autre part, a pu démontrer l'existence d'une housse neuromusculaire au niveau des artères glomérulaires de l'homme.

J'ai tenté de retrouver chez la grenouille, au point même où l'on peut observer la réaction vitale de contraction, une disposition morphologique qui soit en rapport avec ce phénomène physiologique.

J'ai d'abord pu vérifier les constatations de Ruyter sur le rein de souris fixé par la méthode de Regaud et coloré par la méthode de Kull. Comme l'a dit Ruyter, la partie de l'artériole afférente la plus proche du glomérule est constituée par des cellules épithélioïdes, renfermant des grains assez grossiers, fortement colorables en rouge par la fuchsine.

J'ai recherché ensuite des dispositifs analogues chez la grenouille, après fixation du rein par le Regaud ou par le Helly.

Après la coloration de Kull, on constate une disposition structurale particulière au niveau du pôle vasculaire des glomérules. La musculature lisse y est remplacée par un dispositif de cellules presque cubiques, avec de gros noyaux ronds, très riches en chromatine, et munis d'un nucléole distinct. La distribution de ces cellules est assez serrée; leur aspect général semble correspondre à celui de la « housse » d'Oberling. Cependant, la coloration de Kull s'est trouvée incapable d'y déceler aucune granulation cytoplasmique.

La coloration trichromique de Masson au jaune métanile fait bien voir la housse, mais n'y révèle pas de différenciations cytoplasmiques.

Les grains existent cependant : on peut les révéler avec l'hématoxyline ferrique de Regaud. A l'aide de cette méthode, j'ai pu observer, dans le cytoplasme des cellules de la housse, des granulations nettes, noires, d'une taille beaucoup plus réduite que celles de la souris; ces grains sont souvent disposés d'une manière linéaire. Les cellules d'une même housse renferment des quantités variables de grains. Quelquefois il existe des cellules sem-

---

(1) RUYTER, *Ueber einen merkwürdigen Abschnitt der Vasa afferentia in der Mauseniere* (*Zeit. f. Zellforsch. u. mikr. Anat.*, 2, 1925, p. 242).

(2) OBERLING, *L'existence d'une housse neuromusculaire au niveau des artères glomérulaires de l'homme* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1200).

blables isolées dans le glomérule même, dans la zone de transition, entre l'artériole et les anses capillaires propres.

Une coloration ordinaire à l'hématoxyline-éosine ne peut déceler cette structure.

Ainsi il existe dans le glomérule rénal de la grenouille, au niveau du pôle afférent, un dispositif morphologique particulier, en rapport avec une fonction de contraction; cette contractilité peut être mise en évidence par excitation mécanique directe de ce dispositif.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Sur les réactions des êtres vivants groupés. Action de quelques alcaloïdes sur* Convoluta Roscoffensis. Note (¹) de M. **J. André Thomas**, présentée par M. A. Desgrez.

Les êtres vivants groupés dans l'eau réagissent d'une façon profondément différente parfois des êtres isolés. Cette notion semble avoir une importance considérable en Biologie générale. Depuis les travaux de Anna Drzewina et Georges Bohn (²), plusieurs auteurs ont retrouvé ces « effets de masse » (Robertson, Bilski, P. N. Pawlow, Lota Dehorne et Morvillez, Hinrichs, et tout spécialement Allee). Nous avons recherché méthodiquement ce rôle du groupement des individus dans l'étude des actions de quelques alcaloïdes sur *Convoluta Roscoffensis*, réactif d'une sensibilite remarquable, mais dont les résistances individuelles sont quelquefois fort inégales. Toutes nos séries d'expériences ont été faites simultanément en petites boîtes de Petri (10^{cm^3} de solution avec moins de 100 *Convulata*) et en verres de montre (2^{cm^3} et plus de 10 fois plus d'individus) en présence de témoins.

Les alcaloïdes furent : chlorhydrate d'adrénaline (solution du commerce) et chlorhydrate d'éphédrine; sulfate d'atropine et bromhydrate de scopolamine; chlorhydrate de pilocarpine; sulfate de strychnine; à des concentrations dans l'eau de mer de 10 en 10 fois moins considérables; les extrêmes étant 10^{-2} et 10^{-8}.

1. Aux concentrations fortement toxiques, l'intoxication (ralentissement, contraction, rejet d'algues) est progressive jusqu'à la mort.

(Atropine 10^{-3} 7 heures, 10^{-4} 1 jour. — Scopolamine 10^{-3} un peu plus d'un jour. —

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

(²) G. Bohn et A. Drzewina, *Nouvelles recherches sur les effets de masse dans les agglomérations animales*.. *C. R. Soc. Biol.*, **99**, XXXIII, 17 novembre 1928, p. 1567, et : *Les Convoluta* (*Ann. Sc. Nat. Zoologie*, **11**, 1928, p. 259-398).

Pilocarpine 10^{-2} 2-3 heures. — Strychnine 10^{-3} 5 heures; en boîte de Petri.) Elles ne résistent de même que quelques heures à l'éphédrine 10^{-2} et 10^{-3} et plus de 2 jours à 10^{-4} (arcs et cercles tournant sur eux-mêmes).

Il n'en est pas de même en verre de montre. Les effets de groupement se manifestent alors dans des sens différents, s'inversant le plus souvent.

Elles vivent ou non quelques heures de plus dans l'atropine à 10^{-3}; elles sont peu ou pas ralenties à 10^{-4} mais meurent plus rapidement. De même dans la scopolamine 10^{-3}. Elles meurent encore plus rapidement qu'en boîte dans la strychnine 10^{-3}, formant un agglutinat visqueux, dans lequel elles succombent du centre à la périphérie. Par contre à 10^{-4} (cytolyse des corps, les têtes libérées survivant seules) l'effet de groupement commence faiblement ou non à se manifester. Mais dans l'éphédrine 10^{-3} elles restent excitées, subissent une perte d'algues importante (complète en coupelle) et vivent près de 4 fois plus longtemps tandis qu'à 10^{-4} elles ne survivent pas (probablement cette fois à cause des produits toxiques libérés, l'expérience durant plus de 2 jours).

2. Les *Convoluta* sont généralement peu modifiées dans les concentrations très faibles d'alcaloïdes et y vivent plusieurs jours.

On peut cependant observer (atropine et strychnine 10^{-6}) un léger effet de groupement : les individus des boîtes étant un peu ralentis et contractés, ceux des verres restant normaux. Parfois au contraire (adrénaline 10^{-5}, 10^{-6}) une très légère inversion de ce facteur.

3. Mais, il existe dans l'échelle des concentrations de certains alcaloïdes une zone optima plus ou moins étendue, où les effets de groupement jouent généralement d'une façon heureuse pour l'individu (adrénaline et scopolamine 10^{-4}, éphédrine, atropine, strychnine 10^{-5}). A cette concentration correspond précisément pour les êtres une possibilité de lutter contre la variation, de redevenir normaux après un temps assez long parfois et de le rester presque jusqu'à la mort.

Dans l'éphédrine les *Convoluta* restent plus actives qu'en boîte. Dans l'atropine de même, la forme et le comportement étant bientôt restaurés; même dans les cas où l'intoxication est continue en boîte. Dans la scopolamine et la strychnine elles sont normales, en masse, ralenties et contractées en dilution. A cette concentration l'adrénaline (pH 6,8) est peu toxique et les différences sont peu importantes. Mais si l'on tamponne la solution à pH 8,2 (eau de mer) la toxicité est beaucoup plus considérable [1]. Elles meurent en 7 heures en boîte de Petri, et sont encore normales le cinquième jour en verre de montre.

---

(1) Ce fait est en accord avec les observations de Labès (1923) : la toxicité d'un alcaloïde augmente avec le pH. [D'après M. et L. Pétrounkine, *Sur les conditions de la combinaison de la gélatine avec les alcaloïdes et autres bases* (*Arch. Sc. Biol. Leningrad*, 27, 1927, p. 219-234).]

Par contre, avec la pilocarpine, l'inversion de l'effet de groupement n'existe pas seulement aux concentrations toxiques : il est constant.

A 10^{-3} (bords irréguliers présentant des hernies volumineuses), les *Convoluta* résistent 1 ou 2 jours en boîte, beaucoup moins longtemps en verre (2 heures quelquefois). De 10^{-4} à 10^{-8} elles demeurent à peu près normales en boîte. Elles sont beaucoup plus atteintes en verre où elles forment jusqu'à 10^{-7} un agglutinat volumineux et dense (comme dans le cas de KCl et RbCl), la mort survenant par voie centrifuge, comme ou plus rapidement qu'en boîte à 10^{-4}, plus rapidement ou plus tardivement au seuil 10^{-5} où elles commencent à réagir contre le toxique. Mais il faut atteindre 10^{-8} pour voir disparaître la tendance à l'agglutination et les altérations du comportement. Car à 10^{-6} et 10^{-7} les individus s'agglomèrent fortement et longtemps puis se désagrègent et redeviennent normaux.

Sur verre paraffiné les réactions sont le plus généralement différentes soit que les *Convoluta* vivent plus longtemps (atropine 10^{-4}, pilocarpine, 10^{-3}), soit qu'elles soient modifiées dans leur comportement.

Des modifications importantes des réactions des êtres existent donc du fait de leur groupement; il semble que dans le cas du réactif convoluta-alcaloïdes, les réactions des individus massés s'amorçant soit dans un sens, soit dans un autre, en fonction de la concentration du toxique et de sa nature (l'hydroquinone, 10^{-5} que nous avons expérimentée un grand nombre de fois donne par exemple des « effets de protection » d'une netteté admirable), on puisse surtout penser, comme le font Bohn et Drzewina, à une action par contact, à une catalyse dont l'effet dépendrait des constituants en présence.

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Production de rayons X monochromatiques de grande longueur d'onde. Action quantique sur les microbes.* Note [1] de M. F. **Holweck**, présentée par M. J. Perrin.

Nous avons étendu la méthode précédemment employée à la production des rayons K de Al (8 Å) [2] aux rayons L de Ag (4 Å env.). A cet effet le tube Coolidge a été muni d'une anode d'Ag et la fenêtre de sortie a été constituée par une feuille d'Ag de 5^{μ} d'épaisseur, l'étanchéité étant assurée par une feuille de cellophane de 20^{μ}.

---

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1203.

Sous quelques réserves, que nous préciserons ultérieurement, le rayonnement qui sort du tube, alimenté en courant continu 4500 volts, est bien monochromatique et a une longueur d'onde de 4 Å. Le coefficient d'absorption de ces rayons dans l'air est exactement 8 fois plus petit que celui relatif à K de Al.

Avec des rayons X de 4 et 8 Å nous avons irradié des microbes disposés de telle façon que la mortalité résultant de l'irradiation soit directement mesurable selon une technique décrite dans la Note suivante de Lacassagne.

Connaissant l'intensité du rayonnement sortant de la fenêtre mince du tube, le coefficient d'absorption des rayons dans la substance du microbe, la distance des microbes à la fenêtre de sortie ainsi que l'angle solide du faisceau émergeant, on peut calculer facilement combien de quanta par seconde sont absorbés par chaque unité de volume.

D'autre part, une méthode classique de calcul des probabilités, utilisée déjà par plusieurs physico-biologistes pour expliquer l'action des rayons X pénétrants sur de petits organismes (œufs de mouches, *colpidium colpoda*, etc.) (1) et que nous avons employée aussi, donne comme valeur du nombre des survivants :

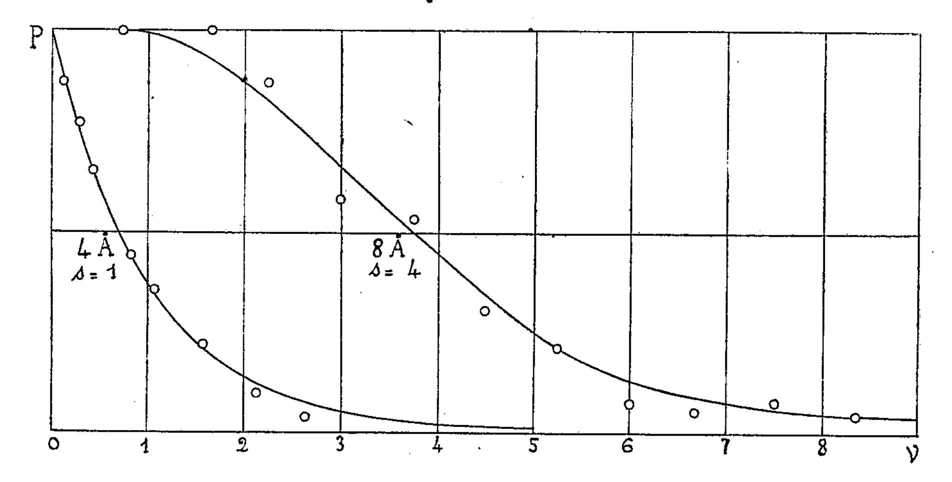
$$P = e^{-N}\left(1 + N + \frac{N^2}{2!} + \frac{N^3}{3!} + \ldots + \frac{N^{s-1}}{(s-1)!}\right),$$

expression dans laquelle N est le nombre de quanta absorbés par unité d'un certain volume u, petit devant celui du microbe et appelé *zone sensible* et s le nombre de quanta qui, absorbés dans cette zone sensible, sont nécessaires pour tuer. Nous avons tracé le réseau de courbes $P = f(N)$ pour $s = 1$, $s = 2$, etc. et nous avons essayé d'y superposer les courbes expérimentales de mortalité du B. pyocyanique irradié par des rayons de 4 et de 8 Å. La figure représente le résultat de cette comparaison, la courbe théorique étant tracée en trait plein et les points ronds étant les points expérimentaux provenant d'une statistique sur 300 microbes environ (2). La coïncidence est bonne. Lorsqu'on irradie du B. pyocyanique au moyen de rayon de 4 Å, le nombre des survivants décroît en raison exponentielle de la dose, ce qui signifie *qu'un seul quantum* est suffisant pour tuer ($s = 1$). On en déduit

(1) Crowther, *Proc. Roy. Soc.* (B), 1926, *c*, p. 390. — Condon et Terrill, *J. Cancer Res.*, 2, 1927, p. 324.

(2) Mme Curie propose dans une Note suivante une méthode plus élégante pour la détermination de u et de s.

immédiatement le diamètre de la zone sensible (supposée unique et sphérique) et l'on trouve $d = 0^{\mu},43$. Le trajet du photoélectron résultant de l'absorption du quantum est petit devant $d (0^{\mu},12)$. Lorsqu'on utilise des rayons de 8 Å, quatre quanta au moins sont nécessaires pour tuer le même bacille ($s = 4$) et ils doivent être absorbés dans la zone sensible qui, dans ce cas, a un diamètre de $0^{\mu},55$; d très petit est de $0^{\mu},02$ (¹).



On voit de suite la complexité de la variation de l'action bactéricide des radiations en fonction de la longueur d'onde et la nécessité de considérer plusieurs domaines distincts. Dans un premier domaine ($s > 1$) plusieurs quanta et quelquefois un grand nombre sont nécessaires pour tuer (cas de l'UV et des rayons X très mous), dans un deuxième domaine ($s = 1$) un seul quantum est suffisant et la loi de mortalité est exponentielle. Daus ces deux premiers cas, le trajet du photoélectron est petit devant le diamètre de la zone sensible. Dans un troisième domaine, le trajet du photoélectron est plus grand que la zone sensible (rayons X pénétrants) et la loi se complique à nouveau.

(¹) On trouvera dans la Note suivante de Lacassagne une représentation schématique à l'échelle, des bacilles dans leurs champs d'irradiation. Le bacille utilisé a la forme d'un bâtonnet de $0^{\mu},7$ de diamètre et de 4^{μ} de longueur.

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Action des rayons X de grande longueur d'onde sur les microbes. Établissement de statistiques précises de la mortalité des bactéries irradiées.* Note (¹) de M. **A. Lacassagne**, présentée par M. Jean Perrin.

Dans nos premières recherches, on appréciait le degré d'action des rayons sur un microbe par l'opacité de la culture, au niveau des champs irradiés après ensemencement, sur une boîte de gélose (²). Par ce procédé, nous n'arrivions qu'avec une grande imprécision à l'évaluation de la sensibilité des microbes pour différents temps d'exposition, en raison du nombre très élevé et inconnu d'individus initialement existant. Dans ces conditions, on ne pouvait raisonnablement vérifier aucune loi de probabilité.

Nous avons depuis progressivement amélioré nos conditions expérimentales, dans le but d'obtenir une numération des microbes irradiés permettant de tracer la courbe de leur mortalité en fonction de la dose de rayonnement.

Technique actuelle. — Nous nous sommes servis d'une même bactérie, le *Pyocyanique S* de la collection de l'Institut Pasteur. Chaque jour, on ensemence un tube contenant 5^{cm^3} de bouillon, au moyen d'une anse de platine d'une culture ayant séjourné 24 heures à l'étuve à 37°. On laisse à l'étuve pendant 3 heures.

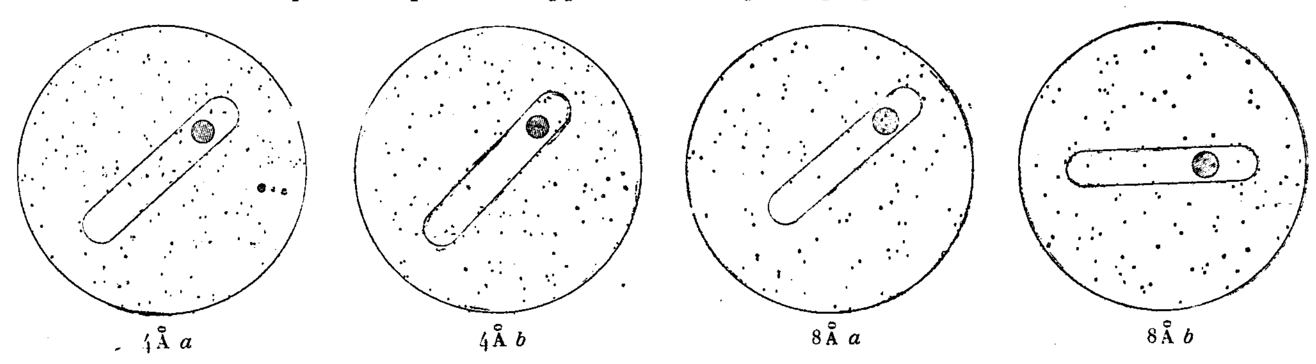
On fait alors des dilutions avec deux gouttes et quatre gouttes de la culture de 3 heures, dans 2^{cm^3} d'eau distillée. Après avoir vigoureusement agité, on couvre, à la pipette, la surface de la gélose d'une boîte de Petri avec chacun de ces liquides dont l'excès est soigneusement réaspiré. Le but est d'obtenir, à la surface du milieu de culture, une répartition homogène de bactéries isolées qui donneront naissance à des colonies distinctes, facilement numérables, mais cependant suffisamment nombreuses pour qu'un champ de 10^{mm} de diamètre (dimension de la fenêtre de sortie des rayons) en contienne environ une centaine. Ce but sera habituellement atteint sur l'une ou l'autre des deux boîtes ensemencées.

Celles-ci sont irradiées dans les mêmes conditions. On assure une distance constante entre la fenêtre de sortie et la surface de la gélose, en prenant comme repère géométrique le bord supérieur de la boîte de Petri

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

(²) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1316.

qui entre en contact avec le tube producteur de rayons; les boîtes utilisées ont été rodées sur un plan de façon à présenter la même profondeur (vérifiée d'ailleurs avec une jauge précise) et elles contiennent toutes une égale quantité de gélose. Sur chaque boîte, on expose à l'action des rayons une série de champs (habituellement 8) pendant des temps croissants de 10 à 150 secondes. On laisse ensuite à l'étuve, pendant le temps nécessaire pour que les colonies deviennent apparentes à la loupe; il est alors facile de compter leur nombre sur les champs irradiés et sur des champs témoins en se servant, par exemple, d'un appareil à microphotographie.



4Å *a* 4Å *b* 8Å *a* 8Å *b*

Discussion. — Il importe que chacune des colonies numérées soit le produit de l'ensemencement par une unité microbienne et non par un amas ou une chaînette de plusieurs bactéries. La technique qui vient d'être décrite semble donner satisfaction à ce point de vue. En effet, l'examen microscopique des liquides utilisés pour l'ensemencement, pratiqué soit à l'état frais, soit sur préparations colorées, établit que les bactéries s'y présentent pour la plupart isolées les unes des autres.

Une autre cause d'erreur pourrait provenir de la multiplication immédiate des bactéries ensemencées, se produisant au cours des 10 à 15 minutes qui séparent le moment de l'ensemencement des moments où les divers champs sont soumis à l'irradiation. Nous avons pu nous rendre compte que cela ne se produisait pas à la température du laboratoire, dans les conditions où nous opérions. En effet, deux boîtes ont été ensemencées simultanément avec le même liquide; l'une d'elles a été irradiée immédiatement, l'autre ne l'a été qu'après un intervalle d'une demi-heure : les résultats des numérations ont fourni des chiffres absolument concordants.

Répartition figurée des quanta dans une bactérie. — Nous référant aux données numériques de la Note ci-dessus d'Holweck, nous figurons schématiquement la répartition des quanta dans des champs d'irradiation sup-

posés constitués d'une substance ayant même coefficient d'absorption que le bacille qui y est contenu; et ceci pour les deux longueurs d'onde employées, 4 et 8 Å; le nombre des quanta absorbés par millimètre cube, ou autrement dit la dose reçue, correspond dans les deux cas à un quantum moyen par zone sensible de bacille, celle-ci étant figurée à l'échelle par un cercle hachuré. Pour chaque longueur d'onde, nous avons représenté deux bactéries (longueur 4^{μ}, largeur $0^{\mu},7$), l'une ayant eu de la chance et n'ayant pas de quantum absorbé dans sa zone sensible (*a*), l'autre n'ayant pas eu de chance et ayant absorbé la dose léthale (*b*).

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Sur l'étude des courbes de probabilité relatives à l'action des rayons X sur les bacilles.* Note [1] de Mme **P. Curie.**

Cette Note est un complément théorique à l'exposé des recherches de F. Holweck et de A. Lacassagne sur l'action bactéricide des rayons X (voir ci-dessus. J'admets avec F. Holweck que, pour détruire un bacille, il est nécessaire que la *zone sensible* de celui-ci absorbe un nombre s minimum de quanta d'une fréquence déterminée; s est le *seuil* de l'effet pour une radiation donnée et un bacille donné [2]. Soient u le volume de la zone sensible, δ sa surface exposée aux rayons, a sa profondeur; si la culture reçoit x quanta par unité de surface, le nombre moyen de quanta absorbés par la zone est $\nu = \mu a \delta x = \mu u x$, où μ est le coefficient d'absorption (μu est supposé faible). La probabilité P_n pour l'absorption de n quanta et la probabilité P de survie (ou proportion de survivants) sont alors données par les formules bien connues

$$P_n = \frac{\nu^n e^{-\nu}}{n\,!}, \qquad P = \sum_0^{s-1} \frac{\nu_n e^{-\nu}}{n\,!}.$$

Quand $s = 1$, on trouve $P = e^{-\nu}$. En représentant $\log P$ en fonction de ν, on obtient une droite dont la pente permet de déterminer u.

Quand $s > 1$, P n'est pas une fonction exponentielle simple. En représentant P ou $\log P$ en fonction de ν pour diverses valeurs de s, on obtient une série de courbes qu'on a utilisées pour déterminer s et u, en essayant de

(1) Séance du 26 décembre 1928.

(2) La notion de « seuil » demande une discussion qui ne peut prendre place dans cette Note.

superposer, par changement d'échelle des abscisses, la courbe expérimentale à l'une des courbes théoriques.

Je me propose d'indiquer une méthode simple pour calculer s et u d'après la forme des courbes $P = F(x)$.

Posons

$$F(x) = \left(1 + \frac{\alpha x}{1} + \frac{\alpha^2 x^2}{2!} + \ldots + \frac{\alpha^p x^p}{p!}\right) e^{-\alpha x} = f_p(\alpha x)\, e^{-\alpha x},$$

où $p = s - 1$; $\alpha = \mu u$.

Formons les dérivées en remarquant que $\frac{df_p}{dx} = \alpha f_{p-1}$. On trouve

$$\frac{dP}{dx} = -\alpha e^{-\alpha x} \frac{\alpha^p x^p}{p!},$$
$$\frac{d^2 P}{dx^2} = \alpha^2 e^{-\alpha x} \frac{\alpha^{p-1} x^{p-1}}{p!}(\alpha x - p),$$
$$\frac{d^3 P}{dx^3} = -\alpha^3 e^{-\alpha x} \frac{\alpha^{p-2} x^{p-2}}{p!}[\alpha^2 x^2 - 2p\alpha x + p(p-1)],$$

$\frac{d^2 P}{dx^2}$ s'annulant pour $\alpha x = p$ tandis que $\frac{d^3 P}{dx^3}$ s'annule pour $\alpha x = p \pm \sqrt{p}$, les courbes $P = F(x)$ présentent un point d'inflexion pour $\alpha x = p = s - 1$. Si α était connu, la détermination de ce point d'inflexion donnerait s. Toutefois, sans connaître α, on peut trouver s, en remarquant qu'au point d'inflexion

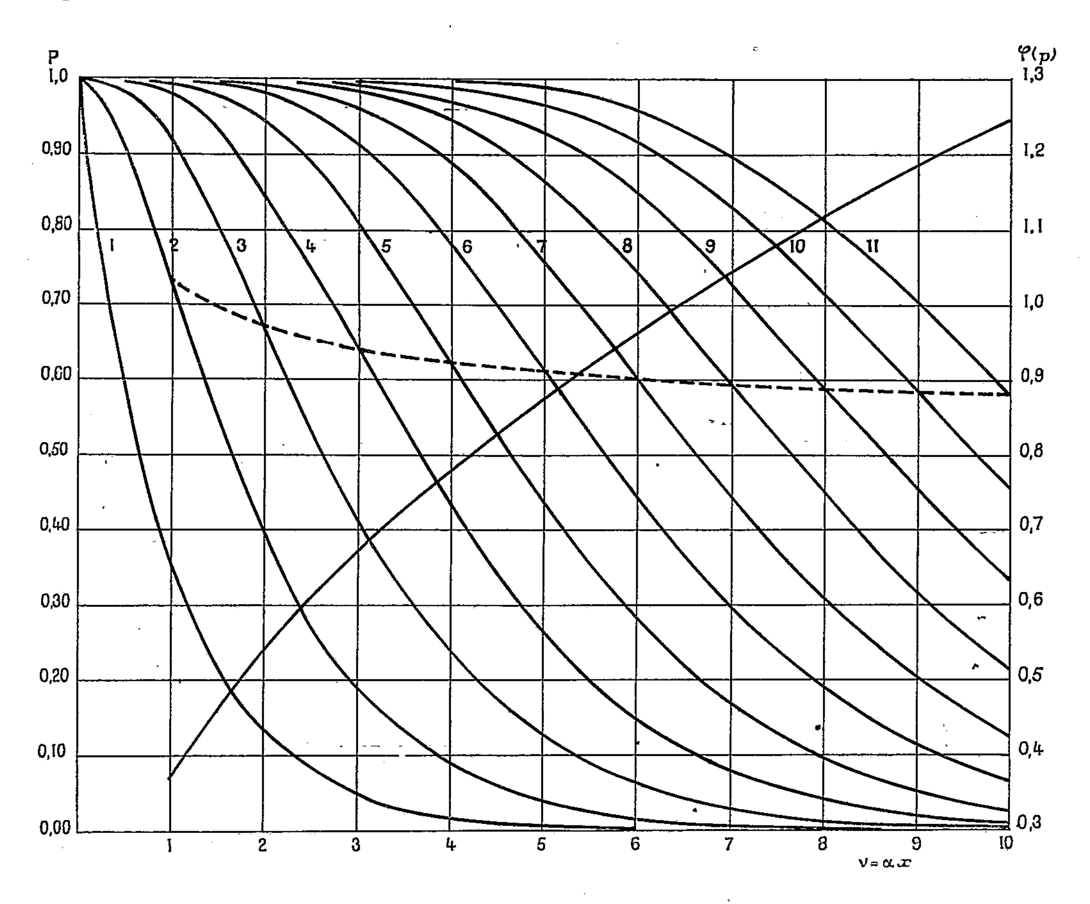
$$\frac{dP}{dx} = -\alpha e^{-p} \frac{p^p}{p!} \quad \text{et} \quad x\frac{dP}{dx} = -\frac{p^p e^{-p}}{(p-1)!} = -\varphi(p).$$

Ayant construit la courbe qui représente $\varphi(p)$ en fonction de p, nous pourrons trouver la valeur de p qui correspond à la valeur observée de $x\frac{dP}{dx}$ d'où la valeur du seuil s. Pour déterminer $x\frac{dP}{dx}$, il suffit de disposer d'une courbe qui représente la proportion des bacilles survivants en fonction du temps d'irradiation (à intensité et fréquence constante), car cette expression ne varie pas quand on multiplie x par un coefficient constant. Pour déterminer ensuite u par la relation $\mu u x = s - 1$, il est nécessaire de connaître le nombre μ de quanta absorbés par unité de volume de la culture.

La fonction $\varphi(p)$ se simplifie pour des valeurs suffisantes de p, par l'emploi de la formule de Stirling, et l'on obtient

$$\varphi(p) = \sqrt{\frac{p}{2\pi}} = \sqrt{\frac{s-1}{2\pi}}.$$

On a représenté dans la figure les courbes $P = F(\nu)$ pour quelques valeurs de s, inscrites à côté des courbes, et la courbe $\varphi(p)$. On a utilisé pour les abscisses p la même échelle que pour les abscisses ν.



Signalons enfin que l'ordonnée P du point d'inflexion est aussi une fonction de p donnée par la formule

$$P_p = \left(1 + \frac{p}{1} + \frac{p^2}{2!} + \ldots + \frac{p^p}{p!}\right) e^{-p} = \psi(p).$$

Cette fonction est représentée sur la figure par une ligne en pointillé; on voit que, sauf au début, $\psi(p)$ varie très peu avec p, et que l'emploi de la fonction φ paraît préférable.

BACTÉRIOLOGIE. — *Formation locale des antitoxines dans le liquide céphalorachidien.* Note (¹) de M. S. **Mutermilch** et Mlle E. **Salamon**, présentée par M. Calmette.

Après avoir établi que l'introduction des hématies étrangères, des vaccins microbiens et du virus rabique, directement dans la cavité méningée du lapin, détermine la production locale des anticorps correspondants, et l'apparition des hémolysines, des agglutinines et des substances rabicides dans le liquide céphalorachidien, nous avons poursuivi notre étude de l'immunité méningée vis-à-vis de la toxine diphtérique et de la toxine tétanique.

L'anatoxine diphtérique et l'anatoxine tétanique, préparées à l'Institut Pasteur, ont été employées pour la vaccination des animaux. On s'est toujours servi des anatoxines diluées au quart, à cause de l'intolérance que les lapins manifestent vis-à-vis des inoculations intrarachidiennes de l'anatoxine non diluée; cette intolérance nous paraît être due à l'action de la peptone, car le bouillon peptoné simple provoque les mêmes symptômes d'intoxication que l'anatoxine.

L'expérience a été conduite de la façon suivante :

Un lot de lapins recevait, par ponction occipitale, 2^{cm^3} d'anatoxine tétanique diluée au quart, et, par voie péritonéale, 2^{cm^3} d'une dilution au quart d'anatoxine diphtérique; un autre lot de lapins recevait, au contraire, l'anatoxine diphtérique dans la cavité méningée et l'anatoxine tétanique dans la cavité péritonéale. Ces inoculations furent répétées quatre fois, à 8 jours d'intervalle. Avant chaque réinoculation on prélevait des échantillons de sang et de liquide céphalo-rachidien; les sérums inactivés et les liquides étaient mélangés, à parties égales, avec 10 doses mortelles de toxine et éprouvés quant à leur pouvoir préventif, soit sur des cobayes pour la toxine diphtérique, soit sur des souris pour la toxine tétanique.

Ces expériences nous ont régulièrement fourni les résultats suivants :

1° Le pouvoir antitoxique des *sérums* apparaît aussi bien à la suite d'une vaccination péritonéale qu'à la suite d'une vaccination méningée; toutefois, le taux antitoxique des sérums se montre plus élevé dans le cas d'une vaccination méningée;

(¹) Séance du 26 décembre 1928.

2° Le pouvoir antitoxique des *liquides céphalo-rachidiens* est nul lorsque l'anatoxine est inoculée dans la cavité péritonéale; il se montre, au contraire, très élevé lorsque cette anatoxine est introduite directement dans la cavité méningée;

3° Le taux antitoxique des liquides céphalo-rachidiens ne baisse que lentement et graduellement et se manifeste encore le trentième jour après la dernière inoculation de l'anatoxine.

Conclusions. — 1° La barrière vasculo-méningée est imperméable aux antitoxines sanguines formées dans l'organisme animal à la suite des inoculations des anatoxines dans la cavité péritonéale.

2° L'apparition des antitoxines dans le liquide céphalo-rachidien des animaux vaccinés par la voie intra-méningée est due à leur production locale par des cellules dont la nature reste à déterminer.

MÉDECINE. — *Vérification spectrographique de l'activation de l'ergostérol sous l'influence de l'irradiation par les rayons ultraviolets.* Note (1) de M. **Georges Tixier**, présentée par M. d'Arsonval.

L'ergostérol irradié dans certaines conditions acquiert des propriétés antirachitiques. Il est très difficile de se rendre compte si la substance irradiée présente bien ces propriétés : Le test biologique semblait seul jusqu'ici pouvoir apporter cette confirmation.

Toutefois, dans la pratique courante, une telle épreuve présente de nombreux inconvénients, dont les principaux sont : la difficulté de se procurer de jeunes rats au sevrage, la mortalité élevée qui survient chez ces animaux lorsqu'ils sont soumis au régime rachitigène, enfin le délai de plusieurs semaines indispensable pour apprécier l'activité du produit. Dans le cas présent, ce délai est particulièrement regrettable puisqu'il empêche de livrer à la consommation le produit préparé, alors que ce produit perd chaque jour une partie de son efficacité.

Comme l'on sait d'autre part que l'ergostérol irradié possède un pouvoir de transmission augmenté dans la zone (2400 à 2950) unités Angström, nous avons pensé pouvoir utiliser ce caractère pour préciser l'activation de ce produit.

Nous avons donc été amenés à spectrographier en série des échantillons

(1) Séance du 2 janvier 1929.

soumis à des temps d'irradiation progressivement croissants; en même temps l'action antirachitique était vérifiée par l'examen radiographique des rats, d'abord carencés, puis soumis au traitement par l'ergostérol irradié.

Nos essais ont paru d'abord confirmer les conclusions de Fabre et Simonet : la transformation spectrographique ne s'arrête pas au stade d'action biologique maxima de produit, la transparence continue à augmenter alors que le degré d'activité antirachitique ne s'accroît plus et même diminue.

Toutefois, assez rapidement (quelques minutes avec la source très intense que nous utilisons pour l'irradiation), l'ergostérol subit une transformation qui aboutit à la formation d'une résine; l'absorption dans le spectre ultraviolet augmente alors de nouveau rapidement.

Si l'on considère les deux courbes, courbe de transmission dans l'U. V. et courbe d'activité antirachitique, en fonction des temps d'irradiation, on constate un parallélisme au début, puis un décalage net entre les deux courbes.

Nous avons pu, en vérifiant d'une part l'activité antirachitique par le test biologique et d'autre part en prenant de nombreux spectres, préciser la transmission optique correspondant au maximum d'activation biologique du produit considéré.

La solution à examiner est placée dans une cuve de quartz à épaisseur variable. L'épaisseur varie au moyen d'un pas de vis ayant 1 millimètre de pas. Un cercle gradué en 100 divisions permet de faire varier l'épaisseur à $\frac{1}{100}$ de millimètre avec une grande exactitude.

Pour donner plus de précision à la mesure, la solution considérée est assez diluée pour obtenir un bon étalement du phénomène.

La source employée était d'abord l'étincelle de H. F. entre électrodes de magnésium. Nous avons pour des raisons de plus grande constance, employé un arc à vapeur de mercure à refroidissement forcé avec volmètre de contrôle.

La raie 2537 du mercure se montre particulièrement favorable à cette épreuve. La source de lumière est donc absolument semblable à elle-même, la fente du spectrographe est toujours la même, le seul élément variable est l'épaisseur de la solution.

Le maximum d'activation antirachitique ne coïncide pas avec le minimum de transparence.

C'est ainsi qu'une solution d'ergostérine à 1 pour 100 dans le chloroforme est opaque pour la raie 2537 :

	Sous l'épaisseur de mm
Avant l'irradiation	0,16
A optimum d'activation	0,20
A maximum de transparence	0,23

Nous avons donc, en tenant compte de la dose nécessaire pour guérir le rat rachitique, repéré la transparence correspondante au maximum d'activation, transparence qui varie suivant la concentration de la solution.

Les autres raies présentent également des variations de transmissions, principalement les raies 2378, 2400, 2483, 2655, 2700, 2753, 2804, 2894 U. A.

Toutefois, celle où le phénomène est le plus étalé et se prête aux mesures les plus précises est la raie 2537 que nous prenons pour témoin du degré d'irradiation.

D'autre part, nous avons cherché à réaliser une irradiation véritablement uniforme des différentes venues. Nous y sommes parvenus grâce à un brûleur à vapeur de mercure à gaz très poussé et maintenu à régime constant par un dispositif spécial. Le voltage peut être vérifié à chaque instant, grâce à un volmètre placé aux bornes du brûleur.

Les produits sont irradiés à l'abri de l'oxygène atmosphérique, les différentes venues sont remarquablement semblables ainsi que le prouvent l'examen biologique et l'examen spectrographique réalisé suivant la méthode décrite ci-dessus.

Nous étudions d'autre part s'il n'est pas possible, par une méthode analogue, de contrôler l'efficacité des préparations anciennes.

La séance est levée à 16h30m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 JANVIER 1929.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Nörlund**, Correspondant de l'Académie, Président de l'Académie des Sciences de Danemark, et à M. **Koltzoff**, Directeur de l'Institut de biologie expérimentale de Moscou, qui assistent à la séance.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur le cycle de Clapeyron.* Note de M. **L. Lecornu**.

Le cycle de Carnot est figuré, dans le diagramme entropique (s, t), par un rectangle ayant ses côtés parallèles aux axes. C'est le cycle le plus simple qu'on puisse imaginer avec ce mode de représentation; c'est en même temps celui qui, entre deux températures données, procure le meilleur rendement.

Quand on emploie le diagramme de Clapeyron (v, p), le cycle le plus simple est, pareillement, un rectangle dont les côtés sont parallèles aux axes. Son rendement, en fonction des températures extrêmes, est inférieur à celui du cycle de Carnot; mais, en revanche, il fournit le maximum de travail pour des limites données de variation du volume et de la pression. Il y a donc quelque intérêt à préciser les propriétés thermiques de ce cycle que j'appelle, pour abréger, le cycle de Clapeyron. C'est ce que je vais faire, en me bornant au cas de gaz parfaits $(pv = Rt)$.

Affectons des indices 1, 2, 3, 4 les quantités qui se rapportent aux quatre sommets A du rectangle. Les indices 1 et 2 concernent les sommets pour

lesquels sont atteints le maximum t_1 et le minimum t_2 de la température absolue (on se donne t_1 et t_2). Les indices 3 et 4 concernent les deux autres sommets. En A_3, le volume v_3 est égal à v_1 et la pression p_3 est égale à p_2. En A_4, le volume v_4 est égal à v_2 et la pression p_4 est égale à p_1.

On a, dans ces conditions,

$$\frac{p_1 v_1}{t_1} = \frac{p_2 v_2}{t_2} = \frac{p_2 v_1}{t_3} = \frac{p_1 v_2}{t_4} = \mathrm{R}, \tag{1}$$

d'où

$$t_3 t_4 = t_1 t_2. \tag{2}$$

Soient C, c les chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant ($\mathrm{C} > c$). Si le cycle est parcouru dans le sens 1 — 3 — 2 — 4, la chaleur absorbée est

$$q_1 = \mathrm{C}(t_1 - t_4) + c(t_4 - t_2), \tag{3}$$

et la chaleur dégagée est

$$q_2 = \mathrm{C}(t_3 - t_2) + c(t_1 - t_3), \tag{4}$$

t_3 et t_4 étant compris entre t_1 et t_2, on voit que q_1 et q_2 sont compris entre $c(t_1 - t_2)$ et $\mathrm{C}(t_1 - t_2)$.

La chaleur transformée en travail est

$$q_1 - q_2 = (\mathrm{C} - c)(t_1 + t_2 - t_3 - t_4). \tag{5}$$

Elle ne peut devenir négative; mais elle s'annule pour $t_3 + t_4 = t_1 + t_2$. Comme déjà $t_3 t_4 = t_1 t_2$, cette circonstance se produit si $t_3 = t_1$, $t_4 = t_2$ ou bien $t_3 = t_2$, $t_4 = t_1$. Dans un cas comme dans l'autre, le rectangle a l'une de ses dimensions nulles.

Le rendement est

$$\rho = \frac{q_1 - q_2}{q_1}.$$

En renversant le sens du parcours on aurait un cycle produisant de la chaleur avec absorption de travail. Laissons ce cas de côté.

Toute propriété thermique du cycle de Clapeyron se traduit par une certaine équation $f(q_1, q_2) = 0$ conduisant à une relation entre t_3 et t_4. En y joignant l'équation (2), t_3 et t_4 se trouvent déterminés. On obtient ainsi un ensemble de cycles ayant même rendement et fournissant le même travail. D'après les équations (1), si l'on pose $v_2 = \lambda v_1$, $p_2 = \mu p_1$

$\left(\text{d'où } \lambda\mu = \frac{t_2}{t_1}\right)$, les nombres λ et μ sont les mêmes pour tous les cycles de cet ensemble.

Ceux-ci peuvent être construits de la manière suivante. La diagonale A_1A_2 a pour équation

$$(1-\mu)p_1x - (1-\lambda)v_1y = (\lambda - \mu)p_1v_1.$$

Elle coupe les axes de coordonnées à des distances ξ, η de l'origine ; le produit

$$\xi\eta = -\frac{(\lambda-\mu)^2}{(1-\lambda)(1-\mu)}Rt_1 \tag{6}$$

a une valeur constante et négative. D'après cela, les diagonales A_1A_2 enveloppent une hyperbole équilatère, conjuguée de l'isotherme définie par la température $\frac{(\lambda-\mu)^2}{(1-\lambda)(1-\mu)}t_1$. Toute tangente à cette hyperbole rencontre les isothermes t_1, t_2 en des points A_1A_2 répondant à la question. Tout sommet A_1 comporte deux solutions fournies par les tangentes menées de ce point aux deux branches de l'hyperbole.

Il y a deux cas spécialement remarquables.

1° *Cycles de plus grand travail.* — Ces cycles correspondent au maximum de $t_1 + t_2 - t_3 - t_4$. D'après la relation (2), il faut prendre $t_3 = t_4 = \sqrt{t_1t_2}$. Le travail ainsi obtenu est $(C-c)(\sqrt{t_1}-\sqrt{t_2})^2$. L'égalité de t_3 et t_4 entraîne celle des rapports $\frac{p_2}{p_1}$ et $\frac{v_2}{v_1}$, c'est-à-dire de λ et μ. Les diagonales A_1A_2 passent alors par l'origine. En posant $C = \gamma c$, le rendement a pour expression

$$\rho = (\gamma - 1)\frac{\sqrt{t_1}-\sqrt{t_2}}{\gamma\sqrt{t_1}+\sqrt{t_2}}. \tag{7}$$

2° *Cycles de plus grand rendement.* — On les obtient en rendant minimum le rapport

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{t_1 - \gamma t_2 + (\gamma-1)t_3}{\gamma t_1 - t_2 - (\gamma - 1)t_4},$$

d'où

$$t_3 = \sqrt{t_1t_2}\frac{\sqrt{t_2}+\sqrt{\gamma t_1}}{\sqrt{t_1}+\sqrt{\gamma t_2}}, \qquad t_4 = \sqrt{t_1t_2}\frac{\sqrt{t_1}+\sqrt{\gamma t_2}}{\sqrt{t_2}+\sqrt{\gamma t_1}}.$$

Le rendement atteint alors la valeur

$$\rho = \frac{(\gamma-1)(t_1-t_2)}{\gamma t_1 + t_2 + 2\sqrt{\gamma t_1 t_2}}.$$

On vérifie aisément qu'il est supérieur à (7) et inférieur au rendement $\frac{t_1 - t_2}{t_1}$ du cycle de Carnot.

Pour compléter la comparaison des cycles de Carnot et de Clapeyron, il y a lieu d'ajouter la remarque suivante.

Le cycle de Carnot permet, avec deux sources possédant les températures t_1 et t_2, d'obtenir un travail aussi grand qu'on le veut ; car les quantités de chaleur q_1 et q_2 peuvent croître indéfiniment, sous la seule condition de demeurer proportionnelles à t_1 et t_2. Au contraire, avec le cycle de Clapeyron (dont la réalisation suppose l'emploi d'une suite continue de sources intermédiaires), ces quantités sont, comme on l'a vu, comprises entre $c(t_1 - t_2)$ et $C(t_1 - t_2)$, ce qui rend inévitable la limitation du travail.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Œuvres de* Pasteur. Tome V. *Études sur la Bière*. (Présenté par M. Roux.)

2° *Électrons et Photons*. Rapports et discussions du cinquième Conseil de Physique tenu à Bruxelles du 24 au 29 octobre 1927.

3° José Maria Torroja. *La Estereofotogrametria en* 1924 et une série de brochures sur la stéréophotogrammétrie et des sujets analogues par le même auteur. (Présentés par M. Ch. Lallemand.)

4° Le tome premier de la nouvelle série de la *Revue bryologique*. (Présenté par M. L. Mangin.)

Le **Général commandant l'École polytechnique** adresse des remercîments pour la subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil*.

M. **Paul-Adolphe Serre** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

THÉORIE DES PROBABILITÉS. — *Sur la convergence probable.* Note de M. **Maurice Fréchet**, présentée par M. Émile Borel.

Point de départ. — On sait les services que la notion de convergence *en mesure* a rendus dans la théorie des fonctions mesurables. Dans une Note de 1916 (¹), nous avons montré que cette notion pouvait être définie par l'intermédiaire d'une définition convenable de la « *distance* » *de deux fonctions*.

Or, si l'on se donne une fonction mesurable $f(x)$ sur le segment 0-1, et si l'on choisit au hasard un point x sur ce segment, on peut considérer $f(x)$ comme *un nombre aléatoire*. On peut alors interpréter les notions de convergence en mesure et de distance de deux fonctions *dans le langage des probabilités*, lorsqu'on se place dans le cas d'une distribution uniforme.

On peut ensuite donner *un sens plus étendu* à cette interprétation, en considérant le cas plus général où x est le résultat fortuit d'une épreuve. On arrive ainsi, tout naturellement, à la notion de « convergence probable » dont nous allons donner la définition et à la conception de la *distance de deux nombres aléatoires* sur laquelle nous reviendrons ultérieurement.

Définition de la convergence probable. — Soit $X, X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ une suite de nombres aléatoires. Nous dirons que X_n *converge probablement vers* X si la probabilité $P_n(\varepsilon)$, que X_n diffère de X d'au moins la quantité donnée ε, est aussi petite que l'on veut à partir d'un certain rang n, autrement dit, *si* $\lim_{n\to\infty} P_n(\varepsilon) = 0$, *pour tout* ε *positif arbitraire*.

(Si l'on veut que la limite X soit unique, il faudra considérer comme *non distincts deux nombres aléatoires « presque toujours » égaux*, c'est-à-dire deux nombres aléatoires dont il y a une probabilité nulle qu'ils soient inégaux.)

Remarques. — Nous définissons ainsi la convergence probable dans un cas très général dont un cas particulier a été signalé depuis longtemps. Dans notre terminologie, le théorème de Bernoulli peut en effet s'énoncer ainsi : « La fréquence X_n d'un événement fortuit au cours de n épreuves tend *probablement* vers la probabilité de cet événement quand le nombre des épreuves croît indéfiniment. »

Dans de nombreux autres problèmes du Calcul des probabilités, se présente encore la convergence probable. Portant son attention sur *les cas où la limite* X *est un nombre certain*, M. Cantelli a eu l'heureuse idée d'étudier les circonstances générales qui se

---

(¹) *L'écart de deux fonctions quelconques* (*Comptes rendus*, **162**, 1916, p. 304), Note développée dans le *Bull. Calcutta Math. Soc.*, **11**, 1921, p. 187-206, sous le titre : *Sur divers modes de convergence d'une suite de fonctions d'une variable.* Voir aussi *Sur les ensembles compacts de fonctions mesurables* (*Fund. Math.*, **19**, 1926, p. 25-32).

produisent quand X_n, au lieu d'être une fréquence comme dans le théorème de Bernoulli, est un nombre aléatoire quelconque.

D'après lui, X_n converge « au sens du Calcul des probabilités » vers le nombre certain X, lorsque la probabilité de l'inégalité $|X - X_n| \leq \varepsilon$ tend vers l'unité (pour toute valeur positive de ε).

Le chemin que nous avons suivi devait nécessairement nous conduire au cas plus général où la limite de X_n est elle-même un nombre aléatoire. Se restreindre au cas de M. Cantelli reviendrait, en effet, dans le cas particulier qui nous a servi de point de départ, à ne vouloir envisager la convergence « en mesure » d'une suite de fonctions que dans le cas où la fonction limite est une constante. On ne saurait songer à imposer une telle limitation.

Premières propriétés. — Soit $F(x)$ la fonction de probabilité totale de X, c'est-à-dire la probabilité de l'inégalité $X \leq x$. Soit $F_n(x)$ celle de X_n.

Si X_n *tend probablement vers* X, $F_n(x)$ *tend vers* $F(x)$, *sauf peut-être aux points de discontinuité de* $F(x)$.

De même qu'une fonction mesurable peut converger « en mesure » et ne converger, en aucun point, au sens ordinaire; de même, si X_n converge probablement vers X, il peut arriver que, pour aucune épreuve, X_n ne converge au sens ordinaire. Mais, suivant encore l'analogie avec la convergence en mesure, on peut prouver la proposition suivante : *si une suite de variables aléatoires* X_n *converge probablement vers* X, *on peut extraire de cette suite une suite de variables* $Y_p = X_{n_p}$ *telle que :*

1° *La probabilité de la convergence de* Y_p *vers* X *est égale à l'unité;* 2° *la fonction de probabilité totale de* Y_p *converge partout;* 3° *quel que soit* $\varepsilon > 0$, *il y a un événement* E_ε *de probabilité* $> 1 - \varepsilon$ *et tel que* Y_p *converge uniformément vers* X *dans l'ensemble des épreuves où cet événement* E_ε *se produit.*

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les surfaces du troisième ordre possédant des courbes à branches enchaînées.* Note de M[me] **M. Piazzolla-Beloch.**

Sur les surfaces générales du troisième ordre il y a des courbes *de degré* $2m+1$, *de genre* $m-1$, *à* m *branches deux à deux enchaînées.*

Soit F une surface du troisième ordre possédant 27 droites réelles. Étant donnée la droite r *elliptique* de la surface F, il suffit de construire $m-1$ plans $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0, \ldots, \alpha_{m-1} = 0$, passant par r et assez proches les uns des autres, et considérer deux droites gauches s et t de la surface s'appuyant sur r de manière que les points d'appui soient extérieurs aux coniques, sections de la surface avec le plan α_i. Soit β un plan passant par t, et ne coupant pas ces coniques, et soit γ le plan rs.

Formons des autres plans $\alpha'_1, \alpha'_2, \ldots, \alpha'_{m-1}$, analogues aux plans $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{m-1}$, et soit β' un plan passant par s et ne coupant pas les coniques considérées, et soit γ' le plan rt.

Considérons le faisceau

$$\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_{m-1}\beta\gamma + \lambda\alpha'_1\alpha'_2\ldots\alpha'_{m-1}\beta'\gamma' = 0.$$

La surface de ce faisceau, qui s'obtient pour des valeurs assez petites de λ, coupe la surface du troisième ordre, au dehors des droites r, s et t, suivant une courbe de la nature envisagée.

Pour $m = 2$ on a des *courbes de cinquième degré et de genre* 1, *avec deux branches enchaînées*.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur une classe de couples de congruences rectilignes stratifiables*. Note de M. S. **Rossinski**, présentée par M. Hadamard.

1° Dans une de ses Notes (1) M. L. Bianchi donne la solution complète du problème suivant : « Trouver tous les couples (r), (r') de congruences rectilignes stratifiables (2) dans lesquels deux rayons correspondants r, r' sont toujours orthogonaux et où, de plus, la perpendiculaire commune pp' à deux rayons passe par un point fixe O de l'espace. »

Le but de cette Note est de donner la solution complète (sauf un cas particulier) du problème A, que l'on peut considérer comme une extension immédiate du cas examiné par M. Bianchi :

Problème A. — *Trouver tous les couples (r), (r') de congruences rectilignes stratifiables dans lesquels deux rayons correspondants r, r' sont toujours orthogonaux et où, de plus, la perpendiculaire commune pp' à deux rayons est un rayon d'une congruence quelconque de normales.*

La solution du problème A dépend de l'intégration illimitée d'une équation en différentielles totales du type de Riccati; les conditions de l'intégration ont pour conséquence le théorème suivant :

Théorème. — *Les courbes tracées sur une surface (Σ) normale aux rayons pp' avec des tangentes parallèles aux rayons r, r' sont les lignes de courbure de cette surface.*

(1) L. Bianchi, *Sopra una classe di coppie di congruenze rettilinee stratificabili* (*Atti dei Lincei*, 5e série, 33, x, 2e sem. 1924, p. 369-377).

(2) On trouvera une définition de la *stratification*, par exemple, dans la Note citée de M. Bianchi.

Soient (S) et (S′) deux familles de ∞^1 surfaces dont les points sont distribués respectivement sur les rayons (r) et (r') et les plans tangents passent par les rayons correspondants (r') et (r) en formant des faisceaux. On constate qu'aux lignes de courbure (u, v) de la surface (Σ) correspondent sur les surfaces S et S′ des lignes coordonnées formant sur les surfaces S et S′ *des systèmes conjugués* [S et S′ sont deux surfaces prises arbitrairement dans (S) et (S′)].

D'ailleurs M. A. Terracini [1] a montré que, dans le cas général, les lignes asymptotiques des surfaces S et S′ doivent se correspondre mutuellement.

2° Soient A et B les distances des points p et p' respectivement de la surface (Σ), distances comptées le long de la normale pp'. La recherche des surfaces (Σ) qui sont des surfaces ω pour lesquelles on a $f(r_1, r_2) = 0$ dépend, si $\frac{\partial A}{\partial u} \neq 0$ et $\frac{\partial B}{\partial v} \neq 0$, de l'équation

$$\left(\frac{c}{\theta} + \theta\right)^2 \left(1 - \frac{d\theta}{dr_1}\right) + c_1 \left(2 - \frac{d\theta}{dr_1}\right)^2 = 0,$$

où $\theta = r_1 - r_2$, $c = \text{const.}$, $c_1 = \text{const.}$; cette équation s'intègre facilement. L'une de ces intégrales particulières conduit aux surfaces ω bien connues pour lesquelles $r_1 - r_2 = \text{const.} = \pm\sqrt{c}$. Une autre solution particulière

$$\theta = 2r_1 + \text{const.}$$

de cette équation ne conduit pas à des solutions nouvelles du problème et, par conséquent, (Σ) ne peut être une surface minima.

Si $\frac{\partial B}{\partial v}$, par exemple, est nulle, (Σ) est une *surface de révolution*; si $\frac{\partial A}{\partial u} = 0$, $\frac{\partial B}{\partial v} = 0$ simultanément, (Σ) est un *cylindre de révolution* ou *un plan*. Dans le cas où A (ou B) est une constante, la surface (Σ) est une *surface des canaux*, si $A + r_1 = 0$ (ou $B + r_2 = 0$), ou une *surface* développable si $B = \text{const.}$ (ou $A = \text{const.}$). En tout cas, à l'exception de $A = \text{const.}$ (ou $B = \text{const.}$), B doit être une fonction de A.

3° La méthode que j'ai suivie m'a permis de trouver toutes les solutions du problème A, sauf dans un cas qui exige des calculs très compliqués. On constate qu'à l'exception des cas trivials et déjà indiqués, A et B peuvent

---

(1) A. Terracini, *Caratterizzazione dei sistemi del Bianchi di ∞^1 superficie* (*Atti dei Lincei*, 6e série, 4, IX, 2e sem. 1926, p. 348-352).

s'exprimer par les formules suivantes :

$$(a)\quad A=\frac{1}{2}\sqrt{k_1e^{c\varphi}+k_2e^{-c\varphi}}+\frac{2k}{c}\int\frac{d\varphi}{\sqrt{k_1e^{c\varphi}+k_2e^{-c\varphi}}}+\frac{c}{4}\int\sqrt{k_1e^{c\varphi}+k_2e^{-c\varphi}}\,d\varphi,$$

$$B=A-\sqrt{k_1e^{c\varphi}+k_2e^{-c\varphi}};$$

$$(b)\quad A=\frac{2k}{c}e^{\frac{c\varphi}{2}+c'}+c'',\qquad B=-\frac{2k}{c}e^{\frac{-c\varphi}{2}-c'}+c'';$$

$$(c)\quad A=k_0\varphi+\overline{k_1},\qquad B=-k_0\varphi+\overline{k_2},$$

où k, k_0, k_1, k_2, $\overline{k_1}$, $\overline{k_2}$, c, c', c'' sont des constantes. Dans ces formules on peut considérer A et B comme fonctions d'un paramètre φ; ce paramètre dans chacun des trois cas indiqués est une fonction bien déterminée de u et v.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation intégrale d'Abel généralisée.* Note de M. **Radu Bădesco**, présentée par M. Hadamard.

La solution $\Phi(z,\lambda)=\Sigma\lambda^n u_n(z)$ de l'équation intégrale qui généralise celle d'Abel,

$$(1)\qquad \Phi(z,\lambda)-\lambda\left\{F(z)\Phi(\alpha z,\lambda)+\int_a^b K(z,s)\Phi(zs,\lambda)\,ds\right\}=\Psi(z),$$

a été l'objet d'une étude approfondie de M. Browne [1], qui a introduit d'une manière indirecte les singularités dans le plan de λ, en déduisant que $\Phi(z,\lambda)$ est une fonction méromorphe de cette variable. Nous nous sommes placés, pour étudier l'équation (1), à un autre point de vue; la recherche des séries de Taylor $\Phi(z)=\Sigma z^n\Phi_n(\lambda)$ satisfaisant à cette équation. C'est la forme sous laquelle Abel désirait obtenir cette solution. Nous traitons seulement le cas où les fonctions données $F(z)$, $\Psi(z)$ et $K(z,s)$ sont holomorphes et bornées dans un certain domaine D, simplement connexe, pour avoir les résultats de la manière la plus simple, mais la méthode s'étend aussi à d'autres cas.

Soient F et K les bornes supérieures de $F(z)$ et $K(z,s)$, $[a\leqq s\leqq b]$ dans D, et désignons par $\Phi(\lambda)$ la solution envisagée par M. Browne. L'équation intégrale

$$\overline{\Phi}(z,\lambda)-\lambda\left\{F\overline{\Phi}(|\alpha|z,\lambda)+\int_a^b K\Phi(zs,\lambda)\,ds\right\}=\overline{\Psi}(z)$$

---

(1) *Thèses*, Paris, 1913.

admet la solution holomorphe

$$\overline{\Phi}(z, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n \overline{\Psi}_n}{1 - \lambda \left\{ F|\alpha|^n + \frac{K}{n+1}[b^{n+1} - a^{n+1}] \right\}},$$

qui sera une majorante pour $\Phi(\lambda)$, $\overline{\Psi}(z) = \Sigma z^n \overline{\Psi}_n$ étant une majorante pour $\Psi(z)$. Les conditions nécessaires pour la convergence de $\Phi(\lambda)$ sont donc

$$\lambda < \frac{1}{F + K(b-a)} \qquad (|b| \leqq 1, |a| \leqq 1, |\alpha| \leqq 1),$$

les trois dernières exprimant que les singularités polaires de $\Phi(\lambda)$ s'accumulent à l'extérieur d'un cercle ayant l'origine pour centre.

Pour avoir le rayon de convergence de $\Phi(z)$ par cette méthode, on devrait se borner seulement au cas où $|\alpha|$ est plus grand que $|a|$ ou $|b|$, mais on peut le calculer d'après la forme de la solution même que nous indiquerons dans la suite. Divisons l'équation (1) par $2\pi i . z^{n-1}$ et intégrons-la le long d'un cercle (Γ) ayant l'origine pour centre et situé dans (1). Nous avons

$$\Phi_n(\lambda) - \lambda \left\{ \sum_{p=0}^{n} F_p \alpha^{n-p} \Phi_{n-p}(\lambda) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{dz}{z^{n+1}} \int_a^b K(z, s) \Phi(zs)\, ds \right\} \equiv \Psi_n$$

où F_n et Ψ_n sont les coefficients de z^n dans les développements de $F_n(z)$ et $\Psi(z)$. Ajoutons et retranchons à $\Phi(zs)$ sous le signe $\int$ la somme

$$-\sum_{p=0}^{n} (zs)^p \Phi_p(\lambda).$$

La première fonction ainsi obtenue

$$\left[\Phi(zs) - \sum_{p=0}^{n} (zs)^p \Phi_p(\lambda) \right]$$

est holomorphe dans D et aura un zéro d'ordre $(n+1)$ à l'origine; le développement de l'intégrale du produit de $K(z, s)$ par cette fonction nous donnera une fonction holomorphe dans D, d'après les hypothèses faites, et commencera par z^{n+1}. Nous obtenons alors la relation de récurrence

$$\Phi_n(\lambda)\left[1 - \frac{\lambda}{\lambda_n}\right] - \lambda \sum_{p=1}^{n} \mu_p \Phi_{n-p}(\lambda) = \Psi_n$$

où

$$\lambda_n^{-1} = F_0 \alpha^n + \int_a^b K(o, s) s^n \, ds, \qquad \mu_p = \alpha^{n-p} F_p + \frac{1}{2\pi i} \int_\Gamma \frac{dz}{z^{p+1}} \int_a^b K(z, s) s^{n-p} \, ds$$

et qui met en évidence les singularités λ_n de $\Phi(\lambda)$. Nous tirons de là l'expression de $\Phi_n(\lambda)$ sous la forme d'un quotient de deux polynomes $\frac{\varphi_n(\lambda)}{\pi_{n+1}(\lambda)}$, de degrés égaux aux indices en général, $\varphi_n(\lambda)$ étant un déterminant qu'on peut facilement calculer. Si $F_0 = o$ et $K(o, s) = o$, $\Phi(z, \lambda)$ est la fonction génératrice, au sens de Laplace, de la suite de polynomes $\varphi_n(\lambda)$; c'est une fonction entière de λ. Tel est le cas de l'équation de M. Volterra.

Pour obtenir la solution de l'équation homogène (1) $[\Psi \equiv o]$, multiplions cette équation par le produit infini convergent

$$\Pi(\lambda) = \prod_{i=0}^{\infty} \left[1 - \frac{\lambda}{\lambda_i}\right] e^{\frac{\lambda}{\lambda_i}} \qquad (\lambda_i \neq \lambda_j),$$

et comme la fonction $\Phi(z, \lambda)\Pi(\lambda)$ converge dans le cercle de rayon $R = \liminf_{i=\infty} \lambda_i$ (ce que l'on voit facilement), nous pouvons faire $\lambda = \lambda_n$. Nous obtenons une suite dénombrable de fonctions fondamentales

$$\Pi(\lambda_n)\Phi(z, \lambda_n) = \sum_{p=0}^{\infty} z^{n+p} \varphi_{n+p}(\lambda_n) \prod_{q=1}^{\infty} \left[1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_{n+p+q}}\right] \qquad [n = o, 1, \ldots]$$

correspondant aux valeurs caractéristiques λ_n, situées à l'intérieur du cercle de rayon R. Pour les autres valeurs de λ intérieures, l'équation homogène n'admet de solution analytique que $\Phi(z, \lambda) \equiv o$. Si $\Psi(z) \not\equiv o$ et $\lambda = \lambda_n$, la même relation de récurrence donne les coefficients $\Phi_p(\lambda_n)$, sauf $\Phi_n(\lambda_n)$ qui est arbitraire.

La condition nécessaire pour la possibilité du problème dans ce cas (que M. Browne n'a pas formée) est donc donnée par une relation entre les $(n+1)$ coefficients Ψ_p du développement de $\Psi(z)$, $\Psi_0, \Psi_1, \ldots, \Psi_n$. La méthode employée met en évidence d'une manière élémentaire toutes les propriétés signalées par M. Browne ainsi que d'autres propriétés dont nous parlerons dans un article plus détaillé. Nous réduisons ainsi l'étude de (1) à l'étude d'une relation de récurrence, qui permet aussi la recherche des solutions pour des fonctions méromorphes données.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les singularités d'une classe de séries de Dirichlet.* Note de M. **Srivastava**, présentée par M. Hadamard.

Je désire signaler une liaison remarquable qui existe entre les séries

$$H(s) = \sum_{1}^{\infty} \varphi(\log n)\, n^{-(s+1)} \tag{1}$$

et

$$F(s) = \sum_{0}^{\infty} \varphi(n)\, e^{-sn} \qquad (s = \sigma + it), \tag{2}$$

où φ satisfait aux conditions suivantes :

I. $\varphi(z)$ est une fonction analytique de z $(z = \rho e^{i\psi})$ dans l'angle $|\psi| \leqq \alpha$ avec $\alpha \geqq \frac{\pi}{2}$;

II. $\varphi(z) = O(e^{k\rho})$ dans tout cet angle, avec $k < \pi$.

Faisant usage d'une formule de Lindelöf (1), nous pouvons établir l'équation

$$H(s) = \frac{1}{2}\varphi(0) + \int_{1}^{\infty} \varphi(\log x)\, x^{-(s+1)}\, dx + i\int_{0}^{\infty} \frac{\varphi[\log(1+ix)](1+ix)^{-(s+1)} - \varphi[\log(1-ix)](1-ix)^{-(s+1)}}{e^{2\pi x} - 1}, \tag{3}$$

où nous pouvons montrer que la dernière intégrale représente une fonction entière de s, de sorte que

$$H(s) = G(s) + \int_{0}^{\infty} \varphi(z)\, e^{-sz}\, dz = G(s) + J(s), \tag{4}$$

$G(s)$ étant une fonction entière de s. Or,

$$J(s) = J(s, \psi),$$

où

$$J(s, \psi) = \int_{0}^{\infty(\psi)} \varphi(z)\, e^{-sz}\, dz \qquad \left(|\psi| \leqq \frac{\pi}{2}\right), \tag{5}$$

l'intégrale étant prise le long d'un rayon vecteur faisant l'angle ψ avec la partie positive de l'axe réel. Il en résulte que $J(s)$ est une fonction analy-

---

(1) *Le calcul des résidus*, p. 61.

tique de s, en dehors de l'enveloppe de la famille de lignes donnée par

$$\sigma\cos\psi - t\sin\psi = k + \varepsilon > k; \tag{6}$$

donc, en dehors du demi-cercle $\sigma^2 + t^2 = (k+\varepsilon)^2$ situé à droite de l'axe imaginaire complété par les tangentes à ces extrémités prolongées indéfiniment vers la gauche.

Ainsi toutes les singularités de $J(s)$ sont situées dans la bande $|t| \leqq \pi$.

Appliquant à nouveau la même formule à laquelle nous avons fait allusion plus haut, on a, pour $|t| \leqq \pi$,

$$F(s) = \frac{1}{2}\varphi(0) + \int_0^\infty \varphi(z)e^{-sz}dz + i\int_0^\infty \frac{\varphi(ix)e^{-six} - \varphi(-ix)e^{six}}{e^{2\pi x} - 1}dx, \tag{7}$$

où la dernière intégrale, comme on peut le montrer, est encore une fonction analytique de s dans toute partie finie de la bande $|t| \leqq \pi$, soit

$$F(s) = g(s) + J(s), \tag{8}$$

$g(s)$ étant analytique dans toute partie finie de la bande en question.

Comparant maintenant (4) et (8), nous concluons immédiatement que toutes les singularités à distance finie de $H(s)$ sont identiques à celles de $J(s)$ qui sont toutes comprises dans la bande $|t| \leqq \pi$ et qui sont les seules singularités à distance finie de $F(s)$ dans cette bande. Nous avons donc le théorème suivant :

Si $\varphi(z)$ *satisfait aux conditions* I *et* II, *toutes les singularités à distance finie de* $H(s)$ *sont identiques à celles de* $F(s)$ *situées dans la bande* $|t| \leqq \pi$.

On voit que toutes les fois que les singularités d'une série de Taylor

$$\sum_0^\infty \varphi(x)x^n$$

sont connues, celles de $H(s)$ peuvent être trouvées.

Supposons, par exemple, dans I, $\alpha = \frac{\pi}{2}$, la fonction $\varphi(z)$ vérifiant, d'autre part, l'égalité asymptotique

$$\overline{\lim_{\rho\to\infty}}\sup \frac{\log|\varphi(\rho e^{i\psi})|}{\rho} = \psi\sin\psi + \cos\psi\log\cos\psi \tag{9}$$

pour $|\psi| \leqq \frac{\pi}{2}$; il résulte alors d'un travail [1] de M. F. Carlson que la courbe

$$\sigma = \log\cos t \qquad \left(|t| \leqq \frac{\pi}{2}\right) \tag{10}$$

---

[1] *Sur une classe de séries de Taylor* (*Thèse de Doctorat*, Upsal, 1914).

est une ligne singulière pour la fonction $F(s)$ et, par conséquent, aussi pour $H(s)$.

Le théorème précédent n'est plus vrai si, dans (II), k est supérieur ou égal à π, ainsi qu'on peut le voir en prenant $\varphi(z) = \sin \pi z$. Mais dans ce cas nous pourrons choisir un nombre positif a tel que $ak < \pi$ et montrer alors que toutes les singularités finies de

$$F(s') = \sum_0^\infty \varphi(an) e^{-s'n},$$

dans la bande $|t'| \leqq \pi$, une fois transportées au plan des s par la substitution $s' = as$, sont identiques à celles de la quantité $H(s)$ définie par (¹).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'unicité du système de fonctions orthogonales invariant relativement à la dérivation.* Note de M. **B. Gagaeff**, présentée par M. Hadamard.

1. On sait que les fonctions trigonométriques

$$1,\ \cos x,\ \sin x,\ \ldots,\ \cos nx,\ \sin nx,\ \ldots$$

offrent un exemple classique d'un système formé de fonctions orthogonales deux à deux et invariant (aux facteurs numériques près) relativement à la dérivation.

La question se pose de savoir [1] s'il existe un *autre* système formé d'une *infinité* de fonctions continues

$$\varphi_0(x),\quad \varphi_1(x),\quad \varphi_2(x),\quad \ldots,\quad \varphi_n(x),\quad \ldots$$

définies et orthogonales deux à deux dans un intervalle et invariant relativement à la dérivation (aux facteurs numériques près).

Le but de cette Note est de donner la réponse *négative :* le système trigonométrique classique est le seul système de cette nature.

2. Soit

$$(1)\qquad \varphi_0(x),\quad \varphi_1(x),\quad \varphi_2(x),\quad \ldots,\quad \varphi_n(x),\quad \ldots$$

un système *infini* de fonctions continues et orthogonales deux à deux dans

---

(¹) Voir la Thèse de M. N. Lusin, *L'intégrale et la série trigonométrique* (*Recueil mathématique de Moscou*, 30, 1916, p. 5).

$(0 \leqq x \leqq 1)$ et invariants (aux facteurs numériques près) relativement à la dérivation. Donc, la suite des dérivées $\varphi'_0(x)$, $\varphi'_1(x)$, $\varphi'_2(x)$, ..., $\varphi'_n(x)$, ... coïncide (à l'ordre et aux facteurs numériques près) avec la suite donnée (1) des fonctions elles-mêmes. Ainsi, chaque dérivée $\varphi'_n(x)$ doit être écrite dans la suite donnée (1). Il en résulte que les fonctions considérées $\varphi_n(x)$ sont toutes *indéfiniment dérivables* dans $(0, 1)$.

En général, la dérivation fait un déplacement d'une fonction $\varphi_n(x)$ dans la suite donnée (1) puisque l'indice de la fonction dérivée $\varphi'_n(x)$ considérée comme un terme de la suite (1) diffère de n. En effet, dans le cas contraire, nous aurons l'équation différentielle $\frac{d\varphi_n(x)}{dx} = \lambda\varphi_n(x)$, où λ est un facteur numérique. Donc, une telle fonction $\varphi_n(x)$ ne peut pas changer de signe dans $(0, 1)$ puisqu'elle est de la forme $Ce^{\lambda x}$, C étant une constante. Or, toutes les fonctions de la suite (1) sont orthogonales deux à deux dans $(0, 1)$. Nous sommes ainsi amenés à conclure qu'il ne peut exister, dans la suite (1), qu'*une seule* fonction qui ne se déplace pas par la dérivation. Nous supposons que $\varphi_0(x)$ est une telle fonction.

Cela posé, considérons deux fonctions : $\varphi_n(x)$ et $\varphi'_n(x)$, $n > 0$. Comme ces fonctions ont des indices différents dans la suite (1), nous avons

$$\int_0^1 \varphi_n \varphi'_n \, dx = 0.$$

Donc $\varphi_n^2(1) = \varphi_n^2(0)$ et par suite $\varphi_n(1) = \varepsilon_n \varphi_n(0)$, où $\varepsilon_n = \pm 1$ quel que soit l'entier positif n. De même, on a $\varphi'_n(1) = \varepsilon'_n \varphi'_n(0)$, où $\varepsilon'_n = \pm 1$.

Ceci observé, l'application de l'intégration par parties nous donne

$$(2) \qquad \int_0^1 \varphi_n \varphi''_n \, dx = \varphi_n(0)\varphi'_n(0)(\varepsilon_n \varepsilon'_n - 1) - \int_0^1 (\varphi'_n)^2 \, dx.$$

On déduit immédiatement de cette égalité que *si le produit* $\varphi_n(0)\varphi'_n(0)$ *est égal à zéro*, ou bien *si nous avons* $\varepsilon_n = \varepsilon'_n$ la fonction φ''_n ne peut pas être orthogonale à φ_n. Donc, φ''_n est identique à φ_n (à un facteur numérique *négatif* près). Nous sommes ainsi amenés, dans ce cas, à l'équation différentielle $\frac{d^2\varphi_n(x)}{dx^2} = -k^2\varphi_n(x)$, d'où l'égalité

$$\varphi_n(x) = \rho \cos(kx + \alpha),$$

ρ et α étant des constantes numériques. Il résulte aussitôt de là que l'un au moins des nombres $\varphi_n(0)$ et $\varphi'_n(0)$ diffère de zéro puisque dans le cas contraire, $\rho = 0$ et la fonction $\varphi_n(x)$ s'annule partout dans $(0, 1)$.

3. Je dis maintenant que : *ou bien* le produit $\varphi_n(0)\varphi'_n(0)$ est égal à zéro, *ou bien* $\varepsilon_n = \varepsilon'_n$ quel que soit l'entier positif n.

En effet prenons un terme quelconque $\varphi_m(x)$ de la suite (1), $m > 0$. L'intégration par parties nous donne

$$(3) \qquad \int_0^1 \varphi_m \varphi'_n dx = \varphi_m(0)\varphi_n(0)(\varepsilon_m \varepsilon_n - 1) - \int_0^1 \varphi'_m \varphi_n dx,$$

et

$$(4) \qquad \int_0^1 \varphi_m \varphi''_n dx = \varphi_m(0)\varphi'_n(0)(\varepsilon_m \varepsilon'_n - 1) - \int_0^1 \varphi'_m \varphi'_n dx.$$

Comme chaque terme de la suite (1) est la dérivée (à un facteur numérique près) d'un autre terme de cette suite, nous pouvons écrire *cinq* lettres φ_p, φ_q, φ_n, φ'_n et φ''_n dont chacune est un terme de la suite (1), chaque lettre suivante est une dérivée (à un facteur numérique près) de la lettre précédente.

Cela posé, prenons un terme $\varphi_k(x)$ de la suite (1) différent de ces cinq lettres. Il est clair que deux fonctions $\varphi_k(x)$ et $\varphi'_k(x)$ sont orthogonales aux fonctions φ_n, φ'_n et φ''_n et l'une au moins d'elles ne s'annule pas pour $x = 0$; nous la désignons par $\varphi_m(x)$.

Puisque toutes les intégrales des formules (3) et (4) sont maintenant nulles et comme $\varphi_m(0)$ diffère de zéro, nous concluons que si le produit $\varphi_n(0)\varphi'_n(0)$ diffère de zéro, on a sûrement $\varepsilon_m \varepsilon_n - 1 = 0$ et en même temps $\varepsilon_m \varepsilon'_n - 1 = 0$, ce qui entraîne $\varepsilon_n = \varepsilon'_n$.

Ainsi tous les termes $\varphi_n(x)$, $n > 0$ sont de la forme $\rho \cos(kx + \alpha)$ et l'orthogonalité deux à deux de ces fonctions nous amène aussitôt à ce que $2\pi k$ est un *entier positif* et que la fonction $\varphi_0(x) = Ce^{\lambda x}$ est une constante, puisque $\lambda = 0$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les maximums et minimums des fonctions uniformes de variables réelles.* Note de M. **Alex. Froda**, présentée par M. Émile Borel.

En étendant les définitions habituelles, applicables aux fonctions continues, on peut les préciser en convenant de dire qu'une fonction uniforme $f(P)$ de n variables réelles présente un *maximum strict* (*atteint*) en un certain point $\mathfrak{P}$ si l'inégalité $f(\mathfrak{P}) > f(P)$ est satisfaite pour tout point $P \neq \mathfrak{P}$, appartenant à un domaine D à n dimensions et contenant $\mathfrak{P}$ intérieurement.

Désignons toujours (¹) par $M_0(P)$ le maximum de $f(P)$ au voisinage du point P et convenons de dire que $f(P)$ présente *un maximum strict (non atteint)*, au point $\mathfrak{T}$, si l'on a $f(\mathfrak{T}) < M_0(\mathfrak{T})$ en même temps que

$$M_0(\mathfrak{T}) > M_0(P) \geqq f(P) \quad (^2)$$

pour tout $P \neq \mathfrak{T}$ et appartenant au domaine D. On a la proposition :

I. *Toute fonction uniforme $f(P)$ de variables réelles ne peut présenter, tout au plus, qu'une infinité dénombrable de maximums stricts (atteints ou non).*

Soient, en effet, E l'ensemble des points $\mathfrak{T}$, où $f(P)$ présente un maximum strict (atteint) et $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots$ une suite de nombres positifs, décroissant vers zéro. On peut enfermer chaque $\mathfrak{T}$ de E en une sphère S de centre $\mathfrak{T}$ et de rayon $\delta(\mathfrak{T})$, où $f(\mathfrak{T}) > f(P)$ pour tout $P \neq \mathfrak{T}$, en gardant pour chaque δ la plus grande des valeurs des ε_q qui conviennent. Si $\Delta(\mathfrak{T}', \mathfrak{T}'')$ est la distance de $\mathfrak{T}'$ et $\mathfrak{T}''$ quelconques en E, l'une au moins des inégalités

$$\delta(\mathfrak{T}') \leqq \Delta(\mathfrak{T}', \mathfrak{T}'') \quad \text{et} \quad \delta(\mathfrak{T}'') \leqq \Delta(\mathfrak{T}', \mathfrak{T}'')$$

est valable. Mais $E[\delta(\mathfrak{T}) > 0]$ égale la somme des $E_q[\delta(\mathfrak{T}) = \varepsilon_q]$. Or chaque E_q est dénombrable, car $\Delta(\mathfrak{T}', \mathfrak{T}'') > \varepsilon_q$, pour $\mathfrak{T}'$ et $\mathfrak{T}''$ quelconques en E_q et dont la somme E des ensembles isolés E_q est dénombrable.

Soit G l'ensemble des points $\mathfrak{T}$, où $f(P)$ présente un maximum strict (non atteint). On a $M_0(\mathfrak{T}) > M_0(P)$ et la fonction $M_0(P)$ présente aux points $\mathfrak{T}$ de G un maximum strict (atteint), donc G est aussi dénombrable.

Des définitions et résultats analogues s'appliquent aux minimums. Même remarque si $f(P)$ n'était définie que sur un ensemble parfait.

Complétons, à cette occasion, des résultats antérieurs (¹). Supposons définie, d'une certaine manière, une classe A d'ensembles, telle que : *a*. Tout ensemble dénombrable est un A ; *b*. La somme d'un nombre fini ou d'une infinité dénombrable d'ensembles A est un A. Les classes des ensembles dénombrables, ou de première catégorie, ou de mesure nulle, représentent chacune des exemples de classes A.

On peut définir (³) le maximum $M_A(\mathfrak{T})$ et minimum $m_A(\mathfrak{T})$ de $f(P)$ au point $\mathfrak{T}$, lorsqu'on néglige les ensembles de classe A.

II. *Pour tout point $\mathfrak{T}$ du domaine de définition de $f(P)$, sauf tout au plus*

(¹) Voir *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 274.

(²) La condition moins stricte $M_0(\mathfrak{T}) > f(P)$ définirait un maximum, qui pourrait se présenter partout, en D.

(³) Cf. H. Lebesgue, *Leçons sur l'intégration, etc.*, 1928, p. 87.

pour un ensemble de classe A *des valeurs de* $\mathfrak{T}$ *on a* $m_A(\mathfrak{T}) \leq f(\mathfrak{T}) \leq M_A(\mathfrak{T})$. La démonstration reproduira celle indiquée dans une Note précédente.

En remplaçant la condition *a* par celle plus serrée : Tout sous-ensemble de A est un A, la proposition II se démontre, assez délicatement, à l'aide du lemme classique de M. Borel [1], intimement lié à la nature de la question.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Les principes d'une théorie générale du choc.* Note [2] de M. **Z. Horak.**

La théorie générale du choc, instituée par M. Appell dans le Mémoire : *Sur l'emploi des équations de Lagrange dans la théorie du choc et des percussions* [3], offre des équations linéaires qui suffisent pour déterminer les vitesses d'un système après le choc, en se bornant, bien entendu, au cas des liaisons persistantes. Ces liaisons correspondent au choc des corps parfaitement mous, tandis que l'étude du choc parfaitement ou imparfaitement élastique exige la considération des liaisons non persistantes, n'ayant lieu qu'au moment du choc. Les corps parfaitement mous et ceux parfaitement élastiques pouvant être considérés comme les cas limites des corps imparfaitement élastiques, nous allons considérer le cas général d'un choc imparfaitement élastique. Pour obtenir, même dans ce cas-ci, le nombre suffisant des équations, il est nécessaire de compléter la théorie par des hypothèses nouvelles. C'est dans la Note présente que je vais montrer qu'on peut trouver les lois du choc, même pour un système général, en appliquant à la variété de ses configurations les notions du calcul différentiel absolu. Or, dans mon travail : *Sur les systèmes non holonomes* (*Bulletin international de l'Académie de Bohême*, 1928), j'ai considéré le mouvement d'un système dynamique quelconque comme le déplacement d'un point dans une variété riemannienne dont la forme fondamentale est proportionnelle à la demi-force vive et j'y ai énoncé le principe suivant : *Le changement de la quantité de mouvement d'un système est égal à la force résultante.* C'est l'analogie parfaite, ainsi établie, de la dynamique d'un système avec celle d'un point qui m'a conduit des lois valables pour le choc d'un point sur un plan aux lois générales.

---

(1) É. Borel, *Leçons sur les fonctions de variables réelles*, 1905, p. 9.

(2) Séance du 26 décembre 1928.

(3) *Journal de Math. pures et appliquées*, 5e série, **2**, 1896, p. 5-20.

Soit un système à n degrés de liberté soumis, au moment du choc, à r liaisons non persistantes. Les déplacements virtuels compatibles avec ces liaisons sont placés dans une s-direction ($s = n - r$) que je vais appeler *tangentielle*, en désignant la r-direction normale à cette s-direction comme *normale*. Les dérivées par rapport au temps $\dot{q}^k$ des paramètres q^k ($k = 1, 2, \ldots, n$) sont les composantes de la vitesse du système et les dérivées partielles de la demi-force vive $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^k} = I_k$ sont des composantes de la quantité de mouvement du système. Cela posé, la vitesse après le choc d'un système de corps parfaitement mous et polis est déterminée par les équations données par M. Appell, lesquelles peuvent être exprimées par les deux théorèmes suivants : I. *La composante tangentielle de la quantité de mouvement ne se change pas par le choc.* II. *La composante normale de la vitesse après le choc est nulle.* Si le choc est imparfaitement élastique, le théorème I restant valable, le théorème II doit être remplacé par une hypothèse plus générale :

II. *La composante normale de la vitesse après le choc :*

a. est une fonction linéaire de la composante normale de la vitesse avant le choc ;

b. elle ne la dépasse pas en grandeur ;

c. sa direction fait avec celle avant le choc un angle obtus.

C'est là mon extension des lois connues du choc imparfaitement élastique pour les systèmes généraux, dont l'expression analytique s'obtient comme suit. Si l'on écrit les liaisons non persistantes (réalisées sans frottement et, en général, non holonomes et rhéonomes) sous la forme

$$(1) \qquad \sum_{k=1}^{n} P_k^u \dot{q}^k + P^u = 0 \qquad (u = 1, 2, \ldots, r),$$

on peut, au moment du choc, exprimer les $\dot{q}^k$ au moyen de s quantités indépendantes $'\dot{q}^a$ ($a = 1, 2, \ldots, s$) :

$$\dot{q}^k = \sum_{a=1}^{s} Q_a^k \, '\dot{q}^a + Q^k \qquad (k = 1, 2, \ldots, n).$$

Or la composante tangentielle de la quantité de mouvement peut être déterminée par les s expressions $\sum_k Q_a^k I_k$ et la composante normale de la vitesse par les r expressions (1), de sorte que les théorèmes I et II, *a*

donnent les équations

$$(\mathrm{I})\qquad \sum_{k=}^{n} Q_a^k (I_k)_1 = \sum_{k=1}^{n} Q_a^k (I_k)_0,$$

$$(\mathrm{II}_a)\qquad \sum_{k=1}^{n} P_k^u (\dot{q}^k)_1 + P^u = - \sum_{\nu=1}^{r} E_{.\nu}^{u} \left[\sum_{k=1}^{n} P_k^\nu (\dot{q}^k)_0 + P^\nu \right].$$

Ces n équations déterminent les composantes $(\dot{q}^k)_1$ de la vitesse après le choc au moyen des composantes $(\dot{q}^k)_0$ de la vitesse avant le choc, si l'on connaît les coefficients $E_{.\nu}^{u}$. Ces quantités, constituant un affineur, doivent remplir certaines conditions algébriques qui résultent des théorèmes II, *b*, *c*.

Quant aux résultats fournis par la théorie, je renvoie au Mémoire plus détaillé qui paraîtra ultérieurement.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur une propriété générale du mouvement d'un système de points matériels.* Note [1] de M. **J. Le Roux**, présentée par M. G. Kœnigs.

La force vive du mouvement relatif d'un ensemble de points matériels, considéré successivement par rapport à des systèmes de référence différents, varie évidemment avec le système de référence.

Il existe un système spécial auquel correspond un minimum de la force vive relative. Je me propose de le déterminer et d'en étudier les propriétés fondamentales.

Je suppose d'abord le mouvement rapporté à un système d'axes rectangulaires S. Soit S_0 un second système de référence, mobile par rapport au premier.

Le mouvement de S par rapport à S_0 est défini par une translation et une rotation, dont je désigne les composantes respectivement par ξ, η, ζ et p, q, r.

On connaît l'expression des composantes, suivant les axes de S, de la vitesse relative d'un point $M(x, y, z)$ par rapport à S_0. Elles sont données par les formules

$$(1)\qquad \begin{cases} V_x = \xi + qz - ry + \dfrac{dx}{dt}, \\ V_y = \eta + rx - pz + \dfrac{dy}{dt}, \\ V_z = \zeta + py - qx + \dfrac{dz}{dt}. \end{cases}$$

---

[1] Séance du 26 décembre 1928.

La détermination de notre système de référence spécial nécessite donc la solution préalable du problème suivant :

Calculer les valeurs des six paramètres ξ, η, ζ, p, q, r correspondant au minimum de l'expression

$$T = \frac{1}{2}\Sigma m(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2), \tag{2}$$

la somme Σ étant étendue à tous les éléments de l'ensemble mobile.

En annulant les dérivées partielles de T par rapport aux paramètres considérés on obtient six équations du premier degré qui définissent sans ambiguïté les six inconnues. Ces équations appartiennent aux deux types suivants :

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = \Sigma m V_x = 0, \quad \ldots; \tag{3}$$

$$\frac{\partial T}{\partial p} = \Sigma m(y V_z - z V_y) = 0, \quad \ldots. \tag{4}$$

Pour achever de déterminer les axes du système S_0 il resterait à résoudre un système d'équations différentielles de forme bien connue.

On sait qu'il existe une infinité de solutions, mais que toutes ces solutions représentent des systèmes d'axes invariablement liés les uns aux autres. On peut dire que leur ensemble constitue un *solide de référence* Σ que j'appelle le *solide de référence spécial de l'ensemble considéré.*

L'interprétation des équations (3) et (4) fournit immédiatement les propriétés suivantes :

I. *Le centre de gravité de l'ensemble mobile est fixe dans* Σ.

II. *Le moment résultant des quantités de mouvement de l'ensemble est constamment nul dans le mouvement relatif par rapport à* Σ.

De ces propositions on déduit une conséquence importante.

III. *Les forces susceptibles de produire le mouvement de l'ensemble, tel qu'il a lieu par rapport au solide Σ, seraient assimilables à des forces intérieures, au sens de la mécanique classique : elles se feraient équilibre à tout instant si l'ensemble était solidifié dans la configuration qu'il forme à l'instant considéré.*

Ainsi les forces apparentes pourraient être assimilées, en général d'une infinité de manières, à des résultantes d'actions mutuelles, deux à deux égales et directement opposées.

Toutefois l'action mutuelle de deux éléments dans les systèmes généraux ne serait pas nécessairement indépendante des autres éléments.

Il existe d'ailleurs une infinité de solides de référence qui jouissent de la propriété énoncée au n° III. Ce sont tous ceux qui peuvent être définis en

remplaçant dans les équations (3) et (4) les seconds membres par des constantes quelconques.

La considération du solide référence spécial Σ conduit à la proposition suivante, qui complète et généralise le théorème de Kœnig :

IV. *La force vive d'un système, dans son mouvement relatif par rapport à un solide de référence quelconque* S, *est égale à la force vive du mouvement relatif par rapport au solide spécial* Σ *augmentée de la force vive due au mouvement d'entraînement de* Σ *par rapport à* S.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la liaison entre l'absence de pressions négatives et le sens de la concavité des lignes de jet dans le mouvement plan d'un fluide incompressible autour d'un obstacle.* Note [1] de M. J. **Kampé de Fériet**.

Dans une Note récente [2], j'ai indiqué une condition nécessaire devant être vérifiée par la fonction de profil $\Phi(\sigma)$, pour qu'en tout point d'un fluide plan en mouvement permanent irrotationnel autour d'un obstacle donné on ait pour la vitesse $V \leq 1$, inégalité qui, elle-même, entraîne l'absence de pressions négatives dans le fluide, quelle que soit la pression, positive ou nulle dans le sillage. M. H. Villat [3] a remarqué que la condition indiquée s'interprétait très simplement : elle exprime que les deux lignes de jet, séparant le fluide en mouvement du sillage au repos, sont concaves vers le sillage au point à l'infini. En poursuivant le rapprochement suggéré par cette remarque élégante, on aboutit à cette proposition beaucoup plus générale : *si, en tout point du fluide en mouvement la vitesse* V *est inférieure à* 1, *les deux lignes de jet sont nécessairement concaves vers le sillage.* Cette proposition a déjà été énoncée notamment par M. Marcel Brillouin [4], mais dans un Mémoire où il se préoccupe surtout de l'interprétation physique du problème. On peut la démontrer aisément tout en

---

(1) Séance du 7 janvier 1929.

(2) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 47; la position du problème et les notations restent celles de l'Ouvrage, *Aperçus théoriques sur la résistance des fluides* (*Coll. Scientia*), par H. Villat.

(3) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 49.

(4) Marcel Brillouin, *Les surfaces de glissement d'Helmholtz et la résistance des fluides* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 8e série, **23**, 1911; voir surtout p. 150 et 165).

la précisant en partant du théorème suivant [1] : « Soient un domaine D, ayant pour frontière une courbe simple fermée F et $w = f(z)$ une fonction, régulière à l'intérieur de D où l'on a $\mathcal{R}(w) > 0$, et continue sur un arc ab de F où l'on a $\mathcal{R}(w) = 0$; quand z décrit ab dans le sens positif, $\mathcal{J}(w)$ décroît constamment. » Ceci posé, considérons la fonction $i\Omega(\zeta)$ définie dans le demi-cercle $\mathcal{C}$ et pour laquelle $\mathcal{R}(i\Omega) = 0$ sur le diamètre de $\mathcal{C}$; pour pouvoir appliquer l'énoncé précédent, il suffit qu'il existe un domaine dont un segment ab du diamètre de $\mathcal{C}$ soit une portion de la frontière et à l'intérieur duquel on ait $\mathcal{R}(i\Omega) = -T > 0$, ce qui entraîne $V < 1$ pour les points correspondants du fluide; il résulte alors du théorème que $\mathcal{J}(i\Omega) = \Theta$ décroît constamment quand ζ décrit ab dans le sens positif.

Par conséquent, étant donné un arc PQ *d'une ligne de jet, s'il existe, dans le fluide en mouvement, un voisinage, si petit soit-il, de cet arc où l'on ait constamment* $V < 1$, *l'arc* PQ *est nécessairement concave vers le sillage; donc si en un point* P *une ligne de jet est convexe vers le sillage ou même admet une inflexion, on peut affirmer que dans tout voisinage de* P *il existe des points du fluide où* $V > 1$.

De cette remarque découle la conclusion suivante : étant donné un point P d'une ligne de jet, correspondant au point $\zeta = r\ (-1 < r < +1)$, du diamètre de $\mathcal{C}$, pour qu'il existe un voisinage de P où $V < 1$, il est nécessaire que la fonction de profil vérifie la condition

$$(1) \qquad \int_0^{\pi} \frac{\cos\sigma - 2r + r^2\cos\sigma}{(1 - 2r\cos\sigma + r^2)^2}\,\Phi(\sigma)\,d\sigma < 0.$$

En faisant $r = 0$, ce qui donne pour P le point à l'infini des lignes de jet, on retrouve précisément la condition de la Note précédente. Il est clair qu'en supposant même l'inégalité (1) vérifiée pour toutes les valeurs de r comprises entre -1 et $+1$ (ce qui entraîne la concavité des deux lignes de jet en tous leurs points) on obtient un ensemble de conditions nécessaires, mais non suffisantes, pour que dans tout le fluide $V < 1$; car même s'il y avait des points du fluide où $V > 1$, il suffirait que les lignes de jet soient bordées chacune d'une bande d'épaisseur arbitrairement petite où $V < 1$, pour que l'inégalité (1) soit vérifiée dans tout l'intervalle $-1 < r < +1$.

---

[1] Si l'arc ab est analytique et si la fonction reste régulière sur ab, le théorème est évident; dans les conditions plus larges du texte, on trouvera une démonstration simple dans G. Polya et G. Szegö, *Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis*, 2, p. 22, exerc. 129.

Mais, ainsi que l'a indiqué M. H. Villat (*Aperçus théoriques*..., p. 42), on obtient les conditions à la fois *nécessaires et suffisantes*, en adjoignant à la condition qui concerne les lignes de jet [inégalité (1) précédente] une condition concernant la valeur de $R(i\Omega)$ sur les parois solides, c'est-à-dire pour $\zeta = e^{i\sigma}$ $(0 < \sigma < \pi)$.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur le flambement des arcs encastrés à fibre moyenne parabolique très surbaissée.* Note de M. E. **Baticle**, présentée par M. Mesnager.

Considérons un arc encastré, dont la fibre neutre soit une courbe funiculaire des charges. Le moment fléchissant, dont l'expression générale est $\mu - Ax - Hy - B$, μ étant le moment de la poutre isostatique de même portée, H la poussée horizontale et A, B des constantes, est nul.

Supposons que l'arc subisse une petite déformation, y devenant $y + \eta$. Le moment fléchissant aura pour expression

$$M = \mu - (A + a)x - (H + h)(y + \eta) - (B + b),$$

qui, en négligeant $h\eta$, se réduit à

$$M = -ax - hy - b - H\eta.$$

D'où, en posant $K = EI$, l'équation différentielle

$$K\eta'' = -ax - hy - b - H\eta.$$

Admettons qu'il s'agit d'un arc très surbaissé, soumis à des charges uniformément réparties. On pourra prendre $y = \gamma x^2$, et l'on a la solution générale

$$\eta = -\frac{h}{H}\gamma x^2 - \frac{a}{H}x + 2\frac{h}{H}\frac{\gamma K}{H} - \frac{b}{H} + \alpha\cos\sqrt{\frac{H}{K}}x + \beta\sin\sqrt{\frac{H}{K}}x.$$

On a, d'autre part, les conditions $\eta_{l_0} = \eta_{l_1} = \eta'_{l_0} = \eta'_{l_1} = 0$, qui expriment la fixité et l'encastrement des retombées, ainsi que les équations générales des arcs encastrés très surbaissés

$$\int M\,dx = 0, \qquad \int Mx\,dx = 0, \qquad \int My\,dx = 0.$$

En remplaçant M par $K\eta''$ et en intégrant par parties, on trouve, compte tenu des valeurs de η et η', aux extrémités

$$\int y''\eta\,dx = 0,$$

ou, y'' étant constant,

$$\int \eta \, dx = 0.$$

On a ainsi cinq équations du premier degré en a, b, h, α, β, qui, en appelant $2d$ l'ouverture de l'arc, s'écrivent

$$\begin{aligned}
&-\frac{h}{H}\gamma d^2 + \frac{a}{H}d + \frac{h}{H}\frac{2\gamma K}{H} - \frac{b}{H} + \alpha\cos\sqrt{\frac{H}{K}}d - \beta\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d = 0,\\
&-\frac{h}{H}\gamma d^2 - \frac{a}{H}d + \frac{h}{H}\frac{2\gamma K}{H} - \frac{b}{H} + \alpha\cos\sqrt{\frac{H}{K}}d + \beta\sin\sqrt{\frac{K}{H}}d = 0,\\
&\frac{h}{H}2\gamma d - \frac{a}{H} + \alpha\sqrt{\frac{H}{K}}\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d + \beta\sqrt{\frac{H}{K}}\cos\sqrt{\frac{H}{K}}d = 0,\\
&-\frac{h}{H}2\gamma d - \frac{a}{H} - \alpha\sqrt{\frac{H}{K}}\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d + \beta\sqrt{\frac{H}{K}}\cos\sqrt{\frac{H}{K}}d = 0,\\
&-\frac{h}{H}\frac{\gamma d^3}{3} + \frac{h}{H}\frac{2\gamma K}{H}d - \frac{b}{H}d + \alpha\sqrt{\frac{K}{H}}\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d = 0.
\end{aligned}$$

Il y aura flambement, au sens d'Euler, si ce système de cinq équations linéaires et homogènes admet un système de solutions non toutes nulles. Pour cela, il faut et il suffit que le déterminant des coefficients des inconnues soit nul :

$$\begin{vmatrix}
-\gamma d^2 + 2\frac{\gamma K}{H} & d & -1 & \cos\sqrt{\frac{H}{K}}d & -\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d\\
-\gamma d^2 + 2\frac{\gamma K}{H} & -d & -1 & \cos\sqrt{\frac{H}{K}}d & +\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d\\
2\gamma d & -1 & 0 & \sqrt{\frac{H}{K}}\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d & \sqrt{\frac{H}{K}}\cos\sqrt{\frac{H}{K}}d\\
-2\gamma d & -1 & 0 & -\sqrt{\frac{K}{H}}\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d & \sqrt{\frac{H}{K}}\cos\sqrt{\frac{H}{K}}d\\
-\gamma\frac{d^3}{3} + 2\gamma\frac{Kd}{H} & 0 & -d & +\sqrt{\frac{K}{H}}\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d & 0
\end{vmatrix} = 0.$$

Des combinaisons linéaires très simples des lignes de ce déterminant permettent de le ramener au suivant :

$$\begin{vmatrix}
\frac{2}{3}\gamma d^3 & -d\cos\sqrt{\frac{H}{K}}d + \sqrt{\frac{K}{H}}\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d & 0\\
0 & 0 & \sin\sqrt{\frac{H}{K}}d - d\sqrt{\frac{H}{K}}\cos\sqrt{\frac{H}{K}}d\\
-2\gamma d & -\sqrt{\frac{H}{K}}\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d & 0
\end{vmatrix} = 0.$$

On a ainsi deux solutions

$$1^{\circ} \qquad \sin\sqrt{\frac{H}{K}}d - d\sqrt{\frac{H}{K}}\cos\sqrt{\frac{H}{K}}d = 0;$$

$$2^{\circ} \qquad -\frac{d^3}{3}\sqrt{\frac{H}{K}}\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d - d\cos\sqrt{\frac{H}{K}}d + \sqrt{\frac{K}{H}}\sin\sqrt{\frac{H}{K}}d = 0.$$

Posant $\sqrt{\frac{H}{K}}d = \varphi$, et résolvant par rapport à $\text{tang}\,\varphi$, ces deux solutions équivalent à

$$1^{\circ} \qquad \text{tang}\,\varphi = \varphi;$$

$$2^{\circ} \qquad \text{tang}\,\varphi = \frac{\varphi}{1 - \frac{\varphi^2}{3}}.$$

La première équation a une racine voisine de $\frac{3}{2}\pi$, soit $1,43\pi$; la seconde, de 2π. C'est la plus petite de ces deux valeurs de φ qui donne la condition de flambement. Elle s'écrit, en appelant l l'ouverture de l'arc,

$$\sqrt{\frac{H}{K}}\frac{l}{2} = 1,43\pi \qquad \text{ou, sensiblement,} \qquad H = 8\pi^2\frac{EI}{l^2}.$$

Nous concluons de cette formule, en la comparant à la formule d'Euler pour les poutres encastrées, que, *pour un arc encastré, l'effort normal critique est le double de celui de la poutre encastrée de même portée.*

Observations de M. **Mesnager** *au sujet de la Note de M.* Baticle.

La Note de M. Baticle donne pour les arcs très surbaissés dont l'axe est confondu avec le funiculaire des charges une démonstration simple, par une méthode analogue à celle qu'on emploie ordinairement pour l'étude du flambement des pièces rectilignes.

Son étude est présentée pour le cas de la charge uniforme suivant la corde (la courbe est alors une parabole) et dans le cas de l'encastrement des extrémités; mais il a déterminé également la solution dans le cas où les extrémités sont articulées. Ses formules sont dans le cas des arcs articulés aux deux extrémités

$$H_1 = 4\,\frac{EI\pi^2}{l^2}$$

et dans le cas des arcs encastrés aux deux extrémités

$$H_2 = 8\frac{EI\pi^2}{l^2};$$

H étant la poussée et l la longueur de l'arc. Il est à remarquer que ces formules sont celles qui correspondent au flambement de la même pièce droite assujettie à passer par un point fixe situé au milieu de la portée. Il est intéressant de généraliser ces résultats.

Pour qu'un arc soit à la limite de flambement, il faut et il suffit qu'on puisse trouver une seconde forme d'équilibre infiniment voisine, passant par les mêmes extrémités, sans rien changer aux forces extérieures.

Étant donnée une voûte soumise sur son extrados à une pression uniforme, la courbe funiculaire est une circonférence. On sait que si l'on donne des déplacements w très petits le long du rayon, comptés positifs vers le centre

$$(1) \qquad \left(w + \frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}\right)\frac{1}{r^2} = \frac{M}{EI} = -\frac{Pw}{EI},$$

P étant la force agissant suivant la circonférence.

D'autre part on sait que, lorsque les déplacements w sont tels que $\frac{\partial w}{\partial\theta}$ reste très petit, la variation de longueur de la courbe est $\int w\,d\theta$, donc la déformation de flambement doit satisfaire à

$$(2) \qquad \int_0^\alpha w\,d\theta = 0,$$

α étant l'angle au centre de l'arc. Pour que cela puisse avoir lieu il faut que partie des w soient positifs, partie négatifs, donc entre ses appuis la voûte doit recouper la circonférence primitive au moins en un point intermédiaire.

En intégrant l'équation (1) exactement comme celle de la pièce droite chargée debout articulée à ses extrémités, et tenant compte de (2), on trouve que la plus petite valeur de P satisfaisant aux conditions du problème est

$$(3) \qquad P = \frac{4EI\pi^2}{l^2}\left(1 - \frac{\alpha^2}{4\pi^2}\right),$$

l étant la longueur développée de l'intrados, $\alpha r = l$. Le recoupement a lieu au sommet de l'arc.

Si la voûte est large et astreinte à conserver rectilignes les parallèles

à l'axe, on introduit le facteur $1-\sigma^2$ comme dans les plaques :

$$(4) \qquad P = \frac{4EI\pi^2}{l^2(1-\sigma^2)}\left(1-\frac{\alpha^2}{4\pi^2}\right).$$

Dans le cas de voûte encastrée à ses extrémités, en suivant des raisonnements identiques à ceux qui donnent la formule de la pièce encastrée à ses extrémités assujettie à passer par un point fixe intermédiaire, condition imposée par (2), on trouve les formules précédentes dans lesquelles $4EI\pi^2$ est remplacé par $8EI\pi^2$.

Ces formules sont d'accord avec celles de Maurice Levy (1) et de Timochenko (2).

Contrairement donc à ce qui est généralement admis, la voûte articulée ou encastrée aux naissances, qu'elle soit ou non articulée au sommet, ne flambe que sous une réaction des appuis égale à $\left(1-\frac{\alpha^2}{4\pi^2}\right)$ de celle sous laquelle flamberait la pièce droite de même section et de longueur égale au développement de la courbe moyenne, assujettie à passer par un point fixe au milieu de sa longueur et maintenue à ses extrémités de la même façon que la voûte.

ASTRONOMIE. — *Sur la rotation de la galaxie.* Note (3) de M. **H. Miveur**, présentée par M. Deslandres.

1. Nous nous étions proposé de vérifier les beaux résultats obtenus par Oort (4) et par Plaskett (5) sur la rotation de la galaxie.

Ces astronomes, dans l'intention de vérifier la théorie de Lindblad, ont étudié les vitesses radiales des étoiles situées dans le plan galactique et sont parvenus à cette conclusion que la galaxie est animée d'une rotation autour d'un axe perpendiculaire à son plan de symétrie et situé dans la direction de la constellation du Sagittaire. Les astres utilisés étaient pour la plupart des étoiles faibles.

Notre étude nous a conduit à un résultat différent; nous allons exposer dans leurs grandes lignes notre méthode et nos conclusions.

---

(1) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 3e série, 10, 1884, p. 5.

(2) *Annales des Ponts et Chaussées*, 1913, III, p. 558.

(3) Séance du 7 janvier 1929.

(4) Oort, *Bulletin of the astronomical Institutes of the Netherlands*, no 132, p. 79 à 89, et no 133, p. 91 à 94.

(5) Plasquett, *Monthly Notices of the royal Society*, t. 88, Mars 1928, p. 395.

2. Nous avons d'abord calculé théoriquement l'effet de la rotation galactique sur les vitesses radiales. Supposons que la galaxie tourne autour d'un axe et que la vitesse angulaire d'une étoile soit fonction de sa distance ρ à l'axe et de sa cote ζ au-dessus d'un plan perpendiculaire à cet axe :

$$\Omega = C + A\rho + B\zeta + \ldots.$$

Désignons par V la vitesse radiale moyenne des étoiles situées dans la direction de cosinus α, β, γ. V est fonction de α, β, γ; développons cette fonction en série suivant les puissances de ces variables :

$$V = K + \varphi_1(\alpha, \beta, \gamma) + r\varphi_2(\alpha, \beta, \gamma) + \ldots.$$

r désigne la distance moyenne des étoiles. Les termes du premier degré φ_1 traduisent le mouvement du Soleil, les termes du second degré φ_2 traduisent la rotation galactique, cette forme φ_2 a pour expression

$$\varphi_2 = \psi_1 . \psi_2,$$

ψ_1 et ψ_2 étant deux formes linéaires. Le plan $\psi_1 = 0$ passe par le Soleil et l'axe de rotation, le plan $\psi_2 = 0$ est perpendiculaire au premier.

3. Nous avons utilisé 2149 vitesses radiales extraites du catalogue de l'Observatoire Lick, nous avons divisé le ciel en 96 régions pour chacune desquelles nous avons formé V et r. Par la méthode des moindres carrés nous en avons déduit :

$$100\,\varphi_2(x, y, z) = +0,1583x^2 - 1,2150y^2 + 1,4365z^2 + 0,7546yz$$
$$-3,2616zx - 3,8818xy$$

(coordonnées équatoriales).

Si cette forme se décompose comme nous le prévoyons au paragraphe 2, son équation en S doit avoir une racine nulle et deux racines opposées; or ces racines sont :

$$S_1 = +0,0109, \qquad S_2 = +3,0684, \qquad S_3 = -2,6995.$$

Cette vérification nous semble satisfaisante.

4. Nous avons déterminé les directions principales de φ_2, et nous avons ainsi été conduits à considérer les axes :

	Ox'.	Oy'.	Oz'.
Longitude galactique........	231°47′	324°23′	322°36′
Latitude galactique.........	+0°27′	+80°1′	−11°12′

φ_2 a pour expression, par rapport à ces axes,

$$100\varphi_2 = +0{,}0111x'^2 + 0{,}1851y'^2 + 0{,}1818z'^2 - 5{,}7606y'z' - 0{,}0206z'x' - 0{,}0125x'y'.$$

On peut donc supposer que

$$109\varphi_2 = -5{,}8y'z'.$$

5. Ces résultats peuvent s'interpréter de diverses manières. L'une de ces interprétations est la suivante :

L'ensemble des étoiles visibles à l'œil nu est animé d'une rotation autour d'un axe situé dans une direction voisine de Ox', c'est-à-dire dans la constellation de la Carène. Or c'est précisément dans cette direction qu'on place d'ordinaire le centre de l'amas local dont le Soleil fait partie.

Ce résultat est différent de celui de Oort et de Plaskett, sans que pour cela la conciliation entre ces deux résultats soit impossible. En effet Oort et Plaskett ont étudié des astres très éloignés du Soleil et n'appartenant pas à l'amas local, la rotation qu'ils ont mise en évidence est donc celle de la galaxie. Sans doute avons-nous mis en évidence la rotation de l'amas local.

6. Prenons comme unités le km/sec. et le parsec, et appelons r_0 la distance du Soleil à l'axe de rotation, on a

$$Ar_0 = -0{,}011, \qquad Br_0 = -0{,}055.$$

GÉODÉSIE. — *Sur l'ellipticité de l'équateur terrestre.* Note de M. **Mario Bossolasco**, présentée par M. G. Perrier.

J'ai énoncé (¹) sans démonstration, le résultat suivant : *l'ellipse équatoriale déduite des mesures gravimétriques doit être allongée, non dans la direction du méridien de Greenwich, mais dans la direction exactement normale*, sans altération de forme. Je reviens sur le même sujet pour justifier l'exactitude de mon affirmation qui vient d'être mise en doute par M. T. Banachiewicz (²): celui-ci s'appuie sur des considérations bien connues (³), mais

(¹) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 814.
(²) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 46.
(³) Cf. par exemple F.-R. Helmert, *Höhere Geodäsie*, Leipzig, Teubner, 2, 1884, p. 245.

qui ne sont pas applicables au problème de l'ellipticité de l'équateur, en raison d'une hypothèse simplificatrice qu'on n'a pas le droit d'introduire.

Le développement en série de fonctions sphériques (polynomes de Legendre P_n) du potentiel de la pesanteur W en un point $P'(r', \varphi', \lambda')$, extérieur au géoïde, a pour point de départ la formule suivante, *valable seulement pour* $r' > r$:

$$(1)\qquad \frac{1}{e} = \frac{1}{r'}\left\{ P_0 + \frac{r}{r'}P_1 + \left(\frac{r}{r'}\right)^2 P_2 + \left(\frac{r}{r'}\right)^3 P_3 + \ldots \right\},$$

où e représente la distance entre P′ et un point quelconque P intérieur à la masse du géoïde, placé à la distance r de l'origine O (centre de la Terre). De la condition limitative $r' > r$, on déduit que les expressions théoriques généralement usitées pour le potentiel W et la gravité g à la surface du géoïde ne représentent effectivement ces valeurs qu'aux points les plus éloignés du centre, c'est-à-dire aux extrémités du plus grand axe a. Lorsque la position de P′ sur le géoïde est quelconque il faut donc utiliser une autre représentation analytique de W et de g; en désignant par I et E respectivement les deux parties du géoïde découpées par la sphère de rayon $OP' = r'$ et de centre O, on voit que l'on doit poser :

$$(2)\qquad W(P') = \frac{f}{r'}\left[\int_I dm + \frac{1}{r'}\int_I P_1 r\,dm + \frac{1}{r'^2}\int_I P_2 r^2\,dm + \ldots\right] + f\left[\int_E \frac{dm}{r} + r'\int_E \frac{P_1\,dm}{r^2} + r'^2\int_E \frac{P_2\,dm}{r^3} + \ldots\right] + \frac{1}{2}\omega^2 r'^2 \cos^2\varphi'.$$

Cette relation peut par exemple être utilisée pour obtenir la loi exacte des variations de la pesanteur le long de l'équateur terrestre supposé elliptique; en particulier, si l'on désigne par g_b l'intensité de la pesanteur aux extrémités du petit axe, de longueur $2b\,(\lambda = 90^\circ)$, de l'ellipse équatoriale, la relation (2) conduit à une valeur de g_b dont le terme principal dépendant de la longitude est *positif*, tandis que le terme analogue contenu dans l'expression inexacte de g_b, généralement employée, est *négatif*.

Avant de comparer les valeurs de g_a et g_b, on doit égaler l'expression du potentiel W_a en un point situé à une extrémité du plus grand axe avec celle W_b en un point situé à l'extrémité du petit, ce qui exprime que le géoïde est une surface de niveau. Au moyen de l'égalité obtenue, on peut transformer l'expression de g_b, qui, réduite aux termes principaux, devient

$$(3)\qquad g_b = \frac{3M_i f}{b^2} + \frac{2f}{b}\int_E \frac{dm}{r} - \frac{2Mf}{ab} - \frac{3}{2}\frac{f}{a^3 b}(B - A) + \ldots.$$

où M désigne la masse totale du géoïde, M_i celle de la partie I, A et B les moments principaux équatoriaux d'inertie ($A < B$). En prenant pour g_a l'expression connue, de la relation (3) on déduit $g_b > g_a$, a étant plus grand que b.

Je terminerai en rappelant que les valeurs g_a, g_b, g_c de l'intensité de la pesanteur aux extrémités des trois axes du géoïde assimilé à un ellipsoïde sont liées par la relation *exacte* suivante, due à Pizzetti [1] :

$$\frac{g_a}{a} + \frac{g_b}{b} + \frac{g_c}{c} = 4\pi f k - 2\omega^2.$$

En prenant $k = 5{,}513$ comme valeur le plus probable de la densité moyenne k de la Terre [2], $g_c = 983{,}232$, $c = 6356912^{m}$, on obtient

$$\frac{g_a}{a} + \frac{g_b}{b} = 30670 . 10^{10}.$$

Avec les valeurs de g_a, g_b, a, b, tirées des formules empiriques donnant la gravité normale, on peut alors vérifier que, dans l'hypothèse $a > b$, l'inégalité $g_b > g_a$ conduit à une valeur numérique de $\frac{g_a}{a} + \frac{g_b}{b}$ plus voisine de celle ci-dessus que de celle obtenue si l'on avait $g_b < g_a$.

PHYSIQUE. — *Enregistrement photographique d'une vitesse angulaire. Application aux mesures balistiques.* Note [3] de M. **A. Guillet**, présentée par M. A. Cotton.

Dans les appareils destinés aux mesures balistiques la donnée expérimentale immédiate est toujours l'angle Θ dont tourne l'organe mobile, percuté au repos dans sa position d'équilibre.

Je me propose d'indiquer ici une technique différente, que j'ai appliquée autrefois au galvanomètre à cadre mobile dans le but d'en faire un compteur d'énergie électrique [4]. Le cadre fut successivement suspendu : à un fil de torsion, à un fil sans torsion, c'est-à-dire libéré de toute action directrice comme on le fait aujourd'hui dans le fluxmètre, puis enfin sous-

(1) *Principi della teoria meccanica della figura dei pianeti*, p. 73, Pisa, 1913.
(2) Cf. J. Zenneck, *Gravitation* (*Encycl. Mathém.*, 5, 1903, p. 41).
(3) Séance du 7 janvier 1929.
(4) *Comptes rendus*, 130, 1900, p. 1549.

trait à l'amortissement électromagnétique; d'où six cas possibles au point de vue mécanique. Il est à remarquer que dans tous ces cas la vitesse angulaire initiale ω_0 de l'équipage percuté est la même : en effet le cadre étant d'abord immobile, ni l'action directrice, ni l'amortissement ne peuvent alors intervenir. La vitesse angulaire ω_0 dépend donc seulement des conditions qui définissent la percussion, alors que l'angle d'impulsion Θ dépend à la fois de ces conditions et de celles qui règlent le mouvement ultérieur du cadre.

Les équations électromécaniques, bien connues, à résoudre, sont :

$$(1) \qquad \mathcal{J}\frac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta = S\varphi i; \qquad Ri = e - \frac{L\,di}{dt} - S\varphi\frac{d\theta}{dt}.$$

On en tire

$$\omega_0 = \frac{S\varphi}{R\mathcal{J}}\int e\,dt.$$

Le calcul de l'intégrale $\int e\,dt$, et par suite la mesure des diverses grandeurs électriques, de mêmes dimensions, qu'elle peut représenter, est donc ramené à la mesure d'une vitesse angulaire ω_0.

Pour enregistrer photographiquement cette vitesse, un film circulaire a été substitué à la règle transparente Carpentier dans le dispositif qui sert habituellement au relevé de l'angle Θ; d'autre part, la lumière de la source employée, au lieu d'éclairer d'une manière permanente la fenêtre O placée dans le plan du centre du miroir de rayon R, dont l'image O' se forme sur le film, l'éclaire périodiquement à la fréquence N et pendant des instants très courts. Ces conditions sont aisément réalisées par l'emploi d'un diapason de fréquence N : 2 dont les branches portent chacune un disque percé au centre d'un très petit trou. Ces disques ont leurs plans parallèles et voisins; les trous fortement éclairés (arc, pointolite, etc.) sont en regard lorsque le diapason est au repos. Si, lorsque le diapason vibre l'équipage est en mouvement, on obtiendra au développement du film une succession de points dont les distances s mesurent les déplacements du spot pendant des durées égales à N^{-1} et par suite les vitesses angulaires correspondantes de l'équipage : $\omega = \frac{sN}{2R}$.

Comme le porte-film peut être déplacé micrométriquement à l'intérieur de la boîte fermée qui le contient, il est facile de faire servir un même film à un grand nombre de mesures de ω (diapason en mouvement), ou de Θ (diapason au repos).

Pour réaliser rapidement au laboratoire le cas $C = O$, au lieu de monter le cadre sur pivot on le suspend à un fil de cocon et l'on immerge les extrémités de son circuit, ramenées suivant l'axe du cadre, dans le mercure que contiennent deux larges godets disposés sur le prolongement du fil de suspension. Une fourchette permet d'amener le cadre toujours dans une même position, c'est-à-dire le spot en un même point. Si on laisse subsister l'amortissement les équations à vérifier sont, f étant le coefficient du terme amortissant,

$$\omega = \omega_0 e^{-\frac{f}{\mathcal{J}}t} \quad \text{et} \quad \Theta = \frac{\mathcal{J}}{f}\omega_0\left(1 - e^{-\frac{f}{\mathcal{J}}t}\right),$$

d'où l'azimut limite

$$\Theta_l = \frac{\mathcal{J}}{f}\cdot\omega_0.$$

L'intégration de l'équation (1), entre les deux positions de repos du cadre, conduit à cette même formule, mais l'instantanéité d'évolution de l'action motrice n'est plus alors nécessaire (¹). Pour supprimer l'amortissement il faut, à l'aide d'organes faciles à imaginer, ouvrir automatiquement le circuit avant tout déplacement sensible du cadre, ou supprimer à temps le champ impulsant φ. La rotation est alors uniforme.

Les photographies doivent être examinées en correspondance avec les lois d'évolution propres à chaque cas, et qu'il est facile d'expliciter. Les expériences de contrôle ont été réalisées plus spécialement avec l'équipage non dirigé et sans amortissement.

Il est évident que cette sorte de « règle photobalistique » permet de constater les variations de vitesse d'un rotor quelconque et d'en mesurer les causes.

ÉLECTRONIQUE. — *La théorie électronique des métaux, d'après Sommerfeld, et le libre parcours moyen des électrons.* Note de M. L. **Brillouin**, présentée par M. M. Brillouin.

Sommerfeld a obtenu des résultats remarquables, en poursuivant l'application de la statistique de Fermi aux électrons libres dans les métaux (²). Pour compléter cette théorie, il fallait calculer le libre parcours moyen des

(¹) A. Cotton, *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 21, 1927, p. 157.

(²) Sommerfeld, *Zts. f. Phys.*, 47, 1928, p. 1.

électrons, c'est ce qu'ont fait Houston, Frenkel et Mirolubow [1]. Ces auteurs s'appuient sur la mécanique ondulatoire, et remplacent un faisceau d'électrons par une onde plane ψ; puis ils étudient la diffusion de cette onde par suite de l'agitation thermique des atomes du métal. Les méthodes sont calquées sur celles qui permettent d'évaluer la diffusion de la lumière ou des rayons X dans un cristal.

Il suffit de noter cette similitude des deux calculs pour apercevoir aussitôt leur point faible. Les résultats ne peuvent être semblables pour la lumière, qui obéit à la statistique de Bose-Einstein, et pour les électrons qui suivent la statistique de Fermi et sont soumis au principe de Pauli.

Considérons une onde (lumière ou onde de de Broglie), de direction D et fréquence ν connues, et cherchons l'intensité de l'onde diffusée dane une direction D′, avec une fréquence ν' (qui peut être égale à ν ou en différer). Les calculs précédents donnent un résultat correct, aussi longtemps qu'il n'existe aucune autre onde semblable traversant simultanément les corps diffuseurs. Mais s'il y a, préalablement à la diffusion, une autre onde de fréquence ν', se propageant justement dans la direction D′, l'intensité de l'onde diffusée est modifiée. Dans le cas de la lumière, l'intensité de l'onde diffusée est multipliée [2] par

$$1+\frac{B}{A}\rho'=1+\frac{C^3}{8\pi h\nu'^3}\rho'=1+n', \tag{1}$$

où A et B sont les coefficients d'Einstein; ρ' la densité d'énergie de l'onde préexistante D′, ν'; et n' représente le nombre de photons par case d'extension en phase, correspondant à ρ', D′, ν'.

Si l'onde est une onde cathodique ψ, guidant des électrons soumis au principe de Pauli [3], l'intensité de l'onde diffusée sera multipliée par $1-n'$. Si l'onde préexistante ρ', D′, ν' a une intensité assez grande pour correspondre à $n'=1$, la diffusion sera impossible; en effet, $n'=1$ correspond à la présence d'un électron par cellule d'extension en phase, dans la direction D′, avant la diffusion; le principe de Pauli interdit alors à la diffusion d'ajouter des électrons dans ces cellules déjà complètes.

Cette correction modifie profondément les résultats. Soit $l_0(\varepsilon)$ le libre

---

(1) HOUSTON, *Zts. f. Phys.*, **48**, 1928, p. 449. — FRENKEL, *Ibid.*, **47**, 1928, p. 819. — FRENKEL et MIROLUBOW, *Ibid.*, **49**, 1928, p. 885.

(2) A. EINSTEIN, *Phys. Zeits.*, **18**, 1917, p. 21.

(3) L. BRILLOUIN, *Ann. de Phys.*, **7**, 1927, p. 315. — W. BOTHE, *Zts. f. Phys.*, **46**, 1928, p. 327.

parcours moyen des électrons d'énergie ε, tel qu'il résulterait des calculs de Houston ou Frenkel; le libre parcours réel sera

$$l = \frac{l_0}{1 - n'} = l_0 \frac{e^{\alpha+u} + 1}{e^{\alpha+u}}, \tag{2}$$

car on a, dans le métal, d'après Fermi ou Sommerfeld,

$$n' = \frac{1}{e^{\alpha+u} + 1}, \qquad u = \frac{\varepsilon}{kT}. \tag{3}$$

Pour obtenir les conductibilités électriques ou calorifiques, il faut, d'après Sommerfeld, calculer diverses intégrales du type suivant :

$$V_{k-1} = \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial u}(u^k l) \frac{du}{e^{\alpha+u} + 1}. \tag{4}$$

La méthode de calcul de Sommerfeld n'est valable que si l varie lentement au voisinage du point $u = -\alpha$; la fonction l_0 remplit bien cette condition mais notre $l(2)$ n'y satisfait pas. Une intégration par parties nous donnera

$$V_{k-1} = \int_0^\infty u^k l_0 \frac{du}{e^{\alpha+u} + 1} \approx \int_0^{-\alpha} u^k l_0 \, du + \frac{\pi^2}{6}\left(\frac{\partial}{\partial u} u^k l^0\right)_{u=-\alpha} \cdots \tag{5}$$

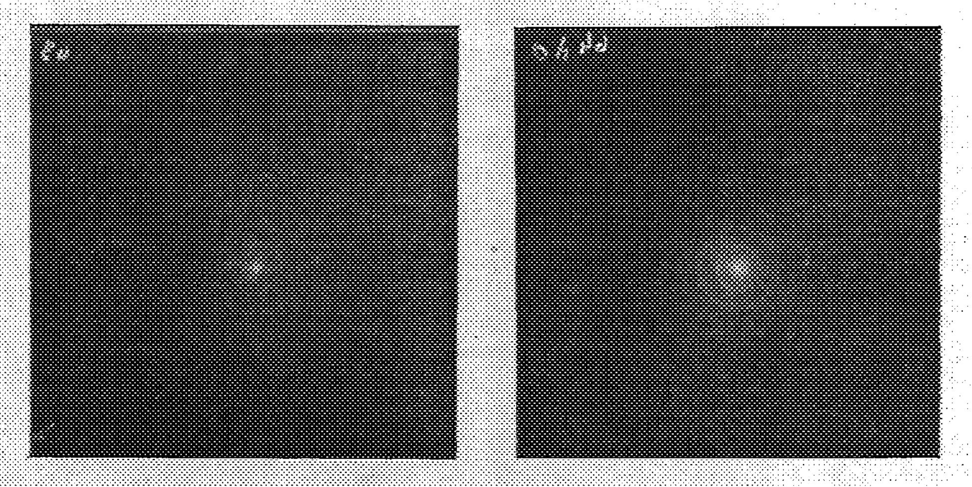
en utilisant sur (5) une méthode approchée semblable à celle de Sommerfeld.

Malheureusement ces formules détruisent la démonstration de la loi de Wiedemann-Franz.

PHYSIQUE. — *La diffraction des électrons par des poudres cristallines. Analyse électronique.* Note de M. M. **Ponte**, présentée par M. Ch. Fabry.

J'ai observé que les électrons peuvent donner des phénomènes de diffraction avec des poudres cristallines, en utilisant un montage analogue au montage classique de l'étude des poudres par les rayons X. Les expériences ont été réalisées avec de l'oxyde de zinc. Un faisceau cathodique étroit, issu d'une cathode chaude, tombe sur un fil métallique mince recouvert d'une faible couche d'oxyde de zinc ou sur le bord d'un diaphragme sur lequel a été formé l'oxyde; il peut également traverser un « tissu » d'oxyde de zinc, formé sans support. J'ai obtenu ainsi, pour des tensions de 7, 6; 11, 17; 13,92 et 17,25 kilovolts de beaux anneaux de diffraction cristal-

line, dont les figures donnent des exemples; pour 17,25 kilovolts, le cliché original révèle une vingtaine d'anneaux.



Tissu d'oxyde de zinc.
V = 13,92 kilovolts V = 17,25 kilovolts.
Distance plaque-tissu : 80mm.

Le système des distances réticulaires de l'oxyde de zinc peut se calculer à partir de sa structure (système hexagonal : groupe C_{6v}^{4}; $a = 3,25$; $c = 5,25$ angströms (1). Les distances réticulaires qui correspondent aux anneaux observés, calculées à partir de la loi de Bragg et de la loi de Louis de Broglie $\lambda = \frac{h}{mv}$, ne s'écartent pas des premières de plus de 1 pour 100 pour les anneaux que l'on peut pointer avec précision et de plus de 2 pour 100 pour ceux qui sont moins intenses. La loi de Louis de Broglie est donc vérifiée à cette précision, sans indice, de $\lambda = 140,6$ à $93,4$ u.X. Certaines questions d'intensité restent à élucider.

Le tableau suivant donne quelques-uns des résultats fournis par des anneaux pointés à 0,40 pour 100 environ :

Distance réticulaire observée.	V = 13,92 kilovolts; $\lambda = 103,8$ u.X.	—	1,918	1,604	1,487	1,387
Id.	V = 17,25 kilovolts; $\lambda = 93,4$ u.X.	2,816	1,918	1,627	1,480	1,380
Distances réticulaires de l'oxyde de zinc.	....	2,815	1,916	1,62	1,482	1,380
	....	$(10\bar{1}0)$	$(10\bar{1}2)$	$(11\bar{2}0)$	$(10\bar{1}3)$	$(11\bar{2}2)$

(1) *International critical Tables*, 1, 1re édition, 1926, p. 342.

Les expériences précédentes montrent la possibilité de l'étude du réseau cristallin d'une substance par les électrons, tout comme par les rayons X, sans qu'il soit besoin d'une technique délicate comme celle de la préparation des lames minces de Thomson [1] et Rupp [2].

L'analyse électronique présente l'avantage de donner en peu de temps (1 heure à 1 heure et demie dans les expériences précédentes), avec une dépense d'énergie très faible (35 watts dans le tube pour $V = 17$ kilovolts), tout le diagramme cristallin de la substance sur une plaque de faibles dimensions, la précision du dépouillement pouvant se faire à 2 pour 100 dans un cas analogue au présent.

Les expériences peuvent réussir avec une quantité très faible d'oxyde de zinc : l'analyse électronique doit être un procédé fécond d'étude des phénomènes superficiels. Dans cet ordre d'idées, en faisant diffracter des électrons de 9 kilovolts environ par des lames d'or très minces (constellées de trous), nous avons observé trois anneaux très faibles dus aux plans 111, 100, 110 de l'or et, plus près du centre, un anneau intense dont la distance réticulaire, mesurée pour diverses tensions, était 4,20 angströms en moyenne. Or la graisse des rodages analysée aux rayons X ($K\alpha$ du cuivre) révèle une forte raie pour 4,24 angströms, due à la paraffine. Il ne semble pas douteux que les électrons aient mis ainsi en évidence un film très mince de paraffine qui s'est déposé dans le vide sur la feuille d'or et qu'il eût probablement été difficile de déceler autrement.

La méthode décrite dans cette Note doit pouvoir s'appliquer également aux ions positifs et montrer si ceux-ci sont également accompagnés d'une onde associée.

OPTIQUE. — *Biréfringence et dichroïsme des couches minces de fer obtenues par distillation.* Note de M. Marcel Cau, présentée par M. A. Cotton.

J'ai signalé précédemment que les couches de fer obtenues par distillation d'un fil de fer chauffé électriquement sont biréfringentes et dichroïques [3]. J'ai indiqué l'expérience qui permet de constater clairement ces effets : si un faisceau de lumière monochromatique rectilignement polarisée tombe

(1) G. P. Thomson, *Proceedings of the Royal Society*, A, 117, 1928, p. 602.
(2) E. Rupp, *Annalen der Physik*, 85, 1928, p. 981.
(3) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1293, et 188, 1929, p. 57.

normalement sur une telle lame, la vibration transmise possède, en général, une ellipticité E et a tourné d'un angle R par rapport à la vibration incidente. R et E sont nuls lorsque l'*axe* de la lame (défini dans la première Note) est parallèle ou perpendiculaire à la direction de la vibration incidente, la région utilisée étant dans la zone axiale : cela montre que les directions principales de la biréfringence et du dichroïsme coïncident. L'expérience montre que les variations de R et de E en fonction de l'azimut A de l'axe de la lame par rapport à la direction de la vibration incidente sont bien représentées par des sinusoïdes concordantes : ce n'est qu'une *première approximation* valable dans les limites de précision des mesures quand les effets sont assez petits.

Je me propose d'indiquer les formules *exactes* représentant l'effet sur une vibration rectiligne d'une biréfringence et d'un dichroïsme rectilignes simultanés et de mêmes directions principales, d'en déduire les formules de deuxième approximation et de montrer que les mesures sont bien d'accord avec ces formules.

Formules exactes. — Soient δ le retard relatif subi par la composante de vibration parallèle à l'axe, k le rapport du facteur de transmission de cette composante à celui de la composante normale. Analytiquement ou mieux en utilisant la représentation sphérique de Poincaré, on établit les formules rigoureuses

$$\sin 2E = \frac{2k \operatorname{tang} A}{k^2 + \operatorname{tang}^2 A} \sin \delta; \tag{1}$$

$$\operatorname{tang} 2(A - R) = \frac{2k \operatorname{tang} A}{k^2 - \operatorname{tang}^2 A} \cos \delta. \tag{2}$$

Leur forme se simplifie et révèle mieux la période de l'effet complexe en fonction de A si l'on pose $k = \frac{1+h}{1-h}$; on obtient :

$$\sin 2E = \frac{(1-h^2) \sin \delta \sin 2A}{1 + h^2 + 2h \cos 2A}; \tag{3}$$

$$\operatorname{tang} 2(A - R) = \frac{(1-h^2) \cos \delta \sin 2A}{(1+h^2) \cos 2A + 2h}; \tag{4}$$

d'où l'on tire aisément l'expression complète de tang 2R.

Formules approchées. — 1° Si les effets sont très petits, on peut traiter h, δ et par suite R et E comme des infiniment petits de même ordre; en conservant seulement les termes principaux des formules (3) et (4) on

obtient :

(5) $$R = h \sin 2A;$$

(6) $$E = \frac{1}{2} \delta \sin 2A.$$

2° Si les mesures sont assez précises et les effets assez importants, il faudra conserver les *termes du second ordre*, qui ne seront plus négligeables et l'on obtiendra :

(7) $$R = h \sin 2A - \frac{1}{2}\left(h^2 - \frac{\delta^2}{4}\right)\sin 4A;$$

(8) $$E = \frac{\delta}{2} \sin 2A - \frac{\delta}{2} h \sin 4A.$$

Les courbes représentant les variations de R et de E en fonction de A ne sont plus sinusoïdales : il faut ajouter aux seconds membres des formules (5) et (6) des termes correctifs de fréquence double.

Vérification expérimentale. — J'ai préparé une couche présentant des effets importants en produisant le dépôt sur une lamelle placée très près du fil générateur; la zone utilisable sensiblement uniforme était très étroite. Le tableau suivant contient, pour des azimuts A répartis de 15 en 15° sur un demi-tour, les valeurs observées de R et de E, les valeurs R_c et E_c calculées par les formules de première approximation, les écarts ΔR et ΔE entre les deux séries, et les termes correctifs de deuxième approximation ΔR_c et ΔE_c.

Lame J 18. — Épaisseur, 76 mμ; densité optique, 1,35 pour $\lambda = 546$.

Valeurs calculées avec $h = 0,02412$, $\frac{\delta}{2} = 49',25 = 0,01432$ radian.

A (°).	R_{obs} (').	E_{obs} (').	R_c (').	E_c (').	ΔR.	ΔE.	ΔR_c.	ΔE_c.
− 2,5	− 7,4	− 3,3	− 7,2	− 4,3	−0,2	+1,0	+0,11	+0,21
+12,5	+34,8	+19,4	+35,0₅	+20,8	−0,2₅	−1,4	−0,50	−0,91
27,5	67,5	38,3	67,9	40,3₅	−0,4	−2,0₅	−0,61	−1,12
42,5	83,2	48,6	82,6	49,0₅	+0,6	−0,4₅	−0,11	−0,21
57,5	75,7	46,3	75,1	44,6₅	+0,6	+1,6₅	+0,50	+0,91
72,5	48,0	29,9	47,5₅	28,2₅	+0,4₅	+1,6₅	+0,61	+1,12
87,5	+ 7,0	+ 4,6	+ 7,2	+ 4,3	−0,2	+0,3	+0,11	+0,21
102,5	−35,9	−21,6	−35,0₅	−20,8	−0,8₅	−0,8	−0,50	−0,91
117,5	−70,4	−42,5	−67,9	−40,3₅	−2,5	−2,1₅	−0,61	−1,12
132,5	−82,1	−49,5	−82,6	−49,0₅	+0,5	−0,4₅	−0,11	−0,21
147,5	−74,1	−43,3	−75,1	−44,6₅	+1,0	+1,3₅	+0,50	+0,91
162,5	−46,6	−26,2	−47,5₅	−28,2₅	+0,9₅	+2,0₅	+0,61	+1,12

Si l'on trace les diagrammes représentant les variations des écarts calculés et observés en fonction de A, on voit que l'introduction des termes correctifs théoriques est justifiée par l'expérience. Il subsiste cependant encore quelques différences, mais, à une exception près, elles ne dépassent pas 1' et peuvent être attribuées aux erreurs d'expériences.

OPTIQUE. — *Les radiations secondaires dans la lumière diffusée par le quartz.* Note de M. **Jean Cabannes**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans une Note récente sur la polarisation des radiations secondaires diffusées par les liquides (¹), j'ai suggéré que l'action de la lumière sur une molécule devait dépendre de son orientation (²). J'ai été amené, pour vérifier cette hypothèse, à étudier les cristaux, où les molécules sont orientées suivant un petit nombre de directions fixes. Les expériences ont été faites sur le quartz.

1° *Les spectres de diffusion*, obtenus par Daure, *comprennent toujours les mêmes radiations, quelle que soit l'orientation du cristal.* Landsberg et Mandelstamm avaient déjà signalé ce fait (³). Voici, évaluées en nombre d'ondes par centimètre, les diminutions ou augmentations de fréquence, *indépendantes de la radiation excitatrice :*

$$n = \pm 129; \quad \pm 208; \quad \pm 267; \quad -357; \quad -403; \quad \pm 467,5; \quad -700; \quad -796; \quad -1062; \quad -1165; \quad -1287.$$

Si l'on introduit les fréquences fondamentales

$$\nu_1 = 117,6; \quad \nu_2 = 129,0; \quad \nu_3 = 67,35,$$

les n observés sont égaux à

$$\pm\nu_2; \quad \pm 3\nu_3; \quad \pm 4\nu_3; \quad -3\nu_1; \quad -6\nu_3; \quad \pm 4\nu_1; \quad -6\nu_1; \quad -12\nu_3; \quad -9\nu_1; \quad -9\nu_2; \quad -10\nu_2.$$

(¹) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 654. Je dois rectifier ici une erreur qui s'était glissée dans cette Note : la théorie électromagnétique de Maxwell-Lorentz ne donne une dépolarisation de 6/7 que si la radiation secondaire envisagée provient d'une *rotation* de la molécule; la dépolarisation des radiations dues aux *vibrations* intramoléculaires dépend de la structure de la molécule et peut varier d'une radiation à une autre.

(²) Une hypothèse analogue avait déjà permis d'expliquer la polarisation de fluorescence. Cf. Francis Perrin, *Journal de Physique*, **7**, 1926, p. 390.

(³) *Zeitschrift für Physik.*, **50**, 1928, p. 772.

les radiations les plus intenses sont

$$-467{,}5 \text{ (largeur } 1{,}5 \text{ Å)}, \quad -208 \text{ (largeur } 4 \text{ Å)} \quad \text{et} \quad \pm 129.$$

2° Les mesures de polarisation m'ont donné des résultats inattendus. Soient trois axes rectangulaires Oxyz (Ox, rayon incident; Oy, rayon diffusé); soit une radiation secondaire n; soient I et i les intensités de cette radiation, dédoublée par un wollaston qui sépare la composante parallèle à Oz de la composante parallèle à Ox.

a. L'axe du cristal étant normal aux deux rayons incident et diffusé, les raies $\pm 467{,}5$ et les bandes ± 208 sont à peu près complètement polarisées suivant Oz ($\rho = \frac{i}{I} \leqq 0{,}05$), et *la raie* -267 *paraît complètement polarisée à 90° des premières* ($p = \infty$) [1]. Ce dernier résultat est nouveau (dans les liquides étudiés jusqu'ici j'ai toujours trouvé $p \leqq 1$); cependant il n'est pas tout à fait inexplicable : des vibrateurs linéaires doivent donner une vibration i supérieure à I s'ils sont sensiblement parallèles à Ox.

b. Mais, *si l'on amène l'axe du quartz à coïncider avec* Ox, on s'attend à trouver une permutation des intensités I et i : or *l'état de polarisation des raies secondaires que nous venons de citer ne change pas* [2]. Il reste encore le même lorsqu'on fait tourner l'axe du cristal de 30°, dans le plan yOz, à partir de Oz [3].

D'après le principe de correspondance, l'effet de polarisation de la lumière émise dépend de la nature et de l'orientation du vibrateur qui l'émet. Or ce vibrateur, supposé linéaire, ne peut pas être à la fois parallèle et perpendiculaire à l'axe optique. Il faut donc, semble-t-il, qu'un certain nombre de vibrateurs se groupent en un système possédant la symétrie du cristal, pour émettre des vibrations concordantes dont la composante i ou I (suivant les cas) est détruite par interférences.

Le spectre de diffusion des cristaux ne serait donc pas émis par des sources incohérentes.

---

[1] La raie -796 se comporte comme la raie -267.

[2] Cependant la raie -129 paraît se comporter de manière différente : elle serait complètement polarisée ($\rho = \infty$) dans le cas *a* et complètement dépolarisée ($\rho = 1$) dans le cas *b*. Malheureusement la raie diffusée sans changement de longueur d'onde est tellement intense qu'elle gêne l'étude de la raie voisine -129. La faible raie -1165 paraît se comporter comme la raie -129.

[3] Si l'on incline l'axe du cristal dans le plan xOz, la radiation $-467{,}5$ ne reste pas polarisée rectilignement suivant Oz. Mais ce changement *peut* être attribué à la biréfringence du quartz qui transformerait en vibration elliptique, pendant sa propagation le long de Oy, la vibration rectiligne initiale.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre d'absorption ultraviolet du peroxyde d'azote.* Note de M. **Maurice Lambrey**, présentée par M. Ch. Fabry.

Le spectre d'absorption du peroxyde d'azote a été souvent étudié et se trouve bien connu dans le domaine visible. Bien qu'attribuable à la seule molécule NO^2, il est d'une complexité extrême ainsi qu'en témoigne le travail récent de L. C. K. Carwile (¹), qui en a mesuré les longueurs d'onde caractéristiques entre 6223 et 3978 Å. Il m'a semblé que l'étude du domaine ultraviolet pouvait présenter quelque intérêt. Un Mémoire très récent de L. Harris (²) sur le même sujet me conduit à publier les résultats sommaires d'un premier examen de ce spectre.

Le peroxyde d'azote liquide, même surfondu à — 20°, et sous une épaisseur de 1^{mm}, présente une absorption intense pour toutes les longueurs d'onde inférieures à 3975 Å. Quand la température s'élève, le spectre s'étend vers la région visible. Il semble donc qu'on ne puisse attribuer cette absorption à la seule molécule N^2O^4, à moins que son spectre ne varie rapidement en fonction de la température.

Le peroxyde d'azote gazeux présente deux spectres d'absorption, attribuables l'un à N^2O^4, l'autre à NO^2. Le premier se compose de deux bandes larges, sans structure apparente, l'une qui culmine vers 3400 Å, l'autre qui s'étend depuis 2400 Å jusqu'à la limite du spectre. Le second est un spectre de bandes possédant une structure complexe et qui s'étend, d'une part, depuis le jaune jusqu'à 2900 Å; d'autre part, de 2490 Å jusqu'à la limite du spectre. Le coefficient d'absorption n'est d'ailleurs nul pour aucune longueur d'onde. Il est minimum vers 3020 Å et, abstraction faite des maxima et minima successifs correspondant aux bandes, il croît ensuite régulièrement quand on s'avance vers les petites longueurs d'onde.

Les tableaux I et II donnent les longueurs d'onde des maxima apparents d'absorption attribuables à NO^2. La dispersion employée ne permet pas d'en déceler la structure fine, existante cependant, au moins pour certaines d'entre elles [par exemple, la bande 2495 Å (²)]. La précision est de l'ordre de 1 Å. Les notations TF, F, f, tf désignent respectivement les

(¹) C. L. K. Carwile, *Astrophysical Journal*, 67, 1928, p. 184.

(²) L. Harris, *Proceedings of the national Academy of America*, 14, 1928, p. 690.

bandes dont l'intensité est forte, moyenne, faible ou très faible. Certaines bandes faibles et peu contrastées à l'œil se manifestent à l'enregistrement microphotométrique, non pas par des maxima d'absorption, mais par une série d'ondulations étagées sur la pente d'une courbe moyenne ascendante ou descendante.

TABLEAU I.

2495	F	2425	F	2367	f	2311	F	2240	?	2125,5	F
2462,5	f	2395	f	2356	F	2293,5	f	2212	F	2083	F
2451	f	2377	f	2327	f	2263	F	2166	F		

TABLEAU II.

4009	TF	3857	F	3738,5	F	3448	f	3112	tf
4000	TF	3854	tf	3726	f	3436	f	3094	tf
3983,5	TF	3847,5	TF	3720	TF	3411,5	F	3074	tf
3974	f	3845	tf	3693	f	3387,5	F	3050,5	tf
3959	TF	3840	F	3687	f	3364	F	3032	tf
3956	TF	3834	F	3677	f	3348	F	2996	tf
3940	F	3829	f	3674	F	3328	F	2974	tf
3924	f	3820	f	3653	F	3312	f	2948,5	tf
3919	TF	3817	F	3647	f?	3299	f	2915	tf
3914,5	f	3805	TF	3625	f	3283	f	2881	tf
3905	F	3800	TF	3609	F	3267	f		
3902,5	tf	3796	f	3571	F	3256	f		
3893	TF	3789	tf	3544	F	3230	f		
3886	tf	3785	f	3523,5	f	3205	tf		
3882	f	3778	f	3509	F	3183	tf		
3877	TF	3763,5	F	3482	F	3150,5	tf		
3870	f	3755	f	3462,5	f	3126	tf		

Le peroxyde d'azote employé a été préparé par calcination de l'azotate de plomb, il a subi une dessiccation prolongée sur l'anhydride phosphorique, suivie d'une distillation fractionnée en présence d'un excès d'oxygène et d'une sublimation dans le vide. La source de fond continu employée est le spectre continu de l'hydrogène.

ÉLECTROCHIMIE. — *Potentiel électromoteur et potentiel électrocinétique du graphite.* Note [1] de M. **Nathaniel Thon**, présentée par M. G. Urbain.

Une relation entre le potentiel électrocinétique ζ et le potentiel électromoteur φ analogue à celle constatée pour l'or [2] a été retrouvée dans le cas du graphite. Dans les solutions d'électrolytes, φ devient plus positif avec l'augmentation de la concentration, ce qui s'explique facilement : le graphite constitue une « électrode à emprunt » ; il se comporte au point de vue électromoteur comme le métal des ions de la solution, donc il fonctionne comme électrode à *cations*, la valeur positive de son potentiel électromoteur croissant avec la concentration.

Par contre, l'or plongeant dans une solution d'halogénures se comporte comme une électrode à anions (électrode de seconde espèce), en raison de l'insolubilité de Au Cl.

En tenant compte de la relation trouvée dans le cas de l'or, suivant laquelle l'augmentation de la valeur négative de ζ serait liée à une variation dans le même sens de φ, on devait s'attendre à ce que dans le cas du graphite le *maximum* de la vitesse de cataphorèse (en fonction de la concentration) *disparaîtrait*. J'ai constaté, en effet, que cette vitesse, donc la valeur négative de ζ, décroissait avec l'augmentation de la concentration dès le début. C'est que dans ce cas les variations de φ et de ζ sont conditionnées l'une et l'autre par la condensation de cations et à la paroi [3] et dans la couche de déplacement, par opposition au cas de l'or, où la variation de φ, impliquant une condensation prédominante d'anions, est antagoniste à l'action des cations sur ζ.

Pour le Pt et le Ag, dont le φ varie dans le même sens que celui de l'Au [et pour la même raison [4]], j'ai retrouvé la même allure de ζ que dans le cas de l'or.

L'action de ralentissement des cations est encore d'autant plus forte que

---

(1) Séance du 1er octobre 1928.

(2) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 119. — Page 120, ligne 13, et page 121, à la fin de la ligne 12, *il faut lire* ζ *au lieu de* φ.

(3) A assimiler, en langage chimique, à une formation superficielle de carbures (cycliques au point de vue de structure) des métaux.

(4) Ceci a été constaté encore pour le Hg et le Cu.

leur tension de dissolution est plus basse. Cette différence est liée à une modification concomitante de φ, lequel est d'autant plus positif que le cation en solution est plus noble. Conformément à notre relation entre φ et ζ, cela comporte l'abaissement des valeurs négatives de ζ, ce qui conduit à un ralentissement. L'action exceptionnellement puissante sur ζ de l'ion colorant du violet cristallisé se reproduit dans le cas du graphite, donnant lieu, là aussi, à une inversion de signe.

Une illustration du cas du graphite serait fournie par le schéma employé dans la figure 2 de la Note citée, toutes les ordonnées, représentant les valeurs négatives des potentiels, décroissant avec l'élévation de la concentration. Ce schéma se rapporte au cas où la charge électromotrice de la paroi serait négative en sens absolu. Si la paroi est chargée positivement au point de vue de φ, ce qui paraît plus probable par égard aux diverses déterminations du « potentiel de zéro absolu », on y substituera un autre schéma. Cette représentation des phénomènes s'accorde avec la théorie des couches doubles développée par O. Stern [1].

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'application de la loi d'action de masse aux doubles décompositions salines.* Note [2] de M. et Mme **Lemarchand**, présentée par M. Le Chatelier.

Nous avons [3] étudié les équilibres réalisés dans la précipitation simultanée du baryum et du calcium. Les concentrations observées nous ont permis de calculer les constantes d'équilibre des deux réactions de dissolution :

$$(1)\qquad BaSO^4 + 2\,HCl \rightleftharpoons SO^4H^2 + BaCl^2,$$

$$(2)\qquad BaSO^4 + CaCl^2 \rightleftharpoons CaSO^4 + BaCl^2.$$

Ces calculs ont été faits, soit en utilisant la loi de Guldberg et Waage, soit celle-ci modifiée par H. Le Chatelier et Van't Hoff par l'introduction de coefficients *i*. L'expérience montre que les constantes ainsi calculées n'ont une valeur acceptable que dans un intervalle limité que nous avons défini.

Nous avons essayé d'appliquer aux équilibres étudiés, la loi d'action de masse; en utilisant la notion d'activité, ce qui revient à déterminer le facteur

---

(1) *Ztschr. f. Elektrochem.*, 30, 1924, p. 508.

(2) Séance du 7 janvier 1929.

(3) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 601.

correctif par lequel il faut multiplier les concentrations de chacun des corps existant à l'équilibre dans la solution. Le problème, dans notre cas, était facile à résoudre puisqu'une seule concentration était à corriger : celle de HCl ou de $CaCl^2$ suivant le cas, la concentration très faible des autres corps étant prise égale à leur activité.

Des courbes du coefficient de correction ont été tracées d'après les données expérimentales : nous nous sommes basés sur le fait que ce facteur introduit dans la loi détermine la valeur fixe du rapport du produit des concentrations et sur ce qu'il est égal à l'unité pour une concentration nulle de $CaCl^2$ ou de HCl.

Nous avons ainsi trouvé les valeurs suivantes pour HCl à 100° :

Concentrations de HCl :

0	215	283,5	289	1107	1480	1540

Valeurs du coefficient (γ) :

1	0,525	0,430	0,394	0,223	0,202	0,204

La constante d'équilibre est alors égale, dans tout l'intervalle des concentrations, à 0,00127.

Pour les solutions de $CaCl^2$ à 100° nous avons trouvé :

Concentrations de $CaCl^2$:

0	6	17,6	31	92,8	185,4	275,6	293,7	407,5	409,5	444,5

Valeurs du coefficient (γ) :

1	0,705	0,286	0,12	0,0276	0,0238	(0,0203)	0,0205	0,0269	0,0303	0,0328

La valeur de la constante d'équilibre pour tout l'intervalle des concentrations est 0,395.

La loi d'action de masse s'applique sous les formes

$$\frac{C_{BaCl^2} \cdot C_{SO^4H^2}}{C_{BaSO^4} \cdot A^2_{HCl}} = 0{,}00127, \qquad \frac{C_{BaCl^2} \cdot C_{CaSO^4}}{C_{BaSO^4} \cdot A_{CaCl^2}} = 0{,}395.$$

Les courbes ont l'allure générale de celles que d'autres auteurs ont déterminées pour les solutions d'acide chlorhydrique et celles de $CaCl^2$, par des moyens expérimentaux très différents. Il est possible, au moyen de leur tracé, de déterminer la valeur A_{HCl} correspondant à une concentration donnée $A_{HCl} = C_{HCl} \cdot \gamma_{HCl}$ ou celle de A_{CaCl^2} : $A_{CaCl^2} = C_{CaCl^2} \cdot \gamma_{CaCl^2}$.

L'application de la loi d'action de masse peut se faire alors rigoureusement pour tout l'intervalle des concentrations examinées : on peut ainsi connaître de façon plus précise la quantité de baryum restée en solution et évaluer l'erreur commise soit dans le dosage du baryum seul, soit dans la séparation quantitative du calcium et du baryum.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une application nouvelle de l'ébullioscope différentiel.* Note [1] de M. **H. Swietoslawski**, présentée par M. G. Urbain.

En 1927, j'ai décrit un nouvel ébullioscope différentiel dans lequel le liquide bouillant, entraîné par sa vapeur, est projeté du récipient renfermant la solution étudiée sur une éprouvette H où se trouve un thermomètre de Beckmann ou de Rauberteau.

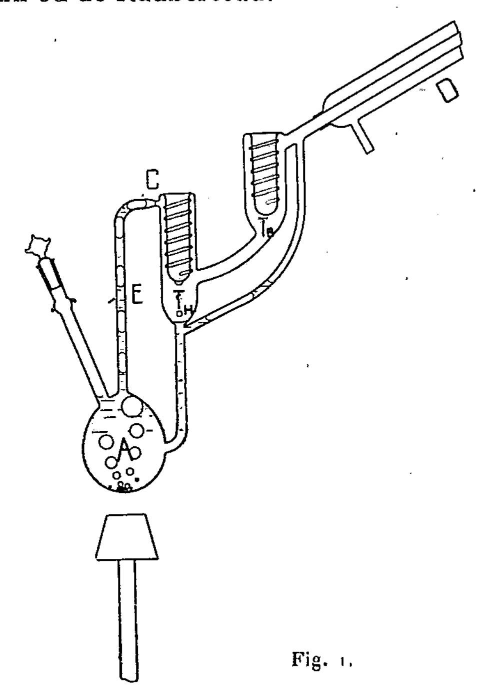


Fig. 1.

La vapeur pénètre ensuite par un tube dans l'espace B dans lequel est placé un second thermomètre.

Lors du fonctionnement de l'appareil, le premier thermomètre indique la température d'ébullition de la solution T_{II} sous la pression donnée P et

[1] Séance du 2 janvier 1929.

le second la température T_B qui correspond à la température d'ébullition du dissolvant pur.

Cet appareil, muni d'un manostat et d'un manomètre, est spécialement apte à discerner les liquides purs d'avec les mélanges azéotropiques.

Supposons que nous étudions le mélange de deux liquides susceptibles de donner un maximum ou un minimum de tension de vapeur (mélange contenant a pour 100 de substance A et $(100 - a)$ pour 100 de substance B). Supposons également que grâce à un dispositif spécial nous puissions modifier dans une mesure assez large la pression à laquelle nous observons l'ébullition du liquide (*fig.* 1). Aux liquides individuels A et B correspondent des températures T_H et T_B, indépendantes de la pression. Ce cas se traduit par une seule courbe (I) sur le graphique (p, t) (*fig.* 2).

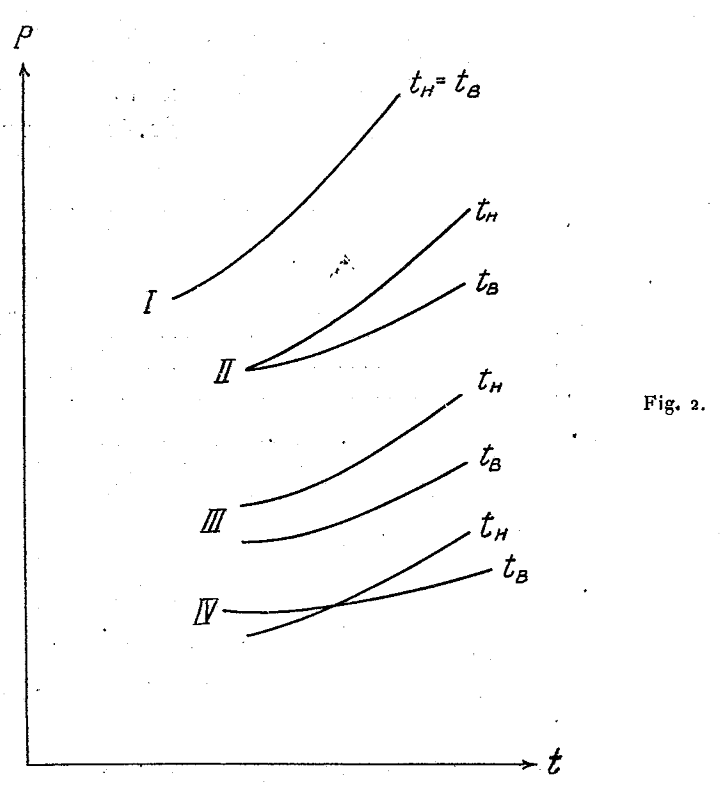


Fig. 2.

Dans le cas d'un mélange azéotropique les deux températures T_H et T_B sont identiques sous la pression de 1^{atm}, mais ne le seront plus si nous faisons varier la pression. Ce fait se traduit graphiquement par deux courbes (II) prenant naissance dans un point commun $T_H = T_B$ $(p = 1^{atm})$.

L'étude des mélanges non azéotropiques — soit $(a \pm \Delta a)$ pour 100 de substance A et $[100 = (a \pm \Delta a)]$ pour 100 de substance B — nous fait constater que les températures T_H et T_B ne sont plus identiques sous la pression de 1^{atm}.

En observant le changement de ces températures (T_H et T_B) par suite de l'augmentation de la pression nous pouvons distinguer deux cas :

1° Les deux températures s'éloignent l'une de l'autre (courbes divergentes III); 2° ou bien ces températures se rapprochent l'une de l'autre pour devenir égales sous une pression donnée (P_m) (courbe IV) : les deux courbes se rencontrent alors au point correspondant à cette pression P_m.

Il est évident que la pression P_m répondant aux conditions $T_H = T_B$ correspond en même temps à un maximum (ou minimum) de tension de vapeur du mélange étudié. Pour démontrer l'application décrite et le fonctionnement de l'ébullioscope différentiel, M. R. Kopczyński a bien voulu étudier un mélange d'alcool et de benzène. Ces deux liquides donnent un mélange azéotropique sous la pression de 1^{atm} (32,41 pour 100 d'alcool et 67,59 pour 100 de benzène). En faisant augmenter la pression on a observé les différences suivantes entre les températures T_H et T_B :

Pression en mm Hg.	$T_H - T_B$.
1150	0°,013
1440	0,020
1841	0,037

L'examen d'un liquide pur n'a évidemment laissé constater aucune différence entre les deux températures T_H et T_B notées sur les thermomètres placés dans les espaces H et B.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de la silice et de l'alumine sur le sulfate de soude*. Note de Mlle **Germaine Marchal.**

Nous avons vu précédemment qu'en chauffant divers sulfates (Ca, Ba, Mg) avec certains corps comme la silice, l'alumine, le kaolin (¹), on

(¹) G. Marchal, *Action de la silice, de l'alumine et du kaolin sur le sulfate de chaux* (*Journal de Chimie physique*, 23, 1926, p. 38; *Comptes rendus*, 177, 1923,

abaissait notablement la température de décomposition de ces sulfates. Les mêmes phénomènes doivent évidemment se produire avec le sulfate de soude; cette réaction de décomposition du sulfate de soude par la silice est d'ailleurs utilisée dans la fabrication du verre, où l'on ajoute un peu de charbon pour rendre la réaction plus complète.

Nous avons étudié systématiquement ces actions de la silice et de l'alumine sur le sulfate de soude, en chauffant des mélanges de ces corps anhydres et bien porphyrisés, contenus dans des nacelles, dans un four électrique dont la température était maintenue constante et déterminée par un couple de M. Le Chatelier. La nacelle employée était en alundum pour l'action de l'alumine, et en platine pour l'action de la silice, l'alundum étant détruit par le silicate de soude fondu. Le tube renfermant la nacelle était parcouru par un courant d'azote assez rapide qui entraînait les vapeurs acides dégagées. La réaction était suivie par les variations de poids de la nacelle.

Les résultats obtenus sont résumés dans les tableaux suivants :

Action de la silice sur le sulfate de soude.

Nos des expér.	Poids du mélange.	Température.	Temps de chauffe en heures.	Perte de poids. Pour 100 du mélange observé.	Pour 100 du mélange théorique.	Pour 100 du sulfate observé.	Pour 100 du sulfate théorique.
Proportions employées : $SO^4Na^2 + SiO^2$.							
1	3g,5482	1200°C.	1h	4,15	39,52	5,92	56,17
			+ 1	5,87	»	8,38	»
			+ 1	6,86	»	9,80	»
			+ 1	7,95	»	11,35	»
2	3,5322	1300	1	9,90	»	14,14	»
			+ 1	13,67	»	19,52	»
			+ 1	16,94	»	24,20	»

p. 1300); *Action de la silice sur quelques sulfates métalliques* (*Bulletin de la Société chimique*, 4e série, **39**, 1926, p. 401); *Action de la silice sur les sulfates de baryum et de magnésium* (*Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 784).

Action de l'alumine sur le sulfate de soude.

Nos des expér.	Poids du mélange.	Température.	Temps de chauffe en heures.	Perte de poids. Pour 100 du mélange observé.	Pour 100 du mélange théorique.	Pour 100 du sulfate observé.	Pour 100 du sulfate théorique.
		Proportions employées : $2SO^4Na^2 + Al^2O^3$.					
1	6g,1283	1050°C.	1h	3,57	41,34	4,84	56,17
		1200	+ 1	10,08	»	13,68	»
		1300	+ 1	22,34	»	30,31	»
		Proportions employées : $SO^4Na^2 + Al^2O^3$.					
2	6g,0783	1300°C.	1h	12,82	32,78	22,03	»
			+ 1	15,54	»	26,70	»
			+ 1	18,21	»	31,29	»

Ces résultats montrent que ces réactions de décomposition sont assez lentes et qu'à 1300° l'action de l'alumine est plus efficace que celle de la silice pour provoquer la décomposition du sulfate de soude.

Pour nous rendre compte d'une façon plus précise de l'action exercée par ces adjuvants silice et alumine, nous avons chauffé dans les mêmes conditions que précédemment du sulfate de soude seul, et nous avons suivi la décomposition après fusion (880°) à 1300° :

Décomposition du sulfate de soude seul.

Poids.	Température.	Temps de chauffe en heures.	Variations de poids %.
2g,4374	1300°C.	1h	0,87
		+1	2,61
		+1h 03m	3,78
		+1	4,23

On voit que la silice et l'alumine ont une action importante comme dans les cas déjà étudiés, puisqu'à 1300°, au bout de 4 heures en chauffant le sulfate seul, on n'a pas encore obtenu la décomposition de la moitié du sulfate déjà décomposé au bout d'une heure par la silice.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le sulfate neutre d'isopropyle et le sulfate dipropylique normal.* Note (¹) de M. R. Levaillant, présentée par M. G. Urbain.

I. *Sulfate neutre d'isopropyle.* — Il n'a jusqu'ici été préparé que difficilement. Bushong en obtint quelques grammes par action du chlorure de sulfuryle sur l'isopropylate de sodium en suspension dans l'éther anhydre. Reprenant ce procédé, Bert (1925) réussit à élever à 25 pour 100 le rendement en produit brut non distillé. Après Bushong, il présente le composé en question comme éminemment altérable et à employer de suite.

On peut facilement préparer le sulfate neutre d'isopropyle par action directe de l'alcool isopropylique sur le chlorure de sulfuryle :

$$(1) \qquad SO^2Cl^2 + 2CH^3 - CHOH - CH^3 = SO^4[CH(CH^3)^2]^2 + 2HCl.$$

Divers essais m'ont conduit à la technique suivante, qui donne un rendement supérieur à 30 pour 100 en produit distillé : L'alcool isopropylique anhydre et le SO^2Cl^2 sont employés dans les proportions fixées par (1). Le SO^2Cl^2 est dissous dans la moitié de son poids de tétrachlorure de carbone et bien entouré de glace. Tout en le faisant traverser par un très léger (pointe fine) courant d'air sec, on y introduit l'alcool goutte à goutte. On admet pendant quelques instants un courant d'air plus violent, puis on agite de suite avec de la glace en petits fragments. La couche inférieure décantée est de nouveau agitée avec de l'eau à 20°-30° cette fois (prolonger le contact; les eaux de lavage sentent le gaz sulfureux et décolorent le permanganate). Après un dernier lavage à l'eau, on ajoute à peu près la même quantité de tétrachlorure qu'au début, et on laisse quelque temps au repos. La couche inférieure est décantée avec soin, et le tétrachlorure chassé dans le vide (trompe à eau) au bain-marie; on chauffe progressivement vers 70°, maintenant cette température jusqu'à ce que la pression devienne 30^{mm} environ. On distille ensuite sous 3 à 4^{mm} au plus, sans élever la température au-dessus de 90°. Presque tout le liquide distille alors (entre 72° et 82° sous $3\text{-}4^{mm}$); on s'arrête dès qu'une décompo-

(¹) Séance du 2 janvier 1929.

sition apparaît, faisant baisser le vide; il reste un faible résidu brun clair.

Exemple. — 405g (3 mol-g) de SO^2Cl^2 dissous dans 203g de CCl^4, dans lesquels on a fait tomber en 3 heures 360g (6 mol-g) d'alcool isopropylique, ont ainsi fourni 185g de sulfate passé entre 75° et 80° sous 3 à 4mm. 3 mol-g de sulfate pesant 546g, le rendement atteint $\frac{185}{546}$ ou 34 pour 100.

Le liquide recueilli, pratiquement pur, est redistillable totalement sous 2 à 3mm (si l'on ne chauffe pas au-dessus de 85°). Mais sous 3 à 4mm, si l'on chauffe vers 90°, une petite portion se décompose généralement en fin de distillation.

Le sulfate neutre d'isopropyle est un liquide incolore, soluble dans la ligroïne, et dont l'odeur rappelle à la fois le pétrole et l'acétone.

Éb. = 78°-80° sous 3mm,7; $n_D^{17°} = 1,409$; $d_{0°}^{0°} = 1,118$; $d_{0°}^{17°} = 1,101$;
Réf. mol. exp. $M_D = 40,91$; théorique 40,98.

Il m'a été impossible d'observer l'altération rapide signalée par les expérimentateurs précédents, due sans doute à des impuretés catalytiques. Les échantillons préparés se sont bien conservés, pendant plus d'un mois, à la température de 15°-20°, leur indice de réfraction (avec 3 décimales) demeurant constant. Stable à la température ordinaire, ce sulfate est cependant moins robuste que le sulfate dipropylique normal qui, supportant sans décomposition, une température de 140°-145°, peut être distillé dans le vide de la trompe à eau.

II. *Action du sulfate neutre d'isopropyle et du sulfate dipropylique normal sur le phénate de sodium :*

$$(2) \qquad C^6H^5ONa + SO^4(C^3H^7)^2 = C^6H^5 - O - C^3H^7 + SO^4\left\langle{Na \atop C^3H^7}\right. .$$

1° A la solution tiède de 24g de phénol et 25g de soude dans 60cm³ d'eau, placée dans un ballon à réfrigérant ascendant, on a ajouté d'un coup 45g de sulfate neutre d'isopropyle. Par agitation une élévation de température notable s'est manifestée. On a maintenu 4 heures vers 80°, tout en agitant de temps à autre. Après refroidissement et addition d'eau pour dissoudre le solide formé, on a extrait à l'éther, séché sur $CaCl^2$, puis distillé dans le vide au bain-marie. On a recueilli 16g de produit brut à odeur assez agréable; un peu de sulfate neutre d'isopropyle formait le résidu de distillation. Rendement en produit brut 47 pour 100. Le liquide, soumis à redistillation, est passé surtout entre 63° et 65° sous 11mm. Constantes de cette

fraction :

$$n_D^{17^\circ,5} = 1,4983; \quad d_{0^\circ}^{0^\circ} = 0,959; \quad d_{0^\circ}^{17^\circ,5} = 0,943.$$

M_D exp. = 42,32; théorique 42,24 pour $C^6H^5 - O - CH(CH^3)^2$ (à partir de l'anisol): densité indiquée pour ce corps (dictionnaire Beilstein) $d^0 = 0,958$.

2° Dans le cas du sulfate dipropylique normal (avec un quart de phénol en excès, il est vrai), le rendement en produit brut s'est élevé à 66 pour 100, et l'on a, en fin de distillation, récupéré un peu de sulfate inaltéré passant vers 109° sous 12mm. Deux redistillations ont donné un liquide (odeur agréable) présentant les constantes :

Éb. = 81° sous 17mm; $n_D^{15^\circ} = 1,503$; $d_{0^\circ}^{0^\circ} = 0,969$; $d_{0^\circ}^{15^\circ} = 0,955$.
M_D exp. = 42,13; théorique 42,24 pour $C^6H^5 - O - CH^2CH^2CH^3$.

III. *Oxydation du sulfite dipropylique normal.* — Il ne semble pas que l'on ait songé, pour obtenir les éthers sulfuriques neutres, à oxyder les éthers sulfureux correspondants. Ces derniers se préparent aisément à partir des alcools et du chlorure de thionyle ou du chlorure de soufre; ils résistent à des températures plus élevées que les sulfates.

Mes premiers essais ont porté sur l'oxydation du sulfite dipropylique.

Le sulfite (Éb. = 82° sous 15mm; $d_{0^\circ}^{0^\circ} = 1,042$; $d_{0^\circ}^{16^\circ} = 1,026$; $n_D^{16^\circ} = 1,426$) a été agité avec un excès de solution de permanganate de potassium. Après extraction au tétrachlorure, on a distillé dans le vide. Un liquide incolore est passé à 87-89° sous 3mm,5 environ; $n_D^{15^\circ} = 1,414$; $d^{0^\circ} = 1,12$. On reconnaît le sulfate dipropylique.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure de la zone subbétique entre Moratalla et la zone bétique.* Note de M. **P. Fallot**, présentée par M. Pierre Termier.

Le front des masses charriées des alentours de Caravaca [1] est rompu en éléments légèrement imbriqués. Le plus septentrional, formant le témoin de la Sierra del Fronton et le Buitre (1426m), incline vers le Sud sa carapace de Tithonique et de Néocomien. La crête alignée Est-Ouest du sud du Buitre (Nevazo) au sud du Rio Benamor représente le front d'un pli qui s'appuie sur ce Crétacé et dont la masse, comportant la série jurassique du Gavilan, forme la majeure partie des sommets entre cette montagne et Caravaca. Sa carapace de Tithonique et de Néocomien, s'abaissant aussi au Sud, atteint la dépression suivie par le Rio Argos et la route de la Puebla de Don Fadrique. Sous un liséré irrégulier de Keuper apparaît, à la base

(1) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1150, et 188, 1929, p. 67.

de cette série (*fenêtres* des ravins de la Barquilla, de Pajarejo et du C° Vicario), le Néocomien écrasé qui appartient en partie à des lambeaux de flanc renversé et en partie à la carapace du Buitre. Le Keuper de la base de la série de Gavilan, localement mêlé à du Crétacé broyé, se poursuit, par le B° Yeseras, vers l'Est, où il forme, accompagné seulement de calcaires du Muschelkalk et de dolomies sombres, les collines entre Caravaca Cehegin et Calasparra.

Au sud de Rio Argos, le pli couché de la Peña Rubia ([1]) chevauche à son tour la racine de la série de Gavilan. Sa carapace crétacée enveloppe en partie la charnière frontale. Coupé par une falaise transversale dominant la route de Caravaca à Cehegin, il montre, d'ailleurs disloquée, la série jurassique mentionnée précédemment ([2]). Son flanc renversé est réduit à des lentilles de Néocomien écrasé reposant sur des marnes rouges du Keuper, solidaires de celles du B^co Yeseras. Ce fait implique le laminage ou la rupture de la série du Gavilan et du flanc renversé de la Peña Rubia.

Le massif Buitre-Gavilan se prolonge vers l'Ouest par les montagnes comprises entre Archivel et la Sierra Seca. La partie sud de la série de Gavilan et le pli de la Peña Rubia disparaissent à l'Ouest sous le Néogène transgressif de la Torre de los Alcores.

Le régime tectonique change au sud du Rio Quipar. Le Tithonique de la carapace du pli de la Peña Rubia se relève vers le Sud, amorçant les plis droits des massifs de Burete, de la Labia et de Pedro Ponce-Selva, où le Lias et le Dogger prennent d'ailleurs le faciès marno-calcaire à Ammonites ([2]).

Le Trias qui affleure dans la dépression anticlinale des Casas de Burete paraît en continuité par l'est du massif avec celui de la région Cehegin-Bullas. Vers l'Ouest, le Keuper forme de larges surfaces dans la zone déprimée de la Paca. Accompagné de lentilles de Muschelkalk et de dolomies à affinités bétiques, il supporte souvent directement les « couches rouges » crétacées du fait de l'ablation du Jurassique. Ce n'est que plus loin vers le Sud-Ouest que la série se complète de nouveau dans la chaîne Gigante-S^a de Maria ([3]). Ainsi, les trois plis couchés du Buitre-Fronton,

---

([1]) R. Nickès, *Sur l'existence de phénomènes de charriage en Espagne dans la zone subbétique* (*Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, 4, 1904, p. 224-231).

([2]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 67.

([3]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 988.

du Gavilan-Nevazo et de la Peña Rubia, qui présentent des degrés divers de dislocation et d'érosion, ne comportent que des lambeaux disjoints de flancs renversés et semblent indépendants du Trias sur lequel ils ont cheminé; les deux premiers, cisaillés ou laminés par leurs racines, s'effilent au Sud et leur partie radicale offre de complexes intrications dans le Trias, sur lequel paraît reposer, avec la même indépendance, la série jurassique Burete-Pedro Ponce. L'absence du Jurassique, arraché sur de grandes surfaces à l'ouest de La Paca, confirme cette impression. Il serait tendancieux de parler de *nappe de Trias*, mais celui-ci me semble à son tour charrié, dans toute la région étudiée ici. Le coin de Crétacé et de Lutétien formant la Sierra La Puerta, entre Caravaca et Calasparra, émerge au front de ce Trias comme un paquet arraché au substratum, indépendant de la série secondaire charriée. Il comporte du reste un Lutétien qu'elle ne présente pas ici.

En dépit des changements de faciès, notés à partir de la S^a de Burete, les massifs plus méridionaux ne doivent pas former une unité tectonique distincte: leur Jurassique paraît se relier par celui de la Peñica del Viento et de la Sierra de las Cabras à celui du flanc normal de la Peña Rubia. Mais, une masse de dolomies et de calcaires jurassiques paraît reposer sur le Tithonique et le Crétacé de la Sierra de las Cabras. De plus, du Rincon de Egea au nord de la plâtrière de Miravetes, une masse complexe de Trias et de Lias à faciès alpin (Jimenez de Cisneros), tranchée par le Rio Argos, semble flotter sur le Crétacé de la carapace de la série de Gavilan. Si une étude détaillée ne permet pas d'interpréter ces superpositions comme résultant d'accidents locaux, il faudra y voir deux témoins d'une série ou digitation supérieure. Peut-être les dolomies couronnant le Crétacé à Ammonites dans les Cuchillos de la Labia appartiennent-elles au même ensemble. A partir du massif de Pedro Ponce, la masse charriée, affectée d'un synclinal déversé à l'Est-Sud-Est, où sont pincés le Sénonien et le Nummulitique, s'enfonce vers le Sud. Le massif lutétien de la Peña Rubia lui est accolé au Sud. Il domine de ses parois verticales la large et profonde dépression quaternaire du Rio de los Terneros qui sépare la série étudiée du massif de l'Espuña, lequel appartient, déjà, à la couverture de la zone bétique.

HYDROLOGIE. — *Méthode de détermination du fond d'une nappe souterraine par l'observation des variations de sa surface libre.* Note de M. **Porchet**, présentée par M. L. Cayeux.

Des méthodes que nous avons étudiées, discutées et appliquées dans notre étude sur l'écoulement souterrain des eaux (Thèse de Mathématiques soutenue en 1923 devant la Faculté des Sciences de l'Université de Paris), permettent de calculer la surface libre d'une nappe souterraine connaissant le fond imperméable sur lequel elle coule, son débit et les constantes du sol dans lequel elle circule.

La méthode faisant l'objet de la présente Note a pour but de résoudre un problème inverse du précédent : « Connaissant la surface libre d'une nappe, calculer la surface du fond imperméable sur lequel elle coule. » La solution de ce problème présente une grande importance pratique pour les questions de prospection des nappes souterraines. Si l'on suppose connus le débit de la nappe et les constantes du sol dans lequel elle circule, ce dernier problème peut théoriquement se résoudre par l'application des méthodes ayant servi pour le premier, les calculs étant conduits en sens inverse.

Mais une des difficultés pratiques, surtout pour une nappe de grande étendue, est la connaissance des constantes du sol dans lequel elle circule et principalement de son coefficient de filtration qui varie souvent beaucoup d'un point à un autre.

La méthode proposée permet de s'affranchir de la connaissance de ce coefficient par l'observation de la surface libre de la nappe à deux époques correspondant à des débits différents.

La méthode proposée conduit aux résultats suivants :

« Si l'on prend dans le plan horizontal de comparaison un point m et une direction mx et si l'on considère une nappe qui, pour un débit Q_1, a une surface libre dont la cote au-dessus de m est y_1 et la pente suivant mx y'_1 et dont les mêmes éléments sont y_2 et y'_2 pour un débit Q_2, la cote y du fond imperméable sur lequel coule cette nappe est donnée par

$$y_2 - y = m(y_2 - y_1)$$

avec

$$m = \frac{y'_2 - \sqrt{B\,y'^2_1 - (B-1)\,y'^2_2}}{y'_2 - y'_1}, \qquad \text{si } y'_2 \neq y'_1$$

et

$$m = B, \qquad \text{si } y'_2 = y'_1,$$

B étant égal à $\dfrac{1}{1-\dfrac{Q_1}{Q_2}}$.

Ces formules sont pratiquement exactes sous les réserves suivantes :

Permanence des régimes de la nappe correspondant aux débits Q_1 et Q_2.

Constance du coefficient de filtration du sol sur une même verticale.

Faibles pentes de la nappe et du fond. »

Cette méthode a donné des résultats concluants pour l'étude de nappes d'assainissement dont les surfaces libres avaient été observées par M. Dieserens de Zurich.

Nous l'employons actuellement pour l'étude de la nappe souterraine de la Crau.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la karyokinèse de* Spathularia flavida *Fr. ex. Pers.* Note de M[lle] **Panca Eftimiu**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Si l'on étudie le *Spathularia flavida*, on constate que l'asque se développe aux dépens d'un filament recourbé en crochet dans lequel deux cloisons délimitent une cellule binucléée placée dans la courbure du crochet. Cette cellule représente la cellule mère de l'asque. Ce mode de développement, très fréquent chez les Ascomycètes, est connu depuis les nombreux travaux de Dangeard (1).

La présente Note contient les résultats principaux de l'étude si délicate de la division indirecte chez ce champignon.

La Spathulaire jaune est plutôt facile à étudier, étant donné que les éléments sont assez gros et bien caractérisés. Sur des coupes du matériel fixé au Flemming et au picroformol de Bouin et coloré à l'hématoxyline ferrique, nous avons pu étudier les trois mitoses successives du noyau sexuel.

En effet, la cellule binucléée se transforme directement en asque après la fusion de ses deux noyaux qui a lieu suivant le même processus que chez les autres Ascomycètes. Les deux noyaux s'approchent l'un de l'autre et la fusion commence par les filaments chromatiques qui s'entremêlent et

(1) P.-A. Dangeard, *La reproduction sexuelle des Ascomycètes* (*Le Botaniste*, 4, 1894, p. 21).

finit par l'union des nucléoles. Après la fusion, l'asque s'allonge jusqu'à atteindre le sommet des paraphyses. A ce moment, le noyau sexuel, qui a considérablement grossi, se trouve au milieu de l'asque entouré d'une mince bande de cytoplasme très dense qui occupe également l'extrémité supérieure de l'organe tandis que le reste de la cellule est formé par de petites vacuoles. Le cytome, constitué presque exclusivement par de longs cytosomes (mitosomes ou chondriocontes) répartis dans toute la trame cytoplasmique, cesse d'être visible aussitôt que le noyau entre en division. Pendant les divisions nucléaires et la formation des spores, l'asque contient de nombreux granules groupés autour du noyau ou même dispersés dans tout le cytoplasme.

Au moment de la division, le réticulum chromatique se transforme en filaments irréguliers et noueux qui grossissent et se raccourcissent pour former ensuite un amas de chromatine rejeté d'un côté du noyau : c'est le stade de *synapsis*. En même temps, le centrosome, qui se trouve au voisinage de la membrane nucléaire, se divise en deux centrosomes-fils qui s'éloignent l'un de l'autre et viennent se placer aux deux pôles du noyau.

Bientôt s'organise un fuseau achromatique, portant à son milieu, en une plaque équatoriale, les chromosomes en nombre de *quatre*. Les extrémités du fuseau sont occupées par un centrosome entouré chacun d'un aster peu visible. A la métaphase les chromosomes se partagent par une scission longitudinale en deux moitiés dont chacune se dirige vers un pôle. Le nucléole placé souvent au voisinage d'un centrosome persiste à peu près jusqu'à la fin de la division.

Après que les deux noyaux-fils ont réorganisé leurs éléments nucléaires, ils se divisent à leur tour. La seconde division s'effectue comme la première mais n'est pas précédée de synapsis. A la prophase de la deuxième mitose, on voit réapparaître les quatre éléments chromatiques qui se divisent à la métaphase. Les chromosomes-fils se séparent et se groupent aux extrémités du fuseau.

Dans la troisième mitose, le spirème donne directement quatre chromosomes qui se divisent également de sorte que l'on observe à l'anaphase quatre chromosomes près de chaque centrosome. Quant à la position de l'axe du fuseau, elle est généralement oblique par rapport au grand axe de l'asque dans la première mitose, tandis que dans les dernières, les fuseaux ont une position transversale.

Aussitôt les divisions achevées, on constate un allongement des noyaux-fils; les spores s'allongent également et à la maturité, elles présentent un

noyau filiforme pourvu d'un long filament chromatique flexueux attaché au nucléole.

En résumé, la première mitose du noyau sexuel de l'asque est une division hétérotypique caractérisée par la présence d'un synapsis.

C'est au moment de ce stade que se passent, en général, d'après la plupart des auteurs, les phénomènes intimes de la réduction chromatique dont le résultat est de diminuer de moitié le nombre des chromosomes, doublé par la caryogamie qui s'effectue dans l'asque. La deuxième mitose est une division homotypique tandis que la troisième est typique : le spirème se scinde directement en quatre éléments. Ces trois bipartitions sont caractérisées par la présence constante de *quatre* chromosomes très distincts. Ce nombre paraît être très répandu dans l'ensemble des Ascomycètes.

PHYSIOLOGIE. — *Le reflux vésico-urétéral.* Note (¹) de M. **Édouard Papin**, présentée par M. Pierre Bazy.

Le reflux vésico-urétéral a donné lieu à de nombreux travaux dans ces dernières années.

Les expériences de Zemblinoff, Guyon et Albarran, Bazy, Lewin et Goldschmidt, Courtade et Guyon fils permettaient d'arriver à cette conclusion qu'à l'état normal, le méat urétéral est un appareil d'occlusion parfait et que c'est seulement dans des conditions pathologiques particulières que le reflux vésico-urétéral est possible. Beaucoup de ces expériences étant faites sur des animaux dont la musculature vésico-urétérale n'est pas identique à celle de l'homme, leur valeur est discutable.

En 1913, dans un Mémoire publié avec M. Legueu, j'ai décrit la dilatation permanente des orifices urétéraux qui peut être congénitale ou acquise. Elle est caractérisée par ce fait qu'en remplissant la vessie, on remplit en même temps les uretères et les bassinets, de même qu'en vidant ceux-ci par cathétérisme urétéral, on vide complètement la vessie. C'est un système de vases communicants.

Le fait que je veux rapporter aujourd'hui est différent des faits publiés dans ce travail : il s'agit d'un cas de reflux vésico-urétéral chez un prostatique, sans dilatation apparente du méat urétéral.

Cette observation est susceptible de modifier nos idées sur la distension

---

(¹) Séance du 7 janvier 1929.

de l'arbre urinaire chez ces malades. Elle est à ma connaissance unique jusqu'à ce jour.

Poursuivant mes études sur la vessie des prostatiques avec mes collaborateurs MM. Chauffour et Boulland, j'ai eu l'occasion de radiographier un malade atteint d'hypertrophie de la prostate avec rétention incomplète, en position debout et de profil.

La vessie étant remplie (300^{cm^3} environ), nous prenons une première radiographie de profil : nous voyons une vessie d'aspect habituel, sans bas-fond rétro-urétral.

Nous faisons uriner le malade qui ne rend que 100^{cm^3} environ, nous remettons la sonde vésicale opaque qui sert de repère et nous prenons un second radiogramme.

Le malade a uriné non seulement dans son urètre, mais aussi dans son uretère dilaté qui s'est rempli jusqu'au bassinet de bas en haut, en sens contraire de l'action de la pesanteur.

A un examen cystoscopique antérieur, nous avions noté la saillie de l'hypertrophie dans la vessie et la présence de deux orifices urétéraux normaux. J'ai refait une cystoscopie, j'ai constaté que les deux orifices un peu saillants étaient normaux. Au-dessus de l'orifice droit, il y a une cellule. J'ai introduit une sonde urétérale dans l'uretère droit jusqu'à 15^{cm} : un peu d'urine sortit par éjaculations. Alors je commandai au malade d'uriner, ce qu'il fit et presque aussitôt on vit par la sonde urétérale sourdre à gouttes pressées un liquide qui n'était autre que de l'eau : à mesure qu'augmentaient les efforts de miction l'écoulement se transformait en jet continu.

Les résultats de l'examen confirmaient ceux de la radiographie : le malade urinait dans son uretère, en même temps qu'il urinait par l'urètre.

Remarquons que la vessie ne présentait pas les signes cystoscopiques d'une cystite intense. L'opération de la cystostomie a permis de vérifier les observations endoscopiques.

Le reflux que nous avions décrit en 1913 était purement passif; en remplissant ou vidant la vessie, on remplissait ou vidait les uretères. Reins, uretères et vessie formaient un système de vases communicants.

Ici c'est tout différent : en remplissant la vessie, on ne remplit pas les uretères : il faut que la vessie se contracte pour chasser le liquide dans les uretères.

Ainsi peut-on distinguer jusqu'ici trois catégories de cas :

1° Les uretères sont béants et l'injection faite dans la vessie les remplit instantanément;

2° Les uretères paraissent normaux, mais le liquide injecté dans la vessie passe quand même dans leur cavité;

3° Les uretères paraissent normaux, le liquide injecté dans la vessie ne les remplit pas, mais la contraction volontaire de la vessie détermine le reflux.

Il est admis depuis longtemps que la distension des uretères dans la rétention vésicale chronique est due non au reflux vésico-urétéral, mais à l'obstacle apporté à l'évacuation des uretères dans la vessie distendue. Peut-être faudra-t-il aussi réviser ces idées. D'après cette expérience, jusqu'ici unique, on peut admettre que les vieux rétentionnistes à uretères dilatés pissent dans leur uretère à chaque miction : dans l'intervalle le liquide retomberait dans la vessie, nous n'avons pas trouvé de rétention au cathétérisme urétéral. Mais ces coups de bélier successifs dilateraient peu à peu l'uretère et sans doute arrive-t-on ainsi au degré suivant, à l'uretère forcé qui se remplit mécaniquement quand on injecte la vessie.

Il est vrai qu'on a étudié expérimentalement la possibilité du reflux vésico-urétéral chez l'homme, d'après les expériences sur les animaux, mais un fait évident, visible pour tous de ce reflux sous l'influence de la contraction vésicale seule il n'y en a pas jusqu'ici.

Si ce cas est le premier démontré par la radiographie et le cathétérisme urétéral, il faut rappeler cependant le cas de Geigel (1906) d'un médecin qui s'il se retenait pour uriner éprouvait un violent ténesme, sentait les urines remonter dans ses uretères avec une vive douleur dans les reins : il urinait ensuite en deux temps à quinze minutes d'intervalle, vidant sa vessie d'abord, ses uretères ensuite.

ZOOLOGIE. — *Différences sexuelles dans l'ornementation et dans le système pigmentaire chez un Crabe Oxyrhynque* (Macropodia rostrata *L.*). Note de M. **Charles Pérez**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Les deux sexes du *Macropodia rostrata* (L.) diffèrent entre eux non seulement par les caractères morphologiques généraux qui ont fait l'objet d'une Note récente [1], mais encore par des détails précis dans l'ornementation de leur chitine.

Aussi bien sur le corps que sur les pattes, ce Crabe porte de fortes soies

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 91.

recourbées, rappelant la forme des crochets hélicoïdaux qui servent à la suspension des agrès de gymnastique (voir la figure 6 de la Note précitée). Ces soies accrochent au passage des débris variés et notamment des rameaux d'Algues filamenteuses, qui peuvent constituer des boutures susceptibles de continuer à vivre et dont le Crabe reste revêtu. Or, chez le mâle, ces soies en crochet sont relativement peu nombreuses sur le rostre et sur les régions branchiales de la carapace; elles se réduisent à quelques unités sur le pléon : la pièce formée par la soudure du telson et du sixième segment en est totalement dépourvue; le cinquième segment en porte seulement deux au voisinage de chacun de ses bords; le quatrième, six ou sept de chaque côté, etc.

Au contraire, chez la femelle, les crochets sont beaucoup plus nombreux sur le rostre, sur les régions branchiales de la carapace et la face dorsale du pléon en porte aussi à profusion. Corrélativement, les mâles sont en règle générale beaucoup moins habillés d'algues que les femelles. Si, comme on le croit généralement, ce revêtement étranger a un effet protecteur, la meilleure dissimulation du sexe qui incube les œufs apparaît ainsi, en dehors de tout finalisme, comme directement liée à une disposition anatomique très simple, dont le résultat est automatique.

Des différences remarquables s'observent aussi dans le système de coloration. La pigmentation générale du corps est due à un semis serré de chromatophores étoilés, à carotinoïde, qui transparaissent à travers la chitine tégumentaire. Le mâle porte en outre, sur le plastron des pinces, une tache cordiforme d'un blanc éclatant. Celle-ci se résout au microscope en un réseau très dense d'un pigment grenu, brun foncé en lumière transmise, appartenant peut-être à la série mélanique, mais non arrivé à l'état de mélanine vraie. Cette tache forme écran opaque devant la masse nerveuse des ganglions thoraciques, situés à un niveau un peu plus profond.

La femelle adulte porte aussi la même tache thoracique, mais en plus une autre tache blanche, de même aspect et de même nature, située sur la pointe du telson. Au point de vue de la coloration d'ensemble du Crabe, dans la position d'adduction extrême de l'abdomen, chez une femelle non gravide, cette tache du telson se substitue en quelque sorte à la tache thoracique sur laquelle elle se projette et qu'elle occulte exactement. Les deux taches sont au contraire isolément visibles quand les œufs pondus écartent le pléon du thorax. Chez la femelle immature, la tache thoracique existe d'abord seule, nouvel exemple de cette ressemblance des femelles jeunes avec les mâles, sur laquelle j'ai déjà attiré l'attention. Plus tard, les chromatophores à carotinoïde émigrent de la pointe du telson, et leur

recul ménage une plage incolore où apparaissent ensuite peu à peu les chromatophores de la tache blanche. Dans les figures qui accompagnent ma Note précédente, les taches blanches ont été conventionnellement représentées en noir plein.

Sur les fonds de la baie de Morlaix, où pullulent les *Macropodia rostrata*, ces Crabes sont fréquemment infestés par une Sacculine, la *Sacculina Fraissei* Giard, espèce que Boschma considère comme identique à la *S.* (*Drepanorchis*) *neglecta* (Fraisse), qui parasite dans la Méditerranée les Oxyrhynques du genre *Inachus*. Quand la Sacculine est installée sur une femelle, on n'observe, suivant la règle ordinaire, aucune perturbation dans la morphologie de l'hôte, simplement figé à la phase de son évolution qu'il avait atteinte au moment où son parasite est devenu externe. Tout au plus peut-il arriver que le frottement mécanique amène l'usure et la chute des pléopodes. Chez les mâles l'influence est variable, sans doute suivant l'âge plus ou moins précoce auquel s'est faite l'infestation : les uns ne sont en rien modifiés; d'autres présentent au contraire un abdomen plus ou moins élargi, en couvercle excavé; et, dans la mesure même où l'abdomen est ainsi, au point de vue de sa forme générale, inverti dans le sens femelle, on le voit garni sur sa face dorsale de multiples soies en crochet et marqué sur le telson de la tache blanche signalétique.

PROTISTOLOGIE. — *Les métamorphoses prépalintomiques et métapalintomiques des Foettingeriidæ* (*Ciliés*). Note de M. **Édouard Chatton**, Mme **Marguerite Lwoff** et M. **André Lwoff**, présentée par M. F. Mesnil.

Dans une Note antérieure, nous avons décrit les transformations que subit la ciliature des *Foettingeriidæ* pendant la multiplication de ces Infusoires. Ces transformations, étudiées surtout chez *Foettingeria*, peuvent se résumer de la manière suivante : 1° au moment de l'enkystement, la ciliature hélicoïdale caractéristique de tous les trophontes disparaît. Les cils détachés du corps restent figés dans l'enveloppe muqueuse du kyste. Les bandelettes ciliaires, les granules basaux, jusque-là bien visibles, s'effacent sans laisser de traces décelables par l'examen *in vivo* ou par les colorations habituelles. Quand la multiplication est assez avancée pour que, en crevant le kyste, on puisse réaliser des étalements des éléments qu'il contient, il est possible d'imprégner ceux-ci à l'argent par la méthode de Ranvier-Klein. Cette méthode révèle des bandelettes ciliaires dépourvues de cils qui, au lieu d'une course hélicoïdale souvent compliquée, présentent toujours une course exactement méridienne.

Ce plan ciliaire méridien se conserve tant que dure la multiplication sous le kyste, les scissions s'effectuant toujours à l'équateur du système ainsi formé. Dès que la multiplication est terminée, le système méridien revient, par torsion et non sans remaniements des stries, au système hélicoïdal, tandis que les cils poussent le long des bandelettes à partir de leurs granules basaux.

Chez les *Spirophrya* et les *Gymnodinioides*, la phase sans cils qui s'étend de l'enkystement au début de la multiplication est relativement courte. Elle ne dure que de 24 à 72 heures et l'Infusoire conserve sous le kyste la forme fondamentale du trophonte.

Mais, chez la *Synophrya hypertrophica*, parasite interne des Crabes, enkysté sous la peau, cette phase est très longue puisque l'Infusoire, qui a traversé le tégument et s'est considérablement accru, n'entre en multiplication que lorsque le Crabe mue. Chez les Crabes adultes, les mues sont espacées de plusieurs mois, peut-être de plus d'une année semble-t-il, dans certains cas, et nombreux sont les kystes dont le contenu dégénère avant que la mue vienne déclencher sa multiplication. De plus, sa masse ovoïde s'est, en s'accroissant, étalée en une très mince galette à contours profondément et irrégulièrement lobés.

La chute rapide des cils, la disparition totale de leurs insertions au moment de l'enkystement, la substitution d'un système ciliaire méridien à un système hélicoïdal avant la multiplication, la longue durée possible (*Synophrya*) de la phase enkystée posait un problème d'un haut intérêt : y a-t-il ou non continuité entre le système ciliaire hélicoïdal du trophonte et celui du tomonte, et cette continuité existant, comment s'effectue le passage de l'un à l'autre système? La question semblait difficile à résoudre en raison de l'impossibilité d'étaler sans le cytolyser le contenu kystique indivis. Nous nous sommes décidés alors à tenter l'imprégnation de l'Infusoire à travers le kyste et contre notre attente y avons réussi [1].

Chez les *Foettingeria* ainsi imprégnés, on constate que l'évanouissement de la ciliature auquel on assiste sur les kystes *in vivo* n'est qu'apparent. L'argent révèle chez des Infusoires qui viennent de s'enkyster le même système ciliaire hélicoïdal que chez le trophonte. Sur des kystes de plus en plus âgés, on voit ce système hélicoïdal se transformer progressivement en système méridien, par détorsion et raccourcissement concomitant des

(1) La méthode à l'argent de Ranvier-Klein comporte en effet la dessiccation rapide des éléments avant l'imprégnation, opération qui est néfaste au contenu kystique. Nous avons supprimé ce temps et imprégné directement des kystes fixés aux vapeurs osmiques.

bandelettes de la ciliature générale qui s'effectue par résorption des bandelettes d'arrière en avant. En même temps la bouche est ramenée très près du pôle antérieur, et les stries adorales, très réduites chez le trophonte, s'allongent à la mesure de la ciliature générale et entrent, au nombre de six, dans le système méridien. La multiplication commence très peu de temps après, mais seulement lorsque le plan méridien est complètement réalisé. Les premières scissions, comme les suivantes, sont perpendiculaires à l'axe du système. De sorte que, malgré de saisissantes apparences, qui plaident en faveur d'une segmentation cubique, cette segmentation ou palintomie est toujours linéaire. Les choses se passent de même chez tous les *Foettingeriidæ* à multiplication intrakystique (*Spirophrya*, *Gymnodinioides*, *Synophrya*). Nous avons pu, à travers le tégument du Crabe et les deux enveloppes kystiques qui protègent l'hypertrophonte de la *Synophrya*, réaliser l'imprégnation des ciliatures et y déceler le système méridien dont les pôles occupent sensiblement le centre de chacune des faces de la galette infusorienne.

Ainsi, l'ensemble des transformations ciliaires qui mènent du trophonte au tomite par le palintomonte est maintenant entièrement connu. Il comporte deux phases bien distinctes : 1° une métamorphose prépalintomique qui débute dès l'enkystement et s'achève toujours avant la première scission palintomique ; 2° une métamorphose métapalintomique qui débute en même temps que s'achève la dernière scission palintomique et ramène le système ciliaire méridien des tomontes au système ciliaire tordu du tomite. Mais la torsion ne se complétera que dans le tomite enkysté à l'état phorétique ou phoronte.

Fait remarquable : la seule forme du groupe qui effectue sa palintomie à l'état nu, la *Polyspira Delagei*, ne présente qu'une détorsion très incomplète avant la palintomie. La réalisation du système méridien, les deux métamorphoses, paraissent donc liées à la multiplication sous le kyste.

Mais l'intérêt de ces faits dépasse de beaucoup le cadre des *Foettingeriidæ*, si, au lieu de considérer les transformations topographiques du système ciliaire, on considère surtout le fait de la continuité de ces systèmes alors que les cils sont tombés et que leurs insertions sont en apparence complètement effacées.

PHYSIQUE MICROBIOLOGIQUE. — *Action des rayons ultraviolets sur le virus rabique et ses antigènes rabique et venimeux.* Note de Mme **Phisalix** et M. **F. Pasteur**, présentée par M. L. Bouvier.

Le virus rabique se montre sensible à un certain nombre d'agents physiques : lumière solaire, rayons de Röntgen, radium, qui le tuent plus ou moins rapidement, en ménageant ou en détruisant son antigène rabique. Il contient aussi un antigène venimeux, puisqu'il est capable à lui seul de conférer une certaine immunité vis-à-vis des venins de cobra et de vipère. Nous avons essayé sur lui l'action des rayons ultra-violets, dont on connaît déjà l'influence sur quelques toxines microbiennes, en recherchant ce que deviennent la vitalité du virus et l'activité de ses antigènes, question de première importance dans l'emploi éventuel du virus irradié comme vaccin antirabique et antivenimeux.

Technique. — Le virus fixe (celui de l'Institut Pasteur de Paris) est broyé et émulsionné à $\frac{1}{200}$ dans l'eau salée physiologique; l'émulsion, filtrée sur toile et sur papier, est répandue en couche de 2-3^{mm} d'épaisseur dans une cuvette de verre à fond bien plan qu'on recouvre d'une plaque de verre Renovic. Le brûleur à rayons ultraviolets est amené à surplomber le liquide à une distance de 0^m,50 et maintenu 30 minutes en activité. Pendant ce temps, le trouble de l'émulsion s'accentue un peu; l'échauffement du liquide ne dépasse pas 30°, température inférieure à celle à laquelle le virus est habitué dans l'organisme du lapin. Après irradiation, l'émulsion est centrifugée et ramenée, par décantation partielle, à l'état d'émulsion décimale, qui convient aux essais biologiques.

La source des rayons ultraviolets est un brûleur en quartz à vapeurs de mercure de la Verrerie Scientifique, type 220 continu, 3,5 ampères, puissance 942 watts aux bornes du brûleur. Les mesures énergétiques sont les mêmes que dans nos opérations précédentes [1]. La puissance totale étant ramenée à 100, nous obtenons :

	Watts-heure.
76 dans l'infrarouge..................	715,92
8 dans le visible....................	75,36
16 dans le violet.....................	150,72

La lumière émise par le brûleur, et qui ne contient pas de rouge, est négligeable; seuls les 150,72 watts de l'ultraviolet, soit pour une demi-heure d'exposition

$$\frac{150,72}{2} = 75,36 \text{ watts},$$

ont produit les effets observés suivants :

Action sur le virus et son antigène rabique. Expérience. — Deux lapins reçoivent chacun sous la dure-mère, après trépanation, 0$^{cm^3}$,25 de l'émulsion

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 538 et 795.

de virus irradié ; tous deux résistent. Avaient-ils l'immunité naturelle, ou l'avaient-ils acquise ? Pour fixer ces points, ils sont éprouvés, 4 mois après, par inoculation sous la dure-mère de $0^{cm^3},25$ d'une émulsion décimale de virus fixe ; ils se comportent tous deux de même ; les premiers symptômes rabiques apparaissent le 8e jour, et les lapins meurent paralysés le 11e jour. Il résulte de là : 1° que les lapins n'avaient pas l'immunité naturelle, car ils l'auraient conservée, et qu'ainsi l'agent infectant du virus a été tué par les rayons ultraviolets ; 2° que l'antigène rabique a été également détruit, car l'évolution de la rage, après épreuve par le virus fixe, n'a été modifiée ni dans sa durée, ni dans sa terminaison.

Action sur l'antigène venimeux du virus. Expérience. — Le venin et le virus irradié sont mélangés dans les proportions de 1^{cm^3} d'une solution au $\frac{1}{10000}$ de venin de vipère dans l'eau salée physiologique, pour $0^{cm^3},25$ d'une émulsion décimale de virus. Le mélange est tenu à la température de 15-16° pendant 3 heures avant emploi. Trois souris adultes reçoivent chacune, sous la peau du dos, $1^{cm^3},25$ du mélange venin-virus irradié ; trois témoins reçoivent, d'autre part, $1^{cm^3},25$ du mélange de 1^{cm^3} de solution de venin (dose mortelle en 16-20 heures pour la souris) avec $0^{cm^3},25$ d'eau salée physiologique.

Chez les deux groupes d'animaux, apparaissent et se déroulent les symptômes de l'envenimation vipérique; les témoins meurent en 19 et 20 heures; les souris de l'autre groupe en 2 et 3 heures, ainsi plus rapidement que les témoins, résultat en faveur de l'existence et de la persistance de la toxine rabique, ou d'une toxine provenant de la substance nerveuse du virus.

Ainsi, dans les conditions où nous sommes placés, *le virus rabique fixe, en émulsion homogène à* 1 *pour* 200, *exposé pendant* 30 *minutes aux rayons ultraviolets d'un brûleur en quartz à vapeurs de mercure, distant de* $0^{m},50$, *et ayant fourni une énergie utile correspondant à* 75,36 *watts, a perdu à la fois son pouvoir infectant et ses antigènes venimeux et rabique. S'il n'est plus infectant, il n'est plus apte à être employé comme vaccin, soit contre la rage, soit contre l'envenimation.*

Remarque. — Notre étude était terminée, lorsque est venu à notre connaissance un travail de Takaya, paru à Tokio en 1926 et 1927 dans *Oriental Journal of Diseases of Infants*. Ce travail établit le pouvoir rabicide des rayons ultraviolets, *inconstant* sur le virus fixe, presque absolu sur le virus des rues. L'auteur japonais montre en outre l'impuissance de ces rayons à prévenir le développement du virus des rues, introduit chez le lapin par la voie cutanée.

Malgré les différences dans les conditions expérimentales de Takaya et les nôtres, dilution du virus, temps d'exposition aux rayons et distance à la

source, caractéristiques, non comparables, des brûleurs employés et de l'énergie utile, nos résultats confirment et complètent ceux de Takaya en ce qui concerne le pouvoir rabicide des rayons, que nous avons obtenue *complète* sur le virus fixe; ils montrent en outre la destruction totale des antigènes venimeux et rabique, et la toxicité relative de l'émulsion du virus irradié.

HISTOCHIMIE. — *Recherches histochimiques sur l'anthracose pulmonaire.* Note de MM. **A. Policard**, **S. Doubrow** et **D. Pillet**, présentée par M. F. Mesnil.

L'étude histochimique de poumons présentant de l'anthracose pulmonaire, provenant de sujets ayant habité la ville, mais jamais travaillé dans des mines de charbon, nous a permis d'apporter quelques résultats nouveaux dans le problème très discuté aujourd'hui de la nature du pigment anthracosique. Est-ce un pigment ferrugineux dérivé du sang ou des amas de particules exogènes de charbon amenées par la respiration?

I. La méthode de la microincinération nous avait montré [1] que les deux variétés de pigment coexistaient en réalité. Par cette technique, le pigment ferrugineux laisse des cendres rouges d'oxyde de fer, le charbon exogène disparaissant totalement.

II. Les dépôts de charbon exogène ne sont pas constitués exclusivement par ce corps; ils contiennent aussi des éléments minéraux divers, carbonates, silicates, feldspaths, etc., sous forme de particules extrêmement fines. Certaines de ces particules sont amorphes, d'autres cristallisées et anisotropes, agissant par conséquent sur la lumière polarisée. L'examen des coupes au microscope minéralogique permet de révéler d'une façon très nette la présence de ces particules minérales brillantes, satellites constants du charbon exogène. Le procédé est d'une extrême simplicité et d'une grande netteté. Les résultats se superposent exactement à ceux obtenus, sur des coupes identiques, par la technique de la microincinération.

III. Nous avions constaté que la microincinération des dépôts intrapulmonaires de charbon montre toujours au même endroit des dépôts abondants de cendres. Or ces cendres sont biréfringentes, beaucoup plus que les dépôts avant incinération. Ce fait semble devoir s'expliquer ainsi. Les silicates naturels, normalement amorphes et non biréfringents, prennent

---

(1) Policard, Doubrow et Pillet, *Application de la technique histochimique de la microincinération à l'étude des pigments anthracosiques pulmonaires* (*C. R. Soc. Biol.*, 98, 1928, p. 985).

par chauffage un caractère cristallin et anisotrope. C'est un phénomène bien connu.

IV. En détruisant du tissu pulmonaire anthracosique par des mélanges très alcalins d'hypochlorite de soude, on peut isoler le pigment noir pulmonaire. La partie ferrugineuse peut être dissoute par des acides forts à chaud. Il reste alors un résidu, représentant surtout le charbon exogène, mais où le microscope minéralogique révèle une quantité souvent considérable de particules anisotropes, qui représentent les poussières minérales respirées en même temps que le charbon et fixées avec lui. Après incinération, ces poussières donnent des cendres très biréfringentes.

V. Une cause d'erreur doit être évitée. Des dépôts plus ou moins pigmentés d'origine sanguine peuvent renfermer des cristalloïdes biréfringents formés d'hématoïdine ou d'éthers de la cholestérine. La présence de telles formations est banale, dans les infarctus par exemple. Leur distinction avec les cristaux minéraux est très facilement faite par un chauffage, même peu élevé, qui détruit les cristaux d'origine organique pour ne laisser subsister que ceux d'origine minérale exogène.

Ainsi, par des examens histochimiques simples, on peut révéler dans des cas d'anthracose pulmonaire ordinaire, en dehors de toute maladie professionnelle (pneumokoniose), la présence de particules minérales exogènes fixées dans le tissu pulmonaire, dans les mêmes points où se constatent des dépôts charbonneux. C'est là dans l'ordre histopathologique une nouvelle preuve des liaisons étroites, constatées dans l'ordre clinique, entre l'anthracose et la silicose.

MÉDECINE. — *Rôle du ganglion étoilé gauche dans le déterminisme de la crise d'angine de poitrine.* Note de MM. **R. Leriche** et **R. Fontaine**, présentée par M. Quénu.

Le ganglion stellaire gauche du sympathique paraît expérimentalement jouer un rôle important dans le mécanisme de production de la crise d'angine de poitrine. Les faits suivants l'établissent :

1° Chez un homme souffrant d'un syndrome douloureux du membre supérieur gauche, l'électrisation opératoire du ganglion étoilé, au cours de la détermination des branches nerveuses intéressées dans la maladie, a provoqué une véritable crise d'angine de poitrine avec douleurs violentes dans la région précordiale, dans les trois premiers espaces intercostaux, avec forte angoisse, sans accélération du pouls, ni dyspnée. L'électrisation d'autres parties de la chaîne sympathique ne donna rien de tel.

2° Chez une femme, en cours d'opération pour angine de poitrine, la libération du segment inférieur de la chaîne sympathique ayant déterminé une crise typique d'an-

gine de poitrine, l'injection de novocaïne dans la partie supérieure du ganglion étoilé arrêta net la crise.

3° Chez un homme déjà opéré pour des phénomènes douloureux dans le domaine du membre supérieur gauche, la piqûre du ganglion étoilé, seul élément restant de la chaîne cervicale, provoqua une crise d'angine de poitrine, suivie au bout d'une dizaine de minutes d'une poussée d'œdème aigu du poumon avec expectoration caractéristique, toux sèche, dyspnée expiratoire. La piqûre avait été entreprise pour essayer d'influencer par anesthésie locale quelques phénomènes musculaires résiduels.

4° Chez un homme atteint d'angine de poitrine à crises très fréquentes, et devant être opéré, une infiltration novocaïnique du ganglion étoilé gauche fut entreprise pour déterminer le côté sur lequel devait porter l'intervention. La piqûre du ganglion détermina une crise typique d'angine extrêmement violente qui ne se calma qu'au bout d'une heure.

5° Récemment enfin, chez une femme souffrant depuis 14 ans de crises paroxystiques tenant à la fois de l'angine de poitrine et de l'asthme bronchique, une injection novocaïnique du ganglion étoilé gauche fut entreprise pour déterminer le côté sur lequel devait porter l'opération. La piqûre, avant toute injection, provoqua une vasodilatation de la face avec syndrome de Claude Bernard-Horner, puis une crise d'angine de poitrine très violente avec douleur précordiale, angoisse, irradiations douloureuses dans le bras gauche. La respiration resta normale durant toute la crise et le pouls ne s'accéléra qu'au début. L'ensemble de la crise dura une heure.

Ces faits montrent l'importance considérable du ganglion étoilé gauche dans le déterminisme de la crise d'angine de poitrine. L'électrisation ou la piqûre d'autres parties de la chaîne sympathique n'est jamais suivie de phénomènes semblables à ceux que nous venons de signaler. Il semble que le ganglion agisse à l'état normal comme centre de réflexion des excitations sensitives nées au niveau des parois du cœur et de l'aorte pour régler le travail du cœur en fonction de l'état de ses parois et de celles de la crosse aortique. A l'état pathologique, dès que l'excitation dépasse la mesure physiologique de la sensibilité inconsciente, il devient un centre de réflexes viscéralgiques et semble déterminer la crise d'angine de poitrine. D'après d'autres faits non rapportés dans cette Note, il interviendrait de même dans certaines crises d'asthme et dans certains œdèmes aigus du poumon.

En tout cas, les faits expérimentaux ci-dessus signalés doivent être pris en sérieuse considération quand il s'agit d'entreprendre le traitement chirurgical de l'angine de poitrine. Ils semblent exiger l'ablation isolée du ganglion, ce qui jusqu'ici était très discuté.

A $15^h 50^m$, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17^h.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 JANVIER 1929.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

L'année commence à peine et déjà l'Académie est durement éprouvée par la mort d'un de ses Membres titulaires de la Section de Médecine et de Chirurgie, M. **Widal**, et d'un Correspondant de la Section de Géométrie, M. **Riquier**.

M. **Widal** était né à Dellys (Algérie). Après de brillantes études médicales consacrées par la médaille d'or des internes, il devint docteur puis agrégé à la Faculté de Médecine. Nommé professeur de pathologie interne en 1911, puis peu après professeur de clinique médicale, il attira de nombreux auditeurs par sa maîtrise professorale toute de clarté et de précision.

M. Widal était pénétré de l'importance de la culture des sciences physiques et naturelles pour le futur médecin. « Ces sciences, écrivait-il, outre qu'elles lui ouvrent sans cesse des horizons nouveaux, lui fournissent des moyens d'investigation précis, des techniques réglées et des procédés de mesure qui lui permettent d'apporter la rigueur là où il n'y avait encore que l'à peu près et de mettre des certitudes là où l'on ne recueillait que des impressions. »

Son œuvre remarquable, toujours inspirée par ces idées, a ouvert des voies nouvelles. La découverte du *sérodiagnostic* appliquée à la fièvre typhoïde et caractérisée par la possibilité, pour le sérum d'un malade, d'agglutiner une émulsion de bacilles typhoïdiques.

L'agglutination n'est pas limitée au microbe infectant, elle s'applique aussi, mais à un moindre degré, aux germes paratyphoïdes, aussi M. Widal en déterminant le taux de l'agglutination a-t-il pu différencier la fièvre typhoïde des fièvres paratyphoïdes.

Réactif d'une simplicité remarquable pour dépister la fièvre typhoïde, le procédé de M. Widal s'est bientôt étendu au diagnostic des maladies les plus diverses : dysenterie, choléra, actinomycose, etc., souvent difficiles à reconnaître.

Le *cytodiagnostic* proposé en 1900 par M. Widal n'a pas moins d'importance puisqu'il permet de connaître la nature des épanchements des séreuses par l'étude de leurs éléments cellulaires. Là où l'investigation clinique, l'analyse chimique et l'examen bactériologique ne fournissaient que des renseignements imprécis, le *cytodiagnostic* donne au médecin une réponse décisive.

Aussi est-il devenu une méthode d'examen indispensable pour l'étude des maladies de la plèvre et des méninges en neuropathologie et en typhyligraphie.

En 1886, M. Widal donnait la preuve, avec Chantemesse, que l'on pouvait vacciner les animaux contre l'infection typhoïdique à l'aide de bacilles stérilisés par la chaleur. Mais la haute température employée pour la stérilisation 120 et 100° ne pouvait permettre l'application du vaccin à l'homme à cause des fortes doses de microbes qu'il aurait fallu employer. Wright résolut la difficulté en abaissant la température à 53° juste suffisante pour tuer les bacilles. La méthode de vaccination était généralisée à partir de 1896.

Au début des hostilités, l'armée de terre était vaccinée par le vaccin à l'éther de notre confrère M. Vincent et l'armée de mer par le vaccin de Chantemesse et Widal.

Bientôt on s'aperçut que si la fièvre typhoïde était jugulée, les fièvres paratyphoïdes se multiplièrent à tel point que les hôpitaux furent encombrés de malades. En 1915, M. Widal montra que la vaccination simple était incomplète et qu'il était nécessaire d'immuniser les troupes avec un vaccin triple antityphoïdique et antiparatyphoïdique A et B.

L'emploi de ce vaccin triple, vaccin à l'éther ou vaccin chauffé, fut ordonné, les maladies paratyphoïdiques s'éteignirent et la catastrophe qui menaçait les armées alliées fut conjurée.

Les recherches poursuivies pendant plus de 20 ans par M. Widal sur les maladies des reins ont réalisé dans ce domaine de remarquables

progrès et montré que là où l'on ne voyait autrefois qu'un problème anatomique, celui des lésions rénales, il s'agit avant tout d'un problème physiologique, celui des fonctions d'excrétion. M. Widal a dissocié, au lit des malades atteints du mal de Bright, les symptômes de l'œdème dus à la rétention des chlorures et ceux qui dépendent de la rétention de l'urée et des produits similaires. Dans la chlorurémie, la rétention des chlorures, en rompant l'isotonie des humeurs, provoque la diffusion de l'eau du sang vers les tissus, d'où apparition des œdèmes. A ce trouble d'origine simple, M. Widal oppose un traitement également simple : la déchloruration qui amène rapidement la disparition des œdèmes et en empêche le retour.

Dans l'azotémie, la rétention des produits azotés : urée, etc., ne se traduit par aucun phénomène extérieur, car il n'y a pas de modification de tonicité, elle détermine l'accumulation de l'urée dans les tissus et dans le sang et peut provoquer de graves phénomènes d'intoxication. L'analyse de l'urée dans le sang permet au médecin d'intervenir heureusement avant que les limites fixées par M. Widal et qui correspondent à un pronostic grave, ne soient atteintes.

Fidèle à ses idées, notre regretté confrère a su dans le domaine de ses recherches substituer à la médecine empirique la médecine expérimentale.

Son œuvre lui valut d'être élu à l'Académie de Médecine en 1906 et d'entrer dans notre Compagnie en 1919. Elle perpétuera son souvenir parmi nous.

J'adresse à la famille de M. Widal, au nom de l'Académie, l'expression de notre respectueuse sympathie.

M. **Charles Riquier**, né à Amiens en 1853, est mort à Caen il y a quelques jours. Il a limité son activité à un petit nombre de questions dans le dessein de les approfondir. Ses travaux se rattachent à la détermination du degré de généralité de l'intégrale d'un système d'équations aux dérivées partielles portant sur un nombre quelconque de fonctions à un nombre quelconque de variables.

Ce problème, posé aux géomètres dès la découverte du Calcul Intégral, a été résolu assez vite dans des cas très particuliers, puis dans des cas étendus simples; mais la recherche de la solution générale exigeait une patience et une habileté dont M. Riquier a fait preuve dans ses recherches. Il a développé notamment une méthode fort ingénieuse qui permet de décider si un système différentiel quelconque admet ou non des solutions et de le ramener

à un des systèmes que les analystes nomment *systèmes complètement intégrables*. Le Mémoire qui renferme les principaux résultats obtenus par M. Riquier fut inséré dans le Recueil des Savants étrangers sur un rapport de M. Émile Picard. Lauréat de l'Institut en 1902, il fut élu Correspondant dans la Section de Géométrie en 1920.

Son œuvre restera, parmi les analystes, comme un modèle d'habileté, de patience et de ténacité.

Nous saluons sa mémoire.

LITHOLOGIE. — *Sur la composition chimique des tectites, et en particulier de celles du Cambodge.* Note [1] de M. **A. Lacroix.**

Afin de préciser la composition chimique des tectites du Cambodge dont j'ai signalé l'existence dans une précédente Note [2], je considérerai tout d'abord, à un point de vue général, l'ensemble des tectites connues; par leur composition chimique et par les propriétés physiques qui lui sont liées (densité, réfringence), celles-ci constituent un ensemble dont les parties ne doivent pas être discutées indépendamment les unes des autres.

J'ai réuni dans les deux tableaux donnés ci-après les analyses les plus caractéristiques et les plus complètes choisies parmi celles qui ont été publiées antérieurement [3]. Dans le second de ces tableaux se trouvent les résultats concernant une tectite du Cambodge.

J'y ai joint une analyse nouvelle de la billitonite de Billiton (analyse 14) et celle (analyse 13) d'un échantillon remarquable que je dois à notre ancien confrère A. Damour. Cet échantillon est semblable à celui qu'il avait décrit [2] sous le nom d' « obsidienne explosive de l'Inde »; l'un et l'autre proviennent très probablement du même gisement que la plus grosse tectite connue jusqu'alors qui se trouve au Musée de Singapore et a été

---

(1) Séance du 7 janvier 1929.

(2) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 117.

(3) Voir en particulier Franz, E. Suess, *op. cit.*; Summers, *Proceed. R. Soc. Victoria*, **21**, Part II, 1902, p. 423; Sir T. W. David, H. S. Summers, G. A. Ampt, *The Tasmanian Tectite : Darwin Glass* (*Ibid.*, **39**, Part II, 1927, p. 167).

(4) A. Damour, *Sur une obsidienne de l'Inde qui a éclaté avec détonation au moment où on l'a sciée* (*Comptes rendus*, **18**, 1844, p. 4). Cette Note est la première qui ait été publiée sur les tectites d'Extrême-Orient. Car c'est en 1879 seulement que P. van Dijk a signalé les nodules de verre de Billiton.

étudiée par M. Scrivenor [1] (analyse 12). Damour a signalé que lorsqu'il voulut faire scier en deux parties cette obsidienne, elle éclata violemment, en se divisant en menus fragments. L'échantillon qu'il m'a remis, il y a plus de 30 ans, m'avait été donné avec la promesse qu'une expérience serait faite exactement dans les mêmes conditions que la sienne. L'échantillon est parfaitement sphérique et mesure 8^{cm} de diamètre; il a été fixé avec de la résine dans deux calottes sphériques en fonte dont l'une était maintenue fixe à l'aide d'un étau. Lorsque le fil d'acier utilisé pour le sciage est parvenu à 4^{mm} de la surface, la partie libre a été projetée violemment au loin, mettant en évidence une cavité sphérique unique disposée excentriquement et qui n'avait pas encore été atteinte par le fil; elle mesure 6^{cm} de diamètre. Les précautions prises ont évité l'émiettement de l'échantillon dont la rupture a été déterminée plutôt par la tension des gaz remplissant cette bulle à paroi éclatante, que comme conséquence d'un état de trempe.

1.	*Darwin Glass.* Mount Darwin (Tasmanie).	I.1.1.2	Ampt., *in* David, Summers et Ampt
2.	*Moldavites.* Radomilice................	I.2.2.3'.2	von John
3.	» »	I'.2'.2'.2	»
4.	» »	I.2(3).(3)4.(1)2	»
5.	» Trebitsch................	I(II).2(3).'3.2	»

	1.	2.	3.	4.	5.
SiO^2.........	86,34	82,28	77,69	77,75	78,61
Al^2O^3........	7,82	10,08	12,78	12,90	12,01
Fe^2O^3........	0,63	»	2,05	»	0,16
FeO..........	2,08	2,03	1,45	2,60	3,09
MgO.........	0,92	0,98	1,15	0,22	1,39
CaO..........	0,05	2,24	1,26	3,05	1,62
Na^2O........	0,15	0,28	0,78	0,26	0,44
K^2O.........	0,87	2,20	2,78	2,58	3,06
TiO^2.........	0,52	n. d.	n. d.	n. d.	n. d.
H^2O (+).....	0,43	0,06	n. d.	0,10	n. d.
» (−)......	0,03	n. d.	n. d.	n. d.	n. d.
MnO.........	n. d.	n. d.	n. d.	n. d.	0,11
	99,95 (1)	100,15	99,94	99,46	100,49

(1) ZrO^2 : 0,11.

---

[1] J.-B. Scrivenor, *Obsidianites in the Federated Malay States* (*Geol. Magaz.*, 3, 1916, p. 145). L'un des deux échantillons du Musée de Singapore a été scié; la figure donnée par Scrivenor montre en son centre plusieurs grosses bulles gazeuses.

	1.	2.	3.	4.	5.
SiO^2 libre %.	79,8	64,3	57,4	57,1	56,0
Al^2O^3 libre %.	6,5	3,2	6,1	4,0	5,0
An % du plagioclase....	»	81	47	87	66
$\frac{Or}{Pl}$..........	»	0,9	1,2	0,9	1,7
Σ_b..........	6,4	6,2	6,8	5,3	9,5

Australites.

6. Près lac Eyre (S. Australie). I(II).(2)3.3.3. Ampt., *in* Summers
7. Hamilton (Victoria)......... I(II).(2)3.3.3. »
8. Upper Weld (Tasmanie)..... I(II).3.3.3. W. F. Hillebrand
9. Mount Elephant (Victoria)... (I)II.3.3.3 Ampt., *in* Summers
10. Pieman (Tasmanie)......... I(II).3.3(4).'3 W. F. Hillebrand
11. Coolgarlie (W. Australie)... 'II.3.3.3 A. Hall

Billitonites.

12. Kelanton (?) (Malaisie)...... II.3.3.3 Salter, *in* Scrivenor
13. Malaisie (éch. Damour)...... 'II.3'.3.3 Raoult
14. Tutong (N. W. Bornéo)...... II.3.3.3 *in* Mueller
15. I. Billiton.................. (I)II.3.3.'3 Raoult
16. **Schmach (Cambodge)**........ (I)II.3.'3.3 »

	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	1 .	16.
SiO^2..........	77,72	76,25	69,80	72,39	73,59	70,62	69,80	70,08	70,90	70,28	72,08
Al^2O^3..........	9,97	11,30	15,02	13,12	12,35	13,48	14,30	13,61	13,50	12,67	13,21
Fe^2O^3..........	0,32	0,35	0,40	0,42	0,38	0,85	0,15	0,15	0,32	0,20	0,37
FeO............	3,75	3,88	4,65	4,48	3,79	4,44	5,65	4,81	5,47	5,28	4,47
MgO...........	1,59	1,48	2,47	1,87	1,80	2,42	3,20	2,16	2,45	2,62	1,92
CaO...........	2,40	2,60	3,20	3,17	3,76	3,09	2,61	3,48	2,35	3,92	2,42
Na^2O..........	1,29	1,23	1,29	1,54	1,03	1,27	1,16	1,99	1,46	1,71	2,14
K^2O...........	1,96	1,82	2,56	1,92	1,93	2,22	1,90	2,41	2,17	2,32	2,49
TiO^2..........	0,86	0,65	0,80	0,76	0,70	0,90	1,00	0,79	1,00	1,10	0,78
$H^2O(+)$	0,15	0,32	»	0,11	0,53	0,01	n. d.	»	»	»	0,13
» (—).......	0,04	0,02	»	0,02	0,27	0,06	n. d.	0,08	»	0,05	0,13
MnO..........	tr.	0,06	0,18	0,05	»	0,42	tr.	0,15	»	0,19	0,13
	100,05	99,99 (1)	100,37	99,91 (2)	100,29 (3)	99,78	99,7	99,84	99,62	100,35	100,27
SiO^2 libre %....	52,6	52,1	38,3	43,6	46,9	41,4	41,5	35,0	41,6	38,9	39,0
Al^2O^3 libre %...	1,3	2,7	4,2	2,6	1,7	3,4	5,6	1,2	4,5	0,4	2,5
$\frac{Or}{Pl}$............	0,4	0,4	0,6	0,4	0,5	0,5	0,5	0,4	0,5	0,4	0,5
An % du plagioclase..........	52	56	59	54	69	58	56	51	49	59	40
Σ_b.............	11,2	11,3	15,6	13,5	12,1	15,8	18,8	14,8	16,6	13,1	13,7

(1) NiO : 0,03. (2) NiO : 0,06. (3) ZrO^2 : 0,01.

Parmi les tectites, il faut distinguer trois types chimico-minéralogiques : le premier ne comprend que le verre de Darwin (queenstownite) du mont Darwin, en Tasmanie; le second, les moldavites de Moldavie et de Bohême; le troisième, les australites, les billitonites de Malaisie et aussi les tectites du Cambodge.

L'interprétation de ces analyses, au point de vue où je me place dans l'étude des roches éruptives en général, montre que toutes les tectites ont comme caractères essentiels communs d'être très riches en silice, existant en grande partie à l'état libre. Toutes renferment de l'alumine libre, en quantité généralement élevée. Il ne semble pas exister d'acide phosphorique. Dans toutes, il existe des alcalis, parmi lesquels la potasse domine toujours en poids sur la soude.

A ces caractères généraux, il faut ajouter des caractères particuliers aux tectites de chaque région.

Le verre de Darwin est exceptionnel, en ce qu'il est à peu près dépourvu de chaux et que très faible y est la proportion des alcalis.

Toutes les autres tectites renferment beaucoup de chaux pour des roches aussi riches en silice; en raison de la haute teneur en alumine, cette chaux est entièrement feldspathisable, de telle sorte que le plagioclase virtuel contient beaucoup de molécules d'anorthite, dont la teneur est généralement supérieure à 50 pour 100 et peut atteindre 87 pour 100 dans les termes les plus siliceux. Le rapport de l'orthose au plagioclase moyen calculés est monzonitique ($> 0,6$) dans les moldavites, alors qu'il est shoshonitique ($< 0,6$) dans le troisième type.

La teneur en fer (FeO dominant) et en magnésie est aussi à noter dans des roches aussi siliceuses.

Les paramètres magmatiques qui traduisent la composition des tectites rapprochent donc les australites et les billitonites ainsi que les tectites du Cambodge; ils font voir que de pareils types chimico-minéralogiques ne sont pas absolument absents parmi les roches terrestres, sous forme de granites et de rhyolites, mais ils n'y sont que très rarement réalisés et c'est par unités que l'on peut compter les exemples de roches terrestres qui, au point de vue chimique, sont vraiment comparables aux tectites.

Quelle que soit l'hypothèse génétique adoptée, il faut tenir compte de ce que toutes les tectites forment un ensemble : elles présentent des caractères de gisement, des propriétés physiques comparables, elles ont des compositions chimiques étroitement délimitées et ce n'est pas là un effet du hasard.

Un caractère différentiel des tectites et des verres volcaniques rhyolitiques (obsidiennes) réside dans la nature de leurs gaz occlus qui sont peu abondants : CO, CO^2, H, Az, dans les tectites, HCl, SO^2, parfois Cl, dans les obsidiennes [1]. J'aurai l'occasion de revenir sur cette question en ce qui concerne les échantillons du Cambodge. Mais, dès à présent, je signalerai que les observations faites dans le laboratoire de M. Lebeau ont montré que, très pauvres en gaz, ils renferment ceux des tectites et sont dépourvus d'acide chlorhydrique.

Le tableau ci-dessous donne la densité et l'indice de réfraction, mesurés dans mon laboratoire par M. P. Gaubert, sur les tectites de la collection du Muséum; il met en évidence la liaison de ces deux constantes, les mesures effectuées sur de nombreux échantillons du Cambodge montrent de petites variations, indices d'une légère hétérogénéité chimique.

		Densité.	N_{Na}
Moldavites.	Radomilice	2.339-2.340	1,4877
»	Slavice	2.345	1.4908
»	Ceske Budějovice	2.350	1,4948
Australites.	Mount William (Victoria).	2.380	1,5002
»	Hamilton	2.415	1,5043
»	Cambodge (analyse 16)	2.422	1,5063
»	»	2.424	1.5079
»	»	2.425	1.5092
»	»	2.428	1.5102
Billitonites.	Malaisie (analyse 13)	2,443	1,5148
»	Billiton (analyse 15)	2,457	1,5157
Australite.	Charlotte's Water	2.458	1,5178

Enfin des essais de fusibilité, effectués par les soins de l'Office national des recherches et inventions, montrent que le verre du Cambodge commence à se ramollir au voisinage de 750°C. A 1200°, il adhère à la coupelle, sans se boursoufler, comme le font les obsidiennes.

Toutes les caractéristiques morphologiques, physiques et chimiques et le peu que nous savons sur les conditions du gisement conduisent donc à rattacher aux tectites le verre du Cambodge. Ses propriétés le rapprochent surtout des billitonites de Malaisie dont les fragments ne diffèrent que par des particularités morphologiques qui seront discutées ultérieurement.

[1] Albert Brun, *Recherches sur l'exhalaison volcanique*, 1911, p. 76.

M. H. Lecomte fait hommage à l'Académie du tome cinquième, fascicule 7 : *Ulmacées, Cannabinacées, Moracées*, par F. Gagnepain, de la *Flore générale de l'Indo-Chine*, publiée sous sa direction.

M. Charles Riquier, dont la mort est annoncée d'autre part, a fait hommage à l'Académie du Mémoire intitulé : *La Méthode des Fonctions majorantes et les systèmes d'Équations aux dérivées partielles*, qui forme le fascicule XXXII du *Mémorial des Sciences mathématiques*.

PRÉSENTATIONS.

Dans la Formation d'une liste de candidats à la Chaire de *Physiologie du travail, Hygiène industrielle, Orientation professionnelle*, du Conservatoire national des Arts et Métiers, pour la première ligne, M. *Henri Laugier* est désigné par 27 suffrages contre 14 à M. *Robert Faillie*, 7 à M. *Marcel Frois* et 1 à M. *Henri Violle*.

Il y a 1 bulletin blanc.

Pour la seconde ligne, M. *Robert Faillie* est désigné par 25 suffrages contre 12 à M. *Marcel Frois* et 4 à M. *Henri Violle*.

Il y a 2 bulletins blancs.

Pour la troisième ligne, M. *Marcel Frois* est désigné par 20 suffrages contre 10 à M. *Henri Violle*.

Il y a 5 bulletins blancs et 1 bulletin nul.

En conséquence, la liste présentée par M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne.............. M. **Henri Laugier**.
En seconde ligne............... M. **Robert Faillie**.
En troisième ligne.............. M. **Marcel Frois**.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire de *Chimie générale dans ses rapports avec l'industrie*, du Conservatoire national des Arts et Métiers, pour la première ligne, M. *René Dubrisay* est désigné par 27 suffrages contre 14 à M. *Raymond Delaby* et 12 à M. *Paul Job*.

Pour la seconde ligne, M. *Paul Job* est désigné par 33 suffrages contre 15 à M. *Raymond Delaby* et 1 à M. *Marcel Guichard*.

Il y a 1 bulletin blanc et 2 bulletins nuls.

Pour la troisième ligne, M. *Raymond Delaby* est désigné par 30 suffrages.

Il y a 7 bulletins blancs et 11 bulletins nuls.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne............	M. **René Dubrisay**.
En seconde ligne.............	M. **Paul Job**.
En troisième ligne............	M. **Raymond Delaby**.

CORRESPONDANCE.

M. **Aurel Stodola**, élu Correspondant pour la Section de Mécanique, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Emanuele Paternò. *Conferenze e discorsi scientifici* (1877-1926).

2° *L'aluminium et ses alliages*, édité par l'Aluminium français.

3° *Les principes de la mécanique classique*, par Ludovic Zoretti, fascicule XXX du *Mémorial des Sciences mathématiques*.

4° *Les Plantes Alimentaires chez tous les peuples et à travers les Ages. Histoire, utilisation, culture*, par D. Bois. Volume II. *Phanérogames fruitières*. (Présenté par M. H. Lecomte.)

5° Émile Sevin. *Le temps absolu et l'espace à quatre dimensions*. (*La gravitation. La masse. La lumière.*) (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

M. **L. Gauchet** adresse des remercîments pour la subvention allouée à l'Observatoire de Zô-Sé sur la *fondation Loutreuil*.

GÉOMÉTRIE. — *Déformation projective des réseaux plans.* Note de M. **Eduard Čech.**

1. Le point A (u, v) décrivant un réseau plan (A), appelons *élément linéaire projectif* de (A) la forme différentielle fractionnaire

$$([A A_u A_{uu}]\,du^3 + [A A_v A_{vv}]\,dv^3) : 2\,[A A_u A_v]\,du\,dv = (\beta\,du^3 + \lambda\,dv^3) : 2\,du\,dv.$$

Si le réseau (A) est la projection des lignes asymptotiques d'une surface S, alors *l'élément linéaire projectif de* (A) *est égal à celui de* S.

2. Soit (B) un autre réseau plan en correspondance avec (A). A chaque instant (u, v), on peut trouver ∞^2 homographies H réalisant un contact analytique du premier ordre des plans des deux réseaux. Je parlerai de *déformation projective* si H réalise un contact du second ordre des deux courbes du réseau (A) passant par le point envisagé A (u, v) avec les courbes correspondantes de (B); ceci ne dépend pas du choix de H, mais on peut alors fixer A univoquement de façon que le contact du second ordre soit aussi analytique. Dans ce qui suit, la lettre H signifie toujours l'homographie ainsi déterminée. F étant une figure intrinsèquement liée à un point A (u, v) du réseau (A), je dirai, pour abréger, que H *conserve* F si H apporte F dans la figure F′ ayant la même relation avec (B) que F avec (A).

3. *La condition nécessaire et suffisante pour la déformation projective et l'invariance de l'élément linéaire projectif.*

4. *Une forme différentielle* $\beta du^3 + z dv^3 : 2\,du\,dv = \psi$ *étant donnée, les réseaux plans desquels l'élément linéaire projectif est égal à* ψ *existent toujours et dépendent de quatre fonctions arbitraires d'un argument.*

5. Considérons, pour un moment, une correspondance quelconque entre deux plans $A(u, v)$, $B(u, v)$. Appelons, avec M. Borůvka, *directions caractéristiques* celles dans lesquelles la correspondance conserve les inflexions; ces directions définissent, dans les deux plans, les (courbes) *caractéristiques* de la correspondance. On peut toujours choisir les facteurs des coordonnées homogènes de manière que l'on ait $[A A_u A_v] = [B B_u B_v]$; alors l'équation différentielle des caractéristiques prend la forme simple

$$[A\,dA\,d^2A] = [B\,dB\,d^2B],$$

ce qui rend évident qu'on a, en général, trois familles ∞^1 de caractéristiques. Rappelons encore que les caractéristiques ne sont indéterminées que pour une correspondance homographique.

6. *Une correspondance entre deux réseaux plans* (A) *et* (B) *est une déformation projective alors et alors seulement si les courbes des réseaux sont des caractéristiques de la correspondance.* Les courbes de la troisième famille des caractéristiques soit appelées *courbes principales* de la déformation projective; leurs tangentes sont les *directions principales* de la déformation, elles sont bien déterminées si la déformation ne se réduit pas à une simple homographie.

7. Soient (A_1), (A_2) les deux transformées de Laplace du réseau (A); soient (B_1), (B_2) les transformées correspondantes du réseau (B) déformé projectif de (A). *Les droites principales de la déformation projective contiennent l'intersection des droites* $[A_1 B'_2]$, $[A_2 B'_1]$, B'_1, B'_2 étant les points transportés de B_1, B_2 moyennant l'homographie H. On voit en particulier que H *conserve* (voir 2) la transformée de Laplace (A_1) lorsque et seulement alors la droite principale se réduit à $[AA_1]$. Ce résultat est un cas particulier d'une proposition plus générale. Par chaque point A menons une droite p; par B, menons la droite q correspondant à p dans l'homographie H. Le point de contact de p avec son enveloppe est *conservé* par H, en général, lorsque et seulement lorsque l'on se déplace suivant la direction de p ou suivant la direction conjuguée par rapport au réseau. Il n'y a exception que si p est la droite principale de la déformation; dans ce cas, le point de contact de p se conserve pour *chaque* déplacement.

8. J'ai aussi trouvé quand il arrive que la *transformation de Laplace d'un réseau plan soit une déformation projective.* Partons d'une surface non développable S d'un espace affine à trois dimensions. Soit φ la forme différentielle quadratique fondamentale de MM. Pick et Blaschke de la surface S; supposons que la *courbure de* φ *soit nulle* (c'est une équation aux dérivées partielles du quatrième ordre pour φ). *Les intersections des tangentes asymptotiques de* S *avec le plan à l'infini décrivent un couple de réseaux qui donne la solution plus générale du problème.* L'élément linéaire projectif de ces réseaux coïncide d'ailleurs avec l'élément linéaire projectif de S.

GÉOMÉTRIE. — *Systèmes de deux cercles et groupes d'opérations sphériques.* Note de M. **Paul Delens**, présentée par M. Hadamard.

1. Soient $\mathfrak{A} \equiv \mathfrak{A}_1 \equiv [aa']$, $\mathfrak{B} \equiv \mathfrak{B}_1 \equiv [bb']$ deux cercles propres [1], ou plutôt *cycles*; a, a', b, b' étant les sphères centrales de MM. Hadamard

[1] Cf. mes Notes précédentes (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1107; 188, 1929, p. 28).

et Vessiot, u la sphère principale du système, nous posons :

$$\mathcal{C} \equiv [ab],\quad \mathcal{C}' \equiv [a'b'],\quad \gamma \equiv \cos\omega \equiv a|b,\quad \gamma' \equiv \cos\omega' \equiv a'|b',\quad \sigma \equiv \gamma+\gamma',\quad \delta \equiv \gamma-\gamma'$$

Dans le cas général ($\sigma \neq \gamma^2 \neq \gamma'^2 \neq 1$), une première base pour l'étude des covariants du système est fournie par $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}'$ et les cycles

$$\overline{\mathcal{A}} \equiv \overline{\mathcal{A}}_1 \equiv [ba'],\qquad \overline{\mathcal{B}} \equiv \overline{\mathcal{B}}_1 \equiv [ab'],$$

complétant les cercles du tétrasphère $aa'bb'$ orthogonal à u.

Un second procédé consiste à former, à partir de $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et au moyen des produits et puissances de ces cercles, leurs invariants et un système complet de tenseurs alternés : cercles ou torseurs. Les invariants sont

$$-\frac{1}{2}\mathcal{A}\,||\,\mathcal{B} = \gamma\gamma' \quad \text{(invariant des *cycles*)},\qquad \frac{1}{2}\mathcal{A}^2\,||\,\mathcal{B}^2 = \frac{1}{2}(\gamma^2+\gamma'^2).$$

Les formules de réduction

$$(1)\qquad \mathcal{A}^3 = -\mathcal{A},\qquad \mathcal{B}^3 = -\mathcal{B},\qquad \mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{A} = -\gamma\gamma'\mathcal{A},\qquad \mathcal{B}\mathcal{A}\mathcal{B} = -\gamma\gamma'\mathcal{B}$$

montrent que le système cherché se réduit à

$$\mathcal{A},\ \mathcal{B},\ <\mathcal{A}\mathcal{B}>,\ \mathcal{A}\mathcal{B}^2+\mathcal{B}^2\mathcal{A},\ \mathcal{A}^2\mathcal{B}+\mathcal{B}\mathcal{A}^2,\ <\mathcal{A}^2\mathcal{B}^2>,$$

combinaisons linéaires de $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}'$, $\overline{\mathcal{A}}$, $\overline{\mathcal{B}}$.

$$(2)\qquad \begin{cases} \mathcal{E} \equiv <\mathcal{A}\,\mathcal{B}> = -\gamma'\mathcal{C} - \gamma\,\mathcal{C}', & \mathcal{F} \equiv \mathcal{A}\,\mathcal{B}^2 + \mathcal{B}^2\mathcal{A} = -\gamma\,\overline{\mathcal{A}} - \gamma'\overline{\mathcal{B}}, \\ \mathcal{H} \equiv <\mathcal{A}^2\mathcal{B}^2> = \gamma\,\mathcal{C} + \gamma'\mathcal{C}', & \mathcal{G} \equiv \mathcal{A}^2\mathcal{B} + \mathcal{B}\,\mathcal{A}^2 = -\gamma'\overline{\mathcal{A}} - \gamma\,\overline{\mathcal{B}}. \end{cases}$$

Inversement, $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}'$, $\overline{\mathcal{A}}$, $\overline{\mathcal{B}}$ sont donnés en général par

$$(3)\qquad \begin{cases} \sigma\delta\mathcal{C} = \gamma'\mathcal{E} + \gamma\,\mathcal{H}, & \sigma\delta\overline{\mathcal{A}} = -\gamma\,\mathcal{F} + \gamma'\mathcal{G}, \\ \sigma\delta\mathcal{C}' = -\gamma\,\mathcal{E} - \gamma'\mathcal{H}, & \sigma\delta\overline{\mathcal{B}} = \gamma'\mathcal{F} - \gamma\,\mathcal{G}. \end{cases}$$

2. Un autre problème consiste à rechercher, les torseurs étant des symboles de transformations infinitésimales, le groupe d'opérations défini par $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$; on *prolonge* le système par l'emploi de la parenthèse de Lie et le système est complet quand les torseurs ainsi obtenus sont des combinaisons linéaires de ceux déjà introduits. On obtient ainsi $\mathcal{E} \equiv <\mathcal{A}\mathcal{B}>$: puis

$$(4)\qquad \mathcal{I} \equiv <\mathcal{A}\mathcal{E}> = \mathcal{G} + 2\gamma\gamma'\mathcal{A},\qquad \mathcal{J} \equiv <\mathcal{B}\mathcal{E}> = -\mathcal{F} - 2\gamma\gamma'\mathcal{B}.$$

d'où $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$, ou encore $\overline{\mathcal{A}}$ et $\overline{\mathcal{B}}$ d'après (3); ensuite

$$(5)\qquad \overline{\mathcal{E}} \equiv <\overline{\mathcal{A}}\,\overline{\mathcal{B}}> = -\gamma'\mathcal{C} + \gamma\mathcal{C}'.$$

$\mathcal{E}$ et $\overline{\mathcal{E}}$ introduisént $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$; le système est complet. Inversement,

$$(6)\quad \begin{cases} \sigma\delta\,\overline{\mathcal{A}} = \gamma'(\mathcal{I} - 2\gamma\gamma'\mathcal{A}) + \gamma\,(\mathcal{J} + 2\gamma\gamma'\mathcal{B}), & 2\gamma'\mathcal{C} = -\mathcal{E} - \overline{\mathcal{E}}, \\ \sigma\delta\,\overline{\mathcal{B}} = -\gamma\,(\mathcal{I} - 2\gamma\gamma'\mathcal{A}) - \gamma'(\mathcal{J} + 2\gamma\gamma'\mathcal{B}), & 2\gamma\,\mathcal{C}' = -\mathcal{E} + \overline{\mathcal{E}}. \end{cases}$$

On a obtenu le groupe à six paramètres des opérations sphériques conservant la sphère u; sans compléter l'étude de sa *structure*, signalons les sous-groupes à trois paramètres conservant une seconde sphère.

Les formules précédentes se simplifient en introduisant les torseurs

$$\mathcal{S} \equiv \mathcal{A} + \mathcal{B}, \qquad \mathcal{D} \equiv \mathcal{A} - \mathcal{B}, \qquad \mathcal{Z} \equiv \mathcal{C} + \mathcal{C}', \qquad \mathcal{T} \equiv \mathcal{C} - \mathcal{C}', \qquad \overline{\mathcal{S}},\ \overline{\mathcal{D}},\ \ldots,$$

et mettent en évidence les bissecteurs $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$ et faux bissecteurs $\mathcal{V}$, $\mathcal{W}$ des cycles $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, ainsi que le système réciproque $\mathcal{A}'$, $\mathcal{B}'$ de M. Vessiot des cercles orthogonaux à u et respectivement axiaux à $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ ($\mathcal{S}' \equiv \mathcal{A}' + \mathcal{B}'$, $\mathcal{D}' \equiv \mathcal{A}' - \mathcal{B}'$) :

$$(7)\quad \begin{cases} 4\cos\frac{\omega}{2}\cos\frac{\omega'}{2}\,\mathfrak{X} = \mathcal{S} + \overline{\mathcal{S}}, & 4\sin\frac{\omega}{2}\sin\frac{\omega'}{2}\,\mathfrak{Y} = \mathcal{S} - \overline{\mathcal{S}}, \\ 4\cos\frac{\omega}{2}\sin\frac{\omega'}{2}\,\mathcal{V} = \mathcal{D} + \overline{\mathcal{D}}, & 4\sin\frac{\omega}{2}\cos\frac{\omega'}{2}\,\mathcal{W} = \mathcal{D} - \overline{\mathcal{D}}, \end{cases}$$

$$(8)\quad \sin\omega\sin\omega'\,\mathcal{S}' = (1 + \gamma\gamma')\,\mathcal{S} - \sigma\overline{\mathcal{S}}, \qquad \sin\omega\sin\omega'\,\mathcal{D}' = -(1 - \gamma\gamma')\,\mathcal{D} + \delta\overline{\mathcal{D}}.$$

Les formules du système complet en $\mathcal{S}$, $\mathcal{D}$, $\mathcal{Z}$, $\mathcal{T}$, $\overline{\mathcal{S}}$, $\overline{\mathcal{D}}$ sont

$$(9)\quad \begin{cases} \langle \mathcal{S}\mathcal{D} \rangle = \sigma\mathcal{Z} - \delta\mathcal{T}, \qquad \langle \overline{\mathcal{S}}\overline{\mathcal{D}} \rangle = -\delta\mathcal{Z} + \sigma\mathcal{T}, \\ \langle \mathcal{S}\overline{\mathcal{S}} \rangle = \langle \mathcal{D}\overline{\mathcal{D}} \rangle = \langle \mathcal{Z}\mathcal{T} \rangle = 0, \quad \langle \mathcal{S}\mathcal{Z} \rangle = -\sigma\mathcal{D}, \quad \langle \mathcal{D}\mathcal{T} \rangle = -\delta\mathcal{S}, \\ \langle \overline{\mathcal{S}}\mathcal{T} \rangle = \sigma\overline{\mathcal{D}}, \quad \langle \overline{\mathcal{D}}\mathcal{Z} \rangle = \delta\overline{\mathcal{S}}, \quad \langle \mathcal{S}\overline{\mathcal{D}} \rangle = -2\mathcal{T}, \quad \langle \mathcal{D}\overline{\mathcal{S}} \rangle = -2\mathcal{Z}, \\ \langle \mathcal{S}\mathcal{T} \rangle = -\delta\mathcal{D} + 2\overline{\mathcal{D}}, \quad \langle \mathcal{D}\mathcal{Z} \rangle = -\sigma\mathcal{S} + 2\overline{\mathcal{S}}, \quad \langle \overline{\mathcal{S}}\mathcal{Z} \rangle = -2\mathcal{D} + \delta\overline{\mathcal{D}}, \\ \langle \overline{\mathcal{D}}\mathcal{S} \rangle = -2\mathcal{S} + \sigma\overline{\mathcal{S}}. \end{cases}$$

3. Les formules établies pour le cas général sont aussi valables pour les positions particulières de deux *cycles* $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{B}_1$, cosphériques ou non.

Dans le cas de deux cercles $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ pouvant aussi dégénérer en cercles-points ou -isotropes, les méthodes restent les mêmes et les modifications faciles à apporter. A en remarquer que *dans tous les cas continue à exister un système* (*au moins*) *de sphères centrales*, pouvant se réduire à des points.

Rappelons que le système de deux cercles isotropes est intimement lié aux torseurs et opérations paratactiques,

Revenons sur le cas $\delta = 0$ de deux *cycles* $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ *paratactiques* ($\sigma = 0$ donne 2 *cycles antitactiques*). L'indétermination des sphères centrales entraîne celle

de $\overline{\mathcal{D}}$, $\mathcal{T}$, $\mathcal{V}$, $\mathcal{W}$, ..., mais $\overline{\mathcal{S}}$, $\mathcal{Z}$, $\mathcal{X}$, $\mathcal{Y}$, ... restent bien déterminés. Le groupe d'opérations sphériques défini par $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ est alors réduit à 4 paramètres; en introduisant le *parataxe* $\mathcal{P}$ de la congruence dont $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont des *cycles* trajectoires, on obtient les formules suivantes :

$$(10)\qquad \mathcal{P} \equiv \frac{1}{\sin^2\omega}\mathcal{S} + \frac{1}{2}\cot^2\omega(\mathcal{F}+\mathcal{G}) = \mathcal{S} + \frac{1}{4\sin^2\omega} < \mathcal{D} < \mathcal{D}\mathcal{S} > >,$$

$$(11)\qquad \begin{cases} <\mathcal{D}\mathcal{S}> = 2\mathcal{E}, \qquad <\mathcal{S}\mathcal{E}> = 2\cos^2\omega . \mathcal{D}, \\ <\mathcal{D}\mathcal{E}> = 2\sin^2\omega(\mathcal{P}-\mathcal{S}), \qquad <\mathcal{P}\mathcal{S}> = <\mathcal{P}\mathcal{D}> = <\mathcal{P}\mathcal{E}> = 0. \end{cases}$$

Ces méthodes nous semblent utiles pour la géométrie différentielle des sphères (géométrie conforme spatiale); dans les procédés modernes de différentiations invariantes, avec dérivées pfaffiennes, les symboles de transformations infinitésimales se substituent aux symboles de différentielles.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un principe topologique en analyse.* Note de MM. **L. Lusternik** et **L. Schnirelmann**, présentée par M. Hadamard.

1. *Déformations des images d'un ensemble fermé dans un espace compact.* — Nommons un ensemble fermé A situé dans l'espace compact abstrait R, *image* d'un ensemble fermé M, si à chaque point de M correspond un seul point de $\mathcal{A}$ et si cette correspondance est continue en chaque point de M (mais cette correspondance n'est pas nécessairement univoque sur $\mathcal{A}$).

Définissons la déformation des images de l'ensemble fermé M de la façon suivante : à chaque point $m \subset M$ et à chaque valeur d'un paramètre numérique $t (t \geqq t_0)$ correspond un point de R que nous désignons par $a(m, t)$, et cette correspondance doit être continue en chaque variable m et t. Soit $\mathcal{A}$ l'ensemble des points $a(m, t_0)$ correspondant à la valeur initiale $t = t_0$. Nommons enfin *image transformée de* $\mathcal{A}$ l'ensemble des points que nous obtenons en prenant pour t une valeur fixe t_1 et désignons-le par $\mathcal{A}(t_1)$.

Il est évident que le produit de deux déformations des images est aussi une telle déformation.

L'ensemble M peut coïncider avec l'ensemble initial $\mathcal{A}(t_0) = \mathcal{A}$.

2. *Classe d'images dans l'espace compact.* — Nommons *classe d'images* d'ensembles fermés dans l'espace compact R un ensemble d'ensembles fermés tel que : s'il contient un ensemble fermé A, il contient aussi toutes les images de $\mathcal{A}$ qui peuvent être déduites de $\mathcal{A}$ au moyen d'une déformation.

Nommons *classe fermée d'images* une classe d'images qui contient chaque ensemble limite d'une suite convergente des ensembles appartenant à cette classe.

3. *Principe du point essentiel.* — Ce principe est une forme généralisée du principe de minima de M. Birkhoff.

Soit R_n une multiplicité riemannienne à n dimensions. Soit donnée une fonction arbitraire f, qui est continue sur R_n de même que ses dérivées partielles des deux premiers ordres.

Désignons par $(f=c)$ une hypersurface sur R_n définie par l'équation $f=c$, par $(f<c)$ l'ensemble des points où $f<c$ et par $(df=0)$ l'ensemble des points où le gradient de f s'annule. Soit (A) une classe d'images fermée d'ensembles sur R_n. La fonction f atteint son maximum sur chacun des ensembles de la classe $(\mathfrak{A})$. Désignons par c la borne inférieure de ces maxima. Cette borne est atteinte sur un ensemble $\mathfrak{A}_0$ au moins de la classe $(\mathfrak{A})$. Appelons un tel ensemble, ensemble *minimal* et la valeur c valeur *essentielle*, pour α la classe donnée d'ensembles. On ne peut pas transporter, à l'aide de la déformation d'image, aucun ensemble de la classe $(\mathfrak{A})$ dans le domaine $(f<c)$, c'est-à-dire : On ne peut déformer aucun ensemble de la classe (A) en un ensemble sur lequel le maximum des valeurs de f est moindre que c.

Théorème. — *Soient* $\mathfrak{A}_0$ *un ensemble minimal et* c *une valeur essentielle. Si l'intersection* M *et* $\mathfrak{A}_0$ *avec l'hypersurface* $(f=c)$ *est contenue à l'intérieur de la multiplicité* R, M *contient au moins un point essentiel de l'hypersurface* $(f=c)$, *c'est-à-dire un point où* $df=0$.

Soit $df\neq 0$ en chaque point de M; désignons par $S(M, t)$ la sphère de rayon t qui est circonscrit autour de M dans l'espace R. Si t est suffisamment petit, en chaque point de l'intersection $M_t = S(M, t) \cdot (f=c)$, $df\neq 0$. Menons, par chaque point $\mathfrak{A}$ de M_t, une normale à $(f=c)$ dans la direction $f<c$. Prenons un nombre η assez petit pour que deux segments de normale de longueur η en des points distincts de M_t ne puissent se couper. Ces normales forment une couche cylindrique T. Définissons la déformation de T de la manière suivante : considérons le segment de normale $\overline{c_1 c_2}\subset T$ dont les extrémités sont $c_1\subset(f=c)$ et $c_2\subset(f<c)$. Si $\overline{c_1 c_2}$ est situé sur la frontière de T, il reste invariable. Si $\overline{c_1 c_2}$ n'a avec la frontière de T que les extrémités c_1 et c_2 en commun, il se transforme en sa partie $c'_1 c'_2$, contenue à l'intérieur de $(f<c)$. Il est facile de définir cette contraction de manière continue.

Tous les points de $\mathfrak{A}_0$ contenus dans T sont transportés à l'intérieur

de ($f < c$). Pendant cette opération, $\mathfrak{A}_0$ se transforme en un ensemble A_1 situé dans ($f < c$). Cette transformation de $\mathfrak{A}_0$ est une déformation d'image de $\mathfrak{A}_0$. Par conséquent, A_1 est contenu dans la classe ($\mathfrak{A}$). Le maximum de f sur $\mathfrak{A}_1$ est moindre que c. Ceci est en contradiction avec la définition de c.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le type infini et minimum de dimension.* Note de M. **K. Kunugui**, présentée par M. Hadamard.

Après avoir vu (¹) que le type (²) infini de dimensions de l'espace (R) est inférieur à celui de l'espace (Ω) de M. Hilbert, il est très naturel de se demander s'il y a un type infini de dimensions qui est minimum.

I. M. Sierpiński a démontré que : sous la condition

$$dA \geqq dR_n \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots), \tag{1}$$

s'il existe un type minimum des espaces distanciés (³) A, ce type est égal à dE, E étant un espace dont les points sont déterminés par un nombre fini de coordonnées (réelles), ce nombre pouvant varier avec le point considéré, la distance entre deux points de E, $X(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m)$ et $Y(y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n)$ où $m \leqq n$, étant définie par la formule

$$\rho(X, Y) = n - m + \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \ldots + (x_m - y_m)^2 + y_{m+1}^2 + \ldots + y_n^2}.$$

II. Dans cette Note, nous allons prouver premièrement que *le minimum de dA est atteint*, c'est-à-dire que $dE \leqq dA$ pour chacun des espaces A considérés, et deuxièmement que *parmi les espaces distanciés* connexes, *il n'y en a aucun qui a le type infini et minimum*, toujours sous la condition (1).

Par la condition (1), A contiendra une partie M_n homéomorphe à R_n, l'espace cartésien à n dimensions.

Considérons l'ensemble

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \ldots + M_n + \ldots;$$

M_1 étant une partie de A, est aussi un espace distancié.

Il y aura deux sortes de points M.

(¹) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 876-878 (où le nom de l'auteur doit être corrigé et écrit comme ci-dessus, Kunugui, sans a).

(²) M. Fréchet, *Les espaces abstraits*, p. 30, Paris, 1928.

(³) M. Fréchet, *loc. cit.*, p. 61.

1. Chaque voisinage du point p de M contient des points de M_n pour une infinité des valeurs de n.

2. Nous pouvons trouver un rayon δ_p et un indice m_p tels que le voisinage de p de rayon inférieur à δ_p ne contienne aucun point de M_n à partir du rang m_p.

Or, montrons que nous pouvons trouver une suite de sphères dans M,

$$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots,$$

telle que S_n a des distances supérieures à une constante déterminée par n de toutes les autres, et que S_n est d'un type de dimensions au moins égal à celui de R_n.

Lorsque M contient au moins un point de la première espèce, c'est évident. Il reste à considérer le cas où M ne contient que des points de la seconde espèce.

Soient p_1 un point de M_1, p_2 un point de M_{ν_1}, où $\nu_1 = m_{p_1}$, p_3 un point de M_{ν_2} où $\nu_2 = m_{p_2}$, ..., p_n un point de $M_{\nu_{n-1}}$, où $\nu_{n-1} = m_{p_{n-1}}$, ... On aura

$$1 < m_{p_1} < m_{p_2} < m_{p_3} < \ldots.$$

Donc, nous aurons une suite de points

$$p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n, \ldots,$$

dont les distances mutuelles sont telles que l'on ait

$$(p_n, p_{n+r}) \geqq \delta p_n > 0 \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots; r = 1, 2, 3, \ldots).$$

Soit S_n le voisinage de p_n de rayon $\frac{\delta_n}{4}$, où

$$\sigma_n = \min(\delta p_1, \delta p_2, \delta p_3, \ldots, \delta p_n) > 0.$$

La suite de sphères S_n est celle que nous avons envisagée.

Considérons l'ensemble

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n + \ldots,$$

S_n étant disjointe et ouverte dans S, et d'un type de dimensions au moins égal à R_n, on en déduit facilement que E est homéomorphe à une partie de S. Ainsi nous avons démontré que $dA \geqq dE$, pour tout A satisfaisant à la condition (1).

III. M. Fréchet a démontré [1] qu'il n'y a aucun type minimum de dimensions parmi ceux qui sont supérieurs à R_1.

---

(1) M. FRÉCHET, *loc. cit.*, p. 48.

Au cas des espaces connexes à types infinis de dimensions, nous arrivons à un résultat semblable. En effet, prenons dans l'espace (Ω), deux suites F et G de sphères disjointes les unes des autres et dont la $n^{\text{ième}}$ est homéomorphe à R_n, et ouverte dans la somme. Joignons-les de deux manières différentes par des droites : les sphères de la suite (F) avec des droites issues d'un seul point commun O; les sphères de la suite (G) consécutivement sans point commun : (F) et (G) sont des espaces connexes à types entre dE et $d(\omega)$, et incomparables entre eux.

Or *s'il y a un espace connexe de type infini et minimum de dimensions*, une partie connexe de F, contenant le point O avec une infinité de droites, doit être homéomorphe à une partie connexe de G. *Ceci est impossible*, car, par la biunivocité, il n'y a aucun point dans G qui soit l'image du point O de F.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de Laguerre.* Note de M. **Krawtchouk**, présentée par M. Hadamard.

Les propositions suivantes généralisent un théorème bien connu de Laguerre sur la réalité des zéros de la dérivée d'une fonction entière de genre fini (¹).

1. Soient $\varphi(z)$ et

$$f(z) = s_0 z^k + s_1 z^{k+1} + s_2 z^{k+2} + \ldots$$

deux fonctions uniformes, la seconde vérifiant les conditions

$$(1) \qquad s_0 > 0, \quad \begin{vmatrix} s_0 & s_1 \\ s_1 & s_2 \end{vmatrix} \geqq 0, \quad \begin{vmatrix} s_0 & s_1 & s_2 \\ s_1 & s_2 & s_3 \\ s_2 & s_3 & s_4 \end{vmatrix} \geqq 0, \quad \ldots.$$

Si $\varphi\left(\frac{1}{x}\right)$ n'a pas de singularités dans l'intervalle fermé $x'x''$ entre deux points singuliers isolés x' et x'' de la fonction $f\left(\frac{1}{x}\right)$, alors la somme

$$(2) \qquad F\left(\frac{1}{x}\right) = f\left(\frac{1}{x}\right) + \varphi\left(\frac{1}{x}\right)$$

possède certainement un zéro dans chaque intervalle pareil.

(¹) Voir Laguerre, *Œuvres*, 1, p. 167, 171, 178; Borel, *Leçons sur les fonctions entières*, 2ᵉ édition, p. 30.

2. Outre tous ces zéros, dans le cas où

$$\varphi\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{P(x)}{Q(x)},\qquad P(x)=P_0x^{r-1}+P_1x^{r-2}+\ldots,\qquad Q(x)=Q_0x^r+Q_1x^{r-1}+\ldots,$$

la fonction $F\left(\frac{1}{x}\right)$ peut avoir encore des zéros (réels ou complexes), dont le nombre ne dépasse pas r.

3. Si de plus $F(z)$ est une fonction méromorphe :

$$F(z)=\frac{H(z)}{G(z)},$$

alors les fonctions entières $H(z)$ et $G(z)$ sont du même ordre (fini) et du même rang.

La proposition 1 est une conséquence immédiate du théorème que tous les points singuliers isolés de la fonction $f\left(\frac{1}{x}\right)$ sont des pôles simples aux résidus positifs (cf. *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1106, et N. Tschebotareff, *Math. Annalen*, 99, p. 677).

Pour démontrer la proposition 2, développons la fonction $f\left(\frac{1}{x}\right)$ en fraction continue de la forme

$$\cfrac{1}{p_1x+q_1-\cfrac{1}{p_2x+q_2-\ldots}},$$

ce qui donnera

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\lim_{n=\infty}\cfrac{1}{p_1x+q_1-\cfrac{1}{p_2x+q_2-\ldots-\cfrac{1}{p_nx+q_n}}}$$

(voir J. Grommer, *Journal de Crelle*, 144, p. 130). Or notre proposition est évidente pour la fonction

$$F_n\left(\frac{1}{x}\right)=\cfrac{1}{p_1x+q_1-\cfrac{1}{p_2x+q_2-\ldots-\cfrac{1}{p_nx+q_n}}}+\frac{P(x)}{Q(x)}; \tag{3}$$

par conséquent elle est vraie aussi pour la fonction

$$\lim_{n=\infty}F_n\left(\frac{1}{x}\right)=F\left(\frac{1}{x}\right). \tag{4}$$

La proposition 3 s'ensuit de la proposition 2, de l'égalité (4) et des égalités (1) et (2), qui démontrent que les ordres des fonctions entières $H(z)$ et $G(z)$ sont finis et égaux (cf. le Mémoire susmentionné de M. Grommer et *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1106).

On obtiendra le théorème de Laguerre en posant :

$$H(z) = -G'(z).$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Un nouveau théorème d'unicité relatif aux fonctions méromorphes* [1]. Note de M. **Henri Cartan**.

I. Soient $f(x)$ et $g(x)$ deux fonctions de la variable complexe x, méromorphes au voisinage d'un point singulier essentiel isolé, que nous supposerons à l'infini. Convenons de dire que ces fonctions *prennent ensemble la valeur* a (a peut être infini), s'il existe un cercle à l'extérieur duquel les équations

$$f(x) = a, \qquad g(x) = a \tag{2}$$

admettent les mêmes racines. Il se pourra, en particulier, qu'elles n'admettent aucune racine au voisinage de l'infini; la valeur a sera dite alors exceptionnelle.

Si l'on suppose en outre que les ordres de multiplicité des racines sont les mêmes dans les deux équations (1), on sait alors qu'il ne peut exister plus de deux fonctions prenant ensemble *trois* valeurs distinctes.

Si l'on fait abstraction des ordres de multiplicité des racines des équations (1), on sait seulement (Nevanlinna) que deux fonctions qui prennent ensemble *cinq* valeurs sont nécessairement identiques, mais jusqu'ici on n'avait pu abaisser ce nombre de cinq que dans des cas particuliers, comme le suivant (Nevanlinna) : si deux fonctions holomorphes f et g ne prennent pas la valeur *zéro* et prennent ensemble la valeur *un*, on a

$$f \equiv g \qquad \text{ou} \qquad f \equiv \frac{1}{g}$$

II. Le but de cette Note est d'indiquer le théorème suivant :

---

[1] Voir Nevanlinna, *Einige Eindeutigkeitssätze in der Theorie der meromorphen Funktionen* (*Acta mathematica*, 48, 1926, p. 367-391). Voir aussi le Chapitre V de ma Thèse : *Sur les systèmes de fonctions holomorphes, etc.* (*Ann. de l'Éc. Norm. sup.*, 3e série, 45, 1928, p. 255-346).

Il ne peut exister plus de deux fonctions prenant ensemble quatre valeurs distinctes, même si l'on fait abstraction des ordres de multiplicité.

Voici les grandes lignes de la démonstration. Supposons qu'il existe trois fonctions distinctes $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$, prenant ensemble quatre valeurs a, b, c, d. Reprenons les notations du Mémoire cité [1]; d'après M. Nevanlinna, on peut écrire

$$\lim_{r=\infty} \frac{T(r, g)}{T(r, f)} = \lim_{r=\infty} \frac{T(r, h)}{T(r, f)} = 1,$$

$$(2) \qquad \lim_{r=\infty} \frac{\overline{N}(r, a) + \overline{N}(r, b) + \overline{N}(r, c) + \overline{N}(r, d)}{T(r, f)} = 2,$$

á condition d'exclure des valeurs de r qui remplissent des intervalles I dont la longueur totale est finie. Or, la fonction

$$\varphi = \left(\frac{h'}{h-a} - \frac{g'}{g-a}\right)f + \left(\frac{f'}{f-a} - \frac{h'}{h-a}\right)g + \left(\frac{g'}{g-a} - \frac{f'}{f-a}\right)h$$

admet comme zéros les zéros de $f-a$, et comme zéros doubles les zéros de $f-b$, $f-c$ et $f-d$. D'ailleurs, si l'on n'a pas d'identité de la forme

$$(3) \qquad \frac{\lambda}{f-a} + \frac{\mu}{g-a} + \frac{\nu}{h-a} \equiv 0,$$

λ, μ, ν étant des constantes dont aucune n'est nulle, la fonction φ n'est pas identiquement nulle, et l'on a donc

$$(4) \qquad \overline{N}(r, a) + 2[\overline{N}(r, b) + \overline{N}(r, c) + \overline{N}(r, d)] < T(r, \varphi) + O(\log r).$$

On voit sans peine que

$$(5) \qquad T(r, \varphi) < 3T(r, f) + O[\log T(r, f)] + O(\log r).$$

Si l'on revient à (2) en tenant compte de (4) et (5), on trouve que

$$\lim_{r=\infty} \frac{N(r, a)}{T(r, b)} = 1,$$

en excluant toujours les intervalles I. En comparant de nouveau avec (2), on voit que, pour deux au moins des valeurs a, b, c, d, on doit avoir une identité de la forme (3), et l'on peut montrer, d'autre part, que cette dernière éventualité est impossible, ce qui établit le théorème.

3. Il resterait à savoir dans quels cas il peut effectivement exister deux fonctions qui prennent ensemble quatre valeurs.

Pour terminer, montrons sur un exemple qu'il peut exister *quatre* fonc-

(1) R. Nevanlinna, *loc. cit.*, p. 373.

tions prenant ensemble *trois* valeurs, si l'on fait abstraction des ordres de multiplicité. En effet, f désignant une fonction holomorphe qui ne prend pas la valeur — 1, les quatre fonctions f, $\frac{2f}{f+1}$, f^2 et $\frac{4f}{(f+1)^2}$ sont holomorphes et prennent ensemble les valeurs *zéro* et *un*.

Peut-il exister plus de quatre fonctions prenant ensemble trois valeurs, ou même une infinité? C'est là un problème intéressant.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Non-contradiction des axiomes arithmétiques.* Note de M. **J. Herbrand**, présentée par M. Hadamard.

Pour les signes employés et les règles qui permettent de les combiner, nous renvoyons à notre Note précédente ([1]). Nous appellerons, suivant Russell, variables apparentes, celles qui figurent dans les signes (x) et $(\mathrm{E}x)$; variables réelles, les autres.

Nous considérons dans ce qui suit deux théories mathématiques qui porteront sur des iudividus appelés nombres, parmi lesquels il y en aura un particulier désigné par 0, et pour lesquels il existera une « fonction descriptive » $a+1$ faisant correspondre à tout nombre a un autre nombre. Nous aurons aussi la proposition-élément $a=b$, qu'il faut considérer comme une fonction propositionnelle des individus a et b. Nous considérerons les cinq axiomes (ou propositions primitives) suivants :

$$a=a, \qquad a=b.\supset.b=a,$$
$$a=b.b=c.\supset.a=c,$$
$$a+1=b+1.\equiv.a=b,$$
$$\sim.a+1=0,$$

auxquels nous joignons tous ceux de forme :

$$\sim.a=a+1, \qquad \sim.a=a+1+1, \qquad \sim.a=a+1+1+1, \ \ldots.$$

Appelons Théorie 1 (en abrégé Th. 1) la théorie obtenue en n'utilisant pas de variables apparentes et en partant, comme propositions primitives, de toutes celles obtenues en substituant dans les précédentes une expression quelconque déterminée à la place de a, b, c. Appelons Théorie 2 (en abrégé Th. 2) la théorie obtenue à partir de toutes les propositions primitives précédentes, en utilisant les variables apparentes. Nous appellerons désormais « chiffre » tout individu tel que 0, $0+1$, $0+1+1$, etc.

1. Il est aisé de démontrer que Th. 1 n'est pas contradictoire (cf., par exemple, Neumann, *Math. Zeitschrift*, 26, 1926, p. 25).

([1]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1274.

2. La non-contradiction de Th. 2 a été démontrée par Neumann par une méthode assez compliquée. Nous allons indiquer les fondements d'une démonstration plus simple.

On remarque d'abord, que la vérité ou la fausseté d'une proposition de Th. 1 peut se décider par un algorithme déterminé et qu'on peut en particulier reconnaître si deux propositions sont équivalentes ou non; on démontre de plus que, quand deux propositions ne sont pas équivalentes, on peut effectivement trouver des chiffres qui rendent l'une vraie et l'autre fausse. On fait alors correspondre à toute proposition de Th. 2 une proposition de Th. 1, que l'on nommera sa réduite, par les règles suivantes : Si à P et Q, on a fait correspondre p et q, à $P \curlyvee Q$, on fera correspondre $p \curlyvee q$, et à $\sim P$, $\sim p$. Puis on définit la réduite de $(Ex). \Phi x y_1 y_2 \ldots y_n$ à partir de celle de $\Phi x y_1 y_2 \ldots y_n$ de telle manière que la condition nécessaire et suffisante pour qu'un système de chiffres mis à la place de $y_1 y_2 \ldots y_n$ rende la nouvelle réduite vraie, est que l'on puisse remplacer, dans la première réduite, x par un chiffre tel qu'en substituant à la place de $y_1 y_2 \ldots y_n$, le système de chiffres précédent, cette réduite devienne vraie dans Th. 1. La réduite de $(x).\Phi x$ sera en outre, par définition, la même que celle de $\sim : (x). \sim \Phi x$.

On démontre alors bien aisément que pour qu'une proposition de Th. 2 soit vraie, il est nécessaire que sa réduite soit vraie dans Th. 1. D'où la non-contradiction de Th. 2 (puisque la réduite de $0 \neq 0$ est $0 \neq 0$). On démontre ensuite qu'en ajoutant aux axiomes le nouvel axiome

$$x = 0 . \curlyvee . (Ey) . x = y + 1$$

(qui, satisfaisant à la condition ci-dessus, n'est pas contradictoire), notre condition devient suffisante [1].

3. Pour achever l'arithmétique, il faudrait encore introduire les définitions par récurrence et l'axiome d'induction totale; pas plus que celle de Neumann, notre méthode ne permet d'en démontrer la non-contradiction. Il faut cependant remarquer que si l'on n'introduit que l'axiome d'induction totale sans les définitions par récurrence, celui-ci devient une conséquence des axiomes précédents et n'est, par conséquent, pas contradictoire.

---

[1] On voit aisément que cet axiome, ainsi d'ailleurs que ceux de forme $\sim . a = a + 1$, $\sim . a = a + 1 + 1$, etc., utilisés plus haut, sont des conséquences de l'axiome d'induction totale.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la détermination expérimentale des tensions dans les charpentes des avions.* Note de M. **W. Margoulis**, présentée par M. A. Mesnager.

Les difficultés que présente le calcul des tensions et des conditions de stabilité des éléments de construction des avions ont conduit les services utilisateurs à exiger des constructeurs des essais à la rupture d'avions complets, essais qui sont fort coûteux et qui ne peuvent plus être envisagés pour les grands avions actuellement en construction.

Aussi des mesures des tensions effectuées, dans les limites des déformations élastiques, sur des pièces isolées ou sur l'avion lui-même rendraient aux constructeurs de grands services, car non seulement elles permettraient le renforcement des pièces trop faibles, mais elles conduiraient également à l'allégement des pièces trop lourdes. On pourrait procéder ainsi à une amélioration méthodique des appareils et l'on recueillerait en même temps une documentation expérimentale contribuant au progrès des méthodes de calcul. Nous avons utilisé à cet effet un appareil analogue à l'appareil interférentiel, imaginé par M. Mesnager en vue de la détermination des tensions dans les ouvrages métalliques (1), et qui est basé sur la mesure des déformations au moyen des franges de superposition. MM. Jobin et Yvon, constructeurs du premier appareil de M. Mesnager, ont bien voulu établir à notre demande un appareil en duralumin, léger et facilement transportable, qu'ils ont spécialement étudié pour les besoins de l'aviation.

J'ai effectué avec cet appareil une série d'expériences portant sur un fuselage d'avion de chasse.

Le fuselage est constitué par des longerons, montants et traverses en tubes de duralumin réunis par des ferrures et contreventés par des haubans en fil d'acier avec tendeurs.

Aux quatre points d'attache du train d'atterrissage le fuselage était fixé à deux rails posés sur le sol; des poids placés sur deux plateaux fixés à une barre horizontale reposant sur la dernière travée permettaient de faire travailler le fuselage à la flexion ou à la flexion et à la tension combinées. La charge unitaire pour les essais de flexion était de 332^{kg} correspondant à l'effort de l'air sur les empennages de profondeur de l'avion en vol piqué

(1) A. Mesnager, *Appareil interférentiel pour la mesure des déformations élastiques* (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1903, 3e trimestre, p. 212).

à 400 km/h. Le couple unitaire de torsion était de $37^{kgm},5$, dû à une charge de 50 kg/m² sur la dérive verticale; ce couple était réalisé par une différence de 60^{kg} entre les poids portés par les deux plateaux.

Les essais sur le fuselage ont été précédés d'une mise au point et d'une vérification du tarage de l'appareil effectuées sur des morceaux de tubes, analogues à ceux qui constituent le fuselage et fixés dans les mâchoires d'une machine de traction.

I. *Essais de flexion.* — La tension préalable des haubans nous oblige de considérer dans chaque panneau vertical, comprenant les longerons, les haubans travaillant à la compression comme des barres surabondantes, et ceci tant que l'effort de compression dû aux forces extérieures est inférieur à la tension initiale. Pour la charge unitaire de 332^{kg} nous avons constaté qu'on pouvait négliger ces haubans et que *les tensions correspondaient sensiblement à celles indiquées par la statique dans le cas d'un système isostatique.*

II. *Essais de flexion et de torsion combinées.* — Les tensions dues à la torsion peuvent être déterminées en remplaçant le couple par quatre forces, égales deux à deux, et appliquées aux montants et traverses du cadre de la dernière travée. On appliquera le théorème de Castigliano en annulant les dérivées du potentiel interne par rapport à une de ces forces et par rapport aux forces agissant dans les haubans placés dans les plans des cadres et travaillant à la tension.

Les expériences ont montré que les efforts dans ces haubans étaient négligeables, de sorte qu'il suffit de considérer la dérivée par rapport à une des forces de torsion.

Les résultats donnés par nos expériences et qui se rapportent à l'adjonction d'un couple unitaire ($37^{kgm},5$) de torsion à la charge unitaire (332^{kg}) de flexion ont été les suivants.

L'effet du couple de torsion sur les *montants*, *traverses* et *haubans* correspond sensiblement à l'application le long des barres du cadre arrière de quatre forces de 45^{kg}. Les traverses et haubans *des panneaux* horizontaux ne travaillent que fort peu lorsqu'il n'y a pas de couple de torsion; c'est donc pour eux que l'augmentation des efforts (compressions dans les traverses et tensions dans les haubans), dus au couple de torsion, a surtout de l'importance. Les efforts sont particulièrement élevés dans les haubans de la dernière travée par suite de sa grande longueur et de sa faible largeur.

Admettons qu'en regardant le fuselage de face, le couple de torsion tende à faire tourner le fuselage dans le sens des aiguilles d'une montre en abaissant le panneau vertical de droite et en relevant celui de gauche.

Dans ces conditions, l'application du couple de torsion a pour effet de tendre les *longerons* inférieurs du panneau de droite et de comprimer ceux du panneau de gauche.

Cette tension est surtout importante pour le longeron inférieur droit, de la travée arrière, où elle diminue de 60 pour 100 l'effort de compression dû à la charge de flexion.

De même la compression du longeron inférieur de gauche de la même travée est augmentée de 60 pour 100. L'effort de tension ou de compression subi par les longerons inférieurs et dû au couple, reste à peu près constant dans les différentes travées, de sorte que son importance est très faible dans les travées avant du fuselage. Quant aux longerons supérieurs les efforts qu'ils subissent ne varient pas sensiblement par suite de l'adjonction du couple de torsion, sauf pour la travée arrière, dans laquelle le longeron supérieur de droite subit une tension, et celui de gauche une compression.

En résumé, pour le fuselage essayé et pour les valeurs utilisées des charges de flexion et de torsion, l'effort du couple de torsion ne présente de l'importance que dans les deux dernières travées.

Toutes ces expériences ont été effectuées en plaçant les pointes de l'appareil sur deux colliers fixés au milieu des tubes; en plaçant les pointes directement sur les tubes, on pourrait déterminer également les tensions aux encastrements.

CHRONOMÉTRIE. — *Influence de l'inertie du spiral sur la marche de chronomètres.* Note de **M. J. Haag**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Dans une précédente Note [1], j'ai montré comment on peut évaluer cette influence, au moyen de la fonction $H=\int_0^L \rho^2 s^2\,ds$, où ρ désigne la distance du centre de gravité G de l'arc s à l'extrémité P de cet arc, dont l'origine est au piton. J'ai indiqué les résultats que m'a donnés cette méthode dans le cas du spiral cylindrique et dans le cas du spiral plat. Dans le premier cas, je laissais prévoir que les courbes terminales devaient apporter une contribution non négligeable dans la grandeur de la perturbation. Le but de la présente Note est de montrer que cette prévision était justifiée, tout en donnant une solution *pratique* complète du problème.

---

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1819.

2. *L'accroissement de période* peut s'écrire

$$\Delta T = \frac{m}{2AL^3}\int_0 H\,dt. \tag{1}$$

Cette formule montre que *l'inertie du spiral provoque toujours un retard de la montre.* Elle permet aussi d'avoir une limite supérieure de ΔT, si l'on connaît une limite supérieure P de H; on a

$$\frac{\Delta T}{T} < \frac{mP}{2AL^3}. \tag{2}$$

3. Je reviens maintenant à *l'évaluation de* H *pour un spiral cylindrique.*

Dans mon premier calcul, j'ai négligé les courbes terminales, croyant simplifier la question. En réalité, je n'ai fait que la compliquer, comme va le montrer la solution qui suit.

En outre, tout mon calcul a été faussé, pour ce qui concerne les termes variables de la perturbation, par l'erreur introduite dans le calcul de ρ^2. Cette erreur, que j'avais d'abord cru pouvoir négliger, n'a pas de répercussion sensible sur la partie constante de ΔT. Mais, elle modifie complètement les coefficients des puissances de θ_0. Et cela n'a rien de surprenant, car la formule (1) montre que ces coefficients dépendent essentiellement du mouvement de chaque point G. Or, ce mouvement n'est pas du tout le même, suivant qu'il y a ou qu'il n'y a pas de courbes terminales.

Supposons donc que le spiral soit muni de courbes de Phillips, lui assurant un développement concentrique. L'arc s peut être lui-même considéré comme une courbe de Phillips, tant que le point P se trouve sur les spires circulaires. Dès lors, son centre de gravité G se trouve sur la perpendiculaire à OP et à la distance $OG = \frac{R^2}{s}$. On a donc

$$\rho^2 = R^2 + \frac{R^4}{s^2}; \tag{3}$$

d'où

$$H = R^2\left(\frac{L^3}{3} + R^2 L\right) = L^5\left(\frac{1}{3\lambda^2} + \frac{1}{\lambda^4}\right). \tag{4}$$

En utilisant la formule (7) de ma première Note, on a immédiatement le développement en série de $\frac{\Delta T}{T}$ et, cette fois, *sans aucun terme trigonométrique.* Si l'on néglige les puissances de $\frac{1}{\lambda_0}$ supérieures à la troisième, on

trouve ([1]).

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{m R_0^2}{6A}\left(1 + \frac{3}{2}\frac{\varphi_0^2}{\lambda_0^2}\right) \tag{5}$$

4. Il faut maintenant remarquer que nous venons d'appliquer la formule (3) tout du long du spiral, alors qu'elle ne s'applique que sur la partie circulaire. Il subsiste donc encore une erreur, dont j'ai tenu à apprécier l'importance. A cet effet, j'ai pris un *exemple concret*, en supposant que chaque courbe terminale est constituée par un arc de cercle ([2]). J'ai adopté les données numériques suivantes ([3]) :

$R_0 = 4$; épaisseur $= 0{,}07$; hauteur $= 0{,}24$; densité $= 8$;
$E = 26.10^6$; $\lambda_0 = 20\pi$; $T = 0{,}4$; $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$.

J'ai constaté d'abord, par l'emploi de l'inégalité (2), que *la première courbe* (côté piton) *a une influence négligeable* (moins de 0,07 seconde par jour). Et cela se conçoit, car, sur cette courbe, $\rho^2 s^2$ est très petit vis-à-vis de L^4.

Quant à la seconde, elle a une répercussion négligeable (0,2 seconde par jour) sur le terme en θ_0^2; *elle n'intervient donc pas pratiquement dans la perturbation d'isochronisme*. Par contre, *elle modifie sensiblement le terme constant* (39 secondes sur un total de 331 secondes par jour).

J'ai vérifié également, sur cet exemple concret, que l'on ne commet qu'une erreur négligeable (inférieure à 0,06 seconde), en remplaçant, dans le calcul de H, la distance ρ par la distance $r = OP$.

Finalement, la formule pratiquement exacte me semble être la suivante :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{m}{2AL^3}\int_0^L r^2 s^2\, ds + \frac{m R_0^4}{4AL^2}\varphi_0^2. \tag{6}$$

([1]) C'est la formule qu'aurait obtenue M. Andrade, sans une malencontreuse faute de signe (*Horlogerie et Chronométrie*, Chap. XII). Il convient toutefois d'ajouter que si l'on pousse plus loin le développement, la méthode de M. Andrade introduit à son tour des termes trigonométriques, parce qu'elle ne tient compte que partiellement des courbes terminales, ainsi que je le ferai voir dans un Mémoire détaillé. Je rappelle aussi, à ce propos, que la méthode de Caspari donne une correction qui est les $\frac{3}{2}$ de la correction (5).

([2]) Cf. GROSSMANN, *Horlogerie théorique*, 2, p. 114.

([3]) Empruntées à GROSSMANN, *loc. cit.*, p. 312.

l'intégrale étant évaluée à partir de la forme naturelle du spiral complet, courbes terminales comprises.

5. Dans le *cas du spiral plat*, la deuxième courbe, si elle existe, est très petite. Comme la première est négligeable, la formule (11) de ma précédente Note continue à s'appliquer, ainsi que je l'avais d'ailleurs prévu.

HYDRODYNAMIQUE. — *Action sur un obstacle d'un fluide visqueux ; démonstration simple de formules de Faxén.* Note de M. **Joseph Pérès**.

1. Soit un fluide indéfini dont le mouvement $\mathfrak{M}$ (lent et permanent) dépend des équations de Stokes

$$(1)\qquad \Delta U_j - \frac{\partial P}{\partial x_j} = 0, \qquad \frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0 \qquad (j = 1, 2, 3)$$

(U_j, composantes de la vitesse; P, pression moyenne; coefficient de viscosité égal à un ; signes de sommation omis, comme on le fait en calcul tensoriel). On introduit dans ce fluide un solide fixe, limité par la surface S. En première approximation on a à envisager un nouveau mouvement permanent, vitesses $U_j + u_j$, pression $P + p$; les u_j sont intégrales des (1) (avec p), définies à l'extérieur de S, et bien déterminées par les conditions d'être égales à $-U_j$ sur S, nulles à l'infini (ainsi que leurs dérivées et p). (Pour plus de précision sur les conditions à l'infini, cf. Oseen, *Hydrodynamik*, Ak. Verlagsges. Leipzig, 1927, p. 106, 9_3.) La résultante des actions du fluide sur S a les composantes

$$(2)\qquad F_j = \int_{(S)} \left[n_k \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) - p n_j \right] dS \qquad (n_j,\ \text{normale extérieure}).$$

Il y a intérêt, pour les applications, *à exprimer* F_j *au moyen des données* U_j, vitesses du mouvement non troublé $\mathfrak{M}$.

2. Pour y parvenir partons de la formule immédiate

$$(3)\qquad \int_{(S)} v_j \left[n_k \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) - p n_j \right] dS = \int_{(S)} u_j \left[n_k \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_k} \right) - \bar{p} n_j \right] dS,$$

où les v_j, $\bar{p}$ satisfont, comme les u_j, p, le système (1) et vérifient les mêmes conditions à l'infini, de sorte que les intégrales (3) prises sur une sphère de rayon très grand seront nulles.

Supposons de plus que les v_j prennent, sur S, les valeurs

$$(4)\qquad v_1 = 1, \qquad v_2 = v_3 = 0;$$

(3) donne alors F_1 (et de façon analogue F_2, F_3) en fonction des U_j:

$$(5) \qquad F_1 = -\int_{(S)} U_j \left[n_k \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_k} \right) - \bar{p} n_j \right] dS.$$

Pour obtenir de même le moment L_1, par rapport à l'axe Ox_1, des actions du fluide sur S, il suffira de connaître des v_j prenant, sur S, les valeurs

$$(4') \qquad v_1 = 0, \qquad v_2 = -x_3, \qquad v_3 = x_2$$

et l'on aura encore

$$(5') \qquad L_1 = -\int_{(S)} U_j \left[n_k \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_k} \right) - \bar{p} n_j \right] dS.$$

3. Résumons : la détermination des u_j consiste dans la résolution du problème aux limites extérieures pour la surface S et les équations de Stokes, avec des données aux limites tout à fait quelconques $-U_j$; mais il suffit d'avoir traité ce même problème pour les données particulières simples (4), (4') (ou analogues) pour évaluer *directement*, en fonction des U_j, les actions du fluide sur l'obstacle.

4. *Exemple.* — S est une sphère, de centre O, de rayon a. On retrouve alors les formules de Faxén [*Ann. der Physik*, 4e série, 68, 1922, p. 101; *Arkiv för Mat. Astr. och Fysik*, 18, 1925, n° 29; Oseen, *loc. cit.*, p. 111], obtenues moins simplement lorsqu'on fait intervenir *explicitement* les expressions compliquées des u_j, déterminées soit par séries (Faxén), soit par l'emploi de fonctions de Green (Oseen).

Les (4) entraînent, comme on sait (Stokes),

$$v_j = \frac{3}{2}\frac{a}{R}\delta_{j1} - \frac{a}{4}\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_j}\left(3R + \frac{a^2}{R}\right), \qquad \bar{p} = -\frac{3}{2}a\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{1}{R}\right)$$

où $R = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ et δ_{j1} est 1 ou 0 suivant que j est égal ou différent de 1. Après des calculs immédiats le second membre de (5) se réduit à

$$\frac{3}{2a}\int_{(S)} U_1 \, dS,$$

d'où [Oseen, *loc. cit.*, p. 112, formules (25) et (26)] la formule de Faxén

$$F_1 = \sigma\pi a (U_1)_0 + \pi a^3 \left(\frac{\partial P}{\partial x_1}\right)_0.$$

Les (4') entraînent

$$v_1 = 0, \qquad v_2 = -a^3\frac{x_3}{R^3}, \qquad v_3 = a^3\frac{x_2}{R^3}, \qquad \bar{p} = 0$$

et (5′) se réduit à

$$L_1 = 3\int_{S_1} (n_2 U_3 - n_3 U_2)\, dS = 3\int \left(\frac{\partial U_3}{\partial x_2} - \frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right) d\omega = 4\pi a^3 \left(\frac{\partial U_3}{\partial x_2} - \frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)_0$$

puisque l'intégrant est harmonique.

On traite aussi aisément le cas (Faxén) où la sphère est mobile autour de son centre et d'autres exemples intéressants.

THERMODYNAMIQUE. — *L'équation de van der Waals et la thermodynamique*. Note de M. **J. E. Verschaffelt**.

Les *Comptes rendus* ont publié récemment [1] sous le même titre une Note de M. V. Karpen, où l'auteur se proposait de démontrer que les fluides théoriques conformes aux hypothèses qui ont servi de base à l'établissement de l'équation caractéristique de van der Waals obéissent aux principes de la thermodynamique et en particulier que la relation de Maxwell-Clausius et la formule de Clapeyron peuvent être déduites de cette équation sans faire intervenir le deuxième principe. Il me semble que cette Note doit donner au lecteur l'impression qu'il suffit qu'un fluide satisfasse à l'équation de van der Waals, du moins sous sa forme primitive (avec R, a et b constants), pour que de ce fait le second principe soit vérifié. Je crois qu'il n'est pas inutile de faire observer que cette impression serait fausse.

Toute équation d'état peut être mise d'accord avec le deuxième principe, pourvu qu'on y ajoute sous forme d'hypothèse accessoire, non contenue dans l'équation d'état même, une condition qui est compatible avec le deuxième principe et lui est équivalente. Cette condition est, par exemple, une hypothèse relative à l'énergie interne (loi de Joule, par exemple). Dans le cas de l'équation de van der Waals, cette hypothèse est bien simple; elle consiste à supposer que

$$dU = c_v dT + p' dv,$$

où c_v est uniquement fonction de la température et p' est la pression de cohésion $\left(p' = \frac{a}{v^2}\right)$. Cette hypothèse n'est pas du tout nécessaire *a priori;* mais elle est d'accord avec la formule

$$\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p.$$

[1] *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1039.

du moins aussi longtemps que R, a et b ne sont pas fonctions de la température. Dans ces conditions dS est effectivement une différentielle exacte et par conséquent on peut retrouver toutes les conséquences du deuxième principe, y compris les relations de Maxwell-Clausius et de Clapeyron.

Peut-on dire que ces relations peuvent se déduire de l'équation de van der Waals indépendamment du deuxième principe? Je ne le pense pas. Pour trouver la relation de Maxwell-Clausius, M. Karpen fait au sujet du travail moléculaire $\int F\,dx$ cette hypothèse, que ce travail est proportionnel à la différence des densités des deux phases en équilibre. Encore une fois, à mon avis, rien ne justifie cette hypothèse *a priori*, si ce n'est sa simplicité. Mais elle conduit effectivement à la relation de Maxwell-Clausius, ce qui la justifie *a posteriori*. Et une fois que cette relation est établie, l'équation de Clapeyron s'en déduit par simple calcul de variations, sans même qu'il soit nécessaire de passer encore par l'équation d'état. On peut néanmoins le faire, comme M. Karpen l'a fait; cela n'introduit plus aucune hypothèse nouvelle.

THERMODYNAMIQUE. — *Le principe énoncé par Carnot; le théorème. Les formules du second domaine de la thermodynamique indépendantes de tout principe.* Note de M. C. **Raveau**.

I. Le travail produit par un cycle de Carnot limité à t, t' et absorbant Q calories à t a une limite supérieure $JQ(T-T')/T \geqq W$ dans la réversibilité, le coefficient de Q ayant le signe, + ou —, de $t-t'$. Il s'agit de savoir, historiquement, lequel des énoncés du second principe est traduit par cette inégalité et d'autre part si toutes les relations qu'il est mathématiquement possible de tirer de celle-ci, pour un cycle complet et pour des cycles simples, isothermes ou à travail nul, en sont bien des conséquences logiques.

II. Pour un cycle sans travail, Clausius *affirme* en substance que $Q(t-t')$ est $\geqq 0$; Thomson *affirme* que W est $\leqq 0$ pour un cycle isotherme. Un cycle de Carnot complet, qui est toujours la résultante de deux cycles simples, ne peut être celle de deux cycles séparément impossibles. Donc *de l'ensemble* des deux principes précédents résulte que : pour $W \geqq 0$ on a $Q(t-t') \geqq 0$, et que : pour $Q(t-t') \leqq 0$ on a $W \leqq 0$, quel que soit le signe de $t-t'$. Se confondant dans la réversibilité, ces deux conditions n'en font qu'une. La première forme traduit un énoncé, tiré par Carnot

d'un autre qu'il appelle *principe* : « Il ne suffit pas, pour donner naissance à la puissance motrice, de produire de la chaleur; il faut encore se procurer du froid. » Tel est le principe authentique de Carnot, qui ne semble pas avoir jamais été invoqué. La seconde forme est le principe complété de Clausius, où il est question d'une *compensation* (ici $W < 0$). Elle n'a pas non plus été utilisée, mais son auteur (on l'a trop oublié) adjoignait à la condition simple une *Nebenannahme*, l'hypothèse des gaz parfaits.

Le principe complet, dont les deux principes simples ne sont que des lemmes ou des corollaires, est nécessaire pour établir le signe du coefficient de Q, ou celui de $d \log T . dt$.

III. Mais, avant de rien préjuger du signe de W isotherme, par exemple, qu'arriverait-il s'il pouvait prendre les deux signes? Alors une combinaison de deux cycles fournirait une somme nulle, ramenant toutes choses, les systèmes et ce qui les entoure, à un état antérieur. L'irréversibilité n'existerait plus qu'*à temps;* elle ne serait pas *indélébile*. Si nous n'admettons pas qu'il en soit ainsi, au moins en dehors de certains ordres de phénomènes, nous devons, à l'exclusion de tout principe et en vertu d'une seule *loi d'irréversibilité générale*, reconnaître que certaines quantités satisfont à des inégalités. Il reste donc seulement à fixer, *sur un seul cas*, le sens de cette inégalité.

Alors, par définition, la valeur o conviendra *a priori* à la réversibilité *exceptionnelle* considérée en soi et non comme une limite.

IV. Dans le célèbre *théorème* de Carnot il faut distinguer la condition implicite du maximum de rendement, qu'il aurait pu tirer du principe et l'affirmation de la similitude thermodynamique, qu'il avait raison de baser sur tout autre chose. Clausius s'est trompé en voulant déduire de son inégalité cette condition d'égalité, qui résulterait tout aussi bien de l'inégalité opposée. Les vérifications de la formule de Clapeyron *ne prouvent rien* en faveur des principes. Inversement la formule n'est pas mise en danger par les infractions au principe de Thomson, constatées sur certains phénomènes.

V. Un exposé du second domaine de la thermodynamique, celui où l'on tient compte des températures des phénomènes thermiques, débutera donc par les remarques préliminaires du paragraphe II, que suivront deux chapitres d'abord entièrement indépendants.

a. Dans la réversibilité, les cycles simples des deux espèces se confondent. Employant le cycle triangulaire (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1265), on établit, dans le cas de 3 variables, certaines inégalités entre des capacités (*ibid.*, 187, 1927, p. 1121, III, 3°); pour 2 variables on a les égalités réciproques de Lippmann et autres, toutes relations indépendantes de J et T.

Pour les cycles complets les relations classiques en $\partial/\partial T$ et $\partial^2/\partial T^2$ s'écrivent, en mettant en évidence des calories et des aires :

$$J\frac{dT}{T} = \frac{1}{l\,dv}\left(\frac{\partial p}{\partial T}dT\,dv\right) = \frac{1}{\frac{1}{2}\frac{\partial c}{\partial v}dT\,dv}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}dT^2\,dv\right)$$

$$= \frac{1}{l\,dv}\left[\left(\frac{\partial p}{\partial T}dT + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}dT^2\right)dv - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{c}{l}\frac{\partial p}{\partial T}\right)dT^2 dv\right]$$

$$= \frac{1}{l\,dv}\left[(\ldots)\,dv - \frac{1}{2}\frac{J}{T}\frac{\partial c}{\partial v}dT^2 dv\right],$$

la troisième aire étant celle d'un cycle de Carnot $AA'C'C$, somme d'un parallélogramme $AA'B'B$, de dimensions $dv\,dT$ et de deux triangles ABC, $A'C'B'$ ayant un côté adiabatique $c\,dT + l\,dv = 0$; le terme en dT^2 est nul. Ce couple est remplacé dans la quatrième aire par un cycle triangulaire de troisième ordre.

Il reste à demander au chapitre suivant le signe de $d\log T.dt$.

b. On remarquera que, pour les cycles simples, composantes du cycle de Carnot, le signe de W ou de $Q(t-t')$ est plus qu'évident dans les cas simples. La condition de Clausius, appliquée à la calorimétrie, est la définition même du signe de la quantité de chaleur; un équilibre mécanique est stable quand il faut fournir du travail pour en faire sortir un système, qui y revient ensuite spontanément; c'est la condition de W. Thomson. On étend ces conditions à d'autres cas plus ou moins analogues.

Pour des cycles simples, dont un côté irréversible est à dp ou $dv = 0$; .... dt ou $dQ = 0$, on a

$$dp_1 dv_2 - dp_2 dv_1 < 0, \qquad \ldots, \qquad dt_1 dQ_2 - dt_2 dQ_1 > 0.$$

De la seconde inégalité on tire $C > c$, pour les corps stables, et d'une façon générale : *Toute capacité* (mécanique, électrique, ..., thermique, chimique, ...) *est plus grande en l'absence qu'en l'existence de liaisons*, condition fondamentale, indépendante de J et de T (cf. *Comptes rendus*, 148, 1909, p. 767).

Pour un cycle complet réversible, $(dp_1 dv_2 - dp_2 dv_1)(dt_1 dQ_2 - dt_2 dQ_1)$ est < 0, d'où résultent : 1° les réciprocités *de signe*, qu'on généralise en remplaçant t, Q par E, e; ..., et, en empruntant au chapitre précédent la notion de T; 2° le signe de $d\log T.dt$ et l'inégalité finie rappelée au début, par laquelle toutes les autres conditions peuvent être embrassées, mais dont elles ne procèdent pas.

Conclusions. — Dans les idées ordinaires, on ne pourrait déduire correctement l'inégalité générale que du principe *complet* de Carnot. Mais ces idées même appellent une réforme profonde : il n'y a plus à invoquer de principe quand on a tiré les conséquences de la notion d'irréversibilité indélébile; on n'utilise plus que des définitions.

RADIOTÉLÉGRAPHIE. — *L'étalonnement des diapasons servant de base aux mesures des fréquences radiotélégraphiques.* Note de M. **B. Decaux**, présentée par M. G. Ferrié.

L'état de la radiotélégraphie exige à l'heure actuelle que la fréquence des ondes employées soit connue avec une précision supérieure ou au moins égale au dix-millième. C'est donc avec cette précision que doit être fait l'étalonnement des diapasons qui, quel que soit le procédé employé, servent de point de départ à ces mesures. Or, si perfectionnées que soient les pendules actuelles, les durées de deux secondes consécutives sont assez différentes, l'écart pouvant atteindre le centième de seconde ([1]). On voit immédiatement que dans ces conditions le dénombrement des oscillations du diapason doit porter sur un temps de plusieurs minutes. Ceci proscrit l'emploi de diapasons non entretenus, trop rapidement amortis, et conduit à utiliser des diapasons entretenus électriquement sans contact au moyen de lampes triodes, par le procédé aujourd'hui classique indiqué par H. Abraham. Quoique théoriquement la fréquence de ces diapasons dépende des conditions d'entretien, il est possible, moyennant certaines précautions, de les faire fonctionner avec une fréquence dont la constance est supérieure à la précision cherchée. Plusieurs procédés ont été indiqués pour compter le nombre d'oscillations d'un diapason ainsi entretenu pendant un laps de temps assez long. Nous décrirons sommairement le procédé employé.

Bien qu'il présente certaines analogies avec une méthode suggérée par Bedeau et de Marre ([2]), il nous a paru que la description de la méthode expérimentale et l'indication de la précision obtenue pourraient présenter quelque intérêt.

Le diapason à étalonner ayant une fréquence voisine de 1024 (*ut* 5) le

---

([1]) G. Ferrié et R. Jouaust, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1145.

([2]) Bedeau et de Marre, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 209.

nombre de vibrations pendant la durée de l'expérience était considérable, aussi avons-nous cherché à compter, non ce nombre lui-même, mais un sous-multiple. L'ordre de ce sous-multiple n'avait pas besoin d'être connu *a priori*, mais nous était donné par la connaissance approximative que nous avions déjà de la fréquence du diapason.

Pour produire cette démultiplication, nous avons utilisé le phénomène découvert par Van der Pol qui a montré qu'il était possible de synchroniser des oscillations de relaxation par une fréquence supérieure à leur fréquence propre. Comme oscillations de relaxation nous avons utilisé celles d'un tube au néon du type lampe veilleuse alimenté en courant continu à travers une résistance élevée et ayant une capacité connectée à ses bornes.

Le diapason en élinvar était placé dans une enceinte calorifugée dont on peut maintenir la température constante. Dans cette enceinte était placé un microphone. Ce procédé pour obtenir un courant alternatif de fréquence égale à celle du diapason nous a paru préférable à celui qui consiste à utiliser le courant d'entretien pour éviter des réactions susceptibles de troubler le fonctionnement de l'appareil.

Le courant microphonique était amplifié et une petite différence de potentiel, produite par ce courant aux bornes du secondaire d'un transformateur, était appliquée dans le circuit d'alimentation du tube au néon. On faisait varier la capacité aux bornes du tube, jusqu'à ce que la fréquence des oscillations de relaxation fût assez voisine d'un sous-multiple de celle du diapason, pour que la synchronisation pût se produire. On constatait qu'il en était ainsi par l'examen des figures de Lissajous produites, dans un oscillographe cathodique type Western, par la composition de l'action du courant du microphone et du courant du tube à néon. Ces figures permettaient le cas échéant de vérifier l'ordre du sous-multiple. La démultiplication ainsi obtenue avec un seul tube étant de l'ordre de 35 à 1, le courant pulsatoire du tube à néon était envoyé dans un des oscillographes d'un enregistreur à noir de fumée du type employé pour le repérage par le son. Un autre oscillographe enregistrait sur la même bande les indications d'un chronomètre soigneusement contrôlé par rapport aux émissions de signaux horaires. La durée d'un enregistrement était de 5 minutes.

La détermination des instants initiaux et le dénombrement des oscillations (environ 35 par seconde) étaient effectués sur les bandes au moyen d'une machine à diviser.

La comparaison des résultats obtenus a montré que la précision obtenue par ce procédé était de 3 cent-millièmes.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur les doublets d'étincelle dans la série* K. Note (1) de M. V. **Dolejšek** et Mlle **D. Engelmannová**, présentée par M. de Broglie.

Dans un travail précédent, nous avons montré que, pour les éléments légers, les doublets d'étincelle $K\alpha_3 - K\alpha_4$ et $K\alpha_5 - K\alpha_6$ sont des doublets irréguliers analogues à ceux d'arc, la différence des fréquences étant constante et exprimée par $\Delta\sqrt{\frac{\nu}{R}} = 0{,}007$ (pour $K\alpha_3 - \alpha_4$) et $0{,}011$ pour $K\alpha_5 - \alpha_6$).

Dans le présent travail nous avons étudié l'allure de ces doublets pour les éléments plus lourds (numéro atomique 23 jusqu'à 30).

Nous avons effectué les mesures avec tous les éléments dans le même état chimique (valence nulle). Ainsi nous avons exclu l'influence de la liaison chimique. Car il est difficile de déterminer expérimentalement cette influence sur la variation de la longueur d'onde de ces lignes (2). Pour les éléments plus lourds on peut s'attendre à ce que cette variation soit beaucoup plus petite, ce qui rend sa détermination encore plus difficile.

Il est impossible de supposer que pendant le long bombardement cathodique nécessaire pour obtenir ces raies, tous les états chimiques restent sans changement. C'est pourquoi nous avons utilisé les corps simples. Si l'état chimique subit une variation pendant l'observation, cela peut provoquer une diffusion des lignes. Cette diffusion peut causer aussi de la difficulté pour séparer les doublets des éléments les plus lourds.

L'intervalle $\Delta\lambda$ de ces doublets diminue avec le numéro atomique croissant. Aussi les lignes $K\alpha_3 - \alpha_4$ ont-elles été mesurées séparément (comme deux lignes) jusqu'à l'élément de numéro atomique 20 (Ca) et à partir de cet élément comme une seule ligne (3).

En employant les corps simples (et en opérant avec une dispersion convenable) (4), nous avons réussi à mesurer les valeurs suivantes de ces doublets :

---

(1) Séance du 14 janvier 1929.

(2) E. Bäcklin, *Zeits. f. Phys.*, 38, 1926, p. 215.

(3) V. Dolejšek, *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 441, et *loc. cit.*

(4) On décrira en détail la méthode employée dans une prochaine publication.

Numéro atomique.	Éléments.	$\Delta\lambda$.	$\Delta\sqrt{\frac{\nu}{R}}$.
23	V	2,0	0,0076
24	Cr	1,8	0,0074
25	Mn	1,5	0,0075

Pour les éléments plus lourds A. Dauvillier [1] a mesuré ces lignes séparément pour Cu (n° at. 29). Il a trouvé pour l'intervalle de ce doublet la valeur $\Delta\lambda = 1,0$ U. X. Pour mesurer cette petite différence du doublet de Cu nous avons déterminé exactement la largeur de ces lignes pour cet élément à partir de la largeur connue de ces lignes pour les éléments plus légers, et nous avons obtenu l'intervalle de ces deux lignes — qui était très difficile à mesurer directement à cause de la lente diminution du noircissement des bords intérieurs des deux lignes — en mesurant la distance des bords de la bande totale de noircissement entière diminuée de la largeur connue des lignes.

Nous avons obtenu la valeur $\Delta\lambda = 0,9$ U. X. qui s'accorde bien avec celle de M. A. Dauvillier citée ci-dessus.

Par ces mesures nous avons étendu le domaine et le nombre des éléments pour lesquels ces intervalles ont été mesurés. Pour la constante du doublet nous avons obtenu les valeurs mentionnées dans la seconde colonne du tableau. Pour Cu, la constante est $\Delta\sqrt{\frac{\nu}{R}} = 0,007(3)$ (d'après nos mesures) et 0,0080 (d'après les mesures de M. Dauvillier).

La valeur moyenne de toutes nos mesures récentes est $\Delta\sqrt{\frac{\nu}{R}} = 0,0074$.

Cette valeur moyenne et celle obtenue auparavant pour les éléments légers (jusqu'au n° at. 12) (soit 0,007) sont (dans les limites de la précision obtenue) parfaitement d'accord.

Il faut attribuer la limite de précision de la valeur ancienne de la constante du doublet pour les éléments légers à l'influence de la variation de la liaison chimique. Cette influence peut être assez grande et elle n'intervient pas dans les mesures actuelles.

Les valeurs de la constante pour ces corps simples sont comprises dans

---

(1) A. Dauvillier, *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 443.

la limite de précision de la valeur moyenne, comme le montre la valeur de M. Bäcklin [1] pour Si (n° at. 14) $\left(\Delta\lambda = 8{,}9\ \text{U. X.}, \Delta\sqrt{\frac{\nu}{R}} = 0{,}0074\right)$.

Pour déterminer les variations éventuelles [2] de la constante de ces doublets, il faudrait mesurer de nouveau les valeurs des corps simples légers.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la structure du spectre du troisième ordre du soufre* (S III). Note de M. **J. Gilles**, présentée par M. A. Cotton.

Dans une Note précédente [3], j'ai dégagé les premiers traits de la structure du spectre du soufre deux fois ionisé, en donnant la plupart des termes triples qui correspondent aux configurations électroniques $3d$, $4s$ et $4p$ de l'atome S III. Les multiplets de raies résultant des combinaisons des termes $4p$ avec le terme $4s$ sont déplacés vers le rouge, de 4000 à 5000 unités de fréquence, par rapport aux multiplets correspondants du spectre de O III; ce qui est naturel étant donné que la masse atomique du soufre est à peu près deux fois plus grande que celle de l'oxygène. Mais, contrairement à ce qui a lieu pour les termes $4p$ de O III, l'ordre des fréquences des termes $4p$ de S III est conforme à la théorie de Hund, le terme dont le nombre quantique azimutal est le plus petit étant aussi celui qui correspond à l'énergie la plus petite.

Ces résultats une fois acquis, j'ai cherché les termes $4d$ dont les combinaisons donnent normalement le groupe de raies le plus important après les multiplets précédemment publiés. Malgré les difficultés provenant de ce que plusieurs configurations électroniques se trouvent donner des termes d'énergies très voisines, j'ai déterminé la plupart de ces termes $4d$, et, en même temps, les termes de la configuration $5s$. Ces termes, que j'ai rapportés à la valeur 135600 adoptée pour $4s\,^3P_2$, ont été identifiés à partir des multiplets

$4p\,^3S - 4d\,^3P$		$4p\,^3S - 5s\,^3P$
$4p\,^3P - 4d\,^3P$	$4p\,^3P - 4d\,^3D$	$4p\,^3P - 5s\,^3P$
$4p\,^3D - 4d\,^3P$	$4p\,^3D - 4d\,^3D$	

donnés dans le tableau suivant :

(1) E. Bäcklin, *loc. cit.*

(2) V. Dolejšek, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 964; *Zeits. f. Phys.*, 46, 1927, p. 132.

(3) J. Gilles, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 63.

λ.	i.	Combinaison.	λ.	i.	Combinaison.
2998,27	2	$a4p\,^3P_2 - a4d\,^3D_1$	2702,83	2	$a4p\,^3P_1 - a4d\,^3P_0$
2986,02	1	$a4p\,^3P_2 - a4d\,^3D_2$	2691,76	2	$a4p\,^3P_1 - a4d\,^3P_1$
2964,74	2,5	$a4p\,^3P_2 - a4d\,^3D_3$	2688,40	3	$a4p\,^3P_1 - a5s\,^3P_1$
2961,85	1,5	$a4p\,^3P_1 - a4d\,^3D_1$	2680,53	2	$a4p\,^3P_0 - a4d\,^3P_1$
2950,20	1,5	$a4p\,^3P_1 - a4d\,^3D_2$	2665,40	4	$a4p\,^3P_2 - a5s\,^3P_2$
2948,30	1,5	$a4p\,^3P_0 - a4d\,^3D_1$	2636,92	1	$a4p\,^3P_1 - a5s\,^3P_2$
2797,46	1	$a4p\,^3S_1 - a4d\,^3P_0$	2542,83	4	$a4p\,^3D_3 - a4d\,^3P_2$
2775,25	3	$a4p\,^3D_3 - a4d\,^3D_2$	2508,10	3	$a4p\,^3D_2 - a4d\,^3P_1$
2756,71	4	$a4p\,^3D_3 - a4d\,^3D_3$	2505,50	2	$a4p\,^3D_2 - a4d\,^3P_2$
2740,90	2	$a4p\,^3D_2 - a4d\,^3D_1$	2505,33	2	$a4p\,^3D_2 - a5s\,^3P_1$
2731,00	1	$a4p\,^3D_2 - a4d\,^3D_2$	2499,03	3	$a4p\,^3D_1 - a4d\,^3P_0$
2726,64	2	$a4p\,^3S_1 - a5s\,^3P_2$	2496,21	4	$a4p\,^3D_3 - a5s\,^3P_2$
2721,30	2	$a4p\,^3P_2 - a4d\,^3P_1$	2489,56	3	$a4p\,^3D_1 - a4d\,^3P_1$
2718,70	1,5	$a4p\,^3D_1 - a4d\,^3D_1$	2460,45	4	$a4p\,^3D_2 - a5s\,^3P_2$
2713,20	1	$a4p\,^3D_2 - a4d\,^3D_3$	2442,65	0	$a4p\,^3D_1 - a5s\,^3P_2$
2708,93	0	$a4p\,^3D_1 - a4d\,^3D_2$			

Parmi les raies contenues dans ce tableau, il en est une, savoir la raie λ 2665,40, qui a été relevée par Bowen (¹) et attribuée par lui au spectre de SV. D'après Bowen, elle figure avec l'intensité 1, dans un multiplet SP, dont les deux autres raies, d'intensités respectives 2 et 4, ont pour longueurs d'onde λ 2659,05 et λ 2639,11. J'ai cru cependant devoir l'attribuer à SIII, parce qu'elle a la fréquence et l'intensité (4) qui conviennent pour être la raie $4p\,^3P_2$-$5s\,^3P_2$ et aussi parce que les deux autres raies figurent aussi dans mon relevé, mais avec des intensités moindres, savoir 3 et 1. Bowen a d'ailleurs attribué aussi à SV un multiplet PP′, dans lequel deux des termes P′ ont un intervalle très voisin de l'intervalle 409 de deux des termes $4s\,^3P$ du spectre de SIII, et qui par conséquent pourrait être un système de combinaisons des termes $4s\,^3P$ avec les termes $3p\,^3P$ de SIII. S'il en était ainsi, ces termes $3p\,^3P$ seraient voisins de 252000.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre continu de la vapeur de mercure.* Note de M. **H. Volkringer**, présentée par M. Ch. Fabry.

La vapeur de mercure chauffée peut être excitée par divers procédés et, vers 240° donne naissance à un spectre continu, qui s'étend de la région rouge à la raie 0µ,2537 où il se termine brusquement. Quelle que soit la

(¹) J. S. Bowen, *Phys. Rev.*, 25, 1925, p. 596.

constitution exacte du porteur de ce spectre continu, on peut s'attendre à avoir un effet de température sur la répartition de l'énergie le long de ce spectre. Si l'on opère sous la pression de la vapeur saturante, il est difficile de dépasser 280° environ. Il faut donc chauffer de la vapeur de mercure à une pression inférieure à la pression de vapeur saturante. J'ai employé le dispositif suivant dans lequel la vapeur se trouve à l'état statique, et qui a l'avantage de permettre des mesures assez précises de la température.

Un tube de silice fondue a été purifié avec toutes les précautions ordinaires, et contient quelques grammes de mercure pur. Ce tube est placé dans un four électrique F_1 dont on peut repérer la température T_1 au moyen d'un couple thermo-électrique. Une extrémité de F_1 est fermée par une lame de quartz, tandis qu'à l'autre extrémité se trouve un deuxième four électrique F_2 dont la température T_2 peut être repérée au moyen d'un thermomètre, et qui contient la partie du tube où se trouve le mercure.

Les circuits de chauffage des fours sont indépendants. La vapeur de mercure est excitée par décharges sans électrodes, grâce à un enroulement de quelques spires de fil de cuivre entourant le tube et faisant partie d'un circuit oscillant.

La lumière ainsi produite a été examinée au moyen d'un spectrographe de 50^{cm} de distance focale et à deux prismes de quartz.

Les expériences destinées à nous renseigner sur l'excitation de la vapeur non saturante ont été faites avec $T_2 \leqq T_1$. J'ai commencé par faire une étude visuelle du phénomène, en examinant la large bande continue dont le maximum est à $0^{\mu},512$.

Dans une première série de mesures, j'ai laissé T_1 constant et j'ai fait varier T_2. Cette expérience a été reprise pour différentes valeurs de T_1 comprises entre 70° et 650°. Si l'on se trouve en état d'équilibre, *quel que soit* T_1 (pourvu qu'il soit supérieur à la température d'illumination 70°), le tube s'illumine pour $T_2 = 70°$ donnant les spectres d'arc et d'étincelles sans spectre continu. La pression de la vapeur de mercure est alors $0^{mm},05$. Pour T_2, voisin de 130° (pression $1^{mm},5$), le spectre d'étincelles disparaît, le spectre d'arc subsiste seul, et le spectre continu apparaît. L'intensité de ce spectre augmente, passe par un maximum vers $T_2 = 225°$ (pression 4^{mm}) puis décroît. Avec les procédés d'excitation dont je disposais, le tube cessait de s'illuminer vers $T_2 = 280°$ (pression 160^{mm}). Les valeurs de ces températures particulières dépendent, en partie, de l'excitation du tube. Par contre, pour une excitation donnée, l'influence de T_1, si elle existe, est certainement très faible. Autrement dit, l'illumination, le changement de

régime, l'extinction dépendent de la pression de la vapeur de mercure et non du nombre de molécules de mercure contenues dans le tube.

Dans une deuxième série de recherches, je me suis placé dans les conditions où le spectre continu est le plus intense : $T_2 = 225°$ et j'ai fait varier T_1 de cette température au rouge (650°). Pour $T_1 = 225°$, le spectre continu, très intense, s'étend du rouge au violet. Quand T_1 augmente, son intensité diminue graduellement. Vers 600°, il est à peine visible dans la région de son maximum, qui est aussi la région de grande sensibilité de l'œil. On n'a pu percevoir aucune trace de bandes fines ou diffuses.

Cette étude visuelle, complétée par une étude photographique, a confirmé les résultats obtenus par Lord Rayleigh pour le *Mercury band spectrum of long duration* (1). J'ai maintenu T_2 vers 225°. Déjà pour $T_1 = 450°$, la large bande $0^\mu,512$ n'est plus visible sur la plaque. De même la bande ayant son maximum à $\lambda = 0^\mu,265$ disparaît aux températures élevées.

Les bandes diffuses qui apparaissent entre $\lambda = 0^\mu,305$ et $0^\mu,265$, de même que celles qui apparaissent entre $\lambda = 0^\mu,365$ et $0^\mu,404$ lorsque le tube entier se trouve à 230°, disparaissent également dès que T_1 atteint 300° à 400°.

Par contre l'intensité de la bande $0^\mu,336$ ne semble pas affectée par une élévation de T_1. Pour $T_1 = 650°$ cette bande est encore très intense. Un résultat analogue a été observé avec la bande continue au voisinage de $\lambda = 0^\mu,2537$.

Enfin la bande continue $\lambda = 0^\mu,2482$ et la bande $\lambda = 0^\mu,2345$ disparaissent lorsque la température s'élève.

Ces observations sont à rapprocher des résultats suivants : si l'on excite de la vapeur de mercure contenue dans un tube entièrement maintenu à 230° environ, et si l'on forme l'image du tube sur la fente du spectrographe moyen d'un achromat quartz-fluorine, on constate que les intensités relatives des diverses bandes ne sont pas les mêmes en tous les points du tube. Elles dépendent du champ électrique qui provoque l'excitation.

Il semble donc possible de conclure de tous ces faits que l'ensemble du spectre continu de la vapeur de mercure n'est pas dû à un seul porteur passant d'un état à un autre. Ou bien on se trouve en présence de plusieurs états d'un même édifice atomique, ou bien on se trouve en présence de plusieurs édifices atomiques provenant, par exemple, d'associations différentes d'atomes neutres et d'atomes excités.

---

(1) Lord RAYLEIGH, *Proceedings of the Royal Society*, A. 114, 1927, p. 620.

OPTIQUE APPLIQUÉE. — *Objectif de spectrographe possédant une distance focale constante à un millième près entre* 1850 *et* 7000 Å. Note [1] de M. **Pierre Bricout**, présentée par M. Ch. Fabry.

On sait que le réglage des spectrographes destinés à l'étude de l'ultraviolet moyen est une opération laborieuse. Les objectifs simples ou composés formés de lentilles de quartz ou de fluorine ne possèdent pas une distance focale identique pour toutes les radiations et il est nécessaire de déterminer empiriquement le tirage de l'objectif et l'inclinaison de la plaque donnant les meilleurs clichés dans la région spectrale étudiée.

Pour remédier à ce défaut, j'ai songé à utiliser les propriétés dispersives de l'eau dont l'indice de réfraction a été déterminé jusqu'à 1829 Å par MM. Duclaux et Jeantet [2]. L'allure de la courbe de dispersion de ce liquide très transparent pour les radiations ultraviolettes le rend particulièrement propre à éliminer la forte surcorrection qui rend inutilisables les doublets quartz-fluorine au voisinage de 2000 Å et cela sans altérer l'achromatisme satisfaisant qu'ils réalisent pour les radiations de plus grande longueur d'onde. Je vais montrer que l'interposition d'un faible ménisque convergent d'eau distillée entre les éléments séparés et convenablement calculés d'un doublet quartz-fluorine permet d'obtenir un objectif remarquablement achromatique dans tout le domaine d'emploi des spectrographes à optique de quartz ou de verre.

Désignons par a, b, c les convergences pour la radiation λ 5893 (raies D du sodium) de trois lentilles de fluorine, d'eau distillée et de quartz cristallisé et représentons par 1000 la convergence moyenne imposée au système. Il est commode pour les réglages de poser

$$a + b + c = 1000. \qquad (1)$$

Pour choisir parmi la double infinité de systèmes possibles celui dont l'achromatisme est le meilleur il suffit d'imposer à ce dernier la condition de rendre minima la somme des carrés des variations de convergence totale :

$$\sum \varepsilon^2 = \sum_i \left[\frac{n_{ia} - 1}{n_{Da} - 1} a + \frac{n_{ib} - 1}{n_{Db} - 1} b + \frac{n_{ic} - 1}{n_{Dc} - 1} c \right]^2$$

(1) Séance du 14 janvier 1929.

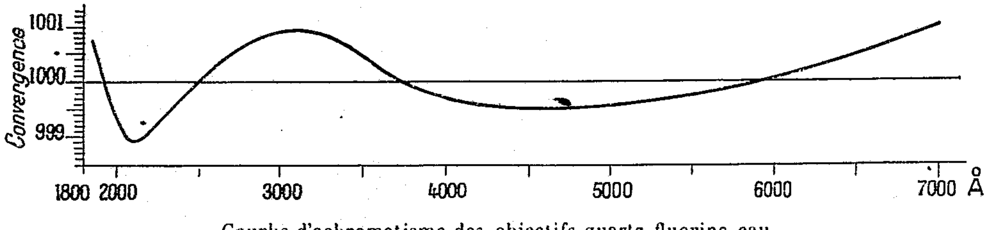
(2) Duclaux et Jeantet, *Journ. de Phys.*, 5, 1924, p. 92.

pour un certain nombre de raies réparties à peu près uniformément dans la région à achromatiser. L'annulation des dérivées partielles par rapport à a, b, c fournit un système d'équations homogènes qui, avec (1), détermine complètement les inconnues.

Le calcul effectué pour une température de 20° C. en considérant 16 radiations de longueurs d'onde comprises entre 1854 et 6708 Å et, en se basant sur les données numériques de Duclaux et Jeantet et du *Recueil des Constantes* de la Société française de Physique, donne pour valeurs des convergences :

Fluorine : $a = 4387,46$; Eau : $b = 405,52$; Quartz : $c = -3792,98$.

La courbe d'achromatisme de la combinaison est tracée ci-dessous.



Courbe d'achromatisme des objectifs quartz-fluorine-eau.

On voit que les trois lentilles permettent d'achromatiser *quatre* couleurs dont les longueurs d'onde sont sensiblement 5893, 4250, 2500 et 1920 Å. Les variations relatives de convergence ne dépassent pas 1 millième, ce qui permet d'utiliser l'objectif sans modification appréciable de la mise au point dans un domaine s'étendant de 1800 à 7500 Å.

Dans le calcul d'un objectif réel, il faut naturellement modifier légèrement les nombres donnés plus haut afin de tenir compte de l'épaisseur finie des lentilles, mais la forme de la courbe d'achromatisme n'est pas altérée même pour des objectifs dont l'épaisseur atteint 15 à 20 pour 100 de la distance focale.

Il résulte du mode de calcul adopté que l'objectif spécifié plus haut est le meilleur que l'on puisse constituer avec les substances choisies. Son avantage sur les doublets quartz-fluorine est très notable : ceux-ci en effet ne peuvent donner la même précision d'achromatisme que pour les longueurs d'onde supérieures à 2400 Å et il faut tolérer un écart de convergence de $\frac{3}{1000}$ si on veut les utiliser jusqu'à 2000 Å.

L'objectif quartz-fluorine-eau, dont la spécification détaillée sera publiée

ultérieurement, permet de réaliser des spectrographes à plaque normale et à réglages invariables utilisant à volonté des prismes de quartz ou de flint sans autre modification que celle de la déviation.

PHOSPHORESCENCE. — *Sur la réalisation d'un* phosphoromètre *permettant d'effectuer rapidement toutes les mesures d'intensités de phosphorescences.* Note de M. R. Coustal, présentée par M. Jean Perrin.

Les méthodes photométriques habituelles ne s'appliquent que difficilement aux mesures d'intensités de phosphorescences, et leur précision, bonne pour les sources lumineuses constantes et d'intensités relativement grandes, devient très médiocre pour les luminosités de très faible intensité, et qui, de plus, décroissent avec le temps. Enfin, ces méthodes sont lentes et assez compliquées.

Pour les besoins de mes recherches sur la phosphorescence des sulfures alcalino-terreux, j'ai été amené à construire un *phosphoromètre* d'un maniement simple et rapide donnant une précision très suffisante pour toutes les mesures quantitatives de *faibles luminosités* en phosphorescence.

L'appareil est constitué par un disque de bois ou de liège sur le pourtour duquel sant fixés des tubes de verre gros et courts remplis avec des produits phosphorescents dont la luminosité a la même couleur, et exactement la même loi de décroissance en fonction du temps; mais dont l'intensité est réduite dans un rapport constant lorsque l'on passe d'un tube au suivant.

Pour réaliser ces conditions, on prend deux sulfures de zinc provenant d'une fabrication identique sauf que l'on n'a introduit de phosphorogène que dans un des deux, qui sera ainsi seul phosphorescent. Les mélanges suffisamment intimes de ces deux sulfures possèdent des phosphorescences dont les intensités diffèrent, mais qui (l'expérience le vérifie) décroissent toutes selon la même loi.

Tant que l'intensité obtenue n'est pas inférieure au millième de celle du sulfure phosphorescent pur, la luminosité d'un tel mélange paraît à l'œil suffisamment uniforme. Au microscope, avec un faible grossissement, ces mélanges apparaissent au contraire comme présentant sur un fond obscur une constellation de points très lumineux, uniformément répartis si le mélange a été bien fait. L'expérience vérifie de plus ce fait important que dans des mélanges faits en proportions différentes, les points lumineux sont tous d'aspects identiques, et ont une densité superficielle proportionnelle à la concentration du sulfure phosphorescent.

La très faible aptitude de l'œil à discerner des différences d'éclats dans des luminosités très faibles fait que, pratiquement, on peut se contenter de réduire l'intensité dans le rapport $\frac{1}{2}$ lorsqu'on passe d'un tube au suivant; on peut ainsi avoir onze tubes dont les intensités relatives sont dans les rapports des nombres 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, etc., et $\frac{1}{1024}$. L'œil est tout juste capable d'intercaler un ou deux intermédiaires, entre deux termes consécutifs de la progression d'éclats ainsi réalisée.

L'appareil peut être construit pour n'importe quelle couleur de phosphorescence.

1° *Emploi pour des mesures approchées très rapides.* — On fait tourner lentement le phosphoroscope en le tenant par son manche, dans un faisceau ultraviolet — toujours le même — provenant d'un arc au mercure dont on a supprimé le rayonnement visible en l'absorbant par du verre de Wood.

Le corps à étudier est hors du faisceau, et l'on caractérise sa luminosité par le numéro du tube du phosphoromètre qui brille du même éclat.

Pour avoir des valeurs absolues, il suffit de mesurer une fois pour toutes l'éclat du tube dont la fluorescence est la plus grande.

2° *Étude rapide de la décroissance d'un corps phosphorescent jusqu'au* $\frac{1}{1024}$ *de sa phosphorescence initiale au plus.* — On mesure avec un chronomètre de poche les temps au bout desquels l'éclat de la phosphorescence en voie de décroissance devient successivement égal à l'éclat des tubes consécutifs du phosphoromètre maintenu dans le faisceau ultraviolet.

3° *Étude d'une décroissance prolongée jusqu'à la limite de la visibilité.* — On opère par comparaison avec la décroissance de la substance phosphorométrique : après les avoir illuminés dans des conditions identiques, on laisse le phosphoromètre et le corps à étudier décroître selon leurs lois propres; et l'on note les instants où il y a égalité d'éclat entre le corps étudié et le contenu d'un des tubes du phosphoromètre. Il faut, une fois pour toutes, avoir étudié la loi de décroissance de la substance contenue dans les tubes du phosphoromètre. Cette étude peut être faite soit par les méthodes photométriques classiques, soit — au moyen d'artifices — à l'aide du phosphoromètre lui-même.

En employant comme substance phosphorométrique un sulfure de zinc à phosphorescence verte de Güntz, on a retrouvé ainsi la formule de décroissance de Güntz avec les mêmes coefficients, aux erreurs expérimentales près.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur un procédé d'électrolyse du nickel.*
Note (¹) de M. B. **Bogitch**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

J'ai eu à résoudre le problème suivant : étant donné un alliage de nickel, contenant près de 10 pour 100 de corps étrangers, trouver un procédé permettant de le transformer en nickel pur, titrant au moins 99,90, rigoureusement exempt de toute impureté nuisible (soufre, arsenic, oxygène, phosphore) et donnant un beau dépôt électrolytique d'une épaisseur minima de quelques millimètres.

On se rend compte de l'impossibilité d'obtenir des cathodes en métal pur, si elles plongent dans la même solution que les anodes qui contiennent plusieurs unités pour 100 d'impuretés. D'où nécessité de séparer les anodes des cathodes par un diaphragme imperméable à l'électrolyte mais perméable au courant électrique. De plus, pour que le procédé soit industriel, il faut que la solution anodique subisse constamment une purification appropriée, que celle-ci n'altère pas sa nature et que les diverses opérations successives forment un cycle fermé.

Les cathodes devant être exemptes de soufre, l'emploi d'électrolyte à base de sulfate ou sulfite est proscrit bien que ce soit dans le milieu sulfurique qu'on ait obtenu jusqu'ici les meilleurs dépôts électrolytiques de nickel. En outre, l'électrolyte doit être constituée de sels bon marché, faciles à préparer et à conserver, neutres et de préférence exempts de sels ammoniacaux (²). Compte tenu de ces diverses restrictions, j'ai adopté le chlorure de nickel simple.

On connaît la difficulté de l'emploi du chlorure de nickel simple neutre. Soumis à l'électrolyse à la température ordinaire en présence d'anodes solubles, ce sel ne donne à la cathode qu'un dépôt de divers oxydes de Ni, souillés de chlorures basiques et un vif dégagement d'hydrogène. Il semble qu'on se trouve là en présence de la même réaction que dans l'électrolyse du chlorure de sodium :

$$Ni + 2H^2O = Ni(OH)^2 + H^2.$$

(¹) Séance du 14 janvier 1929.

(²) Les sels ammoniacaux diminuent la solubilité des sels de nickel et facilitent l'obstruction de la tuyauterie de circulation d'électrolyte. Ils rendent difficile la récupération du nickel dans les sous-produits et sont sans effet pour l'obtention de dépôt épais.

Toutefois en augmentant la concentration de l'électrolyte en $NiCl^2$ et en opérant l'électrolyse au-dessus de 65°, on arrive à obtenir de jolis dépôts blancs, compacts et très durs. Mais une autre difficulté surgit : sous l'action de tensions internes considérables, le métal déposé sur les plaques supports se décolle et se tord sur lui-même au point de rendre pratiquement impossible l'emploi des cathodes sous forme de plaques Le problème a été résolu en utilisant comme supports pour cathodes des fils minces de nickel pur ($0^{mm},5$ de diamètre). Les tensions internes compriment alors le métal sur cette âme cylindrique au lieu de l'arracher comme sur les plaques.

En résumé, le procédé consiste en ceci : la cuve d'électrolyse est divisée par un diaphragme en compartiments anodique et cathodique. Ce dernier, maintenu à une température supérieure à 65°, reçoit continuellement une solution de $Ni Cl^2$, de densité voisine de 1,2. Après avoir abandonné sur les cathodes une partie du nickel contenu, la solution se déverse dans le compartiment anodique où elle se charge d'impuretés. Elle se rend ensuite dans la cuve de purification pour être traitée par $Ni(OH)^3$ qui précipite le fer, l'arsenic, la majeure partie du cobalt, etc. De petites quantités de cuivre se séparent d'elles-mêmes dans la cuve d'électrolyse, où on les retrouve à l'état de sulfures inattaqués dans les boues anodiques. Par contre, d'importantes quantités de cuivre sont séparées par électrolyse, au cours d'une opération spéciale.

Après précipitation et filtration, l'électrolyte retourne dans le compartiment cathodique de la cuve d'électrolyse; quant au chlorure de nickel entraîné par le précipité, il sert de matière première pour la préparation de $Ni(OH)^3$. Ainsi se trouve réalisé le cycle fermé.

Les cathodes terminées se présentent sous forme de baguettes de $50\text{-}60^{cm}$ de long, de $15\text{-}20^{mm}$ de diamètre et d'un poids de 1^{kg} environ. Après un recuit d'adoucissement, les baguettes sont coupées en petits cylindres.

On trouvera dans le tableau ci-dessous les variations de composition des anodes utilisées et des cathodes obtenues.

	Anodes, pour 100.	Cathodes, pour 100.
Ni + Co	85 -96	99,92 -99,98
Fe	1-14	0,007- 0,05
Cu	0,30- 9	0,005- 0,03
C	0,05- 0,15	0,01
S	0,10- 0,60	néant
As	0,05- 0,20	néant
O	?	néant

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les chromites et les ferrites de nickel et de cobalt.* Note de M[lle] **Suzanne Veil**, présentée par M. G. Urbain.

On peut considérer les chromites et les ferrites de nickel et de cobalt comme formés de deux oxydes, l'un trivalent, l'autre bivalent, réunis molécule à molécule. De ce point de vue, ils se classent avec les minéraux naturels, désignés sous le nom de spinelles.

Il est intéressant de chercher à élucider, dans ces substances, la nature de l'association des oxydes intéressés. L'analyse magnétique permet d'aborder le problème. Pour cela, on réalise des préparations, avec des proportions systématiquement variables des constituants, et l'on suit les propriétés magnétiques, en fonction de la composition.

Dans les présentes recherches, on partait des solutions équinormales de chacun des sulfates, et l'on en mélangeait des volumes connus. On précipitait à froid par la soude, on desséchait également à froid, on calcinait, puis on mesurait, à la balance Curie-Cheneveau, le coefficient d'aimantation du terme final. La méthode est susceptible d'être fructueuse, car, d'après des études antérieures, le magnétisme des anhydrides calcinés demeure

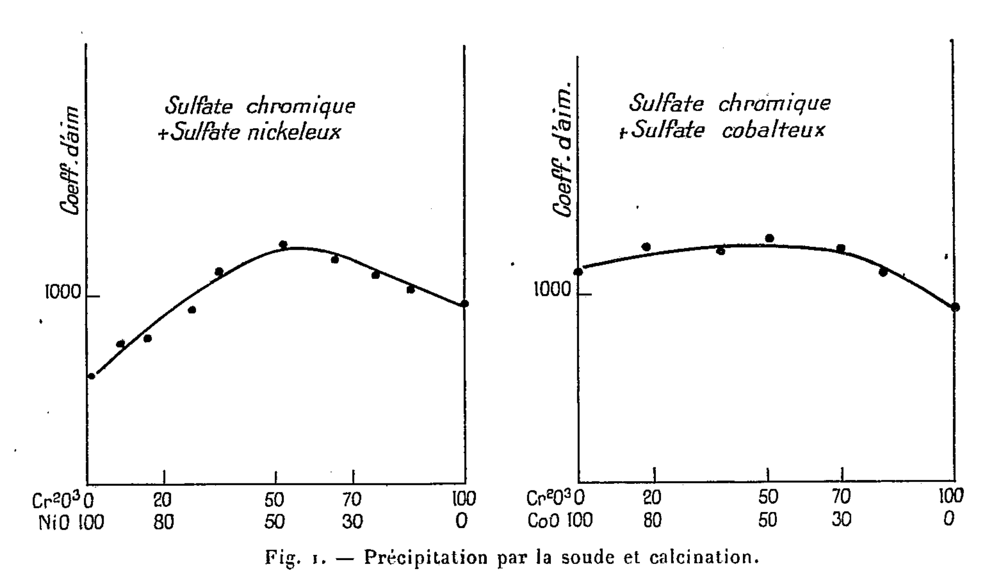


Fig. 1. — Précipitation par la soude et calcination.

d'un ordre de grandeur sensiblement constant, dans de telles conditions de préparation, maintenues aussi identiques que possible.

I. *Chromites de nickel et de cobalt.* — Lorsqu'à l'un des sulfates, on

incorpore une petite quantité de l'autre sulfate, on constate un accroissement du magnétisme de l'anhydride calciné, obtenu par le processus qui vient d'être indiqué. Lorsqu'on continue à faire varier les proportions des sulfates dans le même sens, le magnétisme de l'anhydride augmente jusqu'à un maximum dans la région correspondant à la composition du chromite, puis décroît jusqu'à l'anhydride dérivé du second sulfate pur.

Les courbes (*fig.* 1) traduisent graphiquement les phénomènes. On a porté en abscisses les proportions centésimales des oxydes constituants, et en ordonnées leurs coefficients d'aimantation, en valeur relative.

II. *Ferrites de nickel et de cobalt.* — Lorsqu'on substitue le fer au chrome, on trouve des anhydrides fortement ferromagnétiques, conformément aux observations sur les ferrites, faites au cours du siècle dernier par Elliot et par List, et récemment par Forestier.

Les anhydrides s'aimantent dans le champ magnétique, avec rémanence. Leurs coefficients d'aimantation ont été mesurés dans un champ faible, d'intensité donnée.

Les courbes (*fig.* 2), à une autre échelle que les précédentes, sont d'allure

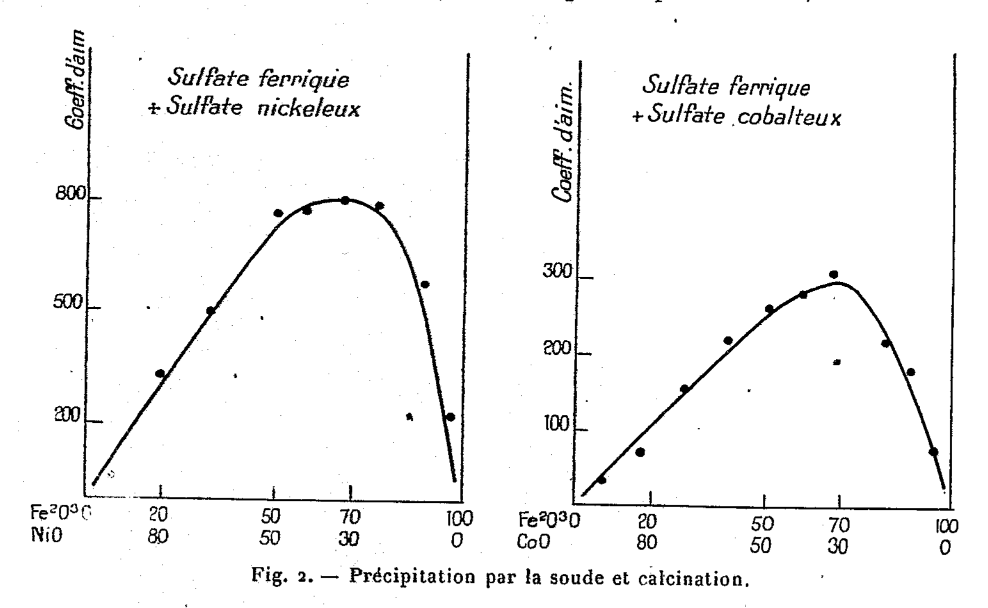


Fig. 2. — Précipitation par la soude et calcination.

analogue, encore que se rapportant à des effets considérablement plus prononcés. Il y a encore ici, pour le nickel et pour le cobalt, un maximum dans la région du chromite, sans que ce point lui-même se décèle par aucune singularité : son ordonnée représente plus de mille fois les ordonnées qui sont relatives à chacun des constituants purs.

On voit, par ces résultats, combien, du point de vue magnétique, une impureté ferrique est susceptible de devenir importante pour l'oxyde nickeleux ou cobalteux, et réciproquement combien une impureté nickeleuse ou cobalteuse est susceptible de devenir importante pour l'oxyde ferrique. Peut-être cette circonstance n'est-elle pas étrangère à la grande indétermination magnétique, qu'on relève dans les différents échantillons minéralogiques des uns et des autres de ces composés.

GÉOLOGIE. — *Présence, sur le versant sud des Pyrénées, d'éléments charriés émanant d'un pli enraciné au Nord.* Note de M. **Octave Mengel**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai signalé en 1906 (1) un alignement de nombreux éléments triasiques, de gros blocs à Rudistes et à Nummulites dans la région de Taurinza, sur le versant nord du Canigou. Ces éléments m'ont paru proches de leur gisement, caché sous un conglomérat glaciaire local. Ils se présentent d'ailleurs dans l'axe carbonifère du pli le plus méridional du synclinorium Villefranche-Mérens. A Amélie-les-Bains, ces éléments se voient en place sur un substratum dévonien-carbonifère, en position normale, sauf à l'extrémité nord-est où ils sont recouverts par nn chevauchement du Dévonien vers le Sud (2). Je n'ai vu là aucune trace de Jurassique, pas plus que de Crétacé inférieur. M. Ch. Jacob (3) en tira comme conséquence : 1° que la couverture de l'axe primaire devait, comme au Mont-Perdu, ne comprendre que le Trias, le Crétacé supérieur et le Nummulitique; 2° que les nappes nord-pyrénéennes de M. Léon Bertrand ne pourraient avoir leurs racines dans la zone axiale.

En 1911 (4), je notais la présence à Urus, en Cerdagne, d'un petit îlot secondaire, analogue à celui d'Amélie, et je donnais un schéma interprétant l'accident, sans souci de rapprochement avec Amélie-les-Bains. Cependant, dans le même article, j'attribuais déjà l'allure assez singulière d'une partie des calcaires dévoniens du versant sud du Canigou à un chevauchement vers

(1) *Bull. Serv. Carte géol.*, **17**, 1905-1907, p. 217.

(2) *Tectonique du synclinal secondaire d'Amélie-les-Bains* (*Comptes rendus*, **171**, 1920, p. 314).

(3) *Considérations tectoniques sur les Pyrénées* (*Bull. Soc. H. N. Toulouse*, **56**, 1927, p. 292).

(4) *Bull. Serv. Carte géol.*, **21**, 1910-1911, p. 511).

le Sud. La liaison de l'îlot d'Amélie avec celui d'Urus me semble se faire par un synclinal écrasé et vidé par place, soit par l'érosion, soit mécaniquement par laminage du flanc normal par le flanc inverse. En m'aidant de la carte structurale que j'ai donnée en 1906, je suis ce synclinal sur le versant nord par les vestiges de son substratum carbonifère pointé des venues éruptives et ferrifères qui abondent d'Amélie à Escarro, mais cessent après avoir dépassé vers l'Ouest l'éperon nord-est du Canigou. Alors le pli, par rapprochement des deux bords, paraît ne plus constituer qu'une faille, suivant laquelle sont alignées, de Thuès à Llo, une série de sources thermales, survivance vraisemblable des manifestations éruptives permo-triasiques du fond du synclinal. De Llo, la faille se poursuivrait à l'Ouest sous les alluvions miocènes de la Cerdagne pour réapparaître avec son noyau de fond à Urus.

La coupe schématique d'Urus me paraît s'appliquer en tout point à la coupe méridienne Taurinya-Canigou-col del Boxida. Sur tout le versant méridional jusqu'à ce col existe un complexe de schistes ardoisiers lustrés, séricíteux, avec bandes étroites de calcaires marmoréens ou îlots en pseudo-extrusion dans les schistes (Roc del Maler, près d'Arles-sur-Tech, par exemple). Au col d'Ares, au sud de Prats de Mollo, un affleurement très étroit de grès rouges triasiques se montre, avec des schistes noirs gréseux et des roches éruptives verdâtres très laminées, sous des calcaires marmoréens surmontés eux-mêmes par des schistes siliceux. Un peu en contre-bas du col, avant de remonter à la cazille des carabiniers, on rencontre, dans une formation schisto-calcaire, une espèce de typhon de grès triasiques, de grès dinantiens et de schistes gothlandiens à gros nodules pyriteux; mélange hétérogène, que j'ai déjà signalé entre Tahus et Gerri, en Catalogne, comme mylonite de la surface de retroussement vers le sud de la bordure de la zone axiale. Le calcaire dévonien métamorphique qui surmonte la mylonite de la cazille aboutit au col del Boxida, où il entre en contact avec un calcaire dévonien non cristallin et fossilifère. En descendant vers Comprodon, on voit le Dinantien de l'Autochtone s'intercaler en biseau entre les deux calcaires dévoniens, et sous celui qui est marmoréen, par une zone également mylonitisée avec brouillage des éléments gothlandiens (fossilifères), dévoniens et triasiques. Le Pla Jugador, situé au nord de ce contact anormal, comprend des schistes satinés avec barres de poudingues schisteux, très satinés et à galets de quartz écrasés, dans lesquels je vois l'équivalent métamorphique des poudingues ordoviciens du versant nord. A remarquer sur ma carte structurale de 1906 le doublement assez régulier des étroites

bandes calcaires qui courent sur le pourtour du massif. L'intérieure, pour moi, appartient à la couverture dévonienne autochtone, l'autre au flanc nord, renversé et charrié vers le Sud jusqu'à Comprodon, du synclinal Amélie-Urus.

Ces considérations principales me permettant l'application de la coupe schématique de Urus au Canigou, il résulte que ce massif serait un pli de fond très ancien (noyau calédonien) (¹) qui, après avoir joué plusieurs fois du Carbonifère au Nummulitique, fut affecté par le mouvement général de poussée vers le Nord de l'époque tertiaire. Cette poussée s'exerçant sur une masse ancienne, non cependant encore indurée, et contre un géanticlinal, également assez enraciné (Sournia, Saint-Barthélemy), il en résulta la surrection lente du massif et l'écrasement du synclinorium de Villefranche, avec rejet, par rétroaction, de son synclinal le plus voisin du front d'avancée du massif, sur ce massif, allant jusqu'à la retombée vers le Sud, au fur et à mesure de la surrection et du déplacement sous-jacent vers le Nord. Pendant ce lent travail orogénique, la couverture autochtone, aussi bien que la nappe de retroussement se démantelaient, en sorte que cette dernière se trouva finalement séparée de sa racine, du moins au droit de la plus haute crête. C'est à la couverture autochtone que je rapporte les calcaires à idocrase du sommet du Pic du Canigou.

Il en est tout autrement de la tectonique du massif du Roc de France, qui a participé plus librement à la poussée au Nord, emprisonnant le synclinal secondaire d'Amélie-les-Bains entre lui et les Albères, unité tectonique qui prend naissance sur le flanc nord du Canigou.

GÉOLOGIE. — *Sur les limites du Bathonien dans les Alpes de Sixt (Haute-Savoie)*. Note de MM. **Robert Perret** et **Léon Moret**, présentée par M. Pierre Termier.

Le professeur Léon W. Collet, de l'Université de Genève, ayant été nommé professeur d'échange à l'Université Harvard pour une durée de trois années, n'a pu disposer du temps nécessaire pour l'achèvement des contours géologiques de la carte au $\frac{1}{20000}$ du Cirque des Fonts et de la Vallée de Sales, entreprise par lui en collaboration avec R. Perret. Ce dernier s'est donc chargé de terminer seul l'œuvre commencée en commun.

(¹) *Le Canigou et la Maladetta, pôles de l'axe primitif des Pyrénées* (*Comptes rendus*, 173, 1921, p. 990).

En révisant les parages du Buet, R. Perret a trouvé au-dessus de la Guivre, en bas de la Combe du Buet, vers 2200^{m} d'altitude, une Ammonite pyriteuse, assez bien conservée, qu'il a communiquée à Léon Moret, professeur à l'Université de Grenoble, chargé de la nouvelle édition de la feuille d'Annecy. Cette Ammonite se trouvait à la base des schistes habituellement regardés comme callovo-oxfordiens, très près de la limite supérieure du Dogger calcaire.

Léon Moret, et le professeur Roman, de l'Université de Lyon, consultés à ce sujet, sont d'accord pour y voir un *Cadomites*, très voisin de *Cadomites linguiferus* d'Orb., espèce du Bajocien tout à fait supérieur et surtout du Bathonien inférieur, mais ne se rencontrant jamais dans le Callovien.

Une partie des schistes dits callovo-oxfordiens correspondrait donc au Bathonien. L'ancien Dogger calcaire ne représenterait que le Bajocien, vue conforme aux conclusions de Léon W. Collet exprimées dans sa Note sur le Bajocien de Tenneverge (1).

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Les formes du relief dans le Plateau Central de la France et sa bordure méditerranéenne : résultats généraux*. Note (2) de M. **H. Baulig**, transmise par M. Ch. Depéret.

Une étude d'ensemble des formes du relief dans le Plateau Central de la France et sa bordure méditerranéenne (3) conduit aux résultats généraux suivants :

1° Dans les terrains très résistants (cristallins et cristallophylliens), les plateaux sont exclusivement constitués des fragments de deux *surfaces d'érosion fluviale* anciennes (posthercynienne et éogène) qui, ayant été stabilisées, puis déformées et disloquées, ont reparu au jour par enlèvement plus ou moins complet de leur couverture meuble. Le réseau fluvial, s'étant constitué sur cette couverture pour s'enfoncer ensuite dans le soubassement ancien, est fréquemment inadapté à la structure de ce soubassement (*surim-*

(1) Léon W. Collet, *Le Bajocien du Col de Tranneverge* (*C. R. des séances de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève*, **40**, III, 1923, p. 134).

(2) Séance du 14 janvier 1929.

(3) Voir : *Le Plateau Central de la France et sa bordure méditerranéenne. Étude morphologique*, Paris, 1928, 591 pages, 16 pl. phot., 4 pl. profils fluviaux, 1 pl. coupes, 6 pl. cartes structurales au $\frac{1}{200\,000}$; et aussi : *Les hauts niveaux d'érosion eustatique dans le Bassin de Paris* (*Ann. de Géogr.*, **37**, 1928, p. 1).

position). Il n'existe pas, semble-t-il, dans les mêmes terrains résistants, de surface générale d'aplanissement postérieure à l'Oligocène.

2° Les *dislocations* les plus récentes sont postérieures aux sables à chailles et antérieures aux grandes éruptions de la fin du Miocène (Pontien); les faits allégués en faveur de dislocations pliocènes ou plus récentes (La Bourboule, Perrier, Pliocène de la vallée du Rhône) s'expliquent mieux et plus simplement d'autre manière.

3° Depuis la fin du Miocène inclusivement, l'évolution morphologique s'est faite en une série de *cycles d'érosion et de remblaiement* sans déformation appréciable de la masse continentale : c'est ce qui ressort de la non-déformation des plus anciens thalwegs susceptibles de restitution, et, en particulier, du thalweg pontien de l'Ardèche conservé sous les coulées basaltiques du Coiron.

4° Dans les terrains secondaires et tertiaires du Bas-Languedoc, il existe de vastes *plate-formes d'érosion fluviale*, étagées à des *altitudes absolues constantes*, les principales indiquant des niveaux de base voisins de 280 et 380^{m}. On en retrouve l'équivalent, à des altitudes égales, en diverses régions méditerranéennes et atlantiques, et notamment en Basse-Provence, dans le Roussillon, dans le Sahel d'Alger et dans le Bassin Parisien. Dans le Sahel d'Alger, la plus haute de ces surfaces tronque le Pliocène inférieur incliné; d'autre part, l'altitude de la plus basse dépasse de beaucoup celle du plus haut niveau de base quaternaire; elles sont donc du *Pliocène supérieur*.

5° La concordance de ces niveaux, dans des régions éloignées, de structure diverse et séparées par de profondes coupures tectoniques, impose nécessairement, semble-t-il, des *conclusions eustatiques :* depuis le Pliocène inclusivement, le niveau marin a subi des oscillations atteignant plusieurs centaines de mètres et séparées par des phases de stabilité prolongée qui s'enregistrent, *dans les régions demeurées stables depuis l'époque considérée*, sous forme de niveaux d'érosion à des altitudes absolues constantes.

6° D'ailleurs, *l'eustasie n'exclut aucunement les déformations de l'écorce terrestre, et même elle les suppose*. En effet, il est facile de montrer qu'à part l'épisode exceptionnel et bref des glaciations quaternaires, des mouvements eustatiques à la fois amples et intermittents ne peuvent résulter de variations dans le volume des Océans : il faut donc les rapporter à des variations dans la capacité des cuvettes océaniques. Et celles-ci, à leur tour, sont nécessairement liées aux déformations (orogéniques et épirogéniques) de la lithosphère. En particulier, il ne semble pas que le rajeunissement récent du relief dans l'Asie intérieure, l'Afrique équatoriale et australe, l'Ouest

des deux Amériques, etc. ait pu se produire sans un transfert important de matière sous-corticale vers les continents, et par conséquent sans un approfondissement des bassins océaniques.

Ainsi *l'évolution eustatique des régions continentales stables serait commandée essentiellement par les déformations intermittentes des régions instables, continentales ou océaniques.* Si cette conception résiste à l'épreuve des vérifications qu'il faut souhaiter, elle permettra, pour les époques géologiques récentes, d'établir des synchronismes rigoureux et universels.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Détermination de la température des chloroleucites dans des plants de maïs exposés au soleil.* Note [1] de M. **P. Mazé**, présentée par M. A.-Th. Schlœsing.

La feuille verte peut être considérée comme une machine thermique dont la source chaude est constituée par les chloroleucites et la source roide par l'air qui circule dans les espaces libres du parenchyme et qui fait fonction de condenseur par absorption.

Exposée au soleil, cette machine dépense de l'énergie pour évaporer l'eau de la sève brute et pour fabriquer de la matière végétale; elle produit en même temps un travail utile qui est exprimé par le poids de matière végétale élaborée.

On peut donc appliquer au système le principe de Carnot qui s'exprime, on le sait, par la relation suivante :

$$\rho = \frac{Q_1 - Q_0}{Q_1} = \frac{T_1 - T_0}{T_1},$$

ρ étant le rendement en travail utile, Q_1 la quantité totale d'énergie fournie par la source chaude, Q_0 celle qui est absorbée par la source froide, $Q_1 - Q_0$ l'énergie fixée sous forme de matière végétale, T_1 la température absolue de la source chaude et T_0 celle de la source froide.

Dans l'exemple particulier d'un plant de maïs qui évapore 150^g d'eau pour construire 1^g de matière végétale à la température extérieure $T_0 = 273 + 25$ [2], toutes ces grandeurs sont connues à l'exception de T_1,

---

(1) Séance du 4 janvier 1929.

(2) P. Mazé, *Recherches de physiologie végétale* (3e Mémoire); *Rôle de l'eau dans la végétation* (*Annales de l'Institut Pasteur*, 27, 1913, p. 1094; *Sur la relation qui existe entre l'eau évaporée et le poids de la matière élaborée par le maïs* (*Comptes rendus*, 156, 1913, p. 720).

c'est-à-dire $T_0 + x$ qui est la température à laquelle doit être porté le chloroleucite pour faire face à toutes les dépenses d'énergie.

Le problème ne se présente sous cette forme simple qu'autant que la température moyenne de la feuille reste la même que celle de l'atmosphère, condition à peu près normale chez la feuille de maïs, ainsi que je l'ai vérifié expérimentalement, on le verra.

Pour calculer x on peut donc poser :

$Q_1 =$ chaleur de vaporisation de 150^g d'eau à $(25 + x)^0$ + énergie contenue dans 1^g de matière végétale exprimée en grandes calories;

$$Q_1 = 0,15[606,5 - 0,695(25 + x)] + 4,35,$$

$$Q_0 = 0,15[606,5 - 0,695(25 = x)],$$

$$Q_1 - Q_0 = 4,35, \quad T_1 = 273 + 25 + x, \quad T_0 = 273 + 25, \quad T_1 - T_0 = x,$$

valeurs qui, portées dans la formule de Carnot, donnent

$$\frac{4,35}{0,15[606,5 - 0,695(25 + x)] + 4,35} = \frac{x}{273 + 25 + x},$$

équation à deux racines dont la plus petite satisfait à la question pour une valeur de $x = 15^\circ$ qui représente par conséquent la différence D entre T_1 et T_0, l'autre racine étant une racine étrangère introduite par l'expression de Q_1 en fonction de T_1.

Si l'on fait varier T_0, D varie peu; le calcul fournit pour des valeurs données de T_0 les chiffres suivants pour D et, par conséquent, pour T_1 température des chloroleucites :

T_0.	D.	T_1.
o	o	o
10	13,9	23,9
20	14,5	34,5
25	15	40
30	15,3	45,3
35	15,6	50,6

On peut admettre que la température $T_1 = 40^\circ$ correspond au maximum d'activité des chloroleucites. Ce degré étant dépassé, on doit assister à un ralentissement d'activité de la feuille jusqu'à la température mortelle qui ne doit pas être supérieure de beaucoup à 50°. Il est rare que la température mortelle soit atteinte, car la plante réagit en enroulant ses feuilles et en modifiant leur orientation; mais cela n'est pas impossible (échaudage).

La différence $D = T_1 - T_0$ étant à peu près indépendante de T_0 et T_1, il en résulte, comme je le montrerai par l'expérience, que l'activité de la plante ne suit régulièrement ni la température extérieure, ni l'intensité de

l'éclairage. Elle obéit, en outre, à des facteurs spécifiques qui varient d'une espèce à l'autre. On peut se rendre compte des effets de ces derniers par les différences de température qu'on relève, même au toucher, chez les feuilles d'espèces différentes, placées dans les mêmes conditions de milieu.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les transformations de la chlorophylle chez une algue verte*. Note de M. **A. Perrier**, présentée par M. Molliard.

Au cours de recherches faites à l'Institut Agronomique de l'État de São Paulo (Brésil) sur les microbes fixateurs d'azote du groupe *Azotobacter* et sur les algues qui les accompagnent dans le sol, j'ai été amené à faire quelques observations sur les transformations de la chlorophylle chez une algue verte monocellulaire appartenant à la famille des Protococcacées. Cette algue à l'état pur se cultive facilement sur les milieux les plus variés; on a utilisé dans les expériences dont nous relatons les principaux résultats un substratum obtenu en incorporant à de la gélose, bien lavée, une solution minérale composée de : phosphate monopotassique 0,5, sulfate de magnésie 0,2 (chlorure de sodium, sulfate ferreux, sulfate de manganèse, chlorure de chaux); traces, sulfate d'ammonium 1, eau distillée 1000 ou une décoction de bouillon de haricots.

Ces milieux sont additionnés des substances suivantes : alcools méthylique et éthylique, glycérine, mannite, arabinose, glucose, lévulose, galactose, saccharose, lactose, maltose, amidon, de façon que leur teneur dans le milieu soit voisine de 3 pour 100.

Les tubes de gélose inclinés sont ensemencés avec une trace de culture pure; une moitié est conservée au laboratoire, exposée à la lumière diffuse, l'autre est placée à l'obscurité à la même température. Dans ces conditions la multiplication de l'algue est très rapide : à la lumière on obtient au bout de 8 jours de très belles cultures; le développement est moins luxuriant avec l'arabinose, la mannite, la glycérine, il est, par contre, particulièrement intense avec les alcools méthylique et éthylique. Contrairement à l'opinion de Bokorny [1] l'alcool éthylique se comporte de la même façon que son homologue inférieur.

On a constaté également, fait bien connu aujourd'hui, que cette algue

[1] Bokorny, *Ueber die Einwirkung von Methylakohol und andern Alkoholen auf grüne Pflanzen und Mikroorganismen* (*Centralbl. Bakter.*, **30**, II, 1911, p. 53).

est susceptible de former sa chlorophylle à l'obscurité; toutefois les cultures obtenues dans ces conditions sont toujours moins abondantes et présentent une coloration verte beaucoup plus pâle que celles qui se sont développées à la lumière.

Ces cultures sur milieu solide fournissent un excellent matériel pour l'étude des facteurs qui interviennent dans la décomposition de la chlorophylle. Si l'on abandonne pendant quelque temps les cultures sur milieu minéral, on observe que le pigment vert disparaît peu à peu pour faire place, à la lumière à une matière colorante rouge orangée, à l'obscurité à une matière colorante blanc verdâtre. Au contraire, les milieux qui contiennent de l'azote organique conservent leur teinte verte caractéristique, même après 8 mois de culture. L'examen chimique des premiers révèle toutefois l'existence d'une quantité considérable d'aliment ternaire et d'une quantité encore sensible d'ammoniaque.

Les algues qui ont ainsi perdu leur pigment vert ne sont pas mortes : repiquées sur différents milieux, à la lumière ou à l'obscurité, elles redonnent des cultures vertes caractéristiques, naturellement beaucoup plus abondantes dans le premier que dans le second cas.

La disparition du pigment vert chez les algues ainsi cultivées paraît liée, comme l'a indiqué Chodat, à l'insuffisance de la matière azotée et surtout à l'absence d'une substance azotée organique. Elle est aussi en relation avec la teneur en eau du milieu de culture : les algues cultivées en milieu liquide conservent presque indéfiniment leur couleur verte; si l'on ajoute aux cultures dont le pigment est devenu rouge orangé un peu d'eau distillée elles reprennent au bout de quelques jours une couleur vert pâle qui redisparaît assez rapidement à la lumière; si l'on additionne l'eau d'un peu de peptone, la chlorophylle reprend et conserve sa teinte verte foncée caractéristique.

Nous avons pu provoquer ainsi la disparition du pigment vert chlorophyllien chez les cultures qui contenaient seulement l'azote à l'état ammoniacal, et en restituant au milieu l'eau et surtout l'azote organique qui lui manquait, nous avons pu redonner à la chlorophylle sa teinte verte initiale. Ces observations sont à rapprocher de ce qui se passe au moment de la chute des feuilles : à cette période de la végétation la teneur en eau de ces organes diminue sensiblement, et les expériences récentes de Combes (¹)

(¹) Combes, *La substance azotée chez une plante ligneuse au cours d'une année de végétation* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 533).

ont confirmé qu'il se produit également une véritable migration des substances azotées des feuilles vers les organes vivaces, conditions que nous avons réalisées dans nos expériences.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les aminoxydes d'hydrastine et de narcotine.* Note de MM. **Max** et **Michel Polonovski**, présentée par M. A. Desgrez.

L'étude des aminoxydes d'hydrastine et de narcotine nous a semblé particulièrement intéressante à cause de la faible basicité due à la présence dans leur molécule du groupement mécanique à fonction lactone. Ces deux alcaloïdes possédant une constitution très voisine, nous les avons étudiés parallèlement. L'action de H^2O^2 sur la narcotine avait déjà été abordée par Drummond et Mc Millan ([1]), mais le produit que ces auteurs ont décrit comme aminoxyde de la narcotine ne nous semblait guère répondre, à première vue, aux caractères généraux de cette fonction ([2]). Notamment, l'irréductibilité du produit, par SO^2 et les bisulfites, nous faisait douter de sa véritable identité. Nos recherches ont confirmé le bien-fondé de nos prévisions.

N-*oxyde d'hydrastine.* — En abandonnant à froid, pendant quelques jours, l'hydrastine en solution acétique avec son poids de H^2O^2 à 30 pour 100, on obtient, après neutralisation, par une solution concentrée de CO^3Na^2, un précipité pâteux. Séparé par décantation et lavé avec une solution saturée d'acétate de sodium, il se présente sous forme de masse peu colorée, de consistance melliforme, très soluble dans l'eau, l'alcool, l'acétone et le chloroforme. Évaporées à froid dans le vide, ces solutions abandonnent un corps blanc, $C^{20}H^{18}O^6N(OH)^2(CH^3)$ de réaction neutre au tournesol, dont les propriétés répondent à celles d'un véritable aminoxyde d'hydrastine.

Ce corps possède les caractères suivants : en solution aqueuse ou chloroformique, il réagit vivement avec SO^2, en formant immédiatement un éther sulfurique, peu soluble dans l'eau, rougissant à chaud, qui se transforme très rapidement, par ébullition de sa solution aqueuse, en sulfate d'hydrastine. Traité au bain-marie par l'anhydride acétique, il rougit fortement, réaction que nous avons trouvée caractéristique pour la fonction aminoxyde.

Il possède un pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = +88°$ ($c = 3$ pour 100 en solution chloro-

---

([1]) **Drummond** et **Mc Millan**, *J. of chem. Soc.*, **129**, 1926, p. 2702.

([2]) **Max** et **Michel Polonovski**, *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, **39**, 1926, p. 1147.

formique). Neutralisé à froid, en solution chloroformique, par l'alcool chlorhydrique, jusqu'à réaction acide à l'hélianthine, il conduit, après évaporation dans le vide, à un chlorhydrate, très soluble dans l'eau et dans l'acétone, moins soluble dans l'alcool absolu, fondant vers 125°; $[\alpha]_D = + 160°$ ($c = 12$ pour 100 en solution aqueuse). Le picrate est amorphe et fond à 128°.

Mais cet aminoxyde d'hydrastine est très instable. Déjà, à la température ordinaire, il se modifie lentement; la chaleur se transforme intégralement en un composé jaune, également neutre au tournesol, insoluble dans l'eau, très peu soluble dans l'alcool et l'acétone, et dénué de tout pouvoir rotatoire. Ce corps, qui répond aussi à la formule $C^{20}H^{18}O^7N(CH^3)$, cristallise, de l'acétone bouillant, en prismes jaunes fondant à 189°. On l'obtient, avec un rendement quantitatif, en évaporant à siccité la solution chloroformique de l'aminoxyde. Toutes les propriétés des aminoxydes ont ici complètement disparu. Ce composé n'est plus réduit par SO^2 et ne se colore plus en rouge au contact de l'anhydride acétique. Il est insoluble dans les acides concentrés, mais se dissout dans HCl très dilué à froid; la chaleur ou l'addition d'acide concentré l'en précipite d'ailleurs sous forme d'un chlorhydrate cristallisé $C^{21}H^{21}O^7NHCl$, fondant à 196°, peu soluble dans l'eau et les solvants organiques. Traité par la soude à chaud, il entre peu à peu en solution en se colorant en rouge. L'addition d'acide acétique dilué provoque alors la formation d'un précipité cristallin blanc, soluble dans les carbonates.

N-*oxyde de narcotine.* — La narcotine se comporte de façon tout analogue. H^2O^2 conduit en premier lieu à un véritable aminoxyde, $C^{22}H^{23}O^7N(OH)^2$, de consistance vitreuse, très soluble dans l'eau, l'alcool et le chloroforme, doué de pouvoir rotatoire ($a_0 = + 135°$ en solution chloroformique) et dont les solutions sont facilement réduites par SO^2, qui régénère la narcotine primitive. Cet aminoxyde se colore en rouge foncé sous l'action de $(CH^3CO)^2O$, à chaud, et donne avec les acides dilués des sels bien cristallisés. Le chlorhydrate $C^{22}H^{23}O^8NHCl$ (F. 193°) ($a_0 = + 100°$) est très soluble dans l'eau. Le picrate, très peu soluble dans l'eau, fond à 130°, le chloroplatinate à 175°.

Mais, tout comme le N-oxyde d'hydrastine, ce composé se transforme avec la plus grande rapidité dès qu'on le soumet à la chaleur; par évaporation au bain-marie de toutes ses solutions, on ne retrouve plus qu'un produit très peu soluble dans l'eau et les autres solvants organiques, à l'exception de $CHCl^3$. Ce corps (F. 228°-229°) est identique au composé décrit par Drummond et Mc Millan, avec cette différence qu'il est inactif

sur la lumière polarisée. Le pouvoir rotatoire, constaté par ces auteurs, correspondrait au produit primitif qui leur avait échappé.

Ainsi l'hydrastine et la narcotine donnent toutes deux de véritables N-oxydes, instables et qui se transposent très facilement en des composés tout différents dont nous poursuivons l'étude.

ZOOLOGIE. — *Les phénomènes de régénération chez le* Spirographis Spallanzanii *Viv.* Note de MM. C. **Vaney** et A. **Bonnet**, présentée par M. Caullery.

Depuis la Note sur la régénération expérimentale du *Spirographis Spallanzanii* Viv. publiée par l'un de nous avec A. Conte, deux Mémoires ont paru sur ce même sujet : celui d'Orlandi (1906), plutôt physiologique, l'autre d'Ivanov (1908), histologique.

Le *Spirographis* est un matériel de choix par suite des différenciations bien marquées de son corps, de sa grande taille et de son abondance dans la rade de Tamaris; de plus, il résiste très bien aux mutilations lorsqu'il est maintenu en pleine mer dans les conditions normales d'habitat.

Pour provoquer la régénération, nous avons pratiqué concurremment sur cette Annélide des sections, des ligatures et des cautérisations au thermo-cautère. Les ligatures nous ont fourni les meilleurs résultats, car elles permettent d'expérimenter sur l'animal sans occasionner de plaie. Les cautérisations déterminent fréquemment des phénomènes d'autotomie. Nous n'examinerons ici que les résultats des sections ou des ligatures.

I. Une coupe tangentielle pratiquée sur les côtés du corps permet d'enlever un certain nombre de parapodes thoraciques ou abdominaux. Au bout de très peu de temps, la plaie se cicatrise, puis, sur chaque segment, apparaissent les ébauches des nouveaux parapodes sous forme de bourgeons, qui donnent naissance aux rames sétigères et aux tores uncinigères. Après 20 à 30 jours, les nouveaux parapodes régénérés sont bien formés. Ils se sont établis à la même place que ceux qui avaient été enlevés et leur sont identiques.

II. La régénération se fait de même, *in situ*, pour le panache et ses différentes parties. Après section totale ou partielle de celui-ci, il se régénère avec sa disposition et sa coloration primitive.

III. Après avoir pratiqué une section ou une ligature, soit au niveau du thorax, soit à la limite du thorax et de l'abdomen, soit en différents points de l'abdomen, il se reforme une nouvelle région antérieure, en avant du tronçon postérieur ainsi obtenu. Quel que soit le segment qui lui ait donné naissance, cette région antérieure comprend le panache et le prothorax, constitué par la collerette et les deux anneaux suivants.

Elle se régénère toujours de la même façon : après la cicatrisation, le panache apparaît sous forme de deux petits bourgeons symétriques, qui donnent naissance à des filaments branchiaux simples, sur lesquels les barbules se différencient de la base vers l'extrémité libre. En arrière, une paire de replis tégumentaires ventraux constituent la première ébauche de là collerette, qui s'étendra latéralement. Les palpes buccaux se développent en dernier lieu.

En arrière du panache et de la collerette, comme l'a déjà signalé Ivanov, s'établissent toujours par bourgéonnement deux anneaux prothoraciques : l'antérieur pourvu seulement d'une paire de rames sétigères et le postérieur possédant de chaque côté une rame sétigère dorsale et un tore uncinigère ventral. La différenciation de ces deux anneaux prothoraciques s'opère lentement; les bourgeons des parapodes apparaissent les premiers, les boucliers ventraux des segments correspondants ne se développent que tardivement et sont dépourvus de sillon coprapogue.

Si la régénération de la région prothoracique se fait par bourgeonnement, celle de la partie post-thoracique a lieu par transformation sur place d'un certain nombre de segments abdominaux en anneaux thoraciques. Elle se traduit, après une mue des anciennes soies, par une inversion de position des rames sétigères et des tores uncinigères qui se forment à côté des anciennes productions sétigères.

Cette transformation des anneaux abdominaux en segments post-thoraciques se fait toujours progressivement d'avant en arrière et peut s'étendre sur un nombre plus ou moins grand de segments; elle se manifeste déjà 7 ou 8 jours après la ligature et semble être terminée au bout de 30 à 45 jours.

Le nombre des segments abdominaux transformés est variable suivant la région du corps où la ligature a été pratiquée. Si la ligature est faite dans la région thoracique, les anneaux thoraciques conservés ne subissent aucune modification, mais, immédiatement en arrière de ceux-ci, quelques segments abdominaux se transforment en anneaux post-thoraciques; leur nombre est en relation avec l'importance de la région thoracique primitivement conservée; il est d'autant plus grand que le nombre des segments thoraciques maintenus est plus petit. Dans le cas où la ligature a été pratiquée sur une région quelconque de l'abdomen, tous les segments post-thoraciques proviennent de la transformation des anneaux abdominaux les plus antérieurs.

Le nombre des segments abdominaux modifiés est assez variable; il oscille entre 5 et 11, comme chez les Spirographes normaux. Les segments abdominaux ainsi transformés en post-thoraciques présentent un bouclier ventral séparé en deux par le sillon copragogue.

Tous ces phénomènes de régénération se font plus rapidement chez les jeunes individus que chez les individus âgés, et, pour un même individu, plus vite dans la région antérieure que dans la région postérieure du corps. Les tronçons doivent avoir une certaine taille pour qu'il y ait régénération.

En comparant ces divers résultats, on constate qu'un segment abdominal de la région moyenne du corps peut régénérer des formations différentes suivant sa situation dans le tronçon. S'il en constitue le premier segment, il donnera, en avant, par bourgeonnement, le panache avec la collerette et les segments prothoraciques sétigères. S'il forme le dernier segment du tronçon, il produira en arrière une nouvelle région caudale. Si ce segment occupe, dans la région antérieure du tronçon, une position telle qu'il fera partie du nouveau thorax, il se transformera en anneau post-thoracique. Enfin, si expérimentalement on enlève les parapodes de ce segment abdominal, il régénérera, *in situ*, de nouveaux parapodes semblables aux formations primitives.

Chaque segment abdominal semble présenter ainsi des régions plus ou moins étendues, ayant des potentialités régénératives différenciées, ne se manifestant que dans certaines conditions et sous l'influence de facteurs que nous cherchons à déterminer.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action du thorium X sur la teneur en principes actifs de certaines plantes médicinales.* Note (¹) de MM. **Aversenq**, **Jaloustre** et **Maurin**, présentée par M. L. Mangin.

Les corps radioactifs sont capables d'influencer la plupart des phénomènes biologiques. De nombreux auteurs et nous-mêmes (²) avons montré le rôle important de la radioactivité sur les actions diastasiques, la germination des graines, le développement de certains œufs, l'accroissement des plantes, etc.

Nous nous sommes, par suite, demandé si le thorium X, dont nous étudions les propriétés depuis plusieurs années, ne serait pas capable de jouer un rôle sur la formation de certains glucosides, alcaloïdes ou autres composés utilisés par la thérapeutique.

(¹) Séance du 14 janvier 1929.

(²) Aversenq, Jaloustre et Maurin, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 193; 178, 1924, p. 1491.

Nos investigations se sont portées sur quelques types de plantes renfermant des composés chimiques connus et bien définis et sur lesquelles nous avons fait agir des solutions de thorium X.

Notre choix s'est fixé sur les espèces médicinales suivantes :

1° Le grenadier, riche en alcaloïdes, les pelletièrines;

2° Le *Datura Stramonium*, riche aussi en alcaloïdes, du groupe de l'atropine;

3° La moutarde noire, plante à glucosides à essence sulfurée;

4° La rhubarbe, particulièrement riche en glucosides anthracéniques;

5° Le ricin, utilisé par son huile purgative.

Chacune de ces plantes recevait tous les 20 jours le thorium X mêlé à de l'eau d'arrosage versée à leur pied. La répétition d'une même dose tous les 20 jours tendait à maintenir toujours dans le sol une certaine proportion de substance radioactive, car le thorium X se désintègre rapidement et en 20 jours il a, à peu près, disparu. Les plantes témoin recevaient également tous les 20 jours la même quantité d'eau pure afin de mieux préciser les comparaisons.

La durée du traitement et la quantité de thorium X variaient naturellement suivant la plante envisagée.

Pour le grenadier, c'est pendant cinq ans et chaque fois à la dose de 50^{γ} dans 5^{l} d'eau, que les arrosages ont été faits.

Pour la rhubarbe et le ricin, pendant six mois et aux doses de 20^{γ} dans 2^{l} d'eau.

Quant au datura et la moutarde noire, dès l'apparition de la plantule jusqu'à la maturation des fruits, ils ont reçu chaque fois 10^{γ} dans 1^{l} d'eau.

La récolte des différents organes, objets de notre étude, fut faite suivant les règles ordinaires et les dosages de leurs principes actifs effectués suivant des méthodes variables.

Les alcaloïdes ont été dosés par le procédé de la pharmacopée helvétique. Pour l'isosulfocyanate d'allyle dans la moutarde nous avons utilisé la méthode du *Codex* français. La matière grasse du ricin a été recherchée par entraînement par l'éther. Enfin les dérivés anthracéniques de la rhubarbe ont été dosés colorimétriquement par la méthode que nous avons proposée il y a quelques années [1].

---

[1] E. Maurin, *Dosage des oxyméthylanthraquinones* (*Bulletin des Sciences pharmacologiques*, **28**, 23e année, n° 7, juillet 1921, p. 373 et suiv.).

Voici les résultats obtenus, réunis dans le tableau ci-dessous :

Plantes étudiées.	Organes examinés.	Principes actifs recherchés	Quantité pour 100 sous influence du thorium X.	Quantité pour 100 dans les témoins.
			g	g
Grenadier..........	Écorce de racine.	Alcaloïdes totaux	0,70	0,31
Grenadier..........	Écorce de tige.	Id.	0,35	0,23
Datura.............	Feuilles.	Id.	0,72	0,55
Datura.............	Semence.	Id.	0,50	0,35
Moutarde noire.....	Semences.	Isosulfocyanate d'allyle.	0,06	0,89
Rhubarbe de France.	Souche.	Dérivés anthracéniques totaux.	2,70	1,95
Ricin..............	Semences.	Matières grasses.	77,30	58

Ce tableau montre d'une façon éloquente que la radioactivité est capable, du moins pour les plantes examinées, de produire une élévation nette de leur richesse en principes actifs. Dans certains cas, comme pour la racine du grenadier notamment, la teneur en alcaloïdes est plus que doublée.

Il n'est pas douteux par conséquent, que le thorium X à doses déterminées ne joue un rôle puissant dans les phénomènes intimes de la vie cellulaire et qu'il ne soit capable tantôt d'augmenter les réserves de la plante comme dans le ricin, tantôt d'amplifier les processus de désassimilation, comme dans nos autres exemples, s'il est vrai que les alcaloïdes ou les glucosides ne sont que des produits de déchets au lieu d'être des substances mises en réserve.

Quoi qu'il en soit, il reste établi que la radioactivité peut jouer un rôle utile dans l'augmentation de la richesse en principes actifs de certaines plantes et, par suite, présenter un certain intérêt pour tous ceux qui s'intéressent à la culture des plantes médicinales.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Rôle du groupement des individus dans les perturbations des tropismes de* Convoluta Roscoffensis *par quelques alcaloïdes.* Note (¹) de M. **J. André Thomas**, présentée par M. A. Desgrez.

Les réactions des *Convoluta Roscoffensis* sont fort différentes, suivant que ces planaires sont groupées ou non dans une même solution d'alcaloïdes (²).

(¹) Séance du 14 janvier 1929.

(²) J. André Thomas, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 195.

Mais, grâce aux tropismes si sensibles des *Convoluta*, on peut analyser l'influence de l'effet de groupement dans une petite quantité de solution toxique, d'une façon plus fine qu'en comparant des durées de survie ou des comportements. Nous avons surtout étudié les deux tropismes les plus typiques à Roscoff : les réactions à la lumière et au choc (les *Convoluta* descendent immédiatement selon les lignes de plus grande pente jusqu'au fond du récipient où elles demeurent groupées quelques instants) ([1]). Les conditions de ces expériences furent décrites antérieurement. Nous retrouvons le rôle de la concentration et de la nature de l'alcaloïde employé dans l'étude des perturbations des tropismes, images fidèles, en général, du degré de l'atteinte toxique, spécialement en ce qui concerne l'activité des *Convoluta* :

1° Aux concentrations fortes d'alcaloïdes où l'intoxication est progressive jusqu'à la mort (jusqu'à 10^{-4} pour l'éphédrine, l'atropine et la strychnine et 10^{-3} pour la scopolamine et la pilocarpine), les réactions tropiques sont abolies immédiatement et définitivement; que les *Convoluta* soient éparses en boîte de Pétri ou groupées en verre de montre.

2° Aux concentrations très faibles, alors que les *Convoluta* sont généralement peu modifiées et survivent plusieurs jours (à partir de 10^{-6} pour l'atropine et la strychnine et 10^{-5} pour la scopolamine et l'adrénaline), les tropismes demeurent inaltérés.

3° Mais, de même qu'à une concentration optima de chaque alcaloïde, les *Convoluta* peuvent récupérer en une durée plus ou moins considérable leur forme et leur activité, de même à cette concentration (adrénaline et scopolamine 10^{-4}, éphédrine, atropine, strychnine 10^{-5}) en une durée semblable, elles peuvent récupérer leurs tropismes perdus et redevenir le plus souvent normales, quoique restant baignées dans le toxique. C'est précisément ce fait de la perte des tropismes sous l'action des alcaloïdes suivie ou non de leur retour, dans des conditions diverses — fait trouvé antérieurement par A. Drzewina et Bohn, sous l'influence de l'eau douce ([2]) — qui nous a permis d'évaluer l'effet de groupement.

Dilution en boîte de Pétri. — Dans l'adrénaline ($pH = 6,8$), les tropismes disparaissent rapidement quelquefois ou sont très atténués, puis reviennent progressive-

(1) Les autres réactions tropiques comme le rythme des marées, le galvanotropisme, etc. étaient pratiquement inexistantes à Roscoff en juillet-août 1928. De même les actions de certains agents chimiques étaient différentes de celles décrites dans d'autres stations.

(2) A. Drzewina et G. Bohn, *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 1023.

ment jusqu'à la normale (45 minutes à 4 heures). A pH = 8,2 le retour est plus rapide. Dans l'éphédrine la réapparition est effectuée en 1 heure 30 minutes à 2 heures. Dans l'atropine, le phototropisme, conservé plus d'une heure, disparaît peu à peu, et revient tardivement, le jour suivant, ou pas. Dans la scopolamine il est atténué et le reste ou redevient normal. Dans la strychnine, enfin, les réactions sont perdues définitivement.

Groupement en verre de montre. — Dans l'adrénaline les tropismes sont quelquefois conservés (avec atténuation du phototropisme); d'autres fois atténués progressivement, mais moins rapidement qu'en boîtes. Le phototropisme étant plus fragile que la réaction au choc, qui si elle ne résiste pas disparaît la dernière et est manifestée souvent la première. Les réactions réapparaissent toutefois à peu près en même temps qu'en boîte. A pH = 8,2, les phénomènes sont semblables. Dans l'éphédrine, les réactions sont redevenues nettes et intenses, alors qu'elles commencent à réapparaître en boîte. Elles persistent dans l'atropine, celle au choc étant quelquefois atténuée, et sont bientôt normales dans la scopolamine, après une légère atténuation. Enfin, dans la strychnine, elles sont légèrement atténuées ou disparaissent quelquefois, puis reviennent progressivement (1 heure 30 minutes) jusqu'à la normale.

Avec la pilocarpine on retrouve l'inversion de l'effet de groupement.

Les réactions définitivement perdues en verre, 10^{-4}, sont conservées atténuées en boîte. De même elles disparaissent en verre, 10^{-5}, réapparaissant plus de 15 heures après ou pas et persistent en boîte. A 10^{-5} le phototropisme est progressivement atténué après 1 heure et revient en 6 à 7 heures, tandis qu'il l'est en quelques minutes en verre, revenant en 9 heures. Mais il semble que l'effet de groupement change de sens à partir de 10^{-7} ou en boîte les actions sont analogues à celles de 10^{-6}, les tropismes restant intacts en verre pour être respectés en boîte et en verre à 10^{-8}.

De telles différences allant même jusqu'à l'abolition et la persistance des tropismes dans les mêmes expériences, montrent la réalité de l'effet de groupement, qui, s'exerçant dans des sens opposés, suivant la nature et la concentration de l'alcaloïde, nous semble pouvoir être surtout rapproché d'une action catalytique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action exercée sur la plaque photographique par le cholestérol extrait de l'huile de foie de morue.* Note de MM. **L. Hugounenq** et **E. Couture**, présentée par M. A. Desgrez.

Au cours d'une étude comparative que nous avons faite de cholestérols d'origine diverse, nous avons été conduits à constater un phénomène curieux, qui permet de distinguer le cholestérol de l'huile de foie de morue des produits similaires d'autre provenance.

Si l'on dispose sur des plaques photographiques, du cholestérol extrait

des calculs biliaires, ou encore du cerveau de bœuf, on ne constate, même après plusieurs jours d'exposition, aucune action sur la plaque sensible, mais si, en même temps et en se plaçant exactement dans les mêmes conditions, on dépose sur la plaque des cristaux de cholestérol extraits de l'huile de foie de morue, le développement fait apparaître des taches noires très marquées sur tous les points qui ont été au contact des cristaux de cholestérol.

L'expérience répétée plusieurs fois, avec des plaques Lumière (*Opta* et *Sigma*), a donné constamment les mêmes résultats.

La durée de l'exposition a varié entre 3 et 15 jours, suivant les expériences, mais il semble que le phénomène puisse se produire après une exposition de durée plus courte.

La question qui se pose tout d'abord est de savoir s'il s'agit d'un phénomène physique ou chimique, c'est-à-dire, dans ce dernier cas, d'une action réductrice exercée sur les sels d'argent par le cholestérol de l'huile de foie de morue, purifié par de nombreuses cristallisations, ce qui était le cas pour le produit sur lequel ont porté nos recherches. Pour résoudre le problème, nous avons procédé de la façon suivante :

Du cholestérol extrait de l'huile de foie de morue a été déposé sur : 1° une mince lame de quartz; 2° une lamelle de verre de même épaisseur.

Les deux lames ont été placées en même temps sur des plaques photographiques disposées côte à côte dans l'obscurité absolue et isolées les unes des autres.

Après une durée d'exposition de 6 jours (plaque *Sigma*), on aperçoit, au développement à l'obscurité complète, une image très nette de la lame de quartz, tandis que le cholestérol placé sur la lame de verre n'a pas impressionné la couche de gélatine sous-jacente.

Chaque expérience comportait un essai à blanc sur des plaques témoins.

Il s'agit donc, semble-t-il, d'un phénomène d'ordre physique, dont nous poursuivons l'étude, en raison de l'intérêt qui s'attache au point de vue de son action antirachitique, sur le cholestérol de l'huile de foie de morue.

BACTÉRIOLOGIE. — *Vaccination du lapin vis-à-vis du tétanos cérébral.* Note (¹) de M. S. **Mutermilch** et Mlle E. **Salamon**, présentée par M. Calmette.

E. Roux et A. Borrel (²) ont montré, il y a 30 ans, que la toxine tétanique, injectée chez le lapin en plein cerveau, provoque une maladie carac-

(¹) Séance du 14 janvier 1929.

(²) *Annales de l'Institut Pasteur*, 12, 1898, p. 225.

térisée par des troubles particuliers (crises convulsives, excitation générale, troubles moteurs, polyurie, etc.), qui ne rappellent en rien le tétanos habituel; la mort des animaux survient plus ou moins vite, suivant la dose de toxine injectée. Les mêmes auteurs ont signalé ce fait intéressant que les animaux, vaccinés activement ou passivement vis-à-vis de la toxine tétanique et qui résistent à des doses mortelles de la toxine injectée sous la peau ou dans les muscles, marquent la même sensibilité vis-à-vis des injections intracérébrales de cette toxine que les animaux de contrôle.

Plus tard, A.-C. Marie [1], ayant tenté d'immuniser le lapin vis-à-vis du tétanos cérébral au moyen d'injections intracérébrales de doses croissantes de toxine tétanique, n'a enregistré que des résultats négatifs.

Nous avons montré dans la Note précédente que des inoculations répétées de l'anatoxine tétanique directement dans la cavité méningée du lapin au moyen de ponctions atloïdo-occipitales, déterminaient la production locale de l'antitoxine et son apparition dans le liquide céphalo-rachidien. De tels animaux résistent-ils à des injections intracérébrales de doses mortelles de toxine tétanique? Voici la question que nous nous sommes posée et que nous avons résolue par l'expérience suivante :

Expérience. — On vaccine deux lots de lapins, dont l'un reçoit l'anatoxine tétanique dans le péritoine et l'autre dans la cavité méningée. Huit jours après la quatrième injection, les lapins sont éprouvés avec des doses variées de toxine tétanique inoculée, soit dans les muscles, soit dans le cerveau, soit dans la cavité méningée. Signalons, en passant, que l'inoculation intraméningée de la toxine tétanique engendre chez le lapin les mêmes symptômes que l'inoculation intracérébrale.

Voici les résultats obtenus :

1° Les animaux *vaccinés par la voie péritonéale* ont tous résisté à l'inoculation intramusculaire de 20 doses mortelles, au moins, de toxine tétanique; éprouvés par la voie cérébrale ou méningée, ils se sont montrés aussi sensibles que les animaux de contrôle, non vaccinés;

2° Les animaux *vaccinés par la voie méningée* ont résisté, non seulement aux inoculations intramusculaires de 20 doses mortelles, au moins, de toxine tétanique, mais aussi aux inoculations intracérébrales et intrarachidiennes de 10 à 12 doses mortelles de cette toxine.

Cette expérience montre donc *qu'il est facile de vacciner le lapin vis-à-vis du tétanos cérébral au moyen des inoculations intrarachidiennes de l'anatoxine tétanique*.

---

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 62, 1907, p. 1169.

Quel est le mécanisme de cette immunité? S'agit-il d'une immunité acquise du tissu cérébral ou bien d'une simple neutralisation de la toxine injectée dans l'encéphale par l'antitoxine présente dans le liquide céphalo-rachidien? La deuxième de ces hypothèses nous paraît plus vraisemblable, car nous avons toujours échoué dans nos tentatives d'extraction de l'antitoxine tétanique du tissu cérébral des lapins vaccinés par la voie méningée.

IMMUNOLOGIE. — *Immunisation antitétanique du cobaye par injection intra-cérébrale d'anatoxine tétanique.* Note de M. **P. Descombey**, présentée par M. Roux.

Nous avons montré, dans des publications antérieures ([1]), que l'injection intracérébrale d'anatoxine tétanique développe, chez le cobaye, l'immunité contre la toxine tétanique injectée par voie intramusculaire; que les humeurs des sujets ainsi traités renferment de l'antitoxine tétanique titrable; que l'immunité obtenue par cette voie est du même ordre que celle qu'on peut obtenir par la voie sous-cutanée.

Nous nous proposons d'aborder, dans cette Note, la question de l'immunité locale des centres nerveux, chez le cobaye immunisé par voie cérébrale. Disons tout de suite que, fort d'une expérimentation ayant porté sur plus de 500 sujets, nous pouvons affirmer que l'encéphale du cobaye vacciné par voie cérébrale ne jouit d'aucune immunité spéciale contre la toxine tétanique, sa résistance est d'ordre purement humoral. L'expérience suivante est particulièrement démonstrative à cet égard :

Le 28 juin 1924, cinq cobayes de 350g reçoivent chacun $\frac{1}{10}$ de centimètre cube d'anatoxine tétanique dans l'hémisphère cérébral gauche; le même jour, 3 cobayes de poids égaux reçoivent chacun une dose égale de la même anatoxine sous la peau de l'abdomen. Le 28 juillet, ces 8 cobayes ont tous été éprouvés par injection intracérébrale de quantités variables de toxine tétanique, quantités toujours mortelles pour des témoins. Les résultats de cette épreuve sont consignés dans le tableau suivant :

([1]) Cf. *Vaccination du cobaye par injection intracérébrale d'anatoxine tétanique.* (*C. R. Soc. Biol.*, **92**, 1925, p. 482), et *L'immunisation active contre le tétanos par l'anatoxine tétanique* (*Thèse* pour le Doctorat vétérinaire, Paris, 1927; « La Haute-Loire », éditeurs, Le Puy).

Vaccination cérébrale.

N° des cobayes.	28/7 1924.	Observations.
95	1 dose mortelle.	Tétanos 31, mort 2/8.
62	2 »	Tétanos fruste, survit.
48	2 »	Pas de tétanos.
44	5 »	Tétanos 31, mort 2/8.
50	5 »	Pas de tétanos.

Vaccination sous-cutanée.

88	1 dose mortelle.	Pas de tétanos.
84	2 »	»
94	5 »	»

Témoins.

17	1 dose mortelle.	Tétanos 31, mort 2/8.
12	2 »	Tétanos 30, mort 31.
58	5 »	Tétanos 30, mort 31.

La simple lecture de ces résultats montre que, si l'injection intracérébrale d'anatoxine rend l'organisme résistant à l'injection intracérébrale de toxine, l'injection sous-cutanée d'une dose égale du même antigène permet d'atteindre le même but dans des délais strictement égaux, et nous allons voir que la voie sous-cutanée permet, en réalité, de l'atteindre beaucoup mieux.

S'il est vrai, comme nous le pensons, que la résistance acquise à la suite d'une injection intracérébrale est de même ordre que celle que développe une injection sous-cutanée, la résistance à l'épreuve cérébrale sera d'autant plus considérable que le titre antitoxique des humeurs sera plus élevé. Pour obtenir un titre antitoxique humoral élevé il suffit d'injecter une dose d'antigène assez considérable. La voie intracérébrale nous est ici interdite; elle ne permet d'injecter que de petites quantités d'antigène, aussi les animaux préparés par cette voie ne résistent-ils qu'à l'injection de quelques doses mortelles de toxine dans le cerveau, leur sérum ne neutralise que quelques doses mortelles de toxine au centimètre cube. Si l'on veut rendre un cobaye beaucoup plus résistant, il faut, de toute nécessité, recourir à la voie sous-cutanée.

Injectons à des cobayes de 350^{g}, 1$^{cm^3}$ d'anatoxine sous la peau; au bout d'un mois, certains de ces cobayes donneront un sérum dont $\frac{1}{10}$ de centimètre cube neutralise parfaitement, *in vitro*, 100 doses mortelles de toxine

tétanique. Chez de tels sujets, l'immunité est si solide qu'on peut leur injecter inpunément, *aussi bien dans le cerveau que sous la peau*, de 100 à 500 doses mortelles de toxine.

Ainsi, en même temps qu'apparaît le parallélisme entre la valeur antitoxique des humeurs et le degré de résistance de l'organisme, s'affirme de façon tout à fait univoque la supériorité de la voie sous-cutanée sur la voie cérébrale pour l'obtention de l'immunité. Il ressort, en outre très clairement, de ces expériences que l'antitoxine humorale, résultant de l'injection de l'antigène sous la peau, a le plus large accès auprès des centres nerveux.

D'incontestables faits d'expérience nous montrent donc qu'il ne saurait y avoir d'immunité antitétanique d'ordre local : l'immunité antitétanique est « une ».

THÉRAPEUTIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Traitement des hémorragies expérimentales chez le Chien par un sérum artificiel à base de citrates.* Note [1] de M. L. **Normet**, présentée par M. Charles Richet.

Depuis longtemps, les physiologistes recherchent le moyen de faire vivre les animaux hémorragiés en leur injectant dans les veines des solutions diverses destinées à remplacer momentanément le sang.

De tous les liquides employés jusqu'à ce jour, ceux de Ringer et de Locke ont donné les résultats les plus intéressants, en ce sens qu'ils permettent de faire vivre pendant un temps plus ou moins long le cœur retiré du corps.

Cependant ces solutions, dont les effets sont excellents sur le cœur isolé, ne permettent pas de faire vivre les animaux saignés si l'hémorragie est importante.

Les expériences de Charles Richet, P. Brodin et Fr. St-Girons ont démontré que les divers sérums artificiels et le plasma de cheval capables de permettre une survie temporaire les animaux hémorragiés ne pouvaient assurer la survie définitive quand la saignée atteint 70 pour 100 de la masse totale du sang, soit environ 50^{cm^3} par kilogramme pour des chiens de poids moyen (13 à 22^{kg}).

Nous avons pensé que le problème pouvait être repris en utilisant des solutions salines à base de citrates, les ions métalliques se comportant de façon différente selon qu'ils sont unis à un acide minéral fort ou à un acide

(1) Séance du 14 janvier 1929.

organique comme l'acide citrique (¹). Les citrates se dissociant rapidement dans le sang libèrent les deux ions de signe contraire qui les constituent et qui sont eux-mêmes fixés par les colloïdes et les cellules. De ce fait, les métaux resteront dans le système circulatoire et leur action continuera à s'exercer jusqu'à ce que l'organisme ait pu régénérer du sang normal.

Quoi qu'il en soit de la valeur de cette hypothèse, nous sommes parvenu, après une longue période de tâtonnements et d'expérimentation, à trouver une formule qui permet d'obtenir la survie définitive des animaux hémorragiés. Cette formule est la suivante :

	g
Citrate de soude	22
Citrate de calcium neutre	6,50
Citrate de magnésie neutre	4,50
Citrate de fer ammoniacal	1
Citrate de manganèse	0,20
Eau distillée, q. s. p.	1000

20^{cm^3} de cette solution sont ajoutés à 1^l d'eau physiologique : (7^g pour 1000 de NaCl), pour obtenir le sérum à injecter. La quantité minima nécessaire est des 2/3 de la saignée. La dose optima est des 4/5. Le sérum chauffé à 39° peut être injecté dans une veine, ou plus simplement dans la carotide même qui nous sert pour la saignée.

Nos essais ont porté sur 100 chiens pesant de 13 à 22^{kg} dont 95 ont survécu. Toutes nos saignées ont dépassé les 50^{cm^3} par kilogramme fixés par Charles Richet comme nécessaires pour que l'expérience soit concluante. La saignée la plus élevée suivie de survie définitive a atteint 66^{cm^3},66 par kilogramme (1460^{cm^3} pour un chien de 21^{kg},900). La moyenne a été de 56^{cm^3} par kilogramme.

Nous avons poussé la saignée jusqu'à l'apparition du premier signe de l'agonie qui est la contracture des membres et des muscles dorsolombaires en extension forcée. Hors série, nous avons essayé de pousser plus loin la saignée chez quelques animaux. On voit alors survenir un spasme du diaphragme pendant que s'écoulent les dernières gouttes de sang.

Durant cette période, il est encore temps d'intervenir pour sauver l'animal, mais la mort survient brusquement, et la moindre perte de temps rendra donc l'injection inefficace.

(¹) Léon Normet, *Sur le mécanisme de l'action biologique du citrate de soude en injection intraveineuse* (*Académie de Médecine de Paris*, 92, 2 décembre 1924, p. 1306).

Aussitôt après l'injection l'animal reprend connaissance, se met debout, marche, et prend volontiers quelque nourriture. La tension artérielle est plus faible qu'avant la saignée, mais suffisante pour que l'animal ne paraisse nullement gêné. La différentielle très élevée au début de l'injection devient normale à la fin. La température ne baisse pas de plus de $\frac{5}{10}$ de degré, et remonte rapidement au chiffre qu'elle atteignait avant la saignée. La respiration est absolument normale.

Les 5 décès que nous avons enregistrés se sont tous produits très rapidement. Ou bien le cœur n'est pas reparti, ou bien l'animal a présenté des signes d'œdème du poumon. La présence de caillots dans le cœur droit après nécropsie immédiate nous fait supposer que cet œdème du poumon est dû à de multiples embolies pulmonaires, qui, chez certains animaux dont le sang est hypercoagulable, se produisent vers la fin de la saignée.

Les décès ne sont pas en relation absolue avec l'abondance de l'hémorragie. C'est ainsi que la saignée la plus faible suivie de mort a été de 52^{cm^3} par kilogramme, et la plus forte de 66^{cm^3}.

Nous avons eu l'occasion d'employer notre sérum chez l'homme, soit à la suite de grandes hémorragies, soit après de grands chocs opératoires. Les résultats thérapeutiques ont été excellents, comme nous le montrerons dans une Communication ultérieure.

A $16^h 15^m$, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $17^h 15^m$.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 JANVIER 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les hydrocarbures α-diacétyléniques.* Note (¹) de MM. **V. Grignard** et **Tchéoufaki**.

Bien qu'ayant déjà donné lieu à un certain nombre de travaux, les hydrocarbures α-diacétyléniques sont assez peu connus en raison des difficultés que présentait leur préparation.

On ne possédait pas d'autre méthode systématique que l'oxydation des dérivés cuivriques des carbures acétyléniques vrais, soit par l'air (Glasser, 1870) (²), soit par le ferricyanure de potassium (Baeyer et Landsberg, Griner). L'essai de transposition de la méthode de Glasser aux magnésiens acétyléniques (Jotsitch, Moureu) ne donna que des résultats très médiocres (³). En 1925, Grignard et Perricbon (⁴), étudiant l'action de l'iode sur les magnésiens acétyléniques, reconnurent qu'il était possible d'orienter la réaction vers la production des α-diacétyléniques et préparèrent le dimétaxylyldiacétylène et le di (α-naphtyl) diacétylène.

C'est cette méthode que nous nous sommes proposé de mettre au point en vue d'étudier les propriétés du système conjugué constitué par deux triples liaisons.

(¹) Séance du 21 janvier 1929.

(²) Pour la bibliographie et les détails expérimentaux, voir Tchéoufaki, *Thèse d'État*, Lyon, 1928.

(³) Tout récemment, depuis la terminaison du présent travail, Ch. Prévost (*Thèse d'État*, Paris, 1928) a fait connaître une méthode qui est une extension de celle appliquée par Griner (*Bull. Soc. chim.*, 30, 1888, p. 593) à la préparation du diméthyldiacétylène, action de KOH, à 150°, sur des tétrabromures d'érythrènes.

(⁴) *Ann. Ch.*, 5, 1926, p. 5.

L'iode réagissant à froid (molécule à molécule) sur un organo-magnésien tend à donner la réaction de Bodroux qui conduit régulièrement aux 1-iodo-acétyléniques (Grignard et Perrichon). Mais avec une seule molécule d'iode pour deux de magnésien on peut avoir

$$R - C \equiv CMgX + I^2 \rightarrow R - C \equiv C - I,$$
$$R - C \equiv CI + R - C \equiv C - MgX \rightarrow RC \equiv C - C \equiv C - R.$$

Cette réaction ne se réalise d'ailleurs convenablement, en général, que dans des conditions bien déterminées.

Le procédé qui nous a donné régulièrement de bons résultats est le suivant :

Au magnésien acétylénique (exempt de C^2H^5MgBr en excès) on ajoute, aussi rapidement que possible et en agitant, une demi-molécule d'iode (en solution éthérée concentrée), de manière à provoquer une violente réaction. Quand celle-ci est terminée, on laisse reposer un moment et l'on hydrolyse.

On peut expliquer l'avantage de ce mode opératoire, en supposant que le dérivé iodo-acétylénique réagit avant d'avoir quitté la forme oxonium et que l'on a

$$\begin{array}{l} R - C \equiv C \cdots\cdots \overset{\diagdown\diagup}{O} \cdots\cdots MgBr \\ R - C \equiv C \cdots\cdots \underset{\diagup\diagdown}{O} \cdots\cdots I \end{array}$$

Nous avons préparé ainsi, dans la série aliphatique : le *dipentine* (*décadiine*-4-6); Eb. 88°, sous 12mm; le *dihexine* (*dodécadiine*-5-7); Eb. 103°, sous 8mm; le *diheptine* (*tétradécadiine*-6-8); Eb. 118-119°, sous 4mm. Rendements 70-72 pour 100.

Ces hydrocarbures α-diacétyléniques aliphatiques sont des liquides incolores qui jaunissent, peu à peu, à la lumière; ils possèdent une odeur assez fortement acétylénique.

Dans la série aromatique nous avons préparé des dérivés nucléaires et extranucléaires; savoir :

Le *diphényldiacétylène* (*diphényl*-1-4 *butadiine*-1-3), F. 86°,5-87°; rendement 76 pour 100. Déjà préparé par Strauss [1] en faisant réagir une base organique, pyridine ou quinoléine, sur le sel de Cu de l'acide phénylpropiolique.

Le *dimétaxylyldiacétylène* [*bis* (*diméthyl*-2'-4' *phényl*)-1-4 *butadiine*-1-3],

---

(1) *Lieb. Ann.*, 342, 1905, p. 190.

F. 145°,5-146°; rendement 84 pour 100. Déjà obtenu par Grignard et Perrichon, mais moins pur.

Le *dibenzyldiacétylène* (*diphényl*-1-6 *hexadiine*-2-4), F. 101°; rendement 57 pour 100.

Le *diphénéthyldiacéthylène* (*diphényl*-1-8 *octadiine*-3-5); F. 118°; rendement 62 pour 100.

Alors que la réfraction moléculaire est sensiblement normale dans la série aliphatique, elle présente une forte exaltation dans la série aromatique surtout pour les composés binucléaires (voir *Thèse* de Tchéoufaki); les deux triples liaisons, conjuguées entre elles, se trouvant alors, en même temps, conjuguées des noyaux aromatiques.

Un cas particulièrement intéressant est celui du dimagnésien de l'acétylène. Nous nous contenterons, ici, d'indiquer les resultats essentiels de cette étude :

1° Par action d'une molécule d'iode sur une molécule du dimagnésien, on obtient, à côté d'une petite quantité de *monoiodoacétylène* (Eb. 32°), le *monoiododiacétylène*, $IC \equiv C - C \equiv CH$ (Eb. 71°), dont le rendement a pu être élevé jusqu'à 65 pour 100 :

Trouvé : I = 72,9 (calculé 72,15); P. M. = 179 (calculé 176);
$d_4^{15} = 1,824$; $n_D^{15} = 1,5058$; d'où Rm = 28,52 (calculé 29,47).

Ce corps est assez altérable à la lumière, mais peut être conservé, à l'obscurité, pendant plusieurs mois, sans altération notable.

2° Par action d'une demi-molécule d'iode seulement, on ne fait que réduire considérablement le rendemenl précédent et l'on retrouve la moitié de l'acétylène non transformé.

3° Avec $1^{mol},5$ d'iode, il reste une très faible quantité d'iode, non fixé. On l'élimine, après hydrolyse, par l'hyposulfite. Après traitement, on sépare un peu de *monoiodoacétylène* et de *monoiododiacétylène*. Le résidu cristallise à l'obscurité; on en extrait le *diiododiacétylène* déjà connu [1] (F. 101°-105°, déc.) et un corps cristallisé en aiguilles (F. 52°) que nous avons caractérisé comme le *monoiodotriacétylène*, $IC \equiv C - C \equiv C - C \equiv CH$.

---

[1] BAEYER, *D. ch. Ges.*, 18, 1885, p. 2272. — LESPIEAU et PRÉVOST, *Bull. Soc. chim.*, 37, 1925, p. 704.

	Trouvé.	Calculé pour
Diiododiacétylène	I = 85,1	C^4I^2, I = 84,1
Monoiodotriacétylène	I = 64,7	C^6HI, I = 63,5
Dérivé chloromercurique [1]	Hg = 64,9	$C^6HCl^7Hg^3$, Hg = 65,2

Comme les hydrocarbures acétyléniques 1-iodés déjà étudiés (Grignard et Perrichon) le monoiododiacétylène donne un magnésien dont la décomposition par l'eau glacée a fourni (rendement 60 pour 100) un gaz d'odeur fortement acétylénique, totalement absorbé par le chlorure cuivreux ammoniacal, le nitrate d'argent et le bichlorure de mercure. Après condensation, à 20°, il a distillé entre 9°,5-10°; c'est évidemment le *diacétylène* pour lequel Lespieau et Prévost ont trouvé Eb. = 8°,5-9°.

Il est vraisemblable qu'il serait possible d'arriver de la même manière au triacétylène.

Pour compléter l'étude du monoiododiacétylène, nous l'avons fait réagir sur le magnésien du phénylacétylène ($\frac{1}{20}$ mol.). Après 3 heures de chauffage, nous avons hydrolysé et le traitement nous a permis d'isoler, à côté de très peu de phénylacétylène, un liquide d'odeur faiblement aromatique (Eb.52° sous 18^{mm}) qui est le *phényltriacétylène* (rendement 60 pour 100) :

Trouvé	C = 95,5	H = 4,0
Calculé pour $C^{12}H^6$	C = 96	H = 4
Dérivé chloromercurique : trouvé		Hg = 61,9
Calculé pour $C^{12}H^6Cl^6Hg^3$		Hg = 62,39

$d_{18}^4 = 0,9708$; $n_D^{18} = 1,534$; d'où Rm = 48,03 (calculé 48,009).

Il est curieux de voir un pareil corps ne donner aucune exaltation.

Quand on hydrolyse le produit de réaction entre l'iode (1^{mol}, 5) et le dimagnésien de l'acétylène, on voit se déposer une poudre gris noirâtre, insoluble dans les solvants et les acides dilués. Après dessiccation dans le vide sec, l'examen au microscope montre des formes cristallines transparentes, au milieu de masses brunes, opaques. Une partie des grains présentent une forte densité, car ils coulent dans l'iodure d'éthyle ($d = 1,944$), mais ils ne semblent pas rayer le verre. Après séchage à l'étuve, vers 100°, la masse est devenue tout à fait noire et pulvérulente.

L'analyse a donné : C = 98,0; H = 0,0.

Si l'on tient compte de la difficulté de réaliser une combustion absolu-

---

(1) Les iodoacétyléniques, non seulement fixent $HgCl^2$, mais, en outre, le Cl s'y substitue à l'I (Grignard et Perrichon).

ment complète, sur un tel corps, on peut conclure que nous sommes en présence de carbone pur dont la production s'explique fort bien par le même mécanisme que précédemment.

On peut penser qu'il y a association d'un petit nombre de molécules d'acétylène, deux, ou plutôt trois, conformément au schéma suivant qui peut expliquer la formation de l'iodotriacétylène ou du carbone :

$$
\begin{array}{ccc}
I^2 \begin{array}{l} BrMg - C \equiv C - MgBr \\ BrMg - C \qquad\quad C - MgBr \end{array} I^2 \\
\qquad \diagdown\diagdown\diagdown \quad /// \\
C \quad C \\
| \quad\ | \\
BrMg \quad MgBr \\
I^2
\end{array}
$$

On produirait ainsi le carbone sous une forme peu condensée (C^6) qui, bien entendu, peut donner lieu à des associations ultérieures.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les polynomes orthogonaux.*
Note [1] de M. **Serge Bernstein.**

Je voudrais compléter sur quelques points les résultats de mes deux Communications antérieures [2].

Conformément aux idées exposées dans la première des Notes citées, je considère les polynomes orthogonaux $R_n(x)$ relatifs à un *poids* quelconque

$$q(x) = t(x)(1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}, \tag{1}$$

où $t(x)$ est une fonction continue, telle que $0 < \lambda < t(x) < L$ et $t(0) = 1$, comme limites de polynomes orthogonaux $R_n^{(l)}(x)$ correspondant aux poids $q_l(x) = t_l(x)(1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}$, où

$$t_l(x) = \left(1 - \frac{x}{a_1}\right)\left(1 - \frac{x}{a_2}\right)\cdots\left(1 - \frac{x}{a_l}\right)$$

sont des polynomes quelconques tendant uniformément vers la fonction $t(x)$ dans l'intervalle considéré $(-1, +1)$.

On vérifie alors que les polynomes $R_n^{(l)}(x)$ sont déterminés à un facteur

---

(1) Séance du 7 janvier 1929.

(2) *Sur quelques propriétés asymptotiques de la meilleure approximation* (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 840, et *Sur les polynomes de Jacobi* (*ibid.*, p. 1090).

constant près par la relation

$$(2)\qquad R_n^{l}(x)\,t_l(x)\begin{vmatrix} P_n(a_1) & P_n(a_2) & \dots & P_n(a_l) \\ P_{n+1}(a_1) & \dots\dots & \dots & P_{n+1}(a_l) \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ P_{n+l-1}(a_1) & \dots\dots & \dots & P_{n+l-1}(a_l) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_n(a_1) & \dots & P_n(a_l) & P_n(x) \\ P_{n+1}(a_1) & \dots & P_{n+1}(a_l) & P_{n+1}(x) \\ \dots\dots & \dots & \dots\dots & \dots\dots \\ P_{n+l}(a_1) & \dots & P_{n+l}(a_l) & P_{n+l}(x) \end{vmatrix},$$

où $P_n(x)$ est le polynome de degré n de Jacobi, correspondant à $t_l(x) = 1$. Le cas le plus simple est celui où $\alpha = \beta = -\frac{1}{2}$, de sorte que le polynome $P_n(x)$ de Jacobi se réduit au polynome trigonométrique $\cos n \arccos x$ de Tchebycheff. Alors on obtient presque immédiatement l'expression asymptotique valable dans tout le plan pour le polynome orthogonal *normé* $R_n^l(x)$:

$$R_n^l(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi t_l(x)}} \cos(n\varphi - \delta_1 - \delta_2 - \ldots - \delta_l),$$

où $\cos\varphi = x$, $\cos\delta_k = \frac{\rho_k - x}{\sqrt{2\rho_k(a_k - x)}}$, $\rho_k = a_k + \sqrt{a_k^2 - 1}$.

En faisant croître l indéfiniment, on obtient ensuite sur le segment fermé $(-1, +1)$

$$(3)\qquad R_n(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi t(x)}} \cos(n\varphi + \psi),$$

où

$$(4)\qquad \psi = -\lim_{l=\infty} \sum_1^l \delta_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{1} \frac{\log t(x) - \log t(z)}{x - z} \sqrt{\frac{1 - x^2}{1 - z^2}}\, dz.$$

Pour que cette limite existe, il suffit que le module $\omega(\delta)$ de continuité de la fonction $t(x)$ satisfasse à une condition de la forme

$$(5)\qquad \omega(\delta)\,|\log\delta|^{1+\varepsilon} < k \qquad (\varepsilon > 0,\ k > 0).$$

Dans toute région fermée δ extérieure au segment $(-1, 1)$, on a l'expression asymptotique

$$(6)\qquad R_n(x) \sim \frac{(x + \sqrt{x^2 - 1})^n}{\sqrt{2\pi}}\, e^{\frac{\sqrt{x^2-1}}{2\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{\log t(z)\, dz}{(z - x)\sqrt{1 - z^2}}},$$

cette dernière formule restant valable même dans le cas où $t(x)$ n'est pas continue, mais seulement bornée et intégrable sur le segment $(-1, +1)$.

A titre d'exemple, posons $t(x) = e^{kx^2}$, alors la formule (3) se réduit à

$$R_n(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{kx^2}{2}} \cos\left(n\varphi + \frac{k}{4}\sin 2\varphi\right).$$

2. En utilisant les expressions asymptotiques des polynomes de Jacobi, pour α et β quelconques, on trouve la formule asymptotique

$$(7) \qquad R_n(x) \sim \frac{1}{(1-x)^\rho (1+x)^{\rho_1}} \sqrt{\frac{2}{\pi t(x)}} \cos[(n+\rho+\rho_1)\varphi + \psi - \rho\pi]$$
$$\left(\rho = \frac{2\alpha+1}{4}, \ \rho_1 = \frac{2\beta+1}{4}\right),$$

où ψ est encore donné par (4). L'inconvénient de l'expression (7), qu'elle partage avec les expressions asymptotiques correspondantes des polynomes de Jacobi, est de n'être valable, en général, que sur le segment *ouvert* $(-1, +1)$. La formule analogue à (6) est valable dans la même région S que celle-ci. Mais il est essentiel de donner des expressions valables sur *tout* le segment $(-1, +1)$; en nous bornant au cas de $\alpha = \beta = 0$, posons $z_n = P_n \sqrt[4]{1-x^2}$, où P_n est le polynome *normé* de Legendre de degré n, et

$$\mu = \frac{1-x^2}{\sqrt{\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 (1-x^2) + \frac{1}{4}}};$$

on a alors

$$(8) \qquad R_n(x)\sqrt[4]{1-x^2} \sim \sqrt{\frac{1}{t(x)}}\,[z_n \cos\psi - \mu z'_n \sin\psi],$$

La formule (8) (et ses analogues pour α et β quelconques) permet de généraliser les propriétés extrémales des polynomes de Jacobi établies dans la seconde des Notes citées. Ainsi, en particulier, pour $|\alpha| \leqq \frac{1}{2}$, $|\beta| \leqq \frac{1}{2}$, les polynomes orthogonaux normés $R_n(x)$ de degrés n satisfont à l'inégalité

$$(9) \qquad |R_n(x)|(1-x)^\rho (1+x)^{\rho_1} < \sqrt{\frac{2}{\pi t(x)}}(1+\varepsilon_n).$$

où ε_n tend uniformément vers O sur tout le segment $(-1, +1)$.

3. Soit $f(x)$ une fonction continue sur $(-1, +1)$ et

$$f_n(x) = \sum_0^n A_k R_k(x),$$

où

$$A_k = \int_{-1}^{+1} f(x)\, R_k(x)\, q(x)\, dx.$$

En vertu de (9), on a

$$(10)\quad I_n = \int_{-1}^{+1} \left| \frac{R_{n+1}(z)\, R_n(x) - R_n(z)\, R_{n+1}(x)}{(z-x)(1-z)^{\rho}(1+z)^{\rho_1}(1-x)^{\rho}(1+x)^{\rho_1}} \right| \sqrt{t(x)\, t(z)}\, dz = O(\log n);$$

d'où nous tirons cette généralisation d'un théorème de M. Lebesgue :

S'il existe des polynomes $\varphi_n(x)$ de degrés n, tels que l'on a sur $(-1, +1)$

$$(11)\quad (1-x)^{\rho}(1+x)^{\rho_1} |f(x) - \varphi_n(x)| < \varepsilon_n,$$

on a nécessairement

$$(12)\quad (1-x)^{\rho}(1+x)^{\rho_1} |f(x) - f_n(x)| = O(\varepsilon_n \log n),$$

pourvu que $t(x)$ satisfasse à la condition (5).

Donc, si $f(x)$ satisfait à la condition de Dini-Lipschitz, son développement suivant les polynomes orthogonaux $R_n(x)$ relatifs au poids (1), après la multiplication par $(1-x)^{\rho}(1+x)^{\rho_1}$, devient uniformément convergent sur $(-1, +1)$, et reçoit la valeur $f(x)(1-x)^{\rho}(1+x)^{\rho_1}$.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le* pH *du sang artériel et du sang veineux.* Note [1] de M. **Auguste Lumière**, Mme **R.-H. Grange** et M. **R. Malaval.**

D'après Hamburger, lorsque le sang circule dans les tissus, le plasma deviendrait plus alcalin, plus pauvre en chlore, en acide phosphorique et en eau, il se produirait une concentration des albumines et un épaississement du liquide circulant; quand, par contre, le sang revient dans les poumons et que l'acide carbonique est chassé, la teneur en chlore serait augmentée et l'alcalinité sanguine diminuée [2].

Ces affirmations ne semblent guère rationnelles et sont d'ailleurs en contradiction avec les constatations faites par d'autres auteurs qui, à la suite

---

[1] Séance du 21 janvier 1929.

[2] E. Bachrach, *La semi-perméabilité en biologie d'après Hamburger*. Lectures documentées de monographies et Revues étrangères, Paris, Cahine, 1926.

de la mesure du pH ont trouvé, en général, cet indice très légèrement plus élevé pour le sang artériel que pour le sang veineux (¹).

Pour Pearson, Peters, Barr, Doisy, Liégeois, etc. la différence des pH pour les deux sangs : artériel et veineux, serait très minime et varierait, suivant les expérimentateurs de 0,01 à 0,04.

A priori, une différence aussi faible nous a paru peu vraisemblable pour les raisons suivantes :

1° Si l'on compare les compositions chimiques du sang artériel et du sang veineux, on constate que leur variation capitale porte sur la teneur en acide carbonique et en oxygène; les modifications dans le taux des autres éléments du sang, quand on passe des artères aux veines, sont certainement appréciables mais insignifiantes par rapport à celles qui proviennent de la différence dans les proportions de gaz que renferment ces liquides.

La fonction acide du gaz carbonique doit donc, en principe, constituer la cause la plus importante de l'abaissement du pH dans le sang veineux puisqu'il y a environ 10^{cm^3} de CO^2 de plus dans 100^{cm^3} de sang que dans le même volume de sang artériel.

2° L'influence de l'acide carbonique sur la valeur du pH est incontestable et ressort de cette remarque qu'un sérum normal de sang veineux, fraîchement préparé et ayant un pH de 7,35 environ, abandonné à l'air, perd peu à peu l'acide carbonique qu'il a retenu, devient de plus en plus alcalin, si bien qu'au bout d'un certain temps, son pH dépasse 8 (²).

Il suffit d'ailleurs, comme nous l'avons montré, de mettre ce sérum dans le vide pour que le changement s'opère en quelques minutes (³).

Ces considérations permettent difficilement de concevoir comment l'alcalinité sanguine pourrait être sensiblement la même dans les artères et dans les veines; elles nous ont engagés à reprendre l'étude des mesures du pH, en évitant, autant que possible, les causes d'erreurs.

Pour cela, les prises de sang ont été effectuées, chez le chien, au même

---

(¹) PEARSON, *J. of Phys.*, 51, 1917, p. 440. — PETERS, *H. of Biol. Chem.*, 56, 1923, p. 745. — BARR, *Proceed. Soc. Exper. Biol. and Med.*, 19, 1922, p. 179. — DOISY, BRIGGS, EATON et CHAMBERS, *J. of Biol. Chem.*, 54, 1922, p. 305. — LIÉGEOIS, *C. R. Soc. de Biol.*, 96, 1927, p. 425.

(²) HARRY PLOTZ et M. SCHOEN, *Annales de l'Institut Pasteur*, 5e série, 38, 1924, p. 923.

(³) AUGUSTE LUMIÈRE et Mme R.-H. GRANGE, *Toxicités comparées des sérums de sang artériel et de sang veineux* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1064).

moment, par ponctions de l'artère fémorale, d'une part, et de la veine saphène externe, d'autre part.

Nous avons tout d'abord déterminé les pH des sérums provenant de ces saignées : les liquides prélevés étaient aussitôt placés à la glacière, sous huile de vaseline, et les déterminations effectuées le lendemain par la méthode électrométrique, en utilisant l'électrode à hydrogène de Sörensen, l'électrode au calomel et, comme électrolyte de liaison, la solution normale de chlorure de potassium. L'électrode à hydrogène était rigoureusement nettoyée au mélange sulfo-chromique entre chaque série de déterminations, puis replatinée. L'électrode au calomel était contrôlée à l'aide du tampon de Michaëlis. Les lectures n'étaient effectuées qu'une demi-heure après l'immobilisation de l'aiguille du galvanoscope.

Les résultats de nos mesures comparatives ont été les suivantes :

Sérums de sang artériel.	Sérums de sang veineux.	Différences.
7,86	7,46	0,40
7,72	7,35	0,37
7,74	7,39	0,35
7,73	7,36	0,37
7,82	7,45	0,37
7,84	7,49	0,35
7,73	7,50	0,29

Les mêmes déterminations comparatives ont été effectuées avec le sang total, artériel et veineux, après addition d'une petite quantité de substance anticoagulante (oxalate de potassium).

Cette addition peut apporter quelques perturbations de second ordre dans la valeur du pH, comme nous le montrerons ultérieurement.

Les mesures, dans ces conditions, conduisent à des résultats qui sont entièrement comparables à ceux que l'on avait enregistrés pour les sérums, avec des pH toujours voisins de 7,85 pour le sang artériel et 7,50 pour le sang veineux, soit une différence moyenne de 0,35.

D'ailleurs, quand on soumet le sérum, le plasma ou le sang total au vide, les pH s'équilibrent et tendent vers 8, mais ces liquides n'ont pas alors perdu tout leur acide carbonique et le chauffage à 56° pendant une demi-heure est nécessaire pour éliminer tous les gaz, ce qui élève encore le pH vers 8,4 dans tous les cas; c'est donc bien toujours l'acide carbonique qui semble conditionner principalement les variations de l'indice pH.

Les causes d'erreurs qui ont dû troubler les expériences antérieures

paraissent être dues à l'emploi de la méthode colorimétrique qui est contre-indiquée, surtout lorsqu'on opère sur le sang total, et aussi au défaut de précautions pour conserver l'acide carbonique dans le sang veineux, lequel, abandonnant plus facilement et plus spontanément ce gaz, tend à équilibrer son pH avec celui du sang artériel.

M. L. Lécornu, en déposant sur le bureau un volume intitulé *Théorie mécanique de l'élasticité*, s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur d'offrir à l'Académie un fascicule que j'ai rédigé pour le *Mémorial des Sciences mathématiques*. Les limites qui m'étaient imposées m'ont empêché de m'étendre sur les questions classiques. Je me suis surtout attaché à la discussion du nombre des coefficients indépendants, à celle des conditions de détermination et de stabilité, au problème des corps minces, à l'étude des effets thermiques et des déformations finies. L'Ouvrage se termine par un aperçu historique qui fait ressortir le rôle prépondérant joué par la Science française dans l'édification de cette théorie.

ÉLECTIONS.

M. Georges Birkhoff est élu Correspondant pour la Section de Géométrie en remplacement de M. *Ivar Fredholm* décédé, par 33 suffrages contre 2 à M. *Guido Castelnuovo* et 2 à M. *Albert Einstein*.

Il y a 2 bulletins nuls.

M. Adrien de Gerlache est élu Correspondant pour la Section de Géographie et Navigation en remplacement de Sir *Philip Watts* décédé, par 31 suffrages contre 11 à M. *Jules de Schokalsky*.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre du travail, de l'hygiène, de l'assistance et de la prévoyance sociale invite l'Académie à désigner un membre de la *Commission supérieure des maladies d'origine professionnelle* en remplacement de M. *F. Widal*, décédé.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Lorenzo Bardelli. *Félix Lagrange* 1857-1928.

2° Sir Ronald Ross. *Une grande page de l'histoire de la médecine. La découverte de la transmission du paludisme par les moustiques.* Préface et traduction de l'anglais par Charles Broquet.

3° F. Pellegrin. *La Flore du Mayombe d'après les récoltes de M. Georges Le Testu.* Deuxième partie. (Présenté par M. H. Lecomte.)

4° F. Bedeau. *Le quartz piézo-électrique et ses applications dans la technique des ondes hertziennes.* Fascicule VI du *Mémorial des Sciences physiques.* (Présenté par M. Ch. Fabry.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la distance de deux variables aléatoires.* Note de M. **Maurice Fréchet**, transmise par M. Émile Borel.

Convergence probable. — Conformément à notre dernière Note [1], nous disons qu'une suite de variables aléatoires $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ (définies sur la même catégorie d'épreuves) converge *probablement* vers la variable *aléatoire* X, lorsque la probabilité pour que $|X - X_n| \geqq a$ tend vers zéro, pour toute valeur fixe positive de a, en même temps que $\frac{1}{n}$.

Autre propriété. — Appelons, d'autre part, *écart moyen d'ordre* $r (> 0)$ de X_n avec le nombre certain ϖ, la quantité

$$\mu_n^{(r)} = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} |x - \varpi|^r \, dF_n(x)\right]^{\frac{1}{r}},$$

où $F_n(x)$ est la probabilité que $X_n \leqq x$.

Puisque $F_n(x)$ converge vers $F(x)$, fonction de probabilité totale de X, sauf peut-être en un ensemble dénombrable de valeurs de x, il est naturel de se demander si $\mu_n^{(r)}$ ne tend pas, lorsque n croît indéfiniment, vers l'écart moyen d'ordre r, $\mu^{(r)}$ de X avec ϖ.

On peut démontrer que c'est bien ce qui a lieu si les X_n et X restent toujours compris entre deux nombres certains indépendants de n.

Dans le cas contraire, on peut donner des exemples où $\mu^{(r)}$ et les $\mu_n^{(r)}$ étant

[1] *Sur la convergence probable* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 213).

finis, la suite $\mu_1^{(r)}, \mu_2^{(r)}, \ldots, \mu_n^{(r)}, \ldots$: 1° n'est pas convergente ; 2° est convergente, mais vers une limite $\neq \mu^{(r)}$; 3° tend vers l'infini.

Ces exemples sont susceptibles de donner de l'intérêt au résultat suivant :

Quand la variable aléatoire X_n *tend probablement vers* X :

I. *Si* $\mu^{(r)}$ *est infini, la suite des* $\mu_n^{(r)}$ *— finis ou non — tend vers l'infini.*

II. *Si* $\mu^{(r)}$ *est fini, la plus petite des limites de la suite des* $\mu_n^{(r)}$ *est au moins égale à* $\mu^{(r)}$.

III. *Si* $\mu^{(r)}$ *est fini, la condition nécessaire et suffisante pour que la suite des* $\mu_n^{(r)}$ *converge vers* $\mu^{(r)}$ *est que, non seulement les intégrales*

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x - w|^r \, dF_n(x)$$

soient finis à partir d'un certain rang n, mais encore que ces intégrales soient, à partir d'un certain rang n, les limites uniformes *des intégrales*

$$\int_a^b |x - w|^r \, dF_n(x)$$

quand a et b tendent simultanément vers $-\infty$ *et* $+\infty$.

L'espace des variables aléatoires. — Étant donnée une certaine catégorie d'épreuves, toute variable aléatoire X définie sur cette catégorie peut être considérée comme un élément ou point abstrait d'un certain espace où une suite d'éléments X_n est considérée comme convergente vers l'élément X quand la variable aléatoire X_n tend *probablement* vers la variable aléatoire X. En outre, deux variables aléatoires ne seront considérées comme deux éléments distincts que si elles ne sont pas « presque toujours » égales.

Distance. — On pourrait démontrer directement qu'un tel espace est un espace ($\mathcal{L}$) (¹). Mais c'est une des conséquences de la proposition plus précise suivante :

L'espace des variables aléatoires est un espace ($\mathcal{D}$) affine complet connexe (¹).

Pour démontrer que c'est un espace distanciable (¹), il suffit de montrer qu'on peut définir la convergence probable par l'intermédiaire d'une définition de la « distance ». La plus ou moins grande complexité de la définition adoptée pour la distance est d'ailleurs, ici, secondaire. En généralisant la définition que nous avons donnée pour la « distance » de deux fonctions mesurables, on arrive naturellement à la suivante.

(¹) Pour les définitions de ces termes, voir M. Fréchet, *Les espaces abstraits*, Gauthier-Villars, 1928.

En désignant par $(X, Y)_a$ la probabilité que $|X - Y| \geqq a$, *nous appellerons « distance » de deux variables aléatoires* X, Y, *la borne inférieure* (X, Y) *de* $a + (X, Y)_a$ *quand le nombre positif arbitraire a varie.*

Propriétés. — La distance, ainsi définie, jouit des propriétés qui conditionnent pour nous la notion de « distance » :

I. On a $(X, Y) = (Y, X) \geqq 0$. II. Il est équivalent de dire que (X, Y) est nul ou de dire que X et Y sont « presque toujours » égaux. III. Pour que X_n tende *probablement* vers X, il faut et il suffit que la distance (X_n, X) tende vers zéro. IV. Pour trois variables aléatoires quelconques X, Y, Z on a

$$(X, Y) \leqq (X, Z) + (Z, Y).$$

On voit sans difficulté que cet espace est affine en faisant correspondre exactement, par définition, les opérations vectorielles $X + Y$, $\alpha . X$ aux opérations algébriques désignées par les mêmes symboles où X, Y sont deux variables aléatoires et α un nombre certain.

L'ensemble de nos deux Notes sur les variables aléatoires est développé dans un Mémoire qui paraîtra prochainement.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE PROJECTIVE. — *Sur les faisceaux de réseaux conjugués.* Note de M. **Lucien Féraud**.

Une famille à un paramètre de réseaux conjugués sur une surface forme un *faisceau* lorsqu'elle possède la propriété suivante : deux réseaux arbitrairement choisis dans la famille définissent en chaque point quatre tangentes dont le rapport anharmonique est constant, c'est-à-dire indépendant du point considéré. Cette définition a été donnée pour la première fois par M. Wilczynski (¹). Depuis, M. E.-P. Lane l'a reprise dans plusieurs Mémoires (²) et a en particulier désigné par faisceau de Darboux-Segré celui qui comprend les courbes de ce nom convenablement associées. Il paraît naturel en vue des problèmes d'applicabilité projective de rapprocher ces notions de celle de *réseau conjugué de déformation projective*, défini sur toute surface R par M. E. Cartan (³); on est alors conduit aux résultats qui suivent.

(¹) *American Journal of Mathematics*, **42**, 1920, p. 216.

(²) *Transactions of the Amer. Math. Society*, **23**, 1922, p. 283, et **28**, 1926, p. 149. — Voir aussi *Bulletin of the Amer. Math. Society*, **34**, 1928, p. 453 et p. 737.

(³) *Sur la déformation projective des surfaces* (*Annales de l'École Normale supérieure*, 3ᵉ série, **37**, 1920, p. 292).

Les surfaces asymptotico-isothermes ayant une forme φ_2 de courbure nulle admettent un faisceau composé d'∞^1 réseaux conjugués de déformation projective (nous dirons pour abréger faisceau de déformation et de même réseau de déformation). Avec les notations du Mémoire cité de M. E. Cartan ce réseau est défini par

$$d\xi^2 = k\,d\eta^2 \qquad (k = \text{const.})$$

(ξ et η étant des coordonnées convenablement choisies sur les asymptotiques) et les surfaces caractérisées par $\mu = \nu = \frac{1}{2}$. On montre qu'elles sont les seules à posséder un tel faisceau en considérant successivement les surfaces à ∞^2 et à ∞^1 réseaux de déformation.

Pour une surface R_0 le réseau de déformation ou suivant les cas un des réseaux de déformation appartient au faisceau de Darboux-Segré. Cette propriété ne peut encore avoir lieu que pour une autre catégorie de surfaces : les asymptotico-isothermes pour lesquelles la courbure de φ_2 ainsi que les deux invariants α, β sont des constantes, ce sont les surfaces admettant un groupe à deux paramètres de déformation projective. Plus particulièrement les surfaces de coïncidence contiennent un faisceau de déformation qui se confond avec celui de Darboux-Segré et ce sont les seules surfaces possédant cette propriété.

Les courbes de Wilczynski données par

$$\lambda\omega_1^2 - (\mu - \nu)\,\omega_1\omega_2 - \rho\omega_2^2 = 0$$

ne sont conjuguées que pour les surfaces asymptotico-isothermes. Un réseau de déformation et le réseau de Wilczynski peuvent appartenir à un même faisceau si

$$\frac{\mu}{\nu} = a\frac{\lambda}{\rho} \qquad (a = \text{const.}).$$

Ce faisceau ne coïncidera avec celui de Darboux-Segré que pour les surfaces admettant un groupe projectif à deux paramètres ou pour celles qui avec un groupe projectif à un paramètre ont encore un groupe de déformation projective à un paramètre. Si l'on considère parmi ces surfaces celles qui sont de coïncidence elles sont définies par

$$x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}x_3^{\alpha_3}x_4^{\alpha_4} = 1 \qquad (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 0)$$

et ce sont les seules pour lesquelles le faisceau de déformation coïncide avec celui de Darboux-Segré et comprend le réseau de Wilczynski. Il faut naturellement exclure dans l'énoncé de ces deux derniers résultats les surfaces

caractérisées par $\lambda = \rho = 0$ pour lesquelles les courbes de Wilczynski sont indéterminées.

Si l'on veut seulement que le réseau de Wilczynski fasse partie du faisceau de déformation, on obtient des surfaces qui se déduisent de la classe de celles qui admettent un faisceau en prenant dans les formules ([1]) qui donnent celles-ci pour polynomes X et Y des binomes linéaires.

On peut encore obtenir tous les invariants attachés à ces surfaces en se reportant aux expressions explicitement données ([2]) par MM. Fubini et Čech dans lesquelles on suppose également U et V linéaires.

Remarquons que les propriétés précédentes ont été établies avec leurs réciproques et, par suite, permettent de caractériser géométriquement diverses catégories de surfaces classiques en géométrie différentielle projective.

ANALYSIS SITUS. — *Généralisation d'un théorème de H. A. Schwarz.* Note de M. **Frank Loebell**, présentée par M. Hadamard.

On sait que chaque surface riemannienne fermée du genre $p > 1$ n'admet qu'un nombre fini de représentations conformes en elle-même; ce théorème est capable de l'extension suivante : Les mouvements univoques d'une surface clifford-kleinéenne ([3]) à caractéristique eulérienne finie et positive forment un groupe fini. Cette proposition est aussi valable pour les « surfaces non killingiennes » ([4]) à caractéristique finie et positive; elle peut être fausse, si la caractéristique est infinie, comme on peut montrer facilement au moyen d'exemples. La démonstration s'appuie sur le fait que toutes les lignes géodésiques fermées d'une surface non killingienne à caractéristique finie et positive, dont les périmètres ont une borne supérieure donnée, sont situées à l'intérieur d'un certain domaine dont tous les points sont à une distance bornée d'un point arbitrairement choisi et qui forme

---

(1) E. Cartan, *loc. cit.*, p. 306.

(2) *Geometria proiettiva differenziale*, Bologna, 1, 1926, p. 365-370.

(3) P. Koebe, *Riemannsche Mannigfaltigkeiten und nichteuklidische Raumformen*, II und III Mitteilung (*Sitz. ber. d. Preuss. Akad. d. Wiss.*, 23, 1928, p. 345-384 et 385-442), et la Thèse de F. Loebell, *Die überall regulären unbegrenzten Flächen fester Krümmung* (Tübingen, 1927).

(4) H. Hopf, *Zum Clifford-Kleinschen Raumproblem* (*Math. Annal.*, 95, 1926, p. 315).

une portion de la « partie finie » [1] (« Binnenteil ») de la surface; à l'aide de cet énoncé on peut démontrer que le nombre de ces lignes est fini.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Le problème de Dirichlet pour les systèmes d'équations du type elliptique et l'extention d'une relation fonctionnelle de M. Hadamard.* Note de M. **Nicolas Cioranesco**, présentée par M. Hadamard.

J'ai montré dans une Note précédente [2] comment on peut résoudre le problème de Dirichlet pour les systèmes d'équations aux dérivées partielles du second ordre, en adjoignant à ce système un autre qui contient des paramètres. Comme je le fait remarquer à la fin de cette Note, on peut traiter ce même problème d'autre manière, en adjoignant au système donné (de n équations) n autres systèmes, mais sans paramètres. Pour simplifier considérons le cas $n=2$ et le système

$$(1)\quad \begin{cases} L_1 \equiv \Delta u_1 + \vec{a}_1 . \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, u_1 + \vec{b}_1 . \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, u_2 + c_{11} u_1 + c_{12} u_2 = f_1, \\ L_2 \equiv \Delta u_2 + \vec{a}_2 . \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, u_1 + \vec{b}_2 . \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, u_2 + c_{21} u_1 + c_{22} u_2 = f_2, \end{cases}$$

auquel on fait correspondre le système

$$(2)\quad \begin{cases} M_1 \equiv \Delta v_1 - \mathrm{div}\left[v_1\left(\overrightarrow{b_1 + b_2}\right)\right] - \mathrm{div}\left(v_2 \vec{b}_1\right) + (c_{12} + c_{22}) v_1 + c_{12} v_2, \\ M_2 \equiv \Delta v_2 - \mathrm{div}\left[v_1\left(\overrightarrow{a_1 + a_2 - b_1 - b_2}\right)\right] - \mathrm{div}\left[v_2\left(\overrightarrow{a_1 - b_1}\right)\right] \\ \qquad + (c_{11} + c_{21} - c_{12} - c_{22}) v_1 + (c_{11} - c_{12}) v_2 \end{cases}$$

et le suivant

$$(3)\quad \begin{cases} N_1 \equiv \Delta w_1 + \mathrm{div}\left[w_1\left(\overrightarrow{a_2 - b_2}\right)\right] + \mathrm{div}\left[w_2\left(\overrightarrow{a_1 + a_2 - b_1 - b_2}\right)\right] \\ \qquad + (c_{22} - c_{21}) w_1 + (c_{12} + c_{22} - c_{11} - c_{21}) w_2, \\ N_2 \equiv \Delta w_2 - \mathrm{div}\left(w_1 \vec{a}_2\right) - \mathrm{div}\left[w_2\left(\overrightarrow{a_1 + a_2}\right)\right] + c_{21} w_2 + (c_{11} + c_{21}) w_2, \end{cases}$$

entre lesquels on a les relations

$$\begin{aligned} (\mathrm{I})\qquad & v_1 L_1 - u_1 M_1 + v_2 L_1 - u_1 M_2 + v_1 L_2 - u_2 M_1 \\ & = \mathrm{div}\Big[(v_1 + v_2)\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, u_1 - u_1 \overrightarrow{\mathrm{grad}}(v_1 + v_2) + v_1 \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, u_2 - u_2 \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, v_1 \\ & \qquad + u_1 v_1\left(\overrightarrow{a_1 + a_2}\right) + u_1 v_2 a_1 + u_2 v_1\left(\overrightarrow{b_1 + b_2}\right) + u_2 v_2 \vec{b}_1\Big], \end{aligned}$$

---

[1] J. Hadamard, *Les surfaces à courbures opposées et leurs lignes géodésiques* (*Journ. Math. pures et appl.*, 5e série, 4, 1898, p. 62), et F. Loebell, *Thèse*, p. 75.

[2] Voir *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 31.

et une relation analogue (II) déduite par permutations circulaires entre les systèmes (1) et (3). Ces deux relations permettent de résoudre le problème de Dirichlet pour le système (1) en prenant pour (v_1, v_2) et (w_1, w_2) des solutions fondamentales (ou élémentaires d'après M. Hadamard) des systèmes

$$M_1 = M_2 = 0 \quad \text{et} \quad N_1 = N_2 = 0.$$

Soient $G_1(M, P)$, $G_2(M, P)$ et $J_1(M, P)$, $J_2(M, P)$ ces solutions. On trouve alors pour le système (1) homogène (pour simplifier) les expressions suivantes des solutions :

$$(4) \quad \begin{cases} u_1(M) = \dfrac{1}{3k_\nu}\left\{ 2\displaystyle\int_\Sigma \left[u_1\left(\dfrac{dG_1}{dn} + \dfrac{dG_2}{dn}\right) + u_2\dfrac{dG_1}{dn}\right] d\sigma_P \right. \\ \qquad\qquad \left. - \displaystyle\int_\Sigma \left[u_2\left(\dfrac{dJ_1}{dn} + \dfrac{dJ_2}{dn}\right) + u_2\dfrac{dJ_2}{dn}\right] d\sigma_P \right\}, \\ u_2(M) = \dfrac{1}{3k_\nu}\left\{ 2\displaystyle\int_\Sigma \left[u_2\left(\dfrac{dJ_1}{dn} + \dfrac{dJ_2}{dn}\right) + u_1\dfrac{dJ_2}{dn}\right] d\sigma_P \right. \\ \qquad\qquad \left. - \displaystyle\int_\Sigma \left[u_1\left(\dfrac{dG_1}{dn} + \dfrac{dG_2}{dn}\right) + u_2\dfrac{dG_1}{dn}\right] d\sigma_P \right\} \\ \text{où } k_2 = 2\pi, \qquad k_\nu = \dfrac{\nu\pi^{\frac{\nu}{2}}}{(\nu-2)\,\Gamma\left(\dfrac{\nu}{2}+1\right)} \qquad (\nu > 2). \end{cases}$$

On peut se demander s'il n'existe pas des systèmes pour lesquels les deux systèmes $(M_1 M_2)$ et $(N_1 N_2)$ se réduisent à un seul. On voit facilement que cela arrive pour le système

$$(5) \quad \begin{cases} L_1 \equiv \Delta u_1 + \vec{a}.\overrightarrow{\text{grad}}\, u_1 + \vec{b}.\overrightarrow{\text{grad}}\, u_2 + c_1 u_1 + c_2 u_2 = f_1, \\ L_2 \equiv \Delta u_2 - \vec{b}.\overrightarrow{\text{grad}}\, u_1 + (\overrightarrow{a - b})\, \overrightarrow{\text{grad}}\, u_2 - c_2 u_1 + (c_1 - c_2)\, u_2 = f_2. \end{cases}$$

Pour un tel système $J_1 \equiv G_1$ et $J_2 \equiv G_2$ et les formules (4) se simplifient. De plus, si l'on appelle $H_1(M, P)$, $H_2(M, P)$ les solutions élémentaires nulles sur Σ du système $L_1 = 0$, $L_2 = 0$, alors la relation d'échange des arguments prend dans ce cas la forme simple :

$$G_1(M; P) = H_1(P; M); \qquad G_2(M; P) = H_2(P; M).$$

Ce fait permet une extension immédiate de la formule qui donne la variation de la fonction de Green pour une déformation du contour, due à M. Hada-

mard ([1]) et qui est (pour deux dimensions)

$$\delta g(\mathrm{A}, \mathrm{B}) = -\frac{1}{2\pi}\int_{\mathrm{C}} \frac{dg(\mathrm{A}, \mathrm{M})}{dn}\,\frac{dg(\mathrm{M}, \mathrm{B})}{dn}\,\delta n\, ds. \tag{6}$$

De la même manière on trouve pour les variations des solutions élémentaires nulles sur le contour, du système adjoint au système (5) les expressions :

$$\begin{aligned}\delta\mathrm{G}_1(\mathrm{A}, \mathrm{B}) = -\frac{1}{6\pi}\int_{\mathrm{C}} \Bigg[& 2\,\frac{d\mathrm{G}_1(\mathrm{A}, \mathrm{M})}{dn}\,\frac{d\mathrm{G}_1(\mathrm{M}, \mathrm{B})}{dn} + \frac{d\mathrm{G}_2(\mathrm{A}, \mathrm{M})}{dn}\,\frac{d\mathrm{G}_2(\mathrm{M}, \mathrm{B})}{dn} \\ & + \frac{d\mathrm{G}_2(\mathrm{A}, \mathrm{M})}{dn}\,\frac{d\mathrm{G}_1(\mathrm{M}, \mathrm{B})}{dn} + \frac{d\mathrm{G}_1(\mathrm{A}, \mathrm{M})}{dn}\,\frac{d\mathrm{G}_2(\mathrm{M}, \mathrm{B})}{dn}\Bigg]\delta n\, ds, \\ \delta\mathrm{G}_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}) = -\frac{1}{6\pi}\int_{\mathrm{C}} \Bigg[& 2\,\frac{d\mathrm{G}_2(\mathrm{A}, \mathrm{M})}{dn}\,\frac{d\mathrm{G}_2(\mathrm{M}, \mathrm{B})}{dn} + \frac{d\mathrm{G}_1(\mathrm{A}, \mathrm{M})}{dn}\,\frac{d\mathrm{G}_2(\mathrm{M}, \mathrm{B})}{dn} \\ & + \frac{d\mathrm{G}_2(\mathrm{A}, \mathrm{M})}{dn}\,\frac{d\mathrm{G}_1(\mathrm{M}, \mathrm{B})}{dn} - \frac{d\mathrm{G}_1(\mathrm{A}, \mathrm{M})}{dn}\,\frac{d\mathrm{G}_2(\mathrm{M}, \mathrm{B})}{dn}\Bigg]\delta n\, ds.\end{aligned}$$

qui peuvent fournir de la même manière que (6) des solutions pour certains systèmes d'équations fonctionnelles.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur le mouvement d'un cylindre dans un fluide visqueux*. Note ([2]) de M. **A. Gay**, présentée par M. G. Kœnigs.

Nous allons exposer quelques résultats qui compléteront ceux obtenus dans ma Note antérieure ([3]).

I. Prenons d'abord le cas d'un cercle de rayon ρ_0, en translation, suivant Ox; on peut poser

$$\mathrm{P} = \frac{x}{\rho^2}\,\alpha(t), \qquad \Phi = \frac{y}{\rho^2}\,\mathrm{F}(\rho, t).$$

Φ vérifie (C) si l'on prend

$$\mathrm{F} = \int_0^t f(\theta)\, e^{-\frac{\rho^2}{4\theta}}\, d\theta.$$

D'après les conditions (2)

$$\alpha(t) = \rho_0^2\, \varepsilon(t) - \mathrm{F}(\rho_0, t)$$

([1]) *Comptes rendus*, 136, 1903, p. 351-354, et *Calcul des variations*, p. 303 (Herman, 1910).

([2]) Séance du 21 janvier 1929.

([3]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 143-145.

et $f(t)$ est définie par

$$\int_0^t f(\theta)\frac{e^{-\frac{\rho_0^2}{4\tau}}}{4\tau}d\theta = -\varepsilon(t),$$

équation trouvée par M. Boussinesq. La résistance du liquide est

$$X = -\pi\rho_0^2\varepsilon'_t + 2\pi\rho_0\frac{\partial F(\rho_0, t)}{\partial t}.$$

Dans le cas du cercle en rotation, P et Φ sont fonctions de ρ et t; P est donc nul; on prend

$$\Phi = \int_0^t \varphi(\theta)\frac{e^{-\frac{\rho^2}{4\tau}}}{\tau}d\theta,$$

et si $r_0 = 0$, φ vérifie

$$\int_0^t \varphi(\theta)\frac{e^{-\frac{\rho_0^2}{4\tau}}}{2\tau^2} = -r(t),$$

équation analogue à celle de M. Boussinesq. Le couple résistant est

$$N = -3\pi\rho_0^2\left[\mu\, r(t) + \frac{1}{2}\frac{\partial\Phi(\rho_0, t)}{\partial t}\right].$$

II. On pose dans la suite :

$$|f.g| = \int f(M) + g(M).d\omega_M,$$

l'intégrale étant étendue à la partie du plan extérieur à σ. Pour certaines valeurs λ_n, les équations (E′) déduites de (E) en remplaçant $\frac{\partial V}{\partial t}$ par $-\lambda.V$, ont des solutions φ_n, ψ_n, π_n non identiquement nulles; φ_n et ψ_n s'annulant sur σ et comme $\frac{1}{\rho^{1+\varepsilon}}$ à l'infini. On montre que λ_n est réel et positif et que $|\varphi_n.\psi_n| = 0$.

Posons dans

(E′) $\qquad V = \Sigma\lambda^n.V_n, \qquad p = \Sigma\lambda^n p_n$

et déterminons $V_n(u_n, v_n)$ et p_n de façon que V_n soit nul sur σ; V_0 étant telle que V_n et p_n s'annulent à l'infini comme les solutions fondamentales. La constante de Schwartz $A_n = |u_p.u_q + v_p.v_q|$ avec $p+q = n$ est positive et non nulle. On en conclut que $A(\lambda) = \Sigma A_n.\lambda^n$ a une convergence limitée et qu'il existe au moins une constante caractéristique et une solution fondamentale.

On détermine de proche en proche les autres λ_n et les autres solutions fondamentales. Soit

$$\Phi = \Sigma\alpha_n.\varphi_n; \quad \psi = \Sigma\alpha_n\psi_n; \quad A = \{(\Delta_1\Phi)^2 + (\Delta_1\psi)^2\}; \quad B = \{\Phi^2 + \psi^2\};$$

on montre, en étendant un lemme de Poincaré (*Rend. di Palermo*, 1894), que $\frac{A}{B} > L_n$; L_n croissant comme $n - \lambda_n$ croît indéfiniment et $\sum \frac{1}{\lambda_n^p}$ converge pour $p > 1$.

III. Soit $V'(u'v')$ et p' la solution du système qui définit le mouvement permanent des liquides visqueux; V' se réduisant à V_t sur σ; V' et p' s'annulant à l'infini. Posons $V = V' + V''$ $p = p' + p''$; V'' et p'' vérifient le système déduit de (E) en remplaçant T par $-\frac{\partial V'}{\partial t}$; V'' s'annule sur σ et V'' et p'' à l'infini. La solution est donnée par

$$V'' = \Sigma C_n(t).V_n, \quad p'' = \Sigma C_n(t).\pi_n$$

si $C_n(t)$ vérifie l'équation

$$\frac{dC_n}{dt} + \lambda_n.C_n = \frac{dA_n}{dt} \quad \text{où} \quad A_n = -\{u'.\varphi_n + v'.\psi_n\},$$

C_n étant tel que $V''_0 = V_0 - V'_0 - C_n$ est de l'ordre de $\frac{1}{\lambda_n}$ et les projections de V'' sont définies par deux séries absolument et uniformément convergentes.

ASTRONOMIE. — *Détermination du pôle galactique d'après les données des Selected Areas.* Note de M. **Jules Baillaud**, présentée par M. H. Deslandres.

A la suite d'une étude sur la distribution des étoiles dans la zone de Paris de la Carte du Ciel, j'ai montré [1] que les coordonnées de Gould du pôle galactique, prises par Kapteyn comme base de ses études d'astronomie sidérale, ne s'accordent pas avec les données de cette zone. Depuis lors M. F. Seares, de l'Observatoire du Mont Wilson, a tiré de nouvelles positions du pôle galactique, fonctions de la magnitude, d'une discussion complexe de dénombrements de données de la Carte du Ciel et des Selected Areas, auxquels il demande à la fois les coordonnées du pôle galactique et la position du

(1) *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 144.

Soleil dans l'amas galactique. Cette dernière détermination fait nécessairement intervenir des hypothèses difficiles à vérifier sur la constitution du monde sidéral. Il m'a paru intéressant d'appliquer aux dénombrements des Selected Areas la méthode directe de détermination du pôle galactique que j'avais appliquée aux données de la Carte du Ciel.

Cette méthode très simple ne fait intervenir que ces seules hypothèses : il existe un plan qui, en première approximation, est plan de symétrie pour l'amas galactique; le Soleil se trouve à peu de distance de ce plan; la symétrie du monde sidéral par rapport à ce plan se traduit par une symétrie dans le nombre des étoiles par degrés carrés.

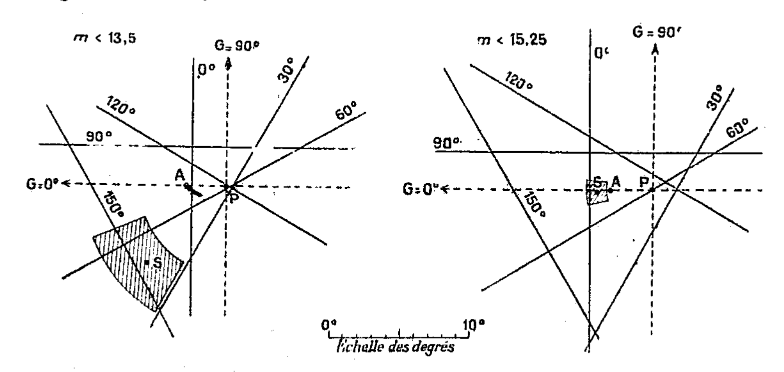
Nous appellerons pôle galactique le pôle du plan de symétrie, et pôle pseudo-galactique le point de la voûte céleste admis par Gould comme pôle galactique ($AR = 190°,3 \quad D = +27°,3$).

Dénombrons les étoiles suivant des zones dont les plans centraux se coupent sur l'axe pseudo-galactique; pour chacune de ces zones traçons la courbe reliant le nombre des étoiles aux latitudes pseudo-galactiques. Cette courbe présentera deux maxima correspondant aux passages de la zone dans le plan galactique. Si le pôle pseudo-galactique coïncidait avec le pôle galactique, les latitudes pseudo-galactiques de ces maxima seraient égales. Si ces latitudes sont inégales, leur demi-différence donne la distance p entre le pôle pseudo-galactique et la projection du pôle galactique sur le plan central de la zone. Le pôle galactique se trouvera donc sur un grand cercle perpendiculaire au plan central en un point de colatitude p.

Avec l'aide dévouée de mes collègues du Service de la Carte du Ciel, que je tiens à remercier ici, j'ai dénombré par magnitudes les étoiles des 206 aires des Selected Areas. J'ai réparti ces aires dans six zones de 30° de large dont les grands cercles centraux ont pour longitudes galactiques 0°, 30°, 60°, 90°, 120°, 150°. Pour chacune de ces zones j'ai déterminé p.

Pour trouver la position du pôle galactique, j'ai employé un procédé graphique analogue à celui qu'on utilise en topométrie pour résoudre le problème du relèvement. Soit P le pôle pseudo-galactique; le plan de la figure représentera le plan tangent à la sphère céleste en P. Sur les droites passant par P, traces des plans centraux des zones, portons dans un sens convenable les longueurs p. Aux points obtenus élevons des perpendiculaires aux traces. Chacune de ces perpendiculaires est le lieu du pôle galactique satisfaisant le mieux aux données d'une zone. Si l'amas galactique avait réellement un plan de symétrie, tous ces lieux devraient se couper en un même point qui figurerait le pôle galactique.

La figure représente les graphiques obtenus lorsqu'on arrête les dénombrements aux étoiles de magnitude 13,50 et 15,25. Les différents lieux ne se coupent pas en un point. On obtiendra la position du pôle moyen en



recherchant le point pour lequel la somme des carrés des distances aux divers lieux est un minimum. Le point A est celui qui répond le mieux au problème. En S se trouve la position admise par Seares. L'aire hachurée représente la région d'incertitude de S. Les deux graphiques ne sont pas entièrement semblables; cependant il nous semble, contrairement à l'opinion de Seares, qu'on peut déduire de l'un et de l'autre la même position du pôle. Cette position serait :

$$AR = 193^{\circ},7; \qquad D = +27^{\circ},1.$$

Le cercle d'incertitude de ce point a environ 2° de diamètre. Mais il s'agit d'un pôle moyen pour toutes les zones. En réalité ce n'est qu'en première approximation qu'on peut attribuer à l'amas galactique un plan de symétrie. Cette première approximation devient très trompeuse lorsqu'on cherche, comme l'ont fait Kapteyn et ses émules, à lier à ce plan une distribution numérique moyenne des étoiles par latitudes galactiques et par magnitudes. Divers auteurs ont déjà signalé que la condensation stellaire vers le plan galactique dépend de la longitude. Le mode de discussion que j'ai employé met clairement en évidence que pour les diverses longitudes, non seulement la valeur de la condensation varie, mais aussi le plan de plus grande condensation. Ces deux variations sont telles qu'elles enlèvent toute précision à l'utilisation pratique d'un tableau de distribution stellaire moyenne.

La surface de plus grande condensation est une surface gauche présentant des ondulations particulièrement marquées dans les longitudes galactiques 90°, 150°, 270°, 330°.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Emploi du spectrohéliographe à la détermination du niveau des vapeurs de la couche renversante ou partie basse de la chromosphère solaire.* Note de M. L. **d'Azambuja**, présentée par M. H. Deslandres.

Quelques raies du spectre solaire se prolongent au bord de l'astre extérieurement à la limite du spectre continu et révèlent ainsi que les vapeurs auxquelles elles appartiennent conservent encore un éclat notable à de grande hauteurs au-dessus de la surface. La mesure des saillies des raies permet d'estimer les niveaux atteints. On a trouvé ainsi que le calcium ionisé (K) et l'hydrogène (H_α) s'élevaient à 5000 ou 6000^{km} environ.

Cependant, pour la plupart des éléments, les raies observables sont produites dans la partie basse de la chromosphère appelée *couche renversante* et n'offrent pas de saillie sensible au bord. Nous n'avons d'indications sur leurs niveaux que par les photographies du *spectre-éclair*, obtenues au prisme-objectif, pendant les éclipses totales de Soleil, quand le disque de celui-ci est tangent intérieurement au disque de la Lune. Le spectre d'émission des vapeurs apparaît alors sous forme de minces croissants qui sous-tendent un angle d'autant plus grand que les vapeurs sont elles-mêmes plus élevées.

Il semble toutefois que les niveaux, évalués par ce procédé, soient toujours nettement supérieurs [1] à ceux que pourrait révéler l'observation en temps ordinaire, où la lumière diffuse du ciel masque probablement les parties les plus élevées des vapeurs, d'un éclat beaucoup plus faible que les parties basses.

Les niveaux, en dehors des éclipses, des éléments de la couche renversante, restent donc mal déterminés. J'ai pensé qu'on pourrait peut-être les préciser à l'aide du spectrohéliographe, en comparant les diamètres des

---

[1] S.-A. Mitchell a dressé une liste très complète des niveaux des vapeurs, d'après les mesures effectuées sur d'excellents clichés du spectre-éclair, pris par lui pendant l'éclipse du 30 août 1905 (*Astrophysical Journal*, 38, 1913, p. 407). Il trouve que le calcium ionisé (K) atteint 14000^{km} et que plusieurs éléments de la couche renversante s'élèvent au delà de 5000^{km}. Or, une saillie de 5000^{km} se voit aisément au bord solaire, en dehors des éclipses.

images formées successivement par la lumière d'une raie et par celle du spectre continu voisin [1].

La méthode présente l'avantage de faire intervenir deux fois l'épaisseur à mesurer et, par suite, de doubler la précision de la mesure. Elle permet aussi d'éliminer une des causes pour lesquelles les saillies des raies sont habituellement invisibles, savoir : la grande différence d'éclat entre ces saillies et le spectre continu. On peut, en effet, graduer les poses des images à comparer de manière à donner à celles-ci des intensités sensiblement égales.

Je l'ai appliquée d'abord à sept raies de la couche renversante; puis, plus récemment, à deux raies infrarouges du calcium ionisé; enfin, à titre de comparaison, à la raie violette K de ce dernier élément, dont la saillie a été directement mesurée par divers observateurs. L'appareil employé était le grand spectrohéliographe de Meudon, souvent décrit [2], dont la forte dispersion (0,7 à 1,7 angström par millimètre, suivant la région du spectre utilisée) permet d'obtenir des images avec une fente sélectrice notablement plus fine que les raies à étudier.

Plusieurs séries de clichés ont été faites pour une même raie; chaque série comprenant un certain nombre d'images obtenues alternativement avec l'une ou l'autre des deux lumières à comparer. Il était nécessaire, pour que les variations de mise au point, dues à l'échauffement irrégulier des miroirs du cœlostat, restent négligeables au cours d'une même série, que celle-ci fût obtenue dans un temps assez court. A cet effet, chaque image était limitée à une portion étroite contenant le diamètre vertical de l'astre, dont les deux extrémités passent simultanément sur la première fente de l'instrument. C'est seulement sur ce diamètre, dont la longueur ne peut être influencée par les imperfections de marche du cœlostat et des moteurs assurant l'enregistrement, qu'ont porté les mesures. Celles-ci effectuées par Mlle M. Roumans (R) et par moi-même (A) ont donné les résultats suivants, les écarts maxima ne dépassant pas, pour chaque raie, $0{,}4.10^3$ km.

---

(1) M. Deslandres a noté, en 1905, que le diamètre des images du calcium (K_2) était un peu plus grand que celui des images du disque, obtenues sans spectroscope (*Bulletin astronomique*, **22**, 1905, p. 309).

(2) Voir, en particulier, H. Deslandres, *Sur une solution générale du spectrohéliographe* (*Comptes rendus*, **148**, 1909, p. 968).

Éléments et λ.	Intensités de Rowland.	Diamètres des images mesurées (Photosphère).	Niveaux au spectrohéliographe. R.	Niveaux au spectrohéliographe. A.	Niveaux d'après le spectre-éclair (Mitchell).
		mm	km	km	km
Mg 3838......	25	38,9	$2,3.10^3$	$2,0.10^3$	$7,0.10^3$
Sr^+ 4078......	8	57,5	1,8	1,6	6,0
Fe 4202......	8	57,6	0,8	0,7	0,6
Ca 4227......	20	57,7	1,6	1,6	5,0
Fe 4384......	15	57,7	1,3	1,1	1,6
Mg 5184......	30	58,6	1,1	0,9	1,2
Na 5890......	30	59,1	1,2	1,0	1,0
Ga^+ 8498......	-	40,4	1,7	1,4	-
Ca^+ 8542......	-	40,5	2,7	2,3	-
K_3............	-	86,7	5,2	5,1	14,0
K_2............	-	86,7	3,6	3,7	-

Pour les sept premières raies, les niveaux, au spectrohéliographe, varient comme ceux déterminés par Mitchell pendant l'éclipse du 30 août 1905; mais l'amplitude des variations est beaucoup plus réduite. Les hauteurs correspondant aux deux raies infrarouges du calcium ionisé sont un peu plus faibles que celles résultant des observations de C. Davidson ([1]) faites, en temps ordinaire, avec un spectrographe à fente. Enfin, le niveau trouvé pour K_3 est en bon accord avec les mesures de la saillie de cette raie, effectuées par C.-E. Saint-John au Mont Wilson ([2]).

Ces résultats, déduits d'un petit nombre d'observations, sont présentés comme provisoires. Ils mettent en évidence, néanmoins, que pour la mesure des faibles niveaux où le simple spectroscope se révèle insuffisant, le spectrohéliographe peut apporter des indications intéressantes.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la rectification par les mauvais contacts purement métalliques*. Note ([3]) de M. **H. Pélabon**, présentée par M. G. Ferrié.

On invoque généralement la dissymétrie des contacts imparfaits pour rendre compte de leurs propriétés rectifiantes.

Il existe cependant des contacts qui paraissent symétriques, qui ont dans

---

([1]) C. Davidson, *Monthly Notices of the R. A. S.*, 88, 1927, p. 30.

([2]) C.-E. St-John, *Astrophysical Journal*, 32, 1910, p. 65.

([3]) Séance du 21 janvier 1929.

des circonstances particulières une caractéristique symétrique et qui sont notablement rectifiants.

Un tel contact est composé de deux cylindres identiques en acier, posés simplement l'un sur l'autre. Les faces en regard parfaitement polies sont maintenues à une distance très faible par interposition de quelques grains de lycopode ou de poudre de liège. Chaque cylindre porte un fil de cuivre très fin soudé en un point équidistant des bases. Grâce à ces deux fils conducteurs le contact peut être mis en circuit. Le cylindre inférieur repose sur une lame isolante bien stable et formée d'un corps rigide comme le verre ou le quartz.

Une différence de potentiel constante établie entre les deux pièces donne un courant très variable d'un instant à l'autre mais qui est très sensible aux perturbations électromagnétiques. Toute perturbation de ce genre produite dans le voisinage du contact a pour effet d'augmenter momentanément l'intensité du courant.

Nous avons remarqué qu'en produisant à intervalles réguliers et rapprochés (toutes les 30 secondes par exemple) des chocs électromagnétiques toujours dans les mêmes conditions, le contact éprouve au bout d'un certain temps une sorte de fatigue qui le rend de moins en moins cohérable, l'intensité du courant se fixe à une valeur limite constante.

Si alors on change le sens de la différence de potentiel le courant a la même intensité.

Le contact ainsi martelé par des chocs électromagnétiques répétés présente la même résistance dans les deux sens.

Chose curieuse, quand il est dans cet état il est rectifiant et le courant redressé est toujours dirigé vers le cylindre supérieur.

En rétablissant la différence de potentiel constante on retrouve le contact dans l'état où on l'avait amené avant le passage de l'alternatif.

En réalité le contact considéré est dissymétrique, les deux cylindres qui le composent bien qu'identiques ne sont pas identiquement placés, le cylindre supérieur est plus libre que l'autre. Le sens du courant rectifié est en rapport avec cette dissymétrie particulière. Dans tous les cas que nous avons eu à examiner le courant rectifié était dirigé vers la pièce la plus mobile du contact.

Voici du reste une expérience significative : au lieu de supporter le cylindre inférieur sur une lame isolante rigide, posons-la sur un isolant facilement déformable en même temps qu'élastique, un morceau d'étoffe de laine par exemple : la rectification est alors nulle. On observe de temps en

temps un faible courant qui ne dure pas et dont le sens est variable. En rendant les deux pièces à peu près aussi mobiles, nous avons supprimé la rectification.

La force qui produit le mouvement de l'une des pièces du contact est vraisemblablement la pression électrostatique invoquée par Blanc pour l'explication de la cohération. Si la différence de potentiel entre les deux parties du contact est $V = V_0 \cos \omega t$, la pression électrostatique $p = \frac{KV_0^2 \cos^2 \omega t}{8\pi e^2}$ varie comme $\cos 2\omega t$. Les maximums de pression qui correspondent aux minimums de la distance e ont lieu aux instants où V prend les valeurs $\pm V_0$, les minimums aux instants où V est nul.

La nature de la poudre isolante mise entre les deux pièces du contact influe aussi sur l'intensité du courant rectifié. Les grains très élastiques de liège, de licopode, d'oxyde d'argent etc. qui jouent le rôle de ressorts et aident le mouvement de la pièce mobile, donnent un courant rectifié plus intense que les grains de protoxyde d'étain par exemple qui s'écrasent facilement.

Voici enfin une expérience qui montre encore plus nettement l'importance de la mobilité des électrodes sur la rectification. On réalise un détecteur symétrique avec deux sphères d'acier de même diamètre suspendues à des fils de même longueur. Avec le montage très simple que j'ai indiqué (¹) on perçoit très bien les émissions radiotéléphoniques, du moins quand les sphères ne sont pas trop pesantes. Quand celles-ci ont une masse trop grande (billes d'acier de 550^g par exemple) et sont étudiées dans un endroit calme, on observe que la détection a lieu aussitôt le réglage, mais peu après les sons s'évanouissent; il suffit de passer un pinceau très doux sur le support des sphères pour les faire vibrer suffisamment et percevoir de nouveau les émissions pendant quelques minutes. Si la détection cesse c'est que la grande masse des billes amortit rapidement leur mouvement vibratoire.

En résumé : 1° il est possible d'amener un contact métallique dans un état tel qu'il ait la même résistance dans les deux sens et qu'il soit cependant rectifiant (²); 2° la rectification est intimement liée à la mobilité de l'une des pièces du contact.

(¹) *L'Onde électrique*, 5, LII, 1926, p. 142.

(²) Nous avons trouvé le même résultat avec une galène en gros cristaux et un cylindre d'acier simplement posé sur une face.

ÉLECTRICITÉ. — *Effet d'un champ magnétique sur des phénomènes de résonance dans les gaz ionisés.* Note (¹) de M. **Henri Gutton**, présentée par M. G. Ferrié.

Des expériences sur les propriétés des gaz ionisés dans les champs de haute fréquence (²), nous ont montré l'existence d'une bande d'absorption pour des ionisations d'autant plus grandes que la fréquence est plus élevée. Cette bande d'absorption s'explique en admettant que le déplacement d'un électron crée une force de rappel proportionnelle à l'écart ; cette explication est analogue à celle que donne Lorentz des bandes d'absorption dans le spectre lumineux. Nous avons cherché comment est modifiée la bande d'absorption lorsque le gaz ionisé est placé dans un champ magnétique, normal à la direction du champ électrique variable.

Les expériences ont été faites avec le dispositif que nous avons déjà décrit, mais de part et d'autre de la région centrale du tube contenant le gaz ionisé, étaient des bobines dont l'axe coïncidait avec le sien. L'intensité moyenne du champ magnétique, mesurée entre les deux bobines, est 21,5 gauss. Avec les notations déjà employées et pour une onde de $2^{m},487$, les tableaux suivants indiquent les résultats d'une série d'expériences :

Avec un champ de 21,5 gauss.

$l =$ 494^{mm}.....	$i =$ 0$^{micro A}$	D = 355
495.....	0,18	254
495,5....	0,21	195
493,5....	0,27	127
492,5....	0,33	118
491,5....	0,39	140
491,5....	0,58	193
493,5....	0,75	198
496.....	1,08	144
497.....	1,29	67
490,5....	1,50	18
483,5....	1,58	30
481,5....	1,70	60
484,5....	1,96	146
487,5....	2,54	248
488,5....	3,47	315

Sans champ.

$l =$ 494^{mm}.....	$i =$ 0$^{micro A}$	D = 355
495.....	0,46	303
499.....	0,75	225
502,5....	0,87	137
504.....	0,90	47
496,5....	0,97	19
488,5....	1,00	13
474,5....	1,16	20
482,5....	1,71	148
485,5....	2,04	250

(¹) Séance du 21 janvier 1929.

(²) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 156.

Les tableaux, ou mieux les courbes qui représentent en fonction du courant i qui mesure la conductibilité du gaz, la longueur l de résonance de la ligne d'une part, l'intensité D du courant de résonance d'autre part, montrent que a bande d'absorption sans champ magnétique que l'on trouve pour $i_0 = 1,03$, se dédouble sous l'influence du champ magnétique en deux bandes correspondant aux courants $i_1 = 1,50$ et $i_2 = 0,31$. L'explication de ce phénomène est analogue à celle de l'effet Zeeman. m désignant la masse de l'électron, e sa charge, H l'intensité du champ magnétique ; lorsqu'on fait varier l'ionisation et par suite la force élastique a, il se produit deux résonances pour des valeurs de $\frac{a}{m}$ définies par

$$(1) \qquad \frac{a_1}{m} + \frac{a_2}{m} = 2\omega^2,$$

$$(2) \qquad \frac{a_1}{m} - \frac{a_2}{m} = \frac{2He}{m}\omega.$$

En l'absence de champ magnétique la résonance se produit pour $\frac{a_0}{m} = \omega^2$; nous avons montré dans la Note précédente que

$$\frac{\frac{a_0}{m}}{i_0^{0,75}} = \frac{\frac{a_1}{m}}{i_1^{0,75}} = \frac{\frac{a_2}{m}}{i_2^{0,75}}.$$

Nous connaissons donc les valeurs numéirques de $\frac{a_1}{m}$ et $\frac{a_2}{m}$ qui portées dans l'équation (1) nous fournissent une vérification des résultats des mesures, et dans l'équation (2) nous donnent la valeur du rapport $\frac{e}{m} = 1,61 \times 10^7$ U.E.M. très voisine de $1,77 \times 10^7$. Le dédoublement de la bande d'absorption par un champ magnétique confirme qu'il existe des résonances et la valeur trouvée pour $\frac{e}{m}$ montre que la particule intéressée est l'électron. Des mesures faites sur des longueurs d'onde $4^m,80$ et $1^m,804$ nous l'ont aussi montré. Pour la mesure de $\frac{e}{m}$ les expériences sur l'onde de $2^m,487$ sont les meilleures, car c'est la longueur d'onde pour laquelle la résonance se produit pour des ionisations assez fortes pour que la décharge dans le gaz soit bien stable, mais non assez intense pour qu'il devienne difficile de maintenir une pression constante.

OPTIQUE. — *Sur la constance de la vitesse de la lumière.* Note [1] de M. **P. Salet**, présentée par M. Deslandres.

Nous avons fait remarquer [2], que s'il pouvait se produire des chevauchements de lumière, comme le voudrait la théorie balistique, l'intensité d'une étoile en mouvement orbital « augmenterait de plus en plus vite pour devenir très grande pendant un temps très petit » et nous avons donné [3] la théorie analytique et géométrique de ce phénomène.

M. La Rosa [4] considère certaines étoiles présentant de brusques et courts maxima de lumière et cherche à montrer que, dans ce cas, du moins, la théorie balistique pourrait s'appliquer.

S'il y a chevauchement, ce que nous avons appelé *intensité instantanée* devient infini à de certains moments. M. La Rosa le remarque, et pourtant il détermine, pour ces moments, des maxima d'intensité finis « en construisant la courbe par points, c'est-à-dire sans tracer les maxima et en déterminant ceux-ci de façon que l'aire totale de la courbe ait la valeur voulue, etc. ».

Les valeurs ainsi obtenues seront évidemment d'autant plus grandes que les points adoptés s'approcheront d'avantage des valeurs pour lesquelles l'intensité instantanée devient infinie. A ce moment se produirait un phénomène tout nouveau en Physique; l'œil intégrerait, sans doute, la somme totale et finie d'énergie reçue pendant un court intervalle de temps, mais il est impossible, sans de nombreuses hypothèses, de définir un maximum d'intensité pour ces brusques éclats.

La méthode correcte consiste à calculer l'intensité pour les parties de la courbe où ses variations sont assez lentes pour être suivies par l'œil. Nous avons montré ainsi [5] que dans le cas d'Algol, l'absence d'augmentation de lumière atteignant 20 fois l'éclat normal suffirait à réfuter la théorie balistique.

Insistons sur le fait que ces discussions ne changent rien à la démonstration que nous avons donnée [6] de l'indépendance de la vitesse de la lumière et

---

[1] Séance du 21 janvier 1929.
[2] *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 1263.
[3] *Bulletin de l'Observatoire de Lyon*, **9**, 1927, p. 81.
[4] *Astronomische Nachrichten*, **234**, 1928, p. 233.
[5] *Loc. cit.*, p. 83.
[6] *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 647.

de celle de la source, d'après la constance d'éclat de certaines étoiles dont on connaît les variations de vitesse radiale. La théorie balistique est réfutée *a fortiori* par cette démonstration. On ne doit donc pas y chercher l'explication du cas particulier en question.

OPTIQUE. — *Sur le pouvoir rotatoire des tartrates de bases organiques : contribution à l'étude des électrolytes forts.* Note [1] de M. E. **Darmois**, présentée par M. Ch. Fabry.

On admet actuellement que la dissociation des électrolytes forts en solution aqueuse est complète, même pour des concentrations élevées. La théorie de Debye-Hückel, basée sur l'interaction des ions, permet de calculer, dans l'hypothèse d'une dissociation totale, les propriétés osmotiques et électriques des solutions d'électrolytes ; les vérifications sont bonnes en solution étendue. Pour les solutions concentrées, l'accord est surtout qualitatif ; suivant les auteurs, on suppose que les ions pourraient, soit s'associer pour former des systèmes neutres à propriétés intermédiaires entre les ions et la molécule (Bjerrum), soit même se combiner pour donner la molécule non dissociée (Nernst). Dans des publications récentes [2], j'ai montré que l'étude du pouvoir rotatoire des tartrates pouvait apporter une contribution à la connaissance de l'état des électrolytes en solution concentrée.

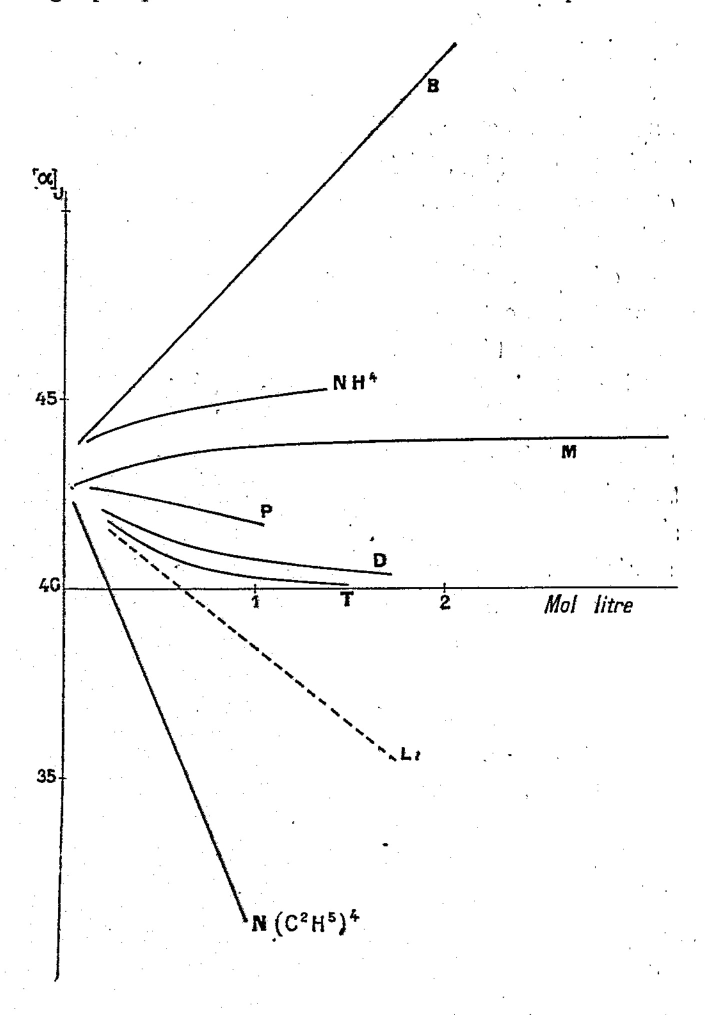
Le pouvoir rotatoire des tartrates alcalins, par exemple, varie avec leur concentration ; les courbes $[\alpha]$-concentration se rangent dans l'ordre Li, Na, Am, K, Rb qui est celui des rayons ioniques. On peut reproduire les variations de $[\alpha]$ en ajoutant à une quantité faible et constante d'un tartrate des quantités croissantes de chlorure du même métal. Si l'on suppose les tartrates complètement dissociés, $[\alpha]$ se rapporte à l'ion tartrique $T^{--} = C^4H^4O^{6--}$; j'ai proposé d'admettre que cet ion subissait dans le champ des autres ions et surtout des cations deux modifications d'intensité croissante avec la concentration : 1° une déformation, décroissante quand le rayon du cation croît ; 2° une déshydratation, décroissante également dans les mêmes conditions ; les deux modifications produites sur $[\alpha]$ seraient de sens contraire. Les expériences faites jusqu'ici ne permettent pas de dire si la déformation, par exemple, augmente ou diminue $[\alpha]$. Pour essayer de

---

[1] Séance du 21 janvier 1929.

[2] *Ann. de Phys.*, 10, 1928, p. 70-115 ; *Réunion internationale de Physico-chimie*. Paris, octobre 1928 (*sous presse*).

répondre à cette question, j'ai étudié les tartrates de quelques bases organiques; pour éviter l'hydrolyse, ces bases ont été choisies plus fortes que NH^3. Le graphique ci-dessous donne la valeur du pouvoir rotatoire $[\alpha]_J$



(J, radiation jaune du mercure), en fonction de la concentration moléculaire pour l'ion T⁻⁻ dans les tartrates d'ammonium, des éthylammoniums (mono, di, tri, tètra) de pipéridine et de benzylamine. On a dessiné sur le même graphique la courbe du tartrate de lithium.

Les courbes pour les tartrates d'ammonium se rangent nettement dans l'ordre NH^4, $NH^3.C^2H^5$, $NH^2(C^2H^5)^2$, $NH(C^2H^5)^3$, $N(C^2H^5)^4$; la diminution de $[\alpha]$ est très grande pour le tartrate de tétraéthylammonium; le

tartrate de benzylamine donne au contraire une augmentation considérable. Si l'on continue à admettre une dissociation totale, il faut que les actions des ions $(C^7H^{10}N)^+$ et $[N(C^2H^5)^4]^+$ soient de sens contraire sur l'ion T^{--}; or ces deux ions ont, d'après leurs mobilités, des rayons assez voisins; la déformation produite sur l'ion T^{--} devrait être du même ordre. Seulement l'hydratation des ions en solution doit être différente; alors que l'ion de la benzylamine n'est probablement pas hydraté, l'ion $[N(C^2H^5)^4]^+$ doit l'être assez fortement [1]. J'ai étudié également les tartrates des méthylammoniums et leur ordre est le même; cet ordre est celui des hydratations croissantes des ions d'après Remy [2]. La diminution de $[\alpha]$ serait donc attribuable à la déshydratation, son augmentation à la déformation de l'ion T^{--}. D'accord avec cette explication, nous signalerons les deux faits suivants : 1° le tartrate de tétraéthylammonium cristallise avec de l'eau de cristallisation et il est très hygroscopique; il sera intéressant de l'étudier à une température un peu plus élevée que 20°; 2° si l'on construit le diagramme rectiligne dont il a été fait beaucoup usage, le tartrate de benzylamine ne se place pas du tout dans le faisceau du tartrate de tétraéthylammonium; il ne saurait donc s'agir du même ion tartrique.

Tout ce qui précède suppose que les solutions ne renferment pas de molécules non dissociées; j'espère être renseigné prochainement sur ce fait à l'aide d'expériences d'un tout autre ordre.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les modifications allotropiques du phosphore.* Note [1] de M. **A. Smits**, transmise par M. Charles Moureu.

Je désire revenir sur ma publication du 29 novembre dernier pour m'expliquer plus clairement en corrigeant deux phrases.

S'il n'existe pas trois mais quatre modifications du phosphore, le graphique donnant la tension de vapeur en fonction de la densité ne peut pas être comme Nicolaïeff l'a indiqué (voir figure 1 de ma publication précédente), mais comme le graphique suivant le montre schématiquement.

Ce graphique que j'appelle ici par figure 2 est plus complet que celui représenté par la figure 2 dans ma publication précédente. Nous voyons que dans ce cas il existe trois lignes horizontales *bc*, *de* et *fg*.

---

(1) H. Remy, *Trans. Farad. Soc.*, 23, 1927, p. 381-388.

(1) Séance du 14 janvier 1928.

Il est probable que les premières lignes horizontales seront trouvées facilement après des recherches plus exactes. Mais la dernière ligne horizontale sera également trouvée, quoique peut-être plus difficilement.

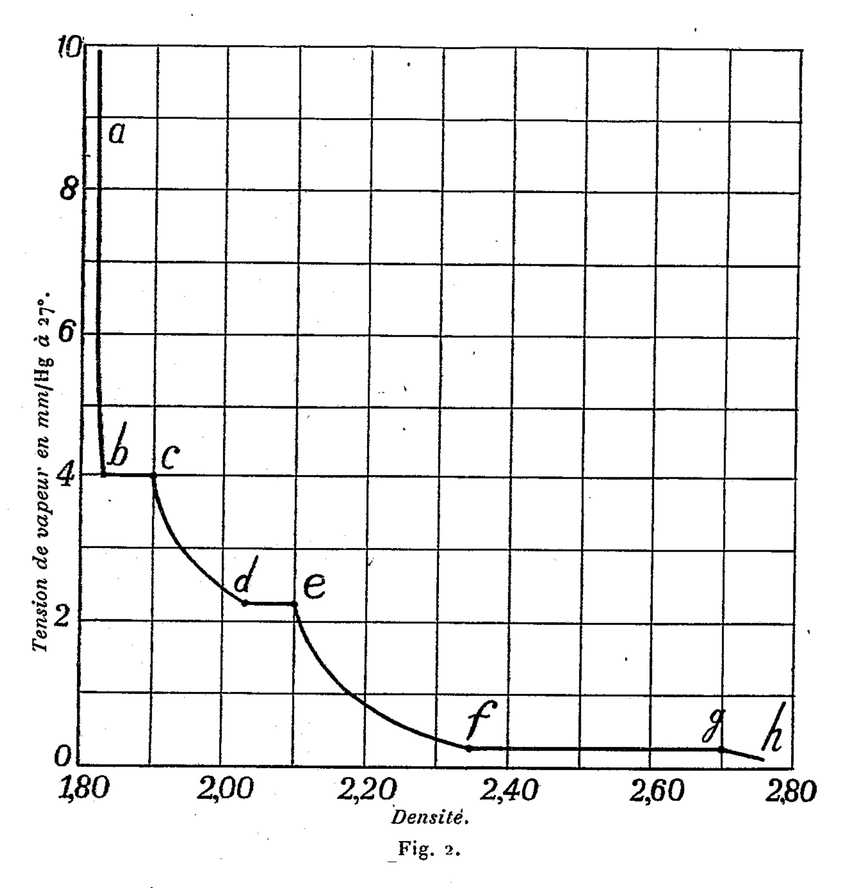


Fig. 2.

Si trois modifications seulement existaient, c'est-à-dire les modifications blanche, pourpre et violette, la courbe pression-densité (courbe P-D) serait comme le graphique 3 le montre schématiquement. Ce graphique correspond le mieux à celui de Nicolaïeff, mais il ne peut pas être exact, parce qu'il n'y a pas de place pour le phosphore noir.

Cela est clair en considérant que, d'après la théorie, la modification stable se trouve dans le domaine des cristaux mixtes homogènes, par conséquent, sur une des lignes non horizontales, tandis que les modifications métastables sont situées sur les lignes horizontales.

Dans le graphique représenté par la figure 3, par conséquent, il y a place

pour la modification stable violette, mais pas pour la modification noire qui est métastable à température ordinaire.

Si cependant les trois modifications, blanche, violette et noire, existent

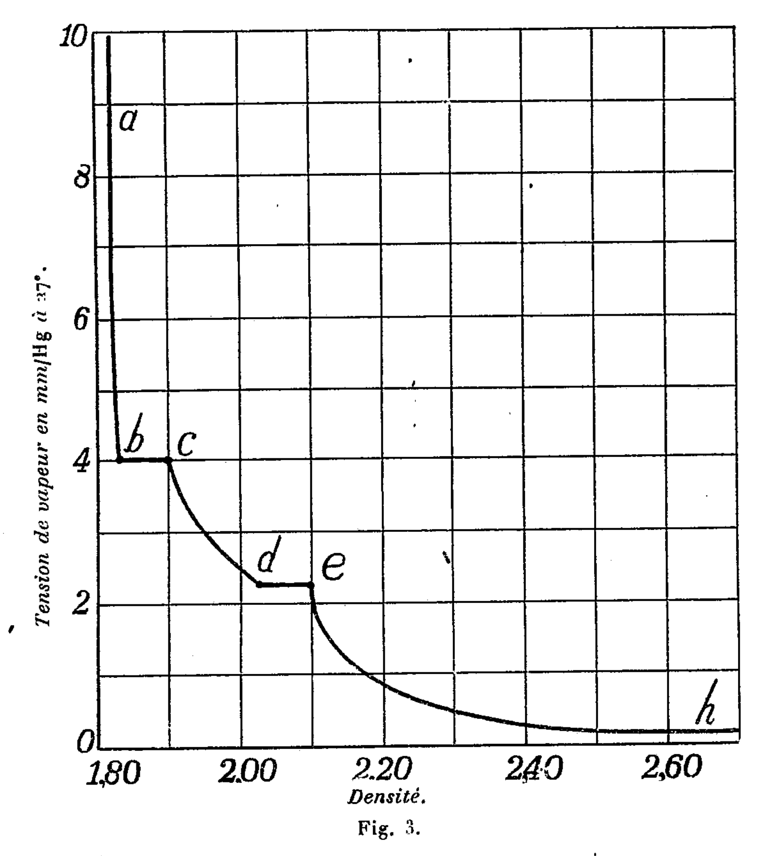


Fig. 3.

seules, ce qui est probable, d'après nos recherches anciennes, la courbe P-D exacte devra montrer une différence importante avec les courbes considérées ici. Des recherches ultérieures donneront la solution de ce problème.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'appareil ébullioscopique destiné aux recherches sous des pressions élevées.* Note (¹) de M. **W. Swietoslawski**, présentée par M. G. Urbain.

Les applications multiples des appareils ébullioscopiques simple et différentiel construits par moi m'ont suggéré l'idée d'adapter ces appareils aux

(¹) Séance du 2 janvier 1929.

recherches sous des pressions atteignant 8-10^{atm} et même 25^{atm}. Les figures 1 et 2 représentent la réalisation de cette idée. Les deux appareils ébullioscopiques en verre sont placés dans deux récipients cylindriques en acier (I et II) que ferme hermétiquement un couvercle commun PP. Les tubes des réfrigérants D des ébullioscopes ont une position verticale (*fig.* 2) et ils sont protégés par des tubes en cuivre pourvus de gaines en tôle. Une des extrémités de ces tubes en cuivre est fixée au couvercle PP tandis que l'autre mène au réservoir W qui sert de manostat. Ce réservoir est muni d'un manomètre M et d'un conduit α reliant tout l'appareil au récipient contenant l'azote comprimé. En outre l'appareil est muni d'un tube K portant deux robinets k_1 et k_2. Le couvercle PP est pourvu d'une tubulure en métal, fermée par un écrou à cavité intérieure qui forme un étui protecteur pour la partie saillante du thermomètre à résistance T

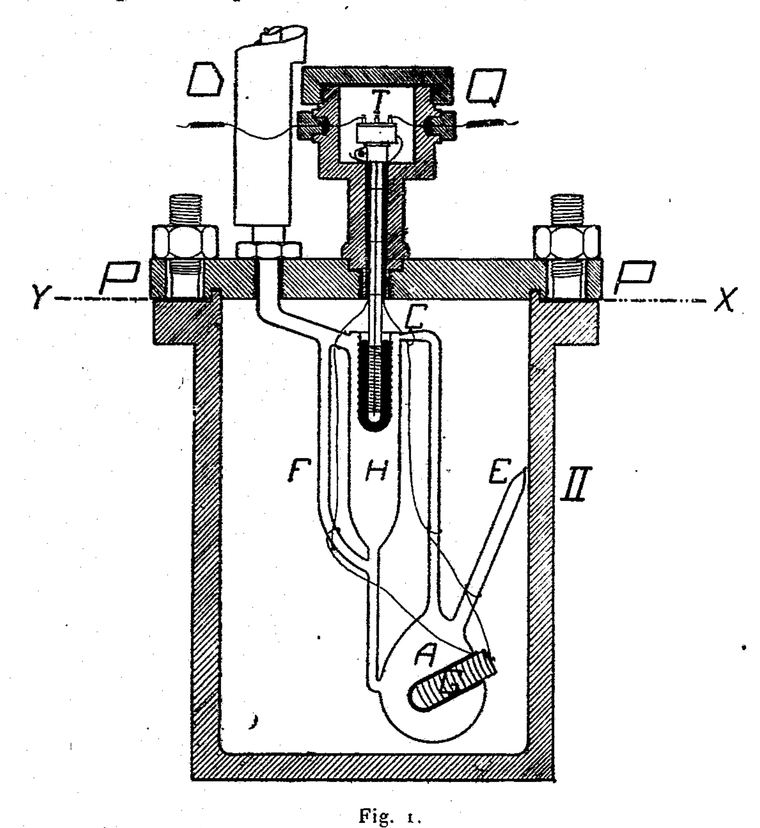


Fig. 1.

(*fig.* 1). Dans les faces latérales de l'écrou on a ménagé six ouvertures destinées au passage des fils conducteurs en constantan isolé, menant

les uns au thermomètre à résistance T, les autres au chauffage électrique *g* placé, comme l'indique le dessin, à l'intérieur du récipient oviforme A.

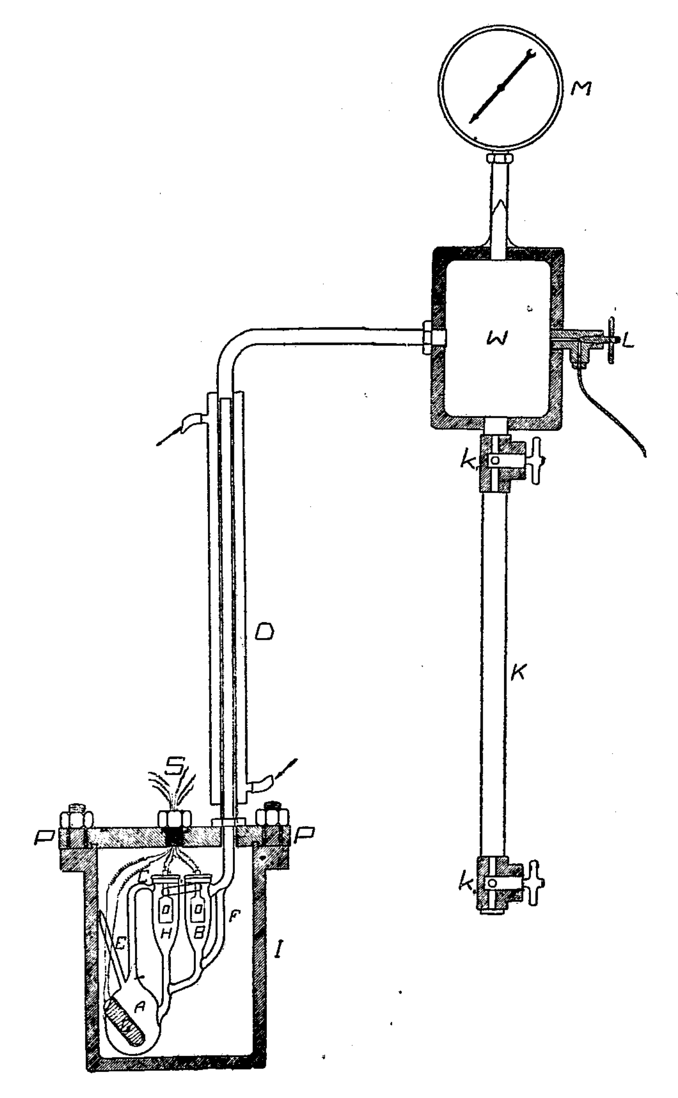


Fig. 2.

Les mesures ébullioscopiques sous les pressions élevées sont effectuées de manière suivante : l'un des ébullioscopes (II) contient de l'eau ou le dissolvant seul, tandis que l'autre (I), le plus souvent différentiel, renferme la solution étudiée.

La pression peut être déterminée d'après la température d'ébullition de l'eau (servant d'étalon) ou bien d'après la quantité d'azote contenu dans le tube vertical K au moment où l'équilibre est atteint.

Dans ce but, ce tube doit être maintenu à une température constante. Au moment de la mesure on ferme le robinet k_1 et l'on détermine la quantité d'azote contenue dans l'espace K.

Après avoir surmonté toute une série de difficultés expérimentales (MM. K. Godlewski et A. Zmaczyński) nous poursuivons une étude systématique sur les applications de notre appareil pour les recherches ébullioscopiques et tonométriques sous des pressions élevées.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une nouvelle modification d'ébullioscope adopté pour les pressions élevées.* Note (1) de M. A. Zmaczynski, présentée par M. G. Urbain.

La construction des appareils ébullioscopiques de M. W. Swietoslawski (2) exige que le degré de remplissage de ceux-ci avec le liquide étudié soit tout à fait défini.

Il faut notamment que le liquide, lorsqu'il est chauffé à l'ébullition, remplisse complètement le récipient oviforme A, et qu'il remonte encore jusqu'à un niveau déterminé *aa* dans le tube E, par lequel le liquide et la vapeur pénètrent dans l'espace où est placé le thermomètre.

Ces appareils ne peuvent donc pas servir pour les recherches où l'on fait varier la pression dans des limites étendues, en vertu de quoi la température d'ébullition du liquide subit des changements considérables.

En effet, le degré de remplissage utilisable sous une pression de $1\text{-}2^{atm}$ ne l'est plus, lorsqu'on a dépassé ces limites, à cause d'un accroissement du volume du liquide.

C'est pourquoi, en travaillant avec l'appareil de W. Swietoslawski destiné aux recherches ébullioscopiques sous des pressions élevées (3), j'ai été obligé de modifier la construction de l'ébullioscope différentiel déjà mentionné en le complétant d'un réservoir spécial R, muni d'un syphon.

Cet appareil assure le réglage automatique du niveau du liquide, en le

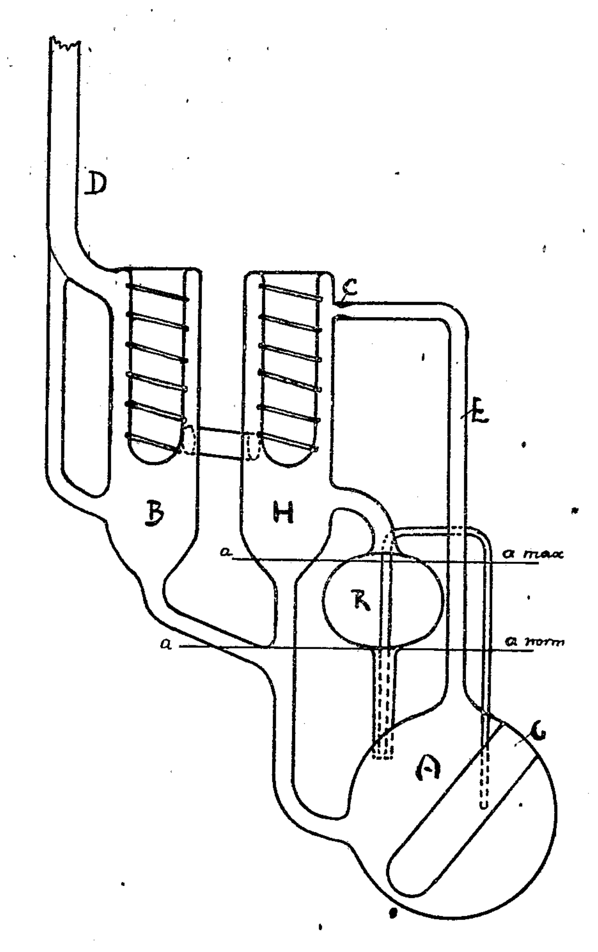
---

(1) Séance du 2 janvier 1929.

(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 256.

(3) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 392.

maintenant à peu près constant, même lorsque la pression change dans des limites assez étendues.



En effet, sous l'action de la pression, le surplus du liquide provenant de sa dilatation thermique est expulsé du récipient A par le syphon dans le cylindre R de telle sorte, que le degré de remplissage ne change qu'insensiblement. En réduisant la pression, le liquide est déversé par le même chemin, dans le récipient de l'ébullioscope proprement dit.

Ce dispositif assure un bon fonctionnement de l'appareil alors même que, par suite de la dilatation thermique du liquide, son volume se trouve augmenté de 50 pour 100.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur la température d'inflammation des mélanges gazeux combustibles.* Note de MM. **M. Prettre** et **P. Laffitte**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans une précédente Note ([1]) nous avons donné des résultats de déterminations de la température d'inflammation des mélanges d'hydrogène et d'air. Ces chiffres étaient notablement inférieurs à ceux des précédents expérimentateurs. Nous avons expliqué cette divergence par le vide initial que nous réalisions dans le récipient de combustion ($\frac{1}{10000}$ de millimètre de mercure), alors qu'habituellement on opérait sous une pression initiale de plusieurs millimètres (trompe à eau). L'objet des recherches rapportées dans la présente Note a été l'étude systématique de l'influence du vide préliminaire sur la température d'inflammation (mesurée par la méthode décrite dans la précédente Note), dans le but de vérifier l'explication ci-dessus.

Dans le cas des *mélanges d'hydrogène et d'air*, nous avons fait pour diverses teneurs en hydrogène, deux séries de déterminations : 1° en laissant dans le récipient où avait lieu la combustion une certaine quantité de *gaz résiduels* de la combustion précédente; 2° en envoyant de l'*air* dans le récipient.

On opérait de la manière suivante. Après avoir déterminé la température d'inflammation du mélange étudié (avec un vide initial de $\frac{1}{10000}$ de millimètre de mercure), on faisait dans le récipient un vide partiel de manière à réaliser une pression de gaz brûlés résiduels de $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, 1^{mm}, etc. Puis on mesurait la température d'inflammation du mélange combustible que l'on envoyait dans le récipient de combustion contenant des gaz résiduels sous une des pressions ci-dessus. Dans le cas où l'on déterminait la température d'inflammation dans un récipient contenant de faibles quantités d'air (et non pas de gaz brûlés restant d'une combustion précédente), on opérait d'une manière analogue, la pression désirée étant simplement réalisée en envoyant une faible quantité d'air extérieur dans le récipient de combustion.

Voici les résultats obtenus avec un mélange hydrogène-air à 50,40 pour 100 d'hydrogène :

([1]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 763.

Pression initiale (mm Hg).	Température d'inflammation. Pression de gaz brûlés.	Pression d'air.
1/10⁴	478°	»
1/10²	485	480
1/10	494	482
1	505	483
10	519	485
20	538	489

On voit très nettement, d'après ces chiffres, que les gaz brûlés restant dans le récipient de combustion élèvent considérablement la température d'inflammation du mélange qu'on y introduit ensuite. Le tableau suivant, relatif à trois autres mélanges hydrogène-air, montre encore, pour ces mélanges, la grande influence de la pression initiale, dans le cas où elle est due à des gaz brûlés résiduels.

Pression initiale (mm Hg).	Température d'inflammation. 18,10 % H^2.	37,95 % H^2.	68,60 % H^2.
1/10⁴	462	472	493
1/10²	469	477	500
1/10	483	486	511
1	496	499	524
10	510	516	542
20	»	537	554

Nous avons fait des déterminations semblables pour des *mélanges hydrogène-oxygène-gaz carbonique* dans lesquels l'oxygène et le gaz carbonique sont dans les mêmes proportions que l'oxygène et l'azote dans l'air, l'azote étant simplement remplacé par de l'acide carbonique. Les températures d'inflammation de ces mélanges sont les suivantes, la pression initiale dans le récipient de combustion étant $\frac{1}{10000}$ de millimètre de mercure :

% H^2	6,80.	14,90.	20,05.	24,55.	31,85.	36,50.	47,60
t^0C.	509	510	510	510	512	511	511
% H^2	54,55.	61,50.	67,85.	73,90.	81,85.	89,20.	
t^0C.	513	511	514	519	530	552	

Voici pour deux de ces mélanges les variations de cette température d'inflammation en fonction de la pression initiale dans le récipient de combustion, celle-ci étant réalisée soit par des gaz brûlés, soit par de l'air.

Pression initiale (mm Hg).	Température d'inflammation		
	Mélange à 39,70 % H^2.		Mélange à 17,55 % H^2.
	Pression de gaz brûlés.	Pression d'air.	Pression de gaz brûlés.
$1/10^3$	514	»	512
$1/10^2$	517	514	517
1/10	523	515	522
1	527	517	525
10	533	521	531
20	540	525	538

De ces expériences il résulte que, dans le cas des mélanges hydrogène-oxygène-acide carbonique comme dans le cas des mélanges hydrogène-air, la présence dans le récipient de combustion de *gaz brûlés* provenant d'une combustion précédente élève très fortement la température d'inflammation du mélange gazeux. Cette élévation de la température est de plusieurs dizaines de degrés, alors que dans le cas de *l'air*, l'élévation correspondante n'est que de 10° environ. Des expériences sont actuellement en cours pour expliquer ces différences. D'autre part les résultats des expériences précédentes confirment l'explication que nous avons donnée des températures d'inflammation élevées obtenues par un certain nombre d'auteurs; ceux-ci ne prenaient pas la précaution de réaliser un vide préliminaire suffisamment poussé dans leur récipient de combustion où il restait toujours de notables quantités de gaz provenant de la combustion précédente.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de la silice, de l'alumine et du kaolin sur le sulfate de baryum.* Note de Mlle **Germaine Marchal**, transmise par M. C. Matignon.

Nous avons repris l'étude de la décomposition du sulfate de baryte, en n'opérant plus dans les conditions d'équilibre comme précédemment [1], mais en chauffant le mélange de sulfate et d'autres corps (silice, alumine, kaolin), dans un courant d'azote assez rapide pour entraîner les vapeurs acides qui se dégagent : c'est le dispositif que nous avons indiqué récemment pour l'étude de la décomposition du sulfate de soude [2].

---

(1) *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 784; *Bulletin de la Société chimique*, 4e série, **39**, 1926, p. 401.

(2) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 258.

L'action de la silice a déjà été étudiée par Mastowitsch ([1]) Nous avons repris cette étude pour deux mélanges seulement correspondant aux compositions de silicate $SiO^2.2,5\,BaO$ (s'il existait) et $SiO^2.BaO$.

Tableau I. — *Action de la silice sur le sulfate de baryum.*

Numéros des expér.	Poids du mélange.	Température.	Durée de chauffe en heures.	Perte de poids. Pour 100 du mélange observé.	Perte de poids. Pour 100 du mélange théorique.	Perte de poids. Pour 100 du sulfate observé.	Perte de poids. Pour 100 du sulfate théorique.
Proportions : $SiO^2.2,5\,BaO$ (SO^4Ba, 12^g; SiO^2, $1^g,25$).							
1......	$11^g,0542$	1200 °C.	1^h	6,1	30,9	6,7	34,2
2......	11,0606	1300	1	10,8	–	11,9	–
			+1	14,2	–	15,6	–
			+1	16,3	–	18	–
			+1	18,5	–	20,4	–
			+1	19,9	–	21,9	–
			+1	20,6	–	22,8	–
			+1	21,3	–	23,5	–
Proportions : $SiO^2.BaO$ (SO^4Ba, $8^g,12$; SiO^2, $2^g,1$).							
3......	10,1476	1200	1	6,97	27,3	8,77	–
			+1	9,08	–	11,43	–
			+1	11,69	–	14,72	–
			+1	13,08	–	16,46	–
			+1	14,07	–	17,7	–

L'alumine calcinée, chauffée avec le sulfate de baryte, favorise également sa décomposition.

Tableau II. — *Action de l'alumine sur le sulfate de baryum.*

Numéros des expér.	Poids du mélange.	Température.	Durée de chauffe en heures.	Perte de poids. Pour 100 du mélange observé.	Perte de poids. Pour 100 du mélange théorique.	Perte de poids. Pour 100 du sulfate observé.	Perte de poids. Pour 100 du sulfate théorique.
Proportions : $SO^4Ba + Al^2O^3$ (SO^4Ba, $7^g,7$; Al^2O^3, $3^g,4$).							
1......	$9^g,8512$	1300 °C.	1^h	8,51	23,83	12,27	34,2
			+1	10,45	–	15,06	–
			+1	11,98	–	17,27	–
			+1	13,04	–	18,78	–
			+1	13,75	–	19,82	–
			+1	14,33	–	20,65	–

([1]) *Metallurgie*, 6, 1909, p. 450.

Numéros des expér.	Poids du mélange.	Température.	Durée de chauffe en heures.	Perte de poids. Pour 100 du mélange observé.	Pour 100 du mélange théorique.	Pour 100 du sulfate observé.	Pour 100 du sulfate théorique.
Proportions : $2SO^4Ba + Al^2O^3$ (SO^4Ba, 7g,7; Al^2O^3, 1g,7).							
2......	9,3890	1300	1	5,15	28,11	6,29	-
			+1	8,59	-	10,48	-
			+1	9,05	-	11,04	-
			+1	9,43	-	11,51	-
			+1	9,72	-	11,86	-

Le kaolin, composé de silice et d'alumine, devait nécessairement produire des réactions analogues :

Tableau III. — *Action du kaolin sur le sulfate de baryum.*

Nos des expér.	Poids du mélange.	Température.	Durée de chauffe en heures.	Perte de poids. Pour 100 du mélange observé.	Pour 100 du mélange théorique.	Pour 100 du sulfate observé.	Pour 100 du sulfate théorique.
Proportions : SO^4Ba, 12g; kaolin déshydraté, 1g,54 (correspondant à $SiO^2.2,5BaO$).							
1...........	9g,5777	1300°C.	1h	8,85	-	9,98	34,2
			+ 1	10,97	-	12,37	-
			+ 1	12,35	-	13,93	-
			+ 1	13,18	-	14,87	-
			+ 1	14,23	-	16,05	-
			+ 1	15,31	-	17,27	-
Proportions : SO^4Ba, 10g; kaolin déshydraté, 3g,17 [correspondant à la formation de $Al^2O^3.BaO + 2(SiO^2.BaO)$].							
2...........	9,725	1300	1	13,15	25,99	17,32	-
			+ 1	13,9	-	18,30	-
			+ 1	14,3	-	18,80	-
			+ 1	14,4	-	19,01	-
			+ 1	14,5	-	19,18	-

Le produit obtenu dans l'expérience 1 est dur et fritté, mais non fondu ; celui de l'expérience 2 est brillant et fondu, probablement par suite de la formation d'un silico-aluminate de baryte.

Le sulfate de baryte n'étant pas décomposé à 1300°, la silice, l'alumine et le kaolin ont une action activante importante sur sa décomposition. Toutes

ces réactions présentent le même caractère : elles sont rapides au début, et deviennent ensuite très lentes, mais on peut cependant envisager leur utilisation pour le remplacement du carbonate de baryte par le sulfate dans certaines industries, telles que celle des verres, ou celle des sucres.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Capacités affinitaires relatives de divers radicaux au cours de l'isomérisation des oxydes d'éthylène trisubstitués.* Note [1] de Mlle **Jeanne Lévy** et M. **A. Tabart**, présentée par M. Béhal.

Afin de préciser les valeurs relatives des capacités affinitaires de divers radicaux nous avons étudié l'isomérisation par la chaleur de quelques oxydes d'éthylène trisubstitués $C^6H^5-\underbrace{CH-O-C}(R)(R')$. On sait que cette isomérisation se produit consécutivement à la rupture de l'une des liaisons de l'oxygène pontal, rupture qui a lieu tantôt d'un côté [schéma (I)], tantôt de l'autre [schéma (II)], suivant que R et R' sont des radicaux à forte ou faible capacité affinitaire [2] :

$$\text{(I)}\quad C^6H^5-\underset{\diagdown O \diagup}{CH-C}\!\begin{matrix}\diagup CH^3\\ \diagdown CH^3\end{matrix} \rightarrow C^6H^5-\underset{\underset{O}{|}}{CH}-C\!\begin{matrix}\diagup CH^3\\ \diagdown CH^3\end{matrix} \rightarrow CHO-C\!\begin{matrix}\diagup C^6H^5\\ \diagdown (CH^3)^2\end{matrix}$$

$$\text{(II)}\quad C^6H^5-\underset{\diagdown O \diagup}{CH-C}\!\begin{matrix}\diagup CH^2C^6H^5\\ \diagdown CH^2C^6H^5\end{matrix} \rightarrow C^6H^5-CH-\underset{\underset{O}{|}}{C}\!\begin{matrix}\diagup C^7H^7\\ \diagdown C^7H^7\end{matrix} \rightarrow \begin{matrix}C^6H^5\\ C^7H^7\end{matrix}\!\!>CH-CO-C^7-H^7.$$

On sait aussi que dans le deuxième cas, c'est-à-dire lorsque l'isomérisation s'effectue par rupture de la liaison de l'oxygène pontal avec l'atome de carbone monosubstitué [schéma (II)], l'un des radicaux R ou R' peut émigrer seul ou d'une façon prépondérante ; nous avons étudié également cette question et nous avons examiné quelles sont les règles auxquelles obéissent ces migrations mixtes ou exclusives.

Les produits d'isomérisation des oxydes éthyléniques trisubstitués étudiés

---

[1] Séance du 21 janvier 1929.

[2] Les isomérisations des oxydes de diméthyl et dedibenzylstyrolène (n°s 1 et 8) ont déjà été étudiées et exposées antérieurement (M. Tiffeneau et J. Levy, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 39, 1926, p. 763).

dans ce travail ont été isolés et identifiés avec des produits préparés synthétiquement et de constitution nettement établie.

Les résultats obtenus dans ces isomérisations se trouvent consignés dans le tableau ci-après. Dans la deuxième et la troisième colonne de ce tableau nous avons mentionné les produits isolés après isomérisation ; dans la quatrième colonne, nous avons comparé deux à deux les capacités affinitaires relatives des radicaux (les radicaux qui émigrent ont été soulignés d'un trait).

Oxydes dérivant des carbures d'éthylène suivants (¹).	Produits obtenus dans l'isomérisation des oxydes d'éthylène trisubstitués. Aldéhydes.	Cétones.	Capacités affinitaires relatives des radicaux.
1. Phényl-1-méthyl-2-propène-1.2. $Ar-CH-C(CH^3)^2$.	Phényl-2-méthyl-2-propanal-1. $Ar(CH^3)^2-C-CHO$.	....	.... $C^6H^5+H < CH^3+CH^3$.
2. Phényl-1-éthyl-2-butène-1.2, $Ar-CH-C(C^2H^5)^2$.	Phényl-2-éthyl-2-butanal-1. $Ar(C^2H^5)^2.C-CHO$	Phényl-3-hexanone-4. $Ar(C^2H^5)CH-CO-C^2H^5$.	.... $C^6H^5+H=C^2H^5+C^2H^5$.
3. Phényl-1-méthyl-2-butène-1.2, $Ar-CH-C(CH^3)(C^2H^5)$.	Phényl-2-méthyl-2-butanal-1. $Ar(CH^3)(C^2H^5)C-CHO$.	Phényl-3-pentanone-2. $Ar(C^2H^5)CH-CO-CH^3$.	.... $C^6H^5+H=CH^3+\underline{C^2H^5}$.
4. Phényl-1-méthyl-2-pentène-1.2, $Ar-CH-C(CH^3)(C^3H^7)$.	Phényl-2-méthyl-2-pentanal-1. $Ar(CH^3)(C^3H^7)C-CHO$.	Phényl-2-hexanone-3. $Ar(CH^3)CH-CO-C^3H^7$.	.... $C^6H^5+H=\underline{CH^3}+C^3H^7$.
5. Diphényl-1.3-méthyl-2-propène-1.2, $Ar-CH-C(C^7H^7)(CH^3)$.	....	Diphényl-1.2-butanone-3. $Ar(C^7H^7)CH-CO-CH^3$.	.... $C^6H^5+H > CH^3+\underline{C^7H^7}$.
6. Diphényl-1.3-éthyl-2-propène-1.2, $Ar-CH-C(C^7H^7)(C^2H^5)$.	....	Diphényl-1.2-pentanone-3. $Ar(C^7H^7)CH-CO-C^2H^5$.	.... $C^6H^5+H > C^2H^5+\underline{C^7H^7}$.
7. Diphényl-1.3-propyl-2-propène-1.2. $Ar-CH-C(C^7H^7)(C^3H^7)$.	....	Diphényl-1.2-hexanone-3. $Ar(C^7H^7)CH-CO-C^3H^7$.	.... $C^6H^5+H > C^3H^7+\underline{C^7H^7}$.
8. Diphényl-1.3-phénylméthyl-2-propène-1.2, $Ar-CH-C(C^7H^7)^2$.	....	Triphényl-1.2.4-butanone-3. $Ar(C^7H^7)CH-CO-C^7H^7$.	.... $C^6H^5+H > C^7H^7+C^7H^7$.

L'examen du tableau ci-contre montre que l'isomérisation par la chaleur

---

(¹) Ar désigne le radical phényle ; C^7H^7 le radical benzyle.

des oxydes d'éthylène trisubstitués peut conduire soit à un produit aldéhydique (n° 1) soit à un mélange des produits aldéhydique et cétonique (n°s 2, 3, 4), soit uniquement au produit cétonique (n°s 5, 6, 7, 8).

Ces résultats que nous discuterons dans une prochaine Note à la lumière de la théorie électronique de la valence, nous ont permis de faire, dès à présent, les deux groupes de *conclusions* ci-après qui confirment les observations déjà faites antérieurement :

1° La capacité affinitaire du radical phényle associée à celle de l'hydrogène telle qu'elle résulte des faits exposés ci-dessus, se montre tantôt inférieure à celle de deux radicaux méthyle, tantôt sensiblement égale à celle de deux radicaux éthyle ou des deux groupes de radicaux suivants ($CH^3 + C^2H^5$) et ($CH^3 + n C^3H^7$), tantôt enfin supérieure à celle de deux radicaux acycliques quelconques dont au moins un est un benzyle.

2° Les radicaux acycliques qui dans les conditions précitées (schéma II) émigrent de préférence sont toujours ceux à faible capacité affinitaire.

GÉOLOGIE. — *Rapports du Subbétique avec le Bétique dans les Sierras Tercia et Espuña (Prov. de Murcie).* Note de M. **P. Fallot**, présentée par M. Pierre Termier.

Au sud des massifs de la zone subbétique étudiés précédemment [1], la S^a de las Estancias forme un vaste anticlinal de Cristallin et de Permo-Trias bétiques, allongé du Sud-Ouest au Nord-Est, ennoyé vers le Nord-Est et enveloppé par le Néogène à Lorca.

La S^a Tercia s'élève sur le prolongement de cette chaîne à partir de la coupure de Lorca. On n'y connaissait que du Trias et du Miocène. En réalité elle révèle, sur des schistes cristallins analogues à ceux de la S^a de las Estancias, un empilement de Permo-Trias lie de vin, de dolomies du Trias, puis d'une nouvelle masse de Permo-Trias encore couronnée de dolomies bleues du Trias. Le tout, recouvert de Miocène, a subi un bombement axé Sud-Ouest-Nord-Est qui a créé les reliefs actuels et porté le sommet de son Miocène à 1100^m. Cet anticlinal se prolonge par la S^a Espuña et la Sierra de Alhama pour former le chaînon bordant au Nord la vallée du Rio Sangonera. Mais, à partir de Alhama, son revêtement miocène est seul visible.

Sur ce long pli, l'Espuña, qui émerge du Néogène transgressif et culmine

[1] *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 988 et 1150; **188**, 1929, p. 67 et 263.

à 1584^{m}, revêt une importance particulière. Sa base cristalline appartient à la portion la plus externe de l'édifice bétique (au prolongement de la S^{a} de las Estancias, sans doute homologue du Bétique de Malaga), mais elle est surmontée par une série jurassique et tertiaire normale qui est, peut-être, en continuité vers le Nord avec les massifs calcaires des Sierras de Selva, Burete et Caravaca, dont elle n'est séparée que par la dépression synclinale du Rio de los Tornajos.

Le socle cristallin, entamé, à l'ouest de la S^{a} Espuña, par le cours transversal du Rio qui passe à Totana, supporte, comme plus à l'Ouest, des replis faisant alterner le Permo-Trias lie de vin et les calcaires et dolomies du Muschelkalk et du Trias supérieur.

A la base, les dolomies ne sont séparées des schistes cristallins que par un mince niveau de schistes satinés violets à lentilles de quartzites. Elles supportent du Permo-Trias à conglomérats, grès et marnes lie-de-vin, auquel fait suite un nouveau complexe de calcaires à Fucoïdes et de dolomies bleues. Au-dessus, nous retrouvons le Permo-Trias, couronné une dernière fois de dolomies et de calcaires très semblables aux précédents.

Ces digitations ou imbrications bétiques constituent la partie du massif dominant la plaine de Totana. Le tout plonge au Nord-Ouest et supporte la série secondaire et tertiaire formant le sommet et le nord de l'Espuña.

Le contact s'observe dans de splendides forêts de pins tout le long du versant nord de la vallée d'Espuña, puis par le nord de la vallée de Enmidio et le pied de la Sierrecia de las Cabras jusqu'à Sta Leocadia à 12^{km} au nord-ouest de Totana. C'est à l'Espuña qu'on observe le mieux la série secondaire. Elle débute, sur les dolomies de la digitation supérieure, par des marnes verdâtres à gypse blanc que je ne connais encore que dans cette zone, et n'ai retrouvées que 55^{km} à l'Ouest, vers le C^{o} Bernardinos, au nord de la S^{a} de las Estancias, d'ailleurs dans la même position. Dessus vient l'ensemble, analogue, par ses dolomies grises, à la série jurassique des Sierras de Burete, Caravaca etc., mais caractérisé néanmoins par le Lias supérieur à oolithes ferrugineuses, le Dogger à Cancellophycus, le Gault glauconieux transgressif que j'ai mentionnés ailleurs ([1]). Un Lutétien à grandes Nummulites terminé par de très puissants conglomérats complète la série qui ne comporte qu'un ou deux grands plis à peine, déversés au Nord. Le Lutétien presque vertical forme le bord méridional d'un vaste synclinal occupé par le Quaternaire du Rio de los Tornajos, mais où des pointements de Lutétien

([1]) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 67.

paraissent indiquer une liaison entre ce Nummulitique de l'Espuña et le Lutétien qui forme, au sud de la S^a de Pedro Ponce, la Peña Rubia, élément le plus méridional de la zone susbétique.

Débutant par du Keuper et du Lias, formant une série continue, reposant par sa base, sur la plus élevée des digitations ou imbrications de Trias et Permo-Trias qui recouvrent le Cristallin, cette masse de l'Espuña ne fournit aucun indice d'un encapuchonnement du Bétique dans le Subbétique. Au contraire, et pour autant qu'on puisse faire état d'un massif limité latéralement, par le Néogène transgressif, à un front de 11-12^{km}, il semble, ici, que la série secondaire-tertiaire repose sur le Bétique. On ne peut savoir si elle est charriée par-dessus ou si elle en représente la couverture normale à la manière du Pénibétique de M. Blumenthal, mais son origine de toutes manières serait à rechercher à hauteur ou au sud des racines du Bétique.

Ainsi, le massif de l'Espuña, sur le prolongement de la S^a de las Estancias, apporte une réponse différente à première vue et jusqu'ici unique, au problème de l'origine des massifs charriés qui occupent la zone bétique.

Le bombement post-pontien qui a créé les reliefs de la S^a Tercia a donné aux empilements de Trias et Permo-Trias leur dispositif plongeant au Nord-Ouest. Mais si l'on rétablit par la pensée ces ensembles dans leur position anté-burdigalienne, les rapports de la série de l'Espuña avec son socle demeurent les mêmes.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur l'électricité atmosphérique au cours des vents de poussière du nord de la Chine.* Note de M. **H. Pollet**, présentée par M. Ch. Fabry.

Les vents de poussière. — Les observations ont été faites à Tien-Tsin. Mais les résultats obtenus s'appliquent à toute la plaine du Chih-li. Et c'est ce que nous avons en vue quand nous parlons du nord de la Chine, terme évidemment trop vague.

La plaine du Chih-li serait désertique sans les deux mois de pluie environ, dûs à la mousson d'été. Le sol étant formé essentiellement de sable, plus ou moins argileux, les vents violents d'hiver (Nord-Ouest) et de printemps (Sud-Ouest), soufflant sur une plaine desséchée, soulèvent facilement une grande quantité de poussière.

Mais ce n'est pas seulement la poussière locale qui est mise en branle par le

vent. Souvent les vents venant de Mongolie entraînent avec eux de véritables nuages de poussière jaune qui, après un trajet de plus de 1000^{km}, viennent inonder le pays. Ils sont souvent suivis de quelques coups de tonnerre et de quelques grosses gouttes de pluie. Ces vents, désignés dans le pays sous le nom de vents jaunes, ne font parfois que passer au-dessus de la ville, alors que l'atmosphère est relativement calme au niveau du sol.

Les vents de poussière brouillent l'atmosphère au point que l'on est quelquefois obligé d'allumer au milieu de la journée. Et si le soleil est encore visible, il est souvent nettement bleu.

La vitesse du vent est de l'ordre de 10 à 15^{m} par seconde, la plus grande vitesse enregistrée étant de 21^{m},70.

Les particules de poussière ont comme diamètre moyen 34$^{\mu}$. C'est ce qui explique la facilité avec laquelle elles pénètrent avec abondance à l'intérieur des appartements.

La mesure du nombre de particules en suspension dans l'air, faite avec le compteur de poussière du Dr Owens, a donné, suivant l'intensité du vent, des résultats compris entre 5 et 42 particules par centimètre cube.

Électricité atmosphérique pendant le vent. — Les poussières, au cours du vent, sont chargées négativement. La cause de cette charge semble être uniquement le frottement des particules contre les corps de natures diverses qu'elles rencontrent sur leur parcours. En effet, une simple pincée de poussière neutre que l'on fait couler sur une plaque de métal isolée et reliée a un électromètre sensible, charge cette plaque positivement, tandis que la poussière se charge négativement. Même résultat en remplaçant la plaque de métal par une pièce de bois ou par une brique.

D'autre part, si, au cours d'un vent de poussière, une plaque de métal isolée est reliée à un électromètre, la poussière qui entre dans le laboratoire par la fenêtre fermée vient se déposer lentement sur la plaque de métal et la charge négativement (par contact). Si, au contraire, la même plaque de métal est soumise à l'action du vent, elle se charge positivement (par frottement).

On peut rapprocher de ces expériences le fait que les automobiles, isolées sur leurs pneus, se trouvent fortement chargées pendant les vents de poussière.

Le résultat de la charge négative des particules de poussière est le renversement du champ électrique. Les variations de l'électricité atmosphérique ont été enregistrées photographiquement, avec l'électromètre à quadrants Beaudoin, et une capsule de radium comme prise de potentiel.

Par temps calme, on retrouve nettement à Tien-Tsin tous les principaux éléments de la variation diurne avec la double oscillation très caractérisée, même en été. Le maximum du soir est en général très accentué et le minimum du matin est assez souvent négatif. Les perturbations accidentelles sont ici très réduites, car le ciel est presque toujours limpide, sans aucun nuage.

Mais, dès qu'un vent de poussière s'élève, le potentiel descend en quelques minutes à des valeurs négatives parfois considérables. Aucune mesure *absolue* du gradient du potentiel n'a été faite; nous comparerons donc les résultats avec la valeur moyenne du potentiel par temps calme au même point. Le chiffre le plus fort obtenu (22 février 1928) est égal à 66 fois cette valeur moyenne. Mais en général l'ordre de grandeur du potentiel est de 10 à 25 fois cette valeur moyenne. Pendant toute la durée du vent, le potentiel reste constamment négatif. Il est d'une instabilité extrême, sa valeur moyenne correspondant en gros à la vitesse du vent. Si parfois le potentiel remonte presque jusqu'à zéro, cela coïncide avec une accalmie momentanée du vent.

Une antenne de T. S. F., jouant le rôle d'une médiocre prise de potentiel, est alors chargée négativement. Avec une antenne unifilaire de 150^m de longueur, on a obtenu des étincelles de 5^{mm} et l'antenne était rechargée en deux secondes. Souvent on pouvait entendre le sifflement de l'antenne produit par la déperdition électrique. En réunissant une antenne de 15^m à la terre par l'intermédiaire d'un galvanomètre, ayant 500 ohms de résistance, on a obtenu un courant allant jusqu'à 152 microampères par vent fort. Les variations du courant antenne-terre ont fait l'objet d'enregistrements photographiques rapides, qui se présentent eux aussi sous la forme de courbes très perturbées.

Avant, pendant et après les vents de poussière, on constate la présence d'un grand nombre d'atmosphériques; ils sont spécialement nombreux pendant le vent, mais généralement faibles. On a pu en compter jusqu'à 17 à la minute en utilisant un montage apériodique ne comportant qu'une lampe à grille, avec galvanomètre ou milliampèremètre enregistreur.

Mesure de la charge élémentaire d'une poussière. — On peut obtenir l'ordre de grandeur de la charge élémentaire d'une particule en utilisant les données suivantes. Par vent de poussière, il y a en suspension dans l'air environ 50 particules par centimètre cube. La hauteur de la couche d'air contenant cette poussière peut avoir environ 50^m. Dans ces conditions, le champ électrique est inversé et environ 20 fois plus fort qu'en temps

normal. Ce problème facile à résoudre donne comme valeur de la charge élémentaire moyenne d'une poussière : $4,4.10^{-8}$ unités électrostatiques C. G. S. de quantité d'électricité, soit environ 100 fois la charge élémentaire d'un ion.

HYDROLOGIE. — *Sur la neutralisation du pouvoir oligodynamique du cuivre par les solutions d'électrolytes. Applications aux eaux minérales.* Note de MM. **P.-L. Violle** et **A. Giberton**, présentée par M. A. Desgrez.

Billard a établi expérimentalement qu'un certain nombre d'eaux minérales sont douées d'un pouvoir antitoxique vis-à-vis de toxines microbiennes, d'alcaloïdes, etc. Mais en aucun cas il n'a déterminé quel était l'élément actif.

Nous avons cherché à résoudre ce dernier problème dans le cas particulier du cuivre, en prenant comme réactif un poisson d'eau douce, le vairon.

On sait que l'eau distillée devient toxique au contact d'une surface de cuivre métallique à la température ordinaire et au bout de quelques heures (propriété oligodynamique).

Nous avons préparé notre solution cuivrique de la façon suivante : 250^{cm^3} d'eau bidistillée sont mis en contact, pendant 48 heures, avec 50^g de tournure de cuivre, à la température du laboratoire. Dans cette solution, même étendue de son volume d'eau bidistillée, le vairon meurt en quelques heures.

A 125^{cm^3} de cette solution nous avons ajouté, soit 125^{cm^3} d'une eau minérale (Vittel, Contrexéville, Saint-Nectaire), soit 125^{cm^3} d'une solution M/100 de différents sels, et nous avons noté, après 24 heures, la survie ou la mort du poisson.

Dans le cas des trois eaux minérales précédentes, le poisson est vivant après 24 heures. Pour éliminer le rôle possible des colloïdes qui semblent exister dans certaines eaux minérales, nous avons opéré avec des eaux ultrafiltrées sur une membrane de collodion très serrée et nous avons constaté que leur pouvoir antitoxique n'était nullement diminué. Ce pouvoir est donc dû aux cristalloïdes. Il convenait d'étudier systématiquement l'influence des principaux anions et cations existant dans les eaux minérales envisagées : SO^4, CO^3H, Ca et Mg.

Dans les solutions M/100 de SO^4Na^2, CO^3NaH, $CaCl^2$, $MgCl^2$, dédoublées avec de l'eau bidistillée, le vairon vit. Il meurt dans les mêmes solutions dédoublées avec la solution cuivrique, sauf dans le cas du $CaCl^2$. Donc

le pouvoir antitoxique des eaux minérales vis-à-vis du cuivre est dû au cation Ca.

Nous avons cru intéressant d'envisager la question d'un point de vue général et nous avons cherché à nous rendre compte du mécanisme de l'action des ions sur les propriétés oligodynamiques du cuivre.

Dans notre solution cuivrique le cuivre est à l'état colloïdal et nous avons pensé que les ions plurivalents de signe contraire au colloïde auraient un pouvoir précipitant très élevé et, par conséquent, se montreraient antitoxiques. L'expérience a pleinement confirmé cette hypothèse en ce qui concerne les anions, ce qui établit que les propriétés oligodynamiques du cuivre sont dues, non au cuivre lui-même, qui est négatif à l'état colloïdal, mais à l'hydroxyde de cuivre qui est positif. Nous avons, en effet, obtenu les résultats suivants :

1° *Influence de la valence des anions.* — A. L'anion monovalent Cl est sans action protectrice, quel que soit le pH.

B. L'anion bivalent SO^4 est protecteur seulement à $pH = 8$.

C. L'anion trivalent PO^4 est toujours protecteur, mais d'autant plus qu'on se rapproche de $pH = 8$.

Le pouvoir antitoxique des anions se présente donc dans l'ordre même de leur valence.

Ce résultat est à rapprocher de la règle de Hardy, d'après laquelle le pouvoir précipitant des ions sur les colloïdes de signe opposé est d'autant plus grand que la valence de l'ion est plus élevée.

Le pouvoir antitoxique des anions est donc dû à un effet de floculation.

Ce qui confirme encore cette manière de voir, c'est que l'anion (OH) agit dans le même sens que les autres anions. En effet, c'est seulement à $pH = 8$ que l'ion SO^4 s'est montré protecteur, alors qu'il ne l'était pas à $pH = 6,2$. Les mélanges phosphatiques acides ont été beaucoup moins efficaces que les mélanges alcalins. On pourrait être tenté d'expliquer ces différences par une meilleure résistance du poisson dans les milieux à pH légèrement alcalins qui sont ceux dans lesquels il vit normalement, mais nous avons constaté que le vairon s'accommode parfaitement de milieux à $pH = 6,2$.

2. *Influence de la nature des cations.* — Nous avons essayé de voir si la valence des cations avait une action :

Les cations monovalents Na et K sont sans action protectrice.

Parmi les cations bivalents Mg et Sr ne sont pas protecteurs. Par contre, *le calcium a une action protectrice considérable et constante.*

Les cations trivalents cérium, fer, aluminium, se sont montrés toxiques. Le poisson n'a pu vivre que dans les solutions extrêmement diluées (M/100000) et à cette dose, ces métaux n'ont eu aucune action antitoxique.

Comment expliquer l'action antitoxique si remarquable du calcium ? Nous ne pouvons proposer aucune hypothèse, mais il semble qu'on soit là en présence d'une action spécifique de ce métal sans rapport avec sa valence, ce qui se comprend bien, puisque le calcium est de même signe que l'hydroxyde de cuivre colloïdal.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence de la lumière artificielle sur la croissance des plantes supérieures.* Note de MM. **Georges Truffaut**, et **G. Thurneyssen**, présentée par M. Louis Mangin.

Des efforts très sérieux ont été tentés au cours de ces dernières années, particulièrement aux États-Unis et en Russie, pour résoudre le problème de la culture des plantes supérieures en lumière artificielle qui avait été posé par les expériences de Bonnier dès 1895.

L'emploi, comme source lumineuse, de lampes électriques à filaments de tungstène dans une atmosphère gazeuse, a facilité les expériences d'Arthur 1924; de Crocker, 1924; de Maximoff et d'autres, 1925. Tous utilisèrent des lampes de 1000 watts placées à poste fixe.

Hibben, 1924, employa des lampes de 1500 watts munies de filtres colorés.

La chaleur dégagée par de telles lampes, dont la puissance peut maintenant atteindre jusqu'à 2000 watts, complique le problème car, pour obtenir de bons résultats, les feuilles à insoler doivent être au maximum à $1^{m},50$ de la source lumineuse — $1^{m},25$ paraissant être la distance optima.

Dans de telles conditions, si les lampes sont à poste fixe, les feuilles sont brûlées et si l'on utilise des filtres éliminant les rayons calorifiques l'intensité lumineuse devient alors insuffisante.

D'ailleurs, si les expérimentateurs ci-dessus cités ont pu obtenir dans certains cas la maturation complète de grains de blé, d'orge et de sarrazin, ils n'ont jamais réussi à obtenir chez ces diverses plantes des tissus végétaux normaux. Les feuilles des plantes ainsi éclairées étaient semblables à celles des végétaux cultivés à l'ombre. Leurs tissus en palissade étaient diminués d'épaisseur et l'on notait toujours une grande distance caractéristique entre les nœuds des graminées.

Le but que nous nous proposions d'atteindre était d'obtenir une végétation aussi semblable que possible à celle qui est réalisée en été normalement avec la lumière solaire.

A cet effet, nous avons employé les dispositions suivantes :

Dans une pièce obscure, 2 lampes de 1200 watts (environ 24 ampères, 50 volts) munies de réflecteur parabolique furent fixées aux extrémités d'une tige horizontale reliée à un axe vertical pouvant être entraînée dans un mouvement giratoire continu lent (14 tours à la minute par un moteur électrique).

Les foyers lumineux étaient distants de $2^{m},10$ d'axe en axe. Ils éclairaient une surface annulaire de $4^{m^2},63$ et étaient disposés à $1^{m},20$ au-dessus du niveau des plantes en culture. Les faisceaux lumineux au niveau des plantes avaient 53^{cm} de diamètre; leur éclairement mesuré avec le Luxmètre Holophane variait de 45000 à 37000 Lux, selon l'âge des lampes.

Un spectrogramme montre que les verres des lampes utilisées laissaient passer des rayons ultraviolets jusqu'à 3100 angstroms. L'éclairement a été continu pendant toute la durée de l'expérience. Le thermomètre enregistreur disposé au niveau du feuillage a montré que la température constante était de 22 à 28° et dans le laboratoire en dehors des zones éclairées 18 à 22°.

Après les expériences préliminaires de mise au point sur tabac, avoine, nous avons récolté en décembre 1928 des haricots. La maturité de leurs graines a été normale, ce qui n'avait pas encore été obtenu par les précédents expérimentateurs.

Le 12 décembre 1928, nous avons rentré au laboratoire des fraisiers préalablement cultivés en pots de 14^{cm} de diamètre par mètre éclairé, nous avons disposé 50 pots de la fraise variété « Madame Héricart de Thury. » A ce moment, ces pots étaient entièrement gelés.

De nouvelles feuilles débourrèrent 5 jours après l'éclairement et leur chlorophyle semblait normale.

Les premières fleurs à sépales colorés de rose se montrèrent le 26 décembre. Elle furent fécondées artificiellement. Les fraises nouèrent normalement à raison de 4 à 6 par pot. Elles commencèrent à se pigmenter à partir du 17 janvier et atteignirent leur complète maturité le 22 janvier 1929, soit 960 heures ou 40 jours après leur mise en végétation.

Malgré la saison, la vitesse normale de production a donc été doublée. Le résultat obtenu en lumière artificielle a été exactement le même que celui que l'on réalise normalement au soleil, en ce qui concerne la couleur, la saveur et les qualités dégustatives des fraises.

L'examen microscopique des feuilles des fraisiers cultivés en lumière

artificielle a montré qu'elles sont normalement pourvues de chlorophylle et que leurs tissus en palissade sont exactement semblables à ceux des feuilles de fraisiers élevés en lumière solaire.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'existence de résines chez le* Sterigmatocystis nigra *V. Tgh.* Note de M. **Charles Pontillon**, présentée par M. Molliard.

A la suite d'anomalies constatées au cours de l'étude physiologique des lipides du *Sterigmatocystis nigra* V. Tgh., j'ai été amené à me demander si la présence de résines dans cette Mucédinée ne les expliquerait pas. En effet, les méthodes analytiques employées actuellement pour de telles recherches sont la méthode de Kumagawa-Suto, et celles qui en dérivent comme la méthode de Laudat et la méthode de Lemeland qui ont été mises au point pour l'étude des lipides du sang ou la méthode de Belin qui ne diffère de la dernière que par quelques points de détail. Or, ces techniques appliquées à des tissus végétaux contenant des résines peuvent être susceptibles à première vue de fournir des résultats erronés par suite des grandes analogies existant entre les propriétés physiques (solubilité en particulier) et chimiques des acides résinoliques et des acides gras.

Il n'est donc pas inutile de vérifier si le matériel qui doit être analysé par ces méthodes contient des substances résineuses. A ce propos, il est bon de remarquer qu'on ne sait actuellement à peu près rien des résines des Champignons inférieurs; un acide phénolique a été trouvé par Yabuta dans l'*Aspergillus oryzæ* et retrouvé dans d'autres espèces d'*Aspergillus*, deux acides phénoliques assez mal caractérisés ont été isolés par Alsberg et Black de deux *Penicillium*, enfin Zopf indique que le produit jaune d'or à jaune rouge sécrété par les mycéliums âgés d'*Aspergillus glaucus* appartient probablement au groupe des résines.

La recherche qualitative des résines dans le *St. nigra* a été faite par quatre procédés chimiques différents et j'ai effectué, en outre, une recherche histochimique.

Recherche chimique qualitative. — 1° Technique basée sur la solubilité des résines dans l'alcool à 70° (Chercheffski). Le mycélium préalablement lavé à l'eau et essoré est épuisé pendant 8 heures par l'alcool à 95° dans l'appareil de Kumagawa. L'extrait alcoolique après refroidissement est

décanté avec soin (il se forme, en effet, par refroidissement un précipité analogue à l'adipocire de Braconnot) et est étendu d'eau en quantité suffisante pour amener le titre de l'alcool à 70°. La liqueur obtenue est chauffée sans obtenir l'ébullition pour agglomérer les graisses qui se sont séparées et filtrées. A la liqueur claire, on ajoute alors un grand excès d'eau et le tout est porté à l'ébullition. Une goutte d'acide chlorhydrique est ajoutée, si besoin est, pour agglomérer le précipité formé. Ce précipité est enfin isolé par filtration et identifié aux résines.

2° *Technique basée sur la solubilité des résines dans le carbonate de soude* (Barfoed). — L'extrait alcoolique du mycélium obtenu comme dans le cas précédent est additionné d'eau en quantité suffisante pour amener le titre de l'alcool à 30°, et d'un volume égal à la moitié du volume total obtenu, d'une solution à 33 pour 100 de carbonate de soude cristallisé. Le tout est alors chauffé sans atteindre l'ébullition, puis, après repos, filtré sur sable. La solution claire obtenue est précipitée par acidification et le précipité, isolé par filtration et identifié aux résines.

3° *Technique basée sur la différence de solubilité des résinates magnésiens et des savons magnésiens* (Barfoed). — Les acides gras totaux isolés suivant les méthodes habituelles sont dissous dans la quantité juste suffisante de solution étendue de soude; le tout est porté à l'ébullition, puis additionné d'une solution de sulfate de magnésie jusqu'à précipitation complète du savon magnésien, remis à l'ébullition et filtré chaud. Le filtrat, acidifié à l'acide sulfurique indique par un trouble la présence de résine, présence qui peut être confirmée en faisant bouillir pendant une demi-heure ce qui a pour effet de chasser les acides gras inférieurs qui auraient pu se trouver entraînés et de décomposer le résinate magnésien, permettant ainsi d'identifier la résine libérée.

4° *Technique basée sur l'emploi de la réaction de Storch appliquée aux acides gras totaux* (Morawski). — Les acides gras totaux sont dissous dans un peu d'anhydride acétique et après refroidissement, additionnés avec précaution de quelques gouttes d'acide sulfurique. Une coloration rouge ou bleu violacé fugace, faisant place à une coloration jaune brun présentant une fluorescence nette indique la présence de résines. Ces colorations sont souvent masquées par des colorations propres aux acides gras.

Les trois premières techniques permettent de mettre en évidence une substance amorphe, brune, insoluble dans l'eau, soluble dans l'alcool, l'éther, l'éther de pétrole et les solutions aqueuses concentrées d'hydrate de chloral. Ces caractères joints à l'aspect du produit permettent de conclure à l'exis-

tence de composés résineux, existence que confirme la dernière technique qui permet de constater une coloration pourpre fugace faisant place à une coloration brune présentant une fluorescence.

Recherche histochimique. — La coloration des filaments mycéliens par le Soudan III ou la teinture d'Orcanette, s'appliquant également aux graisses, ne peut donner de résultats pratiquement utilisables. Par contre, la réaction caractéristique des résines imaginée par Unverdorben et Franchimont qui aurait pu donner des résultats intéressants, ne m'a, jusqu'à présent, fourni aucun résultat net : il semble seulement que la résine se trouverait sur les membranes externes et surtout sur les conidiophores.

La présence de résines dans le *Sterigmatocystis nigra* est donc certaine, et elle pourrait expliquer les anomalies qui m'ont conduit à la rechercher, cependant il importe, avant d'émettre une conclusion absolue, de vérifier si les méthodes d'analyse quantitative des lipides sont réellement faussées par cette présence. C'est ce que je recherche actuellement.

AGRICULTURE. — *Les formations alluvionnaires de l'Algérie occidentale après les inondations de* 1927. Note (¹) de M. J. **Manquené**, présentée par M. Paul Sabatier.

Les inondations de l'Oranie ont exercé leur action sur :

Le sol;

Les plantes cultivées;

La flore naturelle.

Le sol. — Le dépôt annuel ou *croûte alluviale* des grandes dépressions sublittorales de la Province d'Oran a pris au cours de l'hiver 1927-1928 une importance particulière à la suite des crues de divers cours d'eau descendant de l'Atlas tellien. Des sables et limons, sous une épaisseur de 10^{cm} à 1^{m}, ont recouvert 50000^{ha} des plaines de l'Habra, de Debrousseville et du Sig. La teneur en acide phosphorique et en potasse des nouveaux matériaux est supérieure à celle des formations antérieures comme l'établissent les tableaux ci-après :

Éléments dosés.	Sables pliocènes. I.	II.	Sables d'alluvions de 1927. Plaine de l'Habra-Sig. N° 1.	N° 2.	N° 3.
Acide phosphorique pour 1000....	0,10	0,25	0,50	0,39	0,53
Potasse pour 1000..............	1,27	1,43	3,60	2,30	3,46

I. Plateau de Mostaganem (commune de Tounan). — II. Région de Dahra (centre de Ouillis).

(¹) Séance du 21 janvier 1929.

Éléments dosés.	Sol argileux des plaines sublittorales. N° 85.	N° 86.	N° 87.	N° 88.	Limons déposés par les inondations de 1927. N° 4.	N° 5.	N° 6.	N° 7.
Acide phosphorique pour 1000........	1,16	1,10	1,33	1,27	1,50	1,96	1,48	1,88
Potasse pour 1000...	4,65	4,80	3,95	4,90	15,12	17,50	14,26	15,20

Ainsi les limons déposés par les dernières inondations présentent des réserves phosphatées considérables et leur richesse est exceptionnellement élevée en potasse. Sous ce rapport, le milieu a été amélioré.

Par contre, la submersion prolongée des basses plaines de l'Oranie a déterminé l'ascension de nappes salées qui ont contribué à la stérilité de certains terrains.

Plantes cultivées. — La masse d'alluvions brusquement apportée par la rupture du barrage de l'Oued Fergoug, a joué un rôle asphyxiant à l'égard des cultures. L'eau en grand excès dans le sous-sol a conduit au même résultat. Enfin l'arrivée du sel au contact des racines a produit des effets nettement toxiques.

Ainsi ont été anéanties la plupart des plantes cultivées. Parmi les Aurantiacées, le mandarinier et l'oranger ont été plus gravement atteints; le citronnier a mieux résisté.

L'olivier, en bien des cas, a réagi avec succès. Partout, ces perturbations se traduisaient d'abord par un état chlorotique dont l'intensité croissante avait pour terme ultime la chute des feuilles et la mort du végétal.

La vigne a été détruite, en certaines dépressions fermées, par les eaux de ruissellement qui s'y étaient réunies, faisant remonter des couches inférieures, le sel absorbé par le végétal et concentré dans le raisin. Il en est résulté des moûts anormaux renfermant $4^g,90$ de chlorure de sodium par litre.

La Flore naturelle. — La végétation spontanée de certaines plaines de l'Oranie est caractérisée par la présence de groupes halophiles qui, avec *Salicornia*, *Salsola*, etc., y occupent plus de 200000^{ha} de terres à peu près improductives. Le drainage, entrepris par endroits, y réalise le *dessalement* qui entraîne des transformations successives dans la flore naturelle. C'est ainsi que le retour à la fertilité se traduit, dans ce milieu, par l'apparition de représentants des genres *Melilotus* et *Medicago*. A la suite des inondations, les mélilots et luzernes se sont développés, donnant une abondante production fourragère en des points naguère occupés exclusivement par des halophites.

Ailleurs, se sont produits des effets opposés : une espèce ligneuse bien

connue par son habitat, le *Tamarix gallica*, a envahi les cultures, méritant une mention spéciale par la rapidité de son évolution et les possibilités qu'elle réserve pour la constitution de peuplements forestiers en terrains salés.

Les inondations ont assuré la dissémination d'espèces ou variétés du genre *Ricinus* qui pourraient faire l'objet d'une culture appropriée au nouveau milieu.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Accentuation et persistance des adaptations symbiotiques chez le Topinambour greffé sur le Soleil annuel.* Note [1] de M. LUCIEN DANIEL, présentée par M. P.-A Dangeard.

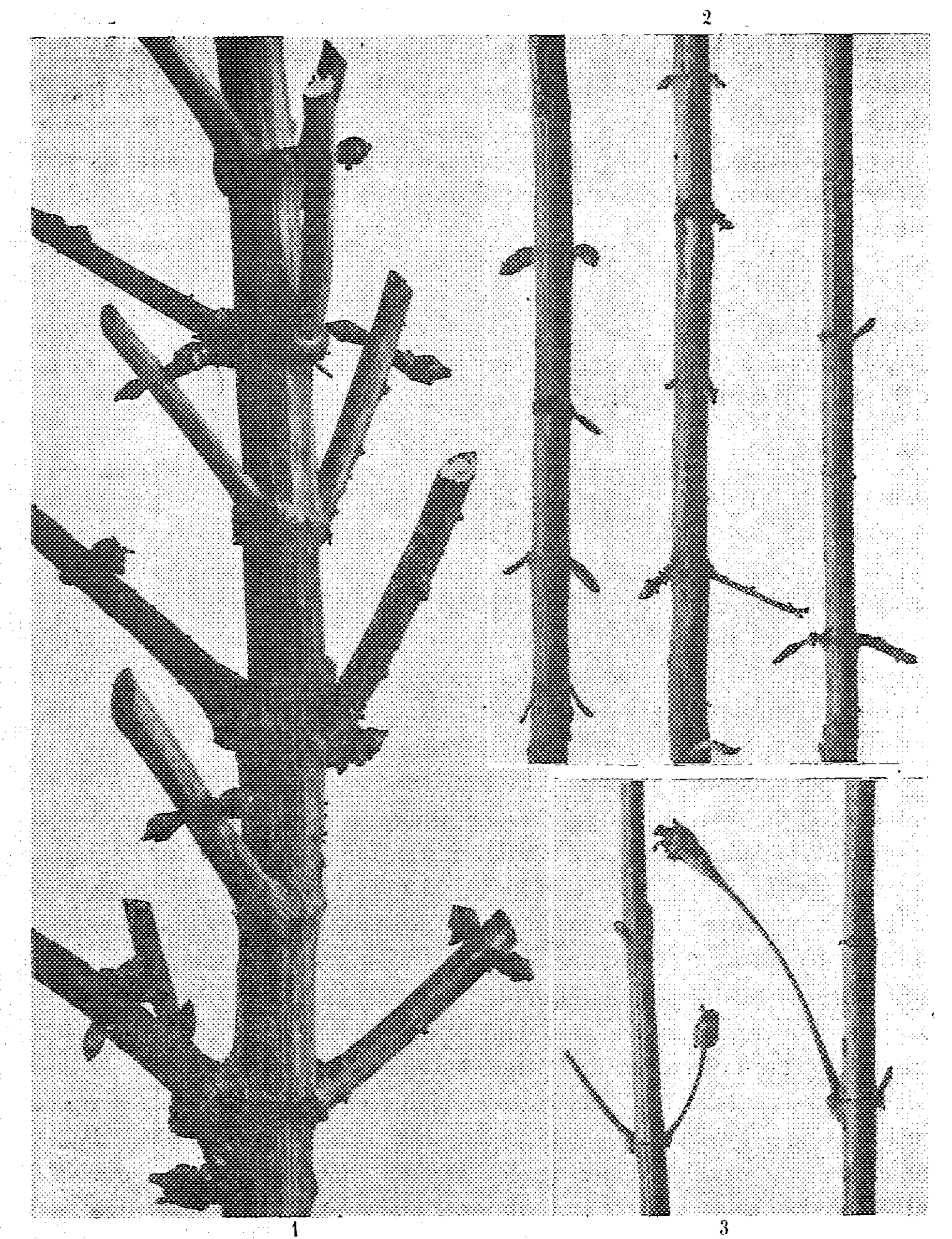
Poursuivant mes études sur les adaptations symbiotiques (1, figure ci-après) chez les descendants des Topinambours greffés [2], j'ai observé de nouveaux faits intéressants. Dans mes semis de 1922, les tubercules aériens n'apparurent sur l'*Helianthus Dangeardi* qu'à la deuxième année de sa végétation. Dans ceux de 1927, 48 jeunes plantes donnèrent de suite à l'automne des tubercules aériens. A leur deuxième année de végétation, en 1928, cette propriété s'est maintenue chez elles et s'est montrée aussi chez 46 autres exemplaires qui ne la possédaient pas l'année précédente et qui se sont ainsi comportés à la façon de l'*H. Dangeardi*.

Dans mes séries de greffages, faits de 1894 à 1928 chaque année, je n'ai jamais observé chez le Topinambour épibiote ou chez des témoins le développement de rhizomes aériens comme il s'en forme parfois chez la Pomme de terre greffée sur la Tomate. Or j'en ai trouvé, en nombre variable, sur un certain nombre de mes exemplaires des semis de 1927, restés en place ou replantés en 1928 (2, figure ci-après). Leur couleur était tantôt verte, tantôt brun violacé; les uns étaient horizontaux, d'autres courbés vers le sol. Les plus voisins du collet étaient minces, à entrenœuds plus longs. En remontant vers le sommet de la tige, les entrenœuds de ces rhizomes devenaient plus courts et leur extrémité se renflait de plus en plus. Il y avait ainsi passage graduel des rhizomes aux tubercules aériens, d'abord pédicellés puis sessiles. Chez quelques pieds ainsi variés, on trouvait en outre des rameaux à direction oblique mais négativement géotropique, portant à leur extrémité un tubercule aérien (3, figure ci-après).

---

(1) Séance du 21 janvier 1929.

(2) Voir *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 1198; **185**, 1927, p. 968; **186**, 1928, p. 785.



Diverses adaptations symbiotiques chez les descendants du Topinambour greffé sur Soleil annuel. 1. Portion d'une tige ramifiée de Topinambour de semis (1927) avec des tubercules aériens, des manchons à la base des rameaux latéraux et des racines adventives en forme de moignons. — 2. Rhizomes aériens à géotropisme positif variable, passant, à la partie supérieure, aux tubercules aériens. — 3. Tubercules apicaux formés au sommet de rameaux latéraux à la place des inflorescences.

A ces adaptations morphologiques externes, résultat indéniable de la lutte pour la vie, de l'affolement complet de la fonction de réserve et de l'impossibilité presque absolue de la multiplication végétative chez le Topinambour épibiote, correspondaient des modifications de structure de l'appareil sécréteur, à la fois quantitatives et qualitatives. Chez certains rhizomes aériens, les canaux sécréteurs avaient conservé le type spécifique de cet appareil qu'on rencontre chez l'*Helianthus tuberosus* comme chez l'*H. annuus*, mais leur nombre était en général plus élevé. Chez d'autres, les canaux sécréteurs rappelaient la forme et la taille de ceux de l'*Helianthus orgyalis* et de l'*Helenium autumnale*; par conséquent ils étaient spécifiquement distincts de ceux des deux symbiotes et de l'espèce témoin Topinambour. Enfin un certain nombre de rhizomes présentaient à la fois des canaux sécréteurs très grands à lumen ovale ou arrondi et d'autres étroits comme le type normal, avec les intermédiaires entre les deux formes et une abondance extrême des produits de sécrétion.

Ces résultats démontrent expérimentalement que le facteur symbiose détermine chez l'épibiote Topinambour placé sur Soleil annuel des adaptations, des symbiomorphoses jusqu'ici insoupçonnées pour la plupart; que celles-ci apparaissent au bout de périodes variables qui sont parfois très longues puisque la formation de rhizomes aériens s'est manifestée seulement après 34 ans de greffages répétés; que l'action symbiotique une fois déclanchée persiste dans les descendants de l'épibiote et peut provoquer des variations nouvelles à la façon dont le fait le gamète mâle chez les hybrides sexuels ou chaque parent dans certains hybrides de greffe. Il est inutile de souligner l'importance de ces faits relativement à la théorie de l'évolution et à l'hérédité des caractères acquis.

PHYSIOLOGIE. — *Une hormone thyroïdienne régulatrice de l'excitabilité cérébrale.* Note de Mlle **G. Fuchs**, MM. **J. Régnier**, **D. Santenoise** et **P. Vare**, présentée par M. Ch. Richet.

Les recherches que nous poursuivons depuis plusieurs années nous ont permis de constater que le pneumogastrique exerce une influence considérable sur la chronaxie des centres psycho-moteurs par l'intermédiaire de l'appareil thyroïdien qu'il innerve.

Nous avons mis en évidence l'existence, dans les extraits thyroïdiens, dans le sang efférent de la glande et dans le sang carotidien, d'un pouvoir d'abaissement de la chronaxie du gyrus sigmoïde.

N'ayant trouvé cette propriété que chez les animaux vagotoniques ou vagotonisés par des agents pharmacodynamiques, nous avons pensé que la thyroïde ne produisait ou ne libérait peut-être en quantité notable un principe agissant sur l'excitabilité cérébrale que sous l'action et l'influence du pneumogastrique.

Les expériences qui font l'objet de la précédente Note confirment pleinement cette hypothèse. Elles nous ont permis de retirer de certaines thyroïdes une hormone exerçant une très importante action sur la chronaxie des centres psychomoteurs. Nous avons, de plus, constaté que seules les thyroïdes d'animaux vagotoniques ou vagotonisés donnent une quantité d'hormone suffisante pour abaisser en proportion notable la chronaxie des centres moteurs du gyrus sigmoïde.

Nos expériences portent sur près de quatre cents chiens, tant donneurs que récepteurs.

Méthode d'extraction du principe actif. — Nous rapporterons très brièvement, et seulement dans ses grandes lignes, le procédé qui nous a permis d'isoler de l'extrait thyroïdien brut une hormone agissant puissamment sur l'excitabilité cérébrale. (Les détails de préparation seront publiés dans un Mémoire plus détaillé).

Injecter aux animaux donneurs une petite quantité d'ésérine. Enlever les thyroïdes au moment du gonflement. Broyer dans du sérum physiologique de pH déterminé. Reprendre et précipiter dans alcool dilué à pH déterminé. Précipitation de 24 heures. Filtrer. Évaporer sous pression réduite. Reprendre par alcool dilué à pH déterminé. Addition d'alcool absolu jusqu'à alcool à 96°. Recueillir précipité par filtration en évitant oxydation. Dessécher rapidement au vide et reprendre le résidu par sérum physiologique.

Action de ce principe sur la chronaxie du gyrus sigmoïde. — Lorsqu'on s'adresse à des chiens préalablement ésérinés et qu'on prend les précautions voulues dans la préparation, on obtient un précipité qui, dissous dans du sérum physiologique, et injecté à un chien trépané, sous $CHCl^3$ anesthésique, et bien réveillé, provoque rapidement un abaissement de la chronaxie du centre d'extension de la patte antérieure gauche, par exemple. L'intensité et la durée du phénomène paraissent dépendre du nombre, de la taille et du gonflement des glandes dont on est parti ainsi que de la quantité d'hormone obtenue et injectée. Au bout d'un certain temps, la chronaxie remonte à sa valeur antérieure.

Sur 31 expériences, réalisées chez des animaux vagotomisés haut, il y a eu 31 fois diminution de la chronaxie des centres psychomoteurs après injections d'hormone provenant de chiens vagotoniques ou ésérinés, ainsi

que l'indiquent les chiffres suivants, traduisant des modifications de chronaxie : de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},2$; de 1^{σ} à $0^{\sigma},25$; de $1^{\sigma},3$ à $0^{\sigma},75$; de 1^{σ} à $0^{\sigma},5$; de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},3$; de $0^{\sigma},9$ à $0^{\sigma},1$; de 1^{σ} à $0^{\sigma},1$; de $0^{\sigma},9$ à $0^{\sigma},1$; de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},1$; de $0^{\sigma},8$ à $0^{\sigma},5$; de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},5$; de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},3$; de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},4$; de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},1$; de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},1$; de $0^{\sigma},5$ à $0^{\sigma},1$; de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},1$; de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},1$; de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},1$; de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},1$; de 1^{σ} à $0^{\sigma},1$; de $0^{\sigma},6$ à $0^{\sigma},1$; de $0^{\sigma},7$ à $0^{\sigma},1$; de $0^{\sigma},75$ à $0^{\sigma},1$; de $1^{\sigma},3$ à $0^{\sigma},75$; de 0,75 à $0^{\sigma},1$; de $1^{\sigma},2$ à $0^{\sigma},8$; de $1^{\sigma},5$ à $0^{\sigma},8$; de 1^{σ} à $0^{\sigma},1$; de $1^{\sigma},3$ à $0^{\sigma},75$; de $0^{\sigma},8$ à $0^{\sigma},1$.

Par contre, nous n'avons jamais pu obtenir, avec le même procédé d'extraction, de principe thyroïdien actif sur la chronaxie des centres psycho-moteurs, en partant de thyroïdes d'animaux hypovagotoniques.

Nous avons de même obtenu pendant plusieurs mois des résultats négatifs, en utilisant un sel d'ésérine que nous avons reconnu par la suite être inactif, aux doses employées, sur les centres des pneumogastriques, de même que sur la sécrétion salivaire. Cette série négative a la valeur d'une contre-épreuve, car nous avons, depuis, obtenu régulièrement à nouveau des préparations très actives en vagotonisant préalablement nos donneurs avec des sels d'ésérine dont nous avons contrôlé l'efficacité sur l'excitabilité et le tonus des centres des pneumogastriques.

Ainsi, après avoir prouvé dans des expériences antérieures que l'appareil thyroïdien produit et met en circulation, sous l'influence du pneumogastrique, un principe agissant sur l'excitabilité des centres psycho-moteurs cérébraux, nous avons pu extraire des quantités physiologiquement actives de cette substance, et constater qu'elle exerce, à des doses très faibles, une action intense sur l'excitabilité cérébrale. Nous croyons pouvoir la considérer comme l'hormone thyroïdienne régulatrice de l'excitabilité cérébrale.

EMBRYOLOGIE. — *La liquéfaction de la gaîne tubaire interne de l'œuf chez les Amphibiens urodèles*, Note de M. **Paul Wintrebert**, présentée par M. M. Caullery.

L'œuf des Urodèles (Axolotl et Tritons), prélevé à la fin de l'oviducte, avant la fécondation, présente, en dehors du chorion, une première gaîne tubaire épaisse, transparente et solide, formée de couches concentriques entourant un ovule central. Très rapidement dans l'œuf fécondé, cette gaîne est dissoute et l'ovule tombe dans la partie déclive de la cavité formée. On retrouve ici la succession des phénomènes décrits chez *Disco-*

glossus pictus (¹); mais, chez les Urodèles, la liquéfaction de l'enveloppe tubaire interne a été signalée par Van Bambeke dès 1880 (²). J'ai étudié les conditions de son déterminisme, en vue de la prendre comme test du fonctionnement des gamètes et des réactions de l'œuf activé. Les œufs de *Molge vulgaris*, *M. palmata*, *M. marmorata*, dont je me suis servi, ont été prélevés au-dessus du cloaque, sur des femelles venant d'être capturées.

Lebrun, en 1902 (³), considère que l'enveloppe interne de mucine, avide d'eau, déshydrate l'ovule au cours de son trajet tubaire et provoque ainsi les phénomènes de maturation : « l'eau qui a ramolli cette couche et la rend presque liquide est extraite de l'œuf. » Mais l'œuf complet et mûr, déposé dans l'eau pure, gonfle ses membranes sans dissoudre la gaîne tubaire qui demeure intacte tant qu'il reste vivant, le plus souvent au delà de 24 heures. La liquéfaction qui survient alors résulte de l'autolyse ovulaire et celle-ci se produit à une échéance plus ou moins lointaine (parfois après deux et même trois jours, à 15°C.) suivant l'état plus ou moins avancé de la maturation au moment du prélèvement.

Dans les œufs soumis à la fécondation artificielle, l'ovule est rapidement mobile, en 20 minutes, par exemple, chez *M. vulgaris*, à 18°C.; ses déplacements, d'abord lents et réduits, deviennent bientôt rapides et étendus. Le degré de viscosité du liquide de digestion peut être approximativement mesuré par le temps que met l'ovule libéré à tomber dans la chambre tubaire ovoïde, d'une extrémité à l'autre du grand axe de cette chambre, verticalement dressée; ce temps varie de 15 secondes au début de la liquéfaction, à une seconde, 24 heures après, au stade morula; la digestion, commencée tôt, s'achève donc lentement. Le liquide, d'abord sirupeux, chargé de débris poussiéreux et, chez l'Axolotl (Van Bambeke), « de granulations brillantes et de petits grumeaux », se clarifie peu à peu et devient fluide. Dans les premières heures, le chorion colle à la paroi tubaire, ce qui laisse supposer la présence d'une pellicule périphérique non digérée et permet d'inférer que la plus grande part du ferment actif émane de l'ovule plutôt que des spermatozoïdes qui ont traversé les membranes.

Une piqûre de la gaine tubaire interne avec un fil de platine stérilisé ne provoque aucune dissolution en 14 heures. Mais si, dans cette expérience, l'ovule est écorché, s'il se produit le moindre extraovat, la gaîne est dissoute

(¹) Wintrebert, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 99.
(²) Van Bambeke, *Arch. de Biol.*, 1, 1880, p. 4.
(³) H. Lebrun, *La Cellule*, 20, 1902, p. 78.

en une demi-heure. Un peu de substance ovulaire pénétrant avec le fil de platine dans la gangue qui entoure un ovule intact, provoque en 35 minutes la mobilisation de celui-ci dans un compartiment réduit.

Des œufs déposés dans l'eau pure depuis 24 heures et mis au contact du sperme de l'espèce ne sont pas activés et même ne semblent pas pénétrés par les spermatozoïdes, car ils ne liquéfient leur gangue interne que 15 heures plus tard par autolyse. Celle-ci provoque à son début, juste autour de l'ovule chorial, une dissolution plus ménagée, plus localisée, plus lente que l'activation, précédée par un ramollissement que décèle une simple poussée de l'ovule à travers les membranes : l'ovule légèrement déplacé garde alors sa position excentrique. La fécondation hétérogène, par les spermatozoïdes immobiles de Discoglosse, d'œufs de *M. marmorata*, liquéfie la gaîne de 2 œufs sur 12, en 40 minutes et n'aboutit, chez *M. palmata*, après 2 heures 15 minutes, qu'à rendre l'ovule mobile à la poussée. La pancréatine transforme en 2 heures la gaîne en un liquide sirupeux.

A la lumière de ces faits, la valeur comparée des signes apparents de l'activation peut être précisée. Si, comme chez *Discoglossus pictus*, les ferments issus des spermatozoïdes et de l'ovule conjuguent leur action pour digérer la gaîne tubaire, cependant le rôle le plus actif est dévolu au liquide périvitellin. Celui-ci passe d'abord dans le chorion. Il n'est donc pas étonnant de voir très rapidement, au bout de 10 minutes, les ovules arrondis dès l'origine tourner lentement, en 8 à 10 minutes, dans le chorion. Mais la plupart des ovules sont ovoïdes et ne prennent la forme ronde, propice à la rotation, qu'après la dissolution de la gaîne qui emprisonne le chorion ; la mobilité dans la gaîne tubaire est donc pour eux le premier signe de l'activation. D'autre part, il est des ovules qui, malgré la liquéfaction totale de la gaîne, conservent jusqu'après la segmentation la forme ovoïde, en particulier chez *M. vulgaris*, où le chorion est résistant ; en ce cas, la rotation est souvent incomplète et peut-être absente, tandis que la chute de l'ovule au fond de la cavité qui s'est substituée à la gaîne est toujours nettement visible. Dans un œuf immobile et activé, l'adhérence du chorion au fond de la cavité tubaire ne permet que la rotation intrachoriale de l'ovule ; mais un ovule libre dans une coque brusquement redressée tourne rapidement et incomplètement avec son chorion pendant la durée minime de sa chute et la rotation s'achève ensuite lentement dans le chorion de nouveau immobilisé.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Étude comparative de la valeur de l'essai biologique et de l'essai physique de l'ergostérol irradié.* Note de MM. **René Fabre** et **Henri Simonnet**, présentée par M. Leclainche.

Le pouvoir antirachitique de l'ergostérol irradié est un fait désormais classique; pour vérifier l'activité de ce produit, on s'adresse à des essais physiques, chimiques et biologiques. Ces tests ont tous une valeur indéniable et leur emploi a permis aux divers expérimentateurs de faire des observations fort intéressantes. Toutefois, les propriétés physiques et chimiques des stérols irradiés, produits toujours constitués par des mélanges complexes, peuvent ne pas être uniquement en rapport avec l'activité biologique.

Le but de la présente Note est de baser, sur l'examen des quelques faits expérimentaux précis, les relations entre les propriétés antirachitiques et les propriétés optiques de l'ergostérol irradié.

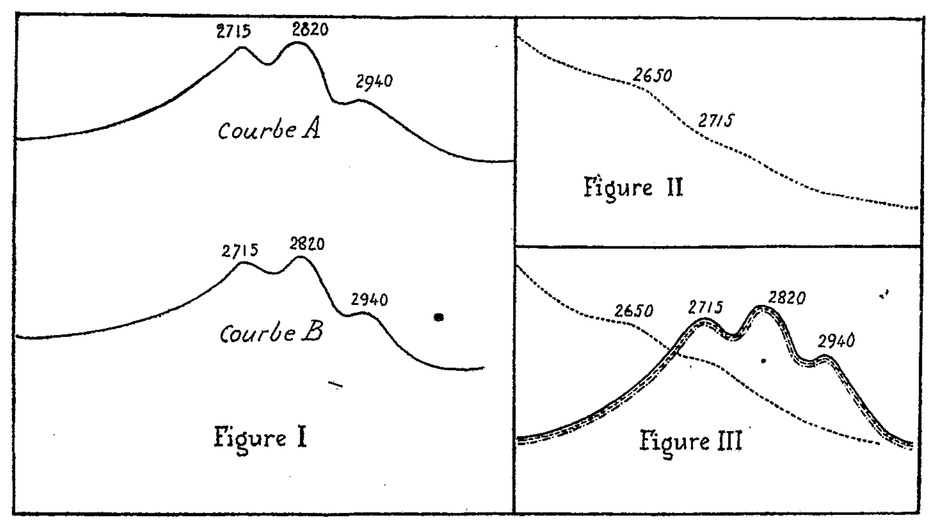
L'essai biologique, tel que nous le pratiquons, permet de vérifier l'activité du produit administré soit à titre curatif, soit à titre préventif. En soumettant des rats blancs d'une même portée, pris au sevrage, à l'excellent régime de Mme L. Randoin et de R. Lecoq, on peut obtenir une modification nette de la zone d'ossification de la tête tibiale en 8 à 10 jours. L'épreuve curative consistant en l'administration, parallèlement au régime précédent, du produit à essayer, est terminée en une semaine. On peut obtenir un résultat plus rapide par la méthode préventive, qui consiste à soumettre simultanément des rats d'une même portée, les uns au régime rachitigène, les autres au régime rachitigène complété par le produit antirachitique. Dans l'un et l'autre cas, des témoins sont nécessaires, en raison de l'inégale sensibilité d'animaux ou de familles entières. Les indications fournies par un tel essai sont sûres et rapides.

Nous avons soumis à cet essai des échantillons d'ergostérol irradié obtenus de différentes façons, et nous avons observé les faits suivants :

1. On peut préparer un ergostérol actif au $\frac{1}{1000}$ de milligramme pour 100g de rat blanc, dans lequel la fraction précipitable par le digitonoside n'est que très légèrement inférieure à celle qui est obtenue avec le produit initial, et dont la courbe d'absorption ultraviolette montre seulement une différence de densité optique, sans modification notable de son tracé. C'est le cas observé avec l'ergostérol irradié, en solution éthérée, à froid et en atmosphère inerte, pendant 20 à 30 minutes. C'est le cas également du pro-

duit irradié à sec pendant des temps variant de 30 minutes à 6 heures. Le produit soumis le plus longtemps à l'irradiation est, dans ce cas, plus actif, mais sa courbe n'est pas sensiblement modifiée (*fig.* 1).

2. On peut obtenir également un produit actif au $\frac{1}{1000}$ de milligramme, dans lequel la fraction précipitable par le digitonoside est très faible, tandis que la courbe est entièrement modifiée. C'est le cas des stérols irradiés sans précaution pendant 6 heures, en solution alcoolique (*fig.* 2).



Courbes d'absorption ultraviolette de stérols irradiés de différentes façons.

En ordonnées : densité optique. — *En abscisses* : longueur d'onde en U. Å.

Fig. 1. — *Courbe* A. Courbe d'absorption ultraviolette d'ergostérol irradié à sec, 30 minutes. *Courbe* B. Courbe d'absorption ultraviolette d'ergostérol irradié à sec, 6 heures.

Fig. 2. — Courbe d'absorption ultraviolette d'ergostérol irradié en solution alcoolique, pendant 6 heures, à l'air libre.

Fig. 3. — Courbes d'absorption ultraviolette d'ergostérol :

———— Avant toute irradiation.

Fractionnements après irradiation :

- - - - 1re fract. crist.; ·—·— 2e fract. crist.: . . . . résidu résineux par lavage à l'alcool faible.

3. Il est possible, grâce à l'emploi de solvants appropriés, tels que l'alcool faible, d'effectuer un fractionnement du stérol irradié. Alors que les différentes fractions cristallisées ont des propriétés optiques et des pouvoirs rotatoires très voisins, le résidu incristallisable, doué d'une activité antirachitique identique à celle des produits précédents, possède une courbe parallèle à celle de la figure 2.

Les produits intermédiaires entre ces extrêmes ne présentent en aucun cas une activité biologique supérieure à celle précédemment observée,

tandis que les bandes d'absorption de leur courbe s'atténuent graduellement et qu'apparaît un maximum vers 2550 U. A.

Dans ces conditions, il semble prématuré d'attribuer au produit biologiquement actif un spectre d'absorption nettement défini, et ces résultats sont parfaitement en accord avec ceux de Rosenheim et Webster, et de Bills, Honeywell et Cox. Dans tous les cas étudiés, le produit antirachitique est dilué dans une quantité très importante de substance inactive : dans la première expérience, il est mélangé surtout d'ergostérol non transformé, et dans la seconde, il est accompagné principalement des produits de transformation de ce stérol. La séparation qui a été tentée dans l'expérience 3, et qui fait aussi l'objet de recherches de Windaus et de ses collaborateurs, ne permet pas de formuler encore des conclusions satisfaisantes sur la nature et les propriétés du facteur antirachitique.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIQUE. — *Un nouveau ferment.* Note de MM. **R. Fosse** et **A. Brunel**, présentée par M. Émile Roux.

1. Tandis que la découverte, chez les êtres vivants, de l'allantoïne remonte à 1799 (Vauquelin et Buniva), celle de l'acide allantoïque, en tant que principe naturel, ne date que de ces dernières années (R. Fosse, 1927).

Cette acquisition résulte de techniques très sensibles qui ont conduit à déceler cet uréïde, d'abord à l'état de traces, puis à l'isoler et à l'identifier par l'analyse quantitative élémentaire ([1]).

2. Les mêmes méthodes de travail démontrent que les végétaux renferment fréquemment un ferment insoupçonné, producteur d'acide allantoïque par fixation d'eau sur l'allantoïne :

$$NH^2.CO.NH-\underset{\displaystyle CO-NH}{CH-NH}\!\!>\!CO \xrightarrow{H^2O} NH^2.CO.NH-\underset{\displaystyle COOH}{CH}-NH.CO.NH^2$$

3. *Caractérisation de l'acide allantoïque formé par action du soja hispida sur l'allantoïne.* — Une graine très finement broyée, étant répartie avec 2^{cm^3} d'eau dans trois tubes à essais, on détruit les ferments dans deux témoins, par l'action de la chaleur ou de l'acide formique, saturé ensuite par CO^3Ca. Les trois milieux, pourvus d'allantoïne et de chloroforme, sont placés dans un bain à 40°. Déjà, après 10^m, le contenu du tube d'expérience donne, seul,

([1]) Fosse, *L'Urée*, Paris, 1927, Presses universitaires, p. 182-198.

la réaction colorée glyoxylique, précédemment décrite de l'ac-allantoïque [1].

4. *Identification par l'analyse quantitative élémentaire de l'acide allantoïque, engendré par action sur l'allantoïne des semences : Soja hispida, phaseolus vulgaris, phaseolus lunatus.* On abandonne, 24^h, à la température ordinaire :

	Expériences	Témoins.
Allantoïne à $\frac{2}{1000}$	50^{cm^3}	50^{cm^3}
Macération de $\frac{1}{10}$ de graine broyée	25	-
Même macération, portée 10^m à 100°	-	25
Sesquicarbonate d'ammonium	1^g	1^g
Eau pour compléter volume à	100^{cm^3}	100^{cm^3}
Chloroforme	20 gouttes	20 gouttes

Mode opératoire. — Refroidir les deux séries de milieux; ajouter $\frac{1}{10}$ de solution saturée de nitrate de plomb; centrifuger; éliminer le plomb par H^2S et l'excès de ce gaz par courant d'air; alcaliniser légèrement par la soude les liquides déféqués; les étendre de leur volume d'acide acétique et ajouter du xanthydrol méthylique à $\frac{1}{10}$ (2,5 pour 100 du volume total). Seuls, les milieux d'expérience donnent un précipité d'acide dixanthylallantoïque, pur après cristallisation de la pyridine.

Micro-analyses d'après F. Pregl du dérivé xanthylé de l'acide allantoïque, obtenu par fermentation de l'allantoïne. — (Soja), trouvé pour 100 : C 67,30; H 4,47; N 10,57; (*Phaseolus lunatus*) C 67,08; H 4,61; N 10,28; (*Phaseolus vulgaris*) N 10,23.

Théorie pour $\left(O\langle{}^{C^6H^4}_{C^6H^4}\rangle CH - NH.CO.NH\right)^2 CH.COOH$: C 67,14; H 4,51; N 10,44.

5. Ce ferment, ne peut recevoir que le nom d'*allantoïnase*. Il se trouve dans les nombreuses semences de Légumineuses qui suivent, récoltées en 1928 au Muséum : *Acacia longifolia*, *Anthyllis Hermaniæ* L., *Astragallus glycyphylloïdes* D. C., *Cercis siliquastrum* L., *Cicer arietinum* L., *Colutea arborescens* L., *Coronilla varia* L., *Cytisus Alschingeri* Vis., *Ervum lens*, *Genista tinctoria* L., *Glycina soja* Sieb. et Zucc., *Lathyrus latifolius* L., *Lathyrus niger* Bernh., *Lathyrus odoratus* L., *Lathyrus pratensis* L., *Lotus tetragonolobus* L., *Lupinus albus* L., *Medicago minima* L., *Melilotus alba* Desr., *Melilotus officinalis* Lam., *Mimosa pudica* L., *Ononis fructicosa* L.,

(1) R. Fosse et V. Bossuyt, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 106.

Phaseolus lunatus L., *Phaseolus multiflorus* Willd, *Phaseolus Mungo* L., *Phaseolus vulgaris* (flageollet, princesse à rames), *Pisum sativum*, *Pisum elatius* Bieb., *Scorpiurus sulcata* L., *Soja hispida*, *Trifolium montanum* L., *Trifolium procumbens* L., *Trigonella polycerata* L., *Vicia hirsuta* S. F. Gray, *Vicia lutea* L., *Vicia pisiformis* L., *Vicia sylvatica* L.

Des graines de *Canavalia ensiformis* (1), faisant partie depuis 38 ans des Collections du Muséum, et de *Phaseolus vulgaris*, âgées de 15 ans, produisent rapidement de l'acide allantoïque aux dépens de l'allantoïne.

6. Ainsi de nombreux végétaux renferment un nouveau catalyseur biochimique, exerçant sur l'allantoïne l'action la plus simple que l'on puisse imaginer : fixation d'eau sans division de la molécule en plusieurs autres.

Quelques auteurs ayant annoncé qu'un ferment scinde l'allantoïne en deux molécules : acide glyoxylique ou oxalique, urée ou carbonate d'ammonium, Oppenheimer se refuse à admettre leur conclusion. Il juge que l'existence d'un tel ferment est aussi douteuse que la nature des corps attribués à son activité : « Fraglich ist nicht nur die Existenz eines solchen Fermentes, sondern auch der weitere Weg des Abbaues » (2).

La séance est levée à 16h.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 21 janvier 1929.)

Note de M. *C. Raveau*, Le principe énoncé par Carnot; le théorème. Les formules du second domaine de la thermodynamique indépendantes de tout principe :

Page 314, ligne 7 en remontant, *au lieu de* II, *lire* III.
Page 315, ligne 3 en remontant, devant 2°, *au lieu de* ;, *lire* :

---

(1) D. Bois, *Les plantes alimentaires chez tous les peuples et à travers les âges*, Paris, 1927, p. 138.

(2) C. Oppenheimer, *Die Fermente und ihre Wirkungen*, 5e édition, Leipzig, 1926, p. 1735.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 FÉVRIER 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

La catastrophe de l'*Italia* au pôle Nord a coûté un certain nombre de vies humaines, parmi lesquelles, celle de notre Correspondant **Roald Amundsen**, disparu, avec ses courageux compagnons, dans le naufrage du *Latham* 47, le 18 juin 1928.

Fils d'un armateur, Roald Amundsen naquit, le 16 juillet 1872, à Borge, sur le fjord de Christiana en Norvège. Il manifestait de bonne heure un goût prononcé pour les sciences. Il se destinait à la médecine, lorsque l'épopée de Nansen traversant en ski le Groenland développa en lui le désir de devenir explorateur polaire.

Participant, à bord d'un phoquier, à une expédition de chasse dans l'Océan glacial arctique, il accomplit un stage à bord d'un baleinier pour obtenir le brevet de capitaine au long cours. Plusieurs campagnes autour de Jean Mayen avaient complété son instruction nautique et fait de lui un navigateur expérimenté; aussi M. de Gerlache l'engagea-t-il comme lieutenant à bord de la *Belgica* pour l'exploration des mers australes.

Pendant les longues nuits d'hivernage, il conçut l'idée d'accomplir la traversée du passage du Nord-Ouest, objet de tant de tentatives infructueuses, dont la dernière, celle de Franklin, fut si tristement célèbre.

Nansen ayant approuvé son projet, il partit à bord du *Gjœa*, petit sloop de 47 tonneaux, avec un moteur à pétrole et six hommes d'équipage, le 16 juin 1903. Il revint le 20 novembre 1906, ayant réussi, avec son petit

navire à passer de l'Atlantique dans le Pacifique à travers l'archipel Polaire. C'était un exploit sans précédent dont les résultats scientifiques furent considérables, au point de vue géographique, ils se traduisent par le lever de 200^{km} de la côte orientale de la terre Victoria et par les importantes corrections aux cartes de la région parcourue, qui, dressées en hiver, étaient inexactement représentées. En outre, pendant ses deux hivernages, l'un dans une baie de la côte sud du Roi Guillaume, l'autre sur la rive ouest de l'estuaire du Mackensie, il effectua de nombreuses observations sur la direction et l'intensité de la force magnétique et sur ses variations. Les observations météorologiques ne furent pas moins nombreuses et leur valeur s'accroît de ce qu'elles ont été réalisées au voisinage du pôle magnétique aussi bien qu'au voisinage du Pôle Nord.

Après cet exploit, qui plaçait Amundsen au rang des plus hardis navigateurs, il accomplit une expédition sensationnelle : la découverte du Pôle Sud.

Parti pour une expédition avec le Fram qui devait parcourir le périple des terres australes, Amundsen dévoila brusquement, en cours de route, le projet d'aller au Pôle Sud, à son équipage. Ce dernier enthousiasmé décida de l'accompagner. Il réussit au prix de grandes difficultés à atteindre le pôle, le 14 décembre 1911, devançant de quelques jours l'infortuné Scott. Pendant cette expédition, Amundsen a fait connaître la configuration de la Grande Barrière ainsi que le relief du plateau austral, inconnu jusqu'à lui, complétant les données géographiques par d'importantes observations météorologiques.

C'est à la suite de ces magnifiques et fructueuses randonnées scientifiques que Roald Amundsen fut élu correspondant pour la Section de géographie et de navigation, en 1918.

La joie qu'il éprouva avec ses compagnons en plantant le pavillon norvégien au Pôle Sud fut mêlée de regrets. « ... Je ne puis dire, écrit-il, que j'ai réussi à accomplir la mission que je m'étais assignée dans cette vie. Depuis mon enfance, le Pôle Nord a été l'objet constant de mes rêves; c'est le Pôle Sud que je conquiers. »

Aussi dès son retour en Europe est-il préoccupé de « remplir sa mission » et de partir pour le Pôle Nord. Retardé par la guerre, son départ ne peut avoir lieu qu'en 1918, à bord d'un navire de 100 tonnes, le *Maud*, construit pour résister à la pression des glaces. A trois reprises différentes, il fut arrêté par les Banquises. Sans se décourager Amundsen forme le projet de débarquer sur la pointe Barrow pour s'élancer de là en avion, survoler

le Pôle et atterrir au cap Columbia. Une fois encore, sa tentative échoua. C'est alors que, rencontrant M. Lincoln Ellsworth, il put organiser avec lui une nouvelle expédition qui faillit lui coûter la vie. Enfin, toujours avec le concours de M. Ellsworth, et à l'aide d'un petit dirigeable acheté en Italie, Amundsen réussit, en partant du Spitzberg, à prendre terre à la pointe Barrow après avoir survolé le Pôle Nord.

Il avait « rempli sa mission » et réalisé ainsi le record unique d'avoir vu les deux Pôles !

Amundsen avait le droit de se reposer. Mais à la nouvelle du désastre de l'*Italia*, oubliant sa controverse avec l'officier italien, n'écoutant que son courage et confiant dans sa connaissance des régions polaires, il s'embarque, avec le commandant Guilbaud, à bord de l'hydravion qui devait finir si mystérieusement.

Nous conserverons le souvenir du hardi navigateur dont la science profonde a enrichi l'histoire des régions polaires de précieuses découvertes.

L'Académie adresse à sa famille ainsi qu'à ses compatriotes, avec le témoignage de son admiration, ses sentiments de profonde sympathie. Elle réunit, dans l'expression de ces sentiments, les malheureux compagnons d'Amundsen.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau les deux volumes des *Proceedings of the International Mathematical Congress held in Toronto*, August 11-16, 1924, edited by J. C. Fields.

PHYSIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur l'utilisation de l'énergie thermique des mers*. Note de M. **Georges Claude**.

L'Académie a été mise au courant des essais effectués l'année dernière à Ougrée pour démontrer l'exactitude pratique des procédés Claude-Boucherot. Avant de passer à la pratique, il importe de voir si ce qui est vrai sur un fleuve paisible sera vrai aussi dans la mer agitée et si l'on pourra pratiquement retirer de ses profondeurs l'eau froide qui donnera la vie à nos installations.

Encouragé par l'accueil bienveillant qui m'a été fait à Cuba, j'ai donc décidé d'y transporter mon installation d'Ougrée pour la placer là où elle pourra être reliée dans les meilleures conditions par un tuyau *ad hoc* aux profondeurs marines.

Le tuyau est déjà en fabrication en France. Il aura 2^m de diamètre; un tel diamètre dépasse de beaucoup ce qui serait suffisant pour ma petite usine. J'ai voulu, en effet, que la pose de ce tuyau nous instruisit presque à l'égal de celle d'une conduite industrielle, et j'ai voulu aussi qu'il puisse servir à d'autres essais en vue de la grosse installation industrielle que j'ai en vue.

La longueur du tuyau sera voisine de 2000^m : elle lui permettra d'atteindre à 1500^m de la côte une profondeur de 600^m. Devant être à dessein très léger, il sera constitué par une tôle de fer de 2^mm d'épaisseur seulement, sauf une partie renforcée au voisinage de l'atterrisage : mais cette tôle sera ondulée à la façon des futs en tôle de carbure de calcium, ce qui augmentera beaucoup la résistance à l'écrasement du tuyau et lui donnera cependant une certaine flexibilité longitudinale pour lui permettre de s'adapter à peu près aux irrégularités du fond sous-marin, lesquelles ne sont d'ailleurs pas si grandes que j'avais pu le craindre.

Aucune précaution n'a été prise dans le choix du métal pour diminuer l'attaque par l'eau de mer, comme l'eût permis par exemple l'emploi de la tôle dite « au cuivre », les essais sur cette usine d'expériences devant se limiter à une période de quelques mois.

Enfin le tuyau sera calorifugé pour empêcher le réchauffement sensible de l'eau ascendante.

Par des moyens sur lesquels je demande la permission de passer, le tuyau, dont les éléments, apportés de France, auront été assemblés au voisinage du point d'immersion, sera amené sur place par flottaison et immergé tout d'une pièce.

L'opération ne manquera pas d'être impressionnante, et je souhaite vivement qu'elle soit favorisée de 2 jours de beau temps dont je demanderai à la science du directeur de l'Observatoire de la Havane de me prévenir — si possible à l'avance.

Toute la partie de la conduite depuis la rive jusqu'à 25^m de profondeur sera mise à l'abri du mouvement des vagues ou protégée contre lui.

Voilà pour la conduite.

L'installation d'Ougrée, d'autre part, est actuellement en démontage pour son expédition à la Havane.

A Cuba, la grosse question a été jusqu'ici de trouver l'emplacement répondant le mieux aux multiples conditions exigées : c'est en effet de ces conditions que dépendra beaucoup l'avenir de nos procédés, bien que je me sois arrangé pour qu'un premier échec, qu'il faut toujours redouter, ne nous soit pas trop préjudiciable.

Pour rechercher cet emplacement, j'ai fait l'acquisition du yacht *Jamaïca*. Ce joli bateau, dont le déplacement est d'environ 500 tonnes et la longueur de 60^{m}, possède une machine à triple expansion de 450 CV alimentée par un générateur à mazout, et qui lui communique une vitesse de 13 nœuds. Il a été équipé avec tous les appareils nécessaires aux sondages, à la mesure des températures et des courants sous-marins par M. Idrac, répétiteur à l'École Polytechnique et Directeur de l'Observatoire de Trappes, mis à ma disposition par M. Painlevé.

Entre autres instruments intéressants, le *Jamaïca* possède les remarquables appareils imaginés par M. Idrac lui-même pour la délicate mesure des courants sous-marins. Ils réalisent cette mesure par inscription photographique des tours d'un moulinet commandé par le courant à mesurer.

Pour la mesure rapide des profondeurs de la mer, le *Jamaïca* possède le merveilleux sondeur à ultras sons de Langevin et Florisson.

Je n'insisterai pas ici sur les dispositions de cet instrument qui utilise les principes les plus élevés de l'électricité et a mis à profit en particulier les superbes travaux de mon maître Pierre Curie sur les propriétés électriques du quartz. Je rappellerai simplement que cet appareil procède par l'envoi discontinu vers le fond de la mer, toutes les 3 secondes, d'un faisceau de vibrations *mécaniques* dites *ultra sonores* parce qu'il y en a 50000 par seconde et que notre oreille ne peut en entendre plus de 34000 par seconde. Ces vibrations se propagent dans l'eau à la vitesse du son, vont se réfléchir sur le fond de la mer et reviennent à l'appareil après un temps naturellement d'autant plus long que la profondeur est plus grande. Le résultat, c'est que, en pleine marche du bateau, cet appareil indique de 3 en 3 secondes, par une simple lecture sur un cadran gradué, la profondeur de la mer au-dessous du bateau, que cette profondeur soit de 15^{m} ou de 1250.

Je n'avais aucun doute, en commençant mes recherches, que ces conditions favorables à une première installation, je les trouverais à la Havane même, où les cartes marines m'indiquaient des profondeurs suffisantes assez près de la côte. Malheureusement, nos mesures n'ont pas tardé à me donner une grosse désillusion.

Je m'imaginais en effet que j'allais trouver tout au long de la côte cubaine toutes espèces de profils du fond de la mer et que je n'aurais qu'à choisir parmi eux la forme la plus favorable pour y recevoir confortablement le léger fardeau de ma canalisation.

Or les minuscules constructeurs et bouleverseurs de l'île, les polypes, en

ont décidé autrement. Par leur faute, en tous les points de la côte que nous avons étudiés, la forme du fond de la mer profonde est partout analogue, partout contraire à mes premiers désirs.

A partir de la côte, c'est une terrasse assez plate, peu inclinée qui, vers 20 à 40^{m} de profondeur, aboutit à une falaise presque à pic pouvant atteindre 200^{m} de hauteur.

Ainsi, le profil courbe et régulier de mes rêves n'existe pas; il a fallu passer brusquement au revêche profil en escalier : ça donc été fini de mes idées de faire reposer la conduite sur toute sa longueur sur le fond de la mer, au contact duquel j'avais des chances que les *courants sous-marins* capables d'emporter cette conduite seraient réduits à rien par la friction du sol.

Il a fallu changer tous nos plans. Il faut se résigner à ce que la conduite s'élance courageusement du bord de la falaise vers le fond de l'abîme, et elle subira donc en plein l'action de ces courants que je voulais lui éviter.

Or, comme les moyens simples que je veux employer pour ce premier essai ne permettraient pas à la conduite de résister à des courants un peu intenses, on est impérieusement conduit à rechercher un emplacement où ces courants seront nuls ou très faibles.

Ceci a définitivement écarté, au moins pour cette première expérience, La Havane et ses environs trop énergiquement balayés par les eaux du Gulf-Stream.

En résumé, c'est sur la baie de Matanzas, à 100^{km} à l'est de La Havane que s'est arrêté mon choix. L'emplacement choisi est sur la côte ouest de la baie, en un point où la rive surplombe de 4^{m} une eau déjà profonde de 4 autres mètres et qui atteint 10^{m} de profondeur à 15^{m} du bord. Cette profondeur augmente alors lentement pour atteindre 30 à 40^{m} à 250^{m} de la rive, sur le bord même de la falaise verticale de 150^{m} de haut, d'où la conduite plongera dans l'abîme pour rencontrer le fond à 1500^{m} de la côte et 600^{m} de profondeur avec une température de 10°5.

La qualité essentielle de cet emplacement c'est que les courants sous-marins dans la baie paraissent très faibles : de la surface au fond, nous les avons trouvés très inférieurs à 0,5 nœud. J'espère que d'autres mesures confirmeront ce point, dont je viens de signaler l'importance.

Les travaux d'appropriation de la côte à l'atterrissage de la conduite, confiés à des spécialistes des travaux sous-marins, sont déjà commencés.

Si tout va bien, l'immersion est prévue pour le courant de juin, période de calme presque continue.

Si donc nous n'avons aucune surprise désagréable — celle que je crains le

plus, malgré quelques expériences rassurantes faites à Saint-Servan grâce à l'obligeance de notre confrère M. Mangin, serait la formation d'écume pendant l'ébullition en raison de la viscosité de l'eau de mer — si donc nous n'avons aucune surprise désagréable, la preuve définitive et complète de l'efficacité de nos procédés serait acquise dans le courant de la présente année et nous pourrions alors passer à l'étude et à la réalisation de la station de 12000 kilowatts utiles qui, dans ma pensée, sera notre première et encore très modeste application industrielle.

En terminant, je dois rendre compte à l'Académie de la mission qu'elle m'avait confiée de la représenter au Congrès de la Houille (novembre 1928), organisé à Pittsburg par le *Carnegie Institute of Technology*. Je tiens à dire toutes les attentions dont votre délégué a été comblé, aussi bien au banquet officiel qu'à l'occasion de la conférence qu'il a faite sous la présidence du Président du *Carnegie Institute*, M. Thomas Baker, sur *Some thoughts of an Inventor about Inventions and scientific Researches*.

CORRESPONDANCE.

MM. **William Bowie** et **Adrien de Gerlache**, élus Correspondants pour la Section de Géographie et Navigation, adressent des remercîments à l'Académie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les théorèmes d'oscillation pour les systèmes différentiels du quatrième ordre.* Note [1] de M. **S.-A. Janczewski**.

Dans nos articles précédents [2], nous avons considéré le système homogène du quatrième ordre :

$$(1) \qquad [\rho(x)y'']'' + [\psi(x) - \lambda\tau(x)]y = 0 \qquad (a \leqq x \geqq b) \quad (^3),$$

$$(2) \quad c_{i1}y_a^3 + c_{i2}y_a^2 + c_{i3}y_a^{(1)} + c_{i4}y_a^{(0)} + d_{i1}y_b^3 + d_{i2}y_b^2 + d_{i3}y_b^1 + d_{i4}y_b^0 = 0$$
$$(i = 1 - 4)$$

---

(1) Séance du 28 janvier 1929.

(2) (A) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 141; (B) *ibid.*, 184, 1927, p. 261; (C) *ibid.*, 186, 1928, p. 287; (D) *ibid.*, 186, 1928, p. 413; (E) *Annals of Mathematics*, 29, 1928, p. 521-542.

(3) Nous posons :

$$y^{(3)} = (\rho y'')', \qquad y^{(2)} = \rho y'', \qquad y^{(1)} = y', \qquad y^{(0)} = y,$$
$$y_a^{(k)} = y^{(k)}|_{x=a}, \qquad y_b^{(k)} = y^{(k)}|_{x=b}.$$

où l'on suppose que ρ'', ψ, τ sont continues, $\rho > 0$, $\tau \geqq 0$ et ne s'annulent dans aucun intervalle partiel de (a, b), et que les conditions aux limites (2) sont autoadjointes.

Nous avons montré que chaque système (1)-(2) est équivalent à un système de conditions d'une des dix formes canoniques I-X [voir (A), (C), (E)]. Outre cela, nous avons obtenu les théorèmes d'oscillation pour quelques types particuliers des systèmes (1)-(2) [voir (B), (D), (E)]. En partant de ces résultats, on peut obtenir, toujours à l'aide de la méthode de continuité, les théorèmes d'oscillation pour les systèmes de la forme plus générale. Nous supposons, comme toujours, que si $\psi(x) \not\equiv 0$, $\tau(x)$ est > 0.

Distribuons tous les systèmes (1)-(2) aux trois catégories suivantes : systèmes où les déterminants égaux Δ des c et des d sont $\neq 0$; systèmes où $\Delta = 0$ et qui ne sont pas systèmes de Sturm; systèmes de Sturm (ici Δ est aussi $= 0$). Si nous avons $\Delta = 0$, alors deux des conditions (2) peuvent être réduites à la forme

$$\sum_{j=0}^{3} (-1)^j a_j y_a^{3-j} = 0, \qquad \sum_{j=0}^{3} b_j y_b^{3-j} = 0.$$

Si nous avons $\Delta \neq 0$, les conditions (2) sont équivalentes aux conditions :

$$y_a^{(k)} = \sum_{j=0}^{3} p_{kj} y_b^{(3-j)} \quad \text{ou} \quad y_b^{(k)} = \sum_{j=0}^{3} q_{kj} y_a^{(3-j)} [k = 0\text{-}3;\ q_{kj} = (-1)^{k+j+1} p_{jk}];$$

Nous supposons maintenant que l'on a : (*) ou $\Delta \neq 0$, les p_{kj} ayant le même signe; ou $\Delta = 0$, les a_k ayant le même signe, les b_k le même signe [quelques uns des coefficients a_k, b_k, p_{kj} peuvent être aussi nuls]. Les systèmes considérés ont alors une infinité de nombres caractéristiques λ_i, dont $\lambda_0, \ldots, \lambda_{n-1}$ sont irréguliers [leurs *fc* [1] peuvent avoir un nombre indéfini de zéros]. Les $\lambda_{m-2}, \lambda_{m-3}, \ldots,$ sont tous > 0, $\lambda_{m+2} \geqq \lambda_{m-1}$ et $> \lambda_m, \ldots, \lambda_0$ et nous avons λ_{2n} et λ_{2n+1} [resp. λ_{2n} et λ_{2n-1} [2]] plus grands que tous les λ_k de rang plus petit et plus petits que tous les λ_k de rang plus grand [$2n$ ou $2n - 1 \geqq m + 2$]. Les propriétés oscillatoires des *fc* correspondantes à ces

---

(1) *fc*, fonction caractéristique, *fck*-*fc* correspondant à λ_k.

(2) Nous supposons dans les conditions canoniques IX $F < 0$ [resp. > 0]; dans VIII $T > 0$ [resp. < 0]; dans VII $S_i \geqq [\leqq] 0$; dans VI $B < [>] 0$; dans V $H_i \geqq [\leqq] 0$; dans IV E_1, $E_3 \leqq [\geqq] 0$, $E_2 \geqq [\leqq] 0$; dans III $R_1 \geqq [\leqq] 0$, R_2, $R_3 \geqq [\leqq] 0$; dans II L_1, $L_4 \geqq [\leqq] 0$, L_2, $L_3 \leqq [\geqq] 0$; dans I $M_i \geqq [\leqq] 0$.

nombres caractéristiques sont données par un des quatre théorèmes d'oscillation A_0, B_0, C_0, D_0 :

Les *fc* $2n+1$ et $2n$ [resp. $2n-1$ et $2n$] ont, indépendamment l'une de l'autre, dans $a < x < b$, un nombre suivant des zéros simples :

[D^0] $2n+1$ ou $2n$ ou $2n-1$ ou $2n-2$ [resp. $2n$, $2n-1$, $2n-2$, $2n-3$],
[C^0] $2n+1$ ou $2n$ ou $2n-1$ [resp. $2n$, $2n-1$, $2n-2$],
[B^0] $2n+1$ ou $2n$ [resp. $2n$, $2n-1$],
[A^0] $2n$ [resp. $2n-1$] et encore un zéro dans $a \leqq x \leqq b$.

Pour les systèmes de Sturm, on a

$$\lambda_m < \lambda_{m+1} < \lambda_{m+2} < \ldots \quad [\lambda_m > \lambda_{m-1}, \ \ldots, \lambda_0]$$

et la *fcn* a dans $a < x < b$ les nombres suivants de zéros simples [$n \geqq m$] :

[E^0] n, ou [F^0] n ou $n-1$, ou [G^0] n ou $n-1$ ou $n-2$.

Le théorème D^0 provient des systèmes aux conditions canoniques [voir (C)] du type I; C^0 des systèmes II, IV; B^0 des systèmes III, V, VI, VIII; A^0 des systèmes IV (avec $\Delta \neq 0$), V (avec $\Delta \neq 0$), VII, IX. Dans quelques cas particuliers des systèmes I, II, IV (avec $\Delta = 0$), V (avec $\Delta = 0$) on obtient un théorème d'oscillation plus élémentaire — A^0 ou B^0 [voir par exemple (D)].

Nous sommes conduits au théorème E^0 par les systèmes de Sturm énumérés dans (B), (E); au théorème G^0 par les systèmes aux conditions du type I; au théorème F, par tous les autres systèmes de Sturm vérifiant les conditions (*).

On peut prendre pour m le rang du plus petit nombre caractéristique régulier positif surpassant le rapport de $\max \psi$ à $\min \tau$ pour le système qui résulte du système donné quand on remplace ψ par $\min \psi$ et τ par $\max \tau$. Si l'on a $\psi \equiv 0$, alors $\tau(x)$ est $\geqq 0$.

Dans le théorème	D^0	C^0	B^0	A^0	G^0	F^0	E^0
on prend $m =$	7	6	5	5	6	5	4

Il y a aussi des cas où notre théorème commence par λ_r ($r < m+2$) [voir (D)].

L'existence des λ_k irréguliers est vérifiée par des exemples [voir (E)].

Les propriétés des Sc pour les systèmes soumis aux conditions (*) sont maintenant obtenues. Quant aux systèmes où les conditions (*) ne sont pas vérifiées, la question dépend des valeurs numériques des coefficients des conditions aux limites.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le problème des figures d'équilibre d'une masse fluide hétérogène.* Note de M. **R. Wavre**, présentée par M. Hadamard.

Dans la revue que vient de créer la Société mathématique suisse ([1]), nous avons indiqué un point de vue, nouveau à notre connaissance, relatif aux figures d'équilibre d'une masse fluide hétérogène. Pour en montrer la fécondité, j'approfondirai ici une question spéciale déjà abordée dans une Note plus ancienne ([2]).

Soient : S la surface libre, T le volume, M la masse totale, ω la vitesse angulaire d'une masse fluide en équilibre relatif. Soient encore : l la distance d'une particule à l'axe, r la distance d'un point potentié et d'un point potentiant, g l'intensité de la pesanteur sur S, i la constante de l'attraction universelle et, enfin, U_D le potentiel newtonien au pôle de la surface libre. En plus de la relation de Poincaré :

$$\iint g\,dS = 4\pi i M - 2\omega^2 T, \tag{1}$$

on doit avoir ([2]), sur la surface libre, les deux relations

$$\iint \frac{g}{r}\,dS = 4\pi\left(\frac{\omega^2}{2}l^2 - U_D\right) + 2\omega^2 \iiint \frac{dT}{r}, \tag{2}$$

$$4\pi U = 2\omega^2 \iiint \frac{dT}{r} + \iint \frac{g}{r}\,dS. \tag{3}$$

Les deux membres de l'équation (2) sont harmoniques à l'intérieur de S, les deux membres de l'équation (3) à l'extérieur. *Ces relations sont donc encore valables dans ces deux régions respectivement.*

Dérivons la relation (2) suivant la normale intérieure en un point de la surface S et appelons ψ l'angle de cette normale avec le rayon r. Une propriété bien connue du potentiel de simple couche permet d'écrire

$$\frac{\omega^2}{g} - \frac{1}{2\pi}\iint \frac{\cos\psi}{r^2}\,\frac{\omega^2}{g}\,dS = 4l\frac{dl}{dn} + \frac{1}{\pi}\,\frac{d}{dn}\iiint \frac{dT}{r}. \tag{4}$$

Cette équation de Fredholm de seconde espèce détermine le rapport $\frac{g}{\omega^2}$ *en fonction de* S.

([1]) *Commentarii Mathematici Helvetici*, 1, 1929, p. 3.

([2]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1113.

Puis la relation (3) donne le rapport $\frac{U}{\omega^2}$ également en fonction de S. Le théorème de Stokes-Poincaré : le potentiel à l'extérieur de l'astre ne dépend que de la vitesse angulaire, de la masse, totale et de la surface libre :

$$U = F(\omega, M, S)$$

se complète donc ainsi : *Le rapport du potentiel et du carré de la vitesse angulaire ne dépend que de la surface libre, à l'extérieur de l'astre.*

$$\frac{U}{\omega^2} = F(S). \tag{5}$$

Envisageons maintenant le cas où la vitesse angulaire est petite et la stratification voisine des sphères. Soient : t le rayon polaire, $t+\varepsilon$ un rayon quelconque d'une couche d'égale densité : ε dépend donc de t, de la latitude et de la longitude. Dans ce qui suit t se rapportera d'ailleurs à la surface libre. Soient, enfin, τ le rayon d'une sphère intérieure à S. Développons $\frac{1}{r}$ suivant les puissances de $\frac{\tau}{t+\varepsilon}$, posons : $g = g_0\left(1 - \frac{d\varepsilon}{dt}\right)$, g_0 étant la pesanteur au pôle, puis $dS = (t+\varepsilon)^2 d\Sigma$, Σ étant la sphère unité ; enfin identifions les coefficients des mêmes puissances de τ dans l'équation (2). Le rapport $\frac{\tau}{t+\varepsilon}$ pouvant être pris inférieur à l'unité, aucune difficulté de convergence du développement de $\frac{1}{r}$ ne se présente et l'on trouve une infinité d'équations. Celles relatives à τ^0 et τ^2 ont un intérêt spécial ; les autres sont :

$$\iint \left[(q-1)\varepsilon + \frac{d\varepsilon}{dt}\right] P_q \, d\Sigma = 0 \qquad (q = 1, 3, 4, 5, \ldots), \tag{6}$$

où P est le neuvième polynone de Legendre. En supposant ensuite la stratification ellipsoïdale et en désignant par ε_1 la différence de l'axe équatorial et de l'axe polaire, les équations relatives à τ^0, τ^2 et à l'équation (1) donnent

$$2\frac{\varepsilon_1}{t} = t\frac{\omega^2}{g_0} + \frac{iM}{g_0 t} - 1, \tag{7}$$

$$2\frac{d\varepsilon_1}{dt} = 4t\frac{\omega^2}{g_0} - \frac{iM}{g_0 t} + 1, \tag{8}$$

$$3U_0 = g_0 t + 2iM. \tag{9}$$

L'équation (7) donne *la valeur exacte de l'aplatissement*, l'addition membre à membre de (7) et de (8) donne *la relation de Clairaut et de Poincaré* et

enfin (9) est *une relation entre le potentiel et la pesanteur au pôle, le rayon polaire et la masse totale.*

Une étude en seconde approximation se conduit facilement et cette méthode permet de coordonner quelques résultats classiques et quelques résultats nouveaux de géodésie supérieure.

HYDRODYNAMIQUE. — *Actions d'un fluide visqueux sur un obstacle. Cas de l'ellipsoïde.* Note de M. **Joseph Pérès.**

1. La méthode de notre Note précédente [1] s'applique évidemment au cas où S est une ellipsoïde, de demi-axes a, b, c. On connaît en effet dans ce cas les v_i [intégrales des équations de Stokes vérifiant les conditions à la surface (4) ou (4')]. Pour le cas des conditions (4) on emploiera les formules de Oberbeck [2]. Les expressions des v_i vérifiant (4') sont dues à Edwards [3].

En portant ces valeurs des v_i dans les seconds membres de nos formules précédentes (5) et (5'), on trouve, pour la résultante et le moment des actions du fluide (en projection sur Ox_1),

$$F_1 = \frac{4}{\chi_0 + a^2 P_1} \int \frac{U_1}{\sqrt{D}} dS, \tag{6}$$

$$L_1 = 4\int (\gamma U_3 n_2 - \alpha U_2 n_3)\, dS, \tag{7}$$

les intégrales étant étendues à la surface de l'ellipsoïde, α et γ étant des constantes déterminées par

$$b^2\alpha = c^2\gamma, \qquad \alpha P_3 + \gamma P_2 = 1,$$

χ_0, P_1, P_2, P_3 ayant la même signification que dans le Traité d'Oseen (p. 138). Fort simples, ces formules n'ont pourtant pas l'intérêt de celles de Faxén, pour la sphère, parce qu'il y reste un signe d'intégration.

2. On sait que

$$\frac{1}{\sqrt{D}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{x_1^2}{a^4} + \frac{x_2^2}{b^4} + \frac{x_3^2}{c^4}}},$$

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 310.

(2) *J. de Crelle*, 81, 1876, p. 62; Oseen, *Hydrodynamik*, p. 138.

(3) *Quart. J. of Math.*, 26, 1893, p. 70.

est la densité d'une simple couche électrique donnant une action nulle à l'intérieur de l'ellipsoïde (cette simple couche apparaît d'ailleurs, dans le Mémoire d'Oberbeck, pour le cas particulier de U_1 constant). On voit que sa densité intervient, dans (6), comme facteur de U_1 sous le signe $\int$. Pourrait-il arriver que, pour d'autres formes de l'obstacle, on ait une formule analogue à (6) et où figurerait de même la densité de la simple couche correspondante?

Voici, à cet égard, quelques indications. F_1 est donné en général par (5) qui peut s'écrire

$$F_1 = -\int_S (U_1\varphi_1 + U_2\varphi_2 + U_3\varphi_3)\,dS,$$

φ_1, φ_2, φ_3 étant calculés, en tout point de S, à partir des v et $\overline{p}$.

Soient, sur S, la simple couche de densité φ_k et $\Phi_k(x_1^0 x_2^0 x_3^0)$ son potentiel en un point M_0 intérieur à S. Par emploi de la relation de réciprocité (3) (modifiée pour le cas où la divergence des u_j n'est pas nulle) et pour un choix convenable des u_j, on obtient les expressions suivantes des Φ_k

$$(8)\qquad \Phi_k = -4\pi\delta_{1k} + \int_{(S)\,\text{ext.}} \overline{p}\,\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{1}{r}\right)d\omega,$$

où r désigne $\overline{MM_0}$ et où l'intégrale de volume est étendue à l'espace extérieur à S. Sur ces formules, on voit que les Φ_k seront les dérivées partielles $\frac{\partial\Theta}{\partial x_k^0}$ d'une fonction $\Theta(M_0)$, harmonique à l'intérieur de S et dont l'expression analogue à (8) est immédiate $\left(\text{on introduira, pour éviter les difficultés à l'infini, la différence } \frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$.

Dès lors, toutes les fois que φ_2 et φ_3 (par exemple) seront identiquement nulles, Θ sera fonction linéaire de la seule variable x_1^0 et φ_1 sera par suite la densité d'une simple couche sans action en un point intérieur. C'est ce qui arrive dans le cas de l'ellipsoïde.

HYDRODYNAMIQUE. — *Ébauche d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides.* Note de M. **P. Noaillon**, présentée par M. Hadamard.

Cette théorie de la résistance des fluides est basée sur la conception d'une viscosité et d'une conduction thermique à densité cubique bornée qui

s'exprime en fonction de la vitesse au moyen de fonctionnelles continues d'ordre zéro. Cette viscosité se confond pratiquement avec celle de Navier dans les conditions où cette dernière se vérifie expérimentalement.

Au lieu des équations différentielles ordinaires du mouvement d'un fluide, nous utilisons des équations intégrales valables pour les mouvements discontinus; la température n'y joue qu'un rôle secondaire, elle cède le pas à l'énergie interne $U(\rho, p)$.

Cette conception nous permet d'étendre, à des fluides très voisins de la réalité, les lois de discontinuités et de vitesse de propagation jusqu'à présent réservées aux fluides parfaits. Ces lois dépendent de l'énergie interne $u(\rho, p)$: nous montrons qu'elles sont indépendantes de l'expression de la température $T(\rho, p)$.

Nous adoptons quatre axiomes, enseignés par l'expérience, qui complètent nos définitions de la viscosité et de la conduction thermique :

Sur un corps solide C, parfaitement poli ([1]), plongé dans un fluide primitivement au repos et s'étendant à l'infini, l'on fait agir une force motrice pour lui communiquer une vitesse $\vec{v}_c$ et la maintenir ensuite constante. Si aucune autre force extérieure n'agit sur le fluide que la pression à l'infini, nos axiomes affirment que :

1° L'ébranlement du fluide se propage avec une vitesse finie;

2° L'ébranlement s'amortit quand on s'éloigne du corps C, et la répercussion, sur la pression du fluide contre le corps, de l'ébranlement de toute région éloignée tend vers zéro quand augmente l'éloignement.

3° Le mouvement du fluide tend vers un état permanent (au moins en moyenne) par rapport au corps C.

4° La résistance éprouvée par C tend vers une valeur non nulle en moyenne.

Notre conclusion est que, *dans un mouvement vraiment permanent, n'existe aucune résistance au mouvement du solide* : autrement dit, le paradoxe de d'Alembert s'étend à nos fluides visqueux, *même pour les vitesses balistiques comportant des ondes de choc*.

Pour rester d'accord avec notre quatrième axiome, nous devons admettre que *le mouvement final n'est permanent qu'en moyenne*. Nous obtenons alors une résistance finale non nulle en moyenne.

En avant et sur les flancs d'un obus, cette résistance finale agit comme

---

([1]) C'est-à-dire que le frottement direct entre ce corps et le fluide est supposé nul.

une compression qu'exercerait chaque surface de discontinuité *vibrante* sur la région de plus forte densité, proportionnellement au carré de la fréquence de la vibration et au saut brusque de la densité.

A l'arrière, la résistance est due à la formation périodique de tourbillons dans lesquels s'enroule et se détruit la surface de glissement limitant le sillage du mobile [1]. Cette résistance de l'arrière est sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse du mobile, et pour des solides semblables, au carré des dimensions linéaires.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *La propagation de la lumière dans l'éther.* Note de M. **Henri Malet**, présentée par M. Ch. Fabry.

Le résultat négatif de la célèbre expérience de Michelson se traduit par l'énoncé suivant : Tout se passe comme si les phénomènes électromagnétiques étaient exactement entraînés par le mouvement de la Terre.

Or il est d'autres phénomènes très importants qui sont, eux aussi, exactement entraînés par ce mouvement : ceux qui sont dus au champ gravifique terrestre. Si l'on admet que champ électromagnétique et champ gravifique résultent de modifications d'un même milieu non matériel (éther) on pourra trouver légitime de voir dans cette rencontre autre chose qu'une coïncidence et d'en déduire qu'il existe un lien entre les deux ordres de phénomènes.

Je demande en conséquence que l'on accorde la proposition suivante : *La vitesse de la lumière en un point de l'éther est une fonction* (*décroissante*) *de la valeur du potentiel gravifique* ϖ *en ce point.*

Ceci revient à admettre que l'éther est, à l'égard de la propagation des ondes électromagnétiques, un milieu isotrope mais *non homogène*.

D'autre part, il est indispensable de préciser en chaque point, en même temps que la vitesse de propagation, le système de référence par rapport auquel cette propagation a lieu avec la même vitesse dans tous les sens et que j'appellerai système isocinétique. L'absence d'inertie qui caractérise l'éther rend illégitime l'idée, admise implicitement dans la plupart des raisonnements, que ce milieu constitue par lui-même un système de référence. Je demande la proposition complémentaire suivante :

---

[1] L'enroulement d'une surface de glissement, phénomène expérimentalement établi, est essentiel dans notre théorie; et des tourbillons purs, tels par exemple que ceux considérés par Karman, n'auraient pas l'effet mécanique voulu.

Le système isocinétique en un point M *est déterminé par la condition que la valeur de la vitesse c soit la même en tous les points infiniment voisins de* M, *c'est-à-dire par la condition* $\operatorname{grad} c = 0$.

Ces deux hypothèses très simples vont permettre de rendre compte des phénomènes essentiels de la propagation de la lumière.

1° Un ébranlement produit en M à l'instant t sera parvenu à l'instant $t + dt$, dans la direction Mx, au point A où sa vitesse sera

$$c + \frac{dc}{dx}dx = c + c\frac{dc}{dx}dt.$$

Au même instant, dans la direction opposée, il sera en A′ où sa vitesse sera

$$-c + c\frac{dc}{dx}dt.$$

On en déduit que la surface d'onde est une sphère dont le centre est affecté d'un mouvement d'accélération $-c \operatorname{grad} c$. Le système isocinétique subit donc, du fait de l'hétérogénéité, un entraînement apparent dont l'accélération est [1], puisque c est fonction de ϖ :

$$(a) \qquad -c \operatorname{grad} c = -c\frac{dc}{d\varpi}\operatorname{grad}\varpi = c\frac{dc}{d\varpi}\overline{g} = -h\overline{g},$$

en désignant par h une grandeur numérique positive, puisque c est fonction décroissante, et que nous pouvons supposer provisoirement constante.

Le vecteur (a) est *de sens opposé* à $\overline{g}$. Or, au voisinage de la Terre, le champ gravifique est, pour une part absolument prépondérante, déterminé par la Terre elle-même. Pour un observateur situé à la surface de celle-ci, le système isocinétique est donc animé d'un mouvement vertical *ascendant*. A ce mouvement près, il apparaît comme exactement entraîné par la Terre, comme le champ gravifique auquel il est lié : c'est le résultat de Michelson [2].

2° Si l'on envisage un tube dans lequel on provoque un courant d'eau (expérience de Fizeau), la présence d'eau dans le tube ne modifie que de

[1] Le gradient est défini par les composantes $-\frac{dc}{dx}$, etc.

[2] On voit que la célèbre expérience de ce physicien devrait déceler une inégalité de vitesse (dans les idées exposées) si elle était faite verticalement et non horizontalement. Mais cette différence ne serait observable qu'en utilisant un très grand parcours.

façon inappréciable le potentiel gravifique en cette région de l'espace; par suite, le champ de polarisation seul est entraîné, ce qui conduit à l'explication de l'entraînement partiel des ondes (Lorentz). Il n'y a plus antinomie entre les résultats de Fizeau et de Michelson.

3° La trajectoire d'un rayon lumineux est incurvée par suite de la différence de vitesse entre ses bords. Il se courbe dans le plan P déterminé par lui et par grad c, la concavité étant du côté des c décroissants. Le rayon de courbure en un point M est (en valeur absolue)

$$\rho = c\frac{dl}{dc},$$

dl désignant un élément de longueur pris dans l'onde et dans le plan P. Si l'on appelle Mn la direction de grad c et de $\bar{g}$, α l'angle de cette direction avec dl, on peut écrire

$$\rho\cos\alpha = c\frac{dn}{dc} = \frac{c}{g}\frac{d\varpi}{dc} = \frac{c^2}{hg}.$$

Plaçons-nous au voisinage d'un astre de grande masse attirante m de façon que l'on puisse confondre g dans cette région avec $\frac{m}{r^2}$, nous aurons

$$\rho\cos\alpha = \frac{c^2 r^2}{hm}.$$

Une intégration approchée donne pour la déviation du rayon lumineux rasant l'astre (effet Einstein), à distance R de son centre, l'expression $\frac{2hm}{c^2 R}$. Elle coïnciderait avec la formule relativiste pour $h = 2$.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le rayonnement ultraviolet des corps soumis aux rayons gamma.* Note de M. **L. Mallet**, présentée par M. Ch. Fabry.

Nous avons montré (1) que le spectre ultraviolet de luminescence de l'eau pure, soumise aux rayons gamma, semblait seulement limité par l'absorption des prismes et lentilles de verre de notre spectrographe. Nous avons, sur les indications de M. Ch. Fabry, fait établir un nouveau spectrographe en quartz, très lumineux, afin de pouvoir analyser les très faibles luminescences ultraviolettes émises par les liquides soumis aux rayons gamma.

(1) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 222.

La chambre photographique de ce spectrographe est munie d'un objectif ouvert F/4, de 200^{mm} de distance focale et par suite de 50^{mm} d'ouverture utile. Cet objectif est constitué par une combinaison de trois lentilles quartz-sel gemme-quartz. Il est achromatisé entre les longueurs d'onde 0$^{\mu}$,420 et 0$^{\mu}$,240.

J'ai utilisé comme prismes deux cuves à faces de quartz remplies d'eau. Étant donné le faible indice de l'eau et sa petite dispersion, il est nécessaire de donner aux prismes des angles assez grands (45°) pour chacun d'eux; l'un de ces prismes a une face normale au faisceau incident, et l'autre une face normale au faisceau émergent. Cette dernière face est directement placée contre l'objectif de la chambre; elle est assez large pour couvrir tout l'ouverture de l'objectif.

Le collimateur doit avoir la même ouverture utile que l'objectif. On a pris comme lentille de collimateur une lentille simple en quartz, ouverte à F/10, et ayant par suite 500^{mm} de distance focale.

Avec ce dispositif, bien que la lentille collimatrice ne soit pas achromatique, l'inclinaison de la plaque photographique n'est pas exagérée; elle est d'environ 28°. On obtient des spectres peu dispersés mais très lumineux; la longueur du spectre obtenu est d'environ 22^{mm}, entre 4360 Å et 2400 Å.

Nous avons, comme dans nos recherches précédentes, utilisé une source de rayonnement gamma constitué par deux tubes de verre contenant chacun 250^{mg} de RaE sous forme de sulfate, qui ont été placés dans une gaîne de plomb de 1^{mm} d'épaisseur. Le rayonnement, par conséquent, était constitué par des rayons gamma, sans rayonnement béta primaire.

La face active de la gaîne étant revêtue d'un écran d'aluminium de 0^{mm},5, ce foyer radio-actif a été placé dans une cuve en verre noir muni d'une fenêtre de quartz cristallin et remplie d'eau distillée. Nous nous sommes assuré que la luminescence propre de la cuve était négligeable.

Nous avons exposé la cuve contenant l'eau devant la fente du spectrographe dont la largeur était de 0^{mm},4. Nous nous sommes assuré de la protection de la plaque photographique par un mur de plomb de 15^{cm}. Toutes les précautions ont été prises pour éviter l'influence des lumières parasites. Nous avons utilisé les plaques Lumière Opta. Nos temps de pose ont varié de 4 à 8 jours.

Dans le cas de l'eau, j'ai obtenu un spectre continu, intense, même dans l'ultraviolet de courte longueur d'onde, qui s'étend depuis le visible jusqu'à 2500 Å.

Au delà de cette longueur d'onde, la dispersion augmentant beaucoup et la sensibilité de la plaque diminuant, l'effet photographique dû à la luminescence ultraviolette est moins certain. Cependant il est vraisemblable qu'une amélioration du dispositif optique mettrait en évidence des radiations ultraviolettes allant jusqu'à la limite de l'absorption du quartz et de l'eau.

Nous avons aussi observé la luminescence du sulfure de carbone qui émet également un spectre continu; mais ce spectre est extrêmement limité. Il s'arrête brusquement au début de l'ultraviolet à 3950 Å coïncidant avec la région d'absorption de cette substance.

De ces recherches et de celles précédemment publiées (1), nous pouvons conclure :

1° Que des corps purs liquides, comme l'eau lorsqu'ils sont soumis à un rayonnement de haute fréquence gamma émettent de la lumière.

2° Que le spectre continu de cette lumière ne semble limité que par l'absorption propre de la substance excitée.

Il est possible que les rayons gamma pénétrants du sol et de l'atmosphère excitent dans les milieux aqueux, et en particulier dans les êtres vivants, un léger rayonnement formé de radiations visibles et ultraviolettes.

RADIOCHIMIE. — *Influence du niveau d'origine des photoélectrons sur la répartition dans l'espace de leurs directions initiales*. Note (2) de M. **Pierre Auger**, présentée par M. Jean Perrin.

1. J'ai indiqué dans une série de Notes les résultats obtenus dans l'étude de la répartition spatiale des directions d'émission des photoélectrons, et comment on pouvait les représenter par une loi simple.

Ces résultats n'ayant fait intervenir que des électrons relativement peu liés, j'ai cherché à mettre en évidence l'influence du niveau de provenance du photoélectron, lorsque sa valeur cesse d'être négligeable vis-à-vis du quantum excitateur. Des essais antérieurs (3), dans lesquels les rayons X n'étaient pas monochromatiques, avaient déjà indiqué une réduction du déplacement vers l'avant.

(1) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 274.
(2) Séance du 28 janvier 1929.
(3) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 277.

2. *Niveau* K. — Si l'on attaque le niveau K du xénon (35 kv) par les rayons Kα de l'élément 72 du tableau périodique (56 kv), on obtient des rayons β secondaires de 21 kv qui se distinguent des rayons tertiaires et des rayons secondaires venus du niveau L (5 kv). La statistique faite dans ces conditions, qui a porté sur 600 photoélectrons, peut se représenter par les courbes 1, où D représente la densité d'émission sous l'angle ω, et N le nombre total de rayons observés entre 0 et ω. On peut voir que la répartition suit la loi en $\sin^3\omega$, comme lorsque le niveau est négligeable. Aucune dispersion ne vient s'y ajouter malgré la valeur élevée du niveau (les deux tiers du quantum).

D'autre part, l'angle de bipartition est plus grand que celui qu'on aurait obtenu par l'action du même rayonnement sur des électrons peu liés : 76° au lieu de 70°. Le rapport des cosinus de ces deux angles, 1,4 environ, est en assez bon accord avec la formule proposée par F. Perrin et moi-même, qui donne dans ce cas 1,3.

On peut exprimer ces résultats simplement, en disant que la répartition de ces rayons secondaires est celle que l'on obtiendrait par l'action *sur des électrons peu liés* de rayons X, dont le quantum est juste suffisant pour donner des photoélectrons *de même énergie*, 21 kv dans le cas présent. La répartition serait donc la même pour tous les électrons possédant *à la sortie de l'atome*, la même énergie cinétique. Cette relation empirique s'applique également aux résultats établis antérieurement (*loc. cit.*) par l'action de rayons X de 45 kv sur K du xénon.

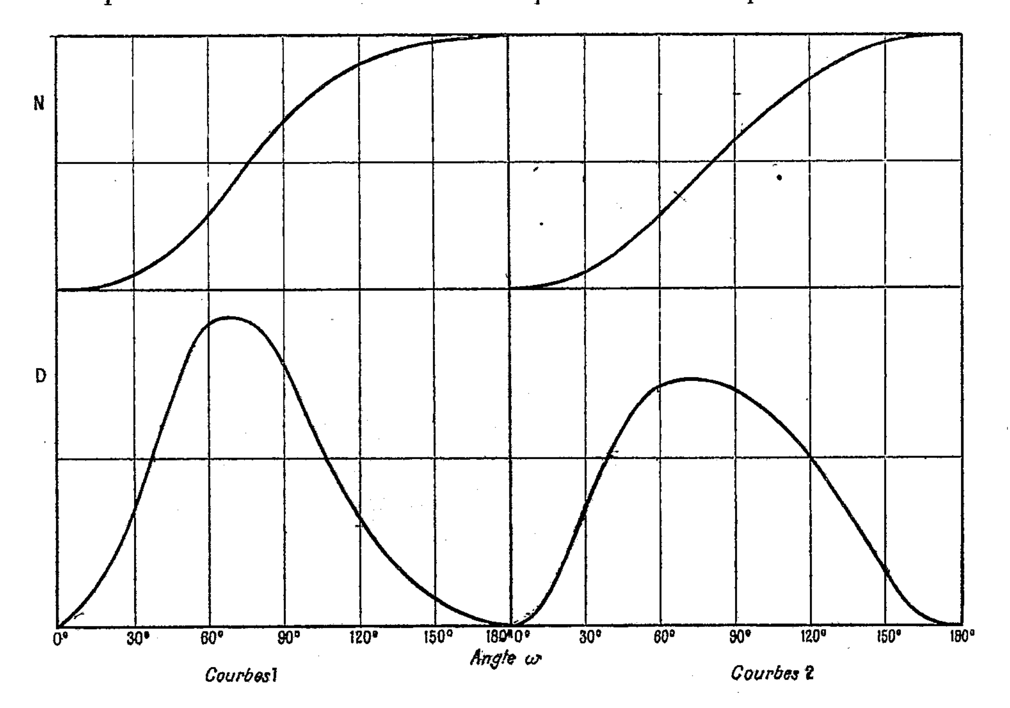
Elle amènerait à penser qu'à la limite, pour l'excitation d'un niveau K par des rayons X de fréquence juste suffisante, on atteindrait à une répartition symétrique ($\omega_b = 90°$), tandis que notre formule laisse toujours subsister une asymétrie [1].

3. *Niveau* L. — Sur le niveau L du xénon (5 kv) j'ai fait agir les rayons Kα du molybdène (17,5 kv). Les courbes 2, qui représentent la statistique de 500 mesures, montrent que la distribution en ω diffère notablement par sa forme même de celles obtenues avec des niveaux de faible

(1) G. Wentzel a obtenu par l'emploi des nouvelles mécaniques une relation qui rend bien compte de la forme de la répartition, mais non des variations du déplacement vers l'avant. Cependant il m'a donné connaissance récemment, par correspondance privée, d'une nouvelle formule, satisfaisante cette fois à ce point de vue.

valeur. Elle se rapproche de la répartition isotrope (en $\sin\omega$) et manifeste par conséquent l'intervention d'une dispersion supplémentaire.

On peut en chercher la cause dans la préexistence de quantité de mouvement chez les électrons L avant l'émission, se composant au hasard avec l'impulsion photoélectrique. En même temps, l'angle de bipartition s'est rapproché de 90° (81° au lieu de 78° observés avec Mo Kα et l'argon), ce qui est également une conséquence de la dispersion.



Si l'on admet que la dispersion est isotrope autour de chaque direction possible d'émission (suivant la répartition habituelle en $\sin^3\omega$), on peut avoir une idée de la grandeur de l'angle moyen de déviation.

Le rapport des cosinus moyens de ω de deux répartitions, obtenues avec le même rayonnement excitateur et des niveaux de valeur voisine, mais l'un K et l'autre L, donne en effet le cosinus de l'angle moyen de dispersion. J'ai ainsi trouvé

$$\overline{\cos\omega}\,(\text{Mo K}\alpha.\,\text{K Ar})/\overline{\cos\omega}\,(\text{Mo K}\alpha.\,\text{L Xe}) = \cos 50^{\circ} \text{ environ.}$$

C'est un angle important, si l'on considère la faible valeur relative du niveau attaqué (un tiers du quantum).

4. *Conclusion.* — Le travail exposé ici montre que : 1° les électrons

provenant d'un niveau K se comportent comme s'ils ne possédaient pas de quantité de mouvement avant leur arrachement photoélectrique. Les choses se passent comme s'ils étaient extraits d'un niveau d'énergie négligeable par un rayonnement de fréquence moindre, capable de leur donner la même vitesse à la sortie. 2° Les électrons provenant d'un niveau L présentent une dispersion supplémentaire considérable, sensible même pour de faibles valeurs de ce niveau, et qui indique l'existence de quantité de mouvement électronique dans l'atome même, avant l'excitation.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Remarques sur les formules représentant les isothermes d'adsorption.* Note de M. **A. Boutaric**, présentée par M. J. Perrin.

Les phénomènes d'adsorption aboutissent, au bout d'un temps plus ou moins long, à un équilibre entre le corps adsorbant et la substance adsorbée. La concentration y de la substance adsorbée dans l'adsorbant est une fonction croissante de la concentration c que possède la même substance dans le milieu où est plongé l'adsorbant.

Un très grand nombre de formules ont été proposées pour représenter, à température constante, la variation de y en fonction de c, dont les plus simples et les plus couramment utilisées sont celles de Jean Perrin et de Freundlich.

I. La formule de Jean Perrin peut être mise sous la forme :

$$y = \frac{Ac}{1 + Bc}, \qquad (1)$$

A et B désignant deux constantes qui dépendent de la nature du corps adsorbé et de celle de l'adsorbant.

M. Jean Perrin a proposé une méthode relativement simple pour vérifier si un phénomène d'adsorption est ou non régi par cette loi. La courbe représentant les valeurs expérimentales de $\log y$ en fonction de $\log c$ doit être superposable, après un glissement parallèle aux axes, à la courbe tracée une fois pour toutes ayant pour abscisses $\log x$ et pour ordonnées

$$\log\left(\frac{x}{1 + x}\right).$$

Si l'on met l'équation (1) sous la forme

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{Ac} + \frac{B}{A}$$

on voit que les points représentatifs de $\frac{1}{y}$ en fonction de $\frac{1}{c}$ doivent se placer sur une droite, ce qui constitue aussi une méthode très simple de vérification.

Les expressions $\frac{1}{y}$ et $\frac{1}{c}$ sont susceptibles d'une interprétation physique simple : y étant la masse du corps adsorbé qui s'est fixée sur l'unité de masse du corps adsorbant, $\frac{1}{y}$ représente la masse μ du corps adsorbant sur laquelle s'est fixé 1^g du corps adsorbé, tandis que $\frac{1}{c}$ représente le volume φ du milieu gazeux ou liquide qui, lors de l'équilibre, renferme 1^g de la substance sur laquelle porte l'adsorption.

D'où la relation

$$\mu = a\varphi + b,$$

a et b étant deux nouvelles constantes.

La masse d'un adsorbant donné nécessaire pour fixer 1^g du corps adsorbé varie linéairement en fonction du volume qu'occupe, dans la solution ou le milieu gazeux en équilibre avec l'adsorbant, 1^g du corps sur lequel porte l'adsorption.

2. On peut préciser la différence entre la formule de M. Jean Perrin et celle de Freundlich, en considérant les dérivées $\frac{dy}{dc}$.

La formule de Freundlich $y = \alpha c^\beta$ donne

$$\frac{dy}{dc} = \alpha\beta c^{\beta-1} = \beta\frac{y}{c}.$$

La formule de Perrin $y = \frac{Ac}{1+Bc}$ donne :

$$\frac{dy}{dc} = \frac{A}{(1+Bc)^2} = \frac{1}{A}\frac{y^2}{c^2},$$

$\frac{1}{c}$ représentant le volume qu'occupe, dans le milieu liquide ou gazeux, 1^g de la substance sur laquelle porte l'adsorption on voit que $\frac{y}{c}$ représente le volume V qu'occuperait, dans ce milieu, les y grammes déjà adsorbés. Lorsque dans le milieu où plonge le corps adsorbant, on augmente de dc la concentration du corps sur lequel porte l'adsorption, l'accroissement dy de la quantité de substance adsorbée par ce corps serait proportionnel au

volume V d'après la formule de Freundlich et du carré de ce volume d'après la formule de Perrin.

3. On peut encore mettre les équations différentielles relatives aux formules de Freundlich et de J. Perrin sous la forme très symétrique :

$$\frac{dy}{y} = \beta \frac{dc}{c} \quad \text{et} \quad \frac{dy}{y^2} = \frac{1}{A} \frac{dc}{c^2},$$

ce qui, par généralisation, pourrait conduire à envisager les isothermes d'adsorption répondant à l'équation différentielle générale :

$$\frac{dy}{y^n} = K \frac{dc}{c^n}.$$

L'hypothèse de Freundlich d'après laquelle l'accroissement relatif de la concentration de la substance adsorbée dans l'adsorbant varie proportionnellement à l'accroissement relatif de la concentration de la même substance dans le milieu où se produit l'adsorption, est la plus simple.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les réactions entre la silice colloïdale et la chaux.* Note de MM. **Pierre Jolibois** et **Louis Chassevent**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les silicates de chaux, obtenus par cuisson à haute température, sont attaqués par l'eau. De la chaux et de la silice passent en solution et ces deux corps réagissent l'un sur l'autre pour fournir des produits hydratés.

MM. H. Le Chatelier (1) et Lafuma (2) ont signalé qu'il se forme, soit par addition d'un excès d'eau de chaux à une solution colloïdale de silice, soit au cours de la prise des ciments siliceux, un silicate monocalcique hydraté qui se décompose dans l'eau jusqu'à ce que la concentration de la solution soit de $0^g,052$ de chaux par litre.

Nous nous sommes proposé d'étudier systématiquement la marche de la réaction dans des solutions contenant de la silice et de la chaux à différentes concentrations. Dans ce but nous avons mélangé et agité, à la température de 30°, des solutions de silice et de chaux. Nous avons observé qu'il se

(1) H. Le Chatelier, *Recherches expérimentales sur la constitution des mortiers hydrauliques*, Dunod, éditeur, 1887, p. 61.

(2) Lafuma, *Recherches sur les aluminates de calcium*, Thèse de Doctorat, Vuibert, éditeur, 1925, p. 58.

forme immédiatement, avec des solutions suffisamment concentrées en silice et en chaux, un précipité gélatineux, ainsi que l'a signalé Michaëlis. Le Tableau I ci-dessous indique la quantité de silice précipitée après 3 minutes de solutions obtenues en mélangeant à volume égal des solutions de silice et de chaux de différentes concentrations.

TABLEAU I.

Concentration initiale de la solution en molécule-gramme par litre.		Silice précipitée après 3 minutes pour 1l de solution.
SiO^2.	CaO.	
0,0263	0,0112	0,0239
0,0105	0,0112	0,0106
0,0070	0,0112	0,00704
0,0007	0,0112	0,00025 [1]
0,0105	0,0007	0
0,105	0,0007	0
0,0105	0,00280	0,00883
0,0105	0,00112	0,00851
0,0105	0,00093	0,0035 [1]
0,0105	0,00070	0

Nous avons d'autre part déterminé, en fonction du temps, la variation de la quantité de chaux contenue dans le précipité en suivant, au moyen de la conductibilité électrique, la variation de la concentration de la solution. Nous avons ainsi constaté que :

1° Il n'y a pas un rapport simple entre les quantités de silice et de chaux contenues dans le précipité au moment de sa formation, ce rapport variant entre 10 et 1 suivant les concentrations de la solution en silice et en chaux. On ne peut donc admettre que le précipité qui se forme rapidement par réaction entre la silice colloïdale et la chaux soit un composé défini.

2° La précipitation de la silice est un phénomène de coagulation dû à l'action de la chaux.

3° La silice fixe de la chaux au cours de sa coagulation mais la quantité de chaux fixée augmente pendant très longtemps même lorsque toute la silice a été coagulée rapidement. Le Tableau II suivant indique la concentration après 1 jour, 24 jours, 50 jours et 6 mois en molécules-grammes par litre dans des mélanges contenant une quantité de silice constante et une quantité de chaux variable.

(1) Précipité volumineux.

TABLEAU II.

Concentration initiale de la solution.		Concentration de la solution en chaux après (¹)				Concentration de la solution en silice après 6 mois.
Silice.	Chaux.	1 jour.	24 jours.	30 jours.	6 mois.	
0.0047	0,0148	0,0102	0,0090	0,00857	0,00821	0
»	0,0104	0,00596	0,0050	0,00417	0,00332	0,0003
»	0,00697	0,00276	0,00191	0,00141	0,000946	0,0010
»	0,00618	0,00216	0,00146	0,00116	0,000946	0,0011
»	0,00541	0,00209	0,00112	0,00098	0,000946	non dosé
»	0,00464	0,00192	0,00112	0,00105	0,000946	0,00225
»	0,00297	0,00126	0,00111	0,00108	0,00098	0,0030
»	0,00154	0,00057	0,00062	0,00063	0,00060	0,0036

On voit d'après ces résultats que la concentration en chaux de la solution ne varie pas notablement après quelques jours pour des mélanges contenant moins d'une molécule de chaux pour une molécule de silice. Le palier correspondant à une concentration de $0^{gr},063$ de chaux par litre à 30° met en évidence la formation d'un composé défini : le silicate monocalcique hydraté. Les précipités obtenus avec des mélanges plus riches en chaux continuent pendant des mois à fixer de la chaux par adsorption. Ces précipités analysés après 6 mois contiennent de $1^{mol},47$ à $1^{mol},62$ de chaux pour 1^{mol} de silice. Il y a lieu de remarquer en outre que le silicate de chaux hydraté fournit par hydrolyse des solutions suffisamment concentrées en chaux pour coaguler de la silice.

En résumé les réactions entre la silice et la chaux en solution sont dues à trois phénomènes :

1° Coagulation de la silice par la chaux ;

2° Fixation de la chaux par la silice donnant un silicate de chaux hydraté ;

3° Adsorption de la chaux, cette adsorption se continuant pendant des mois dans les solutions riches en chaux.

(¹) Solutions maintenues à 30° jusqu'à 50 jours et à la température ambiante entre 50 jours et 6 mois.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Étude expérimentale des zones de silence dans la propagation des ondes courtes.* Note (¹) de M. R. **Bureau**, présentée par M. G. Ferrié.

I. Cette étude est basée sur l'établissement de cartes, représentant les conditions de réception, à un instant déterminé, d'une émission de courte longueur d'onde et ceci pour différentes longueurs d'onde. J'ai répété ce travail pour les heures successives d'une journée, de manière à suivre la transformation *dans le temps* des images *dans l'espace* obtenue le long des longueurs d'onde. Les résultats obtenus montrent que l'on peut utiliser des observations qualitatives, en se limitant à différencier les auditions fortes, les auditions faibles, les silences. Les points où l'audition est analogue se groupent en effet d'une manière remarquablement cohérente ; il apparaît bien ainsi que les différences dues aux observateurs et aux récepteurs disparaissent pour la plupart devant celles qui sont dues à la variabilité du phénomène dans l'espace.

Diverses séries de cartes (plusieurs centaines) furent ainsi tracées en 1927 et en 1928, à l'aide d'un réseau de plus en plus dense et de plus en plus étendu. A la fin de 1928 il comportait en France environ 35 observateurs, 8 en Afrique du Nord française et une quinzaine dans le reste de l'Europe.

Pour en parachever le tracé je me suis laissé guider par le principe de continuité, en admettant que, à travers les multiples cartes relatives aux différentes heures, aux diverses fréquences, aux diverses journées, on doit retrouver dans l'espace, dans le temps, dans la gamme des fréquences, une continuité dans l'évolution des phénomènes. De même, en météorologie, on ne saurait délimiter les diverses masses d'air en travaillant sur une carte isolée, et pour le faire, on se laisse guider par l'histoire des phénomènes et par la continuité obligatoire d'une carte à la suivante.

II. On constate ainsi que les zones de silence ne présentent, pour ainsi dire jamais, un aspect régulier et symétrique autour de l'émetteur ; qu'elles peuvent varier dans de très grandes proportions d'un jour à l'autre ; qu'elles n'évoluent pas toujours dans le même sens le long des longueurs d'onde.

Le dessin des zones de silence se prolonge dans celui de zones d'audition faible. De plus les zones de silence laissent très souvent apparaître en leur

(¹) Séance du 28 janvier 1929.

centre une zone d'audition, tantôt variable, tantôt forte (mais presque toujours homogène) d'extension très variable (allant jusqu'à quelques centaines de kilomètres), et qui n'est aucunement la zone de perception du rayonnement direct. Les zones de silence prennent donc l'aspect d'anneaux allongés et plus larges d'un côté que de l'autre. Il arrive que, sur un côté, leur largeur se restreigne au point qu'elles prennent des allures de croissants. En certains cas on constate la présence de plusieurs anneaux (ou croissants) de silence successifs séparés par des anneaux (ou croissants) d'audition.

La dissymétrie de ces figures tient à des causes diverses. On observe des causes quasi permanentes et d'ordre géographique. En particulier, les émissions assurées à Paris en octobre, novembre, décembre 1928, ont été entendues dans des conditions exceptionnellement bonnes au Maroc, d'une part, au nord-ouest de la France (entre Londres et Saint-Brieuc), d'autre part [1] (zones d'anomalies positives). Par contre, en octobre et novembre, la Tunisie et parfois la région des Alpes, sont souvent des zones d'anomalies négatives. On observe aussi l'influence vigoureuse et passagère de causes accidentelles s'exerçant soit sur l'ensemble des longueurs d'onde, soit sur une bande d'onde assez resserrée. Citons comme anomalie positive le cas du 15 décembre, où de 19^h à 21^h en pleine région où la zone de silence devrait normalement s'étendre (sud de la France, des côtes de l'Océan aux Alpes), tous les écouteurs (trois à Bordeaux, La Réole, Sainte-Marie-de-la-Mer, Istres, Toulon), signalent une audition très forte. Comme anomalie négative, et rassemblée autour d'une onde, citons le cas du 6 octobre 1928 à $15^h 30^m$ sur 42^m dans l'ouest et le centre de la France.

Des expériences ont été faites sur deux puissances (150 et 300 watts-antenne) et sur trois ondes. Si les zones du silence sont dues à une réfraction insuffisante (ou à un phénomène du même genre) et si l'absorption n'y joue qu'un rôle secondaire, l'influence de la puissance sera très faible sur les limites des zones de silence. L'expérience a montré, au contraire, que l'augmentation de puissance ci-dessus (1 à 2 environ) transformait presque toujours l'aspect des cartes de propagation en réduisant dans une forte proportion les zones de silence.

La comparaison des cartes de journées différentes fait ressortir des caractères d'ensemble propres à chaque journée. En particulier, il est très net que certains jours les zones de silence sont, dans leur ensemble, plus étendues que d'autres jours comme si les couches ionisées s'étaient élevées. D'autres fois, l'extension de la zone de silence ne s'observe que dans certaines directions comme si les couches ionisées s'étaient inclinées.

---

(1) Cet effet n'est pas dû aux antennes.

III. Ces premiers résultats, tout en précisant les caractères et les anomalies de la propagation, ne permettent pas encore d'en dévoiler les causes. Mais comparés à ceux que d'autres méthodes permettent d'atteindre, ils aideront à faire le départ entre l'influence de la haute atmosphère (couches ionisées) et celle de la basse atmosphère (météorologie). Il faudrait, en particulier pouvoir les comparer aux mesures directes de la hauteur des couches ionisées faites aux mêmes jours et sur la même longueur d'onde.

De toute manière, la conception de la multiplicité des couches ionisées s'impose de plus en plus, ne serait-ce que pour expliquer les anomalies observées le long des longueurs d'onde et les zones d'audition intérieures aux zones de silence.

Par ailleurs, l'action météorologique semble loin d'être négligeable comme le montre la comparaison des cartes de propagation et de certaines cartes météorologiques (celles qui mettent en évidence fronts et masses d'air). L'explication suivante peut, en attendant d'autres résultats, être donnée à titre provisoire :

Les couches ionisées de la haute atmosphère jouent le rôle principal; mais, en certains cas critiques, une faible modification peut décider entre deux chemins possibles et différents à travers les couches ionisées. Cette modification peut être le fait des phénomènes de la troposphère qui deviendraient à ce moment les arbitres de la propagation et décideraient du sort de l'onde.

PHYSIOLOGIE. — *Influence de l'ischémie sur l'excitabilité de l'écorce cérébrale.* Note de M. et Mme **A. Chauchard**, présentée par M. L. Mangin.

Il a été fait de nombreuses expériences dans le but d'observer ce que devient l'excitabilité de l'écorce cérébrale quand on entrave la circulation dans les vaisseaux qui l'irriguent (ligature des artères carotides et vertébrales, arrêt du cœur par excitation du pneumogastrique, décapitation). Nous avons pratiqué, en outre, la compression du cerveau qui produit, selon son degré d'intensité, une torpeur plus ou moins profonde et mesuré la chronaxie suivant la méthode de Lapicque que nous avons introduite en 1922 dans le domaine de l'excitabilité cérébrale dont elle permet d'apprécier les moindres variations.

Ligature des carotides et des vertébrales. — Par ce moyen, les uns n'ont observé aucun changement dans l'excitabilité, les autres, des variations

allant jusqu'à l'inexcitabilité. Chez les Mammifères tels que le Chien, le cerveau est défendu contre l'ischémie par un système vasculaire très riche, et la ligature des quatre artères n'entraîne pas, en général, une anémie suffisante pour influer sur l'excitabilité corticale, la suppléance étant assurée par deux groupes de collatérales. Nous avons montré la part qui revient à chacun d'entre eux dans l'irrigation de l'écorce et établi expérimentalement que le rôle prépondérant appartient aux spinales. Quand la ligature touche l'excitabilité corticale, ce que nous avons observé parfois, nous pensons qu'il s'agit de cas individuels de réduction du calibre des collatérales. Il nous a suffi, chez des animaux à circulation normale, d'injecter de l'adrénaline dans le bout céphalique d'un des quatre vaisseaux liés pour voir survenir, à la suite de la vaso-constriction consécutive, une variation de la rhéobase et de la chronaxie suivie d'inexcitabilité pendant une durée de l'ordre de la minute.

Excitation du pneumogastrique. — Spanbock en 1888, plus tard Ch. Richet, dernièrement Rizzolo, provoquant l'arrêt du cœur par stimulation du vague chez le Chien, n'ont observé que quelques modifications passagères de l'excitabilité. Nous nous sommes demandé si, en réduisant l'apport de sang au cerveau préalablement à l'excitation du vague, il ne serait pas plus facile d'anémier cet organe. C'est bien ce que nous a montré l'expérience : sur un chien, on met à nu le tiers antérieur de l'hémisphère gauche, on lie les deux carotides, on pose une pince sur chaque vertébrale. La zone de l'extension de la patte postérieure gauche présente une rhéobase de 12,5 volts, une chronaxie de 3σ; on excite le pneumogastrique. Pendant l'arrêt du cœur la rhéobase s'accroît rapidement, puis, pendant une minute au maximum, l'écorce devient inexcitable. Les systoles ont repris; graduellement la rhéobase revient à la normale ainsi que la chronaxie.

Compression du cerveau. — Depuis plusieurs mois, nous utilisons ce procédé pour endormir des animaux chez lesquels l'introduction d'anesthésiques dans l'organisme gênerait la précision des mesures (1). Nous comprimons au moyen de fragments d'éponge tassés entre la dure-mère et la paroi cranienne par un orifice pratiqué au vertex; un bouchon de caoutchouc introduit dans cet orifice permet de graduer la compression. Au cours de nos expériences qui durent plusieurs heures, en général sans incident, nous avons pris des mesures de chronaxie corticale. Quand l'animal dort, l'écorce est inexcitable; après la décompression, le réveil se produit graduellement,

(1) *C. R. Soc. Biologie*, 99, 1928, p. 1495, 1572, 1628.

la chronaxie d'abord très grande, revient peu à peu à sa valeur normale; elle passe, par exemple, de 10 à 1σ. Si la compression a été trop forte, l'animal ne s'éveille pas, son écorce reste inexcitable, mais il respire et son cœur continue à fonctionner.

Décapitation. — Fr. Franck, Laborde ont excité l'écorce cérébrale sur des têtes de chiens décapités. Laborde a évalué à 2 minutes la durée de persistance de l'excitabilité. Nous avons expérimenté dans des conditions telles qu'il nous soit possible d'interrompre et de rétablir à volonté la circulation, et par suite de voir ce que devient la chronaxie de l'écorce sous l'influence d'une ischémie de plus ou moins longue durée : on lie les vertébrales et une des carotides d'un chien en respiration artificielle, l'autre carotide étant repérée et l'hémisphère gauche découvert; on sectionne la moelle cervicale au niveau du 5e ou du 6e espace intervertébral, l'hémostase réalisée par tamponnement; on mesure la chronaxie de la zone corticale du clignement de l'œil droit; elle est, par exemple, de 0,25σ (expérience du 24 mai 1928); on pince la carotide restée perméable, le réflexe palpébral disparaît, le cerveau perd sa turgescence, l'animal est dans un état de torpeur profonde. A ce moment, l'excitation de l'écorce n'est suivie d'aucune réponse quelle que soit l'intensité mise en jeu; au bout d'une minute, on libère la carotide, la circulation se rétablit; la torpeur disparaît graduellement, la chronaxie reprend sa valeur normale. On pince alors de nouveau la carotide, cette fois pendant 2 minutes; les mêmes phénomènes se reproduisent, mais, après la suppression de la pince, la chronaxie ne revient pas à la normale; elle est passée à 4σ et s'y maintient. Nous avons prolongé jusqu'à 2 minutes et demie l'arrêt circulatoire, la région est devenue définitivement inexcitable; plus de 2 heures après, l'état est stationnaire, l'animal semble profondément endormi; son réflexe palpébral est aboli; son cœur bat régulièrement.

Cet ensemble de recherches montre que l'on peut entraver dans une large mesure la circulation cérébrale sans qu'il y ait modification de la chronaxie de l'écorce, une irrigation suffisante étant assurée par les collatérales et leurs anastomoses. Dans l'anesthésie générale par compression du cerveau, l'écorce devient inexcitable après une phase d'augmentation de la chronaxie qui revient progressivement à sa valeur primitive quand on décomprime, si la compression n'a pas été trop forte. L'interruption totale de la circulation entraîne toujours l'inexcitabilité de l'écorce. Si cette interruption ne dépasse pas 1 minute et demie, la chronaxie redevient rapidement normale; au delà de cette durée, ses modifications persistent, après 2 minutes et demie d'ischémie complète l'écorce est définitivement inexcitable.

PHYSIOLOGIE. — *De l'augmentation de la consommation d'O des animaux marins sous l'influence des fortes pressions. Ses variations en fonction de l'intensité de la compression.* Note de M. **Maurice Fontaine**, transmies par M. L. Joubin.

Nous avons montré (1) qu'une compression de 100^{kg} par centimètre carré produit, chez divers animaux marins (poissons-crustacés) une augmentation très notable de la consommation d'oxygène.

Nous avons étudié comment varie, chez le *Pleuronectes platessa*, cette augmentation des combustions en fonction de l'intensité de la compression.

Les deux séries d'expériences qui suivent sont faites à même température, sur des Pleuronectes de taille sensiblement égale (2).

Intensité de la pression en kg/cm².	Consommation d'O^2 à la pression atmosphérique.	Consommation d'O^2 sous pression.	Variation de la consommation d'O^2 %.
	1. — *Durée de la compression* : 60 minutes.		
	cm³	cm³	
25	0,232	0,299	+28
50	0,224	0,311	+38,8
100	0,176	0,279	+58
125	0,172	0,268	+54
150	0,184	0,112	−39 (3)
	2. — *Durée de la compression* : 20 minutes.		
50	0,073	0,088	+20
100	0,083	0,106	+27
125	0,083	0,110	+30
150	0,128	0,064	−50 (3)

On voit donc que la consommation d'oxygène augmente d'autant plus que la pression est plus élevée, tant que cette pression n'entraîne pas la mort de l'animal comprimé.

(1) *Les fortes pressions et la consommation d'O de quelques animaux marins. Influence de la taille* (*C. R. Soc. Biol.*, **99**, 8 décembre 1928, p. 1789).

(2) Il est nécessaire d'opérer sur des animaux sensiblement de même taille car, si l'on comprime, dans les mêmes conditions, plusieurs animaux d'une même espèce, la consommation d'O^2 de ces animaux augmente d'autant plus que leur taille est plus petite (*C. R. Soc Biol.*, *ibid.*).

(3) L'animal est trouvé mort à la fin de l'expérience.

Le rapprochement des deux tableaux (correspondant à des compressions de durées différentes, l'une de 20 minutes, l'autre de 60 minutes) montre que la consommation d'oxygène, lors d'une compression, n'atteint pas d'emblée une valeur fixe, mais qu'elle croît avec le temps de la compression (au moins pendant la première heure). Nous déterminerons dans un prochain travail combien de temps dure cet accroissement de la consommation d'oxygène et quelles en sont les limites.

D'autre part, aussitôt après la décompression, la consommation d'O^2 diminue et devient inférieure à la consommation d'O^2 normale (consommation à la pression atmosphérique). Il existe là ([1]) une phase de ralentissement des combustions respiratoires qui constitue donc une sorte de repos compensateur.

PHARMACODYNAMIE. — *Sur les glycosides du* Digitalis purpurea *L.* Note ([2]) de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Charles Richet.

Nativelle a, le premier, pu extraire des feuilles de *Digitalis purpurea* deux substances physiologiquement actives : la digitaline cristallisée en aiguilles et la digitaléine amorphe et une substance dépourvue d'activité physiologique : la digitine cristallisée.

En 1874, Schmiedeberg, ayant eu à sa disposition quelques centigrammes d'une digitaline cristallisée du type Nativelle mais dont il ne précise pas l'origine, affirme que cette substance ne constitue pas une entité chimique; car, à côté d'une substance que Schmiedeberg prétend avoir le premier préparée à l'état de pureté et qu'il désigne sous le nom de digitoxine, elle contient de la paradigitogénine, de la toxirésine et probablement un peu de digitogénine. En outre Schmiedeberg put extraire de substances commerciales complexes provenant des graines de *Digitalis purpurea* trois substances nouvelles : la digitonine, la digitaline et la digitaléine.

En 1889, Arnaud démontre que la digitaline cristallisée de Nativelle est bien une espèce chimique et que le nom de digitoxine est par conséquent superfétatoire.

Cette même année, Bardet affirme que la digitoxine commerciale, préparée suivant le procédé de Schmiedeberg, contient de 45 à 65 pour 100 d'impuretés et a une activité physiologique deux à trois fois plus faible que celle de la digitaline cristallisée de Nativelle.

Mais, si l'on en croit Fouquet, bien qu'elle contienne de la digitaléine et de la matière résineuse, la digitoxine allemande aurait une activité très légèrement inférieure seulement à celle de la digitaline cristallisée de Nativelle.

([1]) *C. R. Soc. Biol.*, *ibid.*

([2]) Séance du 28 janvier 1920.

A la suite des recherches cliniques de Masius et des expériences physiologiques de François Franck, Bardet prétend que les échantillons récents de digitoxine préparée par Merck suivant la méthode de Schmiedeberg diffèrent de ceux qu'il avait reçus précédemment et qu'ils sont deux à trois fois plus actifs que la digitaline cristallisée de Nativelle. Cette augmentation de toxicité s'expliquerait pour lui par la présence dans ce produit de la substance hypertoxique dont Houdas avait admis l'existence hypothétique dans les feuilles de digitale.

En 1910, Hatcher et Brody, employant la technique de l'injection intraveineuse lente chez le chat, fixent la dose minima léthale de digitoxine à 0,0003 par kilogramme d'animal.

En 1920, Lévine, faisant usage de la méthode de Hatcher et Brody légèrement modifiée, fixe la dose minima léthale de digitaline cristallisée de Nativelle à 0,00071-0,00086 par kilogramme de chat.

Ainsi donc, pour Lévine comme pour Bardet, la toxicité de la digitaline cristallisée de Nativelle serait deux à trois fois plus faible que celle de la digitoxine.

En 1920, Cloetta affirme être le premier parvenu à préparer une digitoxine absolument pure cristallisée en tablettes. « Si, dit-il, au lieu de ces plaquettes plates il se sépare des aiguilles groupées en grains on doit continuer le fractionnement car sûrement ce sont là des produits impurs ». En outre le pharmacologiste suisse démontre que les digitoxines et les digitalines cristallisées commerciales sont impures; c'est ainsi qu'une digitaline cristallisée française (Poulenc) contenait 80 pour 100 d'impuretés. Malheureusement Cloetta n'a pas eu de digitaline cristallisée de Nativelle à sa disposition.

En 1925, Windaus et Freese prouvent à leur tour que les digitoxines et digitalines cristallisées du commerce contiennent une forte quantité d'impuretés (gitoxine, digitoxine, gitogénine): une digitaline cristallisée française ne contenait pas moins de 66 pour 100 d'impuretés. Sans avoir eu à leur disposition de digitaline cristallisée de Nativelle, ces auteurs se déclarent convaincus de l'identité de cette substance et de la digitoxine de Schmiedeberg.

Enfin Freese confirme et complète les assertions précédentes. Deux digitalines cristallisées françaises contenaient l'une 58, l'autre 72 pour 100 d'impuretés; deux digitoxines commerciales, l'une 45, l'autre 56 pour 100 d'impuretés.

Nous avons voulu rechercher si la digitaline cristallisée de Nativelle a ou n'a pas une toxicité différente de celle de la digitoxine pure de Cloetta. Que Cloetta qui en mettant à notre disposition une assez grande quantité de son précieux produit, nous a permis cette recherche, soit assuré ici de notre vive gratitude.

Pour déterminer la toxicité de ces substances, nous n'avons pas voulu employer la méthode de l'injection intraveineuse très lente préconisée par Hatcher et Brody (chat), Knaffl-Lenz (cobaye), Tiffeneau et Lévy (chien), car, aux erreurs inhérentes à toute méthode de titrage physiologique (sensibilité particulière de chaque individu), cette technique ajoute celles qui résultent de l'anesthésie, de la respiration artificielle, du rythme de l'injection. Nous avons donc préféré recourir à la méthode habituellement employée

pour fixer la toxicité des médicaments, c'est-à-dire à l'injection intraveineuse rapide chez des chiens non anesthésiés. Mais nous avons eu soin d'éliminer de nos expériences les chiens trop jeunes ou trop vieux, trop petits ou trop gros, de n'employer que des solutions très diluées ($\frac{2}{10}$ de milligramme par centimètre cube), enfin d'opérer à la même époque et dans des conditions identiques de température.

En outre, tenant compte des observations de Trevan, nous avons considéré comme dose toxique, non point celle qui tue tous les animaux injectés, mais celle qui en tue plus de la moitié.

Nos expériences, qui ont porté sur plus de 120 chiens, nous permettent d'affirmer que la dose toxique est absolument la même pour la digitoxine pure de Cloetta, pour la digitaline cristallisée de Nativelle en aiguilles et pour la digitaline cristallisée de Nativelle en plaquettes. En décembre, cette dose était de $\frac{5}{10}$ de milligramme par kilo de chien.

Nous nous croyons donc autorisé à affirmer que l'activité physiologique de la digitaline cristallisée de Nativelle est égale à celle de la digitoxine pure de Cloetta.

BIOCHIMIE. — *Sur quelques propriétés de la sérum-albumine; sa cristallisation en l'absence de tout élément ionogénique.* Note de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. Matignon.

Poursuivant nos recherches sur les substances protéiques à l'aide de la méthode à l'acétone, nous exposerons aujourd'hui quelques-unes des propriétés physiques, chimiques et biologiques de la sérum-albumine.

I. Nous avons cherché tout d'abord à préciser, à l'aide de la technique électrométrique [1], la phase la plus importante de la méthode à l'acétone, celle qui se réfère à la précipitation de la sérum-globuline, par neutralisation, à l'aide d'acides titrés, du carbonate de soude entraîné par celle-ci pendant la précipitation acétonique des protéines totales.

Les mesures du pH ont été prises, dans la zone immédiate de floculation de la globuline, en collaboration avec M. Demigneux, au moyen de l'appareil de M. Lassieur, par la méthode balistique. Voici deux expériences à titre d'indication :

---

[1] Maurice Piettre, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1657.

A. Protéines sériques totales reprises par l'eau distillée et ramenées au volume initial du sérum.		A 12cm³,5 de la solution protéinique on ajoute respectivement les volumes suivants d'HCl N/100.			
		15cm³.	20cm³.	25cm³.	32cm³,5.
pH = 9,04		pH = 7,27	6,68	5,94	5,21
B. Protéines totales ramenées au volume initial de sérum.		A 12cm³,5 de la solution protéinique on ajoute les volumes suivants d'HCl N/100.			
		20cm³.	25cm³.	30cm³.	35cm³.
pH = 8,95		pH = 6,98	5,94	5,64	5,21

Après séparation de la globuline, l'albumine est purifiée par au moins quatre précipitations acétoniques, puis séchée sur vide sulfurique s'il est nécessaire d'éliminer toute trace d'acétone. On a alors une belle solution incolore ou légèrement blonde, d'une limpidité admirable, de pH oscillant autour de 6,5, et ne possédant aucun élément ionogénique. La calcination laisse environ 0,33 pour 100 de centres presque exclusivement composés de chaux qui peut d'ailleurs être éliminée par décalfication préalable.

II. Quelques déterminations d'abaissement cryoscopique ont été faites, au Beckmann, pour avoir des indications sur le poids moléculaire et par suite sur la pression osmotique moléculaire.

Les premières mesures ont besoin d'être confirmées.

III. Toutes les tentatives pour faire cristalliser l'albumine, en solutions étendues, sont restées infructueuses.

Avec M. A. Vila (¹) nous avions signalé que l'albumine précipitée à l'état sirupeux de ses solutions aqueuses par un tiers d'alcool ou d'acétone se prend brusquement au-dessous de 0° en une masse blanche, solide, d'aspect nettement cristallin. Ce fait a été observé aussi pour l'albumine du lait (²), de l'œuf (³), du muscle (⁴).

Nous venons d'obtenir la première cristallisation véritable dans une expérience de concentration sur vide sulfurique d'une solution à 3,5217 pour 100 d'albumine. Après évaporation presque complète de l'eau, il ne restait qu'une masse gommeuse blonde de la grandeur et de l'épaisseur d'une ancienne pièce de 5 francs. Un brusque choc sur la cloche fit cesser l'état de surfusion et provoqua une transformation explosive de cette masse

(¹) Piettre et Vila, *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 371.
(²) Maurice Piettre, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 91.
(³) Maurice Piettre, *Ibid.*, p. 333.
(⁴) Maurice Piettre, *Ibid.*, 181, 1925, p. 737.

amorphe en un bloc cristallin, de coloration blanc grisâtre, d'aspect soyeux, miroitant.

La condition essentielle est donc d'amener par concentration la matière à l'état sirupeux, puis de s'aider des moyens habituels : choc, ensemencement, froid surtout. Au-dessous de 0° (glace et sel, chambre froide), la cristallisation, amorcée de préférence, se propage très rapidement par vibrations successives.

Si la substance est en couche mince, les cristaux de glace formés en même temps disparaissent peu à peu, à basse température, par distillation de la vapeur d'eau vers le frigorifère et il ne reste que les cristaux d'albumine. C'est là le point très délicat : éliminer les cristaux de glace qui, en fondant à la température extérieure, redissoudraient plus ou moins complètement les cristaux de protéine.

L'albumine, cristallisée de premier jet, se présente sous forme de longs prismes microscopiques, soudés entre eux suivant leur grand axe mais laissant voir nettement leurs extrémités restées libres. Les amas cristallins agissent fortement sur la lumière polarisée.

Ils se ramollissent en se décomposant entre 225 et 230° au bloc Maquenne.

IV. Les premières recherches biologiques effectuées en collaboration avec M. A. Chrétien, sur les gros animaux (cheval, chèvre) par injections sous-cutanées ou intraveineuses répétées et massives de sérum albumine bien purifiée ont mis en lumière deux propriétés sans doute intéressantes au point de vue thérapeutique : grande rapidité d'absorption, absence de toute réaction anaphylactique tout au moins immédiate.

De très nombreux animaux de laboratoire (lapin) saturés d'albumine n'ont présenté ni troubles généraux, ni accidents locaux.

Conclusion. — La méthode à l'acétone, en permettant la séparation analytique des protéines et leur préparation à l'état pur, a donc conduit à résoudre un problème regardé jusque-là comme difficilement soluble : la cristallisation de l'albumine, colloïde type, en l'absence de tout élément ionogénique.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Du choix d'un cornet acoustique.* Note de M. **Marage**, présentée par M. d'Arsonval.

Lorsqu'on commence à moins bien entendre une conversation générale, une conférence ou les interprètes d'une pièce de théâtre, on cherche à se procurer un appareil qui permette d'avoir une audition normale pour toutes les voyelles, audition qui serait représentée par la courbe 5 correspondant à celle d'une oreille parfaite.

Est-il possible, dans l'état actuel de nos connaissances en acoustique et en clinique, de trouver un instrument réunissant ces qualités? C'est ce que je vais étudier aujourd'hui en examinant :

1° Les diverses formes de surdités;

2° Les différents appareils employés.

1° *Diverses formes de surdités.* — De même qu'il n'y a pas des maladies, mais des malades, on peut dire qu'il y a autant de surdités que de sujets.

On peut cependant les diviser en quatre classes dont la perte d'audition est représentée par les 4 courbes en traits pleins : 1, 2, 3, 4, de la figure.

a. Les uns entendent mieux les sons aigus que les sons graves (courbe 1).

b. Les autres entendent mal les sons aigus et les sons graves, la voyelle A, la plus sonore, étant la mieux perçue (courbe 2).

Ces deux premières courbes sont caractéristiques des lésions de l'oreille moyenne.

c. Certains sujets entendent bien les sons graves mais les sons aigus ne sont plus perçus (courbe 3).

d. Enfin, les derniers ont des lacunes dans l'audition; tantôt une voyelle, tantôt l'autre n'étant plus entendue (courbe 4).

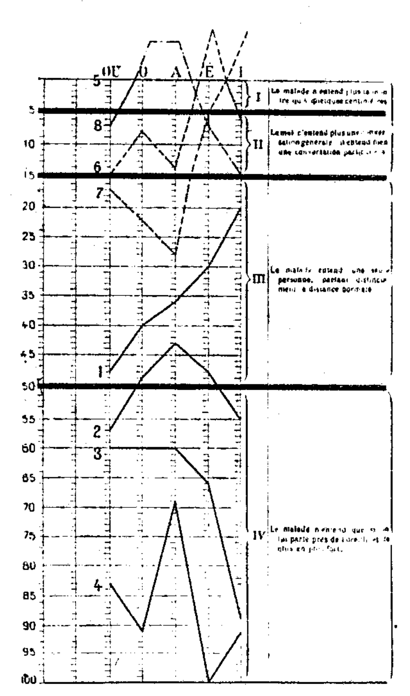
Ces deux dernières courbes correspondent à des lésions de l'oreille interne et des centres auditifs.

Ces quatre courbes peuvent se trouver en un point quelconque de l'échelle auditive, la forme restant la même quelle que soit la grandeur de la perte d'audition en pour 100.

J'ajoute — ce qui complique encore la question — que beaucoup de sujets, entendant une phrase mais ne comprenant pas le sens de cette phrase, sont très sensibles aux vibrations sonores, et ne peuvent supporter une voix un peu énergique.

2° *Divers appareils.* — Tous les instruments actuellement employés ren-

forcent certains sons beaucoup plus que d'autres, et celui qui donnerait la courbe idéale 5, n'existe pas et ne peut pas exister dans l'état actuel de nos connaissances.



Perte de l'acuité auditive en pour 100.
——— Courbes d'audition.
- - - - Courbes modifiées par les appareils.

Les uns renforcent la voyelle E d'une façon exagérée (courbe 6); d'autres, c'est la voyelle I (courbe 7); d'autres enfin, une ou deux des voyelles *ou*, *o*, *a* (courbe 8).

Il s'ensuit que la courbe d'audition, pour l'oreille qui se sert d'un appareil de prothèse se trouve complètement transformée : le sujet entend mais comprend mal et, de plus, ses centres auditifs se fatiguent très vite, il en résulte des bourdonnements et une baisse rapide de l'acuité auditive.

J'ajoute que, par ces appareils, tous les bruits extérieurs se trouvent amplifiés énormément, les bruits de pas, de toux, de mouchage recouvrant les sons de la voix et empêchant de la comprendre.

Conclusions. — Il faudrait, pour chaque sourd, construire un appareil de prothèse correspondant à sa courbe de surdité et se souvenir qu'il ne faut pas faire entendre des sons *énergiques* mais des sons bien distincts dont le tracé photographié soit clair et précis.

Un sourd est souvent un sujet qui comprend mal et qui entend trop certains sons.

Quand on parle à un sourd on crie toujours trop fort, on parle trop vite, et on articule mal.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Recherches expérimentales sur la sensibilité des singes inférieurs au virus de la Dengue.* Note de MM. **Georges Blanc** et **J. Caminopetros**, **J. Dumas** et **A. Saenz**, présentée par M. Roux.

Plusieurs expérimentateurs ont tenté sans succès de transmettre la Dengue à diverses espèces de singes, d'autres ont cru réaliser cette transmission ([1]).

A tous ces essais il manque une preuve indispensable, celle de l'inoculation à une espèce sensible, à l'homme, du sérum ou du sang des singes éprouvés.

Nous avons, nous aussi, inoculé du virus de Dengue à plusieurs espèces de singes, Macaques (*Cynomolgus sinicus* et *C. fascicularis*), Babouins (*Papio babuin*), Cercopithèques (*Cercopithecus callitrichus*), Mangabey (*Cercocebus æthiops*). Aucun des animaux inoculés n'a présenté des signes cliniques de maladie, ni de modification appréciable de la température. Cependant, la transmission à l'homme du sang d'un certain nombre de ces animaux nous a montré qu'après une incubation de 4-5 jours le sang devient virulent. Ces singes font une véritable Dengue inapparente. Nous donnerons, très résumée, l'histoire expérimentale de ces singes, elle nous permettra d'en tirer quelques conclusions intéressantes.

1. *Callitriche* (Cerc., callitrichus) I. — Inoculé à Paris, le 11 octobre 1928, avec un mélange de sérums de plusieurs malades provenant d'Athènes et prélevés les 29 septembre, 1er, 3 et 4 octobre, l'un au troisième jour, les autres au deuxième jour de la maladie. Prise de sang au singe, par ponction du cœur, le 17 octobre (6 jours après l'inoculation); nouvelle prise le 19 octobre (8 jours après l'inoculation). Le sérum, obtenu à chaque prélèvement, est inoculé à Athènes à un volontaire. Seul, le sérum prélevé 8 jours après l'inoculation, se montre virulent. Le sujet, inoculé le 2 novembre, fait une Dengue typique le 11 novembre.

2. *Papion* (P. babuin). — Inoculé à Paris, le 11 octobre, avec les mêmes virus que le singe précédent. Prise de sang le 22 octobre, 11 jours après l'inoculation. Inoculation, à Athènes, d'un sujet volontaire, le 6 novembre : résultat négatif.

([1]) Nous donnerons ailleurs l'historique de la question qui allongerait trop notre travail.

3. *Macaque* (Cynom. fascicularis). — Inoculé à Athènes, le 14 novembre, avec une forte dose de virus de Dengue frais (10^{cm^3}). Cinq jours après, le 19 novembre, prise de sang et inoculation, le même jour, de 3^{cm^3} de ce sang, à un homme. Cette inoculation est suivie, 6 jours plus tard, d'une Dengue typique. Nouveau prélèvement de sang au Macaque le 21 novembre, soit 7 jours après l'inoculation, nouvelle inoculation à l'homme avec ce nouveau sérum, résultat positif après 8 jours d'incubation.

Troisième prélèvement, le 27 novembre, donc 13 jours après l'inoculation infectante. Cette fois l'inoculation à l'homme est négative.

Le 3 janvier ce Macaque est réinoculé avec du virus frais de Dengue. Il est saigné le lendemain et 7 jours après. Les deux prélèvements se montrent inoffensifs pour l'homme.

L'animal a l'immunité.

4. *Callitriche* (Cerop. callitrichus). II. — Inoculé le 13 novembre, à Athènes, avec du virus de Dengue conservé 7 jours au Laboratoire. Saigné le 19 novembre, 6 jours plus tard. Le sérum de cette saignée est inoculé le même jour à un homme qui, 5 jours plus tard, fait de la Dengue.

Nouveau prélèvement de sang, le 21 novembre, donc 8 jours après l'inoculation infectante. Nouvelle inoculation à l'homme, cette fois encore positive.

Troisième prélèvement le 27 novembre, soit 14 jours après l'inoculation infectante. Inoculation d'un nouveau sujet, réaction négative. Le 3 janvier, ce Callitriche est réinoculé, comme le Macaque, avec un mélange de plusieurs sérums virulents. Il est saigné le lendemain et 7 jours après. Les deux prélèvements inoculés à l'homme se montrent inoffensifs. Le singe ne s'est donc pas réinfecté, sa première inoculation lui avait conféré l'immunité.

5. *Callitriche III*. — Ce singe est inoculé, le 27 novembre, avec un mélange du sang du *Cynomolgus* et du Callitriche II, sang provenant des prélèvements des 19 et 21 novembre et qui se sont montrés virulents pour l'homme. Prise de sang le 1er et le 3 décembre, soit 4 et 6 jours après l'inoculation de sérums. Ces deux prélèvements, inoculés à l'homme, ne donnent pas la Dengue. Les sujets éprouvés ensuite avec un virus humain réagissent, ils n'ont donc pas été immunisés par la première inoculation. Le Callitriche est ensuite réinoculé, cette fois avec du virus humain, le 3 janvier 1929. Le 4 janvier un prélèvement de sang est fait, ce sang inoculé à un homme ne donne pas la Dengue et ne confère pas l'immunité. Le 10 janvier, soit 7 jours après l'inoculation de sang humain, nouvelle prise de sang; inoculation d'un homme avec ce sang. Ce sujet fait après 6 jours d'incubation une Dengue typique.

Conclusions. — L'étude des observations que nous venons de donner permet de tirer les conclusions suivantes :

1. Les singes appartenant aux espèces *M. Cynomolgus* et *Cerc. callitrichus*, inoculés avec du sang de malades atteints de Dengue, font une maladie inapparente. Leur sang, non virulent 24 heures après l'inoculation, le devient du 5e au 8e jour. Il n'est plus virulent au 12e jour. L'expérience faite sur le Papion ne permet donc pas de conclure à sa sensibilité ou à son immunité naturelle.

2. Les singes qui ont fait de la Dengue inapparente, ont une immunité qui dure au moins 50 jours.

3. Le sang de singes atteints de Dengue inapparente est virulent pour l'homme. Dans les conditions expérimentales, il ne paraît pas l'être pour le singe auquel il ne confère ni infection ni immunité.

Ce fait est à rapprocher des constatations que nous avons faites sur la Dengue inapparente du cobaye et de celle de Ch. Nicolle qui n'a jamais vu, chez le cobaye, le typhus se transmettre pendant plusieurs passages sous forme inapparente.

La séance est levée à 16h45m.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 26 novembre 1928.)

Note de MM. *Georges Brus* et *G. Peyresblanques*, Sur l'ozonide du nopinène :

Page 984, après le nom des auteurs, *lire* transmise par M. Paul Sabatier.

(Séance du 10 décembre 1928.)

Note de M. *S. Posternak*, Sur un nouveau constituant phosphoorganique des hématies :

Page 1165, ligne 1 du titre de la Note, *lire* phosphoorganique; ligne 4, le premier mot de est à supprimer.

Page 1166, ligne 25, *lire* phosphates minéraux; *passim*, lire *l*-glycérique.

Page 1167, ligne 6, *lire* le diphosphate; ligne 10, l'appel de note (²) est à supprimer; ligne 3, en remontant, *lire* hexose-diphosphorique.

(Séance du 26 décembre 1928.)

Note de MM. *Maurice Curie* et *Adolphe Lepape*, Sur la cohésion diélectrique des gaz rares :

Page 1284, ligne 3 du tableau relative à l'argon, colonne Curie-Lepape, *au lieu de* 18 (?), *lire* 28 (?).

(Séance du 2 janvier 1929.)

Note de M. *Deslandres*, Relations simples entre les radiations les plus intenses et les plus hautes de l'atmosphère brillante du Soleil :

Page 22, ligne 11, *au lieu de* dont les numéros sont 8, 16, 20, 24, *lire* dont les numéros sont 12, 16, 20, 24.

Note de MM. *P. Reiss* et *E. Vellinger*, Sur le potentiel d'arrêt de la division de l'œuf d'Oursin :

Page 101, rétablir comme suit les chiffres des deux dernières colonnes du tableau du bas de la page :

rH.	rH moyen.
23,4-20,6	22,0
23,4-22,2	22,8
23,0-21,6	22,4
24,1-23,6	23,8

(Séance du 14 janvier 1929.)

Note de M. *Jean Cabannes*, Les radiations secondaires dans la lumière diffusée par le quartz :

Page 250, lignes 11 et 12, *au lieu de* p *lire* ρ; ligne 20, *au lieu de* effet de polarisation, *lire* état de polarisation.

(Séance du 21 janvier 1929.)

Note de M. *C. Raveau*, Le principe énoncé par Carnot, etc.

Page 305, ligne 5, en remontant, *au lieu de* $<$, *lire* > 0.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de décembre 1928.

La composition minéralogique et chimique des roches éruptives et particulièrement des laves mésozoïques et plus récentes de la Chine orientale, par A. Lacroix, in *Bulletin of the geological Society of China*, vol. VII, n° 1, 1928.

Les roches éruptives post-paléozoïques du nord de la Chine, par Teilhard de Chardin, in *Bulletin of the geological Society of China*, vol. VII, n° 1, 1928.

Recherches sur les calcaires paléozoïques et le briovérien de Bretagne, par Yves Milon. Rennes, Oberthur, 1928; 1 vol. 33cm. (Présenté par M. Cayeux.)

Animali e corpi organici pietrificati metodo Paris-Castelli, par Castelli. Milano, chez l'auteur, 1927. Album photographique, 20cm × 30cm.

Primer censo de la Lepra, par el Departemento de Salubridad publica. Mexico, Cultura 1927; 1 vol. 34cm.

Quelques idées sur l'électrodynamique, par R. Ferrier, avec une préface de Paul Painlevé. Paris, Blanchard, 1927; 1 fasc. 21cm,5.

Les nouveaux axiomes de l'Électronique, par R. Ferrier. Paris, Blanchard, 1928; 1 fasc. 22cm.

Memoirs and addresses of two decades, by J. A. L. Waddell, edited by Frank W. Skinner. Easton, Pa, Mack printing Company, 1928; 1 vol. 23cm.

Cours d'Astronomie : III. *Astrophysique*, par Jean Bosler. Paris, Hermann et Cie, 1928; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. Andoyer.)

Commissariat de la République française au Cameroun. Mission Monod (1925-1926). Première Partie, Généralités : *L'industrie des pêches au Cameroun*, par Théodore Monod. Paris, Société d'éditions géographiques, maritimes et coloniales, 1928; 1 vol. 25cm,5.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 11 FÉVRIER 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la réduction des sulfates alcalino-terreux dans les opérations métallurgiques.* Note de MM. **G. Charpy** et **L. Jacqué.**

Dans son ouvrage classique sur la métallurgie du fer (¹), Osann affirme à plusieurs reprises que le sulfate de baryum et le sulfate de calcium contenus dans le lit de fusion se comportent différemment, au cours de la réduction dans le haut fourneau. Le soufre provenant du sulfate de baryum resterait intégralement dans le laitier sous forme de BaS, tandis qu'avec le sulfate de calcium, une fraction du soufre passerait dans la fonte. La sulfuration de la fonte, qui est notable avec le sulfate de calcium, serait pratiquement nulle avec le sulfate de baryum.

L'emploi de minerais ou de fondants contenant du sulfate de baryum n'entraînerait donc aucun inconvénient dû à la présence du soufre.

En raison de l'importance que présenterait au point de vue pratique ce résultat que l'analogie des propriétés des sulfates alcalino-terreux ne permettait pas de prévoir, il y a intérêt à le vérifier et, en cas de confirmation à en élucider le mécanisme.

Nous avons, dans ce but, effectué d'abord des essais de laboratoire en chauffant dans des creusets brasqués en graphite ou en charbon de bois des mélanges de corps chimiquement définis, présentant une composition analogue à celle des lits de fusion de hauts fourneaux, et dans lesquels étaient introduites des quantités déterminées de soufre à l'état soit de sulfate de calcium, soit de sulfate de baryum.

(¹) *Lehrbuch der Eisenhüttenkunde*, 1, p. 90, 470 et 561.

Le chauffage était effectué dans un four à gaz soufflé, à une température voisine de 1600°, et donnait en fin d'opération, un culot métallique bien fondu surmonté d'une couche de laitier également fondu. On analysait, surtout au point de vue de la teneur en soufre, le métal et le laitier. Bien que le creuset soit fermé, il est impossible d'éviter une perte de soufre par oxydation si l'on prolonge le chauffage pendant une demi-heure environ, pour laisser l'équilibre s'établir. Cette perte paraît plus accentuée dans les mélanges barytiques, probablement parce que le laitier est plus fluide; il est difficile de l'évaluer numériquement avec précision parce qu'il subsiste toujours une incertitude sur le poids total du laitier formé; mais on peut doser exactement la proportion de soufre contenue soit dans le métal, soit dans le laitier, et l'on constate ainsi que le soufre restant se partage, sensiblement dans le même rapport, entre le métal et le laitier, qu'il soit introduit sous forme de sulfate de calcium ou de sulfate de baryum.

Voici, à titre d'exemple, les résultats obtenus dans une série d'essais effectués avec les mêmes matières premières, employées de façon à donner un poids de laitier double du poids de métal obtenu, et contenant environ 50 pour 100 de CaO, 33 pour 100 de SiO^2 et 17 pour 100 d'Al^2O^3.

Deux fusions effectuées sur ce mélange, sans aucune addition, ont donné des culots de métal bien fondus, contenant respectivement 0,003 et 0,005 de soufre. On a alors préparé quatre mélanges dans lesquels on a introduit du soufre à la dose de 2 ou 4 pour 100 de la quantité de fer et soit à l'état de SO^4Ca, soit à l'état de SO^4Ba. Le tableau suivant donne les résultats obtenus.

Soufre introduit (en pour 100 du fer initial).	Produit sulfuré employé.	Pour 100 de soufre dans le métal.	dans le laitier.	Rapport du soufre dans le métal au soufre dans le laitier.
2.........	SO^4Ca	0,207	1,00	5,0 pour 100
2.........	SO^4Ba	0,146	0,75	5,1 »
4.........	SO^4Ca	0,297	1,70	5,7 »
4.........	SO^4Ba	0,219	1,10	5,2 »

On voit que la proportion de soufre contenue dans le métal est du même ordre de grandeur avec les mélanges calciques et les mélanges barytiques, et surtout que le rapport des teneurs en soufre dans le métal et dans le laitier est pratiquement constant. Différentes séries d'expériences ont donné des résultats analogues.

En dehors de ces essais, nous en avons effectué d'autres pour contrôler divers points de détail qui peuvent intervenir dans le phénomène étudié.

a. Nous avons vérifié que le sulfate de baryum est réduit en sulfate soit

par le charbon, soit par le fer métallique sensiblement dans les mêmes conditions que le sulfure de calcium. Pour les deux sulfates, et aussi bien avec le carbone qu'avec le fer, la formation de sulfure devient nettement perceptible quand on chauffe aux environs de 600°; elle devient très rapide dès que la température atteint 900 à 950°.

b. La réduction du sulfate par le métal permet d'obtenir la sulfuration de ce dernier même quand on opère en l'absence de charbon. Ainsi nous avons fondu de la limaille de fonte très pure mélangée soit de sulfate de baryum, soit de sulfate de calcium, en recouvrant le métal d'un poids presque égal (5^g pour $6^g,5$) de laitier préalablement préparé, correspondant à la composition indiquée dans les essais cités plus haut. Les résultats ont été analogues dans les deux cas, et même avec le sulfate de strontium qui a été employé dans certains essais.

Le tableau ci-dessous donne une série de résultats.

Soufre introduit en pour 100 du fer initial.	Produit sulfuré employé.	Pour 100 de soufre observé	
		dans le métal.	dans le laitier.
1	SO^4Ca	0,072	1,205
1	SO^4Sr	0,068	1,340
1	SO^4Ba	0,076	1,072

Le laitier vitreux recouvrant la fonte à la fin de ces essais est parfaitement homogène. Par contre, si l'on porte la proportion de soufre à 2 pour 100, le laitier cesse d'être homogène; il s'ensuit des résultats beaucoup plus irréguliers pour la sulfuration de la fonte et dont l'interprétation devra s'appuyer sur l'étude de la fusibilité et de la fluidité des laitiers correspondants.

c. Enfin nous avons fondu des mélanges de fonte et de sulfures préalablement préparés. Là encore, nous avons obtenu le même degré de sulfuration du métal, que le soufre fût ajouté à l'état de sulfure de baryum ou de calcium. Dans l'une des séries d'expériences, une fonte contenant initialement 0,008 de soufre contenait après fusion à 1520° en présence de BaS, 0,70 (moyenne de 0,66 et 0,74) de soufre, et en présence de CaS, 0,66 de soufre.

On peut donc conclure que, s'il est réellement exact que dans certaines opérations métallurgiques le sulfate de baryum ne sulfure pas autant la fonte que le sulfate de calcium, cela doit tenir non à une différence de propriétés chimiques des deux sulfates, mais à certaines particularités physiques, telles que la fusibilité des laitiers, qui peuvent n'intervenir que dans certaines conditions spéciales.

M. **E.-L. Bouvier** fait hommage à l'Académie de l'*Histoire des fourmis*, par M. de Réaumur, manuscrit inédit conservé dans les Archives de l'Académie, qui vient d'être publiée par M. Charles Pérez et pour laquelle il a écrit une *Introduction*.

NOMINATIONS.

M. **Émile Picard** est désigné pour représenter l'Académie à la commémoration du trois-centième anniversaire de la naissance de *Christiaan Huygens*, qui aura lieu à Leyde le 14 avril 1929.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité de 35 suffrages, M. **H. Vincent** est élu membre de la Commission supérieure des maladies d'origine professionnelle en remplacement de M. *F. Widal* décédé.

PLIS CACHETÉS.

Les héritiers de M. **Georges-Antoine-Charles Poirée** demandent l'ouverture de plis cachetés adressés par le défunt à l'Académie, reçus dans les séances du 12 novembre 1906, 26 novembre 1906, 14 mars 1910 et inscrits sous les numéros 7159, 7171 et 5786 (lisez 7606).

Ces plis, ouverts en séance par M. le Président, contiennent des Notes intitulées : 1° *Méthode de Photographie des Couleurs par analyse et synthèse au moyen de lentilles non achromatiques*; 2° *Sur la photographie des couleurs*.

(Renvoi à l'examen de la Section de Physique générale.)

3° *Démontrer que l'équation* $c^m = a^m + b^m$ *n'a pas de solution en nombres entiers si* $m > 2$.

(Renvoi à l'examen de la Section de Géométrie.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Précipitations Atmosphériques. Écoulement et Hydro-électricité.* 1. *Études d'hydrologie dans la région des Alpes.* 2. *Essai d'une formule, donnant l'écoulement en fonction des précipitations*, par Jean Lugeon.

2° *Fauna ibérica. Peces*, par Luis Lozano Rey, Tome I.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la loi des grands nombres.* Note [1] de M. **A. Khintchine**, présentée par M. Hadamard.

Soient x une variable aléatoire, a la valeur probable de x et x_1, x_2, ... les valeurs successives de x se réalisant dans une suite indéfinie d'expériences. La loi des grands nombres affirme que la probabilité de l'inégalité

$$(1) \qquad \left| \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_k - a \right| > \varepsilon$$

tend, quelque petit que soit $\varepsilon \neq 0$, vers zéro pour n infini. On démontre d'habitude cette assertion sous la condition *que la valeur probable de x^2 soit finie*. Elle constitue cependant un théorème absolument général, valable dans tous les cas où x a une valeur probable déterminée. C'est ce que je vais démontrer par deux méthodes différentes. Pour simplifier, je supposerai $a = 0$, ce qui ne restreint pas la généralité.

Première démonstration (méthode des séries équivalentes). — Soit y_n la variable aléatoire définie par les conditions

$$y_n = \begin{cases} x_n, & \text{si } |x_n| \leqq n; \\ 0, & \text{si } |x_n| > n. \end{cases}$$

En désignant par a_n la valeur probable de y_n, par b_n celle de y_n^2 et par F la loi des probabilités totales de la variable x, on a évidemment

$$\sum_{k=1}^{n} b_k = \sum_{k=1}^{n} \int_0^k z^2 \, d\mathrm{F}(z) + \sum_{k=1}^{n} \int_{-k}^{0} z^2 \, d\mathrm{F}(z).$$

---

[1] Séance du 4 février 1929.

La première de ces deux sommes, par exemple, peut s'écrire

$$\sum_{k=0}^{n-1}(n-k)\int_k^{k+1} z^2\,d\mathrm{F}(z)$$
$$\leqq \sum_{k=0}^{n-1}(n-k)(k+1)\int_k^{k+1} z\,d\mathrm{F}(z)$$
$$=\sum_{k=0}^{\sqrt{n}}(n-k)(k+1)\int_k^{k+1} z\,d\mathrm{F}(z)+\sum_{k=[\sqrt{n}]+1}^{n-1}(n-k)(k+1)\int_k^{k+1} z\,d\mathrm{F}(z)$$
$$< n(\sqrt{n}+1)\int_0^{\sqrt{n}+1} z\,d\mathrm{F}(z)+n^2\int_{\sqrt{n}}^{\infty} z\,d\mathrm{F}(z)=o(n^2),$$

puisque l'intégrale $\int^{\infty} z\,d\mathrm{F}(z)$ converge par hypothèse. Donc $\sum_{k=1}^{n} b_k = o(n^2)$, ce qui suffit, d'après le raisonnement classique de Tchebycheff, pour que la loi des grands nombres soit applicable à la suite y_0. D'autre part, en désignant par p_n la probabilité de la relation $x_n \neq y_n$, on a

$$p_n=\int_n^{\infty} d\mathrm{F}(z)+\int_{-\infty}^{-n} d\mathrm{F}(z),$$

$$\sum_{k=1}^{n}\int_k^{\infty} d\mathrm{F}(z)=\sum_{k=1}^{n-1} k\int_k^{k+1} d\mathrm{F}(z)+n\int_n^{\infty} d\mathrm{F}(z)\leqq\int_1^{\infty} z\,d\mathrm{F}(z),$$

et une inégalité analogue pour la somme des autres intégrales, ce qui montre que la série $\sum p_n$ est convergente : d'où (1).

Deuxième démonstration (méthode des fonctions caractéristiques). — En posant

$$\varphi(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{zit}\,d\mathrm{F}(z),$$

il suffit [1] de démontrer que l'on a

$$n\log\varphi\left(\frac{t}{n}\right)\to 0 \qquad \text{pour } n\to\infty,$$

uniformément dans tout domaine fini de la variable t. Or, on a

$$\varphi\left(\frac{t}{n}\right)=1+\psi\left(\frac{t}{n}\right)$$

---

[1] Paul Lévy, *Calcul des probabilités* (Paris, Gauthier-Villars, 1925).

avec

$$\psi\left(\frac{t}{n}\right)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[e^{\frac{zit}{n}}-1\right]d\mathrm{F}(z),$$

de sorte qu'il nous suffit de démontrer la tendance, uniforme dans tout domaine fini de la variable t, de $n\psi\left(\frac{t}{n}\right)$ vers zéro pour n infini. Posons, ε étant un nombre positif arbitrairement petit,

$$\psi\left(\frac{t}{n}\right)=\int_{-\infty}^{-\varepsilon n}+\int_{\varepsilon n}^{\infty}+\int_{-\varepsilon n}^{+\varepsilon n}\left[e^{\frac{zit}{n}}-1\right]d\mathrm{F}(z)=\mathrm{I}_1+\mathrm{I}_2+\mathrm{I}_3.$$

On aura

$$|\mathrm{I}_2|\leqq 2\int_{\varepsilon n}^{\infty}d\mathrm{F}(z)\leqq\frac{2}{\varepsilon n}\int_{\varepsilon n}^{\infty}z\,d\mathrm{F}(z),$$

d'où $n|\mathrm{I}_2|\to 0$ pour n infini, uniformément dans $-\infty<t<+\infty$, et l'on trouve évidemment la même relation pour I_1. Quant à I_3, l'inégalité

$$\left|e^{\frac{zkt}{n}}-1-\frac{zit}{n}\right|<\mathrm{C}\frac{z^2t^2}{n^2},$$

où C est une constante absolue, nous donne

$$\left|n\mathrm{I}_3-it\int_{-\varepsilon n}^{+\varepsilon n}z\,d\mathrm{F}(z)\right|\leqq\frac{\mathrm{C}t^2}{n}\int_{-\varepsilon n}^{+\varepsilon n}z^2\,d\mathrm{F}(z)\leqq\varepsilon\mathrm{C}t^2\int_{-\varepsilon n}^{+\varepsilon n}|z|\,d\mathrm{F}(z);$$

en vertu de l'hypothèse $a=0$, ceci nous montre que

$$\limsup_{n\to\infty}|n\mathrm{I}_3|\leqq\varepsilon\mathrm{C}t^2\int_{-\infty}^{+\infty}|z|\,d\mathrm{F}(z);$$

ε étant arbitrairement petit, la limite supérieure de $\left|n\,\psi\left(\frac{t}{n}\right)\right|$ est donc nulle, et la tendance est uniforme dans tout domaine fini de la variable t.

C. Q. F. D.

ALGÈBRE. — *Sur le nombre des racines communes à plusieurs équations simultanées.* Note de M. S. SERGHIESCO.

Nous avons indiqué dans une Note précédente [1] un moyen nouveau pour représenter le nombre exact des racines communes à n équations

(1) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 211.

simultanées à l'aide des invariants différentiels des réseaux formés avec les premiers membres des équations données. Ce nombre était donné par la différence entre une intégrale d'ordre $n-1$ et la limite d'une intégrale d'ordre n, les deux intégrales étant étendues seulement au domaine donné.

Nous allons montrer dans cette Note que l'on peut, à l'aide de la même méthode des invariants différentiels, parvenir encore à une autre formule représentant le nombre des racines communes, formule qui dans ce cas sera seulement la limite d'une intégrale d'ordre n; on montrera ensuite que l'on peut appliquer cette méthode au cas des racines communes multiples.

Cherchons d'abord le nombre des racines communes, contenues dans la courbe fermée C, du système

$$(1) \qquad f(x,y)=0, \qquad \varphi(x,y)=0.$$

En supposant que le déterminant fonctionnel D de f et φ ne soit pas nul pour les points racines, formons le système des trois équations

$$(1') \qquad \left\{\begin{aligned} &A \equiv f\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\varphi\frac{\partial f}{\partial x}=0,\\ &B \equiv f\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\varphi\frac{\partial f}{\partial y}=0,\\ &f^2+\varphi^2+z=0.\end{aligned}\right.$$

Supposons que l'on parte maintenant de l'intégrale qui représente l'excès du nombre des racines communes du système (1') contenues dans un volume [limité par le cylindre ayant pour section droite (C) et les deux plans $z=+\varepsilon$, $z=-\varepsilon$] pour lesquelles le déterminant fonctionnel des premiers membres des équations (1') a un signe sur le nombre des racines pour lesquelles ce même déterminant a un autre signe. En développant le calcul et en passant ensuite à la limite pour $\varepsilon=0$ on arrivera à l'intégrale

$$I=\frac{1}{4\pi}\lim_{\varepsilon=0}\int\!\!\int_{\mathcal{A}}\left[\frac{\Delta+\varepsilon\delta}{[A^2+B^2+(f^2+p^2+\varepsilon)^2]^{\frac{3}{2}}}-\frac{\Delta-\varepsilon\delta}{[A^2+B^2+(f^2+\varphi^2-\varepsilon)^2]^{\frac{3}{2}}}\right]dx\,dy,$$

$\mathcal{A}$ étant l'aire intérieure à (C), δ le détermiuant fonctionnel de A et B et

$$\Delta=\begin{vmatrix} A & \dfrac{\partial A}{\partial x} & \dfrac{\partial A}{\partial y}\\ B & \dfrac{\partial B}{\partial x} & \dfrac{\partial B}{\partial y}\\ f^2+\varphi^2 & \dfrac{\partial(f^2+\varphi^2)}{\partial x} & \dfrac{\partial(f^2+\varphi^2)}{\partial y}\end{vmatrix}.$$

Cette intégrale représente aussi le nombre exact des racines communes du système donné (1); en effet les seules racines communes du système (1′) dans le cas limite sont celles de (1) et la valeur du déterminant fonctionnel des fonctions formant les premiers membres des équations (1′) se réduit, pour ces points racines, à la quantité essentiellement positive D^2.

Ce principe peut s'étendre au cas de n équations. Pour le cas de trois équations

$$(2)\qquad f(x, y, z) = 0, \qquad \varphi(x, y, z) = 0, \qquad \psi(x, y, z) = 0,$$

on partira par exemple du système

$$(2')\qquad \begin{cases} X \equiv A\dfrac{\partial A}{\partial x} + B\dfrac{\partial B}{\partial x} + C\dfrac{\partial C}{\partial x} = 0, \\ Y \equiv A\dfrac{\partial A}{\partial y} + B\dfrac{\partial B}{\partial y} + C\dfrac{\partial C}{\partial y} = 0, \\ Z \equiv A\dfrac{\partial A}{\partial z} + B\dfrac{\partial B}{\partial z} + C\dfrac{\partial C}{\partial z} = 0, \\ \qquad f^2 + \varphi^2 + \psi^2 + z = 0, \end{cases}$$

les A, B, C étant les invariants différentiels du réseau $f + \lambda\varphi + \mu\psi = 0$. Les racines communes de ce système, dans le cas limite, sont les mêmes que celles du système (2) et le déterminant fonctionnel correspondant se réduit pour ces points racines à D^6 (D étant le déterminant fonctionnel de f, φ et ψ); on remarquera seulement qu'au cas où n est pair on peut prendre, pour simplifier les calculs, à la place des fonctions telles que X, Y, Z, ..., les fonctions A, B, C, ... elles-mêmes.

Supposons maintenant que le système $f = 0$, $\varphi = 0$ admet des racines communes multiples, c'est-à-dire des points pour lesquels $D = 0$; on sait que le cas le plus général des problèmes qui ait été traité et où l'on a appliqué la formule générale de M. E. Picard ou l'intégrale de Kronecker, c'est le cas où le déterminant fonctionnel de D et f ne s'annule pas aux points racines multiples.

Par la méthode actuelle on partira, si cette restriction est remplie aussi, du système

$$\begin{aligned} A_1 &\equiv D f'_x - f D'_x = 0, \\ B_1 &\equiv D f'_y - f D'_y = 0, \\ &\varphi + z = 0, \end{aligned}$$

A_1 et B_1 étant les invariants différentiels du faisceau $D + \lambda f = 0$. En suivant une marche analogue on arrivera à une formule de la forme de I qui

nous donnera le nombre exact des racines communes multiples du système (1), car les seules racines communes de ce nouveau système sont données par $f=0$, $\varphi=0$, $D=0$ et le déterminant fonctionnel de A_1, B_1 et $\varphi+z$ se réduit pour ces points racines à Ω^2 (Ω étant le déterminant fonctionnel de f et D).

MÉCANIQUE. — *Un curieux phénomène gyroscopique.* Note de M. **Charron**, présentée par M. Blondel.

Soit une toupie dont l'axe est un aimant rectiligne, en rotation rapide; l'aimant est alors vertical et, pour préciser, avec le pôle Nord en haut.

Approchons doucement de ce pôle le pôle Nord d'un autre aimant, tenu à la main; nous observons que l'axe de la toupie s'incline *de manière à se rapprocher, en ligne droite, du pôle répulsif.*

Ce phénomène semble, *a priori*, paradoxal.

A coup sûr, si l'on appliquait, instantanément, une force sur l'axe du gyroscope, il s'échapperait latéralement. C'est bien ce qui a lieu lorsqu'on approche brusquement le pôle Nord du pôle Nord de la toupie. Mais cela ne correspond pas aux conditions de l'expérience dans laquelle nous déplaçons lentement l'aimant.

L'axe du gyroscope de longueur l est, au repos, le long de Oz, et dans ses excursions fait avec la verticale un angle assez faible. Les projections horizontales x, y, du pôle Nord se meuvent suivant les équations approchées :

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -Y\dfrac{l^2}{I\Omega}, \\ \dfrac{dy}{dt} = -X\dfrac{l^2}{I\Omega}, \end{cases}$$

où I et Ω sont le moment d'inertie de la toupie et sa vitesse angulaire autour de son axe. X et Y sont les projections horizontales de la résultante des forces appliquées au pôle Nord, c'est-à-dire de la composante horizontale du poids p de la toupie, et de la répulsion entre son pôle Nord (x, y) de masse m et le pôle Nord de masse m_0 que l'on approche le long de Ox à la distance r du premier.

Le centre de gravité de la toupie est supposé à mi-hauteur.

Explicitons X et Y sous la forme :

$$X = \frac{p}{2}\frac{x}{l} - \frac{mm_0}{r^2}\frac{x - x_0}{r},$$

$$Y = \frac{p}{2}\frac{y}{l} + \frac{mm_0}{r^2}\frac{y}{r}.$$

Nous effectuerons une première simplification consistant à confondre $x - x_0$ avec r. Elle sera légitimée par la suite, si nous trouvons que la projection du pôle Nord (x, y) s'écarte très peu de l'axe Ox.

Il faut faire, en outre, une hypothèse sur la manière dont le centre répulsif s'approche.

Étant donné que la force est en raison inverse de r^2, l'hypothèse la plus simple consiste à supposer que r^2 varie en raison inverse de t.

Par exemple, nous pouvons écrire :

$$r = \sqrt{\frac{mm_0}{at}}.$$

La constante a dépend de la manière plus ou moins lente dont l'expérience est menée.

Cette forme de r n'est pas purement artificielle, elle correspond à cette circonstance, instinctivement observée quand on réalise l'expérience, que l'on approche le pôle mobile de plus en plus doucement de la toupie, à mesure que la distance diminue.

Les expressions de X et Y deviennent alors

$$X = \frac{px}{2l} - at,$$

$$Y = \frac{py}{2l} + \frac{y a^{\frac{3}{2}} t^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{mm_0}}.$$

Portons-les dans les équations (1), qui prennent la forme :

$$(2) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\alpha y - \beta\sqrt{\frac{a}{mm_0}}\, y t^{\frac{3}{2}}, \\ \frac{dy}{dt} &= \alpha x - \beta t, \end{aligned} \right.$$

dans lesquelles $\alpha = \frac{pl}{2I\Omega}$ et $\beta = \frac{al^2}{I\Omega}$.

La deuxième de ces équations (2), dérivée par rapport à t et combinée

avec la première, donne :

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \alpha^2 y + \alpha\beta\sqrt{\frac{a}{mm_0}}\, y t^{\frac{3}{2}} = -\beta. \tag{3}$$

Cette équation n'est pas intégrable, mais, comme a est petit, nous pouvons la comparer à :

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \alpha^2 y = -\beta$$

qui donne pour y, en tenant compte de la deuxième des équations (2) et des conditions initiales où l'axe du gyroscope est au repos, le long de Oz :

$$\left\{\begin{array}{l} x = \dfrac{\beta}{\alpha}\left(t - \dfrac{\sin\alpha t}{\alpha}\right), \\ y = \dfrac{\beta}{\alpha^2}(\cos\alpha t - 1). \end{array}\right. \tag{4}$$

Elles expriment que, si les constantes a et α sont suffisamment petites, *le pôle Nord du gyroscope s'approche de l'autre pôle, presque en ligne droite*.

Or, il est assez facile de se rendre compte que la présence du terme

$$\alpha\beta\sqrt{\frac{a}{mm_0}}\, y t^{\frac{3}{2}}$$

de l'équation (3) ne fait que restreindre les excursions parallèles à Oy.

A la limite, si l'on suppose que a tende vers O, le gyroscope passe par une succession de positions d'équilibre relatif, pour chacune desquelles la composante horizontale de son poids fait équilibre à la répulsion magnétique.

La théorie précédente montre que ces positions d'équilibre sont stables.

Lorsque les deux pôles en présence sont de signe contraire, on observe une fuite quasi en ligne droite qui s'explique d'une manière analogue.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur un appareil pour la comparaison des vitesses aérodynamiques autour d'un avion.* Note [1] de MM. **E. Huguenard** et **A. Magnan**, présentée par M. A. Rateau.

Dans un Mémoire récent, M. Schrenk a publié les résultats des expériences qu'il a effectuées avec un dispositif consistant en deux tubes de Pitot

[1] Séance du 4 février 1929.

placés l'un en dehors de l'aile d'un avion en vol, l'autre en divers points du bord de fuite et reliés chacun à un manomètre dont l'aiguille était cinématographiée (¹).

Nous voudrions rappeler tout d'abord que nous avons, antérieurement, décrit un dispositif analogue, mais plus précis et destiné lui aussi à la comparaison des vitesses aérodynamiques autour d'un avion (²).

Il comprenait un tube de Venturi, ou un tube de Pitot, placé en bout d'aile, à une certaine distance, et un second Venturi, ou un second Pitot, de même modèle, fixé en un autre point en une position convenablement choisie, tous deux reliés à un manomètre différentiel à indications rapides et à aiguille inscrivant les déplacements des tubes manométriques sur un cylindre enregistreur.

Le manomètre différentiel est constitué d'un socle sur lequel sont montés deux tubes manométriques en forme de demi-cercle, en communication chacun avec une des canalisations venant des Venturi ou Pitot. A leur extrémité, les deux tubes sont reliés par une lame d'acier souple au milieu

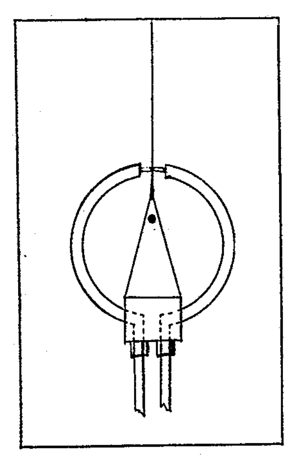


Fig. 1. — Manomètre différentiel.

de laquelle vient s'articuler l'aiguille inscriptrice, fixée d'autre part rigidement en un point (*fig.* 1) de façon identique à ce qui a déjà été réalisé

(¹) MARTIN SCHRENK, *Ueber Profilwiderstandsmessung in Fluge nach dem Impulsverfahren* (*Luftfahrtforschung*, 2, 1, 1928, p. 1).

(²) HUGUENARD, MAGNAN, SAINTE-LAGUË, *Sur la détermination cinématographique des polaires en vol des oiseaux, des planeurs et des avions* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 802).

dans l'indicateur d'effort d'ailes imaginé par Huguenard, Magnan et Planiol ([1]). Les courants d'air qui traversent les Venturi ou Pitot créent des dépressions ou des pressions qui, par l'intermédiaire des canalisations, agissent sur les tubes manométriques. Un tel système a une période de un dixième de seconde et une sensibilité satisfaisante.

Nous avons utilisé, de fin 1927 à juillet 1928, cette méthode de comparaison des vitesses aérodynamiques, en collaboration avec M. Sainte-

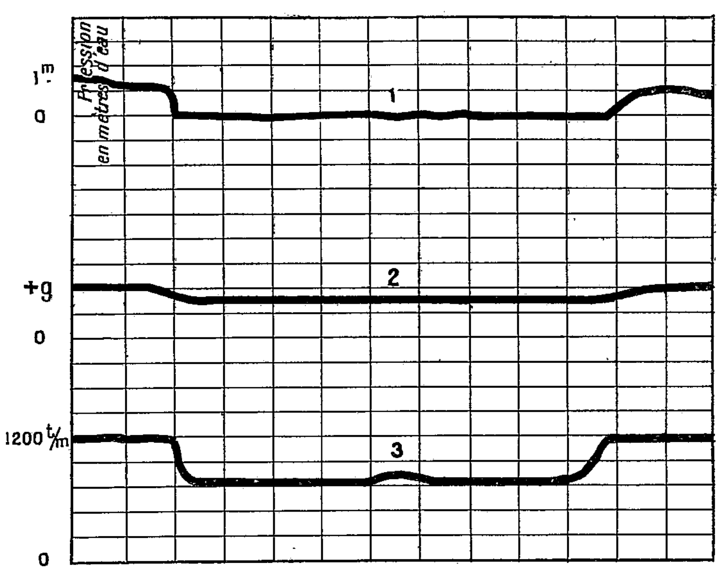


Fig. 2. — Calque des tracés d'enregistrements simultanés fournis par un manomètre différentiel : 1, un accélérographe; 2, un compte-tours; 3, sur un avion en vol, obtenu en faisant coïncider l'origine des temps.

Laguë ([2]), pour obtenir l'annulation du souffle de l'hélice sur un avion en vol. A cet effet, nous avons adjoint à ce dispositif un accélérographe à colonne liquide et un compte-tours enregistreur que nous avons établi avec une magnéto dont l'induit est relié par un flexible au vilebrequin du moteur et dont le courant est reçu dans un galvanomètre actionnant une plume légère qui inscrit sur le même cylindre que les autres aiguilles.

En plaçant un Venturi en dehors de l'aile d'un avion et un autre derrière

([1]) Huguenard, Magnan, Planiol, *Nouvelles expériences sur les conditions mécaniques du vol des avions* (*Bull.* n° 38 *du Service technique de l'Aéronautique*, décembre 1926, p. 28).

([2]) Huguenard, Magnan, Sainte-Laguë, *Sur une détermination expérimentale de la polaire d'un avion et d'un oiseau en vol* (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 559).

le propulseur, nous avons obtenu des enregistrements comme celui représenté dans la figure 2, qui correspond à la recherche des conditions pour lesquelles le souffle de l'hélice est annulé sur l'aéroplane. La courbe 1 a été tracée par le manomètre différentiel, la courbe 2 par l'accélérographe et la courbe 3 par le compte-tours. Au début, l'avion vole à plat, son moteur tournant à 1200 tours/minute environ. Puis, le pilote piquant légèrement en réduisant la rotation du moteur, quand celle-ci atteint 700 t/m, l'aiguille du manomètre marque o. A ce moment les vitesses de l'air sont identiques et l'action de l'hélice sur le planeur peut être considérée comme nulle. Ensuite, le moteur ayant été ramené à son premier régime, l'aiguille du manomètre enregistre la valeur des différences des vitesses aérodynamiques.

Il est bon d'ajouter que, dans nos expériences, les indications du manomètre différentiel n'ont pas sensiblement changé quelle que soit la position du Venturi placé derrière l'hélice.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Appareils pour aveugles.* Note [1] de M. **Dussaud**, présentée par M. Branly.

Des appareils spéciaux permettent aux aveugles d'utiliser des procédés techniques.

Écriture directe. — Les lettres et les chiffres sont des combinaisons de points en relief dont la lecture se fait au toucher. L'appareil qui est appelé « appareil Braille » est composé d'une plaque couverte de cannelures rectilignes, parallèles et équidistantes. Sur cette plaque on fixe une feuille de papier, on y pose une règle, percée dans toute sa longueur d'ouvertures rectangulaires égales; un poinçon peut être glissé entre deux cannelures. A chaque glissement ce poinçon détermine sur la feuille de papier un creux qui est tourné vers l'opérateur. Les creux ne sont pas perceptibles au toucher, mais les saillies qu'ils déterminent de l'autre côté de la feuille le sont aisément. L'aveugle retourne la feuille pour lire et corriger.

Cette écriture ne peut pas être appelée *directe*, car elle n'a pas lieu du côté de la feuille où doit se faire la lecture; l'aveugle doit former des combinaisons de points qui sont renversées par rapport à celles de la lecture; il écrit de droite à gauche tandis qu'il lit de gauche à droite. Les lettres étant

(1) Séance du 4 févier 1929.

entièrement déterminées par des cannelures et des ouvertures rectangulaires, il ne peut être question d'écriture et de signature personnelles.

Dans un appareil qui est ici réalisé, l'écriture se présente en relief sur le côté de la feuille qui est tourné vers l'opérateur; l'aveugle relit et corrige sans retourner sa feuille; il écrit et lit de gauche à droite; il a son écriture et sa signature, enfin il peut écrire en tout sens et en caractères de toute espèce.

Dans cet appareil, la feuille de papier est fixée sur un cadre; sous elle, on glisse une plaque portant des mailles en relief, très serrées, que forment deux réseaux à lignes perpendiculaires. Sur le papier, on appuie un poinçon à l'extrémité duquel a été fixé un corps élastique amovible constituant le *stylo pour aveugle*. Quand ce poinçon a été appuyé soit à la main, soit mécaniquement, la feuille présente à l'opérateur des points en relief formés par le moulage des mailles dans l'épaisseur du papier; ils peuvent servir à figurer tout caractère d'écriture, toute notation numérique ou musicale.

On peut poser sur la feuille de papier un cadre allongé d'une longueur égale à celle d'une ligne d'écriture; sur ce cadre est tendue une bande élastique. Chaque fois qu'un poinçon rigide est appuyé sur la bande, à la main, ou mécaniquement, un point en relief apparaît sur le papier.

Pour écrire avec les caractères Braille, une règle à ouvertures rectangulaires est placée sur la bande élastique; sur cette bande, on appuie le poinçon; on le guide successivement sur chaque ouverture. La bande élastique pouvant être posée où l'on veut sur la feuille de papier, les lignes d'écriture y occupent une place et une direction quelconque.

Ces lignes peuvent être parallèles et équidistantes comme dans l'appareil Braille; dans ce cas, on guide par des tenons et des trous le cadre porteur de la bande élastique.

Quand on veut effacer un caractère, une plaque rigide est glissée entre le papier et la plaque couverte de mailles.

Dans une variante de cet appareil, le cadre porteur d'une bande élastique est monté à charnière sur une plaque de même grandeur qui comprend six aspérités au-dessous de chaque ouverture rectangulaire. La feuille de papier se trouve entre le cadre et la plaque. Quand on appuie avec le poinçon sur la bande élastique, des points en relief apparaissent sur le papier.

Calcul écrit. — L'appareil Braille employé par les aveugles pour écrire ne se prêtant pas au calcul, les aveugles ont recours à un appareil appelé *cubarithme;* c'est une boîte divisée en casiers où l'on place des cubes de métal portant des points en relief qui représentent des chiffres. Les nombres

ainsi composés permettent d'effectuer les opérations arithmétiques. Mais ce procédé est long et encombrant; les opérations ne laissent pas de trace.

L'appareil d'écriture pour les aveugles qui vient d'être présenté sert aussi au calcul. Il permet de lire les chiffres au toucher sans qu'on ait à retourner une feuille; les chiffres se présentent directement en relief sur le côté de la feuille qui est en vue de l'opérateur; le calcul devient alors beaucoup plus rapide qu'avec le cubarithme; de plus, tous les détails des opérations se trouvent conservés.

Dessin. — Un aveugle n'a jamais été à même de dessiner, l'appareil d'écriture ici décrit le lui permet. Après avoir fixé dans le cadre la feuille de papier, on promène sur elle une molette élastique qui sert de *crayon pour aveugle*. Partout où la molette a passé, les lignes en relief composant le dessin apparaissent sur le côté de la feuille qui est tourné vers l'opérateur. Pour s'exercer au dessin, l'aveugle guide la molette suivant les ouvertures d'un pochoir, il procède ainsi à la façon d'un voyant qui repasse les traits d'un modèle.

Peinture. — L'appareil d'écriture pour les aveugles peut encore leur servir à peindre.

L'aveugle-né n'a aucune notion des couleurs; une représentation conventionnelle peut lui en être donnée par une sensation tactile de mailles que l'on serrera de plus en plus en allant du rouge au violet. On a ici fait faire, à cet effet, des plaques couvertes de mailles en relief dont l'écart est proportionnel aux longueurs d'ondes des diverses couleurs; leur échelle est assez agrandie pour permettre de distinguer par le toucher les couleurs représentées.

On glisse successivement chacune des plaques sous la feuille de papier; une molette élastique qu'on peut appeler *pinceau de l'aveugle* détermine sur la feuille des reliefs correspondant aux mailles représentatives des diverses couleurs.

L'aveugle peut ainsi reproduire les tableaux en couleur qui ont été transcrits en relief à son usage, il pourra même composer des tableaux suivant le souvenir de ses lectures ou même par les ressources de son imagination et de son esthétique tactile.

Cinématographie. — Sur le pourtour des disques, on grave en relief les positions successives d'êtres ou d'objets animés; toute gravure peut être assez réduite pour être perçue dans son ensemble par la dernière phalange de l'index droit. Chacun des disques est placé successivement sur le cercle d'un cabestan qui permet de lui donner un mouvement rotatif.

ASTRONOMIE. — *Sur l'anneau des astéroïdes*. Note de M. A. **Auric**, présentée par M. Fichot.

1. Si l'on examine la répartition des astéroïdes par rapport à leur distance au Soleil conformément au tableau ci-après on constate deux agglomérations exceptionnellement nombreuses vers les distances 2,75 et 3,15 u. a., avec un minimum intermédiaire assez marqué vers 2,95.

Il en résulte immédiatement que cette distribution ne peut pas être représentée par une seule courbe en cloche mais bien par deux courbes distinctes ayant chacune son maximum aux distances indiquées ci-dessus.

On doit en conclure que les astéroïdes ne constituent pas une famille homogène mais bien un mélange de deux familles différentes par leur origine et par leur constitution : la même conclusion serait obtenue par l'étude de la répartition des excentricités et des inclinaisons des orbites des astéroïdes.

2. Les vitesses de révolution des astéroïdes autour du Soleil varient entre $14^{km},5$ et $21^{km},3$; c'est une vitesse voisine de celle qui a été trouvée pour la translation du système solaire vers son apex.

On peut dès lors admettre que cette dernière vitesse joue le rôle de vitesse critique pour la formation des planètes. S'il en est ainsi on est tout naturellement conduit à se dire qu'il doit en être de même dans la formation des satellites : pour cela il est nécessaire de calculer d'abord la vitesse résultante dont chaque planète est animée en composant la vitesse de révolution autour du Soleil avec la vitesse de translation du système solaire; il faut ensuite comparer cette vitesse résultante avec celle que prendrait le satellite-limite qui raserait la surface.

On obtiendrait ensuite très facilement la distance à laquelle il faudrait placer le satellite pour lui donner la vitesse résultante de la planète correspondante, ainsi que l'indique le tableau ci-après.

En faisant ce calcul pour Saturne on trouve une coïncidence presque complète pour les anneaux, ce qui apporte une nouvelle preuve de leur analogie avec l'anneau des astéroïdes.

En faisant le calcul pour Jupiter on trouve que rien ne s'oppose à l'existence d'un anneau entre le satellite découvert par Barnard et Io conformément à ma Communication faite à l'Académie des Sciences le 17 août 1903;

on voit aussi très facilement qu'aucun anneau n'est possible pour les autres systèmes planétaires.

Répartition des astéroïdes.

Distances en u. a.		Nombre d'astéroïdes.	Distances en u. a.		Nombre d'astéroïdes.
			Report...		794
de 1,9 à	2,0.....	3	de 3,1 à	3,2.....	179
2,0	2,1.....	3	3,2	3,3.....	34
2,1	2,2.....	24	3,3	3,4.....	14
2,2	2,3.....	68	3,4	3,5.....	14
2,3	2,4.....	63	3,5	3,6.....	3
2,4	2,5.....	67	3,6	3,7.....	2
2,5	2,6.....	71	3,7	3,8.....	0
2,6	2,7.....	115	3,8	3,9.....	1
2,7	2,8.....	155	3,9	4,0.....	9
2,8	2,9.....	67	4,0	4,1.....	1
2,9	3,0.....	64	4,1	4,2.....	1
3,0	3,1.....	91	4,2	4,3.....	1
A reporter...		794	TOTAL.....		1050

Planètes.	Vitesse de révolution du satellite limite.	Vitesse de révolution autour du Soleil.	Vitesse superficielle équatoriale.
	km	km	km
Soleil..............	436,3	–	0,2
Mercure............	3,07	47,83	–
Vénus..............	7,256	35	–
Terre...............	7,89	29,76	0,475
Mars...............	3,529	24,12	0,244
1,95 = 420 R. S.....	–	21,31	–
4,25 = 935 R. S.....	–	14,45	–
Jupiter.............	42,18	13,04	12,9
Saturne............	25,11	9,628	10,5
Uranus.............	15,065	6,788	–
Neptune............	15,806	5,423	–

Valeur des vitesses résultantes limites et distances limites des satellites.

Jupiter............	19km,47 à 24km,98	2,85 à 4,70
Saturne............	17km,37 à 23km,38	1,15 à 2,09

GÉODÉSIE. — *Sur l'ellipticité de l'équateur terrestre.* Note de M. **Thadée Banachiewicz**, présentée par M. Georges Perrier.

M. Mario Bossolasco maintient dans sa Note récente ([1]) que l'ellipse équatoriale déduite des mesures de gravité devrait subir une rotation de 90° sans altération de forme. Sans insister davantage sur sa première idée ([2]) que le résultat obtenu par Helmert résulte de ce qu'on a fixé *a priori* la position des axes principaux d'inertie, il fait l'importante objection suivante : les expressions théoriques généralement usitées pour le potentiel de la pesanteur W et pour son intensité g à la surface du géoïde ne sont valables — par suite de la divergence des séries employées pour leur établissement — qu'aux deux points de la surface de la Terre les plus éloignés du centre. On se rappelle cependant que Helmert a fait beaucoup, à l'aide de sa *méthode de condensation*, pour justifier ce fait d'observation que la divergence en question (bien connue d'ailleurs) n'affecte pas sensiblement les expressions en question.

M. Bossolasco calcule la position de l'ellipse équatoriale en réduisant à ses trois premiers termes le développement de l'attraction du renflement de l'équateur. Cette réduction n'est pas légitime. En effet, évidemment le développement de l'inverse de la distance e

$$\frac{1}{e} = \frac{1}{r}\left\{ P_0 + \frac{r'}{r} P_1 + \left(\frac{r'}{r}\right)^2 P_2 + \ldots \right\} \tag{1}$$

sur lequel se base le développement de l'attraction en question, n'est pas numériquement convergent pour $r' : r > 0,99994$. A cet égard rappelons le tableau que nous avons obtenu ([3]) dans notre étude sur l'application de la théorie de Gyldén à la petite planète Thule ; il montre que même dans le cas d'une convergence beaucoup plus rapide ($r' : r = 0,875$) l'attraction n'est représentée par les 12 premiers termes d'une série telle que (1) que d'une manière extrêmement défectueuse.

M. Bossolasco indique encore que la relation

$$\frac{g_a}{a} + \frac{g_b}{b} = 30670.10^{-10},$$

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 238.

([2]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 815.

([3]) *Circul. Observ. Cracovie*, n° 22, 1926, p. 9.

résultant de l'équation de Pizzetti

$$\frac{g_a}{a} + \frac{g_b}{b} + \frac{g_c}{c} = 4\pi f k - 2\omega^2, \tag{2}$$

est mieux satisfaite quand on suppose $(a-b)(g_a-g_b) < 0$ au lieu de $(a-b)(g_a-g_b) > 0$. Les deux expressions $\frac{g_a}{a} + \frac{g_b}{b}$ et $\frac{g_a}{b} + \frac{g_b}{a}$ ne diffèrent cependant que d'une quantité de l'ordre de 1.10^{-9} de leurs valeurs, tandis que la constante de gravitation f qui figure dans (2) n'est connue, dans le système c. m. g., qu'avec quatre chiffres significatifs au plus.

Envisageons maintenant, par une voie indépendante des développements en séries ci-dessus, l'influence sur la forme du géoïde de la perturbation de la pesanteur en longitude :

$$\frac{\Delta g}{g} = \alpha \cos^2\varphi \cos 2\lambda,$$

expression dans laquelle α est un coefficient empirique, positif ou négatif, φ la latitude, λ la longitude géographique, et appliquons la formule de Stokes [1]

$$\Delta n = \frac{a}{4\pi g}\int_S \Delta g \left\{ \operatorname{cosec}\frac{\psi}{2} + 1 - 6\sin\frac{\psi}{2} - 5\cos\psi - 3\cos\psi \log\left(\sin\frac{\psi}{2} + \sin^2\frac{\psi}{2}\right)\right\} d\Omega$$

pour calculer la perturbation correspondante du géoïde au point $\varphi = \lambda = 0$.

On trouve facilement pour ce point, par quadrature mécanique

$$\frac{\Delta n}{a} = +\alpha,$$

ce qui est de nouveau bien conforme au résultat mathématique de Helmert relatif à la grandeur et à la position de la perturbation en longitude de la surface du géoïde.

---

(1) Voir P. PIZZETTI dans l'*Encyklop. d. math. Wiss.*, Bd VI, 1, Heft 2, 1907, p. 133-134.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation des ondes de Schrödinger.* Note (¹) de M. **Z. Horák**, présentée par M. Brillouin.

Considérons un système conservatif holonome à n paramètres indépendants q^k ($k, l, m = 1, 2, \ldots, n$) et désignons par

$$(1)\qquad T = \frac{1}{2}\sum_{k,l} g_{kl}\dot{q}^k\dot{q}^l = \frac{1}{2}\sum_{k,l} g^{kl}p_k p_l$$

son énergie cinétique, par V et E l'énergie potentielle et totale, de sorte que

$$(2)\qquad T + V - E = 0.$$

Pour un tel système, M. Schrödinger (²) écrit l'équation

$$(3)\qquad \Delta\Psi + \frac{8\pi^2}{h^2}(E - V)\Psi = 0,$$

où Δ est « l'opérateur non euclidien de Laplace »

$$(4)\qquad \begin{cases} \Delta = \operatorname{div}\operatorname{grad} = \Delta_p^{\frac{1}{2}} \sum_k \frac{\partial}{\partial q^k}\left[\Delta_p^{-\frac{1}{2}} T_{p_k}\left(q^l, \frac{\partial}{\partial q^l}\right)\right], \\ \Delta_p = |g^{kl}|, \qquad T_{p_k}(q^l, p_l) = \sum_m g^{km}p_m. \end{cases}$$

L'équation (3) doit être envisagée comme celle de propagation d'une onde dans l'espace riemannien des configurations dont le tenseur fondamental est égal à g_{kl}. En effet, si nous introduisons la notion habituelle de *dérivée covariante* définie, pour un vecteur de composantes covariantes et contrevariantes v_k et v^m par les équations (³)

$$(5)\qquad \nabla_l v_k = \frac{\partial v_k}{\partial q^l} - \left\{ {kl \atop m} \right\} v_m, \qquad \nabla_l v^m = \frac{\partial v^m}{\partial q^l} + \left\{ {kl \atop m} \right\} v^k,$$

nous aurons

$$(6)\qquad \Delta\psi = \operatorname{div}\operatorname{grad}\psi = g^{kl}\nabla_l \frac{\partial\psi}{\partial q^k} = \nabla^k \frac{\partial\psi}{\partial q^k},$$

(¹) Séance du 4 février 1929.

(²) *Quantisierung als Eigenwertproblem* (*Ann. d. Physik*, 79, 1926, p. 489 et **81**, 1926, p. 109).

(³) Je supprime les signes de sommation.

ce qui donne précisément l'expression (4). Or, comme la dérivée covariante d'un scalaire est égale à la dérivée ordinaire et celle du tenseur fondamental est nulle, l'équation (6) prend la forme symétrique

$$\Delta\psi = \nabla^k \nabla_k \psi = \nabla_k \nabla^k \psi = g^{kl} \nabla_k \nabla_l \psi = g_{kl} \nabla^k \nabla^l \psi, \tag{6'}$$

qui suggère de se servir, comme opérateur différentiel, du vecteur symbolique de composantes covariantes ∇_k et contrevariantes ∇^k que nous pouvons appeler *vecteur dérivée*. Cela posé, opérateur (4) est égal au carré de notre opérateur vectoriel et l'équation (3) découle de (2) par un procédé bien simple. Il suffit de *remplacer dans l'équation d'énergie le vecteur vitesse par* $\frac{h}{2\pi i}$ *fois le vecteur dérivée et de la multiplier symboliquement par* ψ. Évidemment il faut remplacer les composantes contrevariantes q^k de la vitesse par $\frac{h}{2\pi i}\nabla^k$ et ses composantes covariantes p_k (les moments) par $\frac{h}{2\pi i}\nabla_k$ et il importe de remarquer, que notre procédé est *indépendant de la forme* sous laquelle on exprime l'énergie T. Il est, de plus, *invariant* relativement à toute transformation de paramètres.

Ces propriétés de notre méthode rendent possible de l'étendre même pour les *systèmes non holonomes*. Dans ce cas-là, l'ensemble des configurations du système présente un espace non holonome ([1]) (quasivariété), mais on peut encore pour cet espace définir une connexion riemannienne non holonome d'une façon analogue à celle du calcul absolu habituel. En effet, si l'on suppose, à partir de ce moment, que les q^k désignent les paramètres non holonomes indépendants, les équations (1), (2), (5), (6') restent valables même pour le système non holonome à condition de substituer aux symboles de Christoffel dans les équations (5) les fonctions ([2])

$$\Theta^m_{kl} = \left\{ {kl \atop m} \right\} + \frac{1}{2}\left(\Pi^m_{lk} + g_{kr} g^{ms} \Pi^r_{sl} + g_{rl} g^{ms} \Pi^r_{sk} \right), \tag{7}$$

où les Π ne s'annulent que si le système et les paramètres sont holonomes. Alors notre méthode s'applique, sans changer de forme, même aux systèmes non holonomes et l'équation résultante se déduit de (3), en évaluant l'opérateur de Laplace au moyen de (6), (5) en y remplaçant $\left\{ {kl \atop m} \right\}$ par Θ^m_{kl}. C'est

([1]) G. VRANCEANU, *Sur les espaces non holonomes* (*Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 852).

([2]) Z. HORÁK, *Sur les systèmes non holonomes* (*Bulletin international de l'Académie de Bohême*, **37**, 1928, p. 1-18).

l'équation ainsi obtenue, de forme explicite

$$g^{kl}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial q^l \partial q^k} - \Theta^m_{kl}\frac{\partial\psi}{\partial q^m}\right) + \frac{8\pi^2}{h^2}(E - V)\psi = 0, \tag{3'}$$

qui, dans le cas d'un système non holonome, doit remplacer l'équation de propagation (3).

Suivant la conception fondamentale de la mécanique ondulatoire de Schrödinger, nous sommes donc amenés à associer au mouvement d'un système non holonome la propagation des ondes dans l'espace non holonome des configurations.

THERMODYNAMIQUE. — *Les équations d'état et la thermodynamique.* Note de M. **Vasilesco Karpen**, présentée par M. Paul Janet.

Pour établir son équation, Van der Waals fait l'hypothèse que les molécules sont des sphères élastiques peu déformables et que l'attraction d'une molécule, par un petit amas de molécules, est proportionnelle au nombre de ces molécules, c'est-à-dire à la densité de l'amas supposé à une distance suffisante de la molécule attirée et fonction de cette distance. Dans ces conditions, et suivant la théorie cinétique des gaz, la chaleur spécifique du fluide à volume constant C_v est une constante et la chaleur dQ absorbée pendant une transformation dT, dv, comprend le travail de la pression totale $\left(p + \frac{a}{v^2}\right)dv$, et le terme $C_v\,dT$ correspondant à la variation de l'énergie cinétique des molécules,

$$dQ = \left(p + \frac{a}{v^2}\right)dv + C_v\,dT = \frac{RT}{v-b}\,dv + C_v\,dT.$$

Dans une Note antérieure (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1039), me basant sur les hypothèses ci-dessus (et naturellement sur l'équation de Van der Waals qui n'en est qu'une conséquence), *mais sans introduire aucune hypothèse nouvelle :*

1° J'ai fait remarquer que $\frac{dQ}{T}$ est une différentielle exacte, c'est-à-dire que le fluide *à phase unique* satisfait au principe de Carnot;

2° J'ai démontré, sans avoir recours au principe de Carnot, la relation de Maxwell-Clausius et déduit de celle-ci la formule de Clapeyron donnant la chaleur de vaporisation du fluide.

Cette démonstration n'a pas encore été faite, que je sache.

Dans une Note récemment parue (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 312), M. Verschaffelt fait à ce travail plusieurs objections qui ne me semblent pas fondées.

En ce qui concerne l'impression donnée, selon M. Verschaffelt, par ma Note « qu'il suffit qu'un fluide satisfasse à l'équation de Van der Waals, pour que de ce fait le second principe soit vérifié », je croyais m'être expliqué clairement à ce sujet, en précisant, comme cela est reproduit dans la Note même de M. Verschaffelt, qu'il s'agit de « fluides théoriques conformes *aux hypothèses* ayant servi de base à l'établissement de l'équation de Van der Waals ». Cette équation n'est pas équivalente aux hypothèses dont on la déduit; *considérée isolément* elle ne dit rien sur la nature de la température et de la chaleur, ainsi que sur l'échange de chaleur avec le milieu extérieur, par conséquent on n'en peut rien tirer quant aux principes de la thermodynamique.

La relation (1) n'est pas *une hypothèse accessoire*, destinée à mettre d'accord l'équation d'état avec les principes, c'est une conséquence immédiate de la nature des molécules des fluides considérées et de la théorie cinétique de la chaleur ([1]).

Du fait qu'on a trouvé que $\frac{dQ}{T}$ est une différentielle exacte *pour une transformation simple du fluide à phase unique*, on ne peut nullement conclure, comme le fait M. Verschaffelt, qu'on peut retrouver toutes les conséquences du principe de Carnot, y compris les relations de Maxwell-Clausius et de Clapeyron qui se rapportent aux changements d'état; ce serait une profonde erreur.

Je ne fais pas l'hypothèse que le travail d'une molécule passant du liquide dans la vapeur est proportionnel à la différence des densités des deux

---

([1]) M. Verschaffelt affirme que toute équation d'état peut être mise d'accord avec les principes, moyennant une hypothèse accessoire conforme à ceux-ci. Je dois faire observer qu'il ne peut être question ici d'équations d'état empiriques, mais seulement de celles déduites logiquement d'hypothèses vraisemblables sur la nature des molécules.

Dans ces conditions, si les hypothèses de base sont conformes aux principes, l'équation d'état le sera aussi sans hypothèse accessoire. Dans le cas contraire, l'hypothèse accessoire dont parle M. Verschaffelt serait contradictoire.

De ce point de vue, les démonstrations que j'ai données prouvent que — pour les phénomènes considérés — les hypothèses de Van der Waals sont conformes aux principes de la thermodynamique.

phases en équilibre; c'est là, également, une conséquence immédiate de l'hypothèse fondamentale de Van der Waals rappelée au début de cette Note; cette hypothèse (que je n'ai d'ailleurs pas à justifier), comme toute hypothèse, ne doit pas être nécessaire *a priori*, il suffit qu'elle soit vraisemblable et justifiée par ses conséquences.

Enfin j'obtiens la formule de Clapeyron en dérivant l'expression de p_s tirée de la relation de Maxwell-Clausius; M. Verschaffelt finit sa Note en remarquant, sans préciser, qu'on pourrait arriver au même résultat, par simple calcul de variations, sans passer encore par l'équation d'état, mais que néanmoins on peut le faire sans crainte d'introduire de nouvelles hypothèses.

RADIOTÉLÉGRAPHIE. — *La mesure des très hautes fréquences radiotélégraphiques au moyen des oscillateurs à quartz piézo-électrique.* Note de M. **B. Decaux**, présentée par M. G. Ferrié.

La grande précision exigée dans la mesure des fréquences radiotélégraphiques conduit à de grandes difficultés lorsque ces fréquences sont très élevées.

La fréquence d'une onde donnée peut être évaluée par deux méthodes principales. Dans l'une on fait battre l'onde à mesurer avec une onde de fréquence voisine connue et l'on mesure la hauteur du son de battements; dans l'autre on met en évidence la résonance d'un circuit oscillant étalonné.

Pour appliquer la première méthode, il est nécessaire de disposer d'oscillateurs à fréquences stables étalonnées (par exemple des oscillateurs à quartz piézo-électrique) dont les fréquences ne diffèrent pas de plus de 2000 à 3000 périodes par seconde pour avoir un recouvrement suffisant. L'étalonnement d'un circuit oscillant amène à une obligation analogue. En effet, si l'on veut obtenir une grande précision de lecture sur la graduation de l'appareil, il faut que celui-ci ne couvre qu'une faible gamme de fréquences. Par exemple, si on lit la graduation d'un cadran divisé en 100 parties égales, par l'intermédiaire d'un vernier au $\frac{1}{20}$ et que la précision cherchée soit $\frac{1}{10000}$, la gamme de mesure ne devra pas dépasser $\frac{1}{5}$ de la fréquence moyenne. Pour graduer l'appareil avec précision il faut déterminer le plus grand nombre possible de points exacts et, par conséquent, avoir des oscillateurs étalons dont les fréquences soient très rapprochées. 50 points exacts aux environs de 10^7 p : s (30^m de longueur d'onde) exigent des oscillateurs différant de 40000 p : s au maximum.

Or les oscillateurs utilisés ont en général des fréquences fondamentales de l'ordre de 10^6 p:s.

Leurs harmoniques successifs diffèrent donc les uns des autres de cette même quantité. Il est par conséquent nécessaire de chercher à multiplier le nombre des fréquences étalonnées sans toutefois utiliser de nombreux oscillateurs. Nous décrirons un procédé que nous avons réalisé, permettant simplement d'obtenir des fréquences extrêmement nombreuses.

L'oscillateur étalon de fréquence F agit par couplage sur le circuit d'une des grilles d'une lampe bigrille dont le circuit de plaque contient le circuit oscillant qui sera couplé aux appareils de mesure. Le circuit de l'autre grille reçoit une tension alternative venant d'un oscillateur étalonné de fréquence f relativement faible. La modulation des deux courants produit des courants de fréquence $F \pm f$, $F \pm 2f$, etc., qui sont mis en évidence dans le circuit oscillant de plaque. Les oscillateurs étalons produisant de nombreux harmoniques, on dispose de toute une série de fréquences connues, espacées de f p:s.

En employant, ainsi que nous l'avons fait, comme oscillateur de fréquence f une hétérodyne synchronisée par un harmonique du diapason étalon du L. N. R. (1) (fréquence fondamentale environ 1024 p:s), il est possible d'obtenir toutes les fréquences successives différant de 1024 p:s jusqu'à environ 10^8 p:s.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la solubilité de* $Mg(OH)^2$ *aux températures élevées.* Note (2) de MM. **A. Travers** et **Nouvel**, présentée par M. Matignon.

La solubilité de $Mg(OH)^2$ aux températures élevées est très importante à connaître, parce que ce corps représente le terme stable vers lequel évoluent les sels de magnésie, le carbonate, par exemple, dans les eaux d'alimentation des chaudières; on sait en effet que la plupart des procédés d'épuration utilisés n'éliminent *qu'incomplètement* le magnésium, en particulier, l'un des procédés les plus employés, le procédé au carbonate de soude avec purge continue, laisse en solution du carbonate de magnésie; or ce sel par hydrolyse à 180-200° *tend* à donner finalement $Mg(OH)^2$ et CO^2H^2O.

(1) B. Decaux, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 316.
(2) Séance du 4 février 1929.

On ne trouve dans la littérature que des données, d'ailleurs discordantes, et pour des températures voisines de 15°.

Les chiffres donnés pour la température ordinaire oscillent entre 1,3 et $6,5 \times 10^{-4}$ mol/lit [1].

Nos expériences ont été faites à partir de magnésie $Mg(OH)^2$, cristallisée, préparée à l'avance, tandis que Gjaldbaeck et Bjerrum [1] sont partis en général de mélanges générateurs de $Mg(OH)^2$ (sels de magnésie et alcalis). Cette magnésie peut être préparée soit par extinction de MgO à la vapeur dans l'autoclave, soit à froid par réaction de l'ammoniaque en présence de $ClNH^4$ sur un sel de magnésium [2]. Dans le premier cas on obtient une magnésie encore plus pure, les traces de carbonate qu'elle pourrait renfermer sont hydrolysées; l'eau distillée ayant servi à la solution était soigneusement décarbonatée par un courant d'air pur : elle renfermait moins de $0^{mg},5$ CO^2 par litre (pH = 6,8); le *réactif, rouge de phénol, très sensible permet de reconnaître des traces de* CO^2 : il vire du rouge au jaune par addition à 100^{cm^3} d'eau tout à fait pure, de 3^{cm^3} d'une eau distillée renfermant 17^{mg} de CO^2 par litre, soit pour une addition de $\frac{1}{20}$ de milligramme de CO^2.

Pour les expériences de 30° à 100° nous nous sommes servi d'une bouteille en cuivre chauffée électriquement, le bouchon était muni de trois tubes de cuivre : un tube portant le thermomètre, un tube fermé par un obturateur en caoutchouc, destiné à permettre le siphonage de la solution, sous l'action d'une pression, enfin le tube de siphonage également fermé pendant l'expérience.

Comme filtre nous utilisions du papier dur Durieux, fixé à l'extrémité du tube de siphonage par une ligature en cuivre.

Nous avons dû renoncer absolument à l'emploi du verre, à cause de l'attaque par la magnésie : dans les essais à la température ordinaire nous utilisions des flacons paraffinés. Pour les expériences sous pression, nous avons utilisé un autoclave à garniture intérieure en cuivre, disposé comme l'appareil précédent.

Titrage. — Le titrage de la magnésie dissoute a été fait :

a. Par la méthode électrométrique (électrode à hydrogène);

b. Par titrage direct avec le rouge de phénol comme indicateur (virage

---

(1) GJALDBAECK et BJERRUM, *Zeit. für anorg. Chem.*, 144, 1925, p. 145-269.

(2) Par exemple dans les conditions :

$MgCl^2.6H^2O$ à 5 pour 100	100^{cm^3}
$ClNH^4$ à 10 pour 100	80
NH^4OH, 12 N	80

de pH = 6,8 à pH = 8,4), *en opérant en atmosphère rigoureusement privée de* CO^2. Le virage est encore net avec $0^{cm^3},05$ de SO^4H^2 N/200.

Les traces de carbonate que peut renfermer la solution sont dosées de la façon suivante : on titre la somme alcali + carbonate avec un excès d'acide; on chasse CO^2 par un courant d'air *pur*, on titre en retour par de la potasse *pure*.

Résultats. — *a. Essais à* 18° (en flacons de verre paraffinés) $Mg(OH)^2$: 2,45; 1,72; 1,68; 1,85; 1,75 $\times 10^{-4}$ mol/lit. La solubilité semble diminuer avec le temps; les derniers essais correspondent à une durée de contact, avec agitation, de 1 à 2 jours.

b. Essais aux températures supérieures (en flacons de cuivre ou à l'autoclave).

T	35.	45.	70-75.	100.	110.
$Mg(OH)^2$ ($\times 10^{-4}$ mol/lit)	1,69	1,5	1,18	0,72	0,74

T	142.	150.	158.	178.	200.
$Mg(OH)^2$ ($\times 10^{-4}$ mol/lit)	0,44	0,37	0,31	0	0

La solubilité devient inappréciable à 178° : le pH de la solution est d'environ 8.

En ne tenant pas compte des expériences à 18°, et des expériences à 110°, on obtient des points qui sont sensiblement en ligne droite. La solubilité de $Mg(OH)^2$ décroît donc quand la température croît [1] et sensiblement suivant une loi linéaire.

La présence des sels, SO^4Na^2, ClNa, qu'on rencontre dans les eaux *épurées*, augmente la solubilité de $Mg(OH)^2$: par exemple dans SO^4Na^2 à 1 pour 100; 110° $2,38.10^{-4}$ mol/lit; 160° $1,42.10^{-4}$ mol/lit. Il nous a été impossible de faire des mesures correctes en présence de $MgCl^2$, à cause de l'hydrolyse très avancée de ce sel à 160-180°, et de l'attaque de la robinetterie en fer de l'autoclave par ClH dégagé.

---

[1] Il en est de même de $Ca(OH)^2$. Hall a émis l'opinion que tous les sels à solubilité décroissante, quand la température augmente, donnaient des *dépôts incrustants* la règle est vérifiée du moins pour SO^4Ca, 0,5 H^2O et $Mg(OH)^2$. Dans une expérience sur l'hydrolyse de $MgCl^2$, nous avons obtenu un véritable ciment de magnésie sur l'autoclave.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un composé diacétylénique hétérocyclique.* Note de M. **Lespieau**, transmise par M. Moureu.

La présence d'une liaison acétylénique entre deux atomes de carbone faisant partie d'une chaîne fermée n'a été observée que d'une façon tout à fait exceptionnelle; pour notre part nous n'en connaissons qu'un exemple : M. Dupont, ayant soumis à l'action du sulfate de mercure le glycol que donne l'action de la butyrone sur le dérivé dimagnésien de l'acétylène, a obtenu un corps qu'il juge être un oxyde γ de ce glycol; en effet ce corps ne fixe que quatre atomes d'hydrogène en présence de noir de platine, ce qui conduit à admettre qu'il possède une chaîne fermée; on arrive ainsi à un dérivé que M. Dupont juge de nature tétrahydrofuranique, ce qui est très vraisemblable.

Cependant, d'après les nombres de l'auteur, ce composé offrirait alors une assez grande exaltation dans sa réfraction moléculaire, 4 pour 100 environ, alors que les cétohydrofuranes lui ont donné des nombres très normaux (G. Dupont, *Ann. Ch. Ph.*, 8e série, 30, 1913, p. 546).

Avec le concept du carbone tétraédrique l'existence d'un groupe $-C\equiv C-$ dans une chaîne fermée peu riche en chaînons implique chez celle-ci une très forte tension au sens où l'entendait Baeyer, ce qui rendrait sa stabilité très problématique.

En vue cependant d'obtenir un corps de ce genre nous avons essayé l'action de l'oxyde de méthyle dichloré symétrique sur le dimagnésien de l'acétylène. Cette réaction se fait aisément, mais il est difficile d'en tirer un produit défini : après acidulation, extraction à l'éther et distillation de ce solvant, il reste une masse noire non volatile avec la vapeur d'eau, qui déflagre violemment à 150°, juste au moment où il semblerait qu'il va distiller quelque chose sous 6^{mm}; sous 15^{mm} on avait eu une explosion avec bris de l'appareil. Mais en examinant attentivement le liquide au microscope polarisant on y aperçoit de rares cristaux, prismes très simples, rétablissant la lumière, et dont les arêtes issues d'un même sommet sont de dimensions sensiblement égales (environ un demi-millimètre). On est arrivé par filtration à en obtenir $1^g,17$ (pour 90^g d'éther dichloré employé), que l'on a purifiés par évaporation de leur solution dans l'éther ou l'acide acétique. Ils sont peu solubles, pas beaucoup plus de 1 pour 100 dans l'acide à 15°. Par évaporation rapide, sur une lamelle de microscope par exemple, les cristaux se déposent de façon à former un réseau de fines lignes parallèles sur les-

quelles sont implantées de ci de là des lignes de même espèce perpendiculaires aux premières; mais par évaporation lente au fond d'un cristallisoir profond, on obtient des prismes, allongés cette fois.

A l'analyse, ce corps a donné C70,08; H5,98. Une cryoscopie acétique avec un abaissement de 0°,315 a indiqué un poids moléculaire 141. Ces nombres, et le mode d'obtention du corps, conduisent à lui donner la formule

$$
\begin{array}{l}
CH^2 - C \equiv C - CH^2 \\
| \qquad\qquad\qquad | \\
O \qquad\qquad\qquad O \\
| \qquad\qquad\qquad | \\
CH^2 - C \equiv C - CH^2
\end{array}
$$

qui exige C70,58; H5,88; P.M. 136.

Sollicité de donner un corps à forte tension, l'éther chloré a éludé la difficulté : deux de ses molécules ont réagi, chacune sur deux molécules du magnésien, mais chaque fois sur une extrémité seulement, donnant ainsi un corps diacétylénique de tension nulle.

La formule proposée ci-dessus est corroborée par les propriétés que nous avons pu observer. Chauffé rapidement, le corps fond mais déflagre aussitôt; la température à laquelle ceci se produit instantanément, mesurée au bloc Maquenne, est de 180°. Chauffé progressivement, par exemple dans un tube capillaire au bain d'acide sulfurique, le corps jaunit, se recroqueville, et peut être amené à 200° sans fondre ni déflagrer.

Les cristaux agités avec une solution aqueuse de sublimé y provoquent de suite l'apparition d'un volumineux précipité, ce qui est d'accord avec la présence des triples liaisons. Enfin, si l'on ajoute du brome aux cristaux en partie dissous dans l'éther, on observe la décoloration de quatre atomes de l'halogène. L'évaporation de l'éther a laissé un résidu visqueux en partie cristallisé, mais qui s'est résinifié en quelques heures, ce qui n'a pas permis d'en poursuivre l'étude.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés du cyclobutanol.* Note de M. L. **Blanchard**, transmise par M. Moureu.

Les acides-alcools-1.4 sont très difficiles à obtenir, la lactonisation s'effectuant presque toujours spontanément dès qu'on essaie de préparer l'acide libre à partir de ses sels. Mais si l'on bloque la fonction alcool par une fonction éther-oxyde, la fonction acide ne réagit plus sur la fonction alcool. C'est ce que démontrent les résultats suivants :

Une molécule d'un éther, le dibromo-1.3-amyloxypropane (¹), $BrCH^2 - CH(OC^5H^{11}) - CH^2Br$, est condensée à la manière habituelle avec une molécule de malonate d'éthyle disodé. On obtient l'*amyloxy-1-cyclobutane dicarbonate d'éthyle*-3.3,

$$C^5H^{11}OCH \langle {CH^2 \atop CH^2} \rangle C \langle {COOC^2H^5 \atop COOC^2H^5}$$

liquide incolore, d'odeur amylique, bouillant à 175° sous 12mm. Densité à 12° : 1,011 ; $n_D = 1,44361$; R. M. : calculé 74,22; trouvé 75. Il semble donc que la chaîne cyclobutanique apporte une légère exaltation.

Cet éther, saponifié par KOH, a donné l'acide *amyloxy-1-cyclobutane dicarbonique*-3.3 cristallisant en lamelles blanches nacrées, solubles dans l'eau. Cet acide a été analysé par son sel de Cu, insoluble dans l'eau, corps amorphe, de couleur bleue, à 1 H^2O.

Cu pour 100 : calculé pour 1 H^2O, 20,5; trouvé, 20,72, 20,59.

Ce sel, chauffé pendant 2 heures à l'étuve à 150°, a donné à l'analyse : Cu pour 100 : calculé pour le sel anhydre 21,81 ; trouvé, 21,63, 21,37.

Il a alors une couleur violette, qui devient bleue au premier contact à l'air.

Le diacide, chauffé à 155°, perd CO^2 et se change en *amyloxy-1-cyclobutane carbonique*-3. Liquide incolore, insoluble dans l'eau, distillant à 164°-166° sous 10mm. Densité à 12° : 1,003; $n_D = 1,45112$; R. M. : calculé 49,36; trouvé 50,21. Là encore il y a exaltation. Son sel de Ag a donné Ag pour 100 : calculé, 36,86; trouvé, 37,21, 37,04.

L'étude de ces corps est poursuivie.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la tautomérie des dicétones α. Les deux formes tautomériques du phénylbenzylglyoxal et du phénylanisylglyoxal.* Note de M. **Henri Moureu**, présentée par M. A. Desgrez.

Les données acquises au cours des recherches effectuées sur le méthylbenzylglyoxal (²) $C^6H^5 - CH^2 - CO - CO - CH^3$ ont été appliquées à l'étude de deux autres dicétones α, le phénylbenzylglyoxal

$$C^6H^5 - CH^2 - CO - CO - C^6H^5,$$

(¹) Blanchard, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 39, 1926, p. 1120.

(²) Henri Moureu, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 380 et 503.

et le phénylanisylglyoxal $CH^3O.C^6H^4-CH^2-CO-CO-C^6H^5$, et ont abouti à l'obtention d'un nouvel isomère pour chacune d'elles. Les propriétés physiques caractéristiques des isomères déjà connus et des formes nouvellement obtenues sont résumées dans le tableau ci-dessous.

	Point de fusion.	Couleur.
Phénylbenzylglyoxal $C^6H^5-CH^2-CO-CO-C^6H^5$:		
Formes A : Aα (1)	67	Jaune
» » Aβ (1)	90	Blanc jaunâtre
» B	35-36	Jaune citron
Phénylanisylglyoxal $CH^3O.C^6H^4-CH^2-CO-CO-C^6H^5$:		
Formes A : Aα (2)	70	Jaune pâle
» » Aβ	82	Jaune
» B	23-24	Jaune citron

Le dimorphisme du phénylanisylglyoxal. — Chauffé lentement au voisinage de son point de fusion (entre 68° et 75°), la forme Aα fond en se transformant en forme Aβ, qui cristallise. Le même résultat peut être obtenu en amorçant par des cristaux de la forme Aβ une solution saturée de la forme Aα. En l'absence de toute amorce cristalline, c'est la forme Aα, fondant le plus bas, qui manifeste la plus grande tendance à cristalliser spontanément. Comme les formes Aα et Aβ du phénylbenzylglyoxal, qui ont fait l'objet de recherches antérieures (3), les formes Aα et Aβ du phénylanisylglyoxal sont donc des formes de polymorphisme. Il paraît y avoir une différence de teinte entre ces deux dernières formes, et, chose curieuse, c'est celle qui fond le plus haut (Aβ) qui manifeste la plus forte coloration.

Transformations réciproques des isomères A *et* B. — Par distillation sous un vide poussé (de l'ordre du millimètre), les isomères A se transforment : on obtient ainsi une huile qui avait été précédemment décrite comme isomère liquide (3). J'ai reconnu que cette huile n'était pas une forme pure, mais un mélange constitué en majeure partie par de l'isomère B (92 pour 100 pour le phénylbenzylglyoxal; 85 pour 100 pour le phénylanisylglyoxal);

(1) Ch. Dufraisse et H. Moureu, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 1607. — O. Widman, *Ber.*, 49, 1916, p. 484. — H. Jorlander, *Ber.*, 50, 1917, p. 406. — Th. Malkin et R. Robinson, *Chem. Soc.*, 127, 1925, p. 369.

(2) Ch. Dufraisse et H. Moureu, *loc. cit.* — Th. Malkin et R. Robinson, *loc. cit.*

(3) Ch. Dufraisse et H. Moureu, *loc. cit.*

on peut extraire l'isomère B du mélange ainsi obtenu, par cristallisation à basse température. Inversement, sous l'action de la chaleur, les isomères B purs se transforment partiellement en isomères A.

Comme dans le cas du méthylbenzylglyoxal, les catalyseurs alcalins jouent dans ces transformations un rôle prépondérant. C'est ainsi que c'est à l'*action catalytique du verre ordinaire*, agissant par son alcalinité, que l'on doit la possibilité d'observer ces transformations réciproques des formes A et B sous l'action de la chaleur. En effet, si l'on remplace le verre ordinaire par le *quartz*, ou bien ces transformations cessent pratiquement d'être observables (phénylbenzylglyoxal), ou bien leur vitesse est considérablement ralentie (phénylanisylglyoxal). A froid, en surfusion, sous l'influence de traces de catalyseurs alcalins (pipéridine, pyridine, quinoléine, etc.), les isomères B se transforment *intégralement* en isomères A.

Nature de l'isomérie. — De l'étude chimique comparative des isomères A et B que j'ai effectuée (action de l'*o*-phénylènediamine, du réactif de Grignard, du brome, du chlorure ferrique, etc.), il résulte que l'isomérie entre ces deux groupes de composés est, ici encore, d'ordre céto-énolique. Et il apparaît, en définitive, que pour les trois dicétones α actuellement étudiées (méthylbenzylglyoxal, phénylbenzylglyoxal, phénylanisylglyoxal) les composés à point d'ébullition élevé (isomères A) constituent les formes céto-énoliques pures $R - CH = C(OH) - CO - R'$, tandis que les composés à point de fusion bas (isomères B) sont les formes dicétoniques vraies $R - CH^2 - CO - CO - R'$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les propriétés hydrophiles des fibres cellulosiques sthénosées*. Note [1] de MM. **L. Meunier** et **R. Guyot**, transmise par M. V. Grignard.

Les propriétés hydrophiles des fibres cellulosiques naturelles ou artificielles sont conditionnées par le nombre d'oxhydriles *libres*, susceptibles d'être atteints par les molécules d'eau sur lesquelles s'exerce le caractère fortement polaire des (OH) alcooliques. De ce principe il résulte en particulier que toute transformation des (OH) alcooliques en groupements moins polaires, comme $O - NO^2$ et $O - CO - CH^3$, diminue les propriétés hydrophiles des fibres.

---

[1] Séance du 28 janvier 1929.

Nous avons étudié les variations de propriétés hydrophiles de la viscose lorsqu'on transforme progressivement les — OH, par paires, en groupements — O — CH^2 — O — par l'action du formol.

Le traitement de la viscose par le formol ou sthénosage, en vue d'augmenter sa résistance à la traction, avait été breveté en 1906 par Eschallier, mais aucune étude n'avait été faite sur les conditions et le mécanisme du phénomène ainsi que sur ses conséquences.

Nous avons constaté que le sthénosage était effectué dans les meilleures conditions en immergeant la viscose pendant 12 heures, dans une solution aqueuse de formol, de titre supérieur à 5 pour 100, cette solution aqueuse ayant un pH acide situé entre 1,6 et 1,2, établi de préférence au moyen d'un acide fixe comme l'acide phosphorique. On essore par centrifugation et l'on porte à l'étuve. L'intensité du sthénosage peut alors être réglée à volonté et avec précision, soit par la température (60 à 90°), soit par la durée du chauffage (de 2 à 48 heures). On lave ensuite pour éliminer toute trace d'acidité.

Les variations de propriétés hydrophiles de la viscose sthénosée peuvent être étudiées soit d'après les variations *d'eau de gonflement* qu'elle peut absorber au contact de l'eau pure, soit par variations de l'eau qu'elle peut absorber dans une atmosphère d'état hygrométrique donné.

Variations de l'eau de gonflement (¹). — Si nous faisons croître l'intensité du sthénosage, par exemple, en faisant varier la durée du chauffage à l'étuve à 65°, on trouve, dans le cas où la solution de formol titre 40 pour 100 et où son acidité phosphorique correspond à pH = 1,6, les résultats suivants :

Durée du chauffage en heures.	Gonflement de la viscose sthénosée à l'eau pure.
h m	%
2.15	61,7
8.30	46,9
22. 0	32,3
46. 0	16,4

Le gonflement correspondant à la viscose non sthénosée (80 deniers-12 brins) était de 90 pour 100.

Toutes les propriétés de la viscose, en relation avec son pouvoir de gonflement à l'eau, sont modifiées proportionnellement à l'intensité du sthénosage :

(¹) Voir MEUNIER et REY, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 285.

1° La résistance à la traction de la viscose humide croît avec le degré de sthénosage, tandis que l'allongement à la rupture décroît;

2° L'absorption des colorants substantifs et la charge de la viscose au tanin ou à l'étain sont d'autant moins fortes que le sthénosage est plus accentué;

3° La résistance aux alcalis croît avec le degré de sthénosage.

Variations de l'eau d'hygrométrie. — Nous avons déterminé la teneur en eau *à l'équilibre*, soit par absorption, soit par désorption, d'une même viscose sthénosée d'une manière progressive, lorsqu'on la maintient pendant 15 jours dans une atmosphère d'état hygrométrique 75,8; nous avons obtenu les résultats ci-dessous :

	Chiffres d'humidité pour 100.		
Gonflement pour 100 de la viscose.	Absorption.	Désorption.	Différence.
90,4 (non sthénosée)...............	15,56	16,94	1,38
64,8 (légèrement sthénosée).........	15,33	16,49	1,16
27,8 (fortement sthénosée)..........	13,50	13,81	0,31

L'eau hygrométrique diminue avec l'intensité du sthénosage aussi bien par désorption que par absorption. L'hystérésis entre les deux phénomènes va en décroissant avec l'intensité du sthénosage.

Le mécanisme du sthénosage est le suivant :

1° Sous l'action de la liqueur acide, à chaud, la cellulose subit une transformation partielle en hydrocellulose; le nombre des oxhydriles libres est augmenté;

2° Lorsque, par suite de l'évaporation de l'eau, la concentration de l'acide devient suffisante, il catalyse la formation du dérivé méthylénique;

3° En admettant, avec Mark et Meyer [1] que les cristallites cellulosiques sont formés d'un système de chaînes parallèles de résidus glucosiques $C^6H^{10}O^5$, il semble que les deux OH sur lesquels réagit chaque molécule de formol appartiennent à deux chaînes différentes, attendu que les cristallites sont renforcés par le sthénosage et ne sont plus désagrégés par aucun agent de dispersion;

4° L'action du formol est profonde et non superficielle, car, dans des conditions identiques, une soie 80 deniers 25 brins, n'est pas plus fortement sthénosée qu'une soie 80 deniers 12 brins.

---

(1) Mark et Meyer, *Ber. d. deut. chem. Ges.*, 61, 1928, p. 593.

GÉOLOGIE. — *Hydrogéologie, Hydraulique et Thermodynamique artésiennes du Sahara oriental.* Note (1) de M. J. **Savornin**, transmise par M. Ch. Depéret.

Nous n'envisageons dans le Sahara oriental que les deux grandes zones habitées de l'oued Mya et de l'oued R'ir, dont l'existence est liée aux eaux artésiennes.

Cette utilisation, depuis son origine préhistorique, s'adresse aux nappes aquifères prisonnières dans les terrains meubles dits Sahariens (Néogène supérieur continental). Le débit global manifestant depuis un quart de siècle, malgré la multiplication des puits et forages, un fléchissement marqué, on songe à le maintenir par des pompages, ou par recours aux nappes hypothétiques des terrains crétacés. Telle est la situation à Ouargla et à Touggourt.

Une phase nouvelle de l'exploitation des eaux souterraines du Sahara commence, dont il convient d'examiner l'avenir. Négligeant le simple programme de pompages, nous traiterons des recherches d'eaux sous le Néogène.

Tous les étages sous-jacents, du Nummulitique au Cénomanien, sont stériles au point de vue des recherches artésiennes. En revanche, les sédiments albiens sont aquifères. Plus ou moins gréseux, par diagénèse, aux affleurements, ils sont restés sableux en profondeur. Des intercalations d'argiles y créent un faisceau de nappes captives, comme dans le Néogène de l'oued R'ir.

La superficie occupée par l'Albien, sur le « Plateau désertique », est supérieure à 500000$^{km^2}$ (2). L'épaisseur moyenne est de 200^m, dont plus de 100^m de sables à 20 pour 100 de porosité. Le volume d'eau contenu dans cet immense réservoir se calcule ainsi :

$$500000 \times 10' \times 100 \times \frac{20}{100} = 10000 \times 10' \text{ m}^3.$$

Rappelons que les puits et sondages de l'oued R'ir, selon les statistiques concordantes depuis trente années, prélèvent 5$^{m^3}$ par seconde dans le Néogène (soit 158 millions par an, qui représentent $\frac{1}{160000}$ de la réserve albienne).

La majeure partie de cette réserve d'eau est *fossile*. Il y a renouvellement

(1) Séance du 4 février 1928.

(2) La périphérie de cette aire est marquée par Révoil (Ounif), Laghouat-Tolga, El Oued, Ghadamès-le Djoua, Flatters, Akabli, Reggane, Adrar, Timimoun.

partiel et « mise en charge », grâce aux pluies que reçoivent les « affleurements alimentaires » du Nord (Atlas) et de l'Ouest (Erg). La déperdition compensatrice est due à l'évaporation et aux sources, foggaguir, puits artésiens, du Sahara occidental.

La *topographie souterraine* de l'Albien se détermine ainsi : El Abiod Sidi Cheikh, Brézina, 1000 : Laghouat, Messad, 780 ; Ghardaya (sondage), 260 ; El Goléa, Gourara, Touat, Tidikelt, 320 à 350 ; Flatters, 360. La courbe zéro se jalonne par Sidi Saker (sud de Messad), ouest de Guerrara, ouest et sud d'Inifel, sud de Ghadamès. A Ouargla, nous supposons l'Albien au-dessous de — 500, et à Touggourt, légèrement au-dessus de — 1000.

Un forage à Touggourt (altitude — 73^{m}) devra atteindre une profondeur de 1000 à 1100^{m}. La limite orientale des sédiments aquifères se trouve vraisemblablement vers El Oued, ce qui permet d'augurer le succès.

Le *niveau piézométrique* est connu à El Goléa : 385^{m} ; au Gourara-Touat-Tidikelt : environ 300^{m} ; dans le forage de Ghardaya : 450^{m}. Il ne saurait être inférieur à 300^{m} à Ouargla et à Touggourt. Une grande puissance de jaillissement, inconnue jusqu'ici, peut donc être escomptée. On sait que les eaux du Néogène arrivent péniblement au niveau du sol à Ouargla ; à 4^{m} au-dessus à Touggourt (puits de la gare).

La considération du *degré géothermique* oblige à prévoir une température voisine de 70° : grave inconvénient, en apparence, pour l'utilisation immédiate. En réalité, cette eau fossile de l'Albien, dont l'exploitation deviendra une nécessité, recèle trois facteurs de richesse : *volume* d'irrigation, *énergie mécanique*, *énergie thermique*.

Nul besoin d'un grand diamètre de forage. Supposons 0^{m},08. La vitesse d'écoulement libre a été de 20 m/sec à Mraïer. A Ourir, dans un espace annulaire de 1^{cm} à l'intérieur et à la base de la colonne d'ascension de 20^{cm}, la vitesse est de 50 m/sec. A Touggourt, grâce à l'énorme puissance piézométrique, une vitesse analogue sera sans doute réalisée, avec débit de 250 litres par seconde, ou 900$^{m^3}$ à l'heure. Les meilleurs jaillissements de la nappe du Néogène (nappe dite de 160^{m}) arrivent à peine au tiers de ce volume.

L'énergie mécanique du jet d'eau serait utilement employée, par un artifice de transmission, à mouvoir une pompe rotative installée dans un forage auxiliaire (à la nappe de 160^{m}). On porterait aisément aussi le débit de celui-ci à 250 lit/sec.

Il y aurait ainsi, à côté l'un de l'autre, deux ruisseaux de 900 m^{3}/h à des températures très inégales : 70° et 26°. En les couplant dans une machine thermique *Claude et Boucherot*, du genre de l'appareil de démonstration

expérimenté à l'usine Ougrée-Marihaye, en avril 1926, on disposerait vraisemblablement d'une centaine de kilowatts.

Le mélange des eaux, froide et chaude, issues du condenseur et du bouilleur, donnerait 1800 m^3/h à 45° environ. Cette eau mixte, moins chargée de sels sans doute que celle du Néogène, suffirait à l'irrigation de plus de 100000 palmiers [1].

En résumé, un forage de 1100^m donnerait un « geyser », dont la température serait nocive aux végétaux. Conjugué avec un forage de 165^m (avec utilisation des énergies mécanique et thermique) il suffirait aux irrigations des oasis de Touggourt et fournirait l'électricité à la ville.

Ces calculs sont provisoires. D'autres techniciens pourront les réviser, en étudiant ce problème de génie rural saharien. Il appartenait à un géologue d'en poser le principe.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Développement et biologie d'*Ambrosinia Bassii. Note [2] de M. **Ch. Killian**, transmise par M. Ch. Flahault.

Ambrosinia Bassii est une Aracée, endémisme monotypique de la région méditerranéenne, dont le développement et la biologie présentent un intérêt tout particulier. La plante ayant végété pendant la saison pluvieuse estive par ses rhizomes qui reprennent leur croissance dès les pluies d'automne. Leur point végétatif apical ou l'un des bourgeons latéraux produisent une première feuille enveloppée d'une bractée et une couronne de racines agéotropiques, mycorrhiziques. Il se forme ensuite une seconde feuille, puis des racines tractrices géotropiques; puis le bourgeon terminal tubérisé donne, à son intérieur, deux nouvelles ébauches similaires; l'une représente la troisième feuille, l'autre l'inflorescence. Celle-ci ressemble à l'ébauche foliaire par la présence, à son sommet, d'une *cavité foliaire*, évoluant en *limbe*, flanquée de deux mamelons à croissance apicale, futures *marges foliaires*. La nature plus complexe de l'inflorescence, résultant d'une fusion congénitale entre un axe et une feuille, ressort de sa plus grande largeur et de sa différenciation : à son intérieur se forme un tissu de déhiscence qui donne une série de lacunes lysigènes confluant en une *cavité*

(1) Une récente statistique porte pour le groupe d'oasis de Touggourt : 141 puits jaillissants; 1265 m^3/h; 110365 palmiers.

(2) Séance du 4 février 1929.

axiale. Située au-dessous de la cavité foliaire, celle-ci se tapisse d'un nouvel épiderme; ainsi est délimité le futur spadice dont les bords restent réunis à la future spathe, à l'exception de la pointe, différenciée en appendice. La cavité axiale évolue en chambre mâle par le développement d'anthères qui s'avancent des bords du spadice vers sa ligne médiane. D'autre part, la cavité foliaire, délimitée par les marges convolutées de la spathe, produit tardivement un pistil symétrique à l'origine, mais qui s'oriente ensuite vers le haut.

Androcée et gynécée mûrissent en même temps que s'allonge la spathe; seul l'appendice, organe rudimentaire chez l'*Ambrosinia*, reste stationnaire.

Jeune, l'inflorescence est cylindrique, dressée et jaunâtre. Cet aspect change lorsqu'en novembre elle quitte les gaînes foliaires protectrices. Une pigmentation rouge, localisée d'abord sur l'appendice et la pointe de la spathe, s'étend progressivement vers la base. En outre, on voit apparaître une symétrie bilatérale, résultant d'une saillie de la chambre mâle. Cette dorsiventralité va en s'accentuant et finalement l'inflorescence s'applique étroitement contre le sol, par sa face ventrale; puis la chambre femelle dorsale, s'ouvre par une fissure allongée, résultant d'un écartement des marges de la spathe. Adaptée à la vie terrestre, l'inflorescence peut se maintenir pendant trois mois au contact du sol humide, sans flétrir; elle est rarement visitée par des insectes; cependant j'y ai trouvé, en février, des Acariens qui se nourrissent du sucre, abondant dans les tissus et les poils de l'androcée protandre et y déposent leur ponte; leur rôle de pollinateurs est problématique vu l'extrême rareté des fruits d'*Ambrosinia*, à Alger du moins.

Pourtant la pollination croisée, effectuée en décembre, réussit facilement; un mois plus tard la spathe se flétrit, tandis que le pistil grossit, surtout aux stations bien éclairées. Jusqu'au mois de juin il évolue en une baie qui renferme sur un placenta axile, 10 à 50 graines, verruqueuses, munies d'un élaiosome funiculaire. Semées en octobre, ces graines se gonflent aussitôt pendant que se résorbe l'élaiosome; sur le pôle opposé à celui-ci, vers la quatrième semaine, le mésocotyle, nourri par le suçoir cotylédonaire, sort et s'incurve vers le sol; il renferme, dans une cavité basale, le point végétatif, flanqué d'un côté d'une ébauche foliaire, de l'autre d'une radicule non mycorrhizique. Entre le pôle radiculaire et le pôle foliaire se placent les tissus du futur tubercule, gorgés d'amidon. La première radicule est suivie de près d'une seconde, plus épaisse, puis d'une feuille épanouie, en janvier.

Les détails de cette étude et surtout l'évolution ultérieure de la plantule seront exposés dans un Mémoire plus étendu.

CYTOLOGIE. — *Sur les garnitures chromosomiales des poules et des dindes.* Note (1) de M. **P.-J. Shiwago**, présentée par M. Caullery.

Mes recherches sur la garniture chromosomiale des poules (2) aboutissent aux données fondamentales suivantes :

1. Les garnitures du mâle et de la femelle se composent de trente-deux éléments de dimensions extrêmement variables : depuis la grosseur d'un point de $0^{\mu},5$ jusqu'à des formes allongées régulières atteignant 6^{μ} de longueur.

2. Chez le mâle, dans les cellules somatiques, de même que dans les spermatogonies, tous les éléments sont pairs.

3. Chez la femelle, l'un des chromosomes de la paire la plus longue (ZZ) est remplacé par un élément extrêmement menu, ayant l'aspect d'un point (W).

4. Ainsi la définition cytologique du sexe des poules correspond au schéma ZW-ZZ, établi par la génétique pour les Oiseaux (3).

Ces conclusions sont basées sur l'étude de coupes d'embryons, âgés de 15-17 jours, dont le sexe a été déterminé par la dissection et sur des coupes de testicules de coqs adultes. Les matériaux ont été fixés au moyen des liquides de Flemming et de Hermann et colorés à l'hématoxyline ferrique, ou d'après la méthode de Ykeda.

Ces résultats s'accordent parfaitement avec les données de la génétique et concordent suffisamment avec les recherches cytologiques contemporaines des autres auteurs sur le même sujet : Stevens, 1925 (4); Hance, 1924 et 1926 (5); Akkeringa, 1927 (6).

---

(1) Séance du 4 février 1929.

(2) P.-J. Shiwago, *The chromosome complex in the somatic cells of male and female of the domestic chicken* (*Science*, N. S., 60, 1924, n° 1541, p. 45-46).

(3) T.-H. Morgan, *The theory of the gene* Yale. Univ. Press, 1926.

(4) N. M. Stevens, *Notes on chromosomes in the domestic chicken* (*Published by Alice Boring*) (*Science*, *N. S.*, 58, n° 1491, 1923, p. 73-74).

(5) R. T. Hance, *The somatic chromosomes of the chick and their possible sex relations* (*Science*, *N. S.*, 59, n° 1523, 1924, p. 424-425). — *A comparaison of mitosis in chick tissue cultures and in sectioned embryos* (*Biol. Bull.*, 50, II, 1926, p. 155-159).

(6) L. S. Akkeringa, *Die Chromosomen bei einigen Hühnerrassen* (*Zeitschr f. mikroskop. anatom. Forsch.*, 8, 1927, p. 325-342).

Au cours de cette année, j'ai étudié la garniture chromosomiale des dindons domestiques, en appliquant pour la première fois aux oiseaux la méthode d'examen de l'amnios, décrite par Painter [1] en 1924 et employée avec succès par lui et par son école pour l'étude des chromosomes des mammifères. Les résultats fondamentaux de ce travail sont les suivants :

1. Comme dans le cas des poules, les chromosomes des dindons sont des éléments très différents par leur taille ($0,4 - 6_{\mu}$). Dans les deux sexes, il y a 46 éléments.

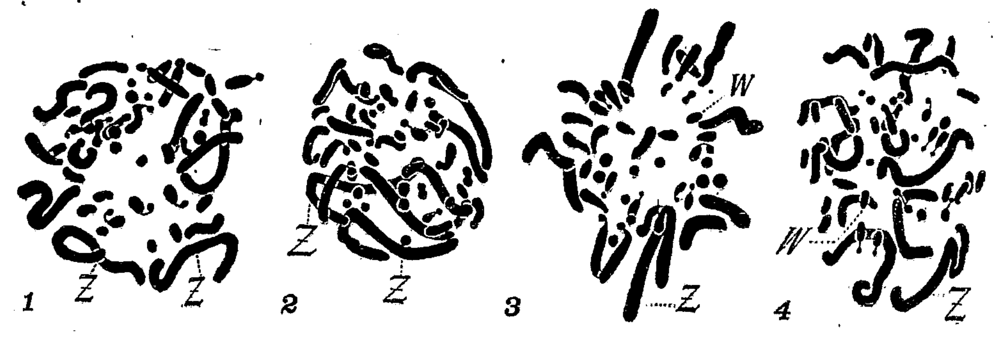


Fig. 1. Dindon (♂). Plaque équatoriale. — Fig. 2. Dindon (♂). Prophase avancée. — Fig. 3. Dinde (♀). Plaque équatoriale. — Fig. 4. Dinde (♀). Prophase avancée. — Fig. 5. Les chromosomes rangées par couples homologues et de taille décroissante; *a* et *b*, garnitures du ♂; *c* et *d*, garnitures de la ♀.

2. La caractéristique cytologique du sexe correspond aussi au schéma ZW — ZZ de Morgan. L'élément le plus long est aussi le chromosome Z, représenté dans la garniture du mâle par une paire d'éléments identiques ZZ, tandis que, chez la femelle, l'un d'eux est remplacé par un élément de petite dimension W, — qui, pourtant, ne peut être identifié en toute certitude, parmi plusieurs éléments de même longueur (voir *fig.* 1-5). La présence de deux éléments Z a été constatée aussi dans les spermatogonies.

(1) T. S. Painter, *A technique for the study of mammalian chromosomes* (*Anat. Record*, 27, 1924, p. 77-86).

3. La comparaison des garnitures des dindes et des poules indique que les sept paires de chromosomes en surnombre chez les premières sont de petits éléments, que les éléments moyens chez les dindes sont moins nombreux, et que les éléments les plus gros sont en même nombre chez les deux espèces.

4. Avec un microscope binoculaire, on peut constater, dans la disposition des chromosomes à la prophase avancée, une bipolarité parfaite. Les petits chromosomes occupent toujours un pôle du noyau et les gros se groupent toujours au pôle opposé. Les éléments homologues montrent une tendance à se disposer par paires. Cette orientation des éléments, à la prophase avancée, se trouve intimement liée à la disposition habituelle des chromosomes, dans toutes les garnitures formées d'une quantité considérable de composants de grandeurs différentes, au stade de la plaque équatoriale. Les gros éléments, dans de telles garnitures, forment toujours, à ce stade, un anneau, au centre duquel se trouvent les petits. Sous l'influence de certains détails dans le processus de transformation de la prophase en une plaque équatoriale, les éléments homologues de cette dernière peuvent se trouver disposés par couples, ou bien quelques partenaires peuvent se désunir et se disposer symétriquement, sur les côtés opposés de la plaque.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *La Bioénergétique et son nouveau laboratoire.* Note [1] de M. **Jules Lefèvre**, présentée par M. d'Arsonval.

On sait l'importance prise par les sciences énergétiques dans l'étude de la vie. Le phénomène vital est placé entre deux opérations énergétiques inévitables : le processus chimique qui le précède, le processus calorique qui le suit. C'est une chaîne à 3 éléments, dont l'acte vital forme le maillon central. La vie ne peut donc se manifester et se développer que sur un courant continu d'énergie dont l'intensité mesure la grandeur de son activité. Elle engendre ainsi — toujours et partout — de la chaleur; et elle produit encore du travail par le jeu de l'énergie à travers le système musculaire.

Dans les deux cas d'ailleurs l'organisme apparaît comme une véritable machine, et comme un *transformateur* d'énergie chimique. Mais, tandis que dans le premier cas, il fonctionnait en simple *générateur de chaleur*, dans le deuxième cas il travaillera aussi en *moteur thermochimique*. Les organes

---

[1] Séance du 4 février 1929.

« *servomoteurs* » de cette machine vivante ne sont autres que ceux des grandes fonctions (alimentation, digestion, respiration, circulation, etc.), autrefois envisagées comme des entités irréductibles de la vie, et dont aujourd'hui la raison dernière nous est révélée par la *Bioénergétique*.

Il y a donc une bioénergétique générale, une bioénergétique alimentaire, une bioénergétique des transformations (métabolisme), une bioénergétique musculaire d'ordre thermodynamique, et par-dessus tout une Physiologie de l'énergie qui règle et assure tous les services énergétiques du corps.

L'Énergétique des êtres vivants réclame évidemment une instrumentation et des laboratoires spéciaux qui n'ont aucune mesure commune avec les laboratoires de la classique Physiologie. Ils doivent être à la fois : *respiratoires, calorimétriques* et *ergométriques*. — Depuis de longues années nous avons décrit les principales méthodes appropriées à cette science et à ce genre de recherches; et nous en avons codifié les importants résultats, d'abord dans notre traité de Bioénergétique, puis dans le traité de Physiologie normale et pathologique.

L'une des plus célèbres parmi les installations énergétiques est la *Chambre* calorimétrique et respiratoire d'Atwater et Benedict — aujourd'hui abandonnée — qui donna, il y a quelque 25 ans, des résultats intéressants.

Mais la France, berceau de la Bioénergétique par Lavoisier, se devait à elle-même de posséder le laboratoire modèle. *Ce laboratoire est aujourd'hui créé et fonctionne*. Installé au Centre des recherches sur l'alimentation, il est placé sous la direction de l'Institut des Recherches agronomiques. Nous avons assumé la charge très lourde de le construire, avec l'aide de M. A. Auguet.

Il comprend une grande chambre métallique — qu'un homme peut habiter aisément — d'une capacité d'environ $6^{m^3},5$ parfaitement étanche, plongée tout entière dans le kapoc et absolument adiabatique. Le sujet étudié peut y vivre plusieurs heures, ou même plusieurs jours, au repos ou au travail.

Un courant d'air froid, entretenu par le jeu d'un surpresseur, injecté dans la chambre par de multiples orifices, emporte la chaleur du sujet, à mesure qu'il la produit. La température de cette chambre reste donc strictement invariable. Un grand compteur étalonné, à huile de vaseline, mesure la masse d'air qui passe; des thermomètres de précision donnent l'échauffement de cet air pendant la traversée de la chambre. La chaleur *sensible* est donc immédiatement connue.

Mais cette circulation d'air est *fermée :* c'est toujours le même air qui,

sorti chaud de la chambre, y rentre froid et réglé après avoir traversé des tubes plongés dans un bac réfrigérant. Cet air aurait donc vite fait de se confiner s'il n'était sans cesse purifié. Cependant sa masse circulante est trop grande (à cause du service calorimétrique) pour être purifiée totalement. On n'en purifie qu'une fraction. Dans ce but, un petit compteur, associé par une chaîne au grand et entraîné par lui, dérive environ $\frac{1}{5}$ du courant d'air général sur des batteries absorbantes où l'eau, l'acide carbonique, les impuretés et les gaz intestinaux sont fixés. Il s'établit ainsi dans la chambre un taux limite très faible d'impuretés; à partir de ce moment tout ce qui est fixé sur les batteries représente exactement ce qui est produit par le sujet.

En particulier, l'état hygrométrique de la chambre étant automatiquement réglé, aucune condensation n'étant possible, la vapeur d'eau, c'est-à-dire la chaleur *latente* du sujet est entièrement mesurée par les batteries absorbantes. L'alimentation de la chambre en oxygène peut être réglée d'une façon très approchée par l'emploi d'un manomètre ultra-sensible. Une analyse eudiométrique finale de haute précision donne, quand il le faut, la mesure très exacte de l'oxygène consommé.

Les mesures respiratoires et calorimétriques sont ainsi assurées. Pour les mesures ergométriques le sujet travaille à volonté sur manivelle ou pédales qui, par pignons d'angles et joint à mercure, entraînent une dynamo extérieure dont l'énergie est totalisée sur compteur et détaillée sur enregistreur.

Ce gros appareil, malgré ses dimensions d'usine, atteint l'exactitude et la sensibilité des plus fins instruments de physique. Il a fallu pour cela étudier ses caractéristiques d'équilibre et apprendre à l'utiliser dans ces conditions où toute inertie disparaît.

Des réglages automatiques variés gardent fidèlement cet équilibre. C'est ainsi qu'on en arrive à ce que la lourde paroi de la chambre ne change pas de 0°,01 pendant plusieurs heures, avec une source dégageant 500 calories.

Les étalonnages ont donné H^2O et CO^2 à 1 millième, l'oxygène à 1 centième, la chaleur sensible à 3 ou 4 millièmes. C'est la première fois sans doute qu'une telle grande chambre atteint un si haut degré de précision et se laisse si aisément manier, au double point de vue calorimétrique et respiratoire.

Entré en pleine activité, appliqué aux êtres vivants, l'appareil fournit des résultats remarquables.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Encéphalite herpétique expérimentale du singe.* Note (¹) de MM. C. **Levaditi** et P. **Lépine**, présentée par M. Roux.

Levaditi et Nicolau (²) ont montré en 1924 que le singe (*Macacus cynomolgus, Macacus rhesus, Cercocebus fuliginosus*) est, en général, réfractaire au virus encéphalitique isolé de l'homme et entretenu par des passages sur le lapin, même lorsque ce virus est inoculé dans l'encéphale. Toutefois certains catharrinins inférieurs font exception. Par suite du fléchissement de leur état réfractaire naturel, ils peuvent contracter une encéphalite dont le type varie : *encéphalite aiguë ou chronique*, toutes deux virulentes pour le lapin, ou encore *méningo-encéphalite mortelle*, avec absence de virus dans le névraxe [*neuro-infections mortelles autostérilisables* de Levaditi, Sanchis-Bayarri et Schoen (³)]. Ultérieurement, Levaditi et Schoen (⁴) ont prouvé que l'inoculation intracérébrale du virus herpétique de passage, a provoqué, chez un *Macacus sinicus*, une encéphalite aiguë et virulente. Les caractères des lésions névraxiques, ainsi que leur localisation mésocéphalique, étaient identiques à ce que l'on rencontre ordinairement dans l'encéphalite léthargique humaine.

Nous avons poursuivi des recherches analogues afin de mieux préciser la réceptivité des simiens inférieurs à l'égard de l'inoculation intracérébrale de virus herpétique et de tenter une adaptation de ce virus au névraxe de ces simiens. Nos essais ont porté sur huit *Cercopithecus callithrix*. Tous ces animaux ont été inoculés à plusieurs reprises avec deux de nos souches herpétiques. Trois seulement ont contracté une encéphalite aiguë, ayant apparu de 6 à 8 jours après l'inoculation.

Callitriche n° 7 : Inoculé sans succès le 7 et le 12 novembre 1928, avec la souche herpétique E. Troisième inoculation le 22 novembre. L'animal montre des symptômes nerveux le huitième jour et succombe le 1ᵉʳ décembre. Cerveau virulent. Altérations herpétiques et encéphalitiques typiques, localisées au niveau de l'écorce, de la corne d'Ammon et du mésocéphale.

Callitriche n° 14 : Inoculé sans succès le 27 novembre avec la souche herpétique N.

(¹) Séance du 4 février 1929.

(²) Levaditi et Nicolau, *C. R. Soc. Biol.*, 90, 1924, p. 1371.

(³) Levaditi, Sanchis-Bayarri et Schoen, *C. R. Soc. Biol.*, 98, 1928, p. 911.

(⁴) Levaditi et Schoen, *C. R. Soc. Biol.*, 98, 1928, p. 1189.

Seconde inoculation le 3 décembre. L'animal succombe 7 jours après cette dernière inoculation (symptômes nerveux). Cerveau virulent. Altérations herpéto-encéphalitiques typiques.

Callitriche n° 17 : Inoculé une première fois, sans succès, le 16 décembre (souche herpétique N, ayant subi un premier passage sur le singe). Deuxième inoculation le 21 décembre. L'animal succombe 6 jours après cette dernière inoculation. Cerveau virulent. Mêmes altérations intéressant l'écorce et le mésocéphale.

Ces constatations montrent :

1° Que du point de vue de la *réceptivité* à l'égard du virus herpétique injecté par voie intracérébrale, les simiens appartenant à la même espèce diffèrent sensiblement entre eux. Certains sont susceptibles de contracter l'encéphalite, après une seule inoculation (*cf.* nos recherches antérieures), d'autres n'acquièrent la maladie qu'après 2 à 3 injections consécutives, enfin, quelques sujets résistent indéfiniment;

2° En ce qui concerne les *caractères des altérations histo-pathologiques*, il y a parfaite ressemblance entre les modifications cytologiques de l'herpès expérimental du lapin et celles de l'encéphalite herpétique du singe. Les lésions nucléaires de certains neurones de l'écorce et de la corne d'Ammon sont typiques, et il en est de même de la topographie des altérations, comparée à celles que l'on constate dans l'encéphalite humaine.

Conclusion : Certaines espèces simiennes, et, très probablement aussi, l'espèce humaine, ne sont susceptibles de contracter l'encéphalite que si, pour des raisons particulières (héréditaires ou acquises), leur état réfractaire naturel fléchit. Il est possible de réaliser expérimentalement un tel fléchissement, en répétant les inoculations virulentes intracérébrales. Dans ce dernier cas, tout se passe comme si ces inoculations renouvelées épuisaient les moyens défensifs du névraxe [1].

La séance est levée à 15h45m.

A. Lx.

---

[1] M. Zinsser nous a indiqué des résultats conformes aux nôtres, lors de notre récente visite à son laboratoire de Boston. Ajoutons que dans leur ensemble, ces conclusions concordent avec celles qui découlent des essais entrepris par M. Delorme à Pastoria.

ERRATA.

(Séance du 24 septembre 1928.)

Note de MM. *V. Grignard*, *L. Lapayre* et *Tchéou Faki*, Sur le monomagnésien de l'acétylène :

Page 517, ligne 7, *lire* en faisant passer l'acétylène; ligne 8, *lire* C^2H^5MgBr.
Page 519, ligne 2 du bas, *lire* : Avec le bromure de butyle normal et en remplaçant une partie de l'éther par du benzène (ou du toluène) pour pouvoir élever la température jusqu'à 80-90°, nous avons obtenu....

(Séance du 10 décembre 1928.)

Note de MM. *Charles Moureu*, *Charles Dufraisse* et *Marius Badoche*, Autoxydation et action antioxygène : Propriétés catalytiques de l'antimoine, du bismuth et leurs dérivés et de quelques dérivés du vanadium :

Page 1093, lignes 7 à 9 en remontant, *lire* : C'est ainsi que le trichlorure d'antimoine, prooxygène vis-à-vis d'un hydrocarbure, le styrolène, peut être antioxygène vis-à-vis d'autres hydrocarbures, telle l'essence de térébenthine.

(Séance du 14 janvier 1929.)

Note de M. *Edmond Papin*, Le reflux vésico-urétéral :

Page 269, ligne 13, *au lieu de* ÉDOUARD PAPIN, *lire* EDMOND PAPIN.

(Séance du 21 janvier 1929.)

Note de M. *J. Herbrand*, Non-contradiction des axiomes arithmétiques :

Page 304, ligne 19, *au lieu de* $\sim : (x) . \sim \Phi x$, *lire* $\sim : (Ex) . \sim \Phi x$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 18 FÉVRIER 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THERMODYNAMIQUE. — *Le cycle de Clapeyron dans le cas des vapeurs saturées.* Note de M. L. Lecornu.

Dans ma Note du 14 janvier (¹) j'ai étudié, en me bornant au cas des gaz parfaits, les propriétés thermiques du cycle de Clapeyron. Je vais examiner maintenant le cas des vapeurs saturées $[p=f(t)]$.

Soient, comme précédemment, A_1, A_2, A_3, A_4 les sommets du rectangle envisagé. A_1A_4 est la ligne de plus grande pression p_1, correspondant à la plus haute température t_1; A_2A_3 est la ligne de plus petite pression p_2, correspondant à la plus basse température t_2. On se donne t_1, t_2 et par conséquent p_1, p_2. A_1A_3 et A_2A_4 sont les lignes suivant lesquelles le volume conserve des valeurs constantes V_1 et V_2 $(V_1 > V_2)$. Le cycle est parcouru dans le sens $A_1A_3A_2A_4$. Il y a absorption de chaleur dans le trajet $A_2A_4A_1$ et dégagement de chaleur dans le trajet $A_1A_3A_2$.

Appelons x le titre du fluide à un instant quelconque de son évolution, c'est-à-dire le poids vaporisé (le poids total étant égal à l'unité). Si le titre demeure assez élevé pour que le volume du liquide soit constamment négligeable en présence de celui de la vapeur et si ω désigne le volume occupé à la température t par la vapeur saturée sèche (c'est-à-dire pour $x=1$), au titre x correspond le volume $V=\omega x$. Il en résulte qu'on a les relations

$$\omega_1 x_1 = \omega_3 x_3 = V_1,$$
$$\omega_2 x_2 = \omega_4 x_4 = V_2.$$

(¹) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 209.

D'ailleurs ω dépend exclusivement de t, en sorte que $\omega_3 = \omega_2$ et $\omega_4 = \omega_1$, d'où

$$x_1 x_2 = x_3 x_4.$$

Soit E l'équivalent mécanique de la chaleur Soit r la chaleur de vaporisation, égale, d'après la formule de Clapeyron, à $\frac{1}{E} tp'\omega$, $\left(p' = \frac{dp}{dt}\right)$.

Sur le trajet $A_4 A_1$, la quantité de chaleur absorbée est

$$q_1 = r_1(x_1 - x_4) = \frac{1}{E} t_1 p'_1 (V_1 - V_2).$$

Sur le trajet $A_3 A_2$, le dégagement de chaleur est

$$q_2 = r_2(x_3 - x_2) = \frac{1}{E} t_2 p'_2 (V_1 - V_2).$$

Sur le trajet $A_2 A_4$, il y a une absorption de chaleur q'_1 qui se calcule de la manière suivante. En appelant c_0 la chaleur spécifique du liquide supposée constante, la chaleur interne du fluide, pour une température t et uu titre x, est à une constante près :

$$c_0 t + \left(r - \frac{1}{E} p\omega\right) x = c_0 t + \frac{1}{E}(tp' - p) V.$$

Entre A_2 et A_4, le volume est constamment V_2, tandis que la température croît de t_2 à t_1. Le travail étantnul, la variation de chaleur interne mesure q'_1. Donc

$$Eq'_1 = Ec_0(t_1 - t_2) + V_2(t_1 p'_1 - t_2 p'_2 - \overline{p_1 - p_2}).$$

De même sur le trajet $A_1 A_3$, il y a un dégagement de chaleur q'_2, pour lequel

$$Eq'_2 = Ec_0(t_1 - t_2) + V_1(t_1 p'_1 - t_2 p'_2 - \overline{p_1 - p_2}).$$

Au total, la chaleur absorbée Q_1 et la chaleur dégagée Q_2 sont exprimées par les relations

(1) $$EQ_1 = E(q_1 + q'_1) = Ec_0(t_1 - t_2) + t_1 p'_1 V_1 - t_2 p'_2 V_2 - (p_1 - p_2) V_2,$$

(2) $$EQ_2 = E(q_1 + q'_2) = Ec_0(t_1 - t_2) + t_1 p'_1 V_1 - t_2 p'_2 V_2 - (p_1 - p_2) V_1.$$

Le travail obtenu est

$$T = E(Q_1 - Q_2) = (p_1 - p_2)(V_1 - V_2),$$

ce qui correspond bien à l'aire du cycle.

Le rendement est nécessairement inférieur à $\frac{t_1 - t_2}{t_1}$, ce qui revient à dire

que la différence $Q_2 t_1 - Q_2 t_2$ doit être positive. La vérification est aisée. On a

$$E(Q_2 t_1 - Q_1 t_2) = Ec_0(t_1 - t_2)^2 + (t_1 p'_1 V_1 - t_2 p'_2 V_2)(t_1 - t_2) + (p_1 - p_2)(V_2 t_2 - V_1 t_1).$$

Laissant de côté le terme positif $Ec_0(t_1 - t_2)^2$ il reste

$$(3) \qquad V_1 t_1[p_1(t_2 - t_2) - (p_1 - p_2)] + V_2 t_2[-p_2(t_1 - t_2) + (p_1 - p_2)].$$

Or la courbe $p = f(t)$, lorsqu'on prend t comme abscisse et p comme ordonnée, s'écarte rapidement de l'axe des t en tournant sa concavité vers le haut. La dérivée seconde p'' est en effet toujours positive. On déduit de ce fait les inégalités

$$p'_2 < \frac{p_1 - p_2}{t_1 - t_2} < p'_1.$$

L'expression (3) est donc positive, et la proposition se trouve ainsi établie.

Pour une valeur donnée du travail et, par conséquent de l'écart $V_1 - V_2$, le rendement est inversement proportionnel à Q_1. En posant $V_1 = V_2 + h$, il vient

$$EQ_1 = Ec_0(t_1 - t_2) + t_1 p'_1 h + (\overline{t_1 p'_1 - p_1} - \overline{t_2 p'_2 - p_2}) V_2.$$

Le coefficient de V_2 est positif, car l'expression $tp' - p$, ayant pour dérivée $p'' t$, croît avec la température. Le rendement diminue donc à mesure qu'on augmente V_2, c'est-à-dire à mesure qu'on s'éloigne de l'état liquide. Ajoutons que ce rendement est toujours inférieur à $\frac{T}{Ec_0(t_1 - t_2)}$.

Rappelons maintenant que, d'après une remarque faite dans ma première Note, la chaleur absorbée est dans le cas du cycle de Clapeyron décrit par un gaz parfait, inférieure à $C(t_1 - t_2)$, C désignant la chaleur spécifique à pression constante. Le rendement de ce cycle est donc supérieur à $\frac{T}{EC(t_1 - t_2)}$. Cette conclusion s'étend à la vapeur surchauffée au point de se comporter à peu près comme un gaz parfait. Comme la chaleur spécifique c_0 du liquide est supérieure à C, le rendement du cycle avec vapeur saturée ne peut atteindre celui du cycle avec vapeur fortement surchauffée.

D'après cela, le rendement du cycle après être allé en diminuant à mesure que le fluide s'éloigne de l'état liquide tout en demeurant saturé, doit, lorsque ensuite la vapeur se surchauffe de plus en plus, prendre au contraire des valeurs progressivement croissantes. Ce changement d'allure n'a rien de surprenant, étant donnée la profonde différence qui existe entre les propriétés des vapeurs saturées et celles des vapeurs surchauffées.

GÉOLOGIE — *Les Pyrénées occidentales au début de l'Éocène, et la formation de la chaîne*. Note de M. **H. Douvillé.**

La région pyrénéenne présente dans les dépôts de la période secondaire deux époques notables de discontinuité, la première à la fin du Jurassique et la seconde après le Crétacé. J'examinerai seulement cette dernière.

Les dépôts de l'Éocène inférieur font défaut dans toute la région qui s'étend de Dax à Biarritz; elle était donc terre ferme au début de l'Éocéne et elle formait dans l'avant-pays une sorte de barre qui rétrécissait l'entrée de golfe aquitanien. Comment était-elle constituée ? On y observe d'abord un pointement de paléozoïque au Cap de Montpeyroux, puis un développement considérable du Trias salifère et gypsifère aux environs de Dax, comme auprès de Biarritz; au milieu de ces couches les roches dures de l'Ophite formaient des buttes saillantes, avec des lambeaux du Jurassique inférieur. Au-dessus nous trouvons près de Vinport toute la série du Crétacé, d'abord le Barrêmien de Gauquerot à *Toucasia Lonsdalei*, puis les marnes noires à spongiaires de l'Aptien et celles de l'Albien à *Orbitolina subconcava* et à *Lithothamnium*, le Cénomanien à Rudistes, et enfin toute la succession des couches du Crétacé supérieur de Tercis jusqu'au Danien.

A Saint-Lon c'est le Cénomanien à *Orbitolina concava*, sur lequel repose le Lutétien, tandis que celui-ci borde directement le massif ophitique de Sainte-Marie près du confluent de l'Adour et du Gave de Pau.

A Bayonne et à Biarritz, toujours dans le Lutétien supérieur nous retrouvons des assises variées : le Trias avec ses exploitations de sel, ses gypses et ses Ophites; dans le voisinage un lambeau d'Aptien à *Orbitolina bulgarica*, puis la série des couches du Crétacé supérieur, depuis les calcaires zonés de Bidache jusqu'au Maëstrichtien à Ammonites.

On voit par ces exemples combien était varié ce qu'on peut appeler le soubassement de l'Éocène et combien devait être inégale la surface du sol avant l'invasion de la mer éocène; elle avait été modelée par des mouvements tectoniques et par des érosions; on peut y distinguer des anticlinaux qui resteront plus ou moins longtemps émergés et des synclinaux que la mer n'a pas abandonnés à la fin du Crétacé. Ainsi tandis qu'à Biarritz nous constatons une lacune pendant l'Éocène inférieur, plus au sud, à la frontière d'Espagne, comme l'a fait voir J. de Lapparent, toute discontinuité a disparu et l'Éocène succède régulièrement au Crétacé, et en continuité parfaite; nous sommes dans une zone synclinale.

On peut faire des observations analogues sur plusieurs points du Béarn; ainsi au sud de Gan, sur la route de Laruns, un peu avant le pont Labau, on voit les dépôts de l'Éocène succéder régulièrement, et en continuité, à ceux du Danien, tandis qu'au-dessus, à moins d'un kilomètre, dans les carrières Plaa, les sables thanétiens s'appuient en discordance sur le Maëstrichtien, on se trouve là précisément sur le bord d'une zone synclinale.

En examinant attentivement la succession des dépôts et leur composition, il est facile de voir que les mouvements du début de l'Éocène ne sont que la suite de ceux qui se sont produits pendant le Crétacé supérieur. Celui-ci comprend d'abord une craie tendre à Globigérines, où l'on ne rencontre guère que des *Holaster* à test mince, écrasés; elle est surmontée par le Maëstrichtien à *Stegaster* avec sa faune d'Ammonites bieu connue. Ces dépôts, bien que plus durs, sont encore crayeux avec des Rosalines et des Globigérines, mais ils se sout formés dans une mer moius profonde : les *Cancellophycus* n'y sout pas rares et ils présentent des intercalations schisteuses à Chondrites. Le mouvement de soulèvement continue ensuite, accompagné de séismes donnant naissance à des conglomérats où apparaissent les *Lithothamnium;* c'est le Danien inférieur à *Coraster*.

Nous sommes là près du rivage, et tout à côté dans les dépressions synclinales en voie de formation, se déposent les marnes à *Lithothamnium* et *Cidaris Beaugeyi* du Danien supérieur. Le mouvement de plissement est déjà amorcé et il suffira qu'il augmente un peu pour que les dépôts sableux thanétiens de l'Éocène viennent remplacer les dernières assises du Crétacé. Dans toute cette série de couches, les alternances répétées de lits de calcaires, d'argiles et de sables indiquent que les mouvements du sol se sont effectués par saccades, comme J. de Lapparent l'avait montré pour les couches crétacées d'Hendaye.

Ces mouvements ont continué pendant l'Éocène, tandis qu'à l'Ouest la barre s'affaiblissait laissant l'entrée libre à l'Océan et que se déposaient, depuis l'Éocène moyen jusqu'à l'Oligocène, une série de couches variées, calcaires a Nummulites et calcaires à Spongiaires siliceux, à l'Est, au contraire, le fond du golfe se relevait et arrêtait l'invasion marine. Les secousses sismiques se succédaient presque sans interruption, amenant la formation des poudingues de Palassou, alternant avec des dépôts d'eau douce, depuis les calcaires de l'Éocène moyen jusqu'aux gypses de l'Oligocène. La chaîne se relevait eu même temps par saccades, et pendant toute cette période d'agitation, la bordure crétacée de la chaîne, de plus en plus démantelée, alimentait de ses débris les poudingues en voie de formation.

On voit combien sont nombreux les mouvements qui ont affecté la région pyrénéenne, et il est difficile de se rendre compte de l'importance de chacun d'eux. L'Éocène inférieur du Mont Perdu était très probablement émergé comme celui des environs de Pau, à l'époque de l'Éocène moyen et il a dû continuer à s'élever pendant que se formaient les poudingues de Palassou, aux dépens des calcaires crétacés plissés et relevés. Il n'est pas certain que le mouvement qui s'est produit à la fin de l'Oligocène ait joué, comme on l'admet généralement, un rôle principal et qu'il ait été plus important que ceux qui l'ont précédé. En tout cas il a été suivi d'autres mouvements qui ne sont pas négligeables et qui ont encore relevé de plus de 350^m les dépôts lacustres du Miocène. C'est seulement après le Pliocène que la chaîne a acquis son relief actuel.

La région pyrénéenne semble donc avoir été presque constamment en travail depuis le Crétacé, et c'est ce qui explique les accidents divers qui ont affecté les couches, les plis et les failles, comme les glissements plus ou moins importants des couches les unes sur les autres. On ne les observe pas seulement dans la chaîne elle-même, mais aussi dans l'avant-pays, comme dans les petites Pyrénées de la Haute-Garonne, et là les plissements indiquent une poussée venant du Nord.

Comme on l'a dit souvent, les Pyrénées ont été prises comme entre les deux branches d'un étau, le plateau central au Nord et la Meseta espagnole au Sud, et par leur rapprochement les couches ont été plissées et écrasées. Les plis sont plus ou moins accentués et ils deviennent irréguliers au contact des masses plus résistantes comme le sont les roches éruptives, granites dans la chaîne centrale, Ophites et Théralites dans l'avant-pays.

C'est ainsi que les couches crétacées qui étaient régulièrement plissées à Tercis sont violemment refoulées et redressées jusqu'à la verticale au contact de la butte d'Ophite de Dax; les accidents signalés autour de l'Ophite de Biarritz sont dus à une cause analogue. Il semble bien que l'antagonisme de ces deux forces, la poussée d'une part et de l'autre la résistance très variable des couches stratifiées et des massifs éruptifs, soit suffisant pour expliquer la multiplicité et l'extrême variété des accidents observés sans qu'il soit nécessaire d'avoir recours à des théories plus ou moins compliquées faisant mouvoir les couches horizontalement ou verticalement.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les propriétés additives des hydrocarbures α-diacétyléniques* (I). Note [1] de MM. **V. Grignard** et **Tchéoufaki**.

Dans une Note récente [2], nous avons indiqué une nouvelle méthode synthétique qui permet d'obtenir facilement, avec de bons rendements, les hydrocarbures α-diacétyléniques, jusqu'à présent peu connus.

Ces corps tirent un intérêt particulier de la conjugaison de leurs deux triples liaisons qui incite immédiatement à les comparer aux dérivés érythréniques. Nous nous sommes proposé de faire cette comparaison en étudiant quelques-unes de leurs propriétés additives.

Nous n'examinerons dans cette première Note que le phénomène d'hydratation, mais nous dirons quelques mots, auparavant, de l'action des oxydants.

Action des oxydants. — Les hydrocarbures α-diacétyléniques aliphatiques s'oxydent, peu à peu, à l'air; les aromatiques nucléaires et extranucléaires paraissent être, au contraire, très résistants.

Quand on essaie d'oxyder par le permanganate de potassium dilué (1 à 2 pour 100), en milieu acide, c'est une hydratation qui se produit [essai sur le di (métaxylyl-2-4) diacétylène].

Avec le permanganate à 5 ou 6 pour 100, à chaud, il y a double coupure et l'on ne trouve, en partant du même hydrocarbure, que de l'acide diméthylbenzoïque (50-60 pour 100).

Nous avons étudié également l'action de l'ozone sur le diphényldiacétylène, en opérant à 0°, dans le CCl^4, avec de l'oxygène ozonisé à 1 pour 100. En décomposant l'ozonide sur la glace, on ne trouve ni peroxyde, ni H^2O^2, ni réaction aldéhydique, et l'on isole uniquement de l'acide benzoïque et de l'acide oxalique, ce qui est parfaitement d'accord avec la formule classique.

Action des agents d'hydratation. — Théoriquement, l'hydratation complète d'un α-diacétylénique symétrique peut conduire à une dicétone α, β ou γ. L'expérience montre que, quel que soit le procédé employé, acide sulfurique ou bichlorure de mercure, on obtient toujours la β-dicétone. Ce sont d'ailleurs les résultats qu'obtinrent, avant nous, Griner [3] avec le

---

[1] Séance du 11 février 1929.

[2] *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 357.

[3] *Ann. Ch. et Phys.*, **26**, 1892, p. 354.

diméthyldiacétylène et Dupont [1] avec le diéthyldiacétylène, mais ces savants n'élucidèrent pas le mécanisme de cette réaction.

En raison même de sa dissymétrie, on pouvait penser qu'une telle réaction devait se produire en deux phases. Et, en effet, Griner obtint, par hydratation sulfurique, à côté de la β-dicétone, une certaine quantité de monocétone acétylénique; et il supposa, sans autre preuve, qu'elle résultait de l'addition d'une molécule d'eau sur l'une des triples liaisons. Nous allons voir qu'il en est autrement.

Nous avons réussi, en effet, à nous arrêter à la première phase, dans des conditions d'ailleurs assez curieuses.

Hydratation partielle. — En essayant d'oxyder le dimétaxylyl diacétylène par agitation, en solution hydroalcoolique, avec de l'oxygène, nous avons simplement réalisé la fixation d'une seule molécule d'eau.

On obtient un corps bien cristallisé (F. 125°) et de composition $C^{20}H^{20}O$:

Trouvé	C = 86,3	H = 7,3
Calculé	C = 86,95	H = 7,24

Il présente, à la fois, les réactions acétylénique et cétonique. L'ozonide (dans CCl^4), décomposé en présence de sulfite de soude, ne donne pas de produit aldéhydique; on isole l'acide 2'-4'-diméthyl phénylacétique (F. 106°), et l'acide 2'-4'-diméthyl phénylglyoxylique, fusible à 75° anhydre, et à 53-54° avec une molécule d'eau. L'identification de ces acides a été complétée par l'analyse; en outre, le second donne une combinaison bisulfitique de formule, $C^{10}H^{10}O^3$, SO^3NaH, et dont l'analyse a donné :

Na = 8,1; Calculé 8,16.

La première phase de l'hydratation a donc conduit à la *di(métaxylyl-*2'-4') *butinone*-2-1,

$$(CH^3)^2C^6H^3-CO-C\equiv C-CH^2-C^6H^3(CH^3)^2.$$

La triple liaison est passée au centre du système, et ceci ne peut s'expliquer que par addition de l'eau en 1-4.

La deuxième molécule se fixera, ensuite, par les procédés habituels, en 2(H) — 3(OH) pour donner la β-dicétone correspondante.

Nous avons étudié ces deux phases successives sur le dipentine qui nous a donné d'abord la *dipropyl*-1-4 *butinone*-2-1, liquide bouillant à 108°,

---

(1) *Comptes rendus*, **148**, 1909, p. 1522.

sous 7^{mm}, puis la *décane dione*-4-6, sur laquelle nous reviendrons tout à l'heure.

L'intervention de l'oxygène, comme catalyseur, dans ce phénomène de monohydratation, paraît bizarre et assez problématique. Cependant en présence d'air, les résultats semblent être beaucoup moins bons.

Les meilleurs rendements ont été obtenus en ajoutant, à la solution alcoolique, un peu d'éther et quelques gouttes d'acide sulfurique, remplaçant l'air par de l'oxygène et agitant mécaniquement pendant 5 ou 6 heures.

Hydratation complète. — Nous l'avons réalisée, soit au moyen de l'acide sulfurique, soit au moyen du bichlorure de mercure. Voici deux exemples de ces opérations :

1° On agite, pendant 8 heures, 6^g de dipentine avec 40^g d'une solution acétique à 40 pour 100 d'acide sulfurique concentré. Le carbure se dissout peu à peu, et la liqueur prend une coloration rouge foncé. On décompose sur la glace; la coloration disparaît et il se sépare une couche huileuse, parsemée de petits cristaux. Par extraction à l'éther, on retrouve 2^g de dipentine à côté de $3^g,5$ d'un produit cristallisé en petites paillettes, fusibles à 147° et noircissant très vite à l'air et à la lumière. Ce corps colore en rouge le perchlorure de fer et précipite, par l'acétate de cuivre, en petites aiguilles vert-violet.

Trouvé..	C = 71,0	H = 10,6
Calculé pour $C^{10}H^{18}O^2$..........	C = 70,58	H = 10,58

Nous avons donc bien la β-dicétone

$$C^3H^7.CO.CH^2.CO.CH^2.C^3H^7;$$

c'est la décane dione-4-6, identique à celle obtenue, plus haut, en deux phases distinctes.

Le bichlorure de mercure nous a conduits au même résultat.

Voici comment nous avons procédé :

2° On agite, pendant une heure, 5^g de diheptine avec une solution alcoolique à 10 pour 100 de bichlorure de mercure. On fait ensuite bouillir le précipité formé avec de l'eau acidulée d'acide chlorhydrique. Il disparaît, peu à peu; on neutralise alors la liqueur acide par du carbonate de soude. Si l'on ajoute celui-ci en excès, on observe la précipitation d'un corps blanc cristallisé (3 à 4^g), qui est le dérivé sodé de la β-dicétone engendrée; le mercure est resté en solution à l'état de chlorure double de mercure et de sodium qui est très soluble dans l'eau.

Le sel organosodique, recristallisé plusieurs fois dans l'alcool, fond à 237°, en se décomposant. Son analyse a donné Na = 9,3 pour 100, alors que la formule, $C^{14}H^{25}O^{2}Na$, exige 9,27.

Il n'est donc pas douteux que nous ayons le sel de sodium de la β-dicétone attendue, la tétradécane dione-6-8, que nous n'avons pas cherché à isoler, faute de matière.

Pour préciser la composition du précipité chloromercurique, nous l'avons analysé, dans le cas du dipentine, après lavage à l'alcool et à l'eau, puis dessiccation à l'étuve.

Trouvé : Cl pour 100 = 20,6; calculé pour $C^{10}H^{14}Cl^{4}Hg^{2}$: 20,98

Les résultats précédents nous permettent de représenter l'hydratation des hydrocarbures α-diacétyléniques de la manière suivante :

$$RC \equiv C - C \equiv C - R$$

$$\xrightarrow{+H^2O} \quad \text{ou} \quad \xrightarrow{+2H^2O}$$

$$\underset{\text{H}}{RC} = C = C = \underset{\text{OH}}{C} - R \quad \text{ou} \quad R - \overset{\text{H}}{\underset{\text{H}}{C}} - C \equiv C - \overset{\text{OH}}{\underset{\text{OH}}{C}} - R$$

$$\searrow \qquad \swarrow$$

$$RCH^2 - C \equiv C - CO - R$$

$$\xrightarrow{+H^2O}$$

$$R - CH^2 - \underset{\text{OH}}{C} = \underset{\text{H}}{C} - CO - R \rightarrow RCH^2 - CO - CH^2 - CO - R$$

Dans une prochaine Note, nous étudierons l'addition du brome et l'hydrogénation.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° P. Pollacchi. *Atlas colonial français. Colonies, Protectorats et Pays sous mandat.* (Présenté par M. G. Perrier.)

2° T. Tanimura. *Traité pratique de Nomographie* (en japonais). (Présenté par M. Maurice d'Ocagne.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les anneaux d'entiers algébriques*
Note de M. T. **Nagell**, présentée par M. Hadamard.

Minkowski a démontré que le nombre des corps algébriques de discriminant donné est fini. Le but de cette Note est d'indiquer comment on peut généraliser ce résultat et démontrer le théorème :

Le nombre des anneaux (d'entiers algébriques) de discriminant donné est fini. — (On appelle anneau un ensemble de nombres qui se reproduisent par addition, soustraction ou multiplication.) Il résulte du théorème de Minkowski, que nous venons de citer, que le degré n des anneaux de discriminant donné est limité. Soit donné un anneau de degré n et de discriminant D. Si $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$ est une base de l'anneau, on aura, en appliquant à la forme linéaire $u_1\omega_1 + u_2\omega_2 + \ldots + u_n\omega_n$ et à ses conjuguées, le théorème de Minkowski sur les formes linéaires, le lemme suivant :

Dans chaque anneau de degré n et de discriminant D, il y a au moins un nombre algébrique ξ, de degré n, dont la valeur absolue ainsi que les valeurs absolues des nombres conjugués ne dépassent pas $|\sqrt{D}|$. (Cet énoncé moins précis suffit à notre but.) Si $d(\xi)$ désigne le discriminant de ξ, on a alors

$$|d(\xi)| < |2\sqrt{D}|^{n(n-1)}.$$

Le nombre ξ étant donné, on peut, d'une manière connue, construire une base de l'anneau ayant la forme suivante :

$$\omega_1 = a, \qquad \omega_2 = \frac{A_0 + A_1\xi}{d(\xi)}, \qquad \omega_3 = \frac{B_0 + B_1\xi + B_2\xi^2}{d(\xi)}, \qquad \ldots,$$
$$\omega_n = \frac{N_0 + N_1\xi + \ldots + N_{n-1}\xi^{n-1}}{d(\xi)},$$

où a désigne le plus petit nombre entier rationnel positif de l'anneau (ce nombre est un diviseur de $d(\xi)$, donc $a \leqq |d(\xi)|$), et où A_i, B_i, ... sont des nombres entiers rationnels tels que

$$|A_0| \leqq |d(\xi)|^2, \qquad |B_0| \leqq |d(\xi)|^2, \qquad \ldots,$$
$$|A_i| \leqq |d(\xi)|, \qquad |B_i| \leqq |d(\xi)|, \qquad \ldots \qquad \text{pour } i \geqq 1.$$

Il résulte de là que la valeur absolue de tous les nombres ω_k ainsi que les valeurs absolues de leurs conjugués ne dépassent pas la quantité

$$|d(\xi)| + |\xi| + |\xi|^2 + \ldots + |\xi|^{n-1} < n\,|2\sqrt{D}|^{n(n-1)}.$$

Les nombres n et D étant donnés, il n'y a ainsi qu'un nombre limité de possibilités pour les nombres $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$. Notre théorème se trouve ainsi démontré. La méthode donne aussi un procédé pour déterminer effectivement tous les anneaux de discriminant donné.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une généralisation de quelques formules classiques*. Note de M. **A. Khintchine**, présentée par M. Hadamard.

1. Soient x une variable aléatoire et a la valeur probable de x; supposons encore que la valeur probable de x^2 soit finie. Imaginons une suite indéfinie d'hypothèses (non nécessairement incompatibles entre elles) $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \ldots$ dont x peut dépendre; désignons par $\mathcal{P}_i$ la probabilité *a priori* de l'hypothèse $\mathcal{H}_i$ et par a_i la valeur probable liée de x, relative à l'hypothèse $\mathcal{H}_i$; soient enfin m le nombre de celles parmi les n premières hypothèses qui se trouvent réalisées, et $\mathfrak{M} = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i$ la valeur probable de m.

Théorème. — *Si la valeur probable de* $\left(\frac{m}{\mathfrak{M}} - 1\right)^2$ *tend vers zéro pour n infini, on a*

$$\alpha = \lim_{n \to \infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i a_i}{\sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i}.$$

Démonstration. — En désignant, d'une manière générale, par $E(z)$ la valeur probable de la variable aléatoire z, nous aurons

$$E = E\left(x - \frac{m}{\mathfrak{M}}\right)^2 = E(x-1)^2 + E\left(\frac{m}{\mathfrak{M}} - 1\right)^2 + 2E(x-1)\left(1 - \frac{m}{\mathfrak{M}}\right),$$

où

$$\left| E(x-1)\left(1 - \frac{m}{\mathfrak{M}}\right)\right|^2 \leqq E(x-1)^2 E\left(1 - \frac{m}{\mathfrak{M}}\right)^2,$$

et par suite

$$E = E(x^2) - 2a + 1 + o(1), \tag{1}$$

le symbole o étant relatif à la croissance infinie de n.

Soit d'autre part x_i la variable aléatoire égale à 1 ou 0 selon que l'hypo-

thèse $\mathcal{H}_i$ se trouve ou ne se trouve pas réalisée, de sorte que $m = \sum_{i=1}^{n} x_i$. On a évidemment

$$E(x_i x) = \mathcal{P}_i a_i,$$

et par suite

$$(2) \quad E = E(x^2) + E\left(\frac{m}{\mathfrak{M}}\right)^2 - \frac{2}{\mathfrak{M}} E(mx) = E(x^2) + E\left(\frac{m}{\mathfrak{M}}\right)^2 - \frac{2}{\mathfrak{M}} \sum_{i=1}^{n} E(x_i x)$$

$$= E(x^2) + 1 + o(1) - \frac{2}{\sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i} \sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i a_i.$$

La comparaison entre (1) et (2) donne

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i a_i}{\sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i} + o(1), \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

2. Le cas classique est celui où les k premières hypothèses sont incompatibles entre elles, les autres étant impossibles $\left(\sum_{i=1}^{k} \mathcal{P}_i = 1,\ \mathcal{P}_i = 0 \text{ pour } i > k\right)$. On s'assure immédiatement que les conditions du théorème sont remplies et l'on retrouve la formule classique

$$a = \sum_{i=1}^{k} \mathcal{P}_i a_i.$$

Un autre cas remarquable est celui où les hypothèses sont indépendantes entre elles. On trouve aisément que la condition du théorème est satisfaite toutes les fois où la série $\Sigma \mathcal{P}_i$ est divergente. Ceci nous permet donc d'exprimer, dans un tel cas, la valeur probable d'une variable aléatoire par ses valeurs probables liées relatives à une suite infinie d'hypothèses mutuellement indépendantes. Lorsque les a_i sont toutes égales entre elles, leur valeur commune est celle de a [1].

3. Signalons enfin une généralisation de la formule de Bayes découlant

[1] Ce dernier résultat a été énoncé par M. A. Kolmogoroff dans une Communication au Séminaire statistique de l'Université de Moscou en 1928.

des raisonnements qui précèdent. p_i désignant la probabilité que notre hypothèse $\mathcal{H}_i$ attribue à un certain événement $\mathcal{A}$, et π_i la probabilité de $\mathcal{H}_i$ calculée *a posteriori*, c'est-à-dire en tenant compte du fait que $\mathcal{A}$ s'est réalisé, on trouve sous les conditions de notre théorème

$$\pi_i = \mathcal{C}_i p_i \lim_{n \to \infty} \frac{\sum_{k=1}^{n} \mathcal{C}_k}{\sum_{k=1}^{n} \mathcal{C}_k p_k}.$$

C'est une formule qui contient comme cas particulier celle de Bayes; elle subsiste dans des cas assez étendus, par exemple dans tous les cas où les hypothèses sont mutuellement indépendantes, la série $\Sigma \mathcal{C}_i$ étant divergente.

GÉOMÉTRIE. — *Existence de trois géodésiques fermées sur toute surface de genre* o. Note [1] de MM. **L. Lusternik** et **L. Schnirelmann**, présentée par M. J. Hadamard.

Le but de cette Note est d'appliquer le principe du point singulier [2] à la théorie des lignes géodésiques.

Théorème. — *Sur chaque surface* K *fermée de genre* o *dont l'élément linéaire a pour coefficients des fonctions possédant des dérivées partielles jusqu'au troisième ordre, il existe au moins trois lignes géodésiques.*

Lemme. — *Il est impossible de diviser le plan projectif en deux ensembles fermés dont aucun ne contient de droite projective topologique* [3]. *Il est impossible de diviser l'espace projectif en trois ensembles de cette nature.*

Trois familles de lignes sur la surface K. — Considérons une sphère $\mathcal{L}$ et trois familles suivantes de cercles sur K :

1° La famille $(\mathcal{A}_1)$ de tous les grands cercles ayant un diamètre commun; 2° la famille $(\mathcal{A}_2)$ de tous les grands cercles; 3° la famille $(\mathcal{A}_3)$ de tous les cercles possibles. Si l'on considère chaque cercle comme un point *la famille* $(\mathcal{A}_1)$ *est la droite projective, la famille* $(\mathcal{A}_2)$ *est le plan projectif,*

---

(1) Séance du 11 février 1929.

(2) Voir notre Note *Sur un principe topologique en géométrie différentielle* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 295).

(3) On appelle droite projective tout continu auquel la droite projective est homologue.

la famille $(\mathfrak{A}_3)$ *est l'espace projectif* (nous supposons identiques tous les cercles dégénérés en points). On peut considérer trois familles analogues de polygones réguliers à n sommets $(\mathfrak{A}'_1)$, $(\mathfrak{A}'_2)$, $(\mathfrak{A}'_3)$, inscrits dans les cercles des familles $(\mathfrak{A}_1)$, $(\mathfrak{A}_2)$, $(\mathfrak{A}_3)$. Transformons topologiquement $\mathcal{L}$ de K. Désignons par h un nombre positif tel que chaque arc géodésique de longueur inférieure à h soit le plus court chemin entre ses points extrêmes. n étant suffisamment grand, aux n sommets d'un polygone régulier sur $\mathcal{L}$ correspondent sur K n points tels qu'on peut les joindre successivement par des arcs géodésiques de longueurs inférieures à h. Cette transformation fait correspondre aux familles des polygones $(\mathfrak{A}'_1)$, $(\mathfrak{A}'_2)$, $(\mathfrak{A}'_3)$ sur $\mathcal{L}$ les familles $(\mathcal{L}_1)$; $(\mathcal{L}_2)$, $(\mathcal{L}_3)$ de polygones géodésiques sur K dont les n côtés ont une longueur inférieure à h.

La famille $(\mathcal{L}_1)$ a été considérée par M. Birkhoff [1]. Elle recouvre la surface K et cette propriété reste invariante par rapport à toute transformation continue. Soit R_{2n} un espace à $2n$ dimensions, où chaque point intérieur est un polygone géodésique sur K dont les n côtés sont de longueur inférieure à h. Il correspond aux familles $(\mathcal{L}_1)$, $(\mathcal{L}_2)$, $(\mathcal{L}_3)$ des continus $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$ sur R_{2n} non homologues à zéro. Soit $(\mathcal{C}_1)$ la famille fermée des continus qu'on déduit de $\mathcal{C}_1$ par un mouvement topologique. Soit $(\mathcal{C}_2)$ la classe de continus qu'on ne peut pas diviser en deux parties dont chacune ne contient aucun continu de classe $(\mathcal{C}_1)$; soit $(\mathcal{C}_3)$ la classe de continus qu'il est impossible de diviser en trois parties de cette nature. Les continus $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$, d'après le lemme, appartiennent à la classe $(\mathcal{C}_2)$ et $(\mathcal{C}_3)$ respectivement.

La fonction F définie sur R_{2n} est la longueur du polygone géodésique; soient c_1, c_2, c_3 les bornes inférieures des maxima de F sur les continus de la classe $(\mathcal{C}_1)$, $(\mathcal{C}_2)$, $(\mathcal{C}_3)$ respectivement. On a $0 < c_1 \leqq c_2 \leqq c_3$.

On peut démontrer qu'il existe des continus $\mathcal{C}^0_1$, $\mathcal{C}^0_2$, $\mathcal{C}^0_3$ situés à *l'intérieur* de R_{2n} sur lesquels le maximum de F est égal respectivement à c_1, c_2, c_3. *D'après le principe du point singulier, il existe sur les ensembles* $(F = c_1)$, $(F = c_2)$, $(F = c_3)$ [2] *des points où* $dF = 0$.

Il leur correspond des lignes géodésiques fermées sur K.

Trois cas sont possibles :

---

(1) Voir Birkhoff, *Trans. of the Amer. Math. Soc.*, 18, 1917, p. 199-300. La question vient également d'être reprise récemment par M. Marston Morse (*Calculus of Variations in the large*, 1928).

(2) Nous désignons par $(F = c)$ l'ensemble des points ou $F = c$.

1° $c_1 < c_2 < c_3$. — *Il existe trois lignes géodésiques fermées de longueurs différentes.*

2° $c_1 = c_2 < c_3$ (ou $c_1 < c_2 = c_3$). — *L'ensemble des points de* $(F = c_1)$ *ou* $dF = 0$ *contient un continu de la classe* $(\mathcal{C}_1)$.

En effet, soit $\mathcal{C}_2^0$ un continu intérieur à R_{2n} sur lequel le maximum de F est égal à $c_2 = c_1$. Si l'ensemble M des points d'intersection $\mathcal{C}_2^0 \times (F = c_2)$, où l'on a $dF = 0$, ne contient aucun continu de la classe $(\mathcal{C}_1)$, l'ensemble $\mathcal{C}_0^2 - M$ contient un continu $\mathcal{C}_1^0$ de la classe $(\mathcal{C}_1)$. Le maximum de F sur $\mathcal{C}_1^0 < \mathcal{C}_2^0$ est au plus égal à c_2; le maximum de F sur $\mathcal{C}_1^0$ ne peut pas être inférieur à c_1, d'après la définition du nombre c_1. Donc il est égal à $c_1 = c_2$. Il existe sur $(F = c_1)$ un point où $dF = 0$ qui n'appartient pas à l'ensemble M, ce qui contredit à la définition de M. *Il existe dans ce cas sur* K *une famille de lignes géodésiques fermées de longueur* $c_1 = c_2$ *qui recouvrent la surface* K *et une ligne géodésique de longueur* c_3 (exemple une surface de révolution).

3° $c_1 = c_2 = c_3 = c$. — *Il existe une infinité de géodésiques fermées de longueur c qui correspond à un continu de la classe* $(\mathcal{C}_2)$ (par exemple sur la sphère).

En appliquant les mêmes méthodes on peut démontrer :

Théorème 2. — *Chaque point d'une surface fermée de genre zéro peut être considéré comme un point anguleux pour deux lacets géodésiques au moins.* (Un lacet géodésique est un arc géodésique fermé ayant un point anguleux.)

Théorème 3. — *Il passe par chaque couple de points sur une surface de genre zéro trois arcs géodésiques au moins.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe nouvelle de noyaux pour une équation Fredholm.* Note [1] de M. **Th. Anghelutza.**

Considérons l'équation intégrale

$$(1) \qquad \varphi(x) - \int_0^1 [K(x, s) + \lambda N(x, s)]\varphi(s)\,ds = f(x)$$

et désignons d'une manière générale par $D_K(\lambda)$ et $\Gamma_K(x, y, \lambda)$ la fonction déterminante et le noyau résolvant du noyau $K(x, y)$. Posons aussi pour simplifier l'écriture

$$T(x, y) = K(x, y) + \lambda N(x, y),$$
$$D_T(1) = D(\lambda).$$

[1] Séance du 11 février 1929.

Soient $\varphi(x)$ et $\psi(x)$ deux solutions respectives des équations associées

$$(2)\quad \begin{cases} \varphi(x)-\int_0^1 [K(x, s)+\lambda_1 N(x, s)]\varphi(s)\,ds=0, \\ \psi(x)-\int_0^1 [K(s, x)+\lambda_2 N(s, x)]\psi(s)\,ds=0, \end{cases}$$

λ_1, λ_2 étant deux racines distinctes de l'équation

$$D(\lambda)=0.$$

Ceci étant, on a la relation

$$(3)\quad \int_0^1 \varphi(x)\psi(x)\,dx-\int_0^1\int_0^1 K(x, y)\psi(x)\varphi(y)\,dx\,dy=0.$$

Supposant que l'unité ne soit pas une valeur caractéristique du noyau $K(x, y)$ et employant la méthode de M. E. Picard pour la résolution de l'équation (1), on trouve la solution

$$\varphi(x)=f(x)-\int_0^1 \Gamma_T(x, s;\ 1)f(s)\,ds,$$

le noyau résolvant ayant l'expression

$$(4)\quad \Gamma_T(x, y;\ 1)=\Gamma_K(x, y;\ 1)+\lambda\Gamma_M(x, y;\ \lambda)-\lambda\int_0^1 \Gamma_M(x, s;\ \lambda)\Gamma_K(s, y;\ 1)\,ds,$$

le noyau $M(x, y)$ étant donné par l'équation

$$(5)\quad M(x, y)=N(x, y)-\int_0^1 \Gamma_K(x, s;\ 1)N(s, y)\,ds.$$

Pour la fonction $D(\lambda)$ on trouve l'expression

$$(6)\quad D(\lambda)=D_K(1)\,D_M(\lambda).$$

Les formules (4) et (6) donnent le noyau résolvant et la fonction déterminante d'un noyau somme de deux noyaux quelconques. Le cas des noyaux orthogonaux ou semi-orthogonaux a été considéré par MM. E. Goursat [1] et B. Heywood [2].

L'équation homogène (2) et l'équation

$$(7)\quad \varphi(x)-\lambda\int_0^1 M(x, s)\varphi(s)\,ds=0$$

ont les mêmes solutions.

---

(1) E. GOURSAT, *Comptes rendus*, 145, 1882, p. 667 et 752.

(2) B. HEYWOOD, *Comptes rendus*, 145, 1882, p. 908; *Journal de Mathématiques*, 2e série, 10, 1908, p. 283. Voir aussi D. IONESCO, *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, 50, juillet-août 1926, p. 218 et 247.

Nous allons considérer le noyau $M(x, y)$ dans un cas particulier. Pour cela supposons les noyaux $K(x, y)$ et $N(x, y)$ symétriques (Hilbert) et de plus le noyau $K(x, y)$ satisfaisant à l'inégalité

$$(8) \qquad I(K; u) = \int_0^1 u^2(x)\,dx - \int_0^1\int_0^1 K(x, y)u(x)u(y)\,dx\,dy > 0,$$

$u(x)$ étant une fonction continue quelconque. Il suit de là que l'unité n'est pas une valeur caractéristique pour le noyau $K(x, y)$ et que le noyau résolvant $\Gamma_K(x, y; 1)$ satisfait à l'inégalité

$$I(\Gamma_K; u) > 0.$$

Dans ces conditions le noyau $M(x, y)$ défini par la relation (5) a des propriétés analogues à celles du noyau symétrique. En effet on montre, en tenant compte de la relation (3) et de l'inégalité (8), que $M(x, y)$ a ses valeurs caractéristiques réelles.

$M_n(x, y)$ étant le noyau itéré d'ordre n du noyau $M(x, y)$, on trouve

$$M_n(x, y) = P_n(x, y) = \int_0^1 \Gamma_K(x, s; 1)P_n(x, s)\,ds$$

ayant

$$P_n(x, y) = \int_0^1 N(x, s)M_{n-1}(s, y)\,ds.$$

Le noyau $P_n(x, y)$ est donc symétrique et par suite $M_n(x, y)$ est un noyau de la même classe que le noyau $M(x, y)$.

De l'identité

$$P_{2n}(x, x) = \int_0^1 M_n^2(t, x)\,dt - \int_0^1\int_0^1 K(s, t)M_n(s, x)M_n(t, x)\,ds\,dt,$$

on déduit que les noyaux $M_n(x, y)$ ne sont identiquement nuls si $K(x, y)$ et $N(x, y)$ ne le sont pas.

Le noyau $M(x, y)$ a au moins une valeur caractéristique. Si $\varphi(x)$ est une solution de l'équation (8), la fonction

$$\psi(x) = \varphi(x) - \int_0^1 K(x, s)\varphi(s)\,ds$$

est une solution de l'équation associée à l'équation (7). En rendant normal le système de deux suites de fonctions associées $\varphi(x)$ et $\psi(x)$ on a, pour les fonctions

$$f_1(x) = \int_0^1 M(x, s)h(s)\,ds, \qquad f_2(x) = \int_0^1 N(s, x)h(s)\,ds,$$

les développements

$$f_1(x) = \sum \frac{\varphi_i(x)}{\lambda_i} \int_0^1 h(s)\psi_i(s)\,ds, \qquad f_2(x) = \sum \frac{\psi_i(x)}{\lambda_i} \int_0^1 h(x)\psi_i(s)\,ds.$$

Si l'on suppose que les noyaux $K(x, y)$ et $N(x, y)$ sont symétriques généralisés (ANGHELUTZA, *Comptes rendus*, 186), on a pour le noyau $M(x, y)$ des conclusions analogues.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les points singuliers des fonctions représentées par des séries de Dirichlet.* Note de M. **VLADIMIR BERNSTEIN**, présentée par M. Hadamard.

Le but de cette Note est de signaler le théorème suivant :

THÉORÈME I. — *Soit* $\lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_n < \ldots$ *une suite de nombres réels tels que*

$$\lim \frac{n}{\lambda_n} = D; \tag{1}$$

soit en outre

$$C(z) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z^2}{\lambda_n^2}\right), \qquad \delta = \overline{\lim_{n \to \infty}} \frac{\log|C'(\lambda_n)|}{n}.$$

Cela étant, on peut affirmer que :

1° *Si* $\delta = 0$ (¹), *et seulement dans ce cas, toute série de Dirichlet du type* $\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$, *qui a une abscisse de convergence finie, a des points singuliers sur chaque segment de la droite de convergence de longueur supérieure à* $2\pi D$;

2° *Si* δ *a une valeur négative finie, toute série du type considéré a des points singuliers à distance finie, mais elle peut ne pas en avoir sur la droite de convergence; il y en a sûrement dans tout triangle isoscèle dont la base de longueur* $2l$ *est située sur la droite de convergence, dont le sommet est à gauche de cette droite, et dont l'angle à la base* α *satisfait à la condition* $(l - \pi)\operatorname{tang}\alpha \geqq |\delta|$;

3° *Si* $\delta = -\infty$, *il y a des séries du type considéré qui représentent des fonctions entières tout en ayant une abscisse de convergence finie.*

Ce théorème se démontre aisément en partant du théorème suivant :

THÉORÈME II. — *La condition* (1) *étant vérifiée, et l'abscisse de convergence*

(¹) Il résulte d'un travail de M. Carlson que δ ne peut pas être supérieur à zéro.

de la série

$$f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s}$$

étant nulle, une condition nécessaire et suffisante pour que $f(s)$ soit holomorphe sur le segment $|\mathcal{J}(s)| < l$ de la droite de convergence et à l'intérieur du triangle isoscèle qui a ce segment pour base, dont le sommet est à gauche de l'axe imaginaire et dont l'angle à la base est égal à α, est qu'il existe une fonction $\varphi(z)$, holomorphe dans le secteur

$$-\alpha \leqq \arg z \leqq \alpha$$

et telle que

$$(2) \qquad \begin{cases} |\varphi(re^{i\psi})| \leqq e^{[(\pi D - l)\sin|\psi| + \varepsilon(r)]r} & \text{pour } |\psi| \leqq \alpha, \\ \varphi(\lambda_n) = a_n C'(\lambda_n) & (n = 1, 2, \ldots). \end{cases}$$

Un cas particulier du théorème II, celui où $\lambda_n = n$ et la série de Dirichlet se réduit à une série de Taylor, a été démontré par MM. Carlson et Soula ([1]). La démonstration du théorème sous la forme ci-dessus est basée sur la considération des intégrales

$$(3) \qquad \frac{1}{2\pi i}\int \frac{\varphi(z)e^{-sz}\,dz}{C(z)} \quad \text{et} \quad C(z)\int f(s)e^{sz}\,ds.$$

Pour démontrer que la condition est suffisante on prend la première intégrale suivant un contour formé par deux segments des droites $\arg z = \alpha$ et un arc de cercle de rayon R et de centre à l'origine. On démontre, en se basant sur les propriétés de la fonction $C(z)$, que l'on peut donner à R une suite de valeurs indéfiniment croissantes, de telle manière que la partie de l'intégrale relative au cercle tende vers zéro, du moins pour certaines valeurs de s. On en déduit que

$$f(s) = \frac{1}{2\pi i}\int_{0(\arg z = -\alpha)}^{\infty} \frac{\varphi(z)e^{-sz}\,dz}{C(z)} - \frac{1}{2\pi i}\int_{0\,(\arg z = \alpha)}^{\infty} \frac{\varphi(z)e^{-sz}\,dz}{C(z)}$$

et l'on s'assure que le second membre représente une fonction holomorphe de s dans le triangle isoscèle défini dans l'énoncé.

Quant à la démonstration du fait que la condition est nécessaire, il est difficile d'en exposer la marche en peu de mots. Je dirai seulement que

([1]) CARLSON, *Ueber Potenzreihen etc.* (*Math. Ann.*, 79, 1919, p. 239). — SOULA, *Sur les points singuliers etc.* (*Ann. Éc. Norm.*, 3e série, 34, 1927, p. 125).

l'on considère la deuxième intégrale (3) et, en variant convenablement le chemin d'intégration, on démontre que cette intégrale représente une fonction de z qui satisfait aux conditions du théorème. J'espère pouvoir publier très prochainement la démonstration complète dans un autre recueil, ainsi que la démonstration du théorème I.

Le théorème II montre en particulier que, *pour que la fonction* $f(s)$ *soit holomorphe dans la bande horizontale* $|\mathcal{J}(s)| > l$, *il faut et il suffit que les conditions* (2) *soient vérifiées pour tout* α *inférieur à* $\frac{\pi}{2}$. Or, on peut voir que *s'il existe un nombre* β *supérieur à* $-\lambda_1$ *et tel que la fonction* $\varphi(\beta + re^{i\psi})$ *vérifie les conditions* (2) *aussi pour* $\alpha = \frac{\pi}{2}$, *l'expression* $|s^3 f(s)|$ *reste bornée dans cette bande, et réciproquement* [1]. J'en publierai la démonstration en même temps que celles des théorèmes ci-dessus.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *De l'application des intégrales généralisées de Fourier au calcul des probabilités.* Note [2] de M. **Jacob**, présentée par M. Hadamard.

MM. Lévy [3] et Cantelli [4] ont démontré le « théorème limite » :

Soit donnée une suite de lois de probabilités $V_1(x)$, $V_2(x)$, ..., $V(x)$, ..., *et une loi* $V(x)$, *celle-ci continue au point* $x = 0$. *Si*, uniformément en t dans tout intervalle fini,

$$\Phi_\nu(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} dV_\nu(x) \to \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx} dV(x) = \Phi(t),$$

on a

$$\lim_{\nu=\infty} [V_\nu(x) - V_\nu(0)] = V(x) - V(0)$$

en chaque point x *pour lequel* $V(x)$ *est continue.*

I. Ils opèrent en deux temps. Le théorème a été démontré directement par M. Pólya [5].

Nous allons donner ici une autre méthode directe, qui consiste à expli-

---

(1) Cf. avec le théorème II de ma Note *Quelques théorèmes sur la croissance, etc.* (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1018).

(2) Séance du 11 février 1929.

(3) P. Lévy : *a. Comptes rendus*, 175, 1922, p. 854-856; *b. Calcul des probabilités*, 1925, Chapitre IV.

(4) F. P. Cantelli, *Rendiconti Palermo*, 52, 1928, p. 1-24.

(5) G. Pólya, *Nat. Zeitschr.*, 18, 1923, p. 96-108.

citer les déductions générales de M. Lévy ([1]), méthode qui tient compte en même temps des démonstrations données par M. Pólya et par M. Cantelli. Notre méthode est basée sur l'application de la sommation de l'intégrale généralisée de Fourier.

2. Étant donnée une loi $U(x)$ ([2]); nous formons

$$(1) \qquad \varphi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\cos xt\,dU(x), \qquad \psi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\sin xt\,dU(x),$$

pour obtenir la formule inverse

$$(2) \qquad U(x)-U(0)=\lim_{\rho=0}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}q_0(\rho,t)\left[\varphi(t)\frac{\sin xt}{t}+\psi(t)\frac{1-\cos xt}{t}\right]dt = \lim_{\rho=0} I_0(\rho, U, x),$$

où $q_0(\rho, t)$ est égale à 1 dans l'intervalle $\left(-\frac{1}{\rho}, \frac{1}{\rho}\right)$ et à zéro pour $|t \geqq \frac{1}{\rho}$.

En introduisant un facteur de convergence $q_i(\rho, t)=q_i(\rho, -t)$ dans la formule (2), nous avons, d'après un théorème de la théorie de la sommation,

$$(3) \qquad U(x)-U(0)=\lim_{\rho=0}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}q_i(\rho,t)\left[\varphi(t)\frac{\sin xt}{t}+\psi(t)\frac{1-\cos xt}{t}\right]dt = \lim I_i(\rho, U, x).$$

Pour toute valeur fixe de $\rho > 0$, une intégrale singulière correspond aux expressions $I_i(\rho, U, x)$

$$(4) \qquad I_i(\rho, U, x)=\int_{-\infty}^{\infty}dU(t)\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}q_i(\rho,y)\left[\frac{\sin(x-t)y}{y}+\frac{\sin ty}{y}\right]dy = \int_{-\infty}^{\infty}dU(t)[K_i(\rho, t)-K_i(\rho, t-x)].$$

Introduisons, par exemple, dans (3) pour $q_i(\rho, t)$, les facteurs suivants :

(A) $\left(1-\dfrac{t}{\frac{1}{\rho}}\right)$ pour $0 \leqq t \leqq \frac{1}{\rho}$ et 0 pour $t > \frac{1}{\rho}$, (B) $e^{-\rho t}$,

(C) $e^{-\rho^2 t^2}$, (D) $\left(\dfrac{\sin \rho t}{\rho t}\right)^k$ (k entier > 0),

---

([1]) P. Lévy, *loc. cit.; b.*, p. 199-200.

([2]) En un point de discontinuité, on a $U(x)=\dfrac{U(x+0)+U(x-0)}{2}$.

les noyaux $K_i(\rho, t)$ des intégrales (4) seront égaux à

$$\text{(A)} \qquad K_1(\rho, t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\frac{t}{2\rho}} \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 du \qquad \text{(Fejér)};$$

$$\text{(B)} \qquad K_2(\rho, t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\frac{t}{\rho}} \frac{du}{1+u^2} = \frac{1}{\pi}\,\text{arc tang}\,\frac{t}{\rho} \qquad \text{(Poisson)};$$

$$\text{(C)} \qquad K_3(\rho, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\frac{t}{2\rho}} e^{-u^2}\, du \qquad \text{(Weierstrass)};$$

$$\text{(D)} \quad \begin{cases} k=1, \quad K_4(\rho, t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t \leqq -\rho \\ \dfrac{\rho + t}{2\rho} & \text{pour } -\rho \leqq t \leqq \rho \qquad \text{(Riemann, I)}; \\ 1 & \text{pour } t \geqq \rho \end{cases} \\ k=2, \quad K_5(\rho, t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t \leqq -2\rho \\ \dfrac{1}{2} + \dfrac{t}{2\rho} - \text{sgn}\, t \left(\dfrac{t}{2\rho}\right)^2 & \text{pour } -2\rho \leqq t \leqq 2\rho \qquad \text{(Riemann, II)}. \\ 1 & \text{pour } t \geqq 2\rho \end{cases} \end{cases}$$

Comme on s'en aperçoit, les noyaux $K_i(\rho, t)$ représentent aussi des lois des probabilités absolument continues. *Les procédés de sommation* (3) *nous donnent donc une approximation de la loi* $U(x)$ *par des lois absolument continues* $I_i(\rho, U, x)$ *pour* $i = 1, 2, 3, 4, 5$, ce qui n'est pas le cas pour $i = 0$.

3. Après ces remarques, nous sommes en état de démontrer le théorème limite exposé au début. En séparant la partie réelle $\varphi_\nu(t)$ et la partie imaginaire $\psi_\nu(t)$ des fonctions caractéristiques $\varphi_\nu(t)$, nous avons pour toute valeur fixe de $\rho > 0$

$$(5) \qquad \lim_{\nu=\infty} I_i(\rho, V_\nu, x) \Rightarrow I_i(\rho, V, x) \qquad (i = 1, 2, 3, 4, 5).$$

Car les fonctions $\varphi_\nu(t)$ et $\psi_\nu(t)$ convergent, d'après l'hypothèse, dans tout intervalle fini uniformément vers $\varphi(t)$ et $\psi(t)$ et les intégrales $I_i(\rho, V_\nu, x)$ sont majorées par une intégrale absolument convergente dans $(-\infty, \infty)$ pour chaque fonction $V_\nu(x)$, ρ étant fixe.

En combinant (3) et (5) et en supposant que la loi $V(x)$ soit continue au point x considéré, le théorème limite en résulte sans difficulté.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur un mouvement continu irrotationnel à deux dimensions d'un liquide indéfini en présence d'un obstacle fixe cylindrique.* Note [1] de M. N. **Neronoff**.

A l'infini la vitesse du liquide (parfait et incompressible) est constante en valeur et en direction.

Prenons a et b comme points du contour de l'obstacle, où la vitesse s'annule. Ils appartiennent à une ligne de courant L.

Nous considérerons le mouvement du liquide d'abord d'un côté, par exemple du côté supérieur, de la ligne de courant L.

Prenons l'origine de coordonnées dans le point a et menons l'axe x en direction de a à b par ces points. L'axe y est dirigé vers l'intérieur de la partie considérée du liquide.

Désignons par z et w deux variables complexes $z = x + iy$, $w = \varphi + i\psi$ liées par une transformation conforme. Que $\psi = 0$ soit l'équation de la ligne de courant L composée de deux branches infinies et de la partie supérieure du contour de l'obstacle.

Appliquons la transformation conforme que j'ai déjà utilisée ailleurs [2]

$$(1) \qquad z = C_1 w + \sum_{r=2}^{n} \sum_{p+q=r} C_r(p, q) w^{\frac{p}{r}} (w-1)^{\frac{q}{r}},$$

où les nombres entiers positifs p, q, r satisfont aux inégalités $p \geqq 1$, $q \geqq 1$, $r \geqq 2$ et les coefficients arbitraires C_1, $C_r(p, q)$ sont des quantités imaginaires

$$C_1 = a_1 + i b_1, \qquad C_r(p, q) = a_r(p, q) + i b_r(p, q).$$

Pour avoir la fonction uniforme dans la partie droite de la formule (1), nous ne considérerons que le demi-plan supérieur de la variable w :

$$w = \rho e^{\theta i}, \qquad 0 \leqq \theta \leqq \pi, \qquad w - 1 = \rho' e^{\theta' i}, \qquad 0 \leqq \theta' \leqq \pi.$$

En calculant la valeur de la dérivée $\frac{dz}{dw}$ qui donne la distribution des vitesses [3], on peut voir que la vitesse du liquide s'annule aux points α et β

(1) Séance du 11 février 1929.

(2) *Bulletin de l'Institut hydrologique*, 1928, **22** (en russe).

(3) Kirchhoff, *Vorles. über math. Physik und Mechanik*, 22 Vorl., § I.

du plan w où $w = 0$, $w = 1$. Ils correspondent aux points a et b du plan z.

Une des branches infinies de la ligne de courant L correspond à la partie de l'axe $\varphi(\psi = 0)$ à droite du point β. Nous avons pour cette partie

$$\theta = \theta' = 0, \quad \rho' = \rho - 1, \quad w = \rho, \quad w - 1 = \rho - 1.$$

Faisons la substitution dans la formule (1)

$$z = a_1 \rho + \sum_{r=2}^{n} \sum_{p+q=r} [a_r(p, q) + ib_r(p, q)] \rho^{\frac{p}{r}} (\rho - 1)^{\frac{q}{r}}.$$

En séparant dans cette égalité la partie réelle et complexe, nous obtenons l'équation paramétrique de la branche infinie considérée, où le paramètre ρ varie depuis 1 jusqu'à $+\infty$.

Nous obtenons l'équation de l'autre branche infinie d'une manière analogue.

Enfin la partie supérieure du contour de l'obstacle correspond au segment $\alpha\beta$ de l'axe φ. Pour les points de ce segment

$$\theta = 0, \quad \theta' = \pi, \quad \rho' = 1 - \rho, \quad w = \rho, \quad w - 1 = (1 - \rho) e^{\pi i}.$$

La substitution dans la formule (1)

$$z = a_1 \rho + \sum_{r=2}^{n} \sum_{p+q=r} [a_r(p, q) + ib_r(p, q)] \rho^{\frac{p}{r}} (1 - \rho)^{\frac{q}{r}} e^{\frac{\pi q}{r} i}$$

et la séparation de la partie réelle et complexe donnent l'équation paramétrique de la partie supérieure du contour de l'obstacle, où le paramètre ρ varie entre les limites $0 \leqq \rho \leqq 1$.

Le contour est une courbe algébrique.

Pour étudier le mouvement du liquide de l'autre côté (côté inférieur) de la ligne de courant L, il suffit de prendre dans la formule (1), au lieu des quantités imaginaires w et $w - 1$, leurs valeurs conjuguées.

Pour que la solution obtenue du problème ne soit pas illusoire, la vitesse de la partie considérée (partie supérieure) du liquide doit avoir partout une valeur finie, c'est-à-dire que toutes les racines de l'équation $\frac{dz}{dw} = 0$ doivent correspondre aux points du plan z placés au-dessous de la ligne de courant L.

Le nombre des termes dans la somme double de la formule (1) peut être infini ($n \to \infty$) si les coefficients arbitraires $C_r(p, q)$ satisfont à des conditions complémentaires.

En attribuant aux coefficients arbitraires C_1, $C_r(p, q)$ les valeurs particulières, nous obtenons des cas divers du mouvement : nouveaux et déjà connus. C'est ainsi qu'en prenant tous les coefficients nuls, à l'exception des deux premiers, on retrouvera les cas classiques du cylindre circulaire ou elliptique.

Supposons que dans la formule (1) tous les coefficients, excepté C_1 et $C_{2m}(m-1, m+1)$, soient égaux à zéro et que le coefficient

$$C_{2m}(m-1, m+1)$$

ait une valeur imaginaire. Nous avons un nouveau cas du cylindre dont la base est une courbe algébrique d'ordre $2m$. Si m est très grand, la courbe trouvée ne diffère que peu de l'ellipse.

Le détail des calculs sera publié dans un autre Recueil.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur une nouvelle méthode de la mesure de la vitesse des fluides basée sur l'emploi d'oscillateurs à lampe.* Note [1] de M. **Pierre Dupin**, présentée par M. Rateau.

L'objet de cette Note est la description d'un appareil permettant la mesure instantanée de la vitesse d'un fluide par lecture directe de cette dernière sur un cadran gradué.

Cet appareil est basé sur la modification de longueur d'onde d'un circuit oscillant produite soit par *variation de la capacité*, soit par *variation de la self* de ce circuit sous l'influence de la vitesse du fluide.

Le premier type (*fig.* 1), à variation de capacité, est essentiellement constitué par un disque D fixé à l'axe A qui traverse le carter C plein d'huile (*fig.* 3). Le courant liquide exerce sur ce disque un effort qui tend à le faire mouvoir parallèlement à l'axe. Un ressort antagoniste R équilibre la poussée du fluide.

A chaque vitesse, correspond une position d'équilibre bien définie du système mobile (disque-axe) par rapport au carter. Ce dernier est formé par la juxtaposition de deux chambres cylindriques de diamètres différents. La chambre de petit diamètre constitue l'une des armatures d'un condensateur dont la deuxième armature est formée par un cylindre solidaire de l'axe mais isolé de celui-ci par un manchon. On voit qu'à chaque valeur de la vitesse, correspond une valeur déterminée de la capacité du condensateur.

Celui-ci est branché en parallèle sur le condensateur du circuit oscillant d'un oscillateur à lampe; il commande donc la longueur d'onde sur laquelle oscille ce

(1) Séance du 11 février 1929.

dernier. Un deuxième oscillateur-détecteur permet la recherche facile de la longueur d'onde du premier oscillateur en utilisant le phénomène de battement produit par l'interférence des ondes émises par chaque oscillateur. Un sifflement perçu grâce à un récepteur téléphonique décèle le voisinage de l'accord. La hauteur du son baisse jusqu'à s'annuler lorsque la valeur de la capacité est telle que l'accord précis est réalisé. On peut graduer le condensateur variable du deuxième oscillateur en vitesses, en

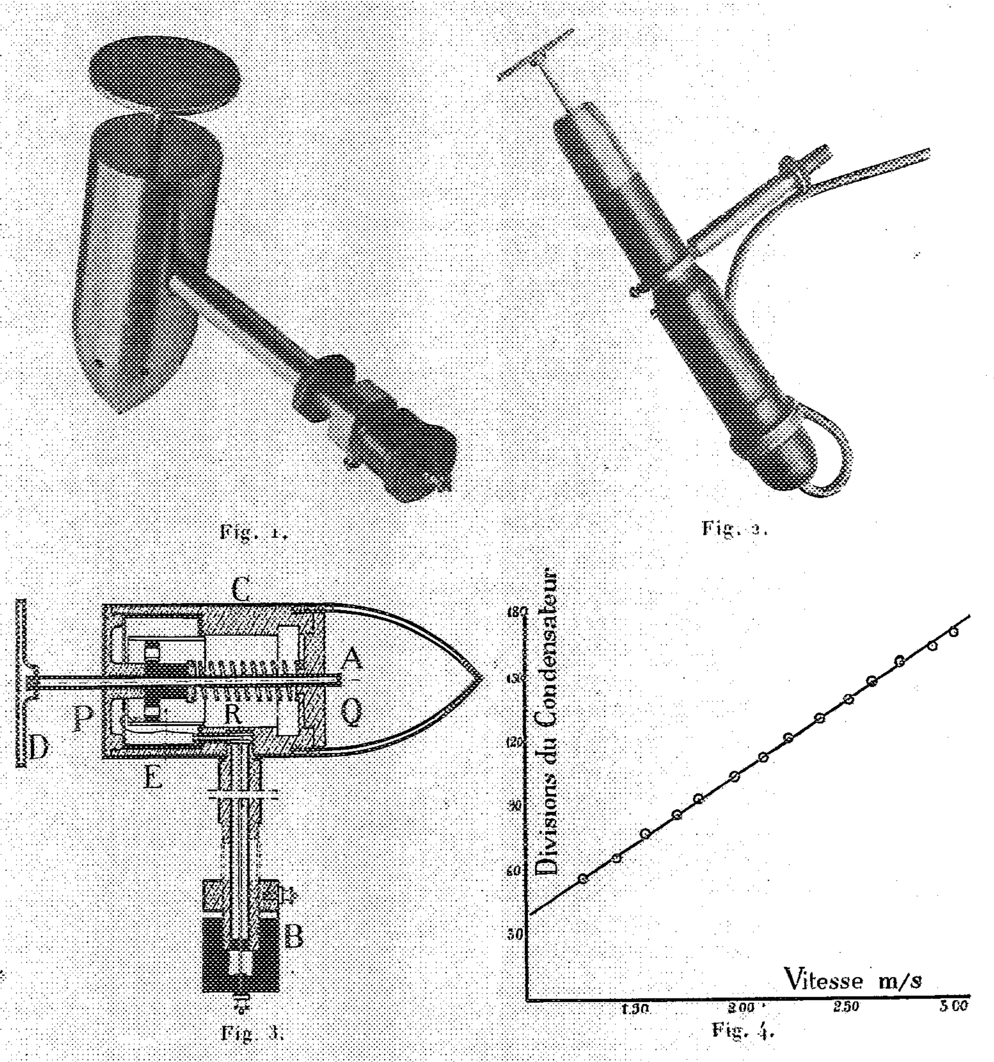


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

plaçant l'appareil dans un champ de vitesses uniforme et en utilisant la méthode chronophotographique de M. Camichel pour la détermination de cette vitesse.

L'appareil type n° 2, à variation de self (*fig.* 2), ne comporte pas d'huile. La variation de self peut se faire soit par modification de l'induction mutuelle des deux bobines de l'oscillatrice (procédé utilisé dans l'appareil photographié), soit à l'aide d'un noyau

de fer lié à l'axe mobile. Comme dans le premier type, on modifie la longueur d'onde du premier oscillateur. La lampe et le circuit oscillant de cet oscillateur sont logés à l'intérieur de l'appareil.

Ces deux types peuvent être utilisés non seulement pour la mesure des vitesses, mais aussi pour la détermination des débits globaux par intégration. Dans le cas de conduites, cette intégration peut être effectuée très rapidement une fois pour toutes avec l'appareil lui-même par l'étude de la répartition des vitesses dans la conduite : on peut ainsi exécuter avec la plus grande facilité la mesure du rendement d'un groupe turbine-alternateur.

La manœuvre de ces appareils est tout à fait simple et l'erreur personnelle n'intervient pas de façon appréciable dans les mesures. Ils présentent sur le tube de Pitot l'avantage d'une graduation linéaire comme le montre la figure 4. Ils suppriment l'emploi d'un manomètre différentiel qui présente de graves inconvénients, surtout lorsque l'opérateur se trouve à quelques mètres au-dessus du point étudié et qu'il est alors nécessaire d'aspirer l'air qui se trouve dans les tubes de communication. Ils permettent des mesures beaucoup plus rapides que le moulinet, tout en étant d'une robustesse beaucoup plus considérable. On peut modifier facilement leur sensibilité en changeant le ressort antagoniste.

ASTRONOMIE. — *Sur la correction des éphémérides des petites planètes.* Note [1] de M. Benjamin Jekhowsky, présentée par M. H. Andoyer.

Il existe plusieurs procédés pour la correction des éphémérides des astéroïdes d'après une observation, notamment ceux de MM. L. Fabry [2], Popovici [3], Michkowitch [4].

En faisant les corrections d'après les formules indiquées par ces auteurs, on ne peut arriver en général à représenter exactement l'observation; il subsiste toujours des écarts Observ. — Calcul.

La pratique nous a montré que l'on obtient des résultats meilleurs et une représentation exacte des observations à l'époque à laquelle elles ont été faites, en faisant porter les corrections non pas sur les éléments M ou M et φ, anomalie moyenne et angle de l'exentricité, mais sur leurs équivalents, c'est-à-dire sur les éléments intrinsèques v et r, anomalie vraie et distance héliocentrique de la planète.

---

(1) Séance du 11 février 1929.

(2) *Procédé abrégé pour rectifier les éphémérides des petites planètes* (*Bull. astr.*, **20**, 1903, p. 243).

(3) *Méthode abrégée pour la correction des orbites* (*Bull. astr.*, **28**, 1911, p. 33).

(4) *Sur la rectification des éphémérides des petites planètes* (*Comptes rendus*, **173**, 1921, p. 827).

On représentera exactement ainsi non seulement l'observation elle-même, mais en appliquant les mêmes corrections au calcul de l'éphéméride pour l'opposition suivante, on assurera la marche de la planète pour cette opposition.

De plus, tout en tenant compte de la variation de la distance héliocentrique r, on a des formules simples et disposées de façon que tous les calculs antérieurs sont utilisés.

En admettant que la planète reste constamment dans le plan de l'orbite, posons, avec les notations usuelles,

$$(1)\qquad \begin{cases} f_1 = \dfrac{x}{r} = \sin a \sin(v + A), & g_1 = x \cot(v + A); \\ f_2 = \dfrac{y}{r} = \sin b \sin(v + C), & g_2 = y \cot(v + B); \\ f_3 = \dfrac{z}{r} = \sin c \sin(v + C), & g_3 = z \cot(v + C). \end{cases}$$

Soient ensuite

$$(2)\qquad \lambda_1 = \cos\delta \cos\alpha, \qquad \lambda_2 = \cos\delta \sin\alpha, \qquad \lambda_3 = \sin\delta$$

les cosinus directeurs de la direction calculée, et leurs différentielles

$$(3)\qquad \begin{cases} \mu_1 = -\lambda_2 d\alpha - \lambda_1 \operatorname{tang}\delta\, d\delta, \\ \mu_2 = \quad \lambda_1 d\alpha - \lambda_2 \operatorname{tang}\delta\, d\delta, \\ \mu_3 = \qquad\qquad \lambda_3 \cot\delta\, d\delta, \end{cases}$$

où à $d\alpha$, $d\delta$ on substitue les valeurs des résidus $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, Oberv.— Calcul.

En différentiant les relations qui déterminent les coordonnées équatoriales géocentriques de la planète, et désignant par ρ la distance géocentrique, il vient

$$(4)\qquad \begin{cases} f_1 dr + g_1 dv - \lambda_1 d\rho - \rho\mu_1 = 0, \\ f_2 dr + g_2 dv - \lambda_2 d\rho - \rho\mu_2 = 0, \\ f_3 dr + g_3 dv - \lambda_3 d\rho - \rho\mu_3 = 0. \end{cases}$$

d'où

$$(5)\qquad dv = \rho \frac{|f_1,\ \mu_1,\ \lambda_1|}{|f_1,\ g_1,\ \lambda_1|}, \qquad dr = \rho \frac{|g_1,\ \lambda_1,\ \mu_1|}{|f_1,\ g_1,\ \lambda_1|}, \qquad d\rho = -\rho \frac{|f_1,\ g_1,\ \mu_1|}{|f_1,\ g_1,\ \lambda_1|},$$

en représentant par $|f_1,\ g_1,\ \lambda_1|$, ... des déterminants de composition évidente.

Si, comme M. Michkowitch, on néglige la variation dr et que l'on utilise seulement les deux premières équations (4), on a plus simplement

$$(6)\qquad dv = \rho \frac{\mu_1 \lambda_2 - \mu_2 \lambda_1}{g_1 \lambda_2 - g_2 \lambda_1}.$$

Les formules connues (1)

$$(7)\quad \begin{cases} dv = \dfrac{a^2}{r^2}\cos\varphi\, d\mathrm{M} + \sin v\left(\dfrac{a}{r} + \sec^2\varphi\right)\cos\varphi\, d\varphi, \\ dr = \left(a \operatorname{tang}\varphi \sin v - \dfrac{2}{3}\,\dfrac{r}{\mathrm{M}-\mathrm{M}_0}\right)d\mathrm{M} - a\cos v\cos\varphi\, d\varphi \end{cases}$$

donneront ensuite, si l'on veut, les corrections $d\mathrm{M}$ et $d\varphi$ qu'il faut appliquer aux éléments de départ pour représenter l'observation.

Signalons encore la formule évidente

$$(8)\quad d\rho = (f_1\lambda_1 + f_2\lambda_2 + f_3\lambda_3)\,dr + (g_1\lambda_1 + g_2\lambda_2 + g_3\lambda_3)\,dv,$$

qui peut servir à vérifier le calcul.

Deux exemples parmi d'autres que nous avons traités, relatifs aux planètes (1013) Tombecka et (1037) Davidweilla, justifieraient pleinement ce qui a été dit ci-dessus.

En nous bornant à ces indications générales, nous remarquerons que l'on peut aussi corriger l'éphéméride, ainsi que les éléments, en se servant de la relation (8). Nous développerons ceci en détail dans un autre Recueil.

COSMOGONIE. — *Sur l'origine des planètes et la formation du monde.* Note (2) de M. **A. Véronnet**, transmise par M. P. Appell.

Laplace a mis en évidence le fait primordial de la rotation, dans le même sens et dans le même plan, de tous les astres alors connus du système solaire. H. Poincaré a fait ressortir l'importance fondamentale, au point de vue des origines, de l'invariance du moment des quantités de mouvement du système solaire.

Or deux théorèmes, déduits des théorèmes généraux, permettent d'expliquer mathématiquement et *sans hypothèse,* les deux faits signalés comme fondamentaux par Poincaré et Laplace, ce qui nous fournit la solution en première approximation du problème des origines de notre monde, c'est-à-dire les deux premières étapes de l'évolution de notre système solaire : la formation des planètes et l'organisation de leurs mouvements.

Ces résultats peuvent s'étendre à l'ensemble de l'Univers et expliquer aussi les deux premières étapes de l'évolution du monde : la formation des

(1) H. Andoyer. *Cours de Mécanique céleste*, 1, p. 92.

(2) Séance du 11 février 1929.

étoiles et leur organisation en systèmes ou amas d'étoiles. Ceci peut se faire également par l'application de deux théorèmes déduits d'un autre plus général de H. Poincaré.

1° *Origine du moment de rotation du système solaire.* — Tous les auteurs de cosmogonie depuis Laplace ont pris ce moment comme donné. Ils sont partis d'une nébuleuse qui tournait déjà. C'était supposer le problème résolu.

Premier théorème. — Le moment cinétique d'un système isolé étant invariable, *le moment de rotation du système solaire ne peut être expliqué que par l'action perturbatrice des systèmes extérieurs.*

Or dans l'état actuel de condensation du système planétaire, cette action perturbatrice est complètement négligeable. Il a donc fallu que *cette action se produise avant ou pendant la période de formation et de condensation des éléments.*

Il fallait prouver que cette action nécessaire était suffisante et faire les calculs numériques, qui devaient fournir précisément le moment cinétique des planètes. Dans le cas le plus défavorable et le plus sûr, celui d'une répartition régulière des centres d'attraction ou des futures étoiles, la déviation est déjà suffisante pour les particules situées à 20000 fois la distance de la Terre au Soleil.

Les conditions de vitesses et de résistance du milieu, nécessaires pour la réalisation des orbites circulaires, peuvent être déterminées complètement (*Comptes rendus*, 177, 1923, p. 749, et *Bull. astr.*, 4, 1924, p. 351). Elles ne se trouvent réalisées qu'au voisinage immédiat de l'étoile.

2° *Origine des mouvements de rotation directs ou rétrogrades des planètes.* — Laplace et ses successeurs ont imaginé divers artifices pour obtenir la rotation directe des planètes, formées dans un milieu de particules tournant autour du Soleil, croyant qu'elles auraient dû tourner dans le sens rétrograde. Or :

Deuxième théorème. — La rotation d'une sphère solidifiée, dans un milieu en mouvement, est donnée, en direction et grandeur, par le tourbillon ou curl des vitesses en ce point. Un calcul facile montre que *cette rotation sera nulle seulement si la variation de la vitesse de rotation des particules du milieu suit la loi ωr^2 constant.*

Si ω croît moins vite à partir du centre (3e loi de Képler par exemple) il y a rotation directe. J'avais déjà montré que la rotation devait être directe dans ce cas (*Comptes rendus*, 177, 1923, p. 625). La difficulté supposée par Laplace n'existe donc pas. Si ω croît plus vite que la loi ci-dessus, il y a rotation rétrograde, comme pour Neptune.

Pour des particules voisines on a la loi ωr^2 constant. La vitesse de rotation

résultant de la condensation sera faible ou nulle. C'est le cas des faibles masses, de la Lune et des satellites. Cette vitesse croîtra pour les grosses masses, comme on le voit, pour Jupiter et Saturne.

3° *Formation des étoiles.* — H. Poincaré a démontré que dans un ensemble de particules, pour que l'équilibre permanent subsiste, il faut que l'énergie potentielle W soit égale au double de l'énergie cinétique T (*Leçons sur les hypothèses cosmogoniques*, p. 94). On en déduit que, dans une nébuleuse indéfinie et primitivement homogène, *si une condensation locale s'étend à un ensemble assez grand pour que l'on ait* $W > 2T$, *cet ensemble localisé se condensera et restera stable.* C'est le *troisième théorème*, déduit de la démonstration générale de H. Poincaré. Il détermine la limite de la sphère d'action des étoiles et par conséquent leur masse.

D'ailleurs le milieu primitif quel qu'il soit ne peut pas être rigoureusement homogène, même dans l'ensemble. Tout maximum de densité devient un centre d'attraction. De plus, même dans un Univers infini, l'attraction en un point reste finie et déterminée (*Rev. gén. Sc.*, 1923, Notre Univers est-il fini ou infini ?). On peut alors mettre le problème en équation, déterminer le temps et la température de formation des astres, comme fonction de la densité du milieu (*Comptes rendus*, 170, 1920, p. 40 et 1565, et *Constitution et évolution de l'Univers*, Chap. VIII).

Il y a là un déterminisme rigoureux, qui conduit à la formation des astres par le centre, et à l'intérieur de la nébuleuse primitive, alors que tous les auteurs de cosmogonie admettent, sans cause explicative, le fractionnement en nébuleuses distinctes, qui se séparent d'abord par leurs bords extérieurs, pour former ensuite, naturellement et sans peine, chacune un astre distinct.

4° *Formation des systèmes d'étoiles.* — Le même mécanisme, qui a concentré les atomes en étoiles, produit la condensation des étoiles en amas d'étoiles et en Voies lactées. La formule de Poincaré détermine encore les conditions de l'isolement et de la permanence des amas. C'est la même qu'a donné Eddington.

On en déduit que *pour atteindre l'état permanent, il faut qu'un amas perde en chaleur la moitié de son énergie de formation.* C'est le *quatrième théorème.*

Les courants parallèles sont des amas encore au début de leur formation et très loin de l'état permanent. Tout semble indiquer ainsi, qu'au point de vue mécanique, *les systèmes stellaires sont plutôt voisins de leur état initial* et en train de se former, alors que les systèmes planétaires ont un état d'équilibre stable.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *L'hydrodynamique et la théorie cinétique des gaz.* Note de M. Y. **Rocard**, présentée par M. Hadamard.

Depuis plusieurs années, j'ai dû examiner à la lumière de la théorie cinétique les limites de validité physiques de l'hydrodynamique classique (point de vue de Stokes, ou même de Duhem). On sait que la plupart des faits expérimentaux, et notamment l'existence de deux régimes, l'un laminaire, l'autre turbulent, sont encore un mystère pour les hydrodynamiciens; les uns cherchent l'explication de l'insuffisance de la théorie dans une insuffisance possible des équations de Stokes, les autres pensant au contraire perfectionner l'intégration des équations classiques. La question prend un autre aspect si l'on s'aide de la théorie cinétique des gaz. L'hydrodynamique, consistant en définitive à appliquer le principe d'inertie à un « fluide », n'est en somme qu'un cadre général. Si dans ce cadre on place un modèle moléculaire particulier à la place du « fluide », il est naturel d'obtenir quelques précisions nouvelles.

Voici alors les grandes lignes de la nouvelle hydrodynamique ainsi obtenue. Tout d'abord on a bien affaire à un « fluide » parfait ou visqueux (pression moyenne statique en un point indépendante de la direction) si la fonction de distribution des vitesses moléculaires est celle de Maxwell, ou en est infiniment voisine. La définition du fluide étant satisfaite, les équations du mouvement ne peuvent être que celles de Stokes : supposant une distribution voisine de celle de Maxwell, je trouve en effet [1] une concordance absolue avec les équations des fluides visqueux non seulement pour le cas des gaz parfaits, mais aussi pour les corps quelconques, gaz comprimés, liquides, etc., en tenant compte des interactions des molécules. Cette vérification devait évidemment avoir lieu; ce qu'il y a d'intéressant, c'est d'obtenir en plus une théorie rigoureuse des coefficients de viscosité, de diffusion, de conductibilité thermique, même dans le cas des gaz comprimés. Signalons un point en passant : la relation de Stokes $3\lambda + 2\mu = 0$ est démontrée pour les gaz parfaits, elle résulte simplement de l'indépendance des molécules entre elles. Pour les gaz comprimés, elle l'est aussi, car on trouve qu'elle exprime l'absence de forces dépendant des vitesses entre les molécules. Si de telles forces existaient, on n'aurait plus en général affaire à un système conservatif, et les modifications à l'hydrodynamique qui s'en-

(1) *Annales de Physique*, 8, 1927, p. 1-120, et 10, 1928, p. 345.

suivraient seraient bien plus importantes que celles résultant de $3\lambda + 2\mu$ différent de zéro.

Mais avec un modèle moléculaire précis, le mouvement des masses élémentaires étant régi par des équations *différentielles*, on doit trouver à la fois les équations hydrodynamiques aux *dérivées partielles* et les conditions aux limites physiquement nécessaires pour les intégrer. J'ai effectivement donné une méthode (¹) permettant de les trouver automatiquement, en examinant les conditions auxquelles était soumise la fonction de distribution près de la paroi, mais j'ai depuis reconnu qu'on n'aboutissait à des résultats cohérents que pour des types de parois très particuliers (parois lisses à l'échelle moléculaire, parois munies de petits cubes ou de rainures quadrangulaires, etc.).

Le cas général est le suivant : la paroi absorbe les molécules et les renvoie suivant une loi de distribution des vitesses qui n'est pas celle de Maxwell. Plaçons près de la paroi une petite surface nous servant à mesurer les pressions dans le gaz ou le liquide au repos : nous aurons une pression dépendant éminemment de l'orientation de la surface. *Près de la paroi, le gaz ou le liquide n'est donc plus un fluide*, les équations de l'hydrodynamique n'y sont plus satisfaites, les pressions ne sont plus transmises suivant le principe de Pascal, etc. Dès qu'on s'écarte un peu de la paroi, à des distances de trois ou quatre libres parcours moyens, on retrouve du reste le « fluide » car l'action des chocs moléculaires ramène très rapidement la fonction de distribution à être voisine de celle de Maxwell, mais, répétons-le, près de la paroi cette action est contrecarrée et l'on a affaire à une couche profondément perturbée.

Bien entendu, le problème des interactions des liquides ou gaz avec les solides qui s'y meuvent prend une tournure tout autre que dans la théorie classique. Seules les méthodes de la théorie cinétique paraissent aptes à l'aborder pour le moment. Il est entendu que loin des parois, le régime qui s'établira satisfera quand même aux équations de Stokes, seulement ce régime sera déterminé non point par des conditions aux limites mathématiques, mais par les phénomènes physiques de la couche perturbée : sans doute peut-on trouver des conditions aux limites fictives qui, jointes aux équations de Stokes, rendront compte du mouvement, mais elles ne sont ni simples ni évidentes.

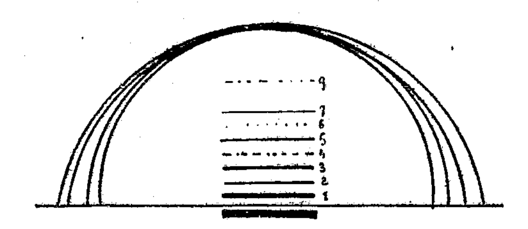
(¹) *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1888.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Orientation de composés organiques par des surfaces cylindriques de verre et orientation superficielle du verre. Applications.* Note de M. **Jean-J. Trillat**, présentée par M. M. de Broglie.

a. Orientation par une surface cylindrique de verre. — Dans un précédent travail ([1]), nous avons montré comment il était possible, au moyen d'un dispositif très simple de spectrographie X (goutte tangente), de déceler les orientations moléculaires qui se produisent au contact de l'air, ou de supports tels que du mercure. Nous avons cherché à étendre l'application de cette méthode au cas du verre.

Dans ce but, nous avons utilisé un cylindre de verre optiquement poli, de 1^{cm} de longueur et de 7^{mm} de diamètre. Ce cylindre, nettoyé à l'éther, est plongé dans une solution étendue d'acide palmitique et de benzine; après l'évaporation du solvant, il subsiste une couche très mince de l'acide utilisé (inférieure au $\frac{1}{100}$ de millimètre). Ce dispositif est placé sur le spectrographe précédemment décrit, de telle façon que la fente horizontale délimitant le pinceau de rayons X soit parallèle aux génératrices du cylindre; le faisceau X doit être à sa partie supérieure tangent à la surface de verre.

En utilisant le rayonnement K du cuivre, on obtient en des temps de pose



de l'ordre de une heure des diagrammes intenses, caractérisés par un ensemble de raies parallèles à la fente (voir le schéma) et par des anneaux de Debye-Sherrer imparfaits. Les premières raies, qui sont parallèles aux génératrices du cylindre, correspondent à des réflexions sur des plans séparés par des équidistances de 35,6 Ång., plans qui contiennent entre eux deux molécules opposées d'acide gras. Ces plans sont en réalité des feuillets cylindriques, superposés les uns aux autres, et entourant le cylindre

---

([1]) J.-J. Trillat, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 168.

de verre; leur présence indique que les longues molécules et par suite les microcristaux prismatiques sont parfaitement orientés au contact du verre, les extrémités des molécules se trouvant réparties dans chaque feuillet. Il y a donc une orientation radiale parfaite.

Il n'en est pas de même dans les autres directions; en effet, la présence d'anneaux de Debye-Sherrer correspondant à des équidistances de 3,7 et 4,1 Å indique que les molécules ou les microcristaux peuvent tourner autour de l'axe d'orientation radial : il y a donc ainsi anisotropie dans la direction des rayons du cylindre, et isotropie dans les autres directions. Il est à remarquer que la netteté des clichés indique que l'orientation des longues molécules est très bonne sur toute l'épaisseur de la préparation.

Ce résultat est en accord parfait avec les autres données obtenues par la méthode de la goutte tangente; il est ainsi possible d'étendre cette dernière au cas de surfaces cylindriques en verre ou en métal.

b. Orientation superficielle du verre. — Nous avons également cherché, à l'instigation de M. Fabry, à étudier la surface seule du cylindre de verre, en vue d'y déceler des orientations possibles; les diagrammes obtenus, qui comportent une bande intense, assez large, et parallèle aux génératrices du cylindre, semblent indiquer que la surface de ce dernier est aussi orientée : les micelles ou les molécules présentent une direction privilégiée, sans doute normale à la surface. Ici aussi, la surface libre serait donc le siège d'une anisotropie, localisée sur une faible épaisseur.

Le calcul, effectué d'après la position de la bande, indique un espacement intermoléculaire de 3,3 Å.

c. Autres applications. — L'emploi de cylindres en verre ou en métal polis, ainsi que de fragments de lentilles, doit permettre également, au moyen du même dispositif, l'étude aisée des phénomènes de réflexion totale des rayons X et de détermination des indices; ce procédé présente l'avantage de ne nécessiter aucun réglage délicat.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le rendement cathodique dans le nickelage à forte densité de courant. Influence des agents oxydants et de la concentration en ions hydrogène.* Note (¹) de M. **Ballay**, présentée par M. Léon Guillet.

Le nickelage à forte densité de courant, 8 à 15 ampères par décimètre carré de surface cathodique, n'a pu être pratiquement réalisé que récem-

(¹) Séance du 11 février 1929.

ment par l'emploi de bains contenant une faible quantité d'un agent oxydant : eau oxygénée, permanganate de potassium, acide nitrique, etc. Les bains ainsi constitués, qui permettent d'obtenir rapidement des dépôts épais de nickel, ont donné, industriellement, d'excellents résultats [1].

La présente Note a pour but de préciser l'influence de la proportion d'agent oxydant et de la concentration en ions hydrogène sur le rendement cathodique de ces bains.

Le rendement cathodique a été mesuré par pesée de plaquettes carrées de 5^{cm} de côté en acier, sablées avant dépôt. La densité de courant était de 10 ampères par décimètre carré, la durée de dépôt 15 minutes.

Le bain utilisé avait, par litre, la composition suivante :

$$SO^4Ni.7H^2O,\ 450^g;\quad NiCl^2.6H^2O,\ 22^g;\quad Bo^3H^3,\ 22^g.$$

Température : $50° \pm 1°$. Agitation par courant d'air.

Les concentrations en ions hydrogène ont été mesurées colorimétriquement, par la méthode des gouttes, le pourpre et le vert de bromocrésol servant d'indicateurs.

a. Influence de la teneur en nitrate de nickel. — Une solution aqueuse de nitrate de nickel cristallisé à 20 pour 100 a été utilisée; toutes les mesures ont été faites sur un bain de pH = 5,5.

Les résultats figurent dans le tableau ci-dessous; le rendement cathodique est le rapport du poids de nickel réellement déposé au poids indiqué par la loi de Faraday, multiplié per 100.

Solution de $(NO^3)^2Ni$ par litre.	(NO^3) par litre.	Rendement cathodique.	
cm³	g		
0	0	98	97,6
0	0	97,6	
0	0	97,2	
1	0,085	95,6	95,4
1	0,085	95,2	
2	0,170		92,4
5	0,425		87,4
7	0,595		82,9
10	0,850		74,4
15	1,27	67,1	67,4
15	1,27	67,7	

Malgré la forte densité de courant, le rendement cathodique du bain dépourvu

(1) J. Galibourg, *Revue de Métallurgie : Mémoires*, 24, 1927, p. 660.

d'agent oxydant est très élevé. L'addition de 1$^{cm^3}$ de solution de nitrate, par litre, qui suffit pour faire disparaître toute trace de bulle d'hydrogène, n'abaisse que très peu le rendement.

Le rendement décroît à peu près linéairement en fonction de la teneur en nitrate; dès une teneur de 2$^{cm^3}$ de solution de nitrate de nickel par litre, le dépôt est jaunâtre et craquelé.

Le mécanisme de cette action est un peu obscur, mais on peut supposer qu'il y a oxydation de l'hydrogène et d'une partie des cations Ni+ déchargés à la cathode, cette hypothèse explique à la fois la suppression des bulles, la diminution du rendement et les mauvaises propriétés du dépôt obtenu en présence d'un excès d'oxydant.

b. Action du permanganate de potassium — Ce corps a, sur le rendement, une action beaucoup moins intense que les nitrates. Le tableau suivant montre qu'une proportion de permanganate 15 fois aussi grande que la dose faisant disparaître l'effet des bulles d'hydrogène n'abaisse le rendement que de 4 pour 100.

Poids de $KMnO^4$ par litre de bain.	Rendement cathodique.	
0g	97,6	Bulles d'hydrogène
0,175	97,0	Bon dépôt, sans bulles d'hydrogène
2,55	93,8	Dépôt fragile et craquelé

c. Influence de la concentration en ions hydrogène — Les déterminations ont été faites à l'aide d'un bain contenant 1$^{cm^3}$ par litre de solution de nitrate de nickel à 20 pour 100; le pH a été ajusté par addition de carbonate de nickel ou d'acide sulfurique. Les principaux résultats sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

pH.	Rendement cathodique.	
6,8	96,2	Dépôt fragile craquelé
6,1	97,8	
6,1	97,6	
5,5	95,4	Bon dépôt
5,0	95,1	
4,4	94,9	

Le rendement varie donc peu lorsque le pH varie de 6,8 à 4,4; il ne décroît pas régulièrement, mais passe par un maximum. Pour des acidités beaucoup plus fortes, le rendement décroît évidemment beaucoup; si au bain de nickelage utilisé pour ces essais, et de pH = 4,4, on ajoute 10$^{cm^3}$ d'acide sulfurique à 66° Baumé, le rendement tombe à 40 pour 100.

En résumé, le rendement du bain de nickelage rapide étudié est supérieur à 95 pour 100; il n'est que très peu influencé par l'addition d'agent oxydant

dans les limites de composition donnant de bons dépôts. Dans les mêmes limites, le rendement diminue très légèrement quand l'acidité augmente; le bain fonctionne de façon satisfaisante pour des pH compris entre 4,4 et 5,5.

L'acide nitrique et les nitrates, lorsqu'ils sont en excès, diminuent très rapidement le rendement. Le permanganate de potassium agit de la même manière, mais à un degré beaucoup moindre.

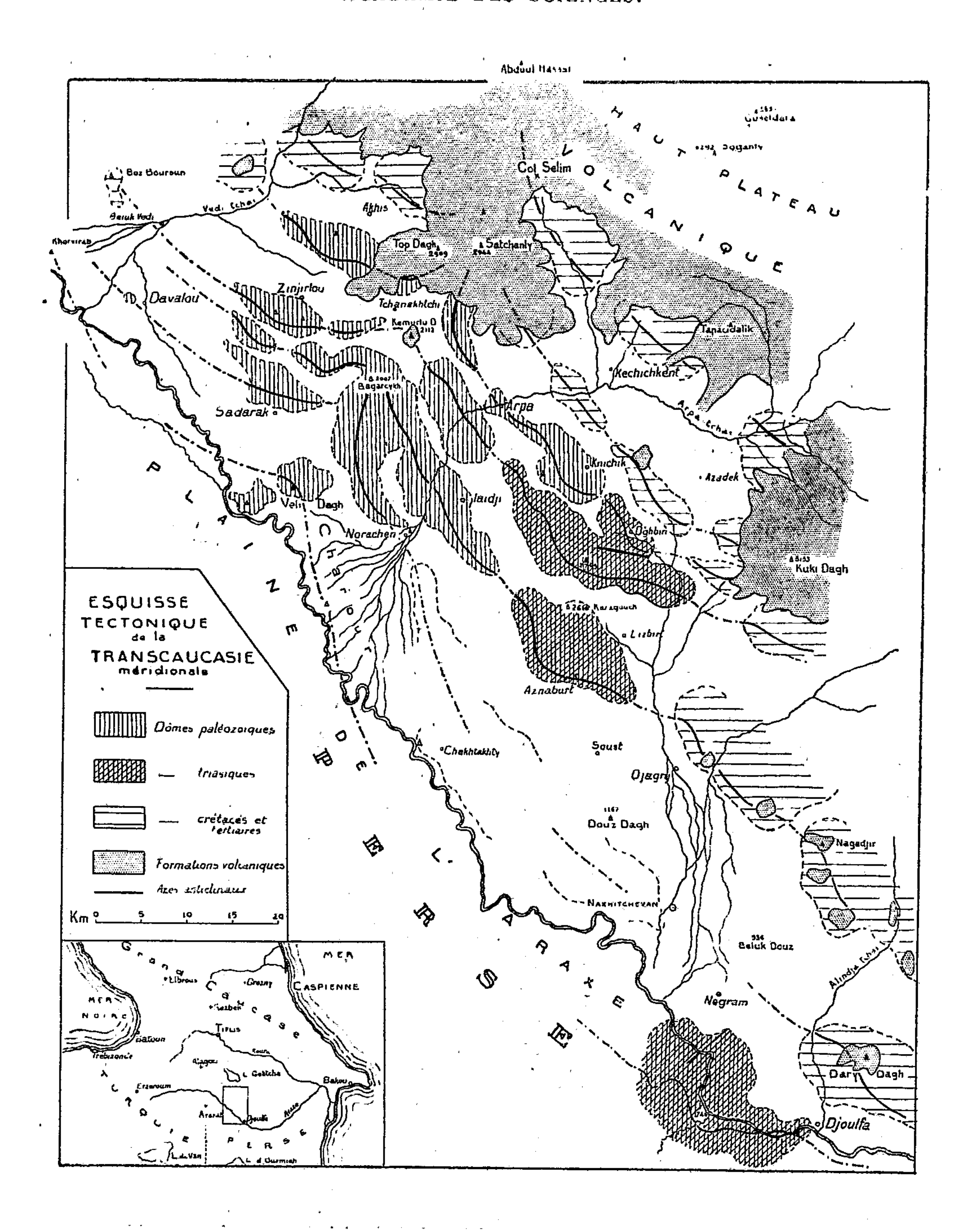
GÉOLOGIE. — *Sur la structure tectonique de la Transcaucasie méridionale.* Note de M. **Pierre Bonnet**, présentée par M. Louis de Launay.

J'ai déjà indiqué dans ses grands traits quelle était la structure des chaînes entre le lac Goktcha et l'Araxe ([1]). Mes recherches postérieures et les nouvelles précisions que j'ai pu tirer de l'étude des matériaux récemment rapportés m'ont permis de dresser une carte tectonique détaillée de la Transcaucasie méridionale, dont je présente ici une esquisse préliminaire.

De part et d'autre du rebroussement volcanisé qui constitue le nœud tectonique de la région étudiée, divergent deux groupes de sept arcs, formés de chapelets de dômes, avec six bandes synclinales intercalaires.

Tous les dômes qui composent ces arcs, orientaux et occidentaux, ont un certain nombre de caractères communs, notamment la forme incurvée et la poussée vers le Sud-Ouest. Mais leur constitution géologique respective est très différente : les formations paléozoïques embrassent largement toute la région du rebroussement, et dominent dans les arcs occidentaux, tandis que les arcs orientaux, débutant au rebroussement par des terrains paléozoïques, se montrent ensuite formés de terrains secondaires, puis tertiaires. L'homogénéité relative du groupe occidental contraste donc nettement avec l'hétérogénéité du groupe oriental; mais les arcs de l'un et de l'autre sont étroitement unis par la région paléozoïque commune qui prend part à la formation de la grande soudure entre les deux groupes. Cette liaison démontre que les dépôts se sont formés dans une seule et même dépression marine; mais, dans les divers points de cette même unité, la réaction à l'action de la poussée s'est produite de façon différente, en raison des variations de la composition stratigraphique. Ainsi les terrains secondaires, Trias, Jurassique et Crétacé, du centre des arcs orientaux, cédant

([1]) Pierre Bonnet, *Structure des chaînes entre le lac Goktcha et l'Araxe* (*Comptes rendus*, 156, 1913, p. 1497).


ESQUISSE TECTONIQUE de la TRANSCAUCASIE méridionale
Dômes paléozoïques
triasiques
crétacés et tertiaires
Formations volcaniques
Km 0 5 10 15 20
HAUT PLATEAU VOLCANIQUE
Col Selim
Top Dagh
Satchanly
Zinjirlou
Davalou
Sadarak
Arpa
Knichik
Azadek
Kechichkent
Kuki Dagh
Aznaburt
Norachen
Douz Dagh
Beluk Douz
Negram
Nagadjir
Dary Dagh
Djoulfa
MER CASPIENNE
MER NOIRE
Tiflis
Bakou
PERSE

sous l'action des forces en jeu, ont entraîné dans leur mouvement la partie orientale du bloc paléozoïque en contact immédiat avec eux, tandis que sa masse principale résistante, située autour du rebroussement, se rompait sous l'effort et déterminait la production de cassures volcanisées transversales NE-SW.

J'ai déjà fait remarquer que, suivant cette zone de cassures, s'échelonnent des volcans dont l'importance diminue graduellement du Nord-Est au Sud-Ouest et que, d'une façon générale, cette gradation se manifeste également dans les arcs qui s'abaissent peu à peu vers la plaine de l'Araxe. Or il est intéressant de constater, en outre, que *le matériel stratigraphique de ces arcs, d'âge récent au Nord (Tertiaire), devient progressivement plus ancien au Sud (Dévonien) : la rupture fut donc d'autant plus intense que les terrains qui en étaient l'objet étaient d'âge plus récent.* Il y a donc une relation entre la volcanisation du rebroussement et la distribution des terrains, relation qui peut être exprimée ainsi : *Non seulement c'est autour du rebroussement que se groupent les terrains les plus anciens de chaque arc* (¹); *mais en outre, plus le terrain-charnière est ancien, moins grande est l'intensité de sa volcanisation apparente : ce phénomène atteint donc son maximum dans les régions tertiaires septentrionales.*

Il est très probable que cette structure tectonique et stratigraphique des chaînes de l'Araxe moyen se prolonge dans les massifs persans au Sud et au Sud-Est, d'après les données que m'a fournies l'étude détaillée du dôme de Djoulfa, trait d'union entre les premières et les seconds; et il est même vraisemblable qu'une structure analogue s'étende à l'ensemble de l'isthme caucasique.

CHIMIE MINÉRALE. — *Synthèse de la cyanamide par combinaisons du carbone et de l'azoture de calcium.* Note de M. **Radlec-Fleck**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

H. Moissan (²), après avoir obtenu l'azoture de calcium N^2Ca^3 par union directe de ses éléments, chercha à combiner ce nouveau composé avec le carbone. Il n'obtint rien au bout d'un quart d'heure à 800°, mais en trois

(¹) Pierre Bonnet, *Sur la structure de l'isthme caucasique et ses relations avec les gisements de pétrole* (*Comptes rendus*, **171**, 1920, p. 809).

(²) Moissan, *Ann. Ch. Phys.*, 7ᵉ série, **18**, 1899, p. 318.

minutes au four électrique, à une température certainement très élevée, qu'il n'a pas mesurée, il obtint du carbure de calcium; et dans un courant d'azote à 1200° : une petite quantité de cyanure.

A l'époque où il faisait ces expériences, Moissan ignorait l'existence de la cyanamide calcique et il a fort bien pu en obtenir sans s'en apercevoir.

Krase et Yee (¹) en 1924 ont signalé la formation de cyanamide par union de l'azoture de calcium et du charbon de sucre chauffés à l'air libre au rouge; mais ils se contentent de donner des résultats qualitatifs. Il nous a donc semblé intéressant de reprendre cette étude en opérant à différentes températures et en dosant les produits de la réaction.

De l'azoture de calcium à 99 pour 100 et un excès de graphite pur Achesson finement pulvérisés et intimement mélangés dans la proportion de 1 à 5 étaient introduits dans des tubes d'acier doux préalablement fermés à une extrémité et ensuite scellés à l'autre par soudure autogène, suivant la technique fréquemment utilisée par M. Hackspill et ses collaborateurs. Ces tubes différemment chauffés étaient ensuite ouverts et le produit obtenu analysé.

Dans tous les cas, une notable proportion de l'azote se trouvait à l'état de cyanamide calcique dosée par la méthode de Kappen (²). Voici les résultats obtenus :

Température.	Durée de la chauffe.	N transformé.
800°	3 heures	33 pour 100
»	4 »	48 »
»	6 »	63 »
»	7 »	61 »
»	12 »	57 »
»	15 »	62 »
950	2 »	63 »
»	3 »	69 »
»	4 »	80 »
»	10 »	93 »
»	13 »	85 »
1100	3 »	91 »

Ces chiffres ne peuvent évidemment pas être considérés comme des constantes; il s'agit de réactions entre solides, on est donc loin du milieu homogène et les irrégularités des résultats s'expliquent aisément. Il est cependant

(¹) Krase et Yee, *J. Am. Chem. Soc.*, 46, 1924, p. 1363.
(²) *Chem. Zeitg.* 33, 1911, p. 950.

indiscutable que jusqu'à 1100° la proportion de cyanamide formée augmente avec la température.

On conçoit qu'une molécule de N^2Ca^3 fournisse une molécule de cyanamide CN^2Ca, l'excès de calcium se combinant au carbone pour donner du carbure selon l'équation

$$N^2Ca^3 + 5C = CN^2Ca + 2C^2Ca.$$

Pour vérifier ce fait, nous avons dosé le carbure de calcium par le volume d'acétylène dégagé au moment de l'attaque par l'eau salée préalablement saturée de ce gaz.

Nous avons ainsi trouvé de 86 à 96 pour 100 de la teneur calculée en admettant deux molécules de carbure pour une de cyanamide. Cette teneur semble du reste s'éloigner de plus en plus de la théorie lorsque la température s'élève.

Dans les expériences pour lesquelles la température dépassait 1000°, de petites quantités de cyanure ont pu être décelées. Cela s'explique facilement par la transformation déjà signalée par divers auteurs des cyanamides métalliques en cyanures. Dans le cas présent

$$CN^2Ca + C = Ca(CN)^2.$$

En résumé : L'azoture de calcium réagit au rouge sur le carbone en donnant de la cyanamide et du carbure de calcium. Entre 800 et 1100° cette transformation est d'autant plus rapide que la température est plus élevée. Au-dessus de 1000°, il y a en outre formation d'une petite quantité de cyanure de calcium. Voilà tout ce qu'on peut affirmer pour l'instant.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Une nouvelle méthode de dosage colorimétrique des nitrates dans les sols et les eaux.* Note de M. **Luigi Umberto de Nardo**, transmise par M. C. Matignon.

La méthode que nous allons exposer a été étudiée dans le but d'éviter la concentration des solutions à essayer, et aussi de donner, d'une façon simple et sûre, le moyen pour doser de très faibles quantités de nitrates, en présence de composés qui gênent sa recherche.

Les réactifs que nous employons sont : *l'acide pyrogallolsufonique* 2,5 pour 100 (préparé en dissolvant 5^g de pyrogallol dans 10^{cm^3} de H^2SO^4 conc., on réchauffe, pendant quelques minutes, à 80°-90°, jusqu'à formation et

cristallisation de l'acide ci-dessus, et on le dissout dans l'eau jusqu'à atteindre le volume de 200cm³) et le *pyrogallol* en solution aqueuse 2,5 pour 100 (que nous conservons inaltéré avec addition de 0g,1 de bisulfite de soude pour 100cm³ de solution).

L'acide pyrogallolsulfonique est un réactif très sensible des nitrates : il donne une légère coloration rosée (en présence de H^2SO^4 et après 1 heure de contact) même avec 0mg,0005 de KNO^3; pour des quantités croissantes, les colorations passent au rouge brunâtre jusqu'au vert olive, avec formation d'un léger précipité noir.

Le pyrogallol est beaucoup moins sensible, nous l'employons toutes les fois que l'essai précédent nous donne des teintes trop intenses et, par cela même, nuisibles à la précision. Il donne une série de colorations de la même teinte : rose à rouge cerise très intense, ce qui nous donne la possibilité (contrairement à l'acide précédent), et une fois effectuée la réaction, de pouvoir étendre à volonté les solutions colorées, de façon à les comparer avec une solution étalon donnée.

Les deux réactifs sont également sensibles à l'acide nitrique comme à l'acide nitreux; les sels ferriques donnent une coloration rouge violet, les iodures : violette, les chromates : jaune, de même que la plus faible présence de matières organiques donne des teintes brunâtres. Les chlorates, en faible quantité, les sels ferreux, les bromures et les chlorures ne gênent pas la réaction.

Voici la façon de procéder pour le dosage des nitrates dans les sols :

100g de l'échantillon du sol sont agités, pendant une heure, avec 200cm³ d'eau distillée, on filtre et prélève 80cm³ du liquide filtré que l'on introduit dans un ballon taré à 100cm³.

Pour éloigner toute substance qui peut empêcher ou fausser la réaction, on traite les 80cm³ de l'extrait avec 1 à 3cm³ d'une solution saturée de baryte; on réchauffe à l'ébullition, on laisse déposer le précipité qui va se former et l'on introduit 0cm³,5 à 1cm³ de sous-acétate de plomb à 50 pour 100. Deux à trois minutes après cela, on élimine l'excès de baryte et de plomb avec la quantité suffisante d'une solution saturée de sulfate de soude (5cm³ environ). On porte le volume à 100cm³, après refroidissement, on agite et l'on filtre et prélève 10cm³ (correspondant à 4g de terre) que l'on passe dans une capsule de porcelaine, de la capacité de 50cm³ environ. Si les nitrates dépassent 0mg,1 de N^2O^3 par kilogramme de terre, ils doivent être éliminés, ce que l'on obtient par l'addition d'une goutte d'urée (solution concentrée) et, en agitant, de 1cm³ de H^2SO^4 à la solution à essayer.

Au bout de 10 minutes non seulement on ne trouve plus de nitrites, mais ces derniers ne se transforment pas, même partiellement, en nitrates.

Pour doser des quantités variables de $0^{mg},0005$ à $0^{mg},1$-$0,2$ de nitrate (KNO^3) présent dans 10^{cm^3} de solution (c'est-à-dire $0^{mg},125$ à 25-50^{mg} de KNO^3 par kilogramme de terre), on additionne de $0^{cm^3},5$ de la solution pyrogallolsulfonique à 2,5 pour 100, et puis, en mélangeant, 20^{cm^3} de H^2SO^4 concentré.

Au bout d'une heure on compare la coloration obtenue avec celles fournies, dans les mêmes conditions, par une solution étalon à titre connu en nitrate.

Pour les teneurs supérieures à $0^{mg},1$ de KNO^3 on emploiera comme réactif le pyrogallol, dont on additionnera à 5^{cm^3} (correspondant à 2^g de l'échantillon) de la solution précédemment déféquée, après avoir éloigné les nitrites (si c'est nécessaire), $0^{cm^3},5$, et ensuite 25^{cm^3} de H^2SO^4 concentré. Une heure après on observe la coloration atteinte par le mélange.

La méthode décrite pour les terres peut être aussi appliquée au dosage des nitrates dans les eaux, avec cette différence que le procédé en reste beaucoup abrégé, puisqu'on peut omettre la défécation par la baryte et le sous-acétate de plomb, à moins que la forte présence de sels ferriques, d'iodures ou de matières organiques ne le conseille pas.

BOTANIQUE. — *Sur la sous-famille des Érismées.*
Note de MM. **Aug. Chevalier** et **W. Russell**, présentée par M. H. Lecomte.

La famille des Vochysiacées créée en 1820 par A. de Saint-Hilaire avec, à l'origine, les trois genres *Salvertia*, *Vochysia* et *Qualea*, accrue par la suite de quelques autres genres, fut divisée en 1874 par M. H. Baillon en trois tribus; les Salvertiées (ou Vochysiées proprement dites), les Érismées (avec l'unique genre *Erisma*) et les Trigoniées.

La tribu des Trigoniées forme aujourd'hui une famille distincte, comme l'avait noté Martius dès 1835. Par contre pour A. Engler et P. van Tieghem, Érismées et Salvertiées ne forment qu'un groupe homogène, les Vochysiacées comprennent cinq genres américains. En 1913, Mildbraed a décrit dans le même groupe le genre africain *Erismadelphus* représenté par l'unique espèce *E. exul* Mildb. du Cameroun. Récemment M. Baudon découvrait dans le Haut-Ogooué (Moyen Congo) une seconde espèce (*E. Baudoni* A. Chev.) se différenciant de la précédente par ses feuilles supérieures

oblongues, plus étroites, et les ailes antérieures du fruit (lobes accrus du calice) plus allongés et plus oblongs.

L'*E. Baudoni* est un arbre de 15^m de haut, commun entre Franceville et Brazzaville. Selon Baudon, il croît dans les îlots boisés de la région des sables et aussi dans la grande forêt vierge; les indigènes le nomment *Kensagui* (batéké).

L'étude morphologique et anatomique de cette plante et de deux *Erisma* de l'Amazone nous a amené à séparer les genres *Erisma* et *Erismadelphus* des autres Vochysiacées pour en former une sous-famille, celle des *Érismées*.

Alors que les Vochysiacées proprement dites ont l'ovaire libre (donc supère) tri ou quadriloculaire, un fruit capsulaire (déhiscent) des graines ailées, un embryon à cotylédons foliacés convolutés, un calice à lobes persistants, mais non ou peu accrescents, les Érismées ont l'ovaire adné à la concavité du réceptacle, ce qui rend le pistil infère; il est uniloculaire biovulé: le fruit est coriace, indéhiscent (akène); il renferme une graine arrondie formée d'un embryon droit avec deux cotylédons épais, oléagineux, un peu pliés sur les bords. Le calice est à lobes accrescents : les deux postérieurs et l'antérieur se développent en grandes ailes oblongues, sèches, rigides, ce qui fait ressembler ces fruits à ceux des Diptérocarpées. Les différences dans l'anatomie des tiges et des feuilles entre les Vochysiacées (*sensu stricto*) et les Érismées ne sont pas moins profondes.

En 1882 Wille avait déjà montré que les *Vochysia* et les *Qualea* possèdent des poches sécrétrices dans la moelle et du liber périmédullaire ainsi que des cordons libériens intramédullaires. Il avait trouvé une structure analogue dans trois *Erisma* (*E. uncinatum* Warm., *E. micranthum* Spr., *E. calcaratum* Warm.). Toutefois il avait observé dans le bois de ces trois espèces des cordons libériens intraligneux, ce qui l'amenait à séparer ce genre des autres Vochysiacées comme Baillon l'avait fait en se basant sur la morphologie florale.

Nos recherches ont porté sur les tiges âgées d'environ deux ans de deux autres *Erisma* de l'Amazone (*E. pedunculata* Spruce et *E. Japura* Spr.). Leur tige a une structure assez analogue à celle des *Erisma* examinés par Wille.

Dans *E. pedunculata* le bois est formé de bandes concentriques de parenchyme avec îlots libériens alternant avec des bandes de tissu fibreux, les îlots libériens sont nettement séparés les uns des autres par du parenchyme au début de la croissance, mais plus tard les îlots peuvent confluer avec leurs voisins. La moelle renferme des cordons libériens, des poches à gomme-résine et des îlots de sclérenchyme.

Dans le bois de la tige de *E. Japura*, les anneaux concentriques de fibres

et de parenchyme ligneux sont moins bien définis que dans l'espèce précédente, et les cordons libériens inclus dans le parenchyme ligneux sont en plus petit nombre; par contre ils abondent dans la moelle et surtout dans la zone périmédullaire qui forme un liber interne presque continu. Au voisinage du bois on voit quelques poches à résine et des amas de grandes cellules scléreuses.

Le bois de la tige d'*Erismadelphus Baudoni* ressemble beaucoup à celui des *Erisma*. Il est constitué par des bandes concentriques alternes de parenchyme lignifié. Les îlots libériens sont localisés dans les anneaux parenchymateux, tandis que les vaisseaux du bois, souvent en files radiales, sont répartis aussi bien dans le parenchyme que dans le tissu fibreux. Les rayons médullaires sont unisériés. Les fibres, les cellules libériennes et les cellules (ponctuées) du parenchyme ligneux sont disposées en séries nettement radiales, du moins dans le bois jeune.

Dans la zone périmédullaire, de même que dans la moelle proprement dite, sont inclus des groupes libériens de forme assez irrégulière. On observe aussi dans la moelle des grandes cellules à contenu gommo-résineux, ainsi que des îlots de cellules sclérifiées.

En résumé, la sous-famille des Érismées avec les deux genres *Erisma* (17 espèces de l'Amérique du Sud) et *Erismadelphus* (deux espèces d'Afrique tropicale) se distingue des autres Vochysiacées par l'existence constante d'îlots libériens intraligneux. Ce caractère, joint à ceux tirés de la fleur et du fruit, permet d'en faire un groupe botanique à part, la sous-famille des Érismées. Enfin, par son calice fructifère et ses graines, le genre *Erismadelphus* établit un lien entre les Vochysiacées et les Diptérocarpées.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La température moyenne des feuilles du maïs exposées au soleil.* Note de M. **P. Mazé**, présentée par M. Roux.

J'ai fait observer dans une précédente Note [1] que la formule de Carnot qui fournit le rendement utile d'une machine thermique en fonction des

---

[1] P. Mazé, *Détermination de la température des chloroleucites dans des plants de maïs exposés au soleil* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 337).

températures absolues peut être appliquée au calcul de la température des chloroleucites des feuilles exposées au soleil lorsque leur température moyenne est la même que celle de l'air extérieur.

Cette condition se rencontre chez le maïs.

Pour le vérifier, j'ai mesuré la température des feuilles de cette plante à l'aide de couples thermo-électriques disposés en aiguilles très fines pouvant s'introduire dans les nervures des feuilles; l'une des aiguilles plonge dans la glace fondante, l'autre est introduite dans le nervure médiane par la face inférieure de la feuille, la face supérieure étant exposée normalement aux rayons solaires. La température se lisait sur une règle horizontale graduée où venaient s'inscrire les torsions du fil d'un galvanomètre Desprez-d'Arsonval par l'intermédiaire d'un faisceau lumineux réfléchi sur le miroir de l'appareil.

Les observations se faisaient dans une véranda ouverte, et les températures étaient relevées par un aide, le galvanomètre étant placé dans une chambre contiguë à peu près obscure.

On lisait en même temps les températures d'un psychromètre placé à côté des plantes et protégé contre le soleil par un écran.

Pour éviter toute perturbation dans les fonctions de la feuille, les plants de maïs étaient arrachés avec leurs racines ou coupés rez de terre quand ils étaient suffisamment développés, et introduits immédiatement dans un flacon d'eau distillée disposé à côté de la plante. On faisait en quelques minutes un nombre suffisant de lectures avant que l'eau distillée ait pu parvenir jusqu'à la feuille qui était toujours choisie près du sommet.

Le tableau ci-dessous donne le relevé des chiffres observés sur le maïs à divers états de développement, au cours des deux étés de 1924 et 1925.

Numéros d'ordre.	Date.	Heure.	Température T de l'air à l'ombre.	Degré hygrométrique.	Température moyenne T_f de la feuille.	$T - T_f$.
		h m	°		°	
1.	1924 Août 9...	14.30	20,6	»	22,2	+1,6
2.	» 10...	13.30	22,8	63	23,2	+0,4
3.	» 11...	14.45	26,8	58	26	−0,8
4.	» 12...	14.00	25	63	24,6	−0,4

Numéros d'ordre.	Date.		Heure.	Température T de l'air à l'ombre.	Degré hygro-métrique.	Température moyenne T_f de la feuille.	$T - T_f$.
			Maïs avec épi en cours de maturation.				
			h m	°		°	
5.	1924 Sept.	7...	14.45	26	70	30,6	−4,6
6.	»	7...	15.15	26,2	70	27,5	+1,3 (¹)
7.	»	7...	15.20	26	72	27,8	+1,8 (¹)
8.	»	8...	12.20	26,4	63	29,6	+3,2
9.	»	8...	12.25	26,6	63	30,2	+3,6
10.	»	8...	12.50	27,6	60	33,6	+6,0
11.	»	10...	15.40	20,9	64	20	−0,9
12.	»	10...	15.50	18	66	17,1	−0,9
			Maïs jeune.				
13.	1925 Juin	18...	15.45	27,5	52	30,5	+3,0 (²)
14.	»	18...	15.50	27,5	52	29,0	+1,5 (²)
			Maïs plus développé, inflorescences mâles non apparentes.				
15.	1925 Juil.	15...	13.45	32	53	35	+3
16.	»	15...	13.55	32,2	53	36,7	+4,5
17.	»	16...	14. 5	30,6	49	29,2	−1,4
18.	»	16...	14.10	31,6	49	28,1	−3,5
19.	»	16...	14.35	32,3	49	33,7	+1,4 (¹)
20.	»	16...	14.40	32,3	49	34,5	+2,2 (¹)
21.	»	16...	14.50	32,6	49	27,8	−4,8 (³)
22.	»	21...	14.20	32,4	60	34,9	+2,5
23.	»	21...	14.40	31,2	63	31,2	0
			Maïs en fleur.				
24.	1925 Août	8...	16	29,3	55	31,0	+1,7
25.	»	9...	14.15	33,2	59	37,6	+4,4

Observations. — (¹) la même à l'ombre; (²) feuilles non entièrement sorties du bourgeon; (³) 2 minutes après remise au soleil.

Les résultats montrent que la température oscille autour de celle de l'air ambiant avec des écarts qui varient visiblement suivant cette température et le degré hygrométrique de l'air.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Hérédité des transformations ligneuses chez les descendants du Soleil et du Topinambour greffés.* Note de M. **Lucien Daniel**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Parmi les nombreuses modifications du chimisme causées par le greffage chez les Hèlianthées, l'une des plus marquées et des plus fréquentes, c'est la lignification exagérée de la tige de l'*Helianthus annuus* servant de support à l'*Helianthus tuberosus* ou à l'*H. multiflorus*. Au lieu de conserver, comme les témoins, un mince cylindre ligneux peu lignifié et entourant une moelle épaisse, le Soleil hypobiote grossit fortement; le bois augmente considérablement de volume et durcit. Ce phénomène, d'ordre essentiellement spécifique, se rencontre non seulement dans toutes les olodibioses mais aussi dans les hyperdibioses où le Soleil annuel joue le rôle de mésobiote entre deux portions de Topinambour.

L'intensité de la transformation ligneuse à la suite de la symbiose varie suivant les exemplaires d'une même série de greffes et cela se conçoit puisque chaque association possède un bourrelet particulier. Elle dépend aussi de la longueur propre de la tige hypobiote ou mésobiote ainsi que je l'ai démontré par des expériences comparatives. Dans les olodibioses, un hyperbiote de 15^{cm} s'épaissit plus et présente en général un bois plus dur qu'un hypobiote de 30^{cm}; celui-ci, surtout dans sa partie inférieure et médiane, reste moins développé qu'à son sommet. J'ai fait aussi des hyperbioses avec des mésobiotes de 10, 20 et 30^{cm} dans des conditions bien comparatives. La lignification, très forte chez les premiers, était moyenne chez les seconds et plus faible chez les troisièmes. Chez ceux-ci elle était inégale à la base, au milieu et au sommet; dans ce dernier point, elle se montrait à peine. Naturellement ces résultats ont une intensité variable suivant l'époque à laquelle se font les opérations.

Je me suis demandé si cette lignification pouvait devenir héréditaire et se fixer chez les descendants du Soleil greffé à la façon dont se sont comportés certains caractères acquis chez le Topinambour. Pour obtenir des graines chez les Soleils hypobiotes ou mésobiotes ligneux et acquérant par là une prolongation de la vie qui dure jusqu'à l'apparition des grands froids, il m'a suffi de provoquer la formation de tiges réparatrices chez le Soleil. J'ai obtenu ainsi des capitules garnis de graines fertiles. Ces graines semées l'année d'après à l'époque convenable m'ont fourni de jeunes plantes dont j'ai

utilisé quelques-unes pour de nouveaux greffages et dont les autres m'ont servi de sujets d'études pour l'hérédité. Tout en prenant chaque année des graines sur mes Soleils greffés, j'ai sélectionné, dans les témoins issus des Soleils précédemment greffés, les exemplaires les plus ligneux, et ainsi de suite chaque année.

L'an dernier, j'ai fini par obtenir de cette façon un Soleil annuel à tige unique, très fortement lignifiée à sa base et restant verte jusqu'aux grands froids. Sur quelques exemplaires on voyait au collet un renflement parenchymateux rappelant la disposition d'un bourrelet de greffe. Les feuilles géantes étaient gaufrées comme chez les plantes greffées souffrant de pléthore aqueuse. Le capitule, de 25 à 30^{cm} de diamètre suivant les exemplaires, avait les bractées externes de l'involucre portant un limbe plus ou moins développé. Enfin quelques pieds, dont la tige était très verte, avaient remonté et donné de petits capitules faciès, présentant des bractées très épaisses et des fleurs monstrueuses. L'hérédité du caractère ligneux, ainsi acquis par greffe, est donc expérimentalement démontrée chez le Soleil annuel. C'est là un fait très important qui vient à l'appui de ceux que j'ai précédemment signalé chez le Topinambour dont la fertilité a été rétablie par la greffe en 1921.

Chez les variétés nouvelles de Topinambour que j'ai obtenues par greffe, j'ai remarqué qu'il y a des différences parfois très tranchées dans la lignification relative des tiges, les dimensions et la ramification de celles-ci. Chez certaines d'entre elles, la moelle prédomine; chez d'autres, le cylindre ligneux est de beaucoup le plus épais surtout à la base. Je me suis demandé si les fibres ligneuses et péricycliques de ces plantes ne pourraient pas servir à la fabrication d'une pâte à papier, ce qui serait un moyen d'utiliser avantageusement des fanes sans valeur à la fin de la végétation.

J'ai soumis des échantillons de tiges de l'*Helianthus tuberosus Mangini* à l'examen d'un chimiste attaché à une usine de papeterie. La pâte obtenue en petite quantité a été considérée comme pouvant servir à la fabrication d'un papier de luxe. N'ayant, dans cet ordre d'idées, disposé que d'un matériel trop réduit, il ne m'est pas possible de dire si, industriellement, la quantité de pâte à papier obtenue sera suffisante pour être exploitée avec bénéfice dans l'état actuel de la lignification de mes Soleils et de mes Topinambours. Mais je crois pouvoir affirmer, sans trop m'avancer, que, en cas d'insuffisance, il serait possible, en continuant à utiliser la méthode qui m'a servi, d'arriver à augmenter, par greffages rationnels répétés, les proportions des fibres ligneuses et péricycliques et peut-être même d'en améliorer

la qualité. Il y a là une série de recherches intéressantes à continuer et que je signale à ceux qui savent que, dans les questions de ce genre, le temps et la patience sont des qualités primordiales.

ENTOMOLOGIE. — *Sur la présence dans le midi de la France d'un Hémiptère-Homoptère américain de la famille des Membracidæ :* Ceresa bubalus *Fab., et sur sa biologie.* Note de M. **Raymond Poisson**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

D'après Oshanin (1912), la famille des Membracidæ (Hémiptères-Homoptères) comprendrait en France, et spécialement dans le Midi, les genres et espèces suivants :

1° *Centrotus cornutus* (L.) avec les variétés *depressus* Fieb., *siculus* Kbm., *gallicus* Kbm., *obtusus* Fieb.; 2° *Acanthophyes chloroticus* (Fairm.); 3° *Gargara genistæ* (F.). Or, au cours de chasses entomologiques aux environs de Banyuls (Pyrénées-Orientales), en septembre 1927, j'ai eu l'occasion de constater la présence, dans cette région, d'un Membracide différent de ceux qui viennent d'être énumérés. Il appartient au genre américain *Ceresa* et très vraisemblablement à l'espèce *C. bubalus* Fabr., espèce largement répandue en Amérique du Nord et en particulier aux États-Unis. C'est le Buffalo Tree Hopper des Américains; il se différencie des autres espèces du genre par sa taille qui peut atteindre de 8 à 10^{mm} et par la teinte presque entièrement verte du corps, y compris celle de la carène dorsale du pronotum. Il a toutefois été souvent confondu avec les espèces *C. taurina* Fitch. et *borealis* Fairm., également néarctiques.

De nombreux Insectes, et spécialement des Hémiptères (Hétéroptères, Homoptères et Psyllides), sont actuellement communs aux faunes néarctique et paléarctique. Dans beaucoup de cas ce sont des espèces européennes qui ont été introduites accidentellement en Amérique du Nord; mais, le fait inverse s'est également produit. Si *Ceresa bubalus* était inoffensif pour les plantes cultivées, comme la plupart de ses congénères, sa présence dans le midi de la France ne présenterait qu'un minime intérêt.

Il n'en est malheureusement pas ainsi. En Amérique, l'Homoptère, qui dans certaines régions est très commun, a été capturé sur des plantes d'espèces diverses (Funkhouser, 1923) [1]. Toutefois, *Ceresa bubalus* pond de préférence ses œufs (en septembre) dans les petites branches de deux à

---

(1) W. D. Funkhouser, *Membracidæ, in The Hemiptera or sucking Insects of Connecticut* (*State Geol. and nat. hist. surv. Bull.*, n° 34, 1923, p. 163).

trois ans des jeunes ormes et *surtout des pommiers*. A l'aide de leurs gonapophyses, les femelles *perforent profondément* les rameaux choisis pour y déposer leurs œufs et ces lésions peuvent déterminer la mort des branches atteintes ou tout au moins nuire au bon développement des fruits. D'autre part, les larves issues des œufs, qui éclosent au mois de mai de l'année suivante, émigrent sur des plantes basses d'espèces variées et en particulier sur les *tiges de pommes de terre*. Sur cette plante encore, l'espèce peut commettre certains ravages, non aussi graves toutefois que ceux du Coléoptère chrysomélide Doryphora, *Leptinotarsa decemlineata* Say., dont la patrie d'origine est la même que celle du *Ceresa*.

En résumé, *Ceresa bubalus* est un Insecte susceptible d'*exercer ses ravages sur certaines plantes cultivées* (pommiers, pomme de terre, etc.); aussi, son acclimatation et son extension possible en France méritent d'être surveillées. Et cela d'autant plus que sa présence dans le département de l'Hérault ayant déjà été remarquée il y a une quinzaine d'années (M. E. de Bergevin *in litt.*), la capture de l'espèce à Banyuls, dans une petite plantation de pommiers située sur l'une des rives du lit de la Banyulenque (au lieu dit le Moulin), prouve précisément que l'Homoptère tend à se répandre dans le midi de la France.

PHYSIOLOGIE. — *Influence des saisons sur les combustions respiratoires chez le chien*. Note (¹) de MM. **F. Maignon** et **A. Painvin**, présentée par M. E. Leclainche.

Dans des recherches antérieures (²), l'un de nous a montré l'existence d'une influence exercée par les saisons sur la glycogénie musculaire (chien, cobaye, pigeon, carpe), la sensibilité de l'organisme à l'intoxication protéique (rat blanc alimenté à l'ovalbumine) et les combustions respiratoires (cobaye).

Les courbes de ces divers phénomènes montrent toujours un maximum au printemps, souvent un second maximum moins important à l'automne, et deux minima, l'un en été, l'autre en hiver. Cette constatation a été faite, entre autres, à propos des combustions respiratoires, sur des cobayes soumis à une alimentation uniforme et maintenus, hiver et été, sensiblement à la même température, afin d'éliminer le plus possible le facteur thermique.

(¹) Séance du 11 février 1929.

(²) F. Maignon, *Comptes rendus*, 145, 1907, p. 334 et 730; 150, 1910, p. 721; 156, 1913, p. 347; 166, 1918, p. 919 et 1008.

Dans les recherches qui font l'objet de cette Note, nous avons étudié les effets de cette même influence sur le chien à jeun (métabolisme basal) et alimenté à la viande, à raison de 40^g de viande bouillie par kilogramme d'animal. La différence entre les deux chiffres, à une même époque, donne l'action dynamique spécifique de la viande.

Les animaux étaient maintenus en hiver dans des locaux chauffés. Les combustions respiratoires étaient déterminées par la méthode de confinement, en plaçant les sujets pendant 14 à 15 heures dans une cage métallique d'une contenance de 2$^{m^3}$. La cage était en communication avec un gazomètre de Tissot, afin que l'air de l'enceinte demeurât toujours à la pression atmosphérique. Le gazomètre était lui-même en relation avec un eudiomètre à phosphore de Laulanié, utilisé pour l'analyse.

Les animaux étaient enfermés dans la cage, le soir, à 20^h, jusqu'à 10^h le lendemain, soit à jeun, depuis la veille (36e à 50e heure de jeûne), soit après avoir ingéré 40^g de viande maigre bouillie par kilogramme d'animal. Le repas de viande était donné vers 17^h, c'est-à-dire 3 heures avant que le sujet ne fût enfermé dans la cage respiratoire.

Nous donnons, à titre d'exemple, et sous forme de tableau, les résultats obtenus sur un chien berger allemand, âgé de 4 ans et dont le poids de 12^{kg} s'est maintenu constant pendant toute la durée de l'expérience.

Les combustions sont exprimées par le coefficient respiratoire, indiquant la consommation d'oxygène en litres, par heure et par kilogramme d'animal.

Chien à jeun.

	l	Moyenne mensuelle. l
10 février 1927.	0,477	0,477
9 mai.........	0,693	
16 mai.........	0,692	0,678
23 mai.........	0,649	
2 juin........	0,536	0,536
1er juillet.....	0,450	0,450
4 août........	0,429	0,429
28 octobre.....	0,404	0,404
5 novembre...	0,488	
15 novembre...	0,452	0,476
24 novembre...	0,488	
9 décembre...	0,464	0,438
28 décembre...	0,392	
9 janvier 1928.	0,380	0,386
23 janvier......	0,392	

Régime de la viande.

	l	Moyenne mensuelle. l
12 février 1927.	0,576	0,576
6 mai.........	0,751	0,704
19 mai.........	0,657	
8 juin........	0,652	0,606
15 juin........	0,560	
9 juillet.......	0,512	0,512
22 août........	0,540	0,540
8 novembre...	0,488	
17 novembre...	0,583	0,529
29 novembre...	0,517	
12 décembre..	0,547	0,547

La courbe des variations des combustions chez le chien à jeun (métabolisme basal) montre deux maxima, l'un au printemps, le plus élevé, avec un coefficient respiratoire moyen de $0^l,678$ en mai, et un autre beaucoup moins important en automne, $0^l,476$ en novembre. La courbe présente en outre deux minima, en été et en hiver. Le coefficient respiratoire tombe à $0^l,429$ en août et à $0^l,386$ en janvier.

La courbe des variations des combustions chez l'animal alimenté à la viande a sensiblement la même allure que la première, néanmoins l'écart entre les deux, qui exprime l'action dynamique spécifique de la viande, est très faible au mois de mai, au moment du maximum de printemps, alors qu'il est beaucoup plus important à l'époque des minima, en été et en hiver. L'action dynamique spécifique de la viande serait donc soumise, elle aussi, à une influence saisonnière.

Au printemps 1928, les maxima ont été, sur les animaux en expérience, nettement moins importants qu'en 1927. Or le printemps 1928 a été caractérisé par un temps pluvieux, froid et couvert. On peut se demander si, dans ces conditions, les radiations qui sont probablement responsables de ces influences n'ont pas été en partie interceptées.

Conclusions. — 1° Les combustions respiratoires du chien adulte, à jeun (métabolisme basal), passent par deux maxima au printemps et à l'automne, et par deux minima en hiver et en été, et cela sur des animaux maintenus dans des locaux chauffés en hiver de façon à éliminer à peu près complètement le facteur thermique.

2° Cette même influence des saisons se fait sentir sur le chien alimenté à la viande, mais la courbe de variations obtenue n'est pas exactement parallèle à celle du métabolisme basal. Les courbes paraissent se rapprocher dans les parties hautes, c'est-à-dire au printemps et à l'automne; autrement dit, l'action dynamique spécifique de la viande, chez le chien, subirait aussi une influence saisonnière et serait diminuée au printemps et à l'automne et augmentée en hiver et en été.

BIOLOGIE. — *Sur les Arthropodes commensaux de la Marmotte des Alpes.* Note de M. **Pierre Marié**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

J'ai poursuivi depuis 4 ans des recherches méthodiques dans le but de découvrir et d'étudier la faune particulière des divers Arthropodes qui habitent les terriers de marmottes.

Mes essais ont eu lieu dans les départements de Savoie, Haute-Savoie, Hautes-Alpes et Basses-Alpes, à des altitudes comprises entre 1800 et 2800^m.

Jusqu'ici ces recherches n'avaient pas été sérieusement entreprises à cause de la difficulté d'accès des terriers et de leur énorme profondeur. J'ai donc tenté de tourner la difficulté et de capturer les Arthropodes, hôtes des marmottes, par des moyens indirects. Pour cela j'ai imaginé un système de piégeage, composé de sortes de nasses amorcées à l'aide d'appâts appropriés, et disposées à l'intérieur des trous, à une profondeur de 2 ou 3^m.

Mon but était d'attirer dans ces pièges les insectes confinés dans les litières qui garnissent généralement la chambre terminale des terriers. Mes essais ayant porté sur environ 200 terriers habités, j'ai pu dresser une liste déjà longue des insectes vivant dans ce milieu.

Aidé par les travaux de Raphaël Dubois sur la vie oscillante chez les Mammifères, j'ai également réussi à connaître en partie la biologie toute spéciale des commensaux de la marmotte.

Les insectes qui vivent dans la plupart des terriers d'autres mammifères jouissent, durant presque toute l'année, d'une température élevée qui facilite leur évolution. Les causes de réchauffement du milieu sont assez constantes, chaleur propre de l'animal, fermentation des litières, etc. Or, chez la marmotte, rien de tel.

Les terriers, toujours creusés au voisinage des neiges, ne se réchauffent guère en été. La terre étant mauvaise conductrice de la chaleur, l'ensemble du terrier reste à une température voisine de 8° C.; seule la chambre terminale est réchauffée par la présence du rongeur. Mais, lorsque survient l'hiver, la marmotte, après avoir muré l'orifice du trou, tombe en sommeil léthargique. Sa température interne descend alors à un niveau qui n'est que de quelques dixièmes de degré supérieure au milieu ambiant. Le froid et la raréfaction de l'air empêchent également les litières de fermenter de façon appréciable. Le trou, qui en hiver n'est plus qu'à 5 ou 6° C., reste généralement à cette température, car aucune cause de réchauffement n'est à même de lui fournir des calories.

Il est en plus remarquable de constater que, malgré la très basse température hivernale des terriers, les insectes s'y reproduisent pour la plupart en toute saison de l'année; on récolte, en effet, aussi bien en hiver qu'en été, des imagos, des nymphes et des larves de tout âge.

En dehors de ces considérations générales, mes recherches ont donné les résultats suivants :

1° *Découverte d'espèces nouvelles.* — Ceci n'a rien de surprenant, aucun naturaliste n'ayant encore sérieusement exploré ce milieu évolutif;

2° *Découverte de la biologie de certains insectes alpestres*, jusqu'ici considérés comme très rares et trouvés en nombre dans les terriers;

3° *Capture de beaucoup d'espèces d'insectes, vulgaires en plaine, très rares ou même inconnus aux grandes altitudes.* — Ces insectes semblent, pour la plupart, bien acclimatés à la vie terricole. Il est probable qu'ils sont des descendants d'insectes transportés accidentellement de la plaine dans la grande montagne. Surpris par la rigueur du climat, ils n'ont pu subsister et se reproduire qu'en se réfugiant dans les terriers.

Si certains de ces insectes présentent des variations de forme assez extrêmes, je n'ose encore prétendre que ces variations soient une conséquence de l'adaptation au milieu. Pour cela, de plus nombreux matériaux et une étude plus complète seraient nécessaires. Un phénomène biologique anormal mérite encore d'être signalé en ce qui les concerne. Chez certaines espèces nouvellement découvertes dans les terriers de marmottes et nettement terricoles, ainsi que chez diverses espèces de plaine récoltées en ces lieux, les spécimens extraits des terriers meurent en un temps très court.

J'avais tout d'abord pensé que la cause de leur mort était due à une rapide transition calorique et hygrométrique.

Des essais plus complets m'ont montré que l'action mortelle était plutôt causée par le rayonnement lumineux survenant brusquement.

A température constante, la mort se produit plus ou moins vite, suivant l'intensité de la lumière qui frappe l'insecte.

Or, si ce phénomène est facilement explicable pour les espèces terricoles, il est extraordinaire pour les espèces de plaine, qui, dans leur milieu d'origine, ne sont pas spécialement lucifuges. Leur sensibilité à la lumière semble toutefois être moindre que pour les premières.

Il faut noter, de plus, que ces mêmes espèces de plaine, qui, dans leur milieu normal, ont leur activité vitale optima, croissance larvaire, nutrition, mouvement, procréation, entre 10 et 30°C. avec maximum d'activité vers 25°C., ont pu s'accommoder, pour ces mêmes actes ou fonctions, d'une température de 5 ou 6°C. seulement.

Il résulterait donc de ces constatations que leur biologie serait en voie d'évolution relative.

Avant de pouvoir rien affirmer, nous croyons qu'il est utile de poursuivre ces recherches durant de longues années encore.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Au sujet du rapport entre la production d'acide lactique et la croissance de la levure.* Note de M. E. **Aubel**, présentée par M. Molliard.

Dans un précédent travail [1], j'ai montré que la production normale d'acide lactique par la levure de Cramant, démontrée par Fernbach et Schoen, était d'autant plus grande que la quantité d'oxygène fournie au micro-organisme était plus petite. Ce fait m'avait conduit à émettre l'hypothèse que la transformation du glucose en acide lactique constituait la source d'énergie nécessaire à la croissance de la levure. Cette hypothèse était étayée provisoirement sur le fait que l'on obtenait, difficilement il est vrai, des cultures anaérobies en milieu nitraté sur acide lactique, et la remarque que les nitrates susceptibles de jouer le rôle d'accepteur d'hydrogène, comme l'oxygène, pouvaient remplacer ce dernier corps et permettre une condensation de l'acide lactique en glucose, fait admis par Meyerhof dans le cas où l'on se trouve en milieu aérobie.

Il restait donc un fait à expliquer, l'inconstance des résultats obtenus sur l'acide lactique. Il y avait une hypothèse à vérifier : celle du rôle possible des nitrates dans la synthèse du glucose aux dépens de l'acide lactique.

En ce qui concerne l'inconstance des résultats obtenus dans les expériences avec l'acide lactique, je me suis rapidement aperçu que l'augmentation de la quantité de nitrates ou la suppression totale de ces derniers ne modifiait en rien la proportion des cas positifs. Comme j'ensemençais largement les ballons à l'aide d'une émulsion de levure je me suis préoccupé du rôle possible du glycogène apporté par la levure. J'ai pu alors me rendre compte que tous les ballons ayant été inoculés avec moins de 2^{cm^3} d'émulsion du micro-organisme donnaient un résultat négatif, tous ceux ayant reçu plus de 2^{cm^3} un résultat positif, il en était de même lorsque l'on ajoutait du glucose. Dès lors, tout s'expliquait. Dans les expériences relatées au cours de mes précédentes recherches, j'étais à la limite. Et les résultats positifs constatés tenaient au fait que la levure apporte avec elle une quantité minima d'un corps nécessaire, peut-être le glycogène. Nous devons donc conclure que même en présence de nitrates, en l'absence d'air, la levure ne se développe pas sur l'acide lactique.

---

[1] *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 989.

Reste l'hypothèse formulée plus haut. Pour la vérifier, j'ai fait des cultures en atmosphère très confinée : des ballons de 200$^{cm^3}$ étaient remplis avec le milieu de culture, sauf un espace de 2$^{cm^3}$ ensemencés et scellés. Le liquide de culture avait la composition : eau, 100$^{cm^3}$; NaCl, 0^g,5; PO^4K^2H, 0^g,2; SO^4Mg, 0^g,02; $CaCl^2$, 0^g,01; CO^3Ca, 1^g. En outre, on ajoutait 3^g de glucose par ballon, la source d'azote était calculée de façon à donner 0,1 pour 100 d'azote.

Les sources d'azote furent : NO^3K, NO^3NH^4, $SO^4(NH^4)^2$.

Avec NO^3K on a eu un développement à peu près nul. Les nitrates furent réduits énergiquement en nitrites et la levure rapidement tuée laissa dans le milieu de culture une abondante quantité de sucre non transformé.

Avec le nitrate d'ammoniaque, on ne constate pas la présence de nitrites. Il semble que les nitrates restent inattaqués, la levure trouvant dans le sel d'ammonium une source d'azote préférable, ce qui est conforme aux données classiques. Dans ce cas, la fermentation du sucre est, au bout de trois semaines, totale ainsi que dans le milieu au sulfate d'ammoniaque.

J'ai dosé l'acide lactique dans les milieux où la fermentation était complète. Voici les moyennes de six expériences :

	Milieu à	
	NO^3NH^4.	$SO^4(NH^4)^2$.
Alcool	1,06	1,3
Acide lactique	0,05	0,06

Ainsi, la présence ou l'absence de nitrates n'influe sensiblement ni sur la quantité d'alcool (ce que Fernbach a déjà vu) ni sur la quantité d'acide lactique formé.

D'autre part, j'ai cherché s'il y avait un rapport entre l'acide lactique trouvé et le nombre de cellules de levure fournies par des cultures en milieu confiné (un demi-centimètre cube d'air pour 10$^{cm^3}$ de liquide) :

Cellules par mm^3 au départ.	Cellules par mm^3 à la fin.	Nombre de cellules formées par mm^3.	Acide lactique dans 10$^{cm^3}$.
4400	12400	8000	0^g,0072
5500	10300	4800	0^g,0090

L'acide lactique formé n'avait pas pu être utilisé; le milieu ne renfermait pas de nitrates et l'oxygène avait été absorbé par la levure dès le début de l'expérience.

La conclusion à tirer est donc qu'il n'y a pas de rapport entre l'acide lactique dosé et la quantité de levure formée. D'autre part la quantité d'acide lactique formée est insuffisante pour expliquer la quantité proportionnelle

ment considérable d'acide pyruvique obtenu par réaction endothermique. Ceci m'amène à modifier mon point de vue au sujet de l'origine de l'énergie nécessaire à la croissance de la levure [1]. Cette origine ne se trouve pas, on vient de le voir, dans le dédoublement du glucose en acide lactique. Il n'en est plus de même si l'on admet que l'origine de l'énergie remonte au dédoublement du glucose en méthylglyoxal dont Neuberg et Kobel viennent de montrer la présence et que l'on pouvait soupçonner depuis que Kluyver et Struyk avaient signalé l'existence d'un corps donnant la réaction d'un triose libre, présent dans les milieux de fermentation.

On a alors

$$C^6H^{12}O^6 \rightarrow 2\,CH^3COCOH + 2\,H^2O + 10000^{cal} \text{ (approximativement)}.$$

Ce méthylglyoxal donne ensuite un peu d'acide lactique, mais surtout

$$2\,CH^3COCOH + 2\,H^2O = 2\,CH^3COCOOH + 2\,H^2 - 20000^{cal}.$$
$$2\,CH^3COH + 2\,H^2 = 2\,CH^3CH^2OH + 40000^{cal}.$$

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *La composition chimique des tissus dans l'avitaminose A : phosphore, extrait lipoïdique, cholestérol.* Note de M. **M. Javillier** et Mlles **S. Rousseau** et **L. Émerique**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Dans un travail antérieur [2], nous avons cherché si la teneur des tissus en phosphore nucléoprotéidique se trouve modifiée lorsqu'un animal est atteint d'avitaminose A. Des expériences faites sur la souris nous ont conduits à cette constatation que, *dans les conditions réalisées*, la teneur en phosphore nucléoprotéidique n'est pas touchée de façon appréciable par la carence.

De nouvelles expériences (qui seront développées par l'un de nous dans un travail d'ensemble) portant sur le rat blanc, expériences dans lesquelles nous avons analysé, non des animaux totaux comme précédemment, mais des organes isolés, n'ont pas mis en évidence, dans les cas de carence, le

(1) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 572.

(2) M. Javillier, H. Allaire et Mlle S. Rousseau, *Phosphore nucléique et bilans phosphorés chez des souris carencées en facteurs liposolubles* (*Bull. Soc. Chim. biol.*, **10**, 1928, p. 294).

déficit attendu de phosphore nucléoprotéidique. *L'ensemble de nos expériences paraît donc ne point vérifier l'hypothèse d'après laquelle le facteur* A *jouerait un rôle dans la nucléosynthèse.*

En raison du caractère liposoluble du facteur, il nous a paru tout indiqué de rechercher ensuite dans quel sens varient chez des animaux carencés : l'extrait alcoolo-éthéré des tissus (extrait lipoïdique), les acides gras, les stérols précipitables par le digitonoside et le phosphore lipidique.

Chez nos souris carencées, l'extrait lipoïdique baisse considérablement (15,7 pour 100 de matière sèche au lieu de 38 pour 100); la teneur de l'organisme en acides gras également (10,4 au lieu de 35); le cholestérol reste à peu près au même taux (1,28 au lieu de 1,24); la teneur en phosphore lipidique est accrue (0,23 au lieu de 0,19). En raison de ces variations, les rapports $\frac{\text{cholestérol}}{\text{extrait lipoïdique}}$ et $\frac{\text{cholestérol}}{\text{acides gras}}$ se trouvent en forte augmentation; mais le rapport $\frac{\text{cholestérol}}{\text{lécithides}}$ est sensiblement diminué (21,9 pour 100 au lieu de 25,5 et le rapport $\frac{\text{cholestérol}}{\text{Mat. sèche-ext. lipoïd.}}$ l'est de même (1,51 pour 100 au lieu de 1,98).

Mais l'analyse d'organes isolés revêt un sens plus clair; voici quels résultats nous a fournis celle d'organes de rats sacrifiés au moment où, atteints de xérophtalmie, ils ont perdu 10 pour 100 du poids maximum auquel ils étaient parvenus. La proportion de l'extrait lipoïdique total se trouve abaissée dans la peau, le foie, le muscle; elle reste sensiblement la même, au moins au stade de la carence étudié, dans la rate, le poumon, le rein, le cœur; elle est plus grande dans le cerveau et dans l'os. Mais, en dehors de ce fait, banal en somme, on en relève d'autres qui le sont peut-être moins. *Les organes carencés analysés sont systématiquement moins riches en cholestérol; une seule exception : la peau.* Ces abaissements de la teneur en cholestérol sont d'un ordre de grandeur fort appréciable; la chute est de 24,5 pour 100 dans le rein (1^g,02 pour 100^g de matière sèche au lieu de 1^g,35); 20,5 pour 100 dans le cerveau (2^g,95 au lieu de 3^g,71); 17 pour 100 dans le foie (0^g,88 au lieu de 1^g,06); 11 pour 100 dans la rate (1^g,45 au lieu de 1^g,63); 7,7 pour 100 dans le muscle (0^g,54 au lieu de 0^g,59); 5,6 pour 100 dans le poumon (1^g,54 au lieu de 1^g,63). *Sauf dans la peau et les muscles*, la chute relative est moins accentuée pour les acides gras et le phosphore lipidique. Exemples : dans le foie, le cholestérol baissant de 17 pour 100, les acides gras ne baissent que de 6,3 pour 100 et le phosphore lipidique de 5,9 pour 100; le rein et la rate carencés, qui changent peu le taux de leurs autres constituants lipoïdiques, enregistrent cependant des

chutes de 24,5 et 11,1 pour 100 de leur cholestérol; le cerveau carencé, plus riche en extrait lipoïdique que le cerveau normal, est pourtant moins cholestérylique d'environ $\frac{1}{5}$. Dans les organes de nos rats carencés, la proportion du cholestérol dans l'extrait lipoïdique total, sa quantité vis-à-vis de la fraction non lipidique des tissus, la valeur du rapport $\frac{\text{cholestérol}}{\text{lécithides}}$ se trouvent, sauf dans la peau, abaissés.

Si l'on conçoit le cytoplasme comme un ensemble où protéides, lipides phosphorés et stérides constituent, avec de l'eau et des sels, un tout dans un équilibre passible, dans chaque type cellulaire, de faibles variations seulement, on paraît autorisé à penser que, si dans la carence A il y a, dans certains organes tout au moins, restriction sensible de l'un de ces constituants (cholestérol), c'est là un phénomène qui peut suffire à expliquer et les arrêts de croissance et la moindre résistance aux infections et la mort des animaux. Nous n'entendons pas tirer de ces expériences des conclusions définitives [1]; elles paraissent apporter cependant une donnée nouvelle — opposée à celle que fournit l'étude de l'inanition — et offrent tout au moins une orientation pour des investigations ultérieures.

CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Les albumines totales (sérumalbumine ou sérine et sérumglobuline) du sérum des Cobayes atteints de scorbut. La présence d'albumine et d'hémoglobine dans les urines de ces animaux à la fin de la maladie.* Note de Mlle **A. Michaux**, présentée par M. E. Leclainche.

Les multiples hémorragies que l'on observe chez les Cobayes scorbutiques ont-elles une influence sur le taux des albumines totales du sérum sanguin?

Nous savons qu'à l'état normal ces substances ont une teneur particulièrement constante, que des saignées répétées font baisser momentanément.

Nous avons donc dosé ces albumines (sérine et globuline) en utilisant la méthode indiquée par Douris [2], dans le sérum des Cobayes soumis au régime scorbutigène, à partir du 16e jour, moment où les courbes de poids des animaux habitués à leur nouvelle nourriture atteignent, en général, leurs points culminants.

Des déterminations ont été également effectuées chez les Cobayes recevant, soit le régime artificiel complet, soit le régime naturel.

---

(1) La carence à laquelle nos animaux étaient soumis n'était pas une carence A pure; ils recevaient une dose un peu limitée de facteur antirachitique, mais naturellement le rapport approprié P/Ca était respecté dans le régime.

(2) Douris, *Guide pratique pour l'analyse du sang.*

Les résultats montrent que *le taux des albumines totales* est quelque peu inférieur chez les Cobayes soumis au régime artificiel complet. La baisse est beaucoup plus accentuée chez les malades, le 16ᵉ jour, mais les taux se relèvent progressivement et deviennent comparables à ceux du lot précédent.

Teneurs du sérum en albumines totales (sérine et globuline).

Jours.	Régime naturel : albumines totales pour 1000$^{cm^3}$ sérum.	Régime artificiel complet : albumines totales pour 1000$^{cm^3}$ sérum.	Régime scorbutigène : albumines totales pour 1000$^{cm^3}$ sérum.
	g	g	g
16	67,00	56,55	38,22
17			
18	48,50		
19			
20	61,30		42,25
21		48,85	
22	61,02		
23			
24	56,45		45,90
25		56,00	
26			
27			
28			47,60
29			
30		47,35	49,70
31			48,86
32		49,40	

Teneurs des urines des Cobayes scorbutiques en albumines totales (sérine et globuline).

Jours.	Volume des urines en 24 heures.	Albumines totales pour 1000$^{cm^3}$ d'urine.	Débit d'albumines en 24 heures.
	cm³	g	g
23-24ᵉ	16,3	0,240	0,004
25-26ᵉ	6,9	0,808	0,005
26-27ᵉ	6,7	0,487	0,003
27-28ᵉ	10,4	0,105	0,001
28-29ᵉ	11,2	0,812	0,009
29-30ᵉ	7,3	0,320	0,002
29-31ᵉ	6,8	0,540	0,003
30-32ᵉ	9,7	1,461	0,014

En résumé, l'absence de la vitamine antiscorbutique dans le régime alimentaire *ne détermine qu'une baisse momentanée de la teneur du sérum en albumines totales.*

Lorsque des Cobayes sont ainsi carencés depuis un certain temps, leurs urines, devenues très foncées, sont de plus en plus rares. Alors que les quantités excrétées en 24 heures par les animaux recevant, soit le régime artificiel complet, soit le régime naturel, oscillent entre 65 et 95^{cm^3}, le volume des 24 heures, chez les malades, commence à diminuer vers le 20e jour et n'atteint guère que 6 à 9^{cm^3} à la fin de la maladie.

Quoique la densité, déterminée soit avec un densimètre, soit par la méthode dite du flacon, ne présente pas de variations notables, nous avons trouvé des petites quantités d'albumines, dont les poids sont compris entre $0^g,105$ et $1^g,46$ pour 1000^{cm^3} d'urine; mais nous ne pouvons accorder à ces chiffres qu'une valeur très relative car l'urine renferme également de l'hémoglobine.

Il faut remarquer cependant que la réaction de Meyer, qui nous a permis de déceler ce pigment sanguin, est sensible au $\frac{1}{100000000}$ et que, généralement, des résultats positifs n'ont été obtenus que lorsque la quantité destinée à essayer la réaction a été prélevée sur un volume notable d'urine très homogène; ceci prouve la dilution assez considérable de l'hémoglobine.

Tandis que l'hémoglobinurie est une conséquence de l'hémolyse sanguine, qui fera l'objet d'une prochaine Communication, *la présence des albumines dans l'urine révèle l'existence, chez les animaux scorbutiques, d'une lésion rénale.*

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *La réaction de fixation dans les tumeurs greffées de la souris.* Note [1] de MM. **E. Wollman** et **Ach. Urbain**, présentée par M. Roux.

Dans deux Notes antérieures [2] nous avons étudié à l'aide de la réaction de fixation les caractères antigènes d'une tumeur dont l'agent est filtrable (sarcome de Rous) et montré que dans ce cas le tissu néoplasique acquérait des propriétés antigènes nouvelles fort différentes de celles des tissus normaux de la poule. Au cours des recherches actuelles nous avons étendu cette étude aux tumeurs greffées de la souris.

Les expériences ont porté, au début, sur deux tumeurs de souris étiquetées épithéliome Bashford et sarcome, et qui provenaient de l'Institut Rockefeller. Des lapins furent préparés par des injections intrapéritonéales d'émulsions de tumeurs, ainsi que de tissus normaux (muscle, rate, rein)

---

(1) Séance du 11 février 1929.

(2) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1210, et 185, 1927, p. 1092.

de souris. La réaction de fixation est pratiquée suivant la technique employée dans les expériences précédentes et que nous avons décrites ailleurs (1).

Les résultats obtenus sont exprimés en unités d'anticorps d'après la méthode de titrage de Calmette et Massol.

Une expérience d'orientation faite avec du sérum prélevé 8 jours après la 5e injection donna, pour chacune des deux tumeurs mises en présence des sérums correspondants, le chiffre de 2000 unités au minimum et pour le tissu normal de souris en présence du sérum correspondant, 200 unités. Les lapins reçurent alors une nouvelle injection d'antigène et furent saignés à blanc 8 jours plus tard.

Voici les résultats obtenus avec ces sérums en présence d'antigènes homologues et hétérologues :

	Unités.
I. — *Sérum anti-sarcome.*	
a. Sarcome	3500
b. Épithéliome	1500
c. Tissu normal	450
II. — *Sérum anti-épithéliome.*	
a. Epithéliome	>4000
b. Sarcome	2500
c. Tissu normal	500
III. — *Sérum anti-tissu normal.*	
a. Tissu normal	200
b. Épithéliome	200
c. Sarcome	200

Ces résultats montrent que dans les tumeurs greffées de la souris, tout comme dans la tumeur de Rous que nous avons étudiée antérieurement, le tissu néoplasique présente des caractères antigènes nouveaux très différents de ceux des tissus normaux. L'expérience révèle d'autre part ce fait intéressant, que les deux tumeurs de nature différente présentent une parenté antigénique marquée.

Nous nous sommes demandé comment ces deux tumeurs se comporteraient vis-à-vis de sérums dont les sensibilisatrices auraient été au préalable absorbées par l'une ou l'autre d'entre elles.

(1) *Loc. cit.*

4$^{cm^3}$ environ de sérum anti-épithéliome sont mis en présence 1° d'épithéliome; 2° de sarcome (3-4^g dans un manchon de coton de verre).

Au bout de 24 heures on prélève les sérums ainsi traités et l'on pratique la réaction de fixation dont voici les résultats:

	Unités
I. — *Sérum anti-épithéliome traité par l'épithéliome.*	
a. Épithéliome	1000
b. Sarcome	3500
II. — *Sérum anti-épithéliome traité par le sarcome.*	
a. Sarcome	2500
b. Épithéliome	4000

Sans que les différences soient très prononcées, il semblerait donc que chacune des tumeurs ait adsorbé avec une intensité plus grande les sensibilisatrices homologues.

Tout en révélant une différence notable entre les deux tumeurs, l'examen histologique ne permit pas (cas fréquent pour les tumeurs de greffe ayant fait de très nombreux passages) de se prononcer sur leur nature exacte. Nous avons donc cru devoir répéter ces expériences avec des tumeurs de caractère histologique plus nettement déterminé [1].

	Unités.
I. — *Sérum anti-épithéliome.*	
a. Epithéliome	6000
b. Sarcome	2500
II. — *Sérum anti-sarcome.*	
a. Epithéliome	3000
III. — *Sérum anti-tissu normal.*	
a. Sarcome	400
b. Épithéliome	1000

Ces résultats confirment le fait intéressant avancé plus haut quant à la parenté antigénique très prononcée entre deux tumeurs de nature histologique différente; parenté plus marquée que celle qui existe entre chacune de ces deux tumeurs en particulier et les tissus normaux de la souris [2].

---

(1) M. Lacassagne a bien voulu examiner nos tumeurs et nous donner son avis.

(2) Il y a peut-être un rapprochement à faire entre ces faits et la parenté antigénique si curieuse des bactériophages d'un même groupe de bactéries mais d'origine différente, fait signalé par l'un de nous en collaboration avec Mme Wollman (*C. R. Soc. Biol.*, **96**, 1927, p. 332; *Ann. Inst. Pasteur*, **41**, 1927, p. 883).

MÉDECINE. — *Différenciation des sérums normaux et pathologiques (Oxydabilité des sérums).* Note de MM. **R. Douris, Ch. Mondain** et Mlle **M. Plessis**, présentée par M. d'Arsonval.

Il est un fait bien connu que certaines substances, au cours de leur passage dans l'organisme, subissent des phénomènes de réduction de diverses natures (hydrogénation, désoxydation, etc.). Les différents tissus posséderaient à divers degrés ce pouvoir réducteur. Des théories séduisantes, au premier abord, ont été émises pour expliquer la genèse des formations cancéreuses en se basant sur une augmentation du pouvoir réducteur du sérum cancéreux vis-à-vis de certaines matières colorantes.

Dans des travaux antérieurs [1], nous avons montré que les phénomènes de réduction envisagés n'étaient pas dus au sérum lui-même, mais à des microbes apportés par les extraits employés dans les expériences.

Nous avons voulu étudier cette question sous une forme voisine, c'est-à-dire vérifier les différences d'oxydabilité qui pourraient exister entre le sérum normal et le sérum cancéreux. Si le sérum cancéreux est plus réducteur, il doit se montrer également plus oxydable par les réactifs oxydants. Nous avons eu recours, pour nos essais, à un réactif (mélange chromique) qui est à la base d'une méthode générale d'oxydation des substances organiques suivant l'équation

$$Cr^2O^7K^2 + 4SO^4H^2 = SO^4K^2 + 3(SO^4)^3Cr^2 + 4H^2O + 3O,$$

une molécule de bichromate de potassium fournissant 3 atomes d'oxygène pour l'oxydation.

Nous avons utilisé la technique indiquée par M. Cordebard [2] pour l'oxydation de la dixanthylurée, mais comme ici l'oxydation porte à la fois sur les différents constituants des sérums, nous nous sommes efforcés de réaliser une oxydation toujours identique en opérant constamment dans les mêmes conditions de température, de durée, de concentration en sérum et en réactifs de façon à avoir des résultats relativement comparables.

Un centimètre cube de sérum à examiner, soigneusement centrifugé, est dilué au $\frac{1}{10}$ avec de l'eau distillée. On agite et l'on prélève aussitôt 1^{cm^3} que

---

(1) Ch. Mondain, R. Douris et J. Beck, *C. R. Soc. Biol.*, 94, 1926, p. 963; *Annales de l'Inst. Pasteur*, 40, 1926, p. 431.

(2) H. Cordebard, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 10, 1928, p. 461.

l'on introduit dans une fiole conique avec 25^{cm^3} du réactif sulfochromique (solution aqueuse à 50 pour 100 en volume d'acide sulfurique concentré à 66° et contenant $9^g,80$ de bichromate de potassium par litre). Le mélange est porté à l'ébullition durant exactement 2 minutes. Après refroidissement, on ajoute 50^{cm^3} d'eau distillée et l'on titre l'excès de bichromate de K non réduit au moyen d'une solution de sulfate ferreux ammoniacal N/5 correspondant volume à volume à la solution chromique. Pour apprécier le terme de la réaction on utilise du ferrocyanure de potassium comme indicateur externe qui donne une coloration bleue lorsque la solution ferreuse est en excès.

Les résultats sont évalués en milligrammes d'oxygène absorbé et rapportés à 1^{cm^3} de sérum pur.

Soit N la quantité de sulfate ferreux ammoniacal utilisée, celle de bichromate réduit est $25 - N = n$.

La quantité d'oxygène en milligrammes par centimètre cube de sérum est donnée par la formule

$$n \times 16.$$

En opérant dans les conditions ci-dessus, les résultats ont permis de formuler les conclusions suivantes:

Conclusions. — I. Le coefficient d'oxydation qui exprime en milligrammes la quantité d'oxygène absorbée pour 1^{cm^3} de sérum est compris pour les sérums cancéreux entre 80 et 120; pour les sérums syphilitiques, à réaction de Bordet-Wassermann positive, entre 107 et 134; pour les sérums normaux, entre 128 et 144.

II. Si l'on considère les trois zones de différenciation, on constate un empiètement qui empêche une délimitation nette et un diagnostic précis.

A 16^h, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 30^m$.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 25 FÉVRIER 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Un nouveau deuil frappe l'Académie. Notre confrère M. **J. Boussinesq** s'est éteint mardi dernier après une maladie qui le tenait éloigné de nous depuis plusieurs mois.

Né à Saint-André-de-Sangonis (Hérault) le 13 mars 1842, il fit ses études classiques au Petit Séminaire de Montpellier, prépara son baccalauréat sous la direction de M. Arthur Roche, stagiaire d'agrégation. Aspirant au professorat il acquit seul, par un travail opiniâtre, les connaissances indispensables pour suivre les cours d'Analyse et de Mécanique de notre correspondant à Montpellier, M. Roche. Licencié en mathématiques à 19 ans, il fut d'abord instituteur, puis nommé professeur à Agde, au Vigan et enfin à Gap, 1866.

Il prépara son doctorat, soutint sa thèse en Sorbonne et fut nommé à la Faculté des Sciences et à l'Institut industriel de Lille. Sa haute valeur le fit entrer à la Faculté des Sciences de Paris en 1886. Il occupa d'abord la chaire de Mécanique et de Physique expérimentale puis, en 1896, il prenait possession de la chaire de Physique mathématique et de calcul des probabilités qu'il conserva jusqu'à sa retraite en 1918.

Il avait obtenu le Prix Poncelet en 1871 et l'Académie des Sciences l'avait élu dans la Section de Mécanique en remplacement de Rolland (1886).

Boussinesq, menant de front ses classes de mathématiques et ses

recherches personnelles, composa au Collège d'Agde un Mémoire sur les *Effets de l'action capillaire à l'état de mouvement.* En 1865 alors professeur au Vigan, il envoya à l'Académie son grand Mémoire sur la théorie de la lumière, remarquable exposé de physique mathématique sur la théorie et la dispersion de la lumière.

Avec un sens merveilleux des approximations à faire dans les questions de mécanique, il a consacré de nombreux travaux à l'hydrodynamique et à l'hydraulique, où il a laissé la trace de son génie mathématique, devançant de beaucoup son temps par l'ingéniosité de ses vues.

Il s'attaque d'abord au problème des eaux courantes considéré jusqu'alors comme « une désespérante énigme ».

Dans son Mémoire intitulé modestement *Essais sur les eaux courantes*, il débrouille le fouillis presque inextricable des phénomènes demeurés irréductibles et avec un minimum d'hypothèses, en modifiant le coefficient de frottement ε de l'analyse de Navier, il rend les équations abordables et il en tire des conséquences générales élégantes que viennent confirmer les recherches de Darcy et surtout de Bazin. Ces travaux, déjà essentiels, sont complétés par sa théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux dans les lits rectilignes à grande section, en régime uniforme ou en régime uniformément varié. C'est dans cette étude qu'il développa sa méthode statistique, si féconde entre ses mains; il a été un précurseur génial à un moment où l'on ne soupçonnait pas que cette méthode deviendrait d'un usage courant avec l'adoption de la théorie cinétique de la matière.

En possession des méthodes, Boussinesq les appliqua à d'autres questions telles que l'écoulement des fluides, comportant des mouvements où la variation graduelle n'est plus assurée et il peut expliquer et étendre les résultats de Borda et de Bellanger; au problème de l'écoulement de l'eau sur un déversoir en mince paroi et enfin à la théorie des ondes de surface dans un liquide : mouvements ondulatoires, propagation des ondes périodiques, la houle, le clapotis, etc., il a trouvé sur toutes ces questions des solutions simples.

C'est aussi à Boussinesq que l'on doit la solution, devenue célèbre, du mouvement varié d'une sphère dans un fluide visqueux et de la résistance opposée à cette sphère dans son déplacement. Il a résolu ainsi l'un des plus difficiles problèmes de la mécanique.

Il nous faudrait encore signaler ses travaux sur l'élasticité des corps solides, sur les formes des masses fluides avec tension superficielle, sur l'équilibre des tas granuleux et enfin ses études, qui resteront classiques,

sur la théorie de la chaleur insérées dans son grand Traité sur la *Théorie analytique de la chaleur, mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière*.

Autodidacte, Boussinesq ne s'était pas borné, à Montpellier, à préparer ses examens dans des conditions difficiles, mais il avait voulu acquérir des connaissances étendues et variées.

M. de Saint-Venant, notre confrère, qui devint son ami et son protecteur, avait été frappé par la simplicité et la hardiesse des résultats consignés dans un de ses premiers Mémoires sur l'élasticité paru en 1867; il voulut en connaître l'auteur. Il lui fut répondu de Gap, où Boussinesq enseignait, que « ce jeune homme, aussi digne d'affection que d'estime, n'était étranger à aucune science et chose remarquable n'était superficiel en rien ».

Nous n'ajouterons rien à cet éloge sinon pour rappeler, avec sa modestie rare, l'aménité et la bienveillance qui rendaient son commerce si agréable. Il aimait volontiers à causer de philosophie et il attachait la plus grande importance à son explication de la liberté morale au moyen des solutions singulières des équations différentielles. L'œuvre incomparable de Boussinesq préservera son nom de l'oubli.

J'adresse à sa famille, au nom de l'Académie, l'expression de notre vive sympathie.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau un Ouvrage consacré par M[me] **Marguerite Combes** à un ancien Membre de l'Académie : *Pauvre et aventureuse bourgeoisie. Roulin et ses amis*, 1796-1874.

HISTOIRE DE L'ACADÉMIE. — *Quelques statistiques sur la mortalité et l'âge d'élection des Membres de l'Académie*. Note (1) de M. **Charles Richet**.

Voici quelques notions statistiques sur les membres de l'Académie des Sciences, l'âge de leur élection et l'âge de leur mort (selon les différentes sections). J'ai utilisé à cet effet notre Annuaire de 1929, qui fournit tous les documents nécessaires.

(1) Séance du 18 février 1929.

Je ne me suis occupé (provisoirement) que des membres français (titulaires et Académiciens libres). En outre, je n'ai pas introduit dans ma statistique les Académiciens du XVIIIe siècle, ni ceux qui ont été nommés en l'an 1795, puisque ceux-là n'ont pas été élus dans les conditions actuelles.

Je n'ai pas tenu compte des mois; je ne me suis référé qu'à l'année même. Ainsi on commet une inexactitude puisqu'on donne alors le même âge de mort à deux membres de l'Académie nés en 1800, morts en 1850, je suppose; soit l'un le 2 janvier 1850, l'autre le 31 décembre 1850. Il y a cependant entre eux une différence d'un an; mais dans la moyenne la compensation s'établit.

Si l'on compare l'âge d'élection des anciens Académiciens et l'âge d'élection des Académiciens vivant actuellement, par conséquent plus récemment nommés, on voit qu'en moyenne les Académiciens actuels furent nommés à un âge un peu supérieur à celui des Académiciens d'autrefois, comme l'indique le tableau suivant :

Age de l'élection.

	Académiciens.		Maxima.		Minima.	
	anciens.	actuels.				
Géométrie	43	44	Puissant	59	Biot	29
Mécanique	47	54	B. de St-Venant	71	Cauchy	27
Astronomie	42	52	Jeaurat	72	Arago	23
Géographie	53	59	Bussy	66	Bravais	43
Physique	48	57	Gernez	72	Gay-Lussac	28
Chimie	49	55	Jungfleisch	70	Pelouze / Regnault	30 / 30
Minéralogie	51	52	Delesse	62	Beudant	37
Botanique	49	55	Prillieux	70	Payer	36
Économie rurale	52	56	Chambrelent	74	Flourens	34
Anatomie	45	54	Sappey	76	Isidore Geoffroy-Saint-Hilaire	28
Médecine	57	60	Chaussier	76	Magendie	38
Membres libres	59	59	L. Tisserand	81	Séguier	30
Moyenne	50	55		71		32

Age de la mort.

	Moyenne.	Maxima.		Minima.	
Géométrie	70	Biot	88	Laguerre / Sturm	52 / 52
Mécanique	70	Sané	91	Foucault	49
Astronomie	70	D. de Cassini	97	Savary	44
Géographie	74	Beautemps-Beaupré	88	Bravais	52
Physique	70	A. Becquerel	90	Malus	37
Chimie	71	Chevreul	103	Moissan	55
Minéralogie	71	Cordier / Sage	84 / 84	Sénarmont	54
Botanique	73	Ad. Chatin	88	Payer	42
Économie rurale	74	L.-J.-T. Schlœsing	95	Audouin	44
Anatomie	70	Ranvier	87	Isidore Geoffroy-Saint-Hilaire	56
Médecine	72	Cloquet	93	Bert	53
Membres libres	72	Charles de Freycinet / Tisserand	95 / 95	H. de Cassini	51
	71		91		49

Durée de la vie académique.

	Moyenne.	Maxima.		Minima.	
Géométrie	27	Biot	59	Laguerre	2
Mécanique	23	Dupin	55	Bresse	3
Astronomie	28	Mathieu	58	Jeaurat	7
Géographie	21	Beautemps-Beaupré	44	Gentil	2
Physique	22	A. Becquerel	49	Curie	1
Chimie	22	Chevreul	63	Bourquelot	2
Minéralogie	16	Élie de Beaumont / Cordier	39 / 39	Munier-Chalmas	0,4
Botanique	24	Mirbel	46	Payer	6
Économie rurale	22	Silvestre	45	André	2
Anatomie	25	H. Milne-Edwards	47	Filhol	5
Médecine	14	Serres	40	Lucas-Championnière	1
Membres libres	13	Ch. de Freycinet	41	Daru	1
	21		49		3

En comparant la mortalité des Académiciens à la mortalité générale de tous les Français de même âge, pendant une période de 5 ans (1908-1913), j'ai constaté que l'espérance de vie est sensiblement la même; étant de

20 ans (19,7), c'est-à-dire un peu plus faible que celle des Académiciens, de 50 ans (moyenne) qui meurent à 71 ans (moyenne).

Les chiffres extrêmes ont été. Pour l'âge de l'élection :

Maximum	Sappey	76 ans
	Chaussier	76
Minimum :	Arago	23

Pour la durée de la vie :

Maximum :	Chevreul	103
Minimum :	Malus	37

Pour la durée de la vie académique :

Maximum :	Chevreul	63
Minimum :	Munier-Chalmas	3 mois

Nota. — D'après une note que me communique M. A. Lacroix, la mortalité pour 303 minéralogistes a été en moyenne de 64 ans (Spencer, in *The mineralogist Magazine*, London, 20, 1924, p. 252-253), 43 ont atteint ou dépassé 80 ans, et, parmi eux, 3 ont vécu plus de 90 ans (91, 94, 97).

GÉOLOGIE. — *Les Calcisphères typiques sont des Algues siphonées.* Note de M. **L. Cayeux.**

W. C. Williamson [*On the Organization of the fossil Plants of the Coal-Measures* (Part X). *Including an Examination of the supposed Radiolarians of the carboniferous Rocks* (*Phil. Trans. Roy. Soc.*, 1880, p. 520, pl. 20)] a donné le nom de Calcisphères à un complexe d'organismes de types très variés se rapportant, sans doute possible, à de multiples groupes. Ce sont : des sphérules creuses, microscopiques, dépourvues d'ornementation, des sphérules munies de piquants et d'épines, et, enfin, des formes irrégulières hérissées d'épines. Seules les premières retiendront notre attention, par la raison qu'elles réunissent la presque totalité des individus, et qu'elles correspondent aux Calcisphères typiques. Quant aux matériaux de la deuxième catégorie, ils représentent indubitablement des Radiolaires calcifiés, et c'est peut-être à ces mêmes organismes qu'il faut identifier les derniers.

Les affinités des Calcisphères ont été discutées depuis un demi-siècle, sans jamais pouvoir les déterminer autrement que par des hypothèses. Toutefois, l'accord s'est fait pour les rattacher de préférence au règne

animal. Découvertes par Judd en 1877, on les a rapportées, tour à tour, aux Radiolaires typiques (Judd), à des Radiolaires adaptés à des eaux saumâtres (R. C. Mac Lean), à des Protozoaires de type spécial apparentés aux Radiolaires (Dendy), à des organismes se rapprochant à la fois des Radiolaires et des Foraminifères (Shrubsole), à des Protozoaires (Wethered), à des Rhizopodes (T. A. Jones), etc. En ce qui concerne Williamson, il penchait pour les Foraminifères.

Quoi qu'il en soit, les Calcisphères jouent un rôle considérable dans la faune microscopique des calcaires dévoniens et carbonifères; aussi importe-t-il d'être fixé avec précision sur leur véritable nature. Les Calcisphères typiques se présentent sous la forme de sphérules, accompagnées ou non d'ellipsoïdes très courts. Chaque individu se décompose en deux parties : une enveloppe de grande épaisseur et une cavité remplie de calcite pure, elle-même sphérique ou ellipsoïdale. Tout entière indifférenciée, l'enveloppe est constituée par des granules de calcite très exigus, groupés confusément, et engendrant par leur réunion un tissu serré à l'extrême, se détachant en gris foncé, avec un aspect dépoli et opaque, sans la moindre action sur la lumière polarisée. Pour fixer l'ordre de grandeur de ces corps énigmatiques, je citerai le cas d'un individu, de taille un peu supérieure à la moyenne, mesurant $0^{mm},19$ de diamètre, dont la cavité est réduite à $0^{mm},09$, ce qui donne à la paroi une épaisseur de $0^{mm},05$.

On peut examiner des milliers et des milliers d'exemplaires sans jamais rien voir de plus. C'est pourquoi leurs affinités ne sont pas encore connues. Notons immédiatement qu'il y a toutes probabilités pour que ces organismes se présentent à nous, aujourd'hui, privés d'une partie de leurs caractères originels, car c'est l'évidence même que les cavités, remplies de protoplasma, devaient communiquer d'une façon ou d'une autre avec la surface. Veut-on résoudre le problème, il faut trouver des Calcisphères dans un milieu susceptible de les conserver avec tout le détail de leur organisation. Pour cela, il est nécessaire de faire appel à la notion de « milieux conservateurs » (1) des microstructures délicates, dégagée, notamment de l'étude des minerais de fer oolithique de France.

En l'espèce, les milieux ferrugineux et phosphatés, qui excellent à jouer ce rôle conservateur, font défaut. Mais Potonié nous a appris que le sapropel en voie de formation est doué de cette même propriété et que dans dn

(1) L. Cayeux, *Les minerais de fer oolithique de France*, I. *Minerais de fer primaires*, 1909, p. 227.

sapropel ancien on a découvert des corpuscules de chlorophylle conservés. Or il y a dans le calcaire carbonifère des calcaires que M. Kaisin a qualifiés de sapropéliens. Malheureusement ces calcaires sont toujours trop pauvres en sapropel pour intervenir comme milieu conservateur. En revanche les accidents siliceux, désignés sous les noms de phtanites et de cherts, et que j'appelle *silexites*, toujours plus sapropéliens que leurs roches-mères, peuvent l'être à un degré suffisant pour soustraire les microorganismes aux transformations qui les rendent méconnaissables avec le temps.

Dans ces conditions, le problème à résoudre se pose dans les termes suivants : *trouver des calcaires très riches en Calcisphères, les trouver parmi les calcaires les plus sapropéliens connus renfermant des silexites, et étudier les Calcisphères des silexites.* Un seul et unique échantillon, choisi parmi des centaines, originaires de Belgique, et appartenant au calcaire noir de Maredsous, fournit la solution cherchée.

Des Calcisphères ont leurs cavités remplies d'une matière brune, d'aspect amorphe et d'origine sapropélienne. De chaque cavité partent de nombreux canalicules, rayonnants, rectilignes, équidistants, traversant toute l'enveloppe et débouchant à la surface; ces canalicules, injectés de matière brune, ressortent avec une admirable netteté. En examinant les Calcisphères envahies par la matière brune, on a l'impression de se trouver en présence d'une préparation histologique dont tous les détails ressortent dans la perfection, grâce à l'emploi de colorants. En conséquence, *les Calcisphères typiques étaient originellement perforées*, et leur structure première a été effacée par la fossilisation.

Ainsi constitués, ces organismes diffèrent foncièrement des Radiolaires, par l'absence absolue d'ornementation, par la très grande épaisseur du test et par le mode de fossilisation qui en fait des organismes partout et toujours calcaires. Par surcroît, ils s'éloignent des Foraminifères monoloculaires, aussi bien par l'état de fossilisation que par l'épaisseur de l'enveloppe calcaire.

Par tous leurs caractères, *les Calcisphères typiques se rattachent aux Algues siphonées*. Bref, ces globules creux, de nature impénétrable jusqu'à présent, ne sont pas autre chose que des thalles d'Algues calcaires, microscopiques et unicellulaires.

Leur rattachement aux Siphonées est pour le groupe des Algues paléozoïques, génératrices de sédiments calcaires, un appoint véritablement considérable. D'une part ces organismes ont une très large diffusion dans l'espace; et d'autre part ils abondent à certains niveaux dévoniens et carbo-

nifères au point que des calcaires en sont pétris. Tel est le cas pour des calcaires dévoniens d'Amérique (Corniferous Limestone de Kelly Island), des calcaires carbonifères d'Angleterre, de Belgique, etc. A la lumière de ce que l'on sait maintenant des microorganismes du Dévonien et du Carbonifère, on est fondé à conclure qu'en moyenne la sédimentation organique de ces deux époques a réservé une très grande place, et probablement la première, aux Algues calcaires.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur un problème d'hydrodynamique.* Note de M. **Henri Villat.**

M. D. Riabouchinsky a donné dans sa Thèse (Paris, Gauthier-Villars, 1922), et dans les *Comptes rendus* (174, 1922, p. 1226) une belle étude d'un important problème d'hydrodynamique qui peut être formulé ainsi : dans un plan XOY, on suppose un courant liquide parallèle à OX, rencontrant deux lames planes parallèles entre elles, et placées l'une derrière l'autre, symétriques par rapport à OY. On suppose que le mouvement permanent comporte deux tourbillons J et J′ symétriquement placés.

On peut rattacher ce mouvement à divers procédés très simples. Une première manière de faire consiste à se ramener, par une représentation conforme, à un demi-plan limité par une droite indéfinie, et contenant un tourbillon mobile. On sait en effet déduire, de ce qui se passe dans ce nouveau domaine, les conditions du mouvement d'un tourbillon correspondant au précédent dans le demi-plan $Z(=X+iY)$. Ce procédé est facilement généralisable, mais il est ici sensiblement moins simple que le suivant.

L'artifice consiste à ne considérer que ce qui se passe dans un seul des quatre angles formés par les axes XOY. On voit alors que si f désigne le potentiel complexe dans le mouvement cherché, ce potentiel garde sa partie réelle, ou sa partie imaginaire, égales à certaines constantes sur les diverses portions des frontières dans le quadrant X'OY. Le domaine correspondant du plan f est donc représentable sur un demi-plan t par la formule

$$df = i\mathrm{L}\frac{t+\alpha^2}{\sqrt{t(t-\beta^2)}}\,dt$$

où α, β, et L sont des constantes réelles, avec la condition

$$(1)\qquad 2\pi\mathrm{L}(\alpha^2+\beta^2)+\mathrm{I}\beta=0$$

pour définir l'intensité I du tourbillon supérieur.

Pour relier f à la variable Z, nous observerons que, si nous posons

$$\Omega = i \log \frac{df}{dZ},$$

la partie réelle de Ω prendra les valeurs o, $\frac{1}{2}\pi$, π, sur les mêmes frontières que ci-dessus; ceci permettra de représenter Ω sous la forme suivante :

$$\Omega = \frac{i}{2} \log (a-t)(b-t) - i \log (\beta^2 - t),$$

en admettant que la vitesse du fluide à l'infini soit égale à l'unité, et en désignant par a et b les valeurs de t qui correspondent au milieu de la lame solide située à gauche, sur ses deux faces respectivement.

De là résulte qu'on peut écrire

$$dZ = -2iL \frac{t+\alpha^2}{\sqrt{4t(a-t)(b-t)}} dt,$$

et par suite, en adoptant les fonctions elliptiques pour lesquelles on a

$$e_1 = -\frac{a+b}{3}, \qquad e_2 = \frac{2a-b}{3}, \qquad e_3 = \frac{2b-a}{3},$$

il viendra

$$t = ps - e_1,$$

(2) $$Z = 2iL\zeta s - 2iL(\alpha^2 - e_1)s + P.$$

On déterminera P en faisant correspondre les points $Z = 0$ et $t = 0$. Et en écrivant que les deux points Z qui correspondent à a ou b pour t, coïncident, on trouvera $P = 0$, ou bien

$$(\alpha^2 - e_1)\omega_1 - \eta_1 = 0,$$

équation qui, sous la forme

(3) $$\alpha_1 \omega_1 = \frac{\pi^2}{2\omega_1}\left(\frac{1}{2} + \sum_1^{\infty} \frac{4q^{2r}}{(1+q^{2r})^2}\right),$$

définit α^2 comme une quantité essentiellement positive ainsi qu'il convenait.

La vitesse complexe dans le fluide, en dehors des tourbillons, est égale à $\frac{df}{dz}$. On voit que le facteur $t + \alpha^2$ disparaît dans ce rapport, en sorte que nous sommes assurés que la vitesse reste finie sur les bords des lames solides.

Il reste à vérifier si la configuration étudiée peut être permanente, c'est-

à-dire si la vitesse de déplacement du tourbillon J est nulle. Or on constate sans peine que, grâce à l'égalité (1), cette vitesse de déplacement est toujours finie; pour qu'elle soit nulle, il est nécessaire et suffisant que l'on prenne pour β^2 la racine positive (unique) de l'équation

$$(4) \qquad \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta^2 - a} - \frac{1}{\beta^2 - b} - \frac{2}{\alpha^2 + \beta^2} = 0.$$

On voit que, si l'on se donne a et b, ou ce qui revient au même, ω_1 et ω_3, l'équation (3) définit α^2, l'équation (4) donne β^2, et l'équation (2) détermine Z, où il restera encore un facteur arbitraire L. Mais les formules d'homogénéité des fonctions elliptiques montrent que si l'on multiplie ω_1 et ω_3 par γ, cela revient à changer Z en $\frac{Z}{\gamma}$. Faire varier γ revient donc à faire varier L. Il n'y a donc en fait, dans la configuration du plan Z, que deux paramètres, L et $\frac{\omega_3}{\omega_1}$, au moyen desquels on pourra déterminer par exemple la longueur des lames et leur écartement mutuel. La position du tourbillon J en résultera; quant à son intensité, elle sera fournie par l'équation (1).

On peut, en passant à la limite, obtenir un mouvement correspondant au cas d'une seule lame placée normalement devant un courant, avec deux tourbillons de part et d'autre du centre de la lame. Soit ainsi, soit par un calcul direct, on trouve une position pour le tourbillon supérieur, sur OY, mais cette position est instable, ainsi qu'on s'en assure facilement.

M. H. Le Chatelier présente à l'Académie un Ouvrage de M. René Dubrisay formant le fascicule VIII du *Mémorial des Sciences physiques : Application de la mesure des tensions superficielles à l'Analyse chimique*, dont il a écrit la *Préface*. Les méthodes d'analyse physico-chimique ont le grand avantage sur les méthodes usuelles de l'analyse pondérale de se prêter à des manipulations assez simples, faciles à réussir même pour des opérateurs peu exercés. Elles ont, par contre, le défaut de ne pouvoir s'appliquer qu'à l'étude de quelques cas particuliers. Ce petit volume, écrit avec une grande clarté, rendra certainement des services aux chimistes.

ÉLECTIONS.

M. **Guido Castelnuovo** est élu Correspondant pour la Section de Géométrie en remplacement de M. *Luigi Bianchi* décédé, par 47 suffrages contre 2 à M. *Stanislas Zaremba* et 1 à M. *Albert Einstein*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *L'atmosphère, source gratuite d'énergie inépuisable dans les régions chaudes et tempérées au Sahara et pour le Transsaharien*, par Bernard J. Dubois. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

2° Comptes rendus des séances de la troisième conférence de la section de Séismologie de l'*Union géodésique et géophysique internationale* réunie à Prague du 3 au 10 septembre 1927, rédigés par le Secrétaire E. Rothé. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

M. **Henri Humbert** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1928.

GÉOMÉTRIE. — *Géométrie différentielle des sphères et faisceaux de torseurs.* Note de M. **Paul Delens**, présentée par M. Hadamard.

1. Le déplacement infiniment petit à n paramètres d'un repère pentasphérique dépend d'autant de symboles de transformations du groupe Γ [1].

Pour le déplacement à un paramètre intervient un seul torseur $\mathcal{H}$, dont on peut rechercher une forme canonique; le problème diffère peu de celui du déplacement analogue dans l'espace euclidien.

[1] Cf. mes Notes précédentes, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1107; 188, 1929, p. 28, 126 et 292.

L'étude des variétés à deux dimensions introduit deux torseurs $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ pour les variations des paramètres α, β, de sorte que les dérivées *d'entraînement* d'une sphère s soient $s\mathcal{A}$ et $s\mathcal{B}$; les conditions d'intégrabilité se condensent en [1]

$$(1) \qquad < \mathcal{A}\mathcal{B} > = \mathcal{A}_\beta - \mathcal{B}_\alpha \quad \text{ou} \quad < \mathcal{A}\mathcal{B} > = \mathcal{B}_{(\alpha)} - \mathcal{A}_{(\beta)},$$

suivant qu'on emploie les dérivées partielles *absolues* (indices α, β) ou *relatives* [indices (α), (β)]. Un changement de paramètres substitue à $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ d'autres torseurs de leur faisceau, aussi le choix de repères convenables sera-t-il facilité par certaines propriétés des faisceaux de torseurs.

2. Les *combinants* de $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ découlent d'un tenseur du quatrième ordre, $\tilde{\Phi} \equiv \mathcal{A}, \mathcal{B} - \mathcal{B}, \mathcal{A}$ (de coordonnées $\tilde{\varphi}_{ijkl}$), représentant du faisceau. Pour son isomère Φ, de coordonnées $\varphi_{kjil} \equiv \tilde{\varphi}_{ijkl}$, on peut poser $\Phi = \Sigma(\mathcal{T}', \mathcal{T}'' - \mathcal{T}'', \mathcal{T}')$, $\mathcal{T}'$ et $\mathcal{T}''$ étant des tenseurs (du deuxième ordre, quand je ne précise pas) respectivement symétriques et alternés; le transformé $\mathcal{T} \| \Phi$ d'un tenseur $\mathcal{T}$ est donc alterné si $\mathcal{T}$ est symétrique, et inversement.

Le faisceau $\tilde{\Phi}$ définit aussi, suivant la terminologie de Coolidge, une hypercongruence de cercles $\mathcal{V}$ en involution avec le faisceau, soit $\mathcal{V} \| \tilde{\Phi} = 0$.

3. *Cas général.* — Les sphères principales p des torseurs $\mathcal{X}$ du faisceau sont distinctes; le faisceau ne comprend pas de cercles. Nous posons

$$[\mathcal{A}\mathcal{A}]_* \equiv a, \qquad [\mathcal{A}\mathcal{B}]_* \equiv c, \qquad [\mathcal{B}\mathcal{B}]_* \equiv b$$

(l'astérisque indiquant qu'on passe de la forme extérieure entre crochets à la forme dualistique), a et b étant les sphères principales de $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$. Les sphères p, formant une série quadratique, enveloppent une cyclide $\mathcal{F} \equiv c^2 - \widehat{ab}$ (avec $2\widehat{ab} \equiv ab + ba$) de cercle principal $\mathcal{C} \equiv [abc]_*$; $\mathcal{F}$ et $\mathcal{C}$ sont des puissances extérieures de Φ; la nature de la cyclide $\mathcal{F}$ dépend de l'équation du quatrième degré aux sphères-points de la série p.

A une sphère double s^2, Φ fait correspondre un cercle

$$\mathcal{S} \equiv s^2 \| \Phi = [(s\mathcal{A})(s\mathcal{B})],$$

que nous dirons cercle *dérivé* de s; les sphères p, dépendant linéairement de a^2, b^2, $\widehat{ac}$, $\widehat{bc}$, $\widehat{ab} = 2c^2$, n'ont pas de cercles dérivés déterminés; Φ

---

[1] J'ai établi dans ma thèse (*loc. cit.*), p. 46 et 112, par les méthodes de M. E. Cartan, la relation (1) sous forme invariante en $\mathcal{H}_\delta = \mathcal{A}\,\delta\alpha + \mathcal{B}\,\delta\beta$ — M. E. Vessiot a utilisé les faisceaux de transformations infinitésimales pour la théorie conforme des surfaces, *Bull. Soc. math.*, 54, 1926, p. 53.

réduit bien le système à 15 unités des tenseurs symétriques en celui à 10 unités des torseurs; toutes les sphères orthogonales à $\mathfrak{C}$ ont ce cercle pour cercle dérivé : il est aussi transformé de $\mathfrak{F}$.

Le combinant $\mathfrak{E} \doteq \langle \mathfrak{A}\mathfrak{B} \rangle = \mathfrak{U} \| \Phi$ est le torseur contracté de Φ (ou $\widetilde{\Phi}$), et est en involution avec le faisceau $\mathfrak{E} \| \widetilde{\Phi} = 0$.

4. A une sphère s sont *associées* les sphères s' orthogonales à son cercle dérivé $\mathfrak{S}$; *cette relation d'association est réciproque*. Les cercles dérivés, et *associés*, $\mathfrak{S}$ et $\mathfrak{S}'$, de deux sphères associées sont cosphériques, et le transformé par Φ de la paire $\widetilde{ss'}$ est aussi un cercle, qui passe par les points communs à $\mathfrak{S}$ et $\mathfrak{S}'$. Les cercles $\mathfrak{V} \equiv [ss']$, intersections de s et de sphères associées, sont les cercles en involution avec $\widetilde{\Phi}$ et axiaux à $\mathfrak{S}$; ceci résulte de

$$2 s's^2 \| \Phi = (\mathfrak{V} \| \mathfrak{B})\, s\mathfrak{A} - (\mathfrak{V} \| \mathfrak{A})\, s\mathfrak{B} = \{s\widetilde{ss'}\} \| \Phi = 0. \tag{2}$$

$\mathfrak{X}$ étant un cercle arbitraire, les équations $\mathfrak{V} \| \widetilde{\Phi} = 0$, $\mathfrak{V}\mathfrak{X} = 0$, donnent en général un seul cercle $\mathfrak{V} = \xi \big[[\mathfrak{X}\mathfrak{A}]_* [\mathfrak{X}\mathfrak{B}]_* \big]$; le cas d'indétermination caractérise les cercles dérivés $\mathfrak{S}$, pour lesquels $[\mathfrak{S}(\nu\mathfrak{A} + \rho\mathfrak{B})] \equiv [\mathfrak{S}\mathfrak{Q}] = 0$; ces cercles $\mathfrak{S}$ sont donc les cercles *incidents* à *un* torseur $\mathfrak{Q}$ du faisceau, et la sphère primitive de $\mathfrak{S}$ est $[\mathfrak{S}\mathfrak{T}]_*$, $\mathfrak{T}$ restant *arbitraire* dans le faisceau. $\mathfrak{C}$ est le seul cercle dérivé incident au faisceau : $[\mathfrak{C}\mathfrak{A}] = [\mathfrak{C}\mathfrak{B}] = 0$.

5. Cas *spécial* : les sphères p coïncident; le faisceau comprend *en général* deux cercles non cosphériques, soit $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$, et les réductions sont considérables. Les sphères orthogonales à $\mathfrak{A}$ ou $\mathfrak{B}$ n'ayant pas de cercles dérivés déterminés, Φ transforme les tenseurs symétriques en un système linéaire à 4 unités de torseurs orthogonaux à p, et *tous incidents au faisceau*, les cercles dérivés en particulier; *les cercles associés coïncident*.

En géométrie différentielle, avec interprétation euclidienne ou non-euclidienne, on retrouve le théorème de Schönemann et Mannheim.

6. Avec le groupe Γ, les repères ou les *corps* attachés étaient *normés*; pour le groupe général Γ' où les symboles de transformations sont des tenseurs *gauches* $\mathfrak{H}' \equiv r_1 \mathfrak{H} + \zeta \mathfrak{U}$, ceux-ci comprennent comme cas particuliers des *semi-torseurs*, pour lesquels $\mathfrak{H}' \| \mathfrak{H}' = 0$. Un faisceau de tenseurs gauches contient en général un torseur et deux semi-torseurs.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Surfaces déformables avec réseau conique permanent.* Note de M. **Marcel Vasseur**, transmise par M. Goursat.

1. Egoroff, M. Masloff et moi-même ([1]) avons publié plusieurs Notes sur la déformation avec réseau conjugué permanent; la méthode suivie par Egoroff pour déterminer les réseaux conjugués persistants, avec *une* ou *deux* familles coniques contient une erreur de principe que M. Masloff n'a pas remarquée.

Prenons une surface S rapportée à un réseau conjugué, et les surfaces S_1, S_2, ... qui s'en déduisent par la méthode de Laplace, en même temps que les équations *ponctuelles* relatives à ces réseaux; si S_p est une développable, ni *conique* ni *cylindrique*, il est exact que S_{p+1} se réduit à l'arête de rebroussement de S_p, mais malgré cela *l'équation E_p n'a aucun invariant nul,* tandis qu'Egoroff l'a cru; bien que l'application géométrique de la méthode soit arrêtée à S_p, on obtient néanmoins une équation E_{p-1}, à invariant nul, qui est la dernière (au lieu de E_p). Sur S_{p-1} le réseau conjugué comprend une famille de courbes planes. *Si S_p est un cône ou cylindre, l'équation E_p a un invariant nul et est la dernière.*

En transformant par dualité, comme l'a fait Egoroff, on doit donc raisonner ainsi : si la surface S est rapportée à un réseau conjugué comprenant *une* famille conique, l'équation *tangentielle* E′ correspondante fournit *deux* équations E'_1, E'_2 par la méthode de Laplace (et non une seule) si les sommets des cônes ont pour lieu une courbe *gauche*: mais si ce lieu est une courbe *plane*, il n'y a plus qu'une équation E'_1. Soit donc une surface S à réseau conique persistant : l'équation tangentielle E′ a ses invariants égaux et donne, si le lieu des sommets des cônes est une courbe *gauche*, deux équations de Laplace, et deux seulement, dans chaque sens. Se borner au nombre un, comme Egoroff, conduit donc nécessairement à un lieu plan.

Si l'on suppose que le réseau persistant est doublement conique, la méthode ponctuelle que j'ai suivie ramène à la recherche d'un mécanisme *déformable :* or pour ce problème, résolu par M. Gambier, les courbes gauches ne donnent que des mécanismes *transformables* et non déformables; il faut donc revenir à deux courbes planes et c'est pour cela que, malgré

([1]) Egoroff, *Comptes rendus*, 132, 1901, p. 302, 538 et 1545; 138, 1904, p. 885; 145, 1907, p. 1256. — Masloff, *Ibid.*, 186, 1928, p. 1345. — Vasseur, *Ibid.*, 188, 1929, p. 29.

l'erreur de principe, les résultats donnés par M. Masloff sont exacts et complets; la méthode tangentielle suivie par M. Masloff les donne alors plus aisément que la méthode ponctuelle que j'ai suivie; mais cette dernière est seule à justifier l'exactitude du résultat; j'ai rédigé ma dernière Note sans avoir remarqué que M. Masloff avait épuisé la question, pour ce cas précis, et je dois, avec les rectifications que j'ai faites ici, lui laisser le mérite de la priorité.

Si le réseau persistant comprend une seule famille conique, et si les cônes ont leurs sommets répartis sur une courbe gauche, la méthode tangentielle semble s'imposer et conduit à chercher parmi les équations de Moutard à invariants égaux, dont la suite de Laplace se termine après *deux* essais dans chaque sens (et non un seul essai) celles qui ont trois intégrales quadratiques : ce problème est à traiter et semble ardu.

2. Je signale aussi comment en modifiant la méthode Egoroff-Masloff on arrive plus rapidement aux surfaces à réseau conjugué persistant, comprenant *une* famille conique (ou deux), l'équation tangentielle de Laplace étant supposée n'exiger qu'un essai dans chaque sens. On doit prendre l'enveloppe du plan

$$(1)\quad \begin{cases} [2u_1 - u'_1(u-v)]x + [2u_2 - u'_2(u-v)]y - [2v_3 + v'_3(u-v)]z \\ \qquad\qquad + 2(u_4 - v_4) - (u'_4 + v'_4)(u-v) = 0, \\ u_1^2 + u_2^2 \equiv P_4(u), \qquad v_3^2 = -P_4(v). \end{cases}$$

u_1, u_2, u_4 sont fonctions de u seul et v_3, v_4 de v seul; P_4 désigne un polynome arbitraire de degré 4; exprimons que le long de chaque courbe $u =$ const., le plan tangent passe par un point (U_1, U_2, U_3) ne dépendant que de u; en remplaçant dans (1) x, y, z par ces valeurs et dérivant deux fois en v, on obtient $v'''_3 U_3 + v'''_4 \equiv 0$, ce qui prouve que U_3 et $v'''_3 : v'''_4$ sont constants; on retrouve donc ce fait que le lieu des sommets des cônes est, avec les hypothèses faites *a priori*, une courbe plane; on peut donc supposer $U_3 = 0$, $v_4 = 0$ et l'équation (1) entraîne

$$(2)\qquad u_1 U_1 + u_2 U_2 + u_4 = 0, \qquad u'_1 U_1 + u'_2 U_2 + u'_4 = 0$$

ce qui donne la courbe (U_1, U_2, 0) comme enveloppe d'une droite mobile.

Si l'on désire aussi que les lignes $v =$ const. soient coniques, le plan tangent (1) passe par le point (V_1, V_2, V_3) fonction de v seul; exprimant ce fait et dérivant deux fois en u on trouve $u'''_1 V_1 + u'''_2 V_2 + u'''_4 = 0$, ce qui entraîne $u'''_1 = u'''_4 = V_2 = 0$. Donc les nouveaux cônes ont leurs sommets répartis sur une nouvelle courbe plane dans un plan perpendiculaire au plan relatif à l'autre série, et u_1, u_4 sont aussi des polynomes de degré 2.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Solutions quadratiques des équations de Moutard.* Note de M. **Bertrand Gambier**, transmise par M. Goursat.

1. Divers problèmes de géométrie (surfaces à réseau permanent conjugué, congruences cycliques, systèmes triples) sont liés à l'existence de n intégrales *quadratiques*, $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$ d'une équation de Moutard, c'est-à-dire liés par une relation $\sum_1^n \theta_i^2 = U + V$. Je vais indiquer la solution complète pour l'équation E_p, $\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v} + \frac{p(p+1)\theta}{(u-v)^2} = 0$, où p est un entier (positif). M. Drach a résolu la question pour $p = 1$ [1] par une méthode élégante, qui exige des raisonnements délicats; la méthode que je suis n'exige aucun raisonnement subtil et fait retrouver un type de solutions que M. Drach a omis.

2. L'équation E_p ne change pas de forme si l'on soumet u, v à la *même* substitution homographique; l'intégrale générale est obtenue par la formule $\theta_i = (u-v)^{p+1} \frac{\partial^{2p}}{\partial u^p\,\partial v^p}\left(\frac{u_i - v_i}{u-v}\right)$, où u_i et v_i sont deux fonctions arbitraires l'une de u, l'autre de v seul; augmenter u_i d'un polynome *arbitraire* de degré $2p$ en u, et v_i du *même* polynome (en v) ne change pas θ_i. L'équation de définition soit e_0, fournit $U + V$ comme somme de termes fractionnaires en $(u - v)$, d'exposants $2p, 2p-1, \ldots$; une double dérivation en u, v fait disparaître $U + V$ et donne une équation e_1 où $(u - v)$ est en dénominateur avec les exposants $2p+2, 2p+1, \ldots$; mais chose remarquable, les deux premiers termes de e_1 ont leurs coefficients proportionnels aux deux premiers de e_0, de sorte que l'addition $e_0 + \lambda(u-v)^2 e_1$ fournit une nouvelle expression de $U + V$ ne contenant plus $(u - v)$ en dénominateur qu'avec les exposants $2p-2, 2p-3, \ldots$; cette équation nouvelle de définition de $U + V$, soit e_2, traitée comme e_0 précédemment, est ramenée, grâce à une proportionnalité semblable, à une équation e_4 fournissant $U + V$ avec $(u - v)$ en dénominateur à la puissance $2p-4, 2p-5, \ldots$; et ainsi de suite jusqu'à une équation e_{2p} où $U + V$ est donné sans dénominateur; cette fois la double dérivation qui fait disparaître $U + V$ fournit le résultat merveilleusement simple (E), $\sum_1^n u_i^{(2p+1)} v_i^{(2p+1)} \equiv 0$, *dont la forme peut être*

---

[1] *Annales de Toulouse*, 2e série, 10, 1908, p. 125-164. — Voir aussi Demoulin, *Académie de Belgique* (*Bulletin de la classe des Sciences*, 5e série, 6, 1920, p. 193).

prévue a priori, grâce aux remarques déjà faites, jointes à ce que l'on peut soumettre les u_i et v_i à la même substitution orthogonale ou encore soumettre u et v à la même substitution homographique.

On sait résoudre l'équation (E); une solution orthogonale permet de la simplifier et de ramener le tableau des (u_i, v_i) à l'une des formes canoniques (1) ou (2)

$$(1)\qquad \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & \ldots & u_h & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & v_{h+1} & v_{h+2} & \ldots & v_n \end{vmatrix}$$

$$(2)\quad \begin{vmatrix} u_1 & i[u_1 + A^1_{2p}(u)] & \ldots & u_k & i[u_k + A^k_{2p}(u)] & u_{2k+1} & \ldots & u_h & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\ v_1 & iv_1 & \ldots & v_k & iv_k & 0 & \ldots & 0 & \ldots & v_{h+1} & \ldots & v_n \end{vmatrix}$$

où $A^1_{2p}, A^2_{2p}, \ldots, A^k_{2p}$ sont des polynomes en u de degré $2p$; c'est ce cas (2) qui a été omis par M. Drach; il est extrêmement important, soit qu'il s'applique à des surfaces *imaginaires* devant donner des systèmes cycliques *réels*, soit qu'il s'applique à des surfaces *réelles*, conduisant à une relation $\theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 - \Theta_1^2 - \Theta_2^2 - \Theta_3^2 = U + V$, auquel cas on poserait $\Theta_1 = i\theta_4$, $\Theta_2 = i\theta_5$, $\Theta_3 = i\theta_6$ et les imaginaires ne figureraient qu'en apparence dans (2).

Cela fait, égalant les deux valeurs de $U + V$ fournies par e_0 et e_2, on arrive aussitôt à des conditions que je n'écris, pour abréger, que pour le cas (1) [un passage à la limite fournit sans difficulté ce qui se rapporte à (2)]. Ce sont :

$$u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_h^2 = P_{4p}(u), \qquad v_{h+1}^2 + \ldots + v_n^2 = -P_{4p}(v),$$
$$u_1'^2 + u_2'^2 + \ldots + u_h'^2 = \lambda_1 P''_{4p}(u) + P_{4p-4}(u), \qquad v_{h+1}'^2 + \ldots + v_n'^2 = -\lambda_1 P''_{4p}(v) - P_{4p-4}(v),$$
$$u_1''^2 + u_2''^2 + \ldots + u_h''^2 = \lambda_2 P^{\text{iv}}_{4p}(u) + \mu_2 P''_{4p-4}(u) + P_{4p-8}(u),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$[u_1^{p-1}]^2 + [u_2^{p-1}]^2 + \ldots + [u_h^{p-1}]^2 = \lambda_{p-1} P^{2p-2}_{4p}(u) + \mu_{p-1} P^{2p-4}_{4p-4}(u) + \ldots + P_4(u),$$
$$U \equiv [u_1^p]^2 + \ldots + [u_h^p]^2 - \lambda_p P^{2p}_{4p}(u) - \mu_p P^{2p-2}_{4p-4}(u) - \ldots - \rho_p P''_4(u) - P_0,$$
$$V \equiv [v_{h+1}^p]^2 + \ldots + [v_n^p]^2 + \lambda_p P^{2p}_{4p}(v) + \mu_p P^{2p-2}_{4p-4}(v) + \ldots + \rho_p P''_4(v) + P_0.$$

où $P_{4p}, P_{4p-4}, \ldots, P_4, P_0$ sont des polynomes *arbitraires* de degré marqué par leur indice inférieur; l'indice supérieur se rapporte à une dérivation; pour abréger, les formules relatives aux v n'ont été écrites que pour les deux premiers rangs : ce sont les mêmes que celles des u (sauf changement de signe de chaque polynome). Les λ_i, μ_i, ... sont des constantes ne dépendant que de p, que l'on obtient sans effort en remarquant qu'en prenant

$$u_2 = u_3 = \ldots = u_h = 0, \qquad u_1 = u^{2p} + C^2_{2p} u^{2p-2},$$

on a $U = 0$; cet artifice revient à remarquer qu'en prenant $n = 2$, les deux

intégrales relatives à (u_1, o) et (o, iv_1), où u_1 a la forme qui vient d'être donnée et où $v_1 = v^{2p} + C_{2p}^2 v^{2p-2}$ sont manifestement liées par la relation $\theta_1 - i\theta_2 = 0$ ou $\theta_1^2 + \theta_2^2 = 0$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le prolongement analytique d'une fonction donnée par son développement en série de Taylor.* Note de M. **Alexandre Ghika**, présentée par M. Hadamard.

Considérons un domaine D, situé à distance finie, à connexion simple ou multiple d'ordre fini, limité par un contour rectifiable C et, de plus, contenant l'origine.

Soit $f(x)$ une fonction holomorphe au voisinage de l'origine, définie par son développement en série de Taylor :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n.$$

Considérons l'équation intégrale

$$(1) \qquad f(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{F(z)}{z-x}\,dz,$$

l'intégrale étant prise, le long du contour C, dans le sens direct relativement à la normale intérieure au domaine D.

Soit $\varphi_n(t)$ le système orthogonal et normal qu'on déduit par orthogonalisation le long de C, de la suite de fonctions $\frac{1}{2\pi i}\,\frac{1}{t^{n+1}}$ $(n = 0, 1, 2, \ldots, +\infty)$. Ce système est de la forme

$$\varphi_n(t) = \varphi_{0n}\frac{1}{t} + \varphi_{1n}\frac{1}{t^2} + \ldots + \varphi_{nn}\frac{1}{t^{n+1}}.$$

La condition nécessaire et suffisante pour que l'équation (1) *admette une solution* $F(z)$ *de carré de module sommable et telle que la différence*

$$F(\zeta) - \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{F(z)}{z-x}\,dz,$$

ζ *étant un point du contour* C *ne faisant pas partie d'un certain ensemble de points de* C *de mesure nulle et* x *un point du domaine ouvert* D, *tende vers*

zéro avec $\zeta - x$, suivant tout chemin non tangent à C, *est que la série*

$$(2) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} |a_0\varphi_{0n} + a_1\varphi_{1n} + \ldots + a_n\varphi_{nn}|^2$$

soit convergente.

Cette condition reste encore nécessaire et suffisante quand on fait dans la série (2), $a_0 = a_1 = \ldots = a_p = 0$, pourvu que le nombre p soit fini.

Posons, pour x dans le domaine ouvert D,

$$\psi_n(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{\overline{\varphi_n(z)}}{z - x} ds \qquad [ds = |dz|],$$

l'intégrale étant prise dans le même sens que celle de l'équation (1) et $\overline{\varphi_n(z)}$ désignant la quantité imaginaire conjuguée de $\varphi_n(z)$, et, pour x sur C,

$$\psi_n(x) = \overline{\varphi_n(x)}\frac{ds}{dx},$$

$\frac{ds}{dx}$ désignant l'un des nombres dérivés de la fonction $s(x)$.

La suite de fonctions $\psi_n(x)$ forme un système orthogonal et normal le long de C. Ces fonctions possèdent les mêmes propriétés que celles imposées précédemment à la fonction $F(x)$ et, de plus, vérifient les conditions

$$\int_\gamma \psi_n(x)\varphi_m(x)\,dx = \begin{cases} 1 & (n = m), \\ 0 & (n \neq m) \end{cases}$$
$$(n, m = 0, 1, 2, \ldots, +\infty),$$

γ étant un cercle complètement intérieur au domaine fermé D et ayant l'origine pour centre.

En supposant que la série (2) soit convergente, on a

$$F(x) = \sum_{n=0}^{+\infty}(a_0\varphi_{0n} + a_1\varphi_{1n} + \ldots + a_n\varphi_{nn})\psi_n(x),$$

cette série convergeant *absolument* et *uniformément* dans tout domaine complètement intérieur au domaine fermé D et *en moyenne* le long de C.

De plus, il existe une infinité de suites partielles

$$\sum_{n=0}^{n=n_p}(a_0\varphi_{0n} + a_1\varphi_{1n} + \ldots + a_n\varphi_{nn})\psi_n(x),$$
$$\lim_{p=\infty} n_p = \infty$$

qui convergent vers $F(x)$ dans tout le domaine fermé D, excepté au plus sur un ensemble de points de C de mesure nulle.

Cette méthode permet donc d'obtenir, très simplement, le prolongement de la fonction $f(x)$ (quand toutefois il est possible) dans tout le domaine fermé D, excepté au plus sur un ensemble de points de C de mesure nulle.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une forme géométrique du théorème fondamental de Cauchy*. Note de M. **D. Pompeiu**.

1. Considérons, dans le plan de la variable complexe z, deux contours fermés C et C' se correspondant par la relation

$$z' = F(z). \tag{1}$$

Supposons, de plus, que l'on ait

$$dz' = f(z)\,dz. \tag{2}$$

ce que l'on peut exprimer en disant que $F(z)$ est monogène *le long de* C; mais ici il n'est pas question de fonctions holomorphes ni de véritable monogénéité : il s'agit seulement de deux relations (1) et (2) vérifiées le long des contours correspondants C et C'.

Il est clair que, grâce à (2), on peut obtenir le contour C', à partir de C, au moyen d'une intégration : $\int f(z)\,dz$.

2. En effet, au lieu des deux contours C et C' on prend d'abord un polygone $z_0, z_1, \ldots, z_k, \ldots$ inscrit dans C et l'on considère l'opération

$$\Sigma f(\zeta_k)(z_{k+1} - z_k) \tag{3}$$

et ensuite on passe à la limite.

Mais il importe de nous arrêter à l'opération (3) : cette opération, qui fait correspondre, en passant à la limite, C' à C, consiste dans la transformation géométrique suivante :

Le contour C est, provisoirement, remplacé par un polygone formé de vecteurs V_k ou $(z_{k+1} - z_k)$, mis bout à bout (somme géométrique) et donnant une somme nulle; l'opération (3) change chaque vecteur V_k au moyen de l'opération

$$f(\zeta_k)(z_{k+1} - z_k) = f_k . V_k$$

en un vecteur V'_k dont la *longueur* est amplifiée proportionnellement à $|f_k|$ et dont l'*orientation* est modifiée par une rotation d'un angle égal à l'argu-

ment de f_k; donc le vecteur

$$V'_k = f_k . V_k \tag{4}$$

est *donné à une translation près* (vecteur libre, dans le plan).

Les vecteurs tels que V'_k peuvent être mis bout à bout (somme géométrique) dans leur ordre de succession et l'on peut se proposer (comme un problème plus simple, avant de traiter de la fermeture de la ligne C') la question de savoir dans quelles conditions la ligne polygonale formée par les V'_k se fermera.

Supposons-la fermée : alors, décomposant le polygone formé par les V_k en triangles, le polygone des V'_k sera décomposé en triangles homologues et la condition de fermeture, remplie pour chacun des triangles homologues, assurera la fermeture du polygone des V'_k.

Mais, pour un seul triangle, la condition de fermeture de la ligne formée par les V'_k est très simple :

Soient trois vecteurs $V_1 = z_3 - z_2$, $V_2 = z_1 - z_3$ et $V_3 = z_2 - z_1$, formant un triangle et considérons trois autres vecteurs

$$V'_1 = \varphi_1 . V_1, \qquad V'_2 = \varphi_2 . V_2 \qquad \text{et} \qquad V'_3 = \varphi_3 . V_3$$

(les φ étant trois nombres complexes), les vecteurs V' obtenus par suite au moyen d'opérations du type (4). On vérifie sans peine que : *la condition nécessaire et suffisante pour que les vecteurs* V'_1, V'_2, V'_3, mis bout à bout, *donnent un contour fermé* (somme géométrique nulle) *est que le triangle formé par les points* φ_1, φ_2, φ_3 *soit semblable au triangle des* z_1, z_2, z_3 : soit

$$\varphi_1(z_3 - z_2) + \varphi_2(z_1 - z_3) + \varphi_3(z_2 - z_1) = 0. \tag{5}$$

C'est la condition de *fermeture*.

On peut dire aussi que les φ_1, φ_2, φ_3 sont les valeurs pour z_1, z_2 et z_3 d'une certaine fonction *linéaire*

$$\varphi(z) = a + bz.$$

Ainsi, toutes les fois que deux lignes polygonales fermées se correspondent, si l'on partage en triangles correspondants ces deux polygones, la condition de similitude (5) est remplie par les multiplicateurs φ relatifs à chacun des triangles homologues.

Inversement, pour transformer, au moyen d'une opération du genre (4), un polygone fermé en un autre polygone fermé (le premier étant supposé partagé en triangles), il faut et il suffit que les multiplicateurs relatifs à chacun des triangles remplissent la condition de similitude (5).

3. Si l'on passe maintenant des polygones aux courbes C et C' (du n° 1) on voit que le *phénomène élémentaire* dans l'opération de fermeture du con-

tour C′, transformé de C par l'opération (2), se trouve dans la condition (5) remplie pour toute transformation de triangle infiniment petit, dans C, en homologue infiniment petit, dans C′.

Mais l'application la plus intéressante est celle qu'on fait aux fonctions holomorphes (théorème fondamental de Cauchy) :

La nullité de l'intégrale

$$\int_C f(z)\,dz \tag{6}$$

le long de tout contour fermé C revient à la fermeture du contour C′, obtenu à partir de C, par la relation différentielle (2) et, par suite, par l'opération intégrale (6).

Or Jordan (*Cours d'Analyse*, 1, 3e édition, p. 184-185) a montré que la condition de monogénéité de $f(z)$ est susceptible « d'une interprétation géométrique remarquable ». Si l'on pose $u=f(z)$: tout triangle *infiniment petit* z_1, z_2, z_3 est semblable au triangle correspondant, *infiniment petit* u_1, u_2, u_3.

Mais c'est là justement la condition de fermeture des triangles infiniment petits dont se compose l'intérieur de C′; ces triangles étant les homologues, par (2) et (6), des triangles infiniment petits en lesquels on a décomposé l'intérieur de C.

On a ainsi, en quelque sorte, une *explication géométrique* du théorème fondamental de Cauchy.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les maximums et minimums relatifs des fonctions de variables réelles.* Note de M. **Alex. Froda**, présentée par M. Émile Borel.

Soient $f(P)$ une fonction uniforme de n variables réelles, définie sur un ensemble parfait π, et t une valeur donnée arbitrairement. Si $\Phi(P)$ et $\varphi(P)$ sont obtenues en bornant $f(P)$ inférieurement ou supérieurement à la valeur t, on désignera par $l(\mathfrak{T})$ le minimum de $\Phi(P)$ et par $L(\mathfrak{T})$ le maximum de $\varphi(P)$ au même point $\mathfrak{T}$. On obtient, de la sorte, les *minimum* $l(\mathfrak{T})$ *et maximum* $L(\mathfrak{T})$ *de* $f(P)$, *au point* $\mathfrak{T}$, *relatifs à* t et il y aura $L(\mathfrak{T})\leqq l(\mathfrak{T})$. D'autre part si $M(\mathfrak{T})$ et $m(\mathfrak{T})$ sont les maximum et minimum de $f(P)$ en $\mathfrak{T}$, au sens habituel, on a $M(\mathfrak{T})=L(\mathfrak{T})$ relatif à $+\infty$ et $m(\mathfrak{T})=l(\mathfrak{T})$ relatif à $-\infty$.

Supposons définies deux classes A et B d'ensembles E de points P de π, telles que tout E, appartenant à π, soit un A ou un B et que : a. tout sous-

ensemble d'un A est un A; *b.* la somme d'un nombre fini ou dénombrable d'ensembles A est un A; *c.* l'ensemble π est un B.

Soient $M_A(\mathfrak{T}, f)$ et $m_A(\mathfrak{T}, f)$ les maximum et minimum de $f(P)$ (au sens habituel), lorsqu'on néglige les ensembles de classe A [1]. Posons

$$l_A(\mathfrak{T}) = m_A(\mathfrak{T}, \Phi) \quad \text{et} \quad L_A(\mathfrak{T}) = M_A(\mathfrak{T}, \varphi)$$

et appelons $L_A(\mathfrak{T})$ et $l_A(\mathfrak{T})$ *respectivement, les maximum et minimum de* $f(P)$ *en* $\mathfrak{T}$ *relatifs à* t, *lorsqu'on néglige les ensembles de classe* A.

I. *Sauf pour un ensemble de classe* A *au plus, on a en tout point* P *de* π *soit* $f(P) \geqq l_A(P)$, *soit* $f(P) \leqq L_A(P)$, L_A *et* l_A *étant relatifs à un* t *donné.*

La démonstration s'appuie sur l'inversion $F(P) = 1 : [f(P) - t]$, qui transforme f en F et réciproquement, en faisant correspondre le maximum (minimum) de $f(P)$, relatif à t, au minimum (maximum) de $F(P)$, au sens habituel. Mais, sauf pour un A, au plus, on a eu les inégalités

$$m_A(\mathfrak{T}, F) \leqq F(P) \leqq M_A(\mathfrak{T}, F),$$

ce qui par l'inversion réciproque donne la proposition I.

Désignons par $\lim f(P)$ *pour* $P = \mathfrak{T}$ (*sur* E) la limite unique, si elle existe, de $f(P)$ au point $\mathfrak{T}$, pour toute suite indéfinie de points P, extraite d'un ensemble E déterminé.

II. *Sauf pour un ensemble exceptionnel de classe* A *au plus, on a en tout point* P *de* π *l'égalité* $f(\mathfrak{T}) = \lim f(P)$ *pour* $P = \mathfrak{T}$ (*sur* E), E *étant un ensemble convenable de classe* B, *attaché au point* $\mathfrak{T}$.

Selon I, $f(P)$ ne sera en effet intérieur à l'intervalle ouvert $[L_A(P), l_A(P)]$ relatif à une valeur t_n, que pour un ensemble H_n de classe A, défini sur π. Soit H l'ensemble somme de tous les H_n, lorsque les t_n appartiennent à un ensemble dénombrable, partout dense dans l'intervalle $(-\infty, +\infty)$. Si $\mathfrak{T}$ est un point où l'égalité à démontrer n'est pas satisfaite, il appartient à H.

En effet, dans cette hypothèse, si l'on pose $t = f(\mathfrak{T})$, l'on voit que t sera intérieur à l'intervalle ouvert $[L_A(\mathfrak{T}), l_A(\mathfrak{T})]$ relatif à t. En y prenant un t_n intérieur quelconque, les $L_A(\mathfrak{T})$ et $l_A(\mathfrak{T})$ relatifs à t_n seront les mêmes. Donc $\mathfrak{T}$ appartient à H_n et l'ensemble où l'égalité (II) n'est pas satisfaite est un sous-ensemble de H, qui est de classe A.

---

[1] Pour les définitions et résultats antérieurs, voir *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 728 et 1350; **187**, 1928, p. 274; et **188**, 1929, p. 224.

Des définitions et propositions pareilles restent valables pour les fonctions multiformes [1].

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une fonction transformant tout ensemble non dénombrable en un ensemble de deuxième catégorie.* Note de M. **W. Sierpinski**, présentée par M. Émile Borel.

Le but de cette Note est de démontrer un théorème qui résout une question qui m'a été posée par M. N. Lusin. C'est le théorème suivant :

Théorème. — *Si* $2^{\aleph_0} = \aleph_1$, *il existe une fonction d'une variable réelle* $f(x)$, *telle que, quel que soit un ensemble* E *non dénombrable*, $f(\mathrm{E})$ *est un ensemble de deuxième catégorie.*

Démonstration. — En 1914 M. Lusin a démontré que si $2^{\aleph_0} = \aleph_1$, il existe un ensemble H de nombres réels de puissance du continu, ayant en commun avec tout ensemble parfait non dense un ensemble au plus dénombrable de points [2]. Tout ensemble de première catégorie étant contenu dans une somme d'une infinité dénombrable d'ensembles parfaits non denses, l'ensemble H a en commun avec tout ensemble de première catégorie un ensemble au plus dénombrable de points. Il en résulte que tout sous-ensemble non dénombrable de H est de deuxième catégorie.

L'ensemble H étant de puissance $2^{\aleph_0}$, il existe une correspondance biunivoque entre l'ensemble X de tous les nombres réels et l'ensemble H : soit f une fonction établissant cette correspondance ; je dis qu'elle satisfait à la condition de notre théorème.

---

[1] Le *Bulletin des Sciences mathématiques* (2e série, 52, 1928, p. 265-280) reproduit le texte d'une conférence de M. W. H. Young, de mai dernier, sur « La symétrie de structure des fonctions de variables réelles », dont je viens de prendre connaissance après la rédaction de cette Note. Je me fais un devoir de signaler ses résultats, dont j'ai retrouvé indépendamment ma proposition I d'une Note précédente (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 274) et le cas particulier de la proposition II ci-dessus, où l'ensemble exceptionnel est dénombrable. M. Young conclut, pour une seule variable,

$$f(\mathfrak{P}) = \lim f(\mathrm{P}),$$

sans préciser toutefois que la limite unique est atteinte sur un ensemble non dénombrable. Mes résultats, conçus et étudiés à un point de vue différent, dépassent ceux de M. Young ou s'en écartent notablement.

[2] *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 1258 ; cf. aussi *Fund. Math.*, 6, 1923, p. 154-155, et 13, 1928, p. 197.

En effet, soit E un ensemble non dénombrable. La fonction $f(x)$ établissant une correspondance biunivoque entre X et H, il est évident que $f(E)$ est un sous-ensemble non dénombrable de $f(X) = H$, donc, d'après la propriété de l'ensemble H, $f(E)$ est un ensemble de deuxième catégorie.

Notre théorème est ainsi démontré.

Il est à remarquer qu'en partant, au lieu de l'ensemble H, d'un ensemble de puissance du continu dont tout sous-ensemble non dénombrable est non mesurable (L) [1], on prouverait de même que *si* $2^{\aleph_0} = \aleph_1$, *il existe une fonction d'une variable réelle qui transforme tout ensemble non dénombrable en un ensemble non mesurable* (L).

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur les conditions de validité du principe d'Hamilton.* Note [2] de M. **Z. Horák**, présentée par M. Brillouin.

Pour déduire le principe d'Hamilton, on suppose toujours que les opérateurs d et δ, correspondant au mouvement réel et au déplacement virtuel, appliqués aux paramètres holonomes x^λ ($\lambda, \mu = 1, 2, \ldots, n$) soient *échangeables*. Or il faut souligner le fait qu'*on ne le peut pas supposer simultanément pour tous les* x^λ, *si le système est soumis à des liaisons non intégrables* [3]. Heureusement cette supposition n'est pas nécessaire et l'on s'assure aisément que la condition nécessaire et suffisante pour la validité du principe en question est donnée par l'équation unique (je supprime les signes de sommation) :

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}^\lambda}\,\delta\, dx^\lambda = \frac{\partial T}{\partial \dot{x}^\lambda}\, d\,\delta x^\lambda, \tag{1}$$

où T signifie l'énergie cinétique. Cette condition n'est pas en contradiction avec des liaisons non holonomes, ce qui justifie le procédé habituel, consistant à confondre les deux membres de l'équation ci-dessus. Mais seulement pour les systèmes holonomes, elle peut être remplacée par les n conditions $\delta dx^\lambda = d\delta x^\lambda$ et je vais montrer, en me bornant aux liaisons scléronomes,

---

(1) Quant à l'existence d'un tel ensemble, si $2^{\aleph_0} = \aleph_1$, voir *Fund. Math.*, 5, 1922, p. 184, et 13, 1928, p. 195.

(2) Séance du 18 février 1929.

(3) Cf. G.-C. Souslov, *Matematitcheski Sbornik*, 22, 1901, p. 687; P. Woronetz, *Math. Ann.*, 70, 1911, p. 410; Z. Horák, *Sur les systèmes non holonomes* (*Bulletin int. de l'Académie de Bohême*, 37, 1928, p. 1-18).

comment on peut satisfaire à l'équation (1) dans le cas des systèmes non holonomes.

Si nous exprimons, en vertu de liaisons, les dx^λ au moyen des $m(<n)$ différentielles des paramètres indépendants et, en général, non holonomes q^k $(i, j, k, l = 1, 2, \ldots, m)$ en posant

$$(2) \qquad dx^\lambda = B^\lambda_l dq^l, \qquad \delta x^\lambda = B^\lambda_l \delta q^l, \qquad 2T = b_{\lambda\mu}\dot{x}^\lambda \dot{x}^\mu = a_{kl}\dot{q}^k \dot{q}^l,$$

et si nous exigeons que la relation (1) soit remplie pour tous les mouvements compatibles avec les liaisons, nous obtiendrons

$$b_{\lambda\mu}B^\mu_l(\delta dx^\lambda - d\delta x^\lambda) = 0 \qquad (l = 1, 2, \ldots, m),$$

ce qui entraîne pour les paramètres indépendants les m relations

$$(3) \qquad \delta dq^k = d\delta q^k + \Pi^k_{ij} dq^i \delta q^j \qquad \left(\Pi^k_{ij} = a^{kl} b_{\lambda\mu} B^\lambda_l \left\{\frac{\partial B^\mu_j}{\partial q^i} - \frac{\partial B^\mu_i}{\partial q^j}\right\}\right).$$

Mais c'est l'introduction de la *différentielle* et de la *variation covariantes*, définies pour un vecteur v^k par les égalités [1]

$$(4) \qquad \mathfrak{d} v^k = dv^k + \Theta^k_{ij} v^i dq^j, \qquad \mathfrak{S} v^k = \delta v^k + \Theta^k_{ij} v^i \delta q^j,$$

$$(5) \qquad \Theta^k_{ij} = \left\{ \begin{matrix} ij \\ k \end{matrix} \right\} + \frac{1}{2}(\Pi^k_{ji} + a_{ir}a^{ks}\Pi^r_{sj} + a_{jr}a^{ks}\Pi^r_{si})$$

qui nous permet de faire ressortir la signification simple et invariante de nos conditions et d'écrire

$$(6) \qquad \mathfrak{S} dq^k = \mathfrak{d} \delta q^k \qquad (k = 1, 2, \ldots, m).$$

Il en résulte le théorème : *Les q^k étant les paramètres indépendants holonomes ou non d'un système scléronome quelconque*, T *sa demi-force vive et* Q_k *les composantes de la force résultante, la formule*

$$(7) \qquad \int_{t_0}^{t_1} (\delta T + Q_k \delta q^k)\, dt = 0$$

a lieu pour tous les déplacements virtuels s'annulant aux moments t_0, t_1 *et satisfaisant aux conditions* (6).

Le principe (7) donne les équations du mouvement par la marche habituelle, en tenant compte des équations (1) ou (3), mais le calcul devient

---

(1) Je regarde l'espace non holonome des configurations du système comme un espace riemannien, ayant a_{ik} pour le tenseur fondamental (*loc. cit.*).

extrêmement simple si l'on se sert des opérateurs (4) et des conditions (6). En effet, les $\mathfrak{d}$ et $\mathfrak{S}$ appliqués aux invariants se confondent avec d et δ et l'on a, d'après les règles connues [1],

$$\delta T\, dt = \mathfrak{S}\left(\frac{1}{2} p_k\, dq^k\right) = p_k \mathfrak{S}\, dq^k = \mathfrak{d}(p_k\, \delta q^k) - \mathfrak{d}p_k\, \delta q^k,$$

de sorte que l'équation (7) devient

$$\int_{t_0}^{t_1} \{ (Q_k\, dt - \mathfrak{d}p_k)\, \delta q^k + d(p_k\, \delta q^k) \} = 0.$$

Alors on obtient les équations du mouvement sous la forme covariante

$$\frac{\mathfrak{d}p_k}{dt} = Q_k \qquad \left(p_k = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}^k}\right)$$

qui, en raison de (4) et (5), sont identiques aux équations connues [2].

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Deux remarques sur l'équation de Dirac.* Note de M. **D. Iwanenko**, présentée par M. Brillouin.

Le but de cette Note est de contribuer à élucider le sens physique des matrices γ_i de l'équation de Dirac $(\gamma_i u_i + 1)\psi = 0$ et de suggérer une interprétation géométrique de l'équation correspondante du second ordre.

Nous désignons les matrices par des lettres grecques :

$$u_i = \frac{1}{mc} p_i = \frac{1}{mc}\left(\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial x_i} + e\varphi_i\right).$$

Breit [3] a montré que les quatre matrices γ_i sont les analogues quantiques de la vitesse relativiste $\frac{dx_i}{ds}$ de la mécanique corpusculaire. Alors le courant quantique $j = \psi\gamma_i\psi^*$ pourrait être interprété comme l'équivalent du courant corpusculaire $j = \rho u_i$ (ou $\rho \sim \psi\psi^*$). Nous traduisons encore le ten-

---

[1] Pour suggérer la marche suivante même par la forme du principe, on pourrait, dans les équations (6), (7) et conséquemment partout dans le calcul, remplacer les signes d, δ par $\mathfrak{d}$, $\mathfrak{S}$.

[2] Voir mon travail (*loc. cit.*).

[3] G. Breit, *Proc. Nat. Acad.*, 14, 1928, p. 553.

seur $T_{ik} = mu_i u_k$ de la même manière en langage quantique sous la forme

$$T_{ik} = \frac{1}{2} \{ \psi p_k \gamma_i \psi^* + \psi^* \gamma_k p_i \psi \}$$

(c'est-à-dire l'expression équivalente à la formule habituelle).

Enfin le terme typique de l'énergie mutuelle magnéto-électrique de deux électrons $E_e = \frac{e^2}{r} vv'$ s'écrira comme

(1) $$E_q = \frac{e^2}{r} \gamma_i \gamma_k.$$

Alors, abstraction faite du sens corpusculaire de la vitesse, et douant les cosinus γ_i d'un caractère universel, nous voulons les prendre pour les éléments d'une métrique nouvelle. En posant pour le tenseur fondamental

(2) $$\gamma_{ik} = \gamma_i \gamma_k.$$

nous avons d'une part la partie symétrique $\sigma_{ik} = \frac{\gamma_i \gamma_k + \gamma_k \gamma_i}{2}$, et d'autre part la partie antisymétrique $\alpha_{ik} = \frac{\gamma_i \gamma_k - \gamma_k \gamma_i}{2}$. Si nous remplaçons les g_{ik} de l'équation de Schrödinger ne contenant pas l'effet de pivotement de l'électron $(g_{ik} u_i u_k + 1)\psi = 0$ par les γ_{ik}, la partie symétrique $\left(\sigma_{ik} \frac{u_i u_k + u_k u_i}{2} + 1\right)$ correspondra aux termes habituels de l'équation (multipliés encore par une matrice unité). Le produit de α_{ik} par $\frac{u_i u_k - u_k u_i}{2}$ nous donne précisément les termes additifs de pivotement, parce que la partie antisymétrique de $u_i u_k$ n'est autre chose que le champ électromagnétique F_{ik} et nous avons le droit de considérer α_{ik} comme l'analogue quantique du moment magnéto-électrique. L'identification de la partie symétrique de γ_{ik} avec $g_{ik}\delta$ (c'est-à-dire des g_{ik} habituels multipliés par la matrice unité δ), comme l'a déjà remarqué Tetrode, est la généralisation immédiate de la relation conçue

$$\frac{\gamma_i \gamma_k + \gamma_k \gamma_i}{2} = \delta_{ik} = \begin{cases} 0 & (i \neq k), \\ 1 & (i = k), \end{cases}$$

on peut tirer ce résultat de l'identité $1 = g_{ik}(\gamma_{ik})_{\text{sym}}$.

La formule $\gamma_{ik}^{ac} = \sum_b \gamma_i^{ab} \gamma_k^{bc}$ pour les éléments de la matrice γ_{ik} peut être regardée comme la généralisation de la relation habituelle : $g_{ik} = \sum_a h_i^a h_k^a$, où h^a forment les cosinus d'une direction i par rapport aux axes orthogo-

naux $a = 1, 2, 3, 4$. Remarquons qu'Einstein préfère, dans ses travaux récents, construire la métrique avec des h_i^a et non avec des g_{ik}, comme éléments primitifs.

La condition de l'invariance de l'équation de Dirac exige que nous puissions toujours, la transformation des coordonnées étant effectuée, retourner aux valeurs primitives des γ_i par une transformation canonique; ainsi tous les systèmes possibles des γ_i forment ou un groupe seulement, ou plusieurs classes « non commutantes ». De même Einstein exige pour les h_i l'invariance par rapport aux rotations possibles.

Au lieu de faire correspondre aux h_i les colonnes des matrices γ_i, nous pouvons faire correspondre à chaque h_i une matrice entière et construire la géométrie matricielle en partant de ce point. (Je dois cette remarque à une discussion avec M. Isacson.) En effet, il est bien connu que chaque matrice à quatre colonnes peut être représentée comme une force linéaire de seize matrices indépendantes. En introduisant les conditions d'orthogonalité nous écrivons pour une matrice quelconque $\gamma_1 = \sum_1^{16} a_i \pi_i$, où π_i sont des vecteurs matriciens orthogonaux. Alors, le coefficient $a_i = \gamma_1 \pi_i$.

Il serait intéressant d'introduire les γ_k (ou les *matrices* h_i) en gravifique pour faire la liaison avec la théorie de quanta.

PYROMÉTRIE. — *Réalisation du corps noir au point de fusion du palladium par la méthode du tube.* Note [1] de MM. G. **Ribaud** et S. **Nikitine**, présentée par M. A. Cotton.

L'emploi d'un tube de métal, chauffé électriquement et percé d'un trou, permet la réalisation facile du corps noir sans faire intervenir de produit réfractaire susceptible de souiller le métal. Seul Ives a jusqu'ici employé une telle méthode pour l'obtention du corps noir au point de fusion du platine. Les anomalies observées par l'auteur l'ont conduit à franchir les 100 derniers degrés en 1 minute, pour « éviter les changements dans les conditions des réflexions ».

Une première étude, effectuée par l'un de nous sur le platine, nous a amenés à conclure que, pour éviter l'influence du dépoli superficiel qui se

---

[1] Séance du 18 février 1929.

produit sur un métal porté à haute température, il convient de prendre un tube dont le diamètre est faible par rapport à la longueur.

Nos mesures ont porté sur des tubes de palladium très pur, de diamètre $1^{mm},5$, d'épaisseur $0^{mm},05$, de longueur 80^{mm} et percés d'un trou de $0^{mm},3$. Les pointés étaient effectués au moyen d'un pyromètre de précision à disparition de filament, le courant dans le filament tare était mesuré au potentiomètre. La discussion complète montre qu'il convient de pointer dans un plan vertical faisant avec le plan passant par le trou et l'axe du tube un angle de 10 à 15°, et de viser dans une direction faisant avec l'horizontale un angle de 3 à 4°; la brillance de l'enceinte, même à surface intérieure dépolie, diffère de celle du corps noir de moins de $\frac{1}{500}$.

Pour orienter facilement le tube dans toutes les directions autour de son axe vertical et régler avec précision la tension mécanique supportée par la partie centrale du tube nous avons adopté le montage suivant.

La partie supérieure du tube est soudée à une monture susceptible de tourner autour de l'axe du tube, le courant électrique est introduit dans une rigole circulaire remplie de mercure. La partie inférieure est soudée à une pièce de cuivre dont une partie plonge dans un godet de mercure servant de seconde amenée du courant; en réglant convenablement la forme et les dimensions de la pièce servant de flotteur on peut régler de façon précise la tension du tube.

Une résistance est mise en série sur le tube; par un choix convenable de cette résistance et de la force électromotrice aux bornes de l'ensemble, on peut obtenir que, du fait de l'évaporation lente du métal, la température au centre du tube reste constante ([1]) ou au contraire monte assez lentement pour qu'on puisse suivre au pyromètre la montée de la température et extrapoler avec précision au point de fusion.

Les nombreuses mesures, effectuées sur des tubes dans lesquels la tension mécanique reste inférieure à $2,5 g/mm^2$, fournissent des courants tare extrêmement concordants; l'écart *maximum* par rapport à la moyenne correspond à un écart en brillance voisine de $\frac{1}{200}$ (0°,8). La méthode du tube, ainsi mise en œuvre, permet donc la réalisation commode d'un excellent repère pyrométrique.

Anomalie du palladium. — Dès que la tension mécanique dépasse $2,5 g/mm^2$ la température de rupture du tube s'abaisse *brusquement* de 8°, pour rester ensuite constante; le phénomène se présente avec une parfaite

([1]) Au moyen d'une résistance en dérivation sur le tube, on peut faire monter la température par sauts de 1 à 2° seulement.

régularité. Cette particularité, nullement gênante au point de vue pyrométrique, semble devoir s'expliquer par une transformation allotropique du palladium à 8° au-dessous de sa fusion. Cette anomalie se retrouve sur les courbes de refroidissement obtenues par Hoffmann; Burgess et Waltenberg ont également signalé que le palladium fondu, puis refroidi, « garde le pouvoir émissif qu'il a à l'état fondu un certain temps après la solidification du métal ». Il est en outre intéressant de rappeler que Day et Sosman, dans leurs mesures de la température de fusion du palladium au thermomètre à gaz ont trouvé un nombre trop faible de 8°, sans que cette différence ait jamais trouvé d'explication.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la théorie électronique des mauvais contacts.* Note [1] de M. **H. Pélabon**, présentée par M. G. Ferrié.

Quand les conducteurs sont en parfait contact et qu'un champ existe, les électrons libres se déplacent d'un mouvement d'ensemble avec une très grande vitesse et la loi d'Ohm est vérifiée.

Si au contraire les conducteurs sont séparés par un très faible intervalle dans lequel les couches électroniques superficielles se pénètrent, il y a pour ainsi dire évaporation d'une partie des électrons sur l'une des surfaces et condensation sur l'autre, ce mode de transport est beaucoup plus lent, il dépend de la valeur du champ.

Ces observations sont fondamentales, en s'appuyant sur elles on peut expliquer tous les faits observés avec les mauvais contacts.

1° *Courants continus.* — Soit un circuit formé d'un seul conducteur; établissons entre deux points une différence de potentiel V, à cause de la lenteur relative du transport des électrons dans le contact imparfait, il y accumulation de ceux-ci sur l'une des surfaces, le système fonctionne à la manière d'un condensateur de capacité $\frac{S}{4\pi e}$, la charge négative $\frac{SV}{4\pi e}$ est soumise au champ $\frac{V}{e}$. Il est naturel d'admettre que l'intensité i du courant qui traverse le diélectrique est proportionnelle : 1° à la charge accumulée, 2° au champ, 3° au nombre d'électrons que la surface laisse passer, ce nombre est d'ailleurs proportionnel au nombre d'électrons libres par unité de volume dans le

(1) Séance du 18 février 1929.

métal et par suite à la conductivité C,

$$i = \frac{\alpha S C V^2}{4\pi e^2}.$$

Pour le circuit entier on a donc

$$i = a C V^2 + b V.$$

Si le circuit comprend deux conducteurs différents A et A′, de conductivités C et C′, on trouve, pour l'intensité du courant :

Dans le sens A — A′,

$$i = a C' V^2 + b V;$$

Dans le sens A′ — A,

$$i' = a C\ V^2 + b V;$$

le courant le plus intense est dirigé vers le conducteur de moindre résistance. La caractéristique d'un tel contact est dissymétrique, elle comprend deux arcs de paraboles.

2° *Courants alternatifs.* — Prenons de suite le cas général, celui d'un contact formé de deux corps différents A et A′, et supposons qu'une force électromotrice $V + v_0 \cos\omega t$ agit dans le sens A — A′. Si nous considérons d'abord e comme invariable et la période $\frac{2\pi}{\omega}$ assez grande (grandes ondes), la quantité d'électricité négative appelée sur A pendant le temps $\frac{\pi}{\omega}$ d'une demi-période est

$$\alpha S C' v_0 \int_{-\frac{\pi}{2\omega}}^{\frac{\pi}{2\omega}} \cos\omega t [V + v_0 \cos\omega t]\, dt;$$

l'intensité moyenne i est, dans le sens C — C′,

$$i = \frac{\lambda C' S v_0}{4\pi e^2}\left[\frac{v_0}{2} + \frac{2V}{\pi}\right];$$

pour la demi-période suivante, l'intensité i' dans le sens C′ — C,

$$i' = \frac{\alpha C S v_0}{4\pi e^2}\left[\frac{v_0}{2} - \frac{2V}{\pi}\right].$$

Le courant dû aux ondes est

$$I_R = \frac{\alpha S v_0}{4\pi e^2}\left[\frac{v_0}{2}(C - C') - \frac{2V}{\pi}(C + C')\right].$$

Cette formule donnant l'intensité du courant rectifié est d'accord avec les résultats expérimentaux.

Je compte développer dans un autre Recueil la discussion de la formule donnant I_R.

Cas de l'électrode mobile d'un contact symétrique : Les variations périodiques de la pression électrostatique font entrer la pièce mobile en vibrations de pulsation 2ω, il en résulte, qu'une fois sur deux, l'électrode qui s'approche de la pièce fixe est couverte d'électrons qui ont un excédent de vitesse, de ce fait il passe plus d'électrons vers la partie fixe, d'où un courant redressé dirigé vers l'électrode mobile.

3° *Ondes électromagnétiques. Ondes amorties.* — Considérons un circuit formé de conducteurs différents et présentant un mauvais contact, la durée de l'établissement du régime permanent est dans ce cas t', supérieure à la durée t de l'établissement d'un tel régime dans un circuit à contacts parfaits. Supposons que l'on fasse naître pendant un temps θ inférieur à t' un courant d'induction dans un sens quelconque, pendant ce temps θ les électrons n'ayant pas le temps de passer, le contact agit comme un condensateur et la pression électrostatique prend pendant ce même temps une valeur qui peut être importante : $\frac{KV}{8\pi e^2}$. L'effet de ce choc est de rapprocher les deux pièces en un temps relativement long puisqu'il s'agit d'un mouvement matériel, le corps le plus riche en électrons cède à la surface de l'autre une charge négative supplémentaire qui repasse très vite dans le circuit quand les pièces s'écartent; ce mouvement d'électrons donne un courant qui va vers le corps le plus conducteur.

Le mouvement dû au choc est indépendant du sens de l'induction, il se produit quand cette induction a cessé. Il peut arriver que le choc fasse rebondir l'électrode mobile, dans ce cas le courant observé va vers le corps le moins conducteur, c'est le cas de PbO^2 comme l'a observé Branly.

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'élimination des radiations diffusées dans un spectromètre infrarouge.* Note de M. **Jean Lecomte**, présentée par M. A. Cotton.

En raison de la distribution spectrale donnée par les sources que l'on utilise habituellement dans l'infrarouge, il est à peu près impossible d'éviter, dans le domaine des longueurs d'onde supérieures à 10^{μ} environ, la pré-

sence de radiations diffusées comprises sensiblement entre le visible et 5$^\mu$. Celles-ci peuvent atteindre et même dépasser l'intensité de la radiation de grande longueur d'onde que l'on se proposait de mesurer. Si nous prenons, par exemple, comme source un corps noir à 2500° K., il émettra, près de son maximum d'émission, vers 1$^\mu$,15, 400 fois et 2000 fois plus d'énergie que vers 11$^\mu$,5 et 17$^\mu$,2 respectivement. Dès lors, si le spectromètre diffuse, en ces points, seulement $\frac{1}{400}$ et $\frac{1}{2000}$ de la radiation de 1$^\mu$,15, les résultats seront entièrement faussés.

Pour mesurer, dans la partie du spectre au-dessus de 10$^\mu$, la seule qui importe ici, la proportion *d* de radiations diffusées de courtes longueurs d'onde, on remplace habituellement l'obturateur opaque, placé devant la fente, par un obturateur dit *transparent*. Ce dernier a été choisi de manière à laisser passer, sans les absorber, les radiations diffusées, comprises, ainsi qu'on l'a dit, entre le visible et 5$^\mu$ environ, et, au contraire, de manière à être opaque au rayonnement de plus grande longueur d'onde que l'on veut étudier (en pratique, une lame de verre ou de fluorine de quelques millimètres d'épaisseur convient parfaitement pour cette détermination). Il en résulte une élongation permanente du récepteur. La nouvelle élongation qu'il accusera quand on relèvera cet obturateur transparent proviendra alors uniquement des rayons lointains à mesurer. Cette manière de procéder présente, à notre avis, certains inconvénients, quand on détermine des spectres d'absorption ou de réflexion. Les mesures durant, en effet, souvent plusieurs heures, les radiations diffusées qui, à travers l'obturateur transparent, atteignent en permanence le récepteur finissent par l'échauffer notablement : il en résulte une variation continue et importante du zéro, et même des erreurs peuvent être introduites par l'effet Peltier. En outre, à notre avis, vers 15-17$^\mu$, l'énergie propre à cette zone étant très faible, et le zéro de l'appareil récepteur étant sujet, le plus souvent, à de petits déplacements incohérents, il devient plus facile de faire des lectures sur une élongation plus grande provenant à la fois des radiations diffusées et de l'énergie propre aux grandes longueurs d'onde, que sur cette dernière seulement.

Pour ces raisons, nous avons modifié la technique pour l'élimination des radiations diffusées; nous l'exposerons dans le cas des spectres d'absorption. On commence par déterminer, par la méthode de l'obturateur transparent, la proportion d ($d < 1$) de radiation diffusée qui tombe en chaque point du spectre situé au delà de 10$^\mu$. Cette mesure est effectuée *une fois pour toutes*. Ceci fait, on détermine l'absorption des substances par la

méthode classique, en conservant l'obturateur opaque habituel : pour une longueur d'onde λ, on note A et B intensités respectivement données par la source en l'absence et en la présence de la substance absorbante. Ceci détermine le rapport

$$T' = \frac{B}{A} \tag{1}$$

que nous appellerons la transmission *brute* de la substance pour la longueur d'onde donnée. $1 - T'$ représenterait l'absorption cherchée, si les intensités A et B ne contenaient pas chacune une quantité de radiations diffusée égale à $a.A$ [1]. En déduisant $d.A$ de A et B, nous obtenons T (transmission *vraie* de la substance pour la radiation choisie)

$$T = \frac{B - d.A}{A - d.A},$$

ce qui s'écrit, en divisant les deux termes de la fraction par A,

$$T = \frac{T' - d}{1 - d}. \tag{2}$$

L'absorption vraie est $1 - T$. Dans ces expressions, T' et d sont connus, et représentent des fonctions de la longueur d'onde. Par suite, la méthode la plus avantageuse pour calculer T consistera à construire graphiquement les éléments de la formule (2) en prenant, par exemple, les longueurs d'onde en abscisses et les pourcentages en ordonnées.

Dans notre spectromètre, la variation de d avec λ était représentée sensiblement par une droite D. On la trace ainsi que la droite D' correspondant à $1 - d$, et l'on construit, suivant la formule (1), la courbe T' représentant la transmission brute du corps absorbant. En prenant, en chaque point du spectre, la différence des ordonnées entre la courbe T' et la droite D, on réalise une courbe T_1, qui représente le numérateur de (2). En divisant ensuite les ordonnées de la courbe T_1 par celles de la droite D', on obtient, suivant la formule (2), la courbe T qui représente la transmission vraie de la substance.

On constate des différences importantes dans les allures des courbes T et T'. En particulier, comme on pouvait s'y attendre, les maxima et minima

---

(1) Nous supposons réalisée ici la condition, que nous avons toujours trouvée remplie dans nos expériences, et d'après laquelle la substance absorbante, *dans les conditions où on l'étudie au-dessus de* 10^{μ}, ne doit exercer qu'un affaiblissement négligeable sur l'ensemble des radiations comprises entre le visible et 5^{μ}.

sont beaucoup mieux accusés sur T que sur T', ce qui montre la nécessité, dès qu'on dépasse une longueur d'onde de 10^{μ} environ, d'opérer la correction relative à la radiation diffusée. De plus, comme la droite D n'est pas, en général, parallèle à l'axe des λ (abscisses), il ne suffit pas, comme on serait tenté de le faire, pour tenir compte du rayonnement parasite, de déplacer l'axe des abscisses parallèlement à lui-même.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Observations sur les solutions colloïdales d'alumine et d'oxyde de chrome et leur dessiccation.* Note de MM. **Paul Bary** et **José V. Rubio**, présentée par M. A.-Th. Schlœsing.

Les caractères particuliers décelés par les produits de dessiccation des solutions colloïdales d'oxyde de fer (P. Bary, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1539, et 187, 1928, p. 538) nous ont engagés à étudier de la même manière les solutions colloïdales d'alumine et d'oxyde de chrome.

La solution d'alumine employée a été préparée par dialyse en partant d'une solution aqueuse d'acétate d'aluminium; elle contenait $2^g,4$ d'alumine (Al^2O^3) et $0^g,738$ d'acide acétique par litre. Celle d'oxyde de chrome a été obtenue par dialyse d'une solution de chlorure chromique et contenait finalement $3^g,9$ d'oxyde Cr^2O^3 et $0^g,250$ d'acide chlorhydrique par litre.

Par dessiccation dans une capsule de porcelaine à l'étuve (60° environ) la solution d'oxyde de chrome a donné des aspects absolument analogues à ceux décrits pour l'oxyde de fer, c'est-à-dire qu'au début de l'évaporation le dépôt se fait en lignes concentriques alternativement vertes et incolores et ensuite se présente sous la forme d'un dépôt uniforme qui augmente d'épaisseur en allant vers le fond de la capsule. Pendant la dessiccation qui suit la formation du dépôt, le retrait qui s'opère y produit une série de cassures rayonnantes et une quantité de filaments, parfois très fins qui n'adhèrent pas à la capsule. L'examen de ces filaments au microscope montre qu'ils sont formés de lamelles minces et étroites; par transparence, elles apparaissent constituées par des lignes vertes, parallèles entre elles qui étaient horizontales au moment du séchage, noyées dans une masse homogène et transparente. En effectuant le dépôt sur une lamelle de verre plongeant presque verticalement dans le liquide, on observe un dépôt formé de bandes horizontales alternativement vertes et claires.

La solution d'alumine, desséchée dans une capsule, donne également des filaments rayonnants, mais ils sont formés d'une substance à peu près

complètement incolore, dans laquelle on peut cependant observer, en cherchant un éclairage convenable de la préparation sous le microscope, une série de raies parallèles, comme pour les oxydes de chrome et de fer, mais beaucoup moins distinctes. En effectuant le dépôt sur une lamelle de verre, on peut remarquer que celui-ci est constitué par une gelée en couche mince qui se craquèle pendant l'évaporation de l'eau qu'elle contient en donnant de nombreuses petites écailles de formes très variées, chacune d'elles adhérant au verre en un seul point. Nous avons pu ainsi juger que la forme des cassures qui se produisent par rétraction du dépôt est uniquement due au hasard qui a réglé la distribution des points d'adhérence de la gelée sur la lamelle de verre.

La conclusion générale qu'on peut tirer de ces premiers résultats est qu'ils confirment l'observation faite sur l'oxyde de fer, à savoir que l'oxyde déposé n'est pas formé d'une masse homogène, mais de deux substances différentes, l'une solide, plus ou moins opaque, ayant tendance à se placer en lignes parallèles à l'affleurement du liquide, et l'autre constituée par une gelée homogène.

Il semble extrêmement probable que les solutions colloïdales de ces oxydes sont formées d'une suspension d'oxyde peu hydraté, stabilisée par un hydrate gonflé d'eau, capable de donner des gelées par évaporation et se comportant, par conséquent, comme un colloïde hydrophile.

Les différences observées entre les oxydes de fer, de chrome et d'aluminium sont alors dues aux différences entre les quantités relatives de ces deux oxydes dans chaque cas, les transformations qui se produisent dans les propriétés de ces solutions avec le temps provenant de l'augmentation de la quantité d'oxyde non gonflable, soit par diminution de la quantité d'acide contenue dans le liquide, soit par déshydratation lente de la gelée au sein de la liqueur, ainsi que l'on observe, beaucoup plus rapide, dans le cas de la silice.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination ébullioscopique des équilibres moléculaires de la résorcine dans les solutions de chlorure de lithium.* Note de MM. **F. Bourion** et **E. Rouyer**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons étendu aux solutions de résorcine dans les solutions de chlorure de lithium l'étude, faite antérieurement [1], des équilibres molécu-

[1] F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 941 et 1064; **186**, 1928, p. 82. — *Journ. de Chim. phys.*, **24**, 1927, p. 437-469; **25**, 1928, p. 234-248.

laires offerts par cette substance dans les solutions de chlorures de potassium et de sodium.

Nous avons étudié les deux séries 0,5 M et 1,225 M ClLi; on sait que dans une série, le rapport de la masse de ClLi à la masse d'eau est déterminé et égal, en particulier, à celui qu'il possède dans le mélange eau-ClLi, dont la concentration définit la série. On a

$$K_n = \frac{c^n}{c'},$$

$$K_n = \frac{n\,C^{n-1}(n \times 110\,\Delta e - a.k)^n}{(n-1)^{n-1}\,a^{n-1}(nak - n \times 110\,\Delta e)},$$

c et c' désignant les concentrations des molécules simple et associée, C la concentration totale de la résorcine exprimée en molécules simples, a la masse de résorcine en présence de 100^g d'eau, k et Δe, les constante et élévation ébullioscopique; k est donné par

$$\frac{C_2^{n-1}(n \times 110\,\Delta e_2 - a_2 k)^n}{a_2^{n-1}(na_2 k - n \times 110\,\Delta e_2)} - \frac{C_1^{n-1}(n \times 110\,\Delta e_1 - a.k)^n}{a_1^n(na_1 k - n \times 110\,\Delta e_1)} = 0.$$

a_1 et a_2, Δe_1 et Δe_2 correspondant aux concentrations C_1 et C_2, on résout cette équation par la méthode des premiers passages par zéro, indiquée antérieurement, un peu modifiée.

1. Les solutions de chlorure de lithium, définies par un rapport donné ClLi-eau, constituent un milieu de constante ébullioscopique déterminée; pour chaque série, la résorcine donne lieu seulement à des équilibres entre molécules simples et triples; aux basses concentrations, on n'a pu déceler d'équilibres entre molécules doubles et simples comme cela se produit dans l'eau pure et les solutions de ClK et ClNa. Pour la série 0,5 M ClLi, par exemple, on a, pour $k = 7,38$:

Concentration.	K_2.	K_3.	K_4.
0,500......	1,73	1,65	1,09
0,625......	1,18	1,43	1,14
0,750......	0,94	1,36	1,25
0,875......	0,73	1,28	"
1,000......	"	1,26	"
1,125......	"	1,28	"
1,250......	"	1,44	"
1,375......	"	1,47	"
1,500......	"	1,51	"
1,625......	"	1,50	"
1,750......	"	1,57	3,02
1,875......	"	1,50	3,15
2,000......	0,262	1,52	3,38

On a obtenu une constante satisfaisante de K_3 :

Dans la série 0,5 MClLi des concentrations 0,5 à 2 M en résorcine;
» 1,225 » 0,875 à 1,750 »

2. La constante k est d'autant plus grande que la concentration en ClLi est plus élevée. On a :

		0,5 M.			1,225 M.		
	Eau pure.	ClK.	ClNa.	ClLi.	ClK.	ClNa.	ClLi.
k	5,236	6,01	6,35	7,38	7,06	7,67	8,38
K_2	2,03	1,77	1,69	-	1,45	1,46	-
K_3	5,04	3,85	3,61	1,43	2,61	2,26	1,36

Pour une même concentration en chlorure alcalin, la constante k s'élève quand le poids atomique décroît, tandis que la constante d'équilibre diminue, ce qui révèle une association croissante de la résorcine. Pour des concentrations supérieures à 1,75 en résorcine, il semble y avoir équilibre entre molécules simples et quadruples, avec K_4 voisin de 10 dans la série 1,225 M ClLi.

3. Nous avons montré antérieurement par voie thermodynamique que si l'on dissout la résorcine dans la solution d'un chlorure alcalin, cette dernière devait constituer un milieu obéissant aux lois de l'ébullioscopie, avec une constante voisine de celle de l'eau, résultats en désaccord avec nos observations. On explique cette divergence, en admettant une fixation de l'eau sur le sel (adsorption). On a :

Chlorure alcalin.	0,5 M.	1,225 M.
ClK	$ClK(H^2O)_{14,1}$	$ClK(H^2O)_{11,1}$
ClNa	$ClNa(H^2O)_{19,3}$	$ClNa(H^2O)_{14,0}$
ClLi	$ClLi(H^2O)_{32,0}$	$ClLi(H^2O)_{16,6}$

Les degrés d'hydratation varient dans le même sens que les activités ioniques des sels, mais ne leur sont nullement proportionnels.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les équilibres entre l'eau, le nitrate de sodium et le chlorure de sodium.* Note de MM. **A. Chrétien** et **E. Cornec**, présentée par M. G. Urbain.

Les mesures de solubilité qui se rapportent au système ternaire : eau, nitrate de sodium, chlorure de sodium sont nombreuses [1], mais elles se groupent surtout au voisinage de la température ordinaire.

[1] A. Seidell, *Solubilities*, Gauthier-Villars, Paris, 1928.

Notre étude a porté sur tout l'intervalle de température dans lequel des solutions contenant du nitrate et du chlorure peuvent exister sous la pression atmosphérique normale, soit depuis + 121°,4 jusqu'à — 24°,3. Dans tout cet intervalle, il n'intervient que quatre phases solides : le nitrate de sodium, le chlorure de sodium anhydre, le dihydrate du chlorure de sodium et la glace. L'application de la méthode des restes a montré l'absence de cristaux mixtes.

En portant suivant trois axes rectangulaires les températures et les concentrations (grammes pour 100^g d'eau) en nitrate et en chlorure des solutions saturées, on obtient la surface de cristallisation. La figure ci-après (projection orthogonale sur un plan perpendiculaire à l'axe de symétrie du trièdre de référence) qui résume nos résultats donne une vue perspective de cette surface formée de quatre nappes. La forme des nappes est précisée par des courbes isothermes tracées en traits fins; suivant la température ces isothermes sont formées de deux, trois ou quatre branches.

La ligne EB est la courbe de solubilité du nitrate de sodium seul; elle s'étend du point d'eutexie, — 17°,7, au point d'ébullition de la solution saturée, 120°,1.

De même, la ligne FTD se rapporte au chlorure de sodium seul; chlorure dihydraté depuis le point d'eutexie, — 21°,6, jusqu'au point de transition, + 0°,2, et chlorure anhydre depuis ce point jusqu'au point d'ébullition, 108°,8.

La nappe du nitrate de sodium, EBCHK, et celle du chlorure de sodium anhydre, HCDT, se coupent suivant une courbe, CH, qui représente les solutions saturées des deux sels. Depuis le point d'ébullition, 121°,4, jusqu'au point H, — 5°,85, le nitrate de sodium diminue de 188^g,0 à 35^g,0 pour 100^g d'eau et le chlorure de sodium augmente de 14^g,0 à 29^g,0. Par suite, une solution chaude saturée des deux sels n'abandonne par refroidissement que du nitrate et elle cesse d'être saturée de chlorure.

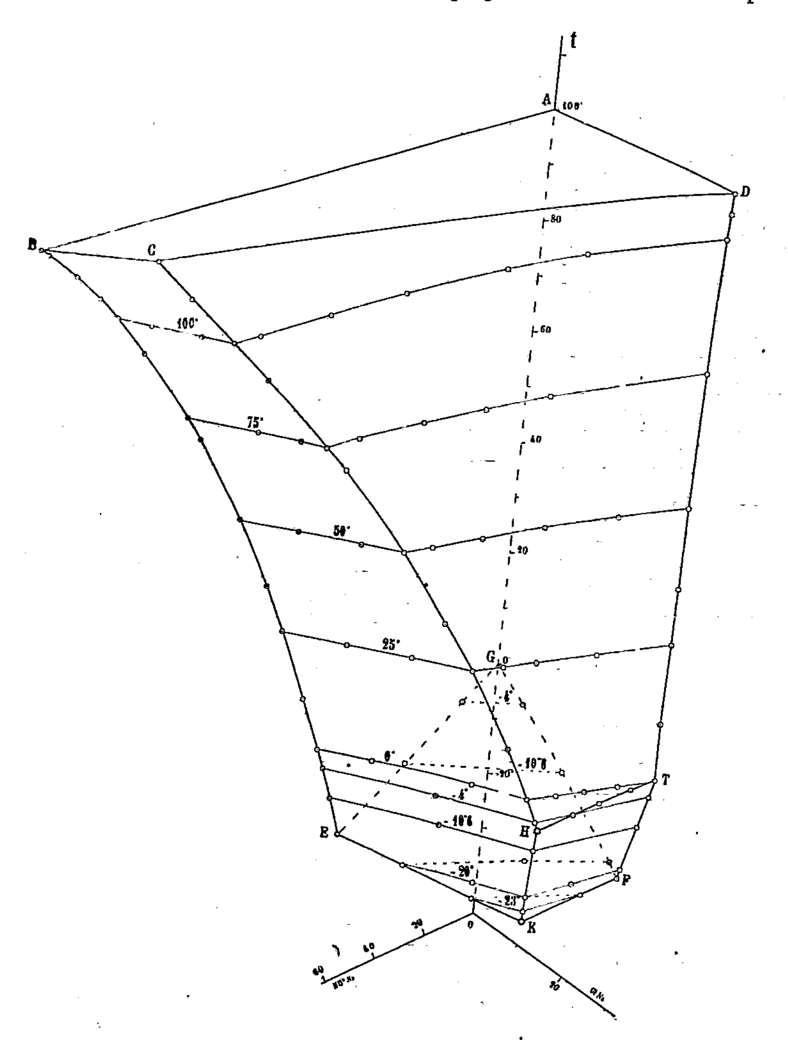
La nappe du chlorure hydraté, HTFK, coupe la nappe du nitrate suivant une ligne, HK, qui correspond aux solutions saturées de ces deux sels. Le refroidissement de ces solutions entraîne une cristallisation simultanée des deux sels.

La température de transition du chlorure de sodium est abaissée, par additions successives de nitrate de sodium, de + 0°,2 à — 5°,85. A cette dernière température, point H, on a une solution saturée de trois phases solides : $ClNa$, $ClNa\,2H^2O$, NO^3Na.

Le domaine de la glace, GEKF, est caché; il coupe les nappes des sels

suivant les lignes eutectiques, EK et FK. Le point d'eutexie ternaire, K, représente une solution en équilibre avec les trois solides : glace, NO^3Na, $ClNa\,2H^2O$ à la température de $-24°,3$.

Les mesures de solubilité ont été accompagnées de mesures de poids spé-



cifique. Signalons que les diagrammes correspondants montrent que si une solution saturée de chlorure et non saturée de nitrate se refroidit en déposant du chlorure, son poids spécifique augmente lentement, puis diminue rapidement dès que commence la cristallisation du nitrate.

On sait que les sels qui dominent dans les minerais utilisés par l'industrie chilienne du nitrate de sodium sont en général le chlorure de sodium et le

nitrate de sodium. Dans le cas limite où le minerai ne renferme pas de substances solubles autres que ces deux sels, la connaissance précise de la surface de cristallisation, qui résulte de nos mesures, permet de traiter quantitativement les divers problèmes (dissolution, évaporation, refroidissement, cycles de séparation) qui se présentent dans cette industrie.

Le diagramme d'équilibre du système $H^2O - NO^3Na - ClNa$ est analogue à celui du système $H^2O - ClK - ClNa$ et par suite l'extraction du nitrate de sodium du caliche est, dans le cas limite considéré, analogue à l'extraction du chlorure de potassium de la sylvinite.

Une étude détaillée paraîtra dans un autre Recueil.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influences conjuguées de la vitesse de déformation et de la température sur la production de l'écrouissage*. Note de MM. **Albert Roux** et **Jean Cournot**, présentée par M. Léon Guillet.

Nous avons entrepris une série d'essais par rayons X [1] sur le phénomène d'écrouissage et de recristallisation de l'aluminium pur au cours des déformations visqueuses; les éprouvettes ont été traitées par la méthode mise au point par l'un de nous [2] dans ses recherches sur la viscosité, recherches dont les résultats sur l'aluminium pur ont déjà été communiqués [3]; puis nous avons réalisé les différents spectres afin d'étudier les influences conjuguées de la vitesse de déformation et de la température sur les orientations cristallines.

Le dispositif expérimental était le suivant : appareil générateur de rayons X : tube Coolidge à anticathode de molybdène; tension aux bornes 39000 volts, intensité 20 milliampères : rayonnement sensiblement monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 0,712$ prédominante; pinceau circulaire de rayons X de diamètre $0^{mm},7$; distance anticathode-échantillon : 130^{mm}, pellicule photographique perpendiculaire à la direction du faisceau, à 60^{mm} de l'échantillon.

L'aluminium étant sous forme de fils, de 1^{mm} de diamètre, préalablement recuits à 350° pendant une heure; les déformations ont été effectuées sous des vitesses d'écoulement et à des températures que les essais de viscosité signalés ci-dessus permettaient de juger intéressantes; l'un des morceaux de l'éprouvette a été refroidi à l'air immé-

---

[1] Partie des recherches entreprises grâce à la subvention accordée par l'Académie sur la Fondation Le Chatelier.

[2] *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 661.

[3] *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 650.

diatement après rupture, et les diffractions ont été enregistrées dans la partie strictionnée, l'axe du fil étant parallèle à la pellicule photographique.

Le tableau suivant donne les caractéristiques de traitement des éprouvettes ayant donné les résultats les plus nets :

Éprouvette n°	Température de traitement.	Charge en grammes.	Vitesse d'écoulement par millimètre et par heure.	Durée de maintien sous charge.
1............	100°	3000^{g}	$2{,}5 \times 10^{-4}$	1^{h}.30^{m}
2............	100	3500	6,0	1.30
3............	200	2500	38,0	1.30
4............	375	1000	écoulement rapide ; rupture en 15 sec.	
5............	380	rupture instantanée à la traction par choc		
6............	450	id.		

Nous ne considérerons que les spectres de diffraction par les plans 111, 100, 110 de l'aluminium, qui sont nettement visibles sur nos clichés après un temps de pose de 5 heures 30 minutes.

Tous les échantillons ci-dessus mentionnés, *sauf le n°* 4, ont donné une orientation cristalline : le spectre montre des taches, portions de circonférences concentriques de diamètres respectifs 30, 39, 42^{mm} ; ces taches ont sur ces circonférences une répartition symétrique par rapport au diamètre parallèle à l'axe du fil ; si nous définissons l'étendue de ces taches par les angles des rayons qui les limitent, avec comme origine l'un des deux rayons de symétrie, nous avons :

Pour les plans 111 et 100 (sur les cercles de 30 et 39^{mm}), six taches diamétralement opposées deux à deux et limitées par les angles :

354 à 6°	174 à 186°
54 à 77°	234 à 257°
103 à 126°	283 à 306°

Pour les plans 110 (sur le cercle de 42^{mm}), quatre taches diamétralement opposées deux à deux et limitées par les angles :

42 à 60°	222 à 240°
120 à 138°	300 à 318°

Il n'y a pas de différence dans les spectres des cinq échantillons.

Pour le fil n° 4 *au contraire*, le spectre est formé des cercles continus, d'où disposition des cristaux au hasard, sans orientation privilégiée ; donc pas d'écrouissage, état de recuit complet.

Conclusions. — La vitesse de déformation visqueuse a donc une influence

capitale sur la production de l'écrouissage : les ruptures instantanées à 380° et 450°, à des températures par conséquent supérieures à la température dite de recuit, ont laissé un état écroui, en raison de la très grande vitesse de déformation; les 15 secondes nécessaires à la rupture à 375° ont au contraire permis la disparition de l'écrouissage par recuit.

Le métal peut donc rester orienté, par une déformation suffisamment rapide, au-dessus de la température dite communément de recuit; autrement dit, il existe pour chaque température une vitesse de déformation limite au-dessus de laquelle la recristallisation simultanée n'arrive pas à annuler instantanément l'écrouissage de déformation; naturellement si le chauffage continue après déformation, on retombe sur les lois déjà connues.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la réduction par l'oxyde de carbone des silicates fondus. Silicates de cuivre.* Note de M. B. **Bogitch**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Les silicates des métaux lourds sont-ils réductibles par CO? En d'autres termes, les minerais après leur fusion peuvent-ils être réduits dans le four à cuve par le courant ascendant des gaz réducteurs, ou bien l'intervention de carbone fixe est-elle absolument nécessaire pour opérer cette réaction?

La chose a été longuement discutée autrefois, mais bien qu'il s'agisse en l'occurrence d'une réaction fondamentale en métallurgie, aucune preuve expérimentale n'a été donnée dans un sens ni dans l'autre.

La question intéresse non seulement la métallurgie, mais encore la céramique, la verrerie, etc. On sait en effet que les vertus colorantes des oxydes métalliques sont fortement modifiées par l'atmosphère réductrice ou oxydante des fours de cuisson ou de fusion. Mais là, tout est empirisme car aucun des procédés n'est scientifiquement précisé.

Voici la méthode que j'ai employée dans l'étude de la réduction des silicates. L'oxyde à étudier est tout d'abord engagé en proportion de 5 à 10 pour 100 dans une combinaison avec du silicate de soude pur à 37,2 pour 100 de Na^2O, la fusion du mélange se faisant en présence d'air comprimé afin d'obtenir un produit parfaitement homogène et à l'état bien déterminé. Le verre obtenu ainsi sert de matière première pour les expériences de réduction. Dans ce but, 5-6^g de ce verre sont fondus dans des tubes à essai en silice, puis soumis au barbotage de quelques litres d'un mélange gazeux amené au moyen d'un tube plus petit également en silice.

Comme température, j'ai choisi 1350°-1400° où les silicates étudiés deviennent suffisamment fluides. C'est aussi la température moyenne d'un grand nombre de fours de fusion dans l'industrie.

Je n'examinerai ici que la réduction des silicates de cuivre; celle de quelques autres silicates sera étudiée ultérieurement.

On connaît deux oxydes de cuivre, CuO et Cu^2O; leur fusion en présence de l'oxygène, étudiée par Debray et Joannis, est un exemple devenu classique des systèmes divariants. Quand la fusion de CuO se fait en l'absence d'oxygène, par exemple, dans un courant de CO^2, cet oxyde se transforme entièrement en Cu^2O. On devrait donc s'attendre à ne trouver que deux silicates au maximum. Or, il en existe apparemment beaucoup plus.

Dans l'atmosphère oxydante, le silicate de cuivre stable est le silicate bleu. Il en est de même en présence de CO^2 seul. Ce silicate correspond aux solutions des deux oxydes de cuivre connus. Mais il suffit d'introduire dans l'acide carbonique 2,5 pour 100 de CO pour que le silicate bleu devienne vert. Il correspond à l'oxyde Cu^2O. Quand la proportion de CO dans le mélange gazeux dépasse 4 pour 100, le silicate vert pâlit. Il devient blanc à 9 pour 100 de CO.

A $11,5 \pm 1$ pour 100 de CO, le silicate blanc se transforme en silicate *opaque* rouge brique. A $21,5 \pm 1$ pour 100 de CO, on voit paraître le silicate *transparent* rouge sang. Quand la proportion de CO dans le mélange gazeux dépasse 26 ± 1 pour 100 de CO, aucun silicate n'est plus stable. On observe alors une réduction quasi complète du cuivre.

Il est difficile d'expliquer ces variations de couleurs des silicates en fonction de CO autrement que par l'existence d'un certain nombre de sous-oxydes de cuivre, de degrés d'oxydation inférieurs à Cu^2O, inconnus à l'état libre.

Il ne faut pas conclure de ces expériences que la réduction du cuivre ne peut être obtenue avec des mélanges gazeux titrant moins de 26 pour 100 de CO. Si au lieu de 3-4^l de gaz, quantité employée précédemment, on en fait barboter 10 à 15^l, on constate que tous les mélanges gazeux titrant plus de 3 ± 1 pour 100 de CO donnent du cuivre et décolorent complètement les silicates.

A ce fait surprenant je ne vois qu'une explication : tous les silicates de cuivre fondus sont fortement dissociés; l'oxyde mis en liberté a une tension d'oxygène sensiblement supérieure à celle de l'oxyde combiné avec la silice. Il se réduit donc le premier dès que la teneur en CO dépasse la limite d'équilibre.

Un des produits de la réaction, le métal, se précipite ou se volatilise, mais l'autre, la silice, demeure et doit tendre à limiter la dissociation. On doit donc trouver finalement une limite de réductibilité propre à chaque silicate. Les résultats ci-dessous des analyses des silicates décolorés semblent confirmer l'hypothèse de dissociation.

Teneur en CO du mélange gazeux	6,5	9	13	15	18	20	22,5	24	29
Teneur résiduelle en cuivre des silicates	2,0	2,1	1,0	0,95	1,1	1,1	0,68	0,60	0,28
Nature des silicates	vert blanc		opaque rouge brique				rouge sang transp.		

En résumé, la réduction des silicates de cuivre par CO donne lieu à deux phénomènes superposés. D'une part, on observe les transformations successives des silicates; d'autre part, il y a réduction du cuivre qui commence à partir de 3 ± 1 pour 100 de CO dans le mélange gazeux et qui devient complète à 26 ± 1 pour 100 de CO.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le système iodure mercurique, iodure de potassium et acétone*. Note de Mlle **M. Pernot**, présentée par M. G. Urbain.

J'ai appliqué la méthode de Schreinemakers à l'étude des équilibres solide-liquide dans le système iodure mercurique (¹), iodure de potassium et acétone (²). Le diagramme (³) ci-après résume les résultats que j'ai obtenus à 34° et qui diffèrent sensiblement de ceux trouvés à 56° (⁴).

La courbe ne présentant qu'une seule branche est celle des solutions préparées de la manière suivante : l'iodure mercurique et l'iodure de potassium sont dissous dans un excès d'acétone; la solution homogène ainsi obtenue est agitée à 34° en même temps que soumise à une évaporation lente en vase ouvert jusqu'à commencement de cristallisation; enfin l'agitation est pro-

(¹) J'ai employé de l'iodure mercurique cristallisé.

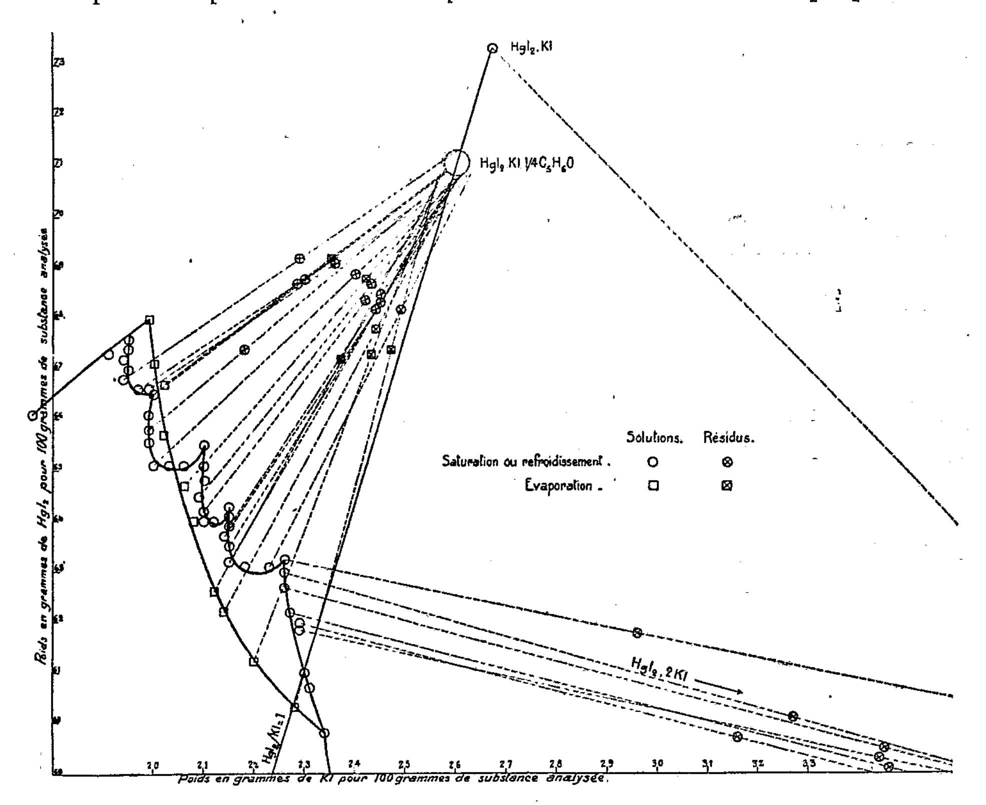
(²) J'ai commencé ce travail avec de l'acétone purifiée ($D^{16°} = 0,8003$) et je l'ai continué avec de l'acétone pure du bisulfite ($D^{16°} = 0,7983$) ajustée par addition d'eau (0,5 pour 100 environ) à la même densité que la première. Je me suis assurée par de multiples expériences que les résultats obtenus avec ces deux espèces d'acétone étaient identiques.

(³) Les courbes de solubilité de l'iodure mercurique et de l'iodure de potassium ne sont pas tracées sur ce diagramme. La région des sels doubles y est seule figurée.

(⁴) Mlle M. Pernot, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1154.

longée en vase clos pendant 24 heures après cessation de l'évaporation afin que l'état d'équilibre soit atteint.

Les points représentant la composition des solutions ainsi préparées se



placent tous sur une même courbe qui indique l'existence d'une seule espèce cristalline de composition HgI^2, KI, $\frac{1}{4}C^3H^6O$ (¹).

La courbe à cinq branches est celle des solutions préparées par l'un ou l'autre des deux procédés suivants :

a. En employant une quantité d'acétone insuffisante pour dissoudre complètement les iodures et en agitant le mélange à 34° en tube scellé pendant assez longtemps pour atteindre l'équilibre.

(¹) Il est possible que le liquide de cristallisation ne soit pas de l'acétone pure, mais de l'acétone retenant des traces d'eau. La méthode de Schreinemakers ne permet pas de le vérifier et je n'ai pas réussi jusqu'alors à isoler les cristaux pour les analyser directement. La formule a été calculée en supposant que le liquide de cristallisation est de l'acétone pure.

b. En agitant ce mélange en tube scellé et en le chauffant à une température assez élevée (70° environ) pour dissoudre complètement les sels et obtenir une solution sursaturée homogène qui est refroidie ensuite à 34° et agitée à cette température pendant le temps nécessaire à l'établissement de l'équilibre.

Dans ces deux derniers cas, j'ai opéré en tubes scellés afin d'éviter toute évaporation et d'obtenir des cristaux homogènes. Par le procédé *a*, cet état d'homogénéité n'est atteint qu'après une agitation continue de 12 à 15 jours [1]. Par le procédé *b*, il suffit d'une agitation de 24 heures après que la sursaturation a cessé.

La courbe ainsi obtenue présente cinq branches différentes indiquant l'existence de cinq iodomercurates. L'un de ces sels a la composition HgI^2, $2KI$. Les quatre autres ont la même composition élémentaire HgI^2, KI, $\frac{1}{4}C^3H^6O$ et semblent être isomères de l'iodomercurate obtenu par évaporation partielle des solutions homogènes. Il est d'ailleurs intéressant d'observer que les états d'équilibre atteints à partir des solutions homogènes sont différents selon qu'on provoque la cristallisation par évaporation partielle ou par refroidissement.

Si l'on compare ces résultats à ceux trouvés à 56°, on constate :

1° Qu'à 34°, la courbe obtenue par évaporation des solutions homogènes est différente de celle obtenue par saturation ou par refroidissement, tandis qu'à 56° on retrouve la même courbe quelle que soit la méthode expérimentale;

2° Que le sel $2HgI^2$, $3KI$ qui se forme à 56° [2] n'a pas été retrouvé à 34° et qu'il est remplacé par un nouveau sel HgI^2, KI, $\frac{1}{4}C^3H^6O$.

---

(1) L'iodure de potassium se transforme en effet très lentement, et malgré cette agitation prolongée, l'état d'équilibre n'a pas toujours été atteint dans la région du sel HgI^2, $2KI$.

(2) Des expériences reprises en tubes scellés à 56° ont confirmé l'existence de ce sel $2HgI^2$, $3KI$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Stabilité comparée des isomères, selon leurs spectres d'absorption. Dérivés allylés et isoallylés de la série benzénique.* Note (¹) de Mme **Ramart-Lucas** et Mlle **Amagat**, présentée par M. A. Desgrez.

Rappelons que l'étude de l'absorption, dans l'ultraviolet, de substances susceptibles de subir une transformation intramoléculaire, a conduit l'un de nous à énoncer des règles qui ont déjà permis de prévoir dans beaucoup de cas les conditions de formation de tel ou tel isomère (²).

Ces règles, vérifiées dans le cas des migrations de radicaux (²), se vérifient également bien dans le cas de la migration d'une double liaison (³). Nous avons mesuré (*fig.* ci-contre) l'absorption de carbures éthyléniques I de formule $Ar.CH = CH.CH^3$, et II de formule $Ar.CH^2.CH = CH^2$. Nous avons constaté que les carbures I (isoallylbenzène, anéthol, isosafrol) ont la branche ascendante de leur courbe d'absorption située plus près du visible que celle des carbures isomères II (allylbenzène, estragol, safrol).

Il résulte alors de nos règles que, si ces deux séries de carbures admettent une même forme intermédiaire peu stable : 1° une élévation de température doit suffire à transformer les carbures II en carbures I, et 2° toute réaction donnant les carbures II pourra également donner les carbures I, en modifiant (par élévation de température par exemple) les conditions expérimentales. Ce que l'expérience vérifie.

1° Le passage des vapeurs d'allylbenzène sur des agglomérés de terre d'infusoires chauffés à 500° transforme ce carbure en isoallylbenzène (identifié par son P. E. et son dibromure P. F. 67). L'estragol et le safrol, dans les mêmes conditions, donnent respectivement de l'anéthol et de l'isosafrol.

2° Les alcools $Ar.CH^2.CH^2.CH^2.OH$ doivent par déshydratation, s'ils ne subissent pas de transposition, donner les carbures à chaîne allylique. (En effet, nous avons trouvé que par exemple le phénylpropanol, traité par $SOCl^2$, donne de l'allylbenzène mélangé d'un peu d'isoallylbenzène.) Mais, d'autre part en les déshydratant à température assez élevée, ce sont les

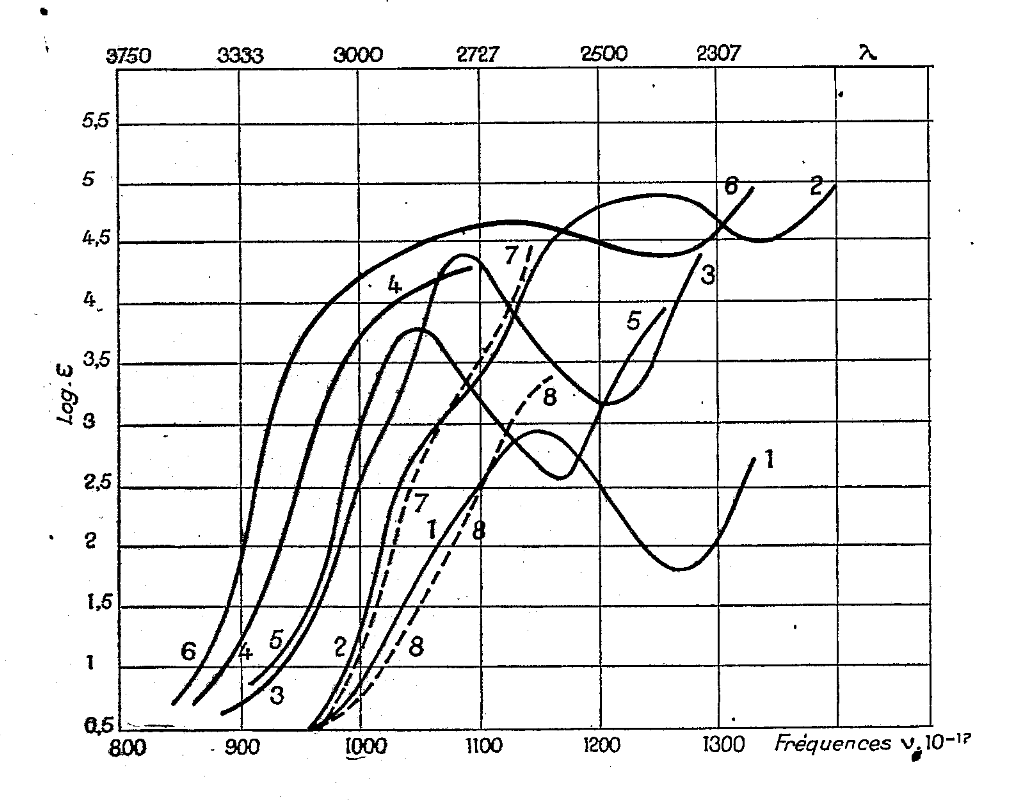
---

(¹) Séance du 18 février 1929.

(²) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1301, 1626, 1848.

(³) On connaissait de nombreux cas de migrations de liaisons éthyléniques produites sous l'influence d'une base ou d'un acide, mais alors on pouvait interpréter la transformation en supposant la fixation et l'élimination successive soit d'une molécule d'eau ou d'acide. Ceci ne peut être envisagé dans nos expériences.

carbures isoallyliques qui doivent se former ([1]). C'est ce que nous avons constaté : le phénylpropanol distillé sur des agglomérés de terre d'infusoires, vers 400°-500°, se déshydrate et donne de l'isoallylbenzène (caracté-



risé par sa courbe d'absorption, son P. E. et son dérivé dibromé), mélangé d'un peu d'allylbenzène.

Nous donnons ici les courbes d'absorption des deux séries de carbures I et II, et celles des carbures obtenus en déshydratant le phénylpropanol par la chaleur (courbe 7), et par $SOCl^2$ (courbe 8). On voit que la pre-

([1]) Pour chacun de ces trois groupes de deux isomères se vérifie de nouveau notre remarque faite dans une Communication précédente (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1301) que l'isomère possédant la branche ascendante de sa courbe d'absorption plus près du visible est le composé le plus stable à basse température. En effet, les mesures thermométriques effectuées par E. Auwers, A. Roth et Eisenlohr sur les dérivés du styrolène ont montré que la chaleur de combustion des composés à doubles liaisons conjuguées (et c'est le cas pour les carbures I) ont une énergie interne inférieure à celle des carbures qui en sont dépourvue (*Ann. de Liebig*, **373**, 1910, p. 267).

mière de ces deux courbes se confond pratiquement avec celle de l'isoallylbenzène et la seconde avec celle de l'allylbenzène.

Au cours de ce travail les composés suivants (non encore signalés) ont été préparés ;

Anisyl-3-propanol-1. — Obtenu par réduction de l'anisylpropanamide, ce composé bout à 160° sous 15^{mm} et fond à 26°. Sa phényluréthane fond à 67°.

Pipéronyl-3-propanol-1. — Préparé comme l'alcool précédent par réduction de l'amide correspondante, il bout à 180° sous 13^{mm}. Il donne une phényluréthane fondant à 97°.

En résumé, nous avons montré dans la présente Note :

1° Que les dérivés isoallylés de la série benzénique ont la branche ascendante de leur courbe d'absorption plus près du visible que celle des carbures isomères à chaîne allylée, et qu'alors, conformément à nos règles :

2° Les dérivés allylés se transforment, quand on les chauffe, en dérivés isoallylés (migration de double liaison par simple échauffement).

3° Que si le phénylpropanol donne par déshydratation de l'allylbenzène (produit « normal »), il peut aussi donner l'isoallylbenzène quand on le déshydrate à une température suffisamment élevée.

LITHOLOGIE. — *Relation entre l'augmentation de la susceptibilité magnétique de certaines roches chauffées et les modifications survenues dans certains de leurs minéraux constituants.* Note de MM. **A. Michel-Lévy** et **Gaston Grenet.**

On sait que certaines roches peuvent acquérir des propriétés magnétiques lorsqu'on les porte à haute température. Nous avons voulu voir, si aux variations de susceptibilité observées, correspondaient des modifications visibles au microscope polarisant sur des coupes minces de la roche étudiée. Nos expériences ont porté sur des roches holocristallines et semi-cristallines, la plupart pauvres en éléments ferromagnésiens, se rattachant à un magma de granite monzonitique d'âge primaire (carbonifère inférieur du Morvan) et atteintes par des décompositions secondaires. N° 1 : Rhyolite semi-vitreuse de Mont Cherus; biotite entièrement chloritisée avec inclusions de sphène. N° 2 : Granite à biotite du Lac des Settons; la biotite n'est que légèrement chloritisée sur les bords; inclusions de sphène. N° 3 : Rhyolite de Roche-Maçon; absence de biotites et de chlorites. N° 4 : Rhyolite de la

Vallée de la Houssière; biotite entièrement chloritisée, riche en inclusions de sphène. N° 5 : Dacite de la Vierge d'Anost; biotite chloritisée contenant des inclusions de grains ferrugineux opaques. N° 6 : Rhyolite micacée des Blandins; chlorites vertes aux deux temps de cristallisation, avec inclusions de sphènes. N° 7 : Andésilabradorite du Toureau; très décomposée, avec chlorites fibreuses, calcite, épidote. Dans les roches 1, 2, 4, 5, 6 la biotite est plus ou moins complètement épigénisée en chlorites. Pour chaque roche on a déterminé la susceptibilité magnétique d'un échantillon non chauffé et d'un échantillon ayant été porté à 700° C.

L'examen des plaques minces des échantillons chauffés et non chauffés nous a montré que, à l'augmentation de la susceptibilité magnétique correspondait l'apparition de plages opaques dans les chlorites; ces plages opaques s'étant formées au droit des fines inclusions de sphènes bien visibles avant chauffage; il faut noter cependant que les plages opaques occupent une surface un peu plus grande que les sphènes voilés par elles. Dans le cas de la roche 2 chauffée les bords des cristaux de biotite se sont garnis d'un liséré plus fortement polychroïque que la biotite elle-même. Il y a d'autres modifications qui ne semblent pas liées à la variation de la susceptibilité : les chlorites passent de la couleur verte à la couleur brun rouge; les séricites deviennent brunes; quelquefois l'ensemble de la roche se teinte très légèrement en brun rouge.

Nous avons mesuré la surface relative occupée par les plages opaques dans les plaques minces des roches 1, 2, 4 et 6 après chauffage. Cette mesure renseigne d'une façon approximative sur le pourcentage du minéral opaque formé au sein des chlorites. Dans le tableau ci-après nous indiquons : la susceptibilité spécifique ou coefficient d'aimantation de la roche avant et après chauffage à 700° C. (mesurée au moyen d'une balance magnétique du type Curie-Cheneveau fonctionnant avec un champ magnétique de 15 gauss environ); le pourcentage des surfaces occupées par les parties sombres dans la plaque chauffée; enfin la susceptibilité spécifique apparente que devrait avoir le minéral constituant les plages sombres pour expliquer l'augmentation de susceptibilité observée (nous avons supposé pour le calcul que sa densité était double de celle de la roche, ce qui est exact s'il s'agit de magnétite). Dans le cas des roches 5 et 7 déjà magnétiques avant chauffage malgré la présence de chlorites en grande abondance nous n'avons pas observé d'augmentation de susceptibilité en rapport avec la surface occupée par les chlorites, ni d'ailleurs l'apparition de plages opaques dans les chlorites déshydratées (ces dernières avant chauffage ne

montraient pas d'inclusion de sphène mais des inclusions opaques de magnétite ou de titanomagnétite).

Numéro de la roche.	Susceptibilité spécifique U. E. M. C. G. S. avant chauffage.	après chauffage à 700° C.	Pourcentage de surface occupé par les plages opaques.	Susceptibilité spécifique apparente supposée du minéral opaque.
1.........	10.10^{-6}	240.10^{-6}	0,54	22000.10^{-6}
2.........	8	120	1,12	50000
3.........	8,5	8	néant	
4.........	6	53	0,15	18000
5.........	5	280	0,5	28000
6.........	150	210		
7.........	100	145		

La susceptibilité calculée pour le minéral opaque observé est plus faible que la susceptibilité de la magnétite ; cependant on peut envisager qu'il s'agit ici d'une titanomagnétite ou plus probablement d'un enveloppement des grains de sphène par une mince pellicule de magnétite. Pour les chlorites contenant déjà des inclusions opaques et peu d'inclusions de sphène il est naturel de supposer que de la magnétite nouvelle n'est venue s'ajouter qu'en faible quantité à la magnétite préexistante.

On peut conclure de ces constatations que la formation de ce composé magnétique dans les roches chauffées étudiées semble lié à la déshydratation des chlorites autour des cristaux de sphène en inclusions. Ce fait doit être rapproché de celui signalé par M. Orcel [1], à savoir que, lorsque l'on déshydrate les chlorites, l'eau de constitution réagit sur le fer et modifie les proportions de fer ferreux et de fer ferrique contenus dans ces corps.

GÉOLOGIE. — *Zones mylonitiques à orientation hercynienne dans le massif du mont Blanc.* Note de MM. **Paul Corbin** et **Nicolas Oulianoff**, présentée par M. Pierre Termier.

On sait que le noyau central du massif du mont Blanc, le noyau protoginique, est traversé par des zones de cassures alpines. Ces cassures se révèlent par la présence de mylonite (protogine mylonitisée). Nous avons

(1) J. Orcel, *Recherches sur la constitution chimique des chlorites* (*Thèse*, Paris, 1927).

décrit ailleurs le caractère général de ces zones alpines et leurs relations avec les zones à enclaves dont la direction est hercynienne (¹). Nous avons aussi précisé que la large dépression occupée par les glaciers du Géant et de Talèfre est déterminée par la présence d'une zone puissante de charriage réciproque de deux masses granitiques. La mylonite, largement développée dans cette zone, y est accompagnée par de nombreux filons de quartz. Cette zone aboutit vers l'Est aux glaciers du Tour Noir et des Améthystes. Sa prolongation au Nord-Ouest, dans les massifs de l'Aiguille d'Argentière et de l'Aiguille du Chardonnet, montre des zones de mylonite, moins développées, moins puissantes, mais constamment orientées N. 45° E. (direction alpine de cette région).

Un fait nouveau se rencontre dans le massif de l'Aiguille du Tour. L'arête occidentale de l'Aiguille du Tour, de même que l'arête occidentale de l'Aiguille du Pissoir, sont coupées par une zone de mylonite puissante de 20-30^m et orientée N. 15° E. La prolongation de cette zone vers le Sud est cachée par le vaste plateau du glacier du Tour, et vers le Nord par le plateau du glacier des Grands. L'examen de l'arête entre l'Aiguille du Tour et les Aiguilles des Fourches révèle l'existence de trois autres zones de mylonite, toutes orientées de même. Cette orientation (N. 15° E.) est remarquable, car c'est précisément celle des plis hercyniens. Cette conclusion est confirmée par l'analyse détaillée des roches, constituant l'arête Aiguille du Tour-Aiguilles des Fourches. Ce n'est, en effet, pas la seule protogine que l'on y rencontre, mais aussi des zones riches en enclaves de schistes (cornes). Une zone d'enclaves, particulièrement large et importante, passe par le col supérieur du Tour, par l'Aiguille Purtscheller et longe le versant oriental de l'Aiguille du Tour. C'est précisément sur l'Aiguille du Tour que les enclaves sont particulièrement puissantes, montrant les beaux phénomènes du métamorphisme de contact. L'orientation de cette zone d'enclaves, de même que celle des enclaves lenticulaires isolées, est N. 10-15° E.

Ainsi les zones d'enclaves, dans le massif de l'Aiguille du Tour, sont parallèles aux zones de mylonite. Mais cette mylonite est certainement d'un âge plus jeune que les zones d'enclaves. Ces dernières se sont formées pendant la mise en place du magma granitique, tandis que la mylonite

(¹) P. Corbin et N. Oulianoff, *Recherches tectoniques dans la partie centrale du massif du mont Blanc* (*Bull. Soc. vaudoise des Sciences naturelles, Lausanne*, 56, 1926, p. 101-114).

résulte de l'écrasement de la roche déjà consolidée. Ces zones mylonitiques pourraient appartenir au système de cassures alpines, qui seraient ici dirigées exceptionnellement N. 15° E. au lieu de N. 45° E. Mais il nous semble plus rationnel de considérer ces zones de mylonite comme contemporaines de la formation des plis du Carbonifère, dont l'orientation, dans le massif du mont Blanc, concorde sensiblement avec celle des plis anciens (antéstéphaniens) du substratum cristallin.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur quelques singularités du Gulf-Stream.* Note [1] de M. **P. Idrac**, présentée par M. G. Claude.

Ces études ont été faites cet hiver dans le détroit de la Floride au cours de recherches océanographiques dont M. Claude m'avait confié la direction en vue de l'installation sur les côtes de Cuba de la première usine Claude-Boucherot utilisant l'énergie thermique des mers.

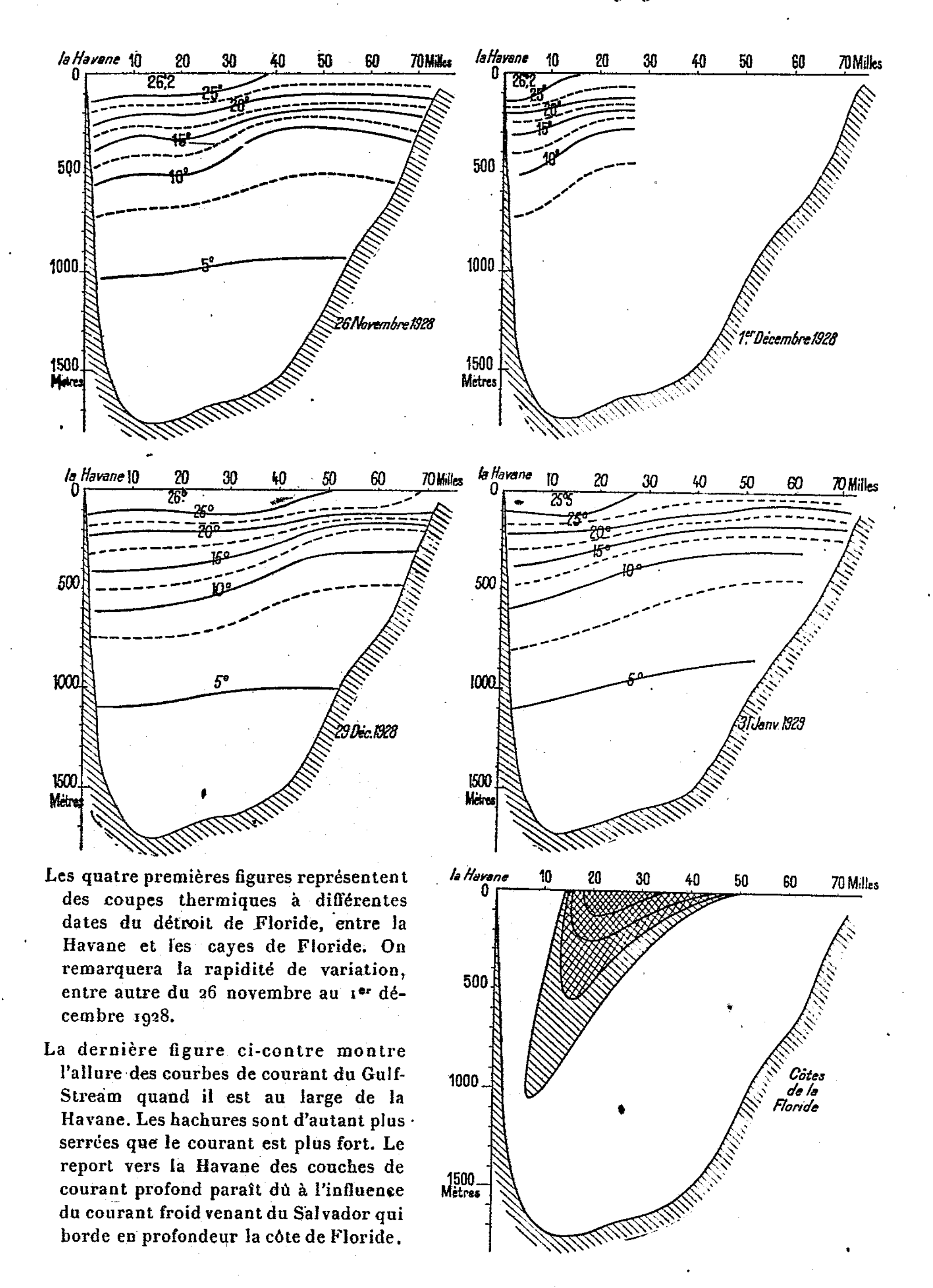
Le Gulf-Stream est, comme on le sait, un courant chaud qui après s'être formé dans le golfe du Mexique s'en échappe vers l'Atlantique par le passage d'environ 70 milles de large et 1000 à 1800^m de profondeur qui sépare l'île de Cuba des récifs ouest de la pointe de la Floride.

J'ai pu, pendant une période de trois mois, faire à diverses reprises quatre coupes thermiques du détroit obtenues chacune au moyen d'une cinquantaine de mesures convenablement réparties dans tout l'espace du détroit jusqu'à 1000^m de profondeur, chacune de ces mesures étant d'ailleurs contrôlée par la lecture simultanée de deux thermomètres à renversement.

Des mesures de courant ont été faites de la surface à 1400^m de profondeur simultanément au moyen des appareils enregistreurs de vitesse et de direction de courant décrits dans une Note précédente [*Courants sous-marins de Gibraltar* (*Comptes rendus,* 186, 1928, p. 1058)]. La dérive du bateau était évaluée par des relèvements à terre. L'effet du vent et de la houle était éliminé en plongeant l'appareil à quelques mètres en dessous de la surface, ce qui donnait ainsi la dérive propre du bateau par rapport au courant superficiel. L'appareil était ensuite descendu à diverses profondeurs pour obtenir la direction et la vitesse du courant profond par rapport à la dérive brute du navire, d'où l'on pouvait déduire par un graphique simple la direction et la vitesse réelles du courant profond.

Mieux que toutes les explications, les schémas ci-contre donneront une

(1) Séance du 18 février 1929.



Les quatre premières figures représentent des coupes thermiques à différentes dates du détroit de Floride, entre la Havane et les cayes de Floride. On remarquera la rapidité de variation, entre autre du 26 novembre au 1er décembre 1928.

La dernière figure ci-contre montre l'allure des courbes de courant du Gulf-Stream quand il est au large de la Havane. Les hachures sont d'autant plus serrées que le courant est plus fort. Le report vers la Havane des couches de courant profond paraît dû à l'influence du courant froid venant du Salvador qui borde en profondeur la côte de Floride.

idée de la structure du Gulf-Stream et des variations thermiques rapides dont il est le siège, et qui, dans certains cas, peuvent atteindre au même point plus de 5 degrés en 5 jours.

Heureusement pour les projets de M. Claude, toute cette variabilité s'atténue beaucoup au-dessous des profondeurs de 800^m qui ne paraissent presque plus touchées par le Gulf-Stream, sauf quand il est très fort. A 1000^m, par exemple, on a à peu près uniformément 5 degrés dans toute la largeur du canal.

Le gros du courant est en général plus près de la côte de Cuba que de celle des cayes de la Floride. Il s'en approche ou s'en éloigne d'une façon, paraît-il, assez irrégulière, mais qui est sans doute liée à l'extension du courant froid venant du Labrador, lequel s'étend, comme on le voit dans les schémas, sur le côté de la Floride où il donne à égalité de profondeur des températures plus basses que sur la côte cubaine.

L'axe du courant du Gulf-Stream coïncide en général grossièrement en surface avec l'axe des températures les plus élevées (toutefois quand le Gulf-Stream s'éloigne de la côte cubaine la surface reste chaude à son voisinage). Mais en profondeur, chaque fois que nous avons pu faire des mesures, nous avons constaté que l'axe du courant ne coïncidait pas avec la verticale de l'axe du courant superficiel et se reportait nettement du côté de la côte cubaine.

Quant à l'intensité du courant à son endroit le plus fort (qui a atteint pendant nos mesures jusqu'à 3 nœuds), elle reste à peu près constante de la surface jusqu'à 300^m de fond; elle diminue ensuite petit à petit. On trouve encore parfois un courant de 1 nœud à 500^m de profondeur et de 0,5 nœud à 1000^m.

Des résultats obtenus, on peut déduire le débit approché du Gulf-Stream. Or il est très variable lui aussi. Le 1er décembre, par exemple, il était de l'ordre de 50 kilomètres cubes à l'heure, tandis que le 31 janvier il atteignait environ 90 kilomètres cubes à l'heure.

Il serait sans doute fort intéressant pour l'étude générale des courants de l'Atlantique et peut-être même des variations climatériques de l'ouest de l'Europe, de faire périodiquement des mesures de débit de ce formidable fleuve d'eau chaude.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Mesures de l'ozone de la haute atmosphère pendant l'année* 1928. Note de M. **H. Buisson**, présentée par M. Ch. Fabry.

J'ai continué, pendant l'année 1928, la série d'observations journalières de la quantité d'ozone contenue dans l'atmosphère, série qui fait suite sans interruption à celle de l'année précédente (¹). Le dispositif expérimental et la méthode suivie n'ont pas été modifiés; il n'y a donc pas lieu de les décrire à nouveau.

Le tableau ci-après donne l'ensemble des résultats obtenus. Chaque nombre exprime en centièmes de millimètre l'épaisseur d'ozone pur, ramenée aux conditions normales de température et de pression qui se trouve sur la verticale au milieu de la journée.

On y retrouve la grande variation annuelle avec un maximum de 375 au printemps et un minimum de 225 en automne, mais moins accentués que ceux de l'an dernier. Les variations irrégulières, en liaison avec les mouvements de l'atmosphère, sont fortes au début et à la fin de l'année et s'atténuent en été.

L'accord de mes mesures avec celles faites à Arosa, en Suisse, à l'altitude de 1800^m, est très satisfaisant, malgré que la technique en soit différente. En particulier, si, afin d'éliminer les variations accidentelles, on fait pour chaque lieu d'observation des moyennes portant sur une durée de 15 jours, on obtient ainsi, pour chacune des deux années, deux courbes de variation annuelle, l'une pour Arosa, l'autre pour Marseille, qui sont tout à fait parallèles. En comparant ces quatre séries de mesures, pour la durée de janvier à octobre, on constate qu'en chaque station, les résultats de 1927 sont supérieurs de $\frac{16}{100}$ de millimètre à ceux de 1928. On peut donc en conclure avec certitude que l'épaisseur d'ozone a été un peu plus faible cette dernière année.

Mesures journalières de l'ozone atmosphérique faites à Marseille, 1928.

	Janv.	Fév.	Mars.	Avril.	Mai	Juin.	Juil.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
1...	321	279	–	389	326	307	283	259	255	268	242	–
2...	291	288	–	376	318	315	278	254	265	273	283	291
3...	–	–	–	278	338	306	265	250	289	–	–	288
4...	291	305	–	236	336	–	–	257	268	263	275	296
5...	–	293	–	–	–	284	267	267	264	249	284	293

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1329.

	Janv.	Fév.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juil.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
6...	265	338	341	–	346	296	282	–	260	243	277	273
7...	225	350	342	–	–	305	285	–	269	234	–	–
8...	240	334	–	–	347	294	287	–	271	242	–	–
9...	238	303	–	–	345	286	296	–	258	249	–	–
10...	236	308	–	315	354	–	291	–	238	237	258	320
11...	–	–	377	327	364	291	294	–	248	259	261	–
12...	282	339	–	363	362	284	288	–	263	270	244	360
13...	280	326	371	330	347	278	287	–	–	290	–	–
14...	282	329	357	–	335	–	282	–	–	266	234	–
15...	–	309	366	–	–	274	280	–	263	–	244	273
16...	322	308	–	359	327	294	273	–	270	289	–	265
17...	280	289	332	335	–	311	275	–	270	254	251	–
18...	273	321	–	331	323	293	272	–	–	–	277	329
19...	–	326	–	–	–	–	282	–	253	253	278	265
20...	287	307	–	370	334	308	305	–	258	–	282	–
21...	253	332	–	351	293	294	296	–	–	–	281	–
22...	–	303	323	–	315	290	283	268	268	–	270	292
23...	329	–	–	372	345	282	289	269	287	265	–	298
24...	346	–	351	361	328	292	291	275	280	269	264	–
25...	–	336	–	339	328	285	268	263	–	269	279	297
26...	–	321	–	324	311	288	266	260	–	–	262	265
27...	–	–	306	–	293	–	270	253	226	–	270	295
28...	338	–	330	–	291	298	275	249	–	–	300	287
29...	–	–	350	–	308	278	274	–	–	294	346	302
30...	–	–	327	–	318	–	274	277	264	250	312	–
31...	343	–	–	–	310	–	266	261	–	–	–	343

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur un* Heterosporium *parasite de* Viburnum odoratissimum *Ker.* Note de M. **G. Nicolas** et Mlle **Aggéry**, présentée par M. Molliard.

Nous avons observé, en janvier, sur les feuilles d'un *Viburnum odoratissimum* Ker. de la cour du Laboratoire de Botanique de la Faculté des Sciences de Toulouse, l'existence de taches irrégulières, de 1 à $1^{cm},5$ de diamètre, qui, apparaissant d'abord à la face supérieure avec une teinte rouge violacée, présentent finalement une partie centrale sèche entourée d'une petite marge rouge violacée; la face inférieure est envahie elle aussi et, au bout d'un certain temps, le tissu central, mort, se détache de la feuille, laissant un trou bordé de brun rouge.

Au binoculaire, les taches, à la face inférieure, ont l'apparence d'être

couvertes d'une moisissure blanchâtre, tandis qu'à la face supérieure elles portent çà et là de petites saillies.

Ces deux aspects différents sont dus au même parasite. A la face inférieure, le mycélium brun, cloisonné, vient former sous l'épiderme en face des stomates, de petits stromas cellulaires bruns, allongés suivant l'épaisseur de la feuille, mesurant $21 \times 32^{\mu}$, desquels s'échappent, par les stomates, des touffes de conidiophores légèrement brunâtres, cloisonnés, noueux, ordinairement ramifiés, comme dichotomisés vers leur sommet; ces conidiophores forment une sorte de cime produisant plusieurs spores. Ce sont ces conidiophores allongés, mesurant $200\text{-}250 \times 4,8\text{-}5^{\mu}$, qui recouvrent la face inférieure des taches d'une sorte de moisissure. Quelquefois, les filaments mycéliens ne constituent pas de stroma et s'échappent directement par un stomate, en ne produisant qu'un petit nombre de conidiophores; quelquefois encore ils constituent sous la cuticule et sous l'épiderme un stroma sphérique, $47 \times 47^{\mu}$, émettant de nombreux conidiophores.

A la face supérieure, le mycélium se réunit sous la cuticule ou sous l'épiderme en stromas plus volumineux, sphériques, mesurant de 60^{μ} à 105^{μ}, qui déchirent la cuticule ou l'épiderme et émettent de très nombreux conidiophores cloisonnés, non ou exceptionnellement ramifiés, plus courts que ceux de la face inférieure, ne mesurant que $60\text{-}95^{\mu}$ de longueur, produisant des conidies identiques à celles de la face inférieure, mais apparaissant après elles.

Ce polymorphisme dans le mode de formation des conidies est dû à la structure de la feuille du *Viburnum*. Sa face inférieure à cuticule relativement mince comprend de nombreux stomates qui laissent sortir facilement le mycélium conidifère; ceci explique que les spores apparaissent d'abord sur cette face et les plus petites dimensions des stromas qui s'y forment, soit sous les stomates où le mycélium, probablement arrivé au moment de leur fermeture, n'a pu sortir et a dû constituer un stroma, soit sous la cuticule qui, plus mince que celle de la face supérieure, se laisse déchirer plus facilement.

La face supérieure, sans stomates, est munie d'une cuticule très épaisse qui oppose une barrière à la sortie des conidiophores. Le mycélium est obligé de constituer ici un stroma suffisant pour déchirer la cuticule ou l'épiderme.

Quant au dimorphisme des conidiophores, ramifiés, plus longs, plus noueux à la face inférieure qu'à la face supérieure, il s'explique aussi si l'on

tient compte que la face supérieure à cuticule très lisse et très épaisse ne retient pas la moindre trace d'eau et doit transpirer très peu; elle se trouve, en outre, exposée à la lumière directe qui gène l'allongement des conidiophores, allongement favorisé par l'humidité comme le montre l'observation suivante : Une feuille ayant été abandonnée pendant 7 jours dans une atmosphère humide, les conidiophores de la face supérieure se sont allongés jusqu'à atteindre 120^{μ}.

Malgré ce polymorphisme dû aux conditions de milieu, les conidies formées sur les deux faces de la feuille sont identiques : légèrement jaunes brunâtres, ovales, quelquefois cylindriques, non étranglées, finement verruqueuses, elles comprennent 1-4 cellules, le plus souvent 2 et sont pourvues d'une petite cicatrice noire à l'extrémité qui les fixait au conidiophore. Elles germent soit en bourgeonnant des conidies secondaires, soit en un tube mycélien; le premier mode de germination s'observe même sur la face inférieure des feuilles; leurs dimensions sont : $8,3 - 23,5 \times 4,8 - 7^{\mu},2$; leur membrane est relativenent mince.

Le parasite des feuilles de *V. odoratissimum* est un *Heterosporium* dont nous proposons de faire une espèce nouvelle sous le nom d'*Heterosporium polymorphum*, désirant simplement, par cette Note, attirer une fois de plus l'attention des mycologues sur les variations qu'impose le milieu tant au mycélium qu'aux conidiophores et faire remarquer aussi que, dans le genre *Heterosporium*, la production des stromas n'est pas un caractère spécifique.

PHYSIOLOGIE. — *Le rôle de l'oxygène libre dans le développement.* Note de M. **Louis Rapkine**, présentée par M. Molliard.

J'ai montré [1] qu'au début du développement de l'œuf d'Oursin, le quotient respiratoire est très élevé. Tout se passe comme s'il y avait une forte décarboxylation et probablement une déshydrogénation, avec fixation d'oxygène minime par rapport au dégagement de CO^2.

Pour pouvoir rendre compte de ces faits, j'ai suggéré l'hypothèse qu'il existe dans l'œuf des réactions couplées, des oxydo-réductions. Le rôle de l'oxygène libre devait être évidemment réduit, puisque pour effectuer un développement normal, la quantité d'oxygène moléculaire nécessaire à l'œuf est relativement petite rapport au CO^2 dégagé.

---

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 97, 1927, p. 143.

En effet un travail récent de Reiss et Vellinger ([1]) montre que dans certaines limites de potentiel d'oxydo-réduction, l'œuf d'Oursin, en absence d'oxygène libre, est capable de réduire certaines substances oxydées dissoutes dans l'eau de mer.

Ce fait est en parfait accord avec les expériences suivantes, que j'ai faites à la suite de mon travail cité ci-dessus, et que je n'ai pas encore publiées.

On fait bouillir dans un ballon de l'eau de mer pendant une demi-heure pour enlever, autant que possible, l'oxygène dissous; on bouche le ballon et on laisse refroidir.

Des œufs vierges d'Oursin sont soigneusement lavés dans de l'eau de mer, puis fécondés, en ajoutant quelques gouttes de sperme. On lave de nouveau les œufs d'Oursin, pour éliminer aussi complètement que possible le sperme restant.

On laisse sédimenter les œufs; on mélange l'émulsion d'œufs fécondés, pour la rendre homogène, puis on aspire rapidement dans une pipette graduée une quantité connue d'œufs. On verse le contenu de la pipette dans un grand tube à essai A, contenant l'eau bouillie et une quantité déterminée de bleu de méthylène. On ajoute de l'eau de mer bouillie, de façon à ne pas laisser de bulle d'air quand on bouche le tube à essai.

Une quantité égale d'œufs fécondés est placée dans un autre tube B, contenant aussi de l'eau de mer bouillie, mais, cette fois-ci, sans bleu de méthylène. On bouche soigneusement avec les mêmes précautions que dans le cas du tube A.

On laisse les œufs se développer jusqu'au stade de blastula nageante, c'est-à-dire à peu près 10 heures après la fécondation, quand le développement se fait à 20°C.

Un examen microscopique montre que les œufs du tube A se sont développés normalement, tandis que dans le tube B les œufs sont ou pas du tout développés ou arrêtés dans leur développement à des stades précoces.

Ces expériences, ainsi que les déterminations de Reiss et Vellinger, suggèrent que l'oxygène moléculaire peut agir comme « accepteur » de l'hydrogène fourni par les « donateurs ». De sorte que le rôle des donateurs d'hydrogène serait d'établir et de maintenir le potentiel d'oxydo-réduction intérieur des cellules à une valeur suffisamment basse, tandis que celui de l'oxygène respiratoire serait d'éliminer les substances réductrices, assurant ainsi le maintien d'un potentiel suffisamment élevé.

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 100.

Ce qui revient à dire que le rH du milieu cellulaire demeure, dans certaines limites, constant.

Or, dans un autre travail, publié avec Wurmser ([1]), nous avons insisté sur la relation étroite qui existerait entre la nature des synthèses et le rH du milieu cellulaire où ces synthèses s'effectueraient; aussi avons-nous admis que le potentiel intracellulaire était conditionné par un équilibre cinétique entre la déshydrogénation des donateurs d'hydrogène et la fixation de l'hydrogène par un accepteur : oxygène ou toute autre molécule ([2]).

On conçoit donc que, l'oxygène ayant pour rôle principal d'assurer un potentiel cellulaire déterminé, l'on puisse lui substituer tout autre accepteur.

Par ailleurs on sait que le potentiel de l'intérieur des cellules est fonction du potentiel du milieu extérieur (Needham et Needham; Aubel, Aubertin et Mauriac; Chambers, Cohen et Reznikoff). On peut donc penser que les processus de division sont déterminés par l'établissement d'un potentiel convenable des éléments localisés de la cellule, induisant un métabolisme spécial.

CYTOLOGIE. — *Sur l'origine de la membrane péritrophique chez le ver à soie.* Note de M. **Tahir Ertogroul**, présentée par M. F. Mesnil.

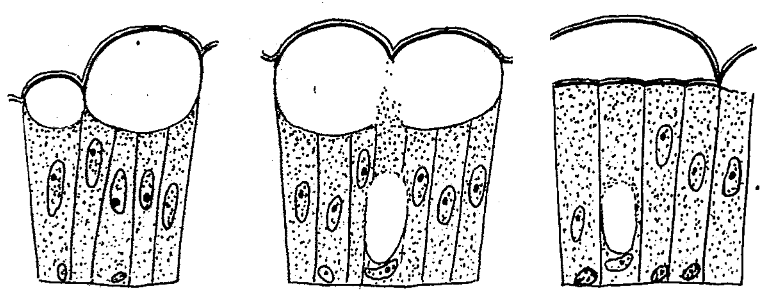
On sait que, dans l'intestin moyen des larves du ver à soie, existe un tube formé d'une substance chitineuse, la *membrane péritrophique*, à l'intérieur duquel se trouvent les aliments. La membrane empêche le contact direct de ceux-ci et de l'épithélium intestinal.

La membrane péritrophique a été signalée pour la première fois par Lyonet (1764) chez les chenilles du *Cossus*. Balbiani lui a donné son nom. Pour Pagenstecher (1864), ce serait un produit de sécrétion des glandes salivaires. Metchnikoff (1866) la considère comme de la matière chitineuse et Plateau (1878) comme une sécrétion spéciale de l'intestin moyen. Pour Schneider (1887), ce serait un prolongement direct de la cuticule interne de l'œsophage; elle empêche les particules alimentaires de se mettre directement en contact avec l'épithélium de l'intestin moyen; elle se régénére-

([1]) *Proceed. Royal Society*, B. **102**, p. 128.
([2]) Voir aussi *C. R. Soc. Biol.*, **96**, 1927, p. 1280.

rait sans cesse vers la région œsophagienne. Plateau, Balbiani, Verson, Quajat, la considèrent comme le résultat de la sécrétion des cellules épithéliales de l'intestin moyen; elle se formerait à la surface des cellules.

D'après Van Gehuchten et Cuénot (1895), la membrane péritrophique n'est ni le prolongement de la cuticule œsophagienne, ni un produit de sécrétion des cellules de l'intestin moyen, puisque ces sécrétions sont liquides et qu'elles se déversent directement dans l'espace circulaire libre existant entre cette membrane et l'épithélium; elle serait sécrétée par des cellules spéciales, placées à l'entrée du proventricule (intestin moyen). Ces



Stade de la formation de la membrane péritrophique.

sécrétions se condenseraient en une membrane continue qui, au niveau de l'embouchure de la valvule, s'appliquerait directement sur les matières alimentaires. Pour Vignon (1902), chez la larve du *Chironomus plumosus*, cette membrane est sécrétée, sous forme de chitine fluide, par les premières cellules de l'intestin moyen (cellules de la membrane péritrophique). Berlese (1909) pense comme Van Gehuchten, Vignon, Bordas, que la membrane péritrophique est sécrétée par les cellules spéciales qui résident dans les parties antérieures du mésentéron, au voisinage de la valvule cardiaque. Chatton (1920) admet que l'origine de la membrane péritrophique n'est pas la même chez les divers Arthropodes. Il trouve que, chez les Drosophiles, la membrane prend naissance dans la partie antérieure de l'intestin.

Au cours de recherches histophysiologiques sur la mue du Ver à soie, nous avons pu faire quelques constatations qui éclairent l'origine de la membrane péritrophique.

Au cours de la mue, la membrane péritrophique se détache en même temps que les cellules épithéliales desquamées sont éliminées vers l'intestin antérieur. Vers la fin de la mue, le protoplasme de la partie apicale de la

cellule épithéliale prend une forme réticulée, en même temps que le chondriome de cette même zone se met à présenter des formes de dégénérescence. Un peu plus tard, tout le long du tube digestif moyen, sous le plateau strié de chacune des cellules épithéliales, on voit se reformer des vacuoles, qui vont sans cesse en grandissant. A un moment donné, les vacuoles de deux ou trois cellules voisines fusionnent et se détachent du protoplasma; les plateaux striés prennent alors une forme en dôme. Ils ne se colorent pas par le muci-carmin : il ne s'agit donc pas de mucus.

Finalement toutes les vacuoles fusionnent entre elles. La cuticule se détache de l'épithélium. L'ensemble de la cuticule détachée forme la membrane péritrophique. En même temps qu'on observe le rejet des anciens plateaux striés sous la forme de la membrane péritrophique, on assiste de place en place à la régénération d'un nouveau plateau. Chez certains individus, parfois après le premier repas suivant la mue, sur de rares cellules épithéliales, les plateaux striés ne sont pas encore régénérés.

La mebrmane péritrophique nouvellement formée est lisse du côté de la lumière du tube digestif et irrégulière du côté opposé, à cause des restes du cytoplasma qui y sont encore rattachés. Plus tard, en même temps que la régénération des plateaux striés s'achève, la membrane péritrophique devient régulière sur toutes ces faces.

En résumé, chez le ver à soie, la membrane péritrophique représente, non pas une sécrétion des cellules de l'intestin moyen, mais bien l'ensemble des plateaux striés détachés en masse de l'épithélium intestinal. C'est un organe cellulaire détaché et devenu indépendant.

CHIMIE AGRICOLE. — *Conditions de formation et constitution du complexe argilo-humique des sols.* Note de MM. **A. Demolon** et **G. Barbier**, présentée par M. Lindet.

On désigne généralement sous le nom de complexe absorbant l'ensemble des colloïdes argileux et humiques des sols. Nous nous sommes proposés de rechercher si ces deux groupes doivent être considérés comme coexistant dans les sols à l'état juxtaposés ou si, au contraire, il existe entre eux des liaisons justifiant la conception d'un complexe proprement dit.

Lorsqu'on met en présence une suspension d'argile colloïdale privée de

bases échangeables et une suspension d'acide humique, le système présente une stabilité indéfinie, comme il doit arriver pour deux colloïdes de même signe, électronégatifs en l'espèce. Mais lorsque la concentration en électrolytes est suffisante, nous avons constaté que l'acide humique d'une solution d'humate se fixe sur l'argile en quantité variable avec formation d'un floculat homogène.

La matière humique utilisée dans ces recherches a été extraite de fumier artificiel obtenu à partir de la paille; elle ne contenait que très peu de matières minérales, essentiellement siliceuses (1 pour 100 environ). L'argile avait été extraite de la terre à briques et privée de bases.

A. Influence de la réaction. — Dans une série de tubes à centrifuger tarés, on a introduit $0^g,25$ d'argile à l'état de suspension, neutralisée exactement par l'ammoniaque, $0^g,025$ d'acide humique à l'état de solution d'humate d'ammoniaque neutre, puis une petite quantité variable d'HCl ou KOH $0,1\,n$ pour faire varier la réaction, la quantité d'eau nécessaire pour avoir un volume final constant de 50^{cm^3} et enfin $1^{cm^3},5$ de solution saturée de KCl, quantité suffisante pour floculer l'argile. Après agitation, centrifugation et décantation du liquide limpide, la matière humique fixée par l'argile a été dosée dans le coagulum non lavé, par réduction en milieu alcalin du permanganate de potasse, suivant une technique contrôlée qui sera décrite ailleurs. Il a été tenu compte de la fraction du volume initial de liquide retenue par le coagulum. Nous avons vérifié, bien entendu, qu'en l'absence d'argile, mais toutes choses égales par ailleurs, l'humate reste dissous.

pH...........	3,85.	5,0.	5,9.	6,95.	7,25.	7,55.	8,5.
Humus fixé pour 100 d'argile............	9.60	8,08	7,26	6.28	5.37	4,65	2.05
Humus fixé pour 100 d'humus introduit...	96.0	80.8	72.6	62.8	53,7	46.5	20.5

Le tableau ci-dessus montre que la fixation de l'acide humique par l'argile est d'autant moins énergique que le pH final est plus élevé.

B. Influence de la concentration en humate. — La concentration en argile ($0^g,100$ pour 20^{cm^3}) ainsi que la réaction ($pH = 6,8\text{-}6,9$) étant maintenues constantes, on a fait varier la concentration en humate. La floculation de l'argile a été obtenue par SO^4K^2 (4^{cm^3} de solution normale dans tous les cas).

Concentrations d'équilibre en acide humique.

Dans le liquide (en gr. par litre)	0,045	0,108	0,408	0,832	1,57	5,50
Dans le complexe, en pour 100 d'argile	3,09	5,84	7,83	8,36	8,59	9,9

Ces résultats montrent que, comme dans les phénomènes d'adsorption, le coefficient de fixation varie, les petites quantités d'acide humique se trouvant proportionnellement plus énergiquement fixées.

Les phénomènes sont qualitativement les mêmes pour les divers sels alcalins avec activité minima pour Na et PO^4.

C. Formation du complexe en présence de Ca. — 1° *Floculation des mélanges d'argile et d'humate.* — L'humate d'ammoniaque exerce vis-à-vis de l'argile une action protectrice qui s'accroît avec sa concentration. Inversement, l'argile sensibilise la matière humique, qui précipite dans ces conditions pour des concentrations en Ca beaucoup moindres qu'en l'absence d'argile.

2° *Concentrations d'équilibre.* — A une même quantité d'argile calcique neutre, $0^g,200$, on a mélangé des quantités croissantes d'humate d'ammoniaque. En raison de l'action peptisante qui s'observe dans ces conditions, on a ajouté la quantité d'acétate de Ca juste suffisante pour maintenir l'argile floculée. Volume final constant, 20^{cm^3}. La centrifugation permet de séparer facilement un complexe homogène et une solution humique limpide en équilibre avec lui.

Concenrations d'équilibre en acide humique.

Dans le liquide (en gr. par litre)	0,0105	0,0975	0,68	1,42
Dans le complexe, en pour 100 d'argile	4,89	9,02	13,2	15,8

Conclusions. — L'argile colloïdale est un facteur de fixation des colloïdes humiques dans les sols. Nos recherches fournissent des bases expérimentales à la notion de complexe argilo-humique. Les cations absorbés par l'argile et, en particulier Ca, conditionnent la formation de ce complexe qui peut être reproduit à partir de ses constituants et qui comporte des réactions d'équilibre.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Explication des effets thérapeutiques des circuits oscillants ouverts sur l'organisme des êtres vivants.* Note de M. **Georges Lakhovsky**, présentée par M. d'Arsonval.

J'ai décrit ([1]) des essais de thérapeutique du cancer expérimental des plantes, effectués sur des géraniums inoculés avec le *Bacterium tumefaciens*, au moyen d'un générateur à lampes triodes d'ondes très courtes ($\lambda = 2^{m}$) que j'ai construit à cet effet et que j'ai appelé *radio-cellulo-oscillateur*.

Ces plantes ont été guéries du cancer au bout d'un mois, elles vivent encore à l'heure actuelle et sont très vigoureuses, tandis que les témoins non traités sont tous morts il y a 5 ans, quelques mois après l'inoculation.

M. Franz Seidel a également démontré récemment que le lait et les aliments peuvent être stérilisés au moyen des mêmes ondes courtes de $\lambda = 1^{m},5$ à 3^{m}.

M. Esau vient de montrer expérimentalement qu'on peut guérir les souris inoculées de la tuberculose au moyen des mêmes ondes courtes ($\lambda = 2^{m}$) avec lesquelles j'ai guéri il y a 5 ans les pelargoniums inoculés du cancer, ces ondes détériorant rapidement les bacilles de Koch.

Huit mois après, le 24 décembre 1924, j'ai repris ces expériences en remplaçant mon radio-cellulo-oscillateur par une simple spire de cuivre ouverte, dont la longueur propre était également $\lambda = 2^{m}$ environ, entourant la plante, supportée par une tige d'ébonite et isolée dans l'air. Par ce procédé, j'ai guéri de même des géraniums inoculés avec le *Bacterium tumefaciens*, et dans le même temps les témoins sont tous morts. Les sujets guéris vivent encore à l'heure actuelle et sont très prospères comme je l'ai montré ici récemment ([2]).

Les mêmes expériences avec le circuit oscillant ont été reprises avec un succès identique au printemps 1927 par M. Labergerie, à l'École d'Agriculture de Montpellier, et tout récemment, par le Dr Brunori, de New-

([1]) A. Gosset, A. Gutmann, G. Lakhovsky, J. Magrou, *Essais de thérapeutique du cancer expérimental des plantes* (*C. R. Soc. Biol.*, 91, 26 juillet 1924, p. 626).

([2]) Georges Lakhovsky, *L'action sur les êtres vivants des circuits oscillants* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1019).

York, par M. Vincenzo Rivera, au Laboratoire de Pathologie végétale de l'Istituto superiore Agrario de Pérouse (1).

Comme je l'ai annoncé dans ma dernière Communication, j'ai essayé, ainsi que beaucoup de praticiens, tant en France qu'à l'étranger, mes circuits oscillants sur une grande variété de maladies.

Les nombreuses observations recueillies démontrent que ce circuit apporte une amélioration très efficace et, assez souvent, la guérison des malades de toute espèce qui ont été considérés parfois comme incurables.

Il est vraisemblable que ces circuits oscillants ouverts agissent sur l'organisme suivant le même processus que mon radio-cellulo-oscillateur, en oscillant sous l'effet d'induction des ondes innombrables de toutes fréquences qui sillonnent constamment l'atmosphère.

En effet nous savons qu'il se produit constamment dans l'atmosphère des décharges électriques (foudre, etc.), que les applications de l'électricité (éclairage à arc, dynamos et moteurs industriels et de traction, magnétos, redresseurs) donnent naissance à de multiples étincelles. Ces nombreux arcs engendrent dans l'atmosphère des ondes très courtes.

A ces ondes s'ajoute toute la catégorie des ondes utilisées pour les radiocommunications, à tel point qu'il est impossible à présent de trouver dans leur gamme une place libre disponible.

Des circuits oscillants utilisés en thérapeutique, de toutes dimensions et de toutes longueurs d'ondes, isolés de l'extérieur (= 0,35 à 2^{m}) trouvent toujours dans l'atmosphère des ondes qui les font osciller sur leur fréquence propre. Le champ électromagnétique ainsi créé filtre les ondes cosmiques, de même que la lumière, les rayons ultraviolets, les rayons X et le radium, mais en provoquant un effet moins brutal et plus durable, en raison de la constance et de la faible intensité de ces rayonnements.

M. d'Arsonval a appliqué le premier avec succès en thérapeutique les courants de haute fréquence il y a longtemps et bien avant les lampes triodes. Il s'est même servi en 1890 du dipôle de Hertz pour descendre au-dessous de 2^{m} de longueur d'onde. Ces courants de haute fréquence avaient également pour effet de créer un champ électromagnétique local, lequel filtre les ondes cosmiques.

---

(1) VINCENZO RIVERA, *Influenza dei circuiti aperti di Lakhovsky sullo sviluppo di tumori nei vegetali* (*Bollettino della R. Stazione di Patologia vegetale di Roma*, nouvelle série, 7, 1928, p. 3).

Remarques à propos de la Communication de M. LAKHOVSKY,
par M. D'ARSONVAL.

Pour préciser l'indication contenue dans la dernière phrase qui me concerne je rappellerai mes Communications à la Société de Biologie en 1891, 1893 et 1896.

Voici un extrait de celle du 2 mai 1891 relative aux ondes courtes :

« Dans une Communication verbale du 24 février 1891, j'ai signalé à la Société l'action physiologique spéciale des courants alternatifs... j'ai poursuivi l'étude de ces courants en augmentant de plus en plus la fréquence et en étudiant cette fois l'influence de la fréquence sur la sensibilité générale et sur l'excitabilité neuro-musculaire. »

Après avoir montré qu'un courant (à puissance égale) de 10000 alternances par seconde est beaucoup moins senti qu'un courant de 100, j'ajoute : « Pour savoir si le nerf et le muscle peuvent répondre à des excitations électriques extrêmement rapides j'ai abandonné tous les interrupteurs électriques mécaniques qui peuvent donner très difficilement 30000 excitations par seconde,-je me suis servi d'un dispositif qui peut donner jusqu'à mille millions de vibrations électriques par seconde. C'est l'appareil bien connu des physiciens depuis les admirables recherches du Dr Hertz, etc. » Suit la description de l'installation et les effets observés.

Par des dispositifs plus puissants j'ai fait connaître les différents effets physiologiques de ces courants et leur application à la médecine en 1893.

J'ai spécialement étudié leur action bactéricide, atténuante ou vaccinante, avec mon assistant le professeur Charrin, dans une série de Notes présentées à la Société de Biologie et dont voici les dates : — 1893 : 6 mai, p. 467; 15 juillet, p. 764; — 1896 : 25 janvier, p. 96; 1er février, p. 120; 8 février, p. 153.

L'application des ondes hertziennes de toute longueur à la thérapeutique et leur action bactéricide ont donc été signalées en France depuis près de 40 ans. (Voir aussi *Comptes rendus*, séance du 20 mars 1893.)

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur le pouvoir rotatoire du sérum en fonction de la température.* Note ([1]) de M. **P. Lecomte du Noüy**, présentée par M. Roux.

L'étude des modifications physico-chimiques subies par le sérum sanguin en fonction de la température présente un intérêt tout spécial en raison de l'importante altération qu'apporte dans ses propriétés biologiques le chauffage à une température voisine de 56°, altération connue sous le nom de destruction du complément.

Nous avons réussi à montrer ([2]), au moyen de mesures de viscosité, que cette température était également critique au point de vue physico-chimique pour le sérum, et correspondait à l'existence d'un minimum absolu de la viscosité.

La question se posait alors de savoir si l'on pourrait mettre en évidence une modification purement chimique des molécules de protéines, dont ce phénomène ne serait que la conséquence physique, comme la destruction du complément en serait la conséquence biologique. En d'autres termes, de chercher une preuve de l'existence d'une modification structurale moléculaire, cause commune des deux phénomènes. Pour résoudre ce problème nous avons étudié le pouvoir rotatoire du sérum à toutes les températures entre 0° et 70°. Le but de cette Note est de rendre compte des résultats préliminaires obtenus.

En employant du sérum de cheval normal, dans un tube de 10^{cm} nous trouvâmes que le pouvoir rotatoire lévogyre reste constant entre 0° et 50°. L'angle α dont le plan de polarisation est tourné est en moyenne de $-4°,16$ pour la raie verte, de $-3°,61$ pour les raies jaunes, et de $-2°,92$ pour la raie rouge (raies du mercure). Pouvoir rotatoire spécifique moyen : $[\alpha] = -58°$, pour la raie verte, $-49°$ pour les raies jaunes, et $-40°,5$ pour la raie rouge. Entre 50° et 55°, un chauffage de 10 minutes ne produit en général aucun changement, ou de très faibles variations, à peine supérieures aux variations spontanées qu'on observe en fonction du temps dans le sérum, et d'ailleurs tantôt positives, tantôt négatives. A partir de 55° au

([1]) Séance du 18 février 1929.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, **90**, 1924, p. 168; **96**, 1927, p. 1203; et *Ann. Inst. Pasteur*, **42**, 1928, p. 742.

contraire, on constate un accroissement progressif du pouvoir rotatoire, faible jusqu'à 58° ou 59° et augmentant rapidement à partir de 60°. Le tableau ci-dessous donne l'augmentation du pouvoir rotatoire par minute dans les cinq premières minutes de chauffage et au bout d'une heure dans un tube de 10^cm d'un sérum de cheval normal. (Raies jaunes du mercure. Valeurs moyennes ou interpolées. Chauffage en tubes scellés.)

Température.	50°	52°	54°	55°	56°	57°	58°	59°	60°	61°	62°	63°	64°	65°	66°	67°	70°
Augmentation du pouvoir rotatoire.																	
Dans la première minute :	0	0	0	0	0,010	0,020	0,020	0,023	0,025	0,045	0,080	0,090	0,110	0,140	0,210	0,255	0,320
En 1 heure :	0,14	0,14	0,12	0,22	0,30	0,38	0,47	0,58	0,69				illisible.				
En 2 heures :	0,14	0,13	0,16	0,28	0,38	0,45	0,55	0,63					illisible.				

Jusqu'à 53°, 2 heures de chauffage ont sensiblement le même effet que 1 heure. A partir de 55°, la deuxième heure de chauffage augmente le pouvoir rotatoire de 0°,80 environ, jusqu'à 58°. Les mesures deviennent impossibles au delà de 58° pour un chauffage de 2 heures, de 59° pour un chauffage de 1 heure, et de 60° pour un chauffage de 40 minutes, en raison de l'obscurcissement des plages. L'étude de l'action du temps de chauffage est limitée par ce phénomène dont l'importance augmente rapidement avec la température et qui rend les mesures impossibles dans un tube de 10^cm. Cet aspect n'est pas accompagné d'une augmentation du pouvoir rotatoire, mais il se produit en général, quand celui-ci a subi une augmentation de 0°,70 à 0°,80, augmentation qui peut être due à 5 minutes de chauffage à 64°, à 10 minutes de chauffage à 63°, à 40 minutes de chauffage à 60°, à 1 heure à 59°, ou à 2 heures à 58°.

Ces résultats, qui présentent un intérêt particulier si on les rapproche des résultats obtenus par les mesures de viscosité, peuvent être interprétés, provisoirement, de la façon suivante : jusqu'à 50 ou 52° il ne se produit que de très faibles altérations de nature chimique dans les protéines du sérum,

pour une durée de chauffage allant jusqu'à 2 heures. Nous ne pouvons déceler de changement mesurable introduit par un chauffage de 20 minutes qu'à partir de 55°.

La vitesse de la modification de la structure des molécules augmente alors progressivement avec la température, et très rapidement à partir de 59°. Cette altération chimique est probablement celle qui correspond à la suppression du « pouvoir complémentaire » du sérum. Mais elle ne suffirait pas à expliquer l'augmentation de la viscosité du sérum à la même température : il faut donc admettre qu'elle détermine en même temps un changement dans le champ de forces (de quelque nature qu'il soit) existant autour de chaque molécule affectée. Ce changement permet aux molécules de s'agréger les unes aux autres, et de fixer des molécules d'eau en plus grand nombre, peut-être à cause même de cette agrégation. Dès lors, la viscosité augmente, et l'obscurcissement observé au polarimètre est sans doute une manifestation optique du même phénomène. Cette hypothèse nous semble d'autant plus plausible que cet obscurcissement se produit parfois pendant que l'on effectue la mesure, et ne modifie en rien l'angle lu sur le cadran. Il s'agit donc bien d'un changement dans la dispersion et l'hydratation des protéines, consécutif à l'altération chimique des molécules indiquée par l'accroissement du pouvoir rotatoire. Nous avons entrepris des recherches en vue de déterminer la nature de cette altération.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *De l'augmentation de la consommation d'oxygène des animaux marins sous l'influence des fortes pressions. Ses variations en fonction de la durée de la compression.* Note de M. **Maurice Fontaine**, présentée par M. L. Joubin.

Étudiant la consommation du Pleuronectes en fonction de l'intensité de la pression [1], il nous est apparu que cette consommation d'oxygène variait en fonction du temps au cours de la compression. Nous avons donc étudié systématiquement ce phénomène chez le *Pleuronectes platessa*.

Dans l'obligation où nous étions d'opérer (pour avoir des mesures com-

---

[1] *De l'augmentation de la consommation d'O^2 des animaux marins sous l'influence des fortes pressions. Ses variations en fonction de l'intensité de la compression* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 460).

parables) sur des animaux de même taille ([1]), nous choisissions de petits Pleuronectes sensiblement de même poids. Pour les expériences de courte durée, nous en immergions plusieurs dans le récipient, pour les autres, un nombre d'autant plus faible que la durée de l'expérience était plus longue.

I. — *Compressions à 100kg de Pleuronectes pesant entre 0g,250 et 0g,300.*

Durée de la compression.	Nombre de Pleuronectes.	Consommation d'O^2 à la pression atm.	Consommation d'O^2 sous pression.	Augmentation de la consommation d'O^2.
		cm³	cm³	°/₀
30 minutes	3	0,141	0,192	36
1 heure	2	0,159	0,249	56
1 heure 30 minutes	2	0,216	0,377	74
2 heures	1	0,141	0,223	58

La consommation d'O^2 revient-elle rapidement, après être passée par ce maximum, à sa valeur normale?

Il n'en est rien, comme le montre l'expérience suivante :

II. — *Compressions à 100kg de Pleuronectes pesant entre 0g,110 et 0g,145.*

Durée de la compression.	Nombre de Pleuronectes.	Consommation d'O^2 à la pression atm.	Consommation d'O^2 sous pression.	Augmentation de la consommation d'O^2.
		cm³	cm³	°/₀
1 heure 30 minutes	4	0,169	0,319	88
3 heures	2	0,165	0,260	58
6 heures 30 minutes	1	0,157	0,234	49

Le rapprochement des augmentations de consommation d'O^2 produites par une compression de 100kg pendant 1 heure 30 minutes, d'une part sur des Pleuronectes d'environ 0g,275 (Tableau I : 74 °/₀), d'autre part sur Pleuronectes de 0g,120 (Tableau II : 88 °/₀) met ici encore nettement en évidence l'influence de la taille de l'animal dans cet accroissement des combustions respiratoires.

En résumé, la consommation d'O^2 augmente, au cours de la compression, en fonction du temps, jusqu'à un maximum, puis diminue, mais reste encore, au moins pendant plusieurs heures, au-dessus de la consommation d'O^2 normale.

([1]) *Les fortes pressions et la consommotion d'oxygène de quelques animaux. Influence de la taille* (*C. R. Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 178).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *L'utilisation des pentoses dans l'organisme animal.* Note de MM. **P. Thomas**, **A. Gradinescu** et M[lle] **R. Imas**, présentée par M. Roux.

Deux de nous ont montré (1) que l'utilisation des pentoses par l'organisme est fortement influencée par l'augmentation de la perméabilité rénale provoquée par l'ingestion de ces sucres et déjà signalée par eux (2). Chez l'homme, une quantité déterminée de xylose ou d'arabinose est mieux utilisée lorsqu'elle est donnée par petites fractions espacées que si elle est prise en une fois.

Dans le présent travail, nous avons cherché à déterminer aussi exactement que possible le coefficient d'utilisation de ces sucres. On sait déjà, depuis Salkowski, que l'organisme animal peut fixer une quantité appréciable de pentoses sous forme de glycogène; nous nous sommes proposé de déterminer le gain en glycogène du foie et des muscles, après ingestion d'une quantité connue de xylose ou d'arabinose, afin d'établir ce coefficient d'utilisation.

Comme animal d'expérience, nous avons choisi la grenouille, afin de pouvoir faire commodément des dosages sur des organes entiers. Les animaux jeûnaient et étaient en hibernation depuis deux mois au moins. Leur poids variait de 50 à 125^{g}. De nombreuses déterminations nous ont montré des teneurs en glycogène très variables, de 1,5 à 7 pour 100 dans le foie. Pour éviter la complication due à l'accumulation du glycogène dans les œufs, nous avons utilisé seulement des mâles à partir de ce moment, et pour diminuer et unifier la teneur en glycogène, nous avons placé les animaux, maintenus à jeun, à une température de 20 à 25°. Après un temps convenable, la teneur était comprise entre 1 et 2 pour 100 dans le foie, inférieure à 0,2 pour 100 dans les muscles.

Pour contrôler d'une manière certaine l'enrichissement du foie en glycocène à partir des pentoses, nous avons opéré comme suit dans une première série d'expériences.

On extirpe à une grenouille, après ligature des vaisseaux correspondants, le lobe droit du foie et l'on y dose le glycogène par la méthode de Pflüger. La plaie est alors

(1) *C. R. Soc. Biol.*, **99**, 1928, p. 1807.
(2) *C. R. Soc. Biol.*, **96**, 1927, p. 1459.

refermée et saturée, et l'animal reçoit par la bouche, au moyen d'une seringue de Luer portant une canule de dimensions convenables que l'on fait pénétrer dans l'estomac, une quantité déterminée de solution du pentose choisi, à la concentration de 4 pour 100, soit sensiblement isotonique. Au bout d'un temps variable, de un à plusieurs jours, on sacrifie l'animal et l'on dose le glycogène dans le lobe gauche du foie.

Des expériences sur des témoins restés à jeun nous ont montré que la teneur en glycogène subit toujours dans ces conditions une forte diminution, en raison du traumatisme produit.

Voici quelques résultats d'expériences :

	Glycogène pour 100.	
	Lobe droit (après traumatisme).	Lobe gauche (avant traumatisme).
Témoin	3,25	2,30
Grenouille ayant reçu 1g,25 de xylose	4,30	6,67
» 1g,14 »	1,99	3,22
» 1g,20 d'arabinose	1,74	3,16

Ainsi, malgré le traumatisme, le gain de glycogène après ingestion des sucres est évident.

Dans une seconde série d'expériences, nous avons opéré sur des lots de 10 animaux placés dans les mêmes conditions. Cinq d'entre eux ont reçu la solution du sucre expérimenté *per os*, comme précédemment. Au bout d'un temps convenable, on a sacrifié les animaux, et le dosage du glycogène a été fait comparativement sur les cinq foies réunis et sur les foies des cinq témoins. Le gain observé a atteint 100 pour 100 de la quantité initiale, après ingestion des pentoses.

Enfin, dans une dernière série, nous avons déterminé également sur des lots de 5 animaux la teneur moyenne du foie et des muscles en glycogène, les mêmes dosages étant répétés sur des lots comparables maintenus dans les mêmes conditions, mais recevant les pentoses *per os*.

Pour connaître exactement la quantité de sucre utilisée par l'organisme, les grenouilles ont été gardées quelques minutes dans un vase après chaque administration de sucre, puis lavées avec soin. La quantité perdue pouvait être facilement dosée dans l'eau de lavage. Le liquide où ont vécu les animaux, qui renferme l'urine et les résidus intestinaux, a été également analysé. Enfin, après le prélèvement du foie et des muscles pour le dosage du glycogène, on a recueilli le contenu intestinal, où se trouve presque toujours une petite quantité de pentose ayant échappé à l'absorption. On pouvait ainsi mesurer, aussi exactement que possible, la quantité de sucre réellement utilisée.

Quant au dosage du glycogène, il doit être fait soit dans l'ensemble de la masse

musculaire, soit dans des muscles provenant des diverses régions, la quantité fixée n'étant pas uniforme.

Nous avons déterminé par de nombreux essais le rapport du poids des muscles au poids total de l'animal; chez nos grenouilles, ce rapport peut être fixé à 48 pour 100.

Nous sommes donc en possession des éléments qui permettent de calculer la quantité de glycogène produite dans l'assimilation des pentoses (en faisant abstraction du glycogène qui a pu être détruit). Voici, parmi les chiffres les plus probants, ceux qui sont en même temps les plus élevés (calculés pour un lot de 5 grenouilles) :

	Sucre ingéré.	Sucre éliminé.	Pour 100 éliminé.	Sucre utilisé.	Glycogène formé.
Xylose	4,455	1,874	42,05	2,330	1,075
Arabinose	4,741	1,040	21,93	3,538	1,750

En admettant qu'une molécule de pentose fournisse une molécule d'acide lactique qui se transforme ensuite en glycogène, le rendement maximum en glycogène est donc de 54 pour 100. Il est évidemment intéressant que dans nos expériences le xylose ait fourni 51,24 pour 100 et l'arabinose 54,90 pour 100, soit des chiffres identiques, aux erreurs d'expérience près, et cela bien que le rein ait éliminé comparativement plus de xylose que d'arabinose, conformément à nos observations antérieures. Ce coefficient d'utilisation est à retenir.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la faible teneur en cholestérol des matières grasses des chrysalides de Lépidoptères.* Note (1) de Mlle **Andrée Courtois**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Dans des recherches biochimiques que nous poursuivons sur quelques Lépidoptères, nous avons été amenée à établir le coefficient lipocytique, $\frac{\text{cholestérol}}{\text{ac. gras}} \times 100$, des chrysalides au cours de la nymphose.

Nous avons été frappée par la faible teneur en cholestérol des substances insaponifiables. Le rapport $\frac{\text{substances insaponifiables}}{\text{ac. gras totaux}}$ est du même ordre de

(1) Séance du 18 février 1929.

grandeur que les coefficients lipocytiques signalés chez les Invertébrés; mais, sur les espèces étudiées (*Attacus Pernyi*, *Sphinx Ligustri*, *Saturnia Pyri*), le cholestérol n'occupant qu'une faible portion de cet insaponifiable, le coefficient lipocytique devient dix fois plus faible que le plus petit coefficient lipocytique établi dans la série animale.

Cette constatation nous paraît avoir quelque importance dans l'étude de la chimie physiologique d'un organisme.

La composition intégrale de l'insaponifiable des corps gras chez les Insectes demanderait à être étudiée avec précision. Des travaux déjà anciens ont signalé la présence d'autres stérols que le cholestérol (bombystérol) (1) et des hydrocarbures (2).

Nous avons dosé les acides gras totaux par saponification totale (méthode de Kumagawa-Suto) et le cholestérol par précipitation au digitonoside (méthode de Windaus légèrement modifiée par R. Girardin et Spach) (3). Cette dernière technique a été appliquée à la fraction insaponifiable des acides gras.

Le tableau ci-dessous résume nos résultats :

Espèces.	Acides gras exprimés en gr. pour 100 de tissus frais.	Substances insaponifiables.	Rapport $\frac{\text{subst. ins.}}{\text{ac. gras}}$.	Cholestérol.	Coefficients lipocytiques $\frac{\text{cholestérol}}{\text{ac. gras}} \times 100$.
Attacus Pernyi.....	4,64	0,8	17,2	0,07	1,7
Sphinx Ligustri....	7,82	0,42	5,3	0,09	1,2
Saturina Pyri.....	8,19	1,4	17	0,09	1

Les chiffres donnés expriment la moyenne de six dosages.

Voici, à titre de comparaison, quelques coefficients lipocytiques d'Invertébrés :

Hirudo medicinalis	20-25
Ostrea edulis	7,3-22
Tapes decussatus......................	12
Anemone sulcata......................	7
Phascolosoma vulgare................	17,5-30
Asterias rubens.......................	9,2-8,6

(1) Lewkowitsch, *Ztschr. für Untersuch. der Nahr- und Genussm.*, 12, 1906, p. 659; 63, 1907, p. 552.

(2) Menozzi et Moreschi, *Atti R. Accad. dei Lincei Roma*, 17, 1908, p. 95.

(3) Gicardin et Spach, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 7, 1926, p. 813.

Mayer et Schaeffer [1] puis Terroine [2] ont toujours calculé la teneur en acides gras en défalquant le cholestérol de l'extrait lipoïdique total.

Ce faisant, ils réunissaient, en un même chiffre, les acides gras et le reste de l'insaponifiable, admettant que la presque totalité de celui-ci était constituée par le cholestérol. Or la partie non cholestérylique de l'insaponifiable est parfois importante comme l'a montré Lemeland, et comme l'a fait remarquer plus récemment Terroine [3].

Nos dosages ont toujours été faits en opérant en moyenne sur deux ou trois chrysalides, ce qui correspond à 7 ou 8^g de tissu frais dans lesquels les substances insaponifiables occupent un poids variant de 0^g,030 à 0^g,050. C'est donc sur ces faibles quantités qu'il faudrait pratiquer une analyse quantitative précise.

Pour nous assurer que la quantité de tissus frais sur lesquels nous opérions ne modifiait pas nos résultats, nous avons fait quelques dosages sur le foie de Pigeon et de Cobaye en utilisant 5^g de matière fraîche. Nos chiffres étaient en accord avec ceux de Mayer et Schaeffer. Nous poursuivrons cette étude, les constituants des substances insaponifiables pouvant jouer un rôle important dans les phénomènes complexes de la vie nymphale.

A 16^h, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^{h}20^m.

A. Lx.

---

(1) Mayer et Schaeffer, *Journal de Phys. et Path. gén.*, 15, 1913, p. 1.
(2) Terroine et Weill, *Journal de Phys. et Path. gén.*, 16, 1914, p. 415.
(3) Terroine et Belin, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 9, 1, 1927, p. 12.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 4 MARS 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Relations simples entre les radiations les plus intenses et les plus hautes des éléments chimiques dans l'atmosphère brillante du Soleil.* Note de M. **H. Deslandres.**

La Note actuelle est la suite d'une Note parue en janvier dernier sous le même titre (¹); elle est consacrée, comme la précédente, aux radiations les plus brillantes et les plus hautes des éléments dans l'atmosphère brillante du Soleil, et à l'accord de leurs fréquences avec les multiples de la fréquence élémentaire 1062,5, désignée par la lettre d_1. Les premiers résultats ont été condensés dans un tableau, auquel le lecteur est prié de se rapporter.

I. Les 16 corps simples dont les raies ultimes ou très fortes sont rattachées dans le tableau à des multiples de d_1 sont les suivants, rangés dans l'ordre des poids atomiques : H, He et He^+, Be^+, O, Na, Mg^+, Si, Ca^+, Sc^+, Ti^+, Cr et Cr^+, Cu, Zn, Sr^+, Y^+, Ba et Ba^+; et les poids atomiques correspondants sont : 1, 4 (9), 16, (23), 24, 28, 40, (45), 48, 52, (63), 64, 88, (89), 138 ou 136.

Les corps, au nombre de 10 dans le tableau, dont le poids atomique est un multiple de 4 ou multiple du poids de l'hélium, sont en majorité; et, d'autre part, l'hydrogène doit être mis à part. Les cinq corps qui restent, distingués par des crochets, forment un second groupe dont les poids atomiques, non divisibles par 4, sont de plus impairs. Dans l'ensemble, les raies les plus fortes et les plus hautes appartiennent au premier groupe et à l'hydrogène.

(¹) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 20.

On a ajouté dans le tableau d'autres corps : Li, C^+, N^{++}, O^{++}, Mg, Si^{+++}, Rb et Cs, dont les raies ultimes, aussi multiples de d_1, ont été signalées non dans la chromosphère du Soleil, mais dans les taches et dans d'autres astres. On a ainsi en tout 21 éléments, différents par le poids atomique, et rattachés à la constante d_1; dix de ces éléments ont un nombre atomique supérieur à 20. Or ma première étude de 1924 sur les raies fortes, multiples de d_1, avait porté seulement sur les 20 premiers corps simples. Le nombre des corps qui ont cette propriété est donc augmenté de 10; il est en réalité plus grand si l'on met à contribution toutes les données spectrales dont on dispose. Mais cette question sera reprise plus tard.

Le tableau présente seulement 16 corps de la chromosphère alors que Mitchell en a signalé 31 dans le spectre éclair de 1905, et si l'on ajoute les éléments Be et O, décelés en 1900 et 1925, on a un total de 33 corps. La différence tient à plusieurs causes. Certains éléments ont leur raie ultime dans la partie non observable du spectre solaire; c'est le cas de Mg neutre, dont la raie ultime est très voisine de 33 d_1. La dispersion des appareils qui ont jusqu'ici donné le spectre éclair est insuffisante, au moins pour la partie basse de la chromosphère dont les raies sont nombreuses et très rapprochées. Enfin, pour plusieurs corps simples de Mitchell, et, en particulier, pour les dix terres rares de son relevé, l'étude du spectre est encore incomplète; les raies ultimes ne sont pas déterminées. Les lacunes des spectres, il est vrai, sont comblées peu à peu; et récemment Meggers a annoncé les raies ultimes probables de Hf et Hf^+; leurs fréquences se rattachent à des multiples de d_1.

Quoi qu'il en soit, le tableau précédent comprend les raies les plus fortes et les plus hautes de la chromosphère. Toutes les raies d'un même corps y sont représentées par sa raie ultime et parfois en plus par des raies pénultimes. Ainsi l'hydrogène qui n'a pas la raie la plus forte, mais le plus grand nombre de raies fortes et hautes, est représenté par la raie infrarouge, dite de Paschen. Cependant quelques raies d'intensité et de hauteur moyennes, mais intéressantes, comme les raies de Mg et Ca neutres, se trouvent en dehors du tableau. Je montrerai plus loin qu'on peut les y rattacher, en faisant intervenir non plus seulement les multiples de d_1, mais les sous-multiples d_1/n, n étant petit.

II. La chromosphère a ceci de particulier qu'elle contient en porportion notable les gaz hélium et hydrogène qui ont la propriété de modifier le spectre des corps illuminés avec eux. Ces mêmes gaz émettent aussi avec force leurs radiations caractéristiques, bien que les potentiels d'excitation et d'ionisation soient fort élevés. Il y a là une anomalie, notée par Russell comme inexplicable. Or l'étude continue du Soleil et des perturbations

magnétiques m'a conduit à admettre la présence constante de corps radioactifs dans les couches voisines de la surface; il en résulte une émission constante de particules α ou d'atomes He^{++}, et même aussi d'atomes H^{+}. Ces atomes arrivent dans l'atmosphère déjà ionisés; ils apportent eux-mêmes l'énergie nécessaire.

L'action d'une atmosphère d'hélium sur les spectres de plusieurs corps a été étudiée dans le laboratoire par Merton et Johnson. Avec le carbone, en présence de l'hélium, la raie ultime de $C^{+}\lambda 4267$ ($\nu = 22 d_1 + 53$) est affaiblie, alors que la raie de $C^{+}\lambda 3921$ ($\nu = 24 d_1 - 1,5$) est, au contraire, renforcée; en même temps, la raie ultime de C neutre $\lambda 2478$ ($\nu = 38 d_1 - 41$) reste très intense et une raie ordinairement faible de C, $\lambda 5380$ ($\nu = 17 d_1 + {}^1/_2 d_1 - 12$), devient forte. L'hélium met en relief une raie rattachée à un multiple de $d_1/2$. Déjà, en 1924, j'avais noté que, des deux raies les plus fortes du carbone dans l'ultraviolet extrême, l'une était un multiple de d_1 et l'autre un multiple presque exact de $d_1/2$, $\lambda 1335$ ($\nu = 70 d_1 + {}^1/_2 d_1 + 3$). L'action de l'hélium sur le second spectre de l'hydrogène a été aussi examiné; l'effet est complexe, les raies modifiées étant très nombreuses; celle qui, de toutes, paraît la plus renforcée est $\lambda 5766,08$ ($\nu = 16 d_1 + {}^1/_3 d_1 - 16$) (¹).

Les faits précédents ont été présentés par les auteurs comme des faits isolés, inexplicables; je montre ici tout au moins leur liaison avec la constante d_1. De plus, dans le spectre éclair, la raie la plus forte de Mg, $\lambda 3838$, raie seulement péuultime, mais renforcée nettement par rapport à la raie verte $\lambda 5184$, est un multiple de $d_1/2$. La raie ultime de Ca et les raies têtes de série, indiquées par Fowler, sont rattachées à $d_1/4$; de même, aussi la raie ultime de Al. Toutes les raies maxima des multiplets dans V sont liées à $d_1/2$ et les raies fortes de He, Mg^{+}, Cr et Mn, plutôt à $d_1/3$. Enfin, fait important, l'hydrogène liquide, qui, de tous les liquides, est le plus simple, a donné récemment avec l'effet Raman (Mac Lennan et Mac Leod) sa raie fondamentale, dont la fréquence $\nu 354$ est exactement égale à $d_1/3$ (²).

J'ai été ainsi conduit à rapprocher les raies principales des spectres de lignes et les multiples de d_1/n (n étant petit), comme je l'ai fait déjà en 1925

(¹) Voir *Proc. Roy. Soc.*, **96**, 1919, p. 385; **103**, 1923, p. 384; **108**, 1925, p. 343, et *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 1006; **180**, 1925, p. 1454 et 1930; **181**, 1925, p. 265, 387 et 410; **185**, 1927, p. 905, et aussi *Nature* (de Londres) du 2 février 1929. L'action d'une atmosphère d'hydrogène a été étudiée par Crew en 1900; les conclusions sont moins nettes. Avec le magnésium, les raies modifiées étaient aussi des multiples de d_1.

(²) Or j'ai annoncé en 1927 que les raies les plus fortss du second spectre de l'hydrogène sont rattachées à des multiples de $d_1/3$, et aussi probablement à la molécule H_3. Ces faits sont à rapprocher.

pour les spectres de bandes. La raie est rattachée au sous-multiple lorsque la différence entre sa fréquence et le multiple de d_1/n est inférieure ou égale à $d_1/10n$. L'écart limite adopté, évidemment arbitraire, soulève certaines critiques; il est admissible dans une première reconnaissance. Le dénominateur n a montré des différences systématiques lorsqu'on passe d'un atome à l'atome ionisé ou à l'atome suivant; mais la question est ici seulement effleurée.

Dans cet ordre d'idées, j'ai dressé le tableau II ci-dessous, qui comprend les raies intéressantes du spectre éclair, non insérées dans le premier tableau, et rattachées aux multiples de d_1/n. De même que dans le premier tableau, les raies les plus importantes sont dues aux corps simples, dont le poids atomique est un multiple de 4. On a juxtaposé à l'intensité de la raie dans la chromosphère son intensité dans le laboratoire, pour faire ressortir des renforcements curieux. En général, dans la chromosphère, les raies multiples de d_1, $d_1/2$, $d_1/3$ sont renforcées, et celles rattachées à d_1 plus que les deux autres; on peut citer comme exemples les deux raies de Mg et Ti^+. La raie λ 4247 de Sc^+ a été insérée, car elle est forte et même la plus forte de ce corps; mais la raie de Sc^+ λ 3614, la véritable raie ultime d'après Meggers, est dans le premier tableau. Les deux raies de Cr, et aussi les deux dernières de Fe, réunies par un astérisque, sont à noter; elles appartiennent à un même multiplet de Cr et de Fe; or, la raie la plus voisine du multiple de d_1 est la plus faible dans le laboratoire et la plus forte dans la chromosphère, ce qui est attribué à la présence de l'hélium. On pourrait citer de nombreux faits similaires; le tableau II a dû être réduit pour entrer dans le cadre de cette Note.

TABLEAU II SUPPLÉMENTAIRE.

Longueur d'onde λ.	Élément.	Intensité (laboratoire).	Intensité (chromosphère).	Hauteur (en km).	Fréquence ν vide. Multiple de d_1 et résidu.
5184...	Mg	125	25	1200	$19286 = (18 + 1/6)d_1 - 16$
3838...	Mg	100	40	7000	$26046 = (24 + 1/2)d_1 + 14$
3962...	Al	100	20	2000	$25236 = (23 + 3/4)d_1 + 1$
4227...	Ca	500	25	5000	$23652 = (22 + 1/4)d_1 - 12$
4247...	Sc^+	100	30	6000	$23540 = (22 + 1/6)d_1 - 12$
3759...	Ti^+	200	45	6000	$26593 = 25d_1 + 31$
3685...	Ti^+	250	40	6000	$27128 = (25 + 1/2)d_1 + 35$
4379...	V	150	3	450	$22829 = (21 + 1/2)d_1 - 14$
{ 4275...	Cr	400	20	800	$23386 = 22d_1 + 11$
{ 4254...	Cr	500	15	600	$23499 = 22d_1 + 124$
4031...	Mn	200	12	750	$24802 = (23 + 1/3)d_1 + 11$
3860...	Fe	300	20	6000	$25900 = (24 + 2/5)d_1 - 25$
{ 3735...	Fe	300	2	750	$26767 = (25 + 1/5)d_1 - 7$
{ 3764...	Fe	100	4	1000	$26561 = 25d_1 + 1$

Finalement, d'autres causes que celles invoquées jusqu'ici doivent intervenir pour déterminer l'intensité des raies spectrales, et peut-être aussi leur fréquence. Elles sont liées vraisemblablement à la fréquence 1062,5, à la présence de noyaux d'hélium et d'hydrogène dans le voisinage, à l'arrangement des mêmes noyaux élémentaires dans le noyau de l'atome plus lourd, et aux forces encore mal connues qui agissent, aux très petites distances, entre les électrons, les protons et noyaux d'hélium, entre les atomes et molécules.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur le rubrène. Action des acides.* Note (¹) de MM. **Charles Moureu**, **Charles Dufraisse** et **Léon Enderlin**.

Nous avons indiqué précédemment (²) que lorsqu'on traite le rubrène par l'acide iodhydrique il se transforme rapidement en un isomère incolore qui a reçu le nom de pseudorubrène, en même temps qu'il y a libération d'iode en quantités variant beaucoup d'une expérience à une autre, et nous avons souligné tout ce qu'avait d'inexplicable cette réaction. Il nous a paru, du point de vue de la connaissance de la constitution du rubrène, très important de l'élucider. Le travail antérieur a donc été repris. Une étude systématique de l'action de l'acide iodhydrique a été faite, ainsi que celle d'une série d'autres acides.

Action de l'acide iodhydrique. — On a opéré au sein de différents solvants. On a trouvé que la quantité d'iode libérée variait déjà, pour un même solvant, dans des limites étendues. Nous traitions $0^{g},20$ de rubrène, et nous exprimions les proportions d'iode en centimètres cubes de liqueur décinormale d'hyposulfite correspondante.

Avec le benzène, les nombres trouvés ont varié de 1,8 à 3,2. Pour les autres solvants : chloroforme, tétrachlorure de carbone, sulfure de carbone, éthylène trichloré, éthylène tétrachloré, pentachloréthane, éther, tétrahydronaphtalène, décahydronaphtalène, les nombres étaient compris entre 0 et 29. Comme d'ailleurs dans notre premier travail (*loc. cit.*), les quantités d'iode libéré ne présentaient aucune relation quantitative avec celles de rubrène transformé.

Cette libération d'iode paraissant se faire sans hydrogénation corrélative

(¹) Séance du 25 février 1929.

(²) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et G. Berchet, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1085.

du rubrène, puisque c'est un isomère du rubrène qui se forme, était quelque chose de vraiment étrange. Pour essayer de nous rendre compte de ce que pouvait devenir l'atome d'hydrogène de HI rendu libre en même temps que l'atome d'iode, nous avons étudié l'action de l'acide iodhydrique sur l'un des solvants, le benzène (1): on n'a observé aucune libération d'iode, même en faisant durer l'expérience aussi longtemps qu'une expérience ordinaire.

Nous nous sommes alors demandé si l'oxygène de l'air n'était pas l' « accepteur » d'hydrogène, et nous avons exécuté, pour répondre à cette question, une série d'expériences variées : courant de gaz carbonique avec ou sans barbotage dans la liqueur, courant d'air dans les mêmes conditions, etc. On a constaté que l'air exerce une action non douteuse (particulièrement nette quand on opère dans un courant d'air), mais qu'il y a dans tous les cas, avec ou sans air, libération d'iode. Il doit donc se produire une hydrogénation corrélative.

Chaque produit obtenu a été purifié par cristallisation dans le solvant au sein duquel il avait pris naissance. On a ainsi préparé une série de corps incolores, qui ont été, comme le pseudorubrène antérieurement décrit, caractérisés par le phénomène de la double fusion : 1° fusion du corps avec solvant de cristallisation; 2° fusion du corps privé de solvant de cristallisation. Voici les points de fusion observés (le cas de l'éther sera envisagé plus loin) :

Solvant.	Première fusion.	Deuxième fusion.
Benzène	210°	278°
Chloroforme	195	277
Tétrachlorure de carbone	212	276
Sulfure de carbone	218	270
Éthylène trichloré	202	276
Éthylène tétrachloré	230	276
Pentachloréthane	232	278
Décahydronaphtalène	215	278

On voit que les points de la première fusion (corps avec solvant de cristallisation), ainsi qu'on pouvait s'y attendre, sont assez écartés les uns des autres (195° à 232°), tandis que ceux de la seconde (corps sans solvant) se groupent dans le très petit intervalle de 2° (276° à 278°), sauf celui du sulfure de carbone, qui s'écarte sensiblement des autres (270°). Il va de soi

(1) Nous avons choisi le benzène parce qu'avec d'autres solvants, tel l'éther, on pouvait supposer la présence de peroxydes susceptibles de libérer l'iode de l'acide iodhydrique.

que les points de fusion, et surtout les premiers (corps avec solvant de cristallisation), devaient être et ont effectivement été pris par une méthode instantanée (bloc Maquenne).

Il importe de signaler que la réaction au sein de l'éther se place tout à fait à part : d'abord par son allure (libération d'une quantité d'iode beaucoup plus forte qu'avec les autres solvants, 15 à 29), et ensuite par le produit résultant, qui ne présente qu'un seul point de fusion, situé aux environs de 230°. Il est possible que cette substance, dont l'étude est en cours, soit, contrairement à ce que nous avions tout d'abord pensé, un produit d'hydrogénation du rubrène, dont la formation expliquerait l'apparition générale d'iode, et qui, pour la plupart des expériences, resterait dans les liqueurs mères de purification du pseudorubrène recueilli.

Action des autres acides. — L'isomérisation du rubrène devait pouvoir être produite par d'autres acides que l'acide iodhydrique. C'est ce qu'en effet nous avons vérifié.

L'acide chlorhydrique gazeux, agissant dans les mêmes conditions que l'acide iodhydrique sur la solution benzénique de rubrène, produit la même transformation du rubrène en pseudorubrène, mais la réaction est beaucoup moins énergique. Il faut environ 5 heures pour décolorer une solution de rubrène que l'acide iodhydrique décolore en quelques minutes.

L'action de l'acide bromhydrique gazeux est analogue, et elle se place par son intensité entre celle des acides chlorhydrique et iodhydrique (décoloration du rubrène en un temps de l'ordre de 1 heure).

Même action encore avec l'acide sulfurique concentré (98 pour 100). Ici elle est énergique : quelques minutes d'agitation avec la solution benzénique de rubrène suffisent à produire la décoloration. La concentration de l'acide a une grande importance : très rapide pour l'acide concentré (98 pour 100), elle n'a sensiblement plus lieu pour l'acide à 75 pour 100.

L'anhydride phosphorique ne produit que très lentement la décoloration (quelques jours).

Les acides formique, acétique, oxalique se sont montrés sans action.

Quant à l'acide nitrique, il produit bien une décoloration, mais la réaction est accompagnée d'une oxydation. Celle-ci est en cours d'étude.

NOMINATIONS.

MM. **Émile Picard**, **B. Baillaud**, **G. Kœnigs**, **P. Sabatier**, **E. Cosserat**, **L. Guillet** sont désignés pour représenter l'Académie aux fêtes du *Septième centenaire de la Fondation de l'Université de Toulouse*.

M. **L. Joubin** est désigné pour représenter l'Académie au *XIe Congrès national des Pêches et Industries maritimes* qui se tiendra à Dieppe en septembre 1929.

M. **E. Roux** est désigné pour remplacer M. le Président empêché, dans la Commission chargée de faire, le 25 mars, le classement des candidats à la *Direction de l'Institut national agronomique*.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des commissions de prix de 1929, ouvert en la séance du 25 février, est clos en celle du 4 mars.

52 cahiers de vote ont été déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Francœur*. — MM. Émile Picard, Appell, Painlevé, Hamy, Lecornu, Hadamard, Goursat, Borel, Lebesgue.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Kœnigs, d'Ocagne.

II. Mécanique : *Prix Montyon*, *Poncelet*, *Pierson-Perrin*, *fondation Henry Bazin*. — MM. Émile Picard, Appell, Sebert, Vieille, Lecornu, Kœnigs, Rateau, Mesnager, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Goursat, Borel.

III. Astronomie : *Prix Lalande*, *Damoiseau*, *Valz*, *G. de Pontécoulant*, *La Caille*, *fondation Antoinette Janssen*. — MM. Émile Picard, Appell, Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Andoyer, Lebesgue, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Cotton, Fichot.

IV. Géographie : *Prix Gay, fondation Tchihatchef.* — MM. Douvillé, Mangin, Lallemand, Lecomte, Fournier, Bourgeois, Ferrié, Fichot, Perrier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lacroix, Termier.

V. Navigation : *Prix de six mille francs, Plumey.* — MM. Émile Picard, Sebert, Vieille, Lallemand, Lecornu, Fournier, Bourgeois, Kœnigs, Rateau, Mesnager, Laubeuf, Ferrié, Fichot, Perrier, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Émile Borel, Charcot.

VI. Physique : *Prix Gaston Planté, Hébert, Henri de Parville, Hughes, fondation Clément Félix.* — MM. Émile Picard, Villard, Branly, Janet, Brillouin, Perrin, Cotton, M. de Broglie, Ch. Fabry.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Borel.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, fondation Cahours, prix Berthelot, Houzeau.* — MM. Schlœsing, Le Chatelier, Moureu, Lindet, Béhal, Urbain, Bertrand, Desgrez, Matignon.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : M. A. Lacroix, Perrin.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Delesse, Fontannes, Victor Raulin, Joseph Labbé.* — MM. A. Lacroix, Barrois, Douvillé, Wallerant, Termier, L. de Launay, Depéret, Joubin, Cayeux.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Mangin, Sabatier.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, Jean Thore, de Coincy.* — MM. Bouvier, A. Lacroix, Mangin, Costantin, Lecomte, Dangeard, Gabriel Bertrand, Molliard, Blaringhem.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Flahault, Viala.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix Cuvier, fondation Savigny.* — MM. A. d'Arsonval, Bouvier, A. Lacroix, Douvillé, Marchal, Joubin, Mesnil, Gravier, Caullery.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Mangin, Richet.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Mège, Bellion, Larrey, Argut, Charles Mayer.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, Branly, Richet, Quénu, Leclainche, Bazy, Mesnil, Vincent, Calmette, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bertrand, Desgrez.

XII. PHYSIOLOGIE : *Prix Montyon, Pourat, Philipeaux, Fanny Emden.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, Mangin, Richet, Quénu, Mesnil, Gravier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Molliard, Caullery.

XIII. *Fonds Charles Bouchard.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, Mangin, Branly, Richet, Quénu, Leclainche, Bazy, Mesnil, Gravier, Vincent, Calmette, N.....

XIV. STATISTIQUE : *Prix Montyon.* — MM. Émile Picard, Appell, Lecornu, Lecomte, Borel, M. d'Ocagne, Lebesgue.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Breton.

XV. HISTOIRE ET PHILOSOPHIE DES SCIENCES : *Prix Binoux.* — MM. Émile Picard, Appell, Bouvier, Bigourdan, L. de Launay, Richet, Émile Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. d'Ocagne, Caullery.

XVI. OUVRAGES DE SCIENCE : *Prix Henri de Parville.* — MM. Mangin, Lecornu, Émile Picard, A. Lacroix, Appell, Moureu, Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Borel, Gravier, M. de Broglie.

XVII. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot, Henri Poincaré.* — MM. Mangin, Lecornu, Émile Picard, A. Lacroix.

XVIII. *Prix Gustave Roux, Thorlet, Fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Hirn, Henri Becquerel, M[me] Victor Noury.* — MM. Mangin, Lecornu, Émile Picard, A. Lacroix, Appell, Bouvier.

XIX. *Prix fondé par l'État (Grand prix des Sciences physiques).* — MM. d'Arsonval, A. Lacroix, Barrois, Douvillé, Le Chatelier, Termier, Dangeard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. de Launay, Caullery.

XX. *Prix Bordin.* — MM. Émile Picard, Appell, Painlevé, Lecornu, Hadamard, Goursat, Lebesgue.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Borel, M. d'Ocagne.

XXI. *Prix Lallemand.* — MM. d'Arsonval, Bouvier, Marchal, Richet, Joubin, Mesnil, Gravier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Calmette, Caullery.

XXII. *Prix Serres.* — MM. d'Arsonval, Bouvier, Marchal, Charles Richet, Quénu, Leclainche, Joubin, Mesnil, Gravier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Molliard, Caullery.

XXIII. *Prix Petit d'Ormoy* (*Sciences mathématiques pures et appliquées*). — MM. Émile Picard, Appell, Painlevé, Bigourdan, Lecornu, Hadamard, Émile Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Kœnigs, Fichot.

XXIV. *Prix Petit d'Ormoy* (*Sciences naturelles*). — MM. Roux, Bouvier, A. Lacroix, Douvillé, Mangin, Termier, Dangeard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lecomte, Mesnil.

XXV. *Prix Jean-Jacques Berger.* — MM. Émile Picard, d'Arsonval, Roux, A. Lacroix, Bigourdan, Lecomte, Kœnigs.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, Breton.

XXVI. *Prix Saintour.* — MM. Émile Picard, Appell, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Kœnigs, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Ocagne, Cotton.

XXVII. *Prix Lonchampt.* — MM. d'Arsonval, Roux, A. Lacroix, Mangin, Charles Richet, Leclainche, Gabriel Bertrand.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Marchal, Mesnil.

XXVIII. *Prix Henry Wilde.* — MM. Émile Picard, A. Lacroix, Bigourdan, Hamy, Kœnigs, Émile Borel, Perrin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Moureu, Bertrand.

XXIX. *Prix Helbronner-Fould.* — MM. Mangin, Lecornu, Émile Picard, A. Lacroix, Blondel, Foch, Janet, Breton, M. d'Ocagne, M. de Broglie, Desgrez, Séjourné, Charcot, Helbronner.

XXX. *Fondation Le Chatelier.* — MM. Le Chatelier, Rateau, Charpy, Lumière, Laubeuf, Claude, Guillet.

XXXI. *Fondation Roy-Vaucouloux.* — MM. Roux, Richet, Quénu, Bazy, Joubin, Mesnil, Vincent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Gravier, Calmette.

CORRESPONDANCE.

MM. **George D. Birkhoff** et **Guido Castelnuovo**, élus Correspondants pour la Section de Géométrie, adressent des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Institut international de Chimie Solvay. *Troisième Conseil de Chimie* tenu à Bruxelles du 12 au 18 avril 1928. *Rapports et Discussions sur les Questions d'actualité.*

2° Georg Mohr. *Euclides Danicus, Amsterdam,* 1672, mit einem Vorwort von Johannes Hjelmslev und einer deutschen Uebersetzung von Julius Pál.

3° Ente autonomo per l'acquedetto pugliese. *Seconda relazione sull'attività dell'Ufficio speciale irrigazione.* Luglio 1925 (IV) - giugno 1928 (VI).

4° *Leçons sur la conductibilité des électrolytes professées à la Sorbonne en* 1927-1928, par E. Darmois. (Présenté par M. Ch. Fabry.)

GÉOMÉTRIE. — *Problèmes d'extremums relatifs aux courbes convexes.* Note de M. **J. Favard.**

M. Bonnesen (¹) a attaché une couronne circulaire à une courbe convexe fermée et bornée : c'est, parmi toutes les couronnes dans lesquelles chemine la courbe, celle qui a la plus petite épaisseur.

Soient R et r les rayons de cette couronne ($R \leqq r$), désignons par L et S la longueur et la surface intérieure de la courbe, M. Bonnesen a, en même temps, indiqué un procédé de symétrisation permettant, dans des cas assez généraux, de calculer, lorsque R et r sont donnés, le minimum des fonctions

$$f(R, r, L, S)$$

(¹) T. Bonnesen, *Ueber das isoperimetrische Defizit ebener Figuren* (*Math. Annal.*, **91**, 1924, p. 252).

homogènes par rapport à l'ensemble des variables R, r, L et $\sqrt{S}$, non décroissantes par rapport à L et non croissantes par rapport à S.

Je me suis proposé de calculer, dans les mêmes eonditions, le maximum de telles fonctions.

J'utilise le résultat suivant : soit ABC un triangle $(\hat{B} \leqq \hat{C})$; parmi tous les arcs BMC convexes qui vont de B à C, dont aucun point n'est extérieur au triangle et qui limitent avec BC une aire donnée (plus petite que l'aire du triangle ABC), celui dont la longueur est la plus grande est formé de deux segments de droite BM et MC, le point M étant sur AC.

Au moyen de ce principe, et pour les fonctions f les plus simples, on trouve souvent que la figure pour laquelle le maximum est réalisé est le polygone circonscrit au cercle de rayon r et ayant tous ses sommets, sauf un au plus, sur le cercle de rayon R. Plus grossièrement on a, par exemple :

$$\frac{L^2}{4\pi S} \leqq \frac{R}{r}, \qquad \frac{L^2}{4\pi} - S \leqq \pi R(R-r),$$

le signe d'égalité n'ayant lieu que si $R = r$.

Ce principe permet aussi de calculer le maximum de L lorsque R, r et S sont donnés et de montrer que, parmi toutes les courbes convexes dont le cercle circonscrit et la surface sont donnés, celle qui a le plus grand périmètre est un polygone inscrit dans le cercle.

Au même ordre d'idées se rattachent la recherche faite par MM. H. Lebesgue (1) et W. Blaschke, de l'orbiforme de largeur donnée et de surface minimum et le résultat de M. J. Pál : pour les courbes convexes dont la plus petite largeur est égale à 1, on a $S \geqq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

CALCUL DES VARIATIONS. — *Sur le rapport des valeurs moyennes des carrés de deux dérivées d'ordre consécutif.* Note de M. **Maurice Janet**, présentée par M. Hadamard.

On sait que le rapport $\int_a^b y'^2\,dx : \int_a^b y^2\,dx$, pour une fonction y s'annulant (2) aux deux extrémités de l'intervalle (a, b) est supérieur ou égal

(1) H. Lebesgue, *Journal de Liouville*, 8e série, 4, 1921, p. 67-96. — W. Blaschke, *Math. Annal.*, 76, 1915, p. 504-513. — J. Pál, *Math. Annal.*, 83, 1921, p. 311-319.

(2) y est supposée continue; on peut admettre pour y' des discontinuités de première espèce en nombre fini.

à $\left(\frac{\pi}{b-a}\right)^2$ et que cette valeur est atteinte pour les fonctions $C \sin \pi \frac{x-a}{b-a}$, où C est une constante quelconque, et pour celles-là seulement [1].

On peut formuler un résultat analogue pour le rapport

$$\frac{\int_a^b (y^{(p)})^2\,dx}{\int_a^b (y^{(p-1)})^2\,dx},$$

où $y^{(p-1)}$, $y^{(p)}$ désignent les dérivées d'ordre $p-1$, p d'une fonction y s'annulant, ainsi que ses $p-1$ premières dérivées, aux deux extrémités de l'intervalle a, b. Le rapport en question est supérieur ou égal à

$$\left(\frac{\omega_p}{b-a}\right)^2,$$

où ω_p est le plus petit zéro d'une équation $D=0$ qu'il est aisé de former :

Soit l'équation (qui s'intègre élémentairement)

$$y^{(2p)} + y^{(2p-2)} = 0;$$

considérons-en p solutions, linéairement indépendantes, nulles, ainsi que leurs $p-1$ premières dérivées pour $x=0$, y_1, y_2, ..., y_p : D sera le déterminant formé par ces fonctions et leurs $p-1$ premières dérivées

$$D \equiv \| y_i \quad y_i' \quad \ldots \quad y_i^{p-1} \| \quad (^2).$$

La limite inférieure est atteinte pour les solutions de l'équation

$$y^{(2p)} + \left(\frac{\omega_p}{b-a}\right)^2 y^{(2p-2)} = 0$$

qui s'annulent ainsi que leurs $p-1$ premières dérivées aux deux extrémités de l'intervalle (a, b) — (il y a de telles fonctions non identiquement nulles) et pour celles-là seulement.

La démonstration est tout analogue à celle qui permet [3] d'arriver au

---

(1) On sait que ce résultat est susceptible de généralisations importantes (voir, par exemple, PICARD, *Traité d'Analyse*, 3, Chap. VI) et d'autre part, d'utiles applications dans les problèmes généraux du Calcul des variations (HADAMARD, *Leçons sur le Calcul des variations*, p. 467).

(2) y, y', ..., $y^{(p-1)}$ sont supposées continues; on peut admettre pour $y^{(p)}$ des discontinuités de la nature de celles qui ont été spécifiées plus haut pour y'.

(3) Voir HADAMARD, *Calcul des variations*, p. 335.

résultat relatif à $\dfrac{\int_a^b y'^2\,dx}{\int_a^b y^2\,dx}$. Mais il convient d'utiliser la généralisation donnée par Clebsch de la méthode classique de Legendre-Jacobi.

Les nombres $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_p, \ldots$ forment une suite de nombres croissants dont les premiers sont

$$\omega_1 = \pi, \qquad \omega_2 = 2\pi, \qquad \omega_3 = 2u,$$

u désignant le plus petit zéro positif de l'équation $\operatorname{tang} u = u$.

Les fonctions y, nulles ainsi que leur dérivée première aux deux extrémités de (a, b), qui donnent à $\dfrac{\int_a^b y''^2\,dx}{\int_a^b y'^2\,dx}$ sa valeur minima $\left(\dfrac{2\pi}{b-a}\right)^2$ sont les fonctions obtenues en multipliant par une constante (différente de o) quelconque l'expression

$$1 - \cos 2\pi\,\frac{x-a}{b-a}.$$

Les fonctions y, nulles ainsi que leurs dérivées première et seconde aux deux extrémités de (a, b), qui donnent à $\dfrac{\int_a^b y'''^2\,dx}{\int_a^b y''^2\,dx}$ sa valeur minima $\left(\dfrac{2u}{b-a}\right)^2$ sont les fonctions obtenues en multipliant par une constante (différente de o) quelconque l'expression

$$\cos\xi - 1 + \frac{\xi^2}{2} + u(\sin\xi - \xi), \qquad \left(\xi = \frac{2ux}{b-a}\right),$$

Il est d'ailleurs évident que l'on peut énoncer des résultats analogues en assujettissant y et ses $p-1$ premières dérivées à prendre pour a et b les mêmes valeurs respectivement qu'un polynome de degré $p-2$ et ses $p-1$ premières dérivées; par exemple si $p = 2$, y sera astreint à prendre la même valeur pour a et pour b (cette valeur n'étant pas spécifiée), et y' sera astreint à prendre pour a et par b la valeur o. En utilisant cette remarque, on peut déduire de la propriété relative au cas $p = 2$ la formule suivante valable pour toute fonction y prenant la même valeur aux deux extrémités (y étant supposée continue et sa dérivée n'ayant, par exemple, que des disconti-

nuités en nombre fini de première espèce) :

$$(a-a)^2\int_a^b y'^2\,dx \geqq (2\pi)^2\left[(b-a)\int_a^b y^2\,dx-\left(\int_a^b y\,dx\right)^2\right],$$

le signe $=$ pouvant être effectivement obtenu, formule que l'on vérifie d'ailleurs facilement en utilisant la théorie des séries trigonométriques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Comment on peut transporter plusieurs théorèmes des séries de Taylor aux séries de Dirichlet.* Note de M. **Mandelbrojt**, présentée par M. Hadamard.

Soit la série $f(s)=\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ ($s=\sigma+it$) admettant un axe de convergence absolue. Soit $E(f, \sigma_1)$ l'ensemble de tous ses points singuliers dans $\sigma>\sigma_1$. Soit D un certain ensemble de domaines qui contiennent $E(f, \sigma_1)$ à l'intérieur et dont tout point est à une distance inférieure à ε d'un point de $E(f, \sigma_1)$. Soit C_T la longueur totale de toutes les parties des frontières de D contenues dans le rectangle $\sigma\geqq\sigma_1$, $|t|\leqq T$. Soit $k>0$ tel qu'on ait, quel que soit T, $C_T<MT^K$, M ne dépendant que de ε. Nous dirons que $f(s)$ est $A(k, \sigma_1)$. Soit D' l'ensemble complémentaire à D dans $\sigma>\sigma_1$. Supposons que dans D' on ait (2) $|f(s)s^{-k_1}|<M_1$, M_1 ne dépendant que de ε. Nous dirons que $f(s)$ est $B(k_1, \sigma_1)$.

Une série de Taylor est $A(1, \sigma_1)$ et $B(0, \sigma_1)$ pour σ_1 quelconque. Il existe d'autres séries que la série de Taylor possédant ces propriétés. t étant fixe, désignons par $\alpha(t)$ le point de $E(f, \sigma_1)$ tel que $\alpha(t)=\sigma_t+it$ et tel que $f(s)$ soit holomorphe pour $\sigma+it$, $\sigma>\sigma_t$.

Posons $\sigma_f^0=\varlimsup_{t=\infty}\sigma_t$ et $\sigma'_f=\operatorname{bor\,sup}_{-\infty<t<+\infty}\sigma_t$; désignons par $E(f, \sigma_1, t_0)$ la partie de $E(f, \sigma_1)$ qui est située au-dessus de la droite $t=t_0$.

Théorème I. — *Soit* $f(s)=\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ *une* $A(1, \sigma_1)$ *et* $B(0, \sigma_1)$ *et soit* $\varphi(s)=\Sigma b_n e^{-\lambda_n s}$ *une* $B(0, \sigma_2)$. $F(s)=\Sigma a_n b_n e^{-\lambda_n s}$ *n'a pas dans* $\sigma>\sigma_2+\sigma_f^0$ *d'autres points singuliers que* $\alpha+\beta$ *où* α *appartient à* $E(f, \sigma, t_0)$ *avec* t_0 *arbitraire et où* β *appartient à* $E(\varphi, \sigma_2)$.

Ce théorème contient le théorème de M. Hadamard pour $\lambda_n=n$.

Je pose $C_n(a, \lambda, K)=\sum_{\lambda_m<n}(n-\lambda_m)^K a_m$; K'_1 étant la borne inférieure de K_1 vérifiant (2) pour $\sigma\geqq\sigma'$, posons $K'_1(\sigma')=\eta(\sigma')$; la fonction de Lindelöf $\mu(\sigma)$ coïncide avec $\eta(\sigma)$ pour $\sigma>\sigma_3$ si $f(s)$ est holomorphe pour $\sigma>\sigma_3$. Posons $\sigma'(\eta)=\sigma(\eta-0)$ [$\sigma(\eta)$ étant la fonction inverse de $\eta(\sigma)$].

Théorème II. — *Soit* $f(s)=\Sigma\alpha_n e^{-\lambda_n s}$. *Si* $E(f_1-\infty)$ *contient au plus les points* $2K\pi i(K=0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$, *alors pour* K *entier positif*

$$C_n(a, \lambda, K)=g(n)+a'_n,$$

où $|g(z)|<e^{\varepsilon|z|}$, $\lim\limits_{|z|=\infty}\varepsilon=0$ *et où* $\overline{\lim}\,\mathrm{Log}|a'_n|n^{-1}<\sigma'(K)$.

Ce théorème contient un théorème connu de M. Faber qui est la réciproque du théorème de MM. Leau-Faber. Désignons par $[x]$ l'entier immédiatement $>x$.

Théorème III. — *Soit* $f(s)=\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ *et supposons que* $E(f, \sigma_1)$ *ne contient que des pôles tous sur la droite,* $\sigma=\sigma_2>\sigma_1$. *Supposons que leurs degrés et les coefficients de leurs parties principales soient bornés dans leur ensemble. Soit p le nombre (supposé fini) de tous les* $s_n=\sigma_n+it_n$ *tels que tous les* α *appartenant à* $E(f, \sigma_1)$ *appartiennent à p classes* $\alpha\equiv it_n \pmod{2\pi}$ $(n=1, 2, \ldots, p)$. *Soit* r_n *le plus grand degré de tous les* $\alpha\equiv s_n \pmod{2\pi}$ *pour n fixe* $(n=1, 2, \ldots, p)$. *Supposons enfin que* $f(s)$ *est* $B(k, \sigma_1)$. *En désignant par*

$$\nu=[k]+\sum_{n=1}^{p} r_n+1 \quad \textit{et par} \quad D_{m,\nu}=\begin{vmatrix} C_n & \ldots & C_{n+\nu-1} \\ C_{n+\nu-1} & \ldots & C_{n+2\nu-1}\end{vmatrix},$$

où $C_n=C_n(a, \lambda, [k])$, *on a*

$$\overline{\lim_{n=\infty}}\sqrt[n]{|D_{n,\nu}|}<e^{\nu\sigma_2}.$$

Ce théorème contient le théorème de M. Hadamard sur les fonctions méromorphes au cas où $\lambda_n=n$.

Posons $c_n(a, \lambda, l, k)=\sum\limits_{\lambda_m<l_n} a_m(l_n-\lambda_m)^k$.

Théorème IV. — *Si* $f(s)=\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ *est* $A(k, \sigma_1)$ *et* $B(k_1, \sigma_1)$ *et si* $\varphi(s)=\Sigma b_n e^{-l_n s}$ *est* $B(k_2, \sigma_2)$, $F(s)=\Sigma b_n c'_n e^{-\rho_n s}[c'_n=c_n(a, \lambda, \rho, k+k_1+k_2)]$ *n'a pas dans* $\sigma>\max(\sigma'_f+\sigma_2, \sigma'_\varphi+\sigma_1)$ *d'autres points singuliers que les points* $\alpha+\beta$ *et* β, *où* α *appartient à* $E(f, \sigma_1)$ *et* β *à* $E(\varphi, \sigma_2)$.

Désignons par $\Omega(\varphi, a)$ l'ensemble de points ρ_a où $\varphi(s)=\Sigma b_n e^{-l_n s}$ prend la valeur a. Désignons par $P[\varphi, E(f, \sigma_1)]$ un point tel que pour toutes les valeurs de a sauf pour un au plus on trouve dans tout voisinage de ce point un point de la forme $\alpha+\rho_a$, où α appartient à $E(f, \sigma_1)$.

Théorème V. — *Si* $f(s)=\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ *est* $A(K, \sigma_1)$, $F(s)=\Sigma b_n c''_n e^{-l_n s}$ *n'a pas dans* $\sigma>\sigma_1+\sigma'_\varphi$ *d'autres points singuliers que les points* $\alpha+\beta$, β *et* $P[\varphi, E(f, \sigma_1)]$, β *appartenant à* $E(\varphi, -\infty)$ *où* $\varphi(s)=\Sigma b_n e^{-l_n s}$, $c''_n=c_n(a, \lambda, l, [K])$.

J'ai posé ailleurs $P[\{\lambda_n\}, \alpha]$ si $\varphi(s) = \Sigma e^{-\lambda_n s}$. Ce théorème permet de donner les singularités de $\Sigma b_n e^{-\lambda_n s}$ quand on connaît celles d'une série $\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ fixe (par exemple $\Sigma e^{-\lambda_n s}$ dans mes Notes précédentes) et d'une série de Taylor dont les coefficients sont des termes d'une suite génératrice de la suite $\frac{b_n}{a_n}$.

Mais la série $\Sigma e^{-\lambda_n s}$ est souvent commode, le dernier théorème de ma dernière Note (¹) donnant, outre les fonctions $\frac{1}{1-e^{-z}}$, $\zeta(z)$, d'autres séries de cette forme (avec $a_n = 1$) n'admettant qu'un ensemble peu dense de singularités.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les noyaux symétroïdes.* Note de M. **J. Delsarte**, transmise par M. Goursat.

Considérons un noyau $K(st)$, désignons par

$$\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_i, \ldots$$

ses fondamentales directes, par

$$\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_i, \ldots$$

ses fondamentales associées et par $\mathfrak{A}$ la multiplicité linéaire complètement orthogonale à toutes les fonctions φ_i. Nous dirons que K est symétroïde si :

1° $\mathfrak{A}$ est ponctuellement invariée par la transformation associée du noyau $K(ts)$;

2° Si, désignant par (ρ_i) un système orthogonal coordonnant $\mathfrak{A}$, le système

$$(\rho_i) + (\psi_i)$$

coordonne bien tout l'espace.

On a les théorèmes suivants :

Théorème I. — *Un noyau symétroïde n'a que des valeurs singulières simples.*

Théorème II. — *La transformation de Fredholm correspondante, et donc ce noyau, sont complètement déterminés par la donnée de $\mathfrak{A}$, du système (ψ_i) et des valeurs singulières.*

(¹) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1116; voir aussi l'erratum correspondant (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1300).

Théorème II. — *L'ensemble des noyaux symétroïdes est invariant distingué dans le groupe de Fredholm.*

Ajoutons qu'on peut résoudre complètement pour ces noyaux le problème posé par M. Volterra, de la permutabilité de seconde espèce.

Comme exemple de tels noyaux, on peut citer les noyaux symétriques droits, les produits de noyaux symétriques droits, et les transformés d'un noyau symétrique droit par un noyau quelconque.

D'une manière générale on doit distinguer deux catégories de noyaux symétroïdes.

Désignons par :

$\mathcal{B}$ la multiplicité linéaire orthogonale à tous les ψ_i;
$\mathcal{C}$ la multiplicité linéaire complètement orthogonale à $\mathcal{A}$;
$\mathcal{D}$ la multiplicité linéaire complètement orthogonale à $\mathcal{B}$.

Ceci posé, la première catégorie est caractérisée par les conditions :

$\mathcal{A}$ disjoint de $\mathcal{B}$,	$\mathcal{B}+\mathcal{C}$ complet,
$\mathcal{A}$ » $\mathcal{D}$,	$\mathcal{D}+\mathcal{A}$ »
$\mathcal{B}$ » $\mathcal{C}$,	$\mathcal{C}+\mathcal{D}$ »

et la deuxième catégorie par :

$\mathcal{A}$ contenant $\mathcal{B}$,
$\mathcal{D}$ » $\mathcal{C}$,
$\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$ disjoints,

ce dernier cas est celui des noyaux symétriques ordinaires.

Les noyaux considérés autrefois par Marty, et qu'il nommait symétrisables, sont parfois symétroïdes. [D'une manière précise, la variété $\mathcal{A}$ pour ces noyaux est invariée par la transformation associée, mais en général le système $(\rho)+(\psi)$ ne coordonne pas l'espace]. Mais si l'on transforme la définition de Marty en l'ordonnant (au sens de M. Bouligand) on trouve les noyaux produits (à la Fredholm) de deux noyaux symétriques, qui sont toujours symétroïdes.

Disons encore que les noyaux symétroïdes sont les seuls pour lesquels on puisse résoudre en termes finis l'équation aux dérivées fonctionnelles

$$\varkappa[F] \equiv \int_0^1 \int_0^1 K(st) f(t) F'_{f(s)} \left\{ s \,\middle|\, \left| \overset{1}{\underset{0}{f}} \right| \right\} = 0,$$

déjà considérée par nous dans une précédente Note.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le nombre des valeurs asymptotiques d'une fonction entière d'ordre fini.* Note de M. **L. Ahlfors**, présentée par M. Hadamard.

M. Denjoy a signalé comme probable le théorème suivant : *Le nombre des valeurs asymptotiques finies d'une fonction entière d'ordre k ne surpasse pas* $2k$. M. Carleman a montré que le nombre en question est fini et ne surpasse pas $5k$ [1]. J'ai réussi à trouver une démonstration complète dont voici les traits essentiels.

Soient C et C′ deux chemins suivant lesquels la fonction entière $f(z)$ tend vers deux valeurs asymptotiques différentes. Je peux admettre que C et C′ partent du point $z = 0$ et aboutissent au point $z = \infty$ sans avoir de points communs (à part $z = 0$ et $z = \infty$). C et C′ délimitent un domaine Ω, dans lequel $f(z)$ n'est pas bornée. Je fais la représentation conforme de Ω sur la bande horizontale infinie B du plan des s, $s = \sigma + i\tau$, où $0 < \tau < 1$, en posant $s = s(z) = \sigma(z) + i\tau(z)$ et $z = z(s)$, de manière que le point $z = 0$ corresponde au point $\sigma = -\infty$ et $z = \infty$ au point $\sigma = +\infty$. La fonction $f[z(s)]$ n'est pas bornée dans la bande B bien qu'elle soit bornée sur les deux droites qui la limitent; d'après le principe de Phragmén-Lindelöf $f[z(s)]$ doit donc croître avec *un ordre déterminé*, ordre qui ne saurait s'abaisser sur une infinité de courbes joignant les deux droites frontières de B et qui tendent vers $\sigma = +\infty$.

C'est en envisageant cet ordre simultanément pour tous les couples de chemins voisins, tels que C et C′, à la manière de M. Carleman, que je trouve l'inégalité en question. La base essentielle de mes conclusions est l'étude de la représentation conforme $s = s(z)$ que j'expose en détail.

On peut admettre que la circonférence $|z| = r$ coupe Ω suivant un nombre fini d'arcs; choisissons celui qui sépare l'origine du point ∞ et, s'il y en a plusieurs de cette nature, celui qui est séparé du point ∞ par tous les autres. Nous désignerons l'arc choisi par θ_r et sa longueur par $2\pi r\theta(r)$. Choisissons un θ_{r_0} qui est transformé par $s = s(z)$ en une courbe située entièrement dans la demi-bande droite où $\sigma > 0$. Alors on a le lemme suivant :

A l'exception (tout au plus) d'une certaine suite d'intervalles $a_\nu < r < b$

(1) Voir aussi M. Biernacki, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 916.

telle que $\Sigma \log b_\nu / a_\nu$ *est fini, on a, pour* $r > r_0$, *en chaque point* $re^{i\varphi}$ *de l'arc* θ_r,

(1) $$\sigma(re^{i\varphi}) \geqq \frac{1}{2\pi}\int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r\theta(r)}.$$

Soit $\omega(r)$ l'oscillation de $\sigma(re^{i\varphi})$ sur l'arc θ_r. Alors la longueur de l'image de θ_r est au moins $\sqrt{1+\omega(r)^2}$, d'où nous tirons, en utilisant d'abord l'inégalité de Schwarz, puis en intégrant de r_0 à r,

$$1+\omega(r)^2 \leqq \left[\int_{\theta_r} |s'(re^{i\varphi})|\, r\, d\varphi\right]^2 \leqq 2\pi r\theta(r)\int_{\theta_r} |s'(re^{i\varphi})|^2 r\, d\varphi,$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r\theta(r)} + \frac{1}{2\pi}\int_{r_0}^{r} \frac{\omega(r)^2}{r\theta(r)}dr \leqq \int_{r_0}^{r} dr \int_{\theta_r} |s'(re^{i\varphi})|^2 r\, d\varphi.$$

L'intégrale double représente une aire, située dans la bande B, qui est $< \sigma(re^{i\varphi}) + \omega(r)$. Nous avons donc, en observant que $\theta(r) \leqq 1$,

$$\frac{1}{2\pi}\int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r\theta(r)} + \left[\frac{1}{2\pi}\int_{r_0}^{r} \frac{\omega(r)^2}{r}dr - \omega(r)\right] \leqq \sigma(re^{i\varphi}).$$

La circonstance que la parenthèse au premier membre est négative peu être exprimée par

$$\frac{dr}{r} < 4\pi^2 \frac{d\alpha(r)}{\alpha(r)^2} \qquad \text{où} \qquad \alpha(r) = \int_{r_0}^{r} \frac{\omega(r)^2}{r}dr.$$

Donc la parenthèse en question ne peut être négative que dans une suite d'intervalles dans laquelle la variation de $\log r$ ne surpasse pas celle de la fonction négative, non décroissante $-\frac{4\pi^2}{\alpha(r)}$, variation qui est évidemment finie.

C. Q. F. D.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un problème de M. P. Montel.*

Note de M. M. Lavrentieff, présentée par M. Hadamard.

Soit

(1) $$P_1(z),\ P_2(z),\ \ldots,\ P_n(z),\ \ldots$$

une suite de polynomes en la variable complexe z, convergente en chaque point du cercle $|z| < 1$. M. Montel a posé le problème général suivant :

Quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une fonction $f(z)$ puisse être considérée comme la limite de la suite (1)?

D'après les résultats connus de MM. Osgood et Montel, la fonction $f(z)$ est analytique, sauf aux points d'un ensemble E, fermé et partout non dense.

MM. Rosenthal et Hartogs d'une part, M. Lavrentieff d'autre part ont résolu complètement le problème de déterminer la structure de l'ensemble E des points irréguliers de la fonction $f(z)$.

MM. Rosenthal et Hartogs ont traité de même le problème général et ont trouvé les conditions cherchées, mais ces conditions ne donnent pas la structure de la fonction $f(z)$.

Le but de cette Note est d'énoncer quelques résultats qui se rattachent à la structure de la fonction $f(z)$.

Posons la définition suivante :

Définition I. — Nous disons que *l'ensemble* E, fermé et partout non dense, *est un ensemble* M^*, si, quel que soit l'ensemble E_1, fermé et contenu dans E, il existe toujours une portion de E_1, soit E_2, telle que l'ensemble complémentaire de E_2 est un domaine connexe.

Cela posé on peut démontrer le théorème :

Théorème I. — *Pour qu'une fonction $f(z)$ définie dans le cercle $|z| < 1$ soit la limite de la suite (1), il est suffisant qu'il existe un ensemble* F, *fermé, partout non dense, contenu dans le cercle $|z| < 1$ et jouissant des propriétés suivantes :*

1. E *est un ensemble* M^*.

2. $f(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ *en chaque point de* E, *les fonctions étant des fonctions quelconques de classe 1 au sens de M. Baire.*

3. $f(z) = f_n(z)$ *dans* D_n, $f_n(z)$ *étant une fonction analytique, régulière dans* D_n *et* D_n *un domaine connexe quelconque contigu à* E.

Définition II. — Nous disons qu'*une fonction* $f(z)$, représentable par une suite (1), *est une fonction* M^* si $f(z)$ est analytique en dehors d'un ensemble E, E étant un ensemble M^*.

Alors, la classe des fonctions M^* est la classe la plus générale des fonctions $f(z)$ [représentables par les suites (1)] dans laquelle les fonctions φ, ψ et $f_n (n = 1, 2, 3, \ldots)$ sont indépendantes.

En effet, on peut démontrer les propositions suivantes :

Théorème II. — *Soient $f(z)$ et $\varphi(z)$ deux fonctions représentables par des suites* (1). *Supposons qu'il existe un ensemble* E *fermé, partout non dense, qui n'est pas un ensemble* M^* *et tel que $f(z) = \varphi(z)$ en chaque point de* E. *Alors, il existe une infinité dénombrable de domaines* $D_1, D_2, D_3, \ldots D_n, \ldots$ *tels que $f(z) = \varphi(z)$ en chaque point de* $D_n (n = 1, 2, 3, \ldots)$.

THÉORÈME III. — *Soit* E *un ensemble fermé qui n'est pas un ensemble* M^*; *on peut toujours construire sur* E *deux fonctions de classe* 1, $f(x, y)$ *et* $\varphi(x, y)$, *telles qu'il n'existe aucune suite* (1), *convergente en chaque point de* E, *pour laquelle on a*

$$\lim_{n \to \infty} P_n(z) = f(x, y) + i\varphi(x, y),$$

en chaque point de E.

ANALYSE FONCTIONNELLE. — *Sur les groupes fonctionnels.* Note de M. GR. C. MOISIL, présentée par M. Hadamard.

Un groupe de transformations à un paramètre fonctionnel $a(s)$ est défini par :

$$\bar{x}(s) = f\{[x(\sigma), a(\sigma) | s]\}, \tag{1}$$

$$\bar{\bar{x}}(s) = f\{[\bar{x}(\sigma), b(\sigma) | s]\}, \tag{2}$$

$$\bar{\bar{x}}(s) = f\{[x(\sigma), c(\sigma) | s]\}, \tag{3}$$

$$c(s) = \varphi\{[a(\sigma), b(\sigma) | s]\}. \tag{4}$$

Je suppose que la correspondance (1) entre $x(s)$ et $\bar{x}(s)$ est localement biunivoque, que le paramètre $a(s)$ est essentiel et que les fonctionnelles considérées sont continues d'ordre o et dérivables. Dans ces conditions, le premier théorème de S. Lie est généralisé par

$$(5)\quad \begin{cases} x'_{a(s)}(s) = \xi\{[\bar{x}(\sigma) | s]\}\alpha\{[a(\sigma) | s]\}, \\ x'_{a(\sigma)}(s) = \xi\{[\bar{x}, s]\}\alpha\{[a | s\sigma]\} + \xi\{[\bar{x} | \sigma s]\}\alpha\{[a | \sigma]\} \\ \qquad + \int_0^1 \xi\{[\bar{x} | \rho s]\}\alpha\{[\rho\sigma]\}\, d\rho, \end{cases}$$

qu'on peut écrire

$$\delta\bar{x}(s) = \xi(s)\omega(s) + \int_0^1 \xi(\sigma s)\omega(\sigma)\, d\sigma. \tag{6}$$

$\xi(s)$, $\xi(\sigma, s)$ est la transformation infinitésimale du groupe et $\omega(s)$ une forme linéaire de variations fonctionnelles, propre

$$(7)\quad \begin{cases} \omega(s) = \alpha(s)\,\delta a(s) + \int_0^1 \alpha(s\sigma)\,\delta a(\sigma)\, d\sigma, \\ \delta a(s) = \alpha(\overset{*}{s})\,\omega(s) + \int_0^1 \alpha(\overset{*}{\sigma}\overset{*}{s})\,\omega(\sigma)\, d\sigma, \end{cases}$$

$\alpha(s)$, $\alpha(\sigma s)$ est la transformation infinitésimale du groupe paramétrique qui, en vertu de (7), est simplement transitif.

Un groupe est engendré par sa formation infinitésimale,

$$\frac{da(s)}{dt} = \lambda(s)\alpha\binom{*}{s} + \int_0^1 \lambda(\sigma)\alpha\binom{**}{\sigma s}d\sigma. \tag{8}$$

$$\frac{dx(s)}{dt} = \lambda(s)\xi(s) + \int_0^1 \lambda(\sigma)\xi(\sigma s)\,d\sigma. \tag{9}$$

La dérivée extérieure d'une forme linéaire de variations fonctionnelles est

$$\omega'(s) = \delta_2\omega_{\delta_1} - \delta_1\omega_{\delta_2}. \tag{10}$$

La dérivée seconde

$$\omega''(s) = \delta_1\omega'_{\delta_2\delta_3} + \delta_2\omega'_{\delta_3\delta_1} + \delta_3\omega'_{\delta_1\delta_2} \tag{11}$$

est nulle.

Une forme linéaire est complètement intégrable si sa dérivée est nulle.

Une équation

$$\omega\,|[a(\sigma)|s]| = \varpi\,|[b(\sigma)|s]|,$$

$\omega(s)$ et $\varpi(s)$ propres, est complètement intégrable si en vertu de cette équation

$$\omega'(s) = \varpi'(s).$$

Pour un groupe fonctionnel on trouve l'équation généralisée de Maurer-Cartan

$$\omega'(s) = \int_0^1 c(s\sigma)[\omega(s)\omega(\sigma)]\,d\sigma + \int_0^1\int_0^1 c(s\sigma\tau)[\omega(\sigma)\omega(\tau)]\,d\sigma\,d\tau \tag{12}$$

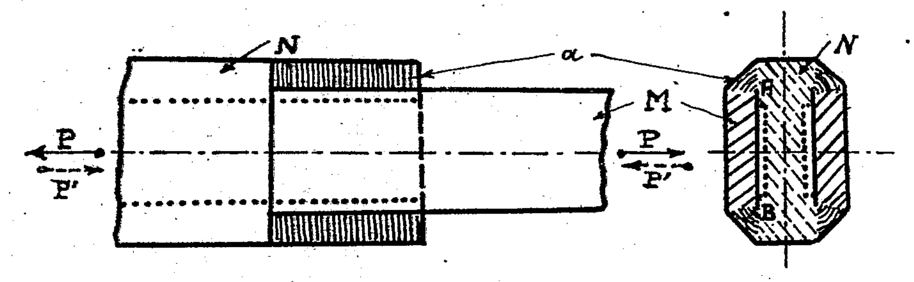
La structure $c(s\sigma)$, $c(s\sigma\tau)$ ne dépend pas de $a(s)$ et satisfait aux relations généralisées de S. Lie

$$\left\{\begin{aligned} &c(s\sigma\tau) + c(s\tau\sigma) = 0,\\ &c(s\rho)c(\rho\sigma) - c(s\sigma)c(\sigma\rho) + 2\int_0^1 c(su)c(u\rho\sigma)\,du = 0,\\ &c(su)c(svw) + 2c(swv)c(wu) + \int_0^1 c(s\sigma u)c(\sigma vw)\,d\sigma + \ldots = 0. \end{aligned}\right. \tag{13}$$

Les groupes fonctionnels interviennent dans la cinématique des systèmes continus, dans l'intégration des équations canoniques de la dynamique fonctionnelle et dans l'étude des ensembles finis de transformations infinitésimales.

MÉCANIQUE. — *Assemblages soudés par cordons latéraux, essayés en traction et en compression* (¹). Note de M. D. **Rosenthal**, présentée par M. Mesnager.

Soient l'assemblage représenté à la figure et P et P′ les efforts de traction et de compression *provoquant tous les deux la rupture* dans les cordons *a*, avant que la limite apparente d'élasticité ne soit dépassée dans les pièces M et N.



Le trait pointillé se rapporte à la deuxième série d'éprouvettes (voir plus bas).

Il résulte des essais très nombreux et très complets de M. Vogel que P′ est sensiblement supérieur à P (de l'ordre de 3 pour 100).

L'auteur en donne l'explication suivante (¹) :

« La série de compression a donné des résultats plus élevés que la série de traction, car la première a été constituée par des éprouvettes courtes et trapues, dans lesquelles la flexion due aux tensions dans les éprouvettes ne pouvait pas avoir lieu. Au contraire, la série de traction a été composée des éprouvettes nécessairement longues et la flexion pouvait y avoir lieu, malgré que les tensions n'aient pas dépassé la limite élastique. »

Le but de la présente Note est de montrer qu'il peut y avoir une autre explication de ce phénomène.

Dans cet ordre d'idées nous avons essayé en compression deux séries d'éprouvettes, répondant aux conditions de sollicitation ci-dessus. La deuxième série d'éprouvettes différait de la première en ce que la pièce N y a

(¹) Andrew Vogel, *Welding Trusses for industrial buildings* (*Journal of the Boston Society of Civil Engineers*, 15, II, February 1928, p. 76).

été évidée le long de la surface de contact AB, suivant le trait pointillé (voir la figure).

Les résultats d'essais rapportés à ceux d'une série d'éprouvettes identiques (1), mais essayées en traction, ont été les suivants :

Rapport P'/P.

Première série..........	1.43	1.47	1.36	moyenne 1.41
Deuxième série........	1.10	1.08	1.05	moyenne 1.07

Il est à supposer que le dernier résultat aurait été encore plus proche de 1, si l'on pouvait élargir suffisamment l'évidement jusqu'aux bords A et B, de façon à supprimer tout contact entre les pièces N et M.

Il en résulte, selon nous, que l'augmentation de la charge P' par rapport à P n'est qu'un résultat de coincement des surfaces de contact, ce coincement étant probablement produit par la dilatation inégale des pièces N et M lors de l'essai de compression.

Ce phénomène n'a pas lieu à l'essai de traction, attendu que les pièces N et M au lieu de se dilater se contractent dans le sens transversal.

L'état des tensions dans les cordons de soudure est, par contre, indépendant du signe de sollicitation, ceci conformément à nos prévisions antérieures (2).

GÉODÉSIE. — *Sur l'ellipticité de l'équateur terrestre.* Note de M. **Mario Bossolasco**, présentée par M. Georges Perrier.

Au sujet de la thèse que je soutiens à propos de la position de l'ellipse équatoriale, M. Thadée Banachiewicz (3) estime que la méthode suivie par moi dans ma dernière Communication (4) n'est pas légitime parce que je

(1) H. Dustin, *Calcul rationnel des éléments d'un assemblage soudé* (*Congrès International pour l'essai des matériaux, Amsterdam*, 12-17 septembre 1927, 1, p. 531).

(2) D. Rosenthal, *Étude analytique des tensions dans les cordons latéraux d'un assemblage soudé* (*Congrès International pour l'essai des matériaux, Amsterdam*, 12-17 septembre 1927, 1, p. 532-535).

(3) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 492.

(4) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 238.

limite le développement en série de fonctions sphériques aux termes de 3e ordre. M. Banachiewicz ne prouve pas numériquement l'insuffisance de cette approximation. Je me suis borné aux termes de 3e ordre parce que tous les géodésiens qui se sont occupés de ce problème ont fait de même, tandis que l'altération des termes relevée par moi commence déjà avec le premier ordre.

Dans sa dernière Note, M. Banachiewicz s'efforce ensuite de démontrer la concordance de signe entre les déformations équatoriales du géoïde et les anomalies correspondantes de la pesanteur en faisant usage de la formule de Stokes. Quoique l'on puisse établir cette relation sans faire intervenir les fonctions sphériques, il faut remarquer qu'il y a même ici une « question d'approximation », par suite du mode de représentation utilisé soit pour l'ellipsoïde de révolution, soit pour le géoïde (1). Mais, même en laissant de côté cette question, la formule de Stokes ne peut pas être appliquée pour résoudre le problème en question ; en effet elle implique la condition que le géoïde et l'ellipsoïde de référence sont tous les deux, *en même temps*, surfaces d'équilibre, d'où l'on déduit, en particulier, que ces surfaces ne peuvent pas se couper, tandis que dans le présent cas, l'ellipsoïde de révolution, surface « moyenne » d'un géoïde ellipsoïdal à trois axes inégaux, coupe évidemment celui-ci.

Je vais maintenant exposer une démonstration de ma thèse qui me semble la plus simple et même la plus naturelle, car elle est bien conforme aux procédés employés pour obtenir la distribution de la pesanteur sur le géoïde selon les formules empiriques de Berroth, Helmert et Heiskanen. Soient g_a et g_b les valeurs de la gravité aux extrémités des axes de l'ellipse équatoriale de longueurs respectives $2a$ et $2b$ $(a > b)$. Soit P_a une des deux extrémités du plus grand axe. Cherchons à comparer la valeur g_a de la pesanteur en ce point avec celle g_Q qu'elle aurait si le renflement équatorial n'existait pas (à quelques centaines de mètres plus bas) au point Q d'intersection du même demi-axe avec le cercle équatorial de rayon b. Il est clair que l'on doit avoir $g_Q = g_b$. Pour obtenir la gravité g_a en P_a, on peut utiliser la valeur g_Q comme si elle avait été mesurée dans une dépression très étendue ; les seules corrections que l'on doit apporter à g_Q sont alors la correction négative c_1 appelée terme de Faye ou à l'air libre et la correction positive c_2

(1) P. Pizzetti, *Principii della teoria meccanica della figura dei pianeti*, p. 108, Pisa, 1913.

représentée par le terme de Bouguer. Or, on a (¹)

$$(1) \qquad c_1 = 0,0000003147 . h . g_0, \qquad c_2 = c_1 \frac{3}{4} \frac{\delta}{5,52}$$

(expression dans lesquelles $h = a - b$, $\delta =$ densité des masses contenues dans le renflement, $g_0 =$ gravité moyenne relative à toute la surface du géoïde). La correction totale est bien *négative* et il en résulte $g_a < g_b$ (²).

J'ai utilisé aussi les formules (1) pour calculer la différence $a - b$ au moyen de la valeur de $g_b - g_a$ donnée par les quatre formules empiriques de la gravité normale. Les résultats obtenus sont tous plus petits que ceux obtenus jusqu'aujourd'hui. Par exemple, la dernière formule de Heiskanen (³), qui doit être considérée comme la plus précise, donne

$$g_b - g_a = 0,000038 g_0.$$

En égalant cette quantité à $c_1 - c_2$, avec la valeur $\delta = 2,76$, on déduit

$$a - b = 193^{\text{m}},$$

tandis que M. Heiskanen a obtenu $a - b = 242^{\text{m}}$.

Je terminerai en faisant observer que la position de l'ellipse équatoriale admise par moi conduit, entre autres conséquences, à une *élévation* du géoïde correspondant au massif de l'Himalaya, tandis que la position admise jusqu'aujourd'hui conduit à une *dépression;* de plus, la valeur 193^{m} trouvée ci-dessus pour la différence $a - b$ donne dans la même région une élévation du géoïde au-dessus du sphéroïde inférieure à 100^{m} et est bien en accord avec l'opinion de M. William Bowie (⁴).

(¹) Voir par exemple A. Prey, *Einführung in die Geophysik*, Berlin, 1922, S. 134. J'ai calculé à dessein c_2 par la formule de Bouguer sans considérer la forme du renflement, afin de conserver le procédé qui a servi pour déduire la gravité sur le géoïde, mais la valeur de c_2 obtenue par un calcul plus précis ne diffère pas sensiblement de la valeur ainsi obtenue.

(²) J'observe ici que la thèse que je soutiens est seule bien conforme à la loi de l'accroissement de la gravité avec la profondeur valable pour le premier septième du rayon terrestre, loi qui doit être générale (Voir A. Prey, ouvrage cité, p. 173).

(³) *Ist die Erde ein dreiachsiges Ellipsoid?* (*Gerlands Beitr. z. Geophysik*, 19, 1928, S. 355).

(⁴) *Isostasy*, p. 32, New-York, E. P. Dutton and C°, 1927.

ACOUSTIQUE. — *Sur l'entretien des vibrations d'une colonne fluide par changement du régime d'écoulement.* Note [1] de M. **Foch**, présentée par M. Brillouin.

Considérons un fluide s'écoulant par un tuyau cylindrique sous charge totale constante, avec une vitesse un peu inférieure à la vitesse critique définie par la relation de Reynolds $VD = 2000\nu$; si le nombre de Reynolds croît et passe par la valeur critique, la perte de charge le long du tube subit, lors de ce passage, une brusque augmentation, ralentissant le fluide de ce fait; le nombre de Reynolds reprend une valeur inférieure à 2000, mais alors le régime laminaire se rétablit avec sa perte de charge réduite; le liquide reçoit une accélération et ainsi de suite, d'où vibration du jet, avec une période dépendant de conditions imposées par le réservoir, le tube, etc. De ce phénomène bien connu dérive une explication commune à l'entretien des vibrations dans plusieurs systèmes, où des fluides s'écoulent avec une vitesse voisine de la vitesse critique.

A. dans l'harmonica chimique, la colonne de gaz brûlés située au-dessus de la flamme est animée d'un mouvement ascendant. Soient H la hauteur de cette colonne comptée suivant la verticale, T sa température moyenne, t la température ambiante. Écrivons que le tirage donne à la colonne la vitesse critique

$$H\frac{T-t}{t+273} = \frac{V^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left[\frac{2000\nu}{D}\right]^2. \quad (1)$$

Cette équation permet de calculer la température moyenne de la colonne; le nombre ainsi trouvé sera un peu fort, le raisonnement précédent négligeant la perte de charge dans le tuyau.

Ainsi, pour un tube où l'on avait $D = 3^{cm}$, $H = 70^{cm}$, le calcul fait en attribuant aux gaz brûlés la viscosité cinématique relative à l'air indique $T = 250^\circ C.$, alors qu'on trouve $T = 190^\circ$; l'accord est satisfaisant, étant donné le caractère schématique du calcul.

L'équation (1) explique aisément les particularités de l'harmonica chimique.

1° L'entretien est impossible si le produit HD^2 est trop petit (tubes étroits ou trop inclinés).

---

[1] Séance du 25 février 1929.

2° L'entretien est très difficile si HD^2 est trop grand, en raison des températures trop élevées qu'il faut alors réaliser dans la colonne : si en effet on remplace ν par sa valeur calculée au moyen de la formule de Sutherland, on trouve que si HD^2 augmente d'un dixième, la température moyenne des gaz brûlés augmente d'une centaine de degrés.

B. Les flammes sensibles aux sons de hauteur assez grande (Bouty, *Journ. Phys.*, 1895, p. 406-408) sont, de par leur origine, étroitement apparentées à l'harmonica chimique, le régime critique étant cette fois réalisé dans le tube amenant le jet combustible. J'ai vérifié ce point, en particulier, sur un jet d'acétylène ($\nu = 0,095$ à 15°) sortant d'un tube de 50^{cm} de long et $0^{cm},6$ de diamètre.

Débit mesuré avec un compteur étalonné	90 cm³ : s
Débit calculé par la relation de Reynolds	89,5 cm³ : s

D'ailleurs, les dessins publiés par Bouty montrent les aspects caractéristiques respectivement d'un jet laminaire (longs filets parallèles) et d'un écoulement turbulent (filets disparaissant rapidement et tortillés).

C. Dans certaines installations de chauffage central par eau chaude à basse pression, on constate pendant le fonctionnement la production d'un son semblable à celui d'un tuyau d'orgue et accompagné naturellement de violentes vibrations de la canalisation. Dans une installation que j'ai examinée, le son (voisin du *la*$_2$) débutait quand l'eau de la chaudière était à 50° C., il atteignait un maximum d'intensité vers 65° C. et diminuait notablement quand la chaudière, poussée au maximum, donnait de l'eau à 70°.

Or, à la température de 60° C., le débit critique de la canalisation (tubes de 20-27) est

$$Q_c = 1571\, D\nu = 15,7\ \text{cm}^3 : \text{s}.$$

Admettant, dans les radiateurs, une chute de température de 25° C., le débit critique horaire serait de 1400^{cal}; or, la surface du radiateur alimenté par cette canalisation est de $3^{m^2},4$ correspondant à une émission de 1700 cal : h, avec de l'eau à 85°. La concordance numérique est satisfaisante.

PHYSIQUE. — *Émission thermo-ionique de tubes de cuivre remplis de sels.* Note [1] de MM. T. **Pecsalski** et J. **Chichocki**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Un tube de cuivre de 2^{mm} de diamètre intérieur et de 3^{mm} de diamètre extérieur est rempli d'un sel, puis étiré de façon à amener son diamètre extérieur à $0^{mm},9$. Le sel remplit tout le tube ainsi étiré. Pour faire l'expérience, on a employé une longueur de 50^{cm} de ce tube T. Aux deux extré-

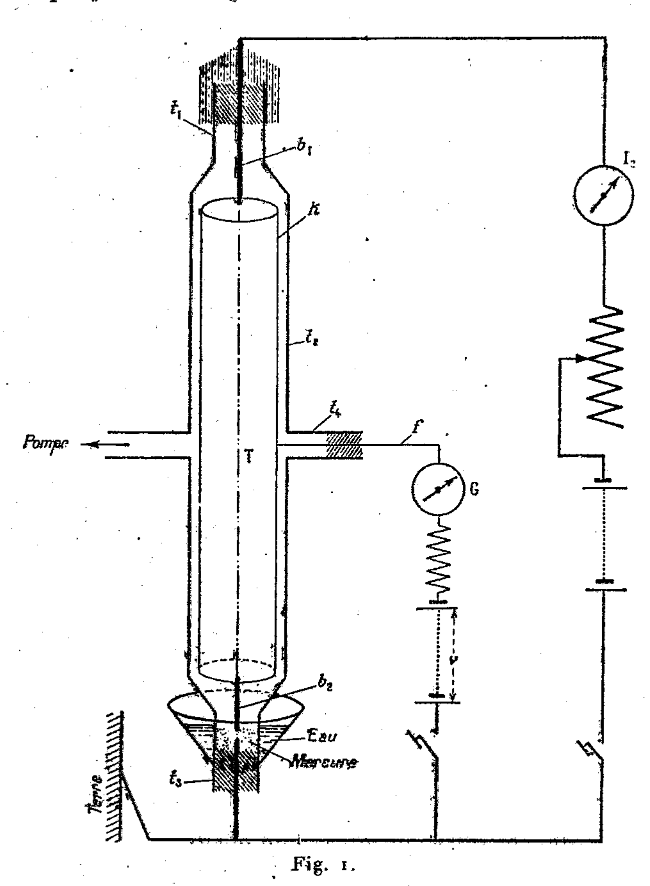


Fig. 1.

mités, étaient attachées des baguettes de cuivre b_1 et b_2 de 4^{mm} de diamètre. L'une de ces baguettes passait par le tube de verre t_1, soudé sur un tube plus large t_2 dans lequel on étudiait l'émission. La baguette b_2 pendait

(1) Séance du 14 février 1929.

librement dans le tube t_2 et plongeait au bas dans le mercure. Afin d'éviter l'influence de la vaporisation du mercure, le tube t_3 était entouré d'un vase contenant de l'eau froide.

On faisait passer par le tube de cuivre T un courant d'intensité I_2.

Le tube T constituait l'une des électrodes; l'autre était formée par un tube de cuivre K amené au potentiel voulu par le fil f relié à la batterie d'accumulateurs. Le fil amenant le courant au tube T était mis en communication avec la terre. Le tube t_2 vidé par une pompe à diffusion est amené à la pression de 10^{-6} mm. Enfin le tube K est porté au potentiel v. On mesure alors avec le galvanomètre G le courant thermo-ionique entre T et K; on détermine le potentiel v, le courant de chauffage I_2 et la résistance R du tube T.

L'expérience faite avec un tube T vide de sels ne donne aucun courant thermo-ionique. Le même tube rempli de $NiCl^2$ donne au contraire une émission thermo-ionique. La figure 2 donne l'intensité du courant observé

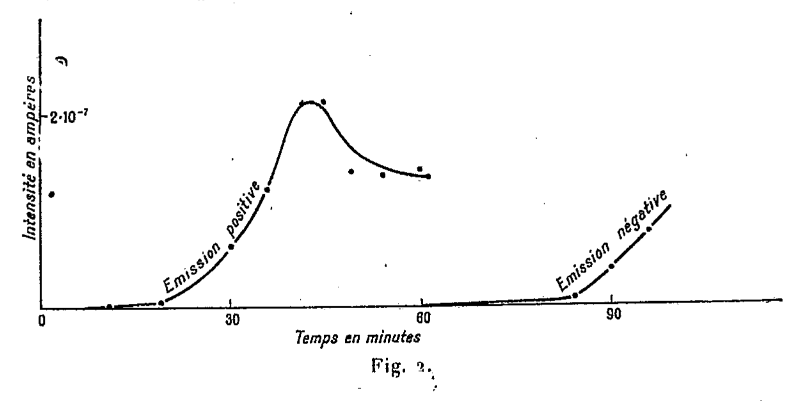


Fig. 2.

en fonction du temps. Le tube k était porté au potentiel de 80 volts.

On voit d'après ces courbes que l'émission positive se produit beaucoup plus rapidement que l'émission négative.

La figure 3 donne l'émission thermo-ionique en fonction du potentiel du tube. On remarquera que l'émission thermo-ionique positive existe même quand le tube est porté au potentiel zéro.

Après un chauffage d'une heure, l'intérieur du tube T était rempli de flocons de cuivre, dont la formation réduisait considérablement l'épaisseur du tube. La figure 4 montre la répartition de ces flocons à l'intérieur du tube, en même temps la résistance du tube devient quatre fois plus grande qu'elle ne l'était au début du chauffage.

La même expérience a été répétée avec des résultats analogues en

remplissant le tube de $CrCl^3$ ou de $CaCl^2$, mais les effets sont plus petits avec ces sels qu'avec le $NiCl^2$.

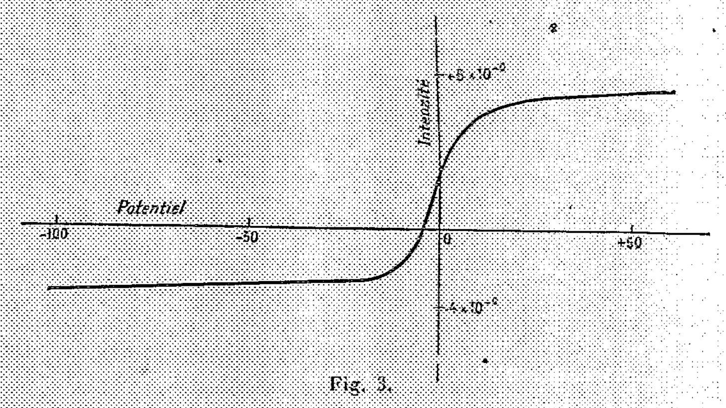


Fig. 3.

Au cours de ces expériences, il se dépose sur les parois du tube de cuivre K un sel contenant du nickel et du chlore.

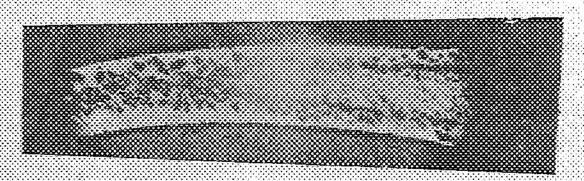


Fig. 4.

De ces recherches nous concluons que l'effet des sels sur les métaux est accéléré lorsque le métal est porté à un potentiel positif.

MAGNÉTISME. — *Sur le sondage magnétique des arbres de machines.* Note de M. J. Peltier, présentée par M. A. Cotton.

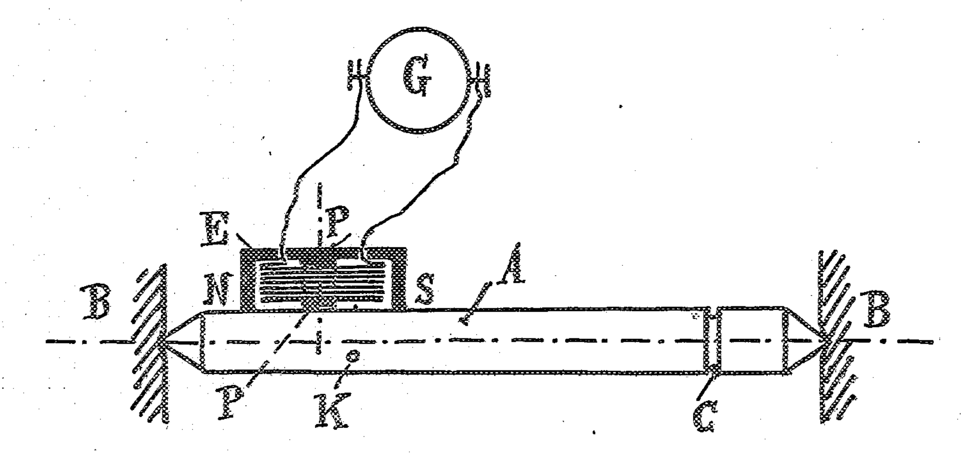
Ces recherches, basées sur les variations probables de la perméabilité magnétique dans un milieu non homogène, ont pour but de déceler, à l'intérieur de pièces de révolution l'existence de pailles ou soufflures, ou causes invisibles capables d'en compromettre la résistance mécanique.

Mes essais ont porté sur des éprouvettes cylindriques tournées au diamètre de 20^{mm} sur une longueur d'environ 450^{mm}.

Après avoir réalisé différents appareils, je me suis arrêté au dispositif représenté par la figure et qui m'a donné les meilleurs résultats.

J'ai placé l'éprouvette à étudier, A, entre deux pivots B, la gorge C permettant l'entraînement à l'aide d'une ficelle et d'une poulie non repré-

sentées, puis utilisé comme appareils de mesure un galvanomètre G, sensible à moins de $\frac{1}{10}$ de microampère et un électro-aimant polarisé E, en la circonstance un écouteur téléphonique de 2000 ohms analogue à ceux



utilisés en T. S. F. Les extrémités de son enroulement étaient directement connectées aux bornes du galvanomètre.

Faisant alors reposer l'électro-aimant polarisé sur un bâti solidaire des pivots B, de telle sorte que la distance entre les deux pôles d'aimant N, S et la surface de l'éprouvette soit à peine égale à 1^{mm}; puis animant l'éprouvette d'un mouvement modéré de rotation autour de son axe, j'ai pu observer une très légère déviation du galvanomètre à chaque tour; et cela quelle que soit la position de E par rapport aux extrémités de A.

Effectuant un *examen macrographique* sur diverses sections droites de ladite éprouvette, j'ai pu conclure à une insuffisance d'homogénéité du métal, et d'autre part croire aussi à *un très léger écart entre l'axe mathématique et l'axe pratique de rotation de* A.

Je répétai alors mes expériences sur une éprouvette semblable où une cavité K, figurant une paille, avait été forée (trou d'environ 2^{mm} de diamètre et 7^{mm} de profondeur perpendiculaire à la surface du barreau).

Afin de corriger l'erreur due à l'imperfection de centrage, j'ai réalisé le contact entre les pièces polaires N, S et l'éprouvette A; dans ces conditions, la distance du noyau P de la bobine à la surface de A restait rigoureusement constante, soit environ $\frac{2}{10}$ de millimètre, *et pendant le mouvement de rotation de* A *devant* E (relativement fixe), *je n'ai observé aucun courant induit, sauf au moment où l'axe de* P ou de l'une des pièces polaires *était au voisinage immédiat de la section renfermant le défaut* K.

A ce moment alors, et pour chaque mouvement de révolution, *le galvanomètre déviait très nettement de part et d'autre de sa position d'équilibre*.

Il est possible d'augmenter la sensibilité de l'appareil en adaptant à la sortie de l'électro-aimant polarisé un amplificateur analogue à ceux utilisés en T. S. F.; *permettant de remplacer éventuellement le galvanomètre par un haut-parleur*, lequel donnerait des sons audibles pour des vitesses de rotation assez grandes. L'ensemble constituerait un appareil plus industriel.

Mes conclusions sont donc les suivantes :

1° Le dispositif étudié permet de déceler rapidement l'existence de très petites cavités dans des pièces de révolution. Dans le cas de pièces reconnues saines, il sera possible d'en étudier les vibrations en plaçant l'appareil à une très faible distance de leur surface. (Cas des arbres de turbines en mouvement, par exemple.)

2° L'intensité du courant induit est d'autant plus grande que la cavité est plus importante ou plus excentrée par rapport à l'axe de la pièce soumise à l'essai; ce qui montre que les défauts compromettant le plus la résistance mécanique seront repérés le plus facilement.

PHOSPHORESCENCE. — *Sur un nouveau procédé de préparation du sulfure de zinc phosphorescent*. Note de MM. **R. Coustal** et **F. Prevet**, présentée par M. Jean Perrin.

On obtient du sulfure de zinc phosphorescent en faisant exploser un mélange intime de zinc et de soufre en poudre impalpable. Les phosphorogènes, ou les corps dont on veut étudier l'action sur la phosphorescence, sont incorporés au mélange avant explosion.

La méthode offre l'avantage de permettre d'étudier l'action de subtances que l'on ne saurait songer à introduire lors d'une préparation comportant une cuisson prolongée. C'est ainsi que des produits phosphorescents doués de particularités nouvelles ont été obtenus par l'incorporation de produits volatils tels que l'iode et le phosphore.

La méthode a en outre l'avantage de permettre bien plus facilement que les méthodes anciennes la reproduction à volonté de matières phosphorescentes à propriétés toujours identiques à elles-mêmes.

Les sulfures de zinc obtenus se présentent sous la forme de cristaux de würtzite enchevêtrés et formant une masse d'apparence spongieuse très blanche.

Le rendement en produit utilisable est en raison inverse de la violence de l'explosion qui elle-même dépend beaucoup des conditions de préparation du mélange : Il y a des mélanges qui détonent au choc avec une extrême violence, d'autres explosent au contact d'une flamme, d'autres enfin fusent après un amorçage pénible de la réaction.

Il est indispensable d'employer du zinc en poudre absolument impalpable (grains d'épaisseur de l'ordre du micron). Le soufre n'a pas besoin d'être en poudre aussi fine.

Influence des proportions relatives de soufre et de zinc. — Si l'on prépare des mélanges dans lesquels la richesse en zinc croît progressivement, on constate un maximum de violence explosive (correspondant à un rendement presque nul en produit utilisable) pour le mélange correspondant à la formule S 1^g, Zn $3^g,3$, au lieu de S 1^g, Zn 2^g correspondant à la formule ZnS.

Pour avoir des produits bien phosphorescents, la teneur en zinc doit être — par gramme de soufre — comprise entre $1^g,5$ et 2^g.

D'une manière générale, un excès de zinc, déplace la teinte de phosphorescence du côté des grandes longueurs d'onde, et fait décroître la persistance.

Influence des substances étrangères incorporées au mélange zinc-soufre. — En règle générale, les substances ajoutées en masse appréciable diminuent la vivacité de la réaction qui ne s'amorce plus que difficilement lorsqu'on atteint 10 pour 100 de matière étrangère. Presque tous les corps, simples ou composés, ont une action propre sur la phosphorescence.

Dans le cas où le phosphorogène est le cuivre, les halogènes ainsi que le phosphore et ses composés verdissent ou bleuissent la couleur de phosphorescence, et ils en augmentent l'intensité et la persistance. Les métaux jaunissent au contraire la teinte et diminuent la persistance. L'uranium fait exeption : il provoque une phosphorescence très belle.

Avec le phosphorogène manganèse, il est difficile d'obtenir des produits homogènes.

Influence de l'atmosphère dans laquelle on produit l'explosion. — L'explosion se produit très facilement dans une autre atmosphère que l'air, et même dans le vide (on l'amorce alors par un court circuit provoqué dans un fil de zinc).

Avec le phosphorogène cuivre, on a les résultats suivants :

Dans l'azote. — Phosphorescence plus verte que dans l'air mais moins intense.

Dans le gaz sulfureux. — Phosphorescence plus verte que dans l'air et plus intense et persistante.

D'une façon générale, les sulfures préparés par explosion ont une phosphorescence qui est excitée surtout par les rayons violets du spectre; on peut les rendre plus sensibles aux rayons moins actiniques par l'incorporation d'iode, de phosphore, et surtout en imprégnant le mélange zinc-soufre de gaz sulfureux liquéfié, jusqu'à faire une pâte qui brûle en fusant si l'on amorce la réaction par un peu de produit sec.

On peut, par cette même méthode de l'explosion, préparer un séléniure de zinc fluorescent mais non phosphorescent, sauf en quelques points où peut-être se trouvaient des traces de soufre; et un tellurure un peu fluorescent.

Dans toutes ces expériences, les fumées provenant des explosions sont extrêmement toxiques, et il convient de se protéger par l'emploi de masques convenables.

POUVOIR ROTATOIRE. — *Théorie de l'activité optique dans un milieu homogène.* Note [1] de M. R. DE MALLEMANN, présentée par M. A. Cotton.

Nous avons montré comment il était possible de construire une théorie moléculaire générale de l'activité optique, accessible au contrôle de l'expérience, en explicitant dans les équations ordinaires de la propagation de la lumière les actions mutuelles des *atomes* ou groupes d'atomes. La théorie devient particulièrement suggestive par la considération du *vecteur rotatoire*, défini dans une Note antérieure. Nous nous proposons de préciser le rôle de ce vecteur dans les équations générales, qu'il permet d'écrire sous une forme très simple et d'interprétation immédiate.

Soit $\vec{R}$ le vecteur rotatoire de composantes :

$$(1) \quad r = \rho_{xx}\alpha + \rho_{xy}\beta + \rho_{xz}\gamma, \quad s = \rho_{yx}\alpha + \rho_{yy}\beta + \rho_{yz}\gamma, \quad t = \rho_{zz}\alpha + \rho_{zy}\beta + \rho_{zz}\gamma,$$

α, β, γ désignent les cosinus directeurs de la *normale* à l'onde. Les coefficients tensoriels ρ_{xx} ... sont les susceptibilités rotationnelles ou *dissymétries* du milieu ($\rho_{xx} = \Sigma x \rho_x$ etc.); ils dépendent seulement des coordonnées atomiques (x, y, z) et des susceptibilités ordinaires des atomes, mesurées par les refringences atomiques. Ces coefficients sont numériquement calculables pour toute structure définie du milieu (solide ou fluide), et leurs valeurs englobent, dans le cas général, l'effet du *champ intermoléculaire*. Nous avons déjà donné plusieurs exemples de ces calculs : molécule tétraédrique, molécule octaédrique (type des complexes), enfin cristal uniaxe, du

---

[1] Séance du 25 février 1929.

type quartz. Les nombres obtenus sont bien du même ordre de grandeur que les valeurs expérimentales.

L'équation des vitesses normales s'écrit :

$$(2)\qquad V^4 - V^2\left[v_1^2 + v_2^2 + \frac{\sigma^2 a^2 b^2 c^2}{V_0^4} R'^2\right] + v_1^2 v_2^2 + \frac{\sigma^2 a^2 b^2 c^2}{V_0^2} R^2 \sin^2\chi = 0,$$

v_1 et v_2 désignent les vitesses qui correspondraient à la direction normale (α, β, γ) dans le corps *inactif*, a, b, c les vitesses *principales*, R' le vecteur auxiliaire $V_0 R/a$, b, c, et χ l'angle du vecteur rotatoire R avec la normale à l'onde. D'où :

$$(3)\qquad (V_1 - V_2)^2 = v_1^2 + v_2^2 + \frac{\sigma^2 a^2 b^2 c^2}{V_0^4} R'^2 - 2\sqrt{v_1^2 v_2^2 + \frac{\sigma^2 a^2 b^2 c^2}{V_0^2} R^2 \sin^2\chi}.$$

Le pouvoir rotatoire est *isotrope* quand $\rho_{xx} = \rho_{yy} = \rho_{zz} = \rho$; $\rho_{xy} = 0$, etc.; dans ce cas, $\chi = 0$; le vecteur rotatoire est toujours *normal à l'onde* et on a

$$(4)\qquad (V_1 - V_2)^2 = (v_1 - v_2)^2 + \frac{\sigma^2 a^2 b^2 c^2}{V_0^4} R'^2 = (v_1 - v_2)^2 + \frac{\sigma^2}{V^2} v_1^2 v_2^2 \rho^2,$$

en remarquant qu'ici : $V_1 V_2 = v_1 v_2$, c'est-à-dire $n_1 n_2 = n_{01} n_{02}$.

L'équation (4) exprime le principe de superposition, qui s'applique exactement, dans ce cas particulier, sous sa forme élémentaire : la biréfringence elliptique $n_1 - n_2$ est la résultante de la biréfringence rectiligne $n_{01} - n_{02}$ et d'une biréfringence circulaire $\frac{8\pi^2}{\lambda}\rho$, c'est-à-dire d'un pouvoir rotatoire *constant* égal à $\frac{8\pi^3}{\lambda^2}\rho$.

Il n'en est plus de même quand le pouvoir rotatoire est *anisotrope*. Le vecteur rotatoire est, en général, incliné sur la normale ($\chi \neq 0$), sauf quand celle-ci coïncide avec une des directions principales *rotationnelles*, et, d'après (3), il n'existe plus de superposition simple en dehors de ces trois directions particulières. Toutefois, en raison de la petitesse du terme en $\sin^2\chi$ par rapport à v_1, v_2, on peut écrire

$$(5)\qquad (V_1 - V_2)^2 = (v_1 - v_2)^2 + \frac{\sigma^2 a^2 b^2 c^2}{V_0^2}\left(\frac{R'^2}{V_0^2} - \frac{R^2 \sin^2\chi}{v_1 v_2}\right)$$

et les phénomènes se réduiront encore pratiquement à la superposition de la biréfringence ordinaire et d'un effet rotatoire, mais ce dernier dépend lui-même de la biréfringence du milieu. Le pouvoir rotatoire de superposition ainsi défini n'est plus exactement égal au pouvoir rotatoire *normal*. Si l'on remplace a^2, b^2, c^2, v_1, v_2 par une valeur moyenne v_m^2, dans les termes

rotationnels, la parenthèse se réduit à $\frac{R^2 \cos^2\chi}{v_m^2}$; on retrouve ainsi le principe de superposition simple, étendu au pouvoir rotatoire normal *anisotrope*, comme cas limite, applicable aux biréfringences faibles.

Les directions pratiquement intéressantes sont celles des axes optiques. Dans un corps actif, la surface des vitesses normales se compose de deux nappes entièrement séparées ([1]). On doit donc définir ici les axes optiques comme les directions suivant lesquelles les deux elliptiques privilégiés deviennent circulaires ([2]) ($k = \pm 1$). L'elliptique le plus rapide correspond à la nappe extérieure, mais son grand axe devient son petit axe, quand sa direction de propagation croise d'une certaine manière la direction d'un axe optique. Chacune des deux ellipticités passe donc par un maximum et par un minimum, qui peuvent être infini et nul. Il existe dans ce cas deux directions de *pure biréfringence* (le vecteur rotatoire est à peu près dans le plan d'onde); les deux elliptiques sont alors rectilignes, après quoi leurs sens de gyration respectifs s'*inversent*. La variation du pouvoir rotatoire et son *changement de signe* sont donc parfaitement continus, malgré la séparation des deux nappes de la surface. Dans la direction d'un axe optique ($v_1 = v_2, \beta = 0$):

$$V_1 - V_2 = \frac{\sigma}{V_0}(r\alpha c^2 + t\gamma a^2), \qquad (\rho) = \frac{8\pi^3}{\lambda^2} n_1 n_2 \left(\frac{r\alpha^2}{n_z^2} + \frac{t\gamma^2}{n_x^2}\right).$$

Ajoutons enfin que, d'après la théorie moléculaire, les classes de cristaux actifs *possédant un plan de symétrie*, admises par certains cristallographes, ne peuvent exister. La surface rotatoire (inverse) se réduirait à un cylindre hyberbolique, ayant son axe dans le plan de symétrie, et les trois dissymétries principales seraient nulles ([3]).

([1]) Les deux nappes peuvent néanmoins se toucher, dans le cas tout à fait particulier où la rotation s'annulerait dans la direction des axes optiques.

([2]) Le déplacement est toujours rigoureusement dans le plan d'onde. Les ellipticités dépendent des angles du vecteur R avec les axes des ellipses; quand la rotation est isotrope, ces angles sont droits, et l'on a $k_d k_g = -\frac{v_2}{v_1}$.

([3]) On sait qu'il n'existe aucun exemple de corps ayant une telle structure.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Quelques phénomènes chimiques reliés à la contraction de l'hydrogène dans les tubes à décharges.* Note de M. **René Delaplace**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons montré ([1]) que dans les tubes à décharges en Pyrex, sans robinets, ni rodages et dont les parois ont été soigneusement nettoyées par chauffage dans le vide à 400°, on observe une *contraction irréversible* de l'hydrogène mais que de l'oxyde de carbone et du méthane apparaissent. Ce phénomène peut s'expliquer sans faire intervenir une polymérisation de l'hydrogène sous sa forme triatomique.

Plusieurs facteurs devaient être étudiés :

1° *L'influence des électrodes à l'état de la paroi interne du tube.* — Il était facile d'éliminer l'influence éventuelle de gaz contenus dans les électrodes d'aluminium en provoquant leur fusion dans le vide au moyen d'une décharge puissante, fusion qui donne à l'électrode primitivement cylindrique une forme sphérique et qui permet l'extraction des gaz occlus dans le métal. Après ce traitement et au cours des expériences, les électrodes et la paroi de Pyrex qui les entourait étaient fortement refroidies par un violent courant d'air comprimé.

Nous avons remarqué d'autre part que l'état de la surface interne du tube était sans influence sur l'allure du phénomène. Après lavage acide, neutre ou basique de la paroi interne du tube à décharge, la contraction observée reste la même ainsi que les quantités d'oxyde de carbone et de méthane émises.

2° *Dissociation du verre par les radiations émises par le tube.* — Thomson a montré ([2]) l'existence à l'intérieur des tubes à décharge lumineux de radiations qui ne sont pas assez pénétrantes pour traverser le verre, mais qu'il est cependant possible de déceler électriquement. On pouvait attribuer à ces radiations la faculté de dissocier la paroi interne du tube comme le font les rayons cathodiques.

Si dans notre tube à décharge contenant un peu d'hydrogène pur nous bombardons un fragment de verre Pyrex par des rayons cathodiques, l'analyse des gaz extraits nous donnera les chiffres suivants :

([1]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 225.
([2]) *Phil. Mag.*, 6e série, 49, 1925, p. 761.

	Composition du gaz (en cm^3).	
	Avant la décharge.	Après la décharge.
Hydrogène	0,29	0,55
Anhydride carbonique	-	0,02
Oxyde de carbone	-	0,06
Méthane	-	0,02

Ainsi le bombardement par des rayons cathodiques d'un fragment de verre Pyrex a fait apparaître $0^{cm^3},26$ d'hydrogène, de l'anhydride carbonique, de l'oxyde de carbone et du méthane. Ce phénomène expliquerait l'apparition du méthane et de l'oxyde de carbone, et l'on pourrait dire que dans le type de décharge que nous avons utilisé, les radiations émises par le tube ne sont pas suffisamment pénétrantes pour extraire de la paroi interne du tube une quantité d'hydrogène dissoute ou absorbée qui compenserait le déficit en hydrogène que nous indique l'expérience.

Si, dans le même tube et dans les mêmes conditions expérimentales que pour l'hydrogène pur, nous soumettons du CO^2 pur à la décharge, nous trouvons les résultats analytiques suivants :

	Composition du gaz		
	avant la décharge.	après la décharge.	Bilan théorique.
	cm^3	cm^3	
CO^2	0,84	0,35	0,35
Oxyde de carbone	-	0,48	0,49
Oxygène	-	0,11	0,245
Hydrogène	-	0,04	-
Méthane	-	0,02	-

Ainsi le CO^2 a été dissocié en ses éléments suivant la formule

$$2CO^2 \rightleftharpoons 2CO + O^2,$$

mais les éléments de la dissociation n'ont pas résisté intégralement à l'action de la décharge puisque : 1° de l'oxyde de carbone et de l'oxygène ont disparu; 2° de l'hydrogène et du méthane ont apparu.

La disparition anormale de l'oxygène s'explique par le fait qu'il y avait des vapeurs de mercure dans le tube (malgré la neige carbonique et l'acétone à — 50°), vapeurs qui furent oxydées et dont la réduction ultérieure provoquera une contraction anormale de l'hydrogène.

Conclusion. — Cette dernière expérience nous montre l'importance de la vapeur de mercure adsorbée sur les parois du tube, surtout lorsqu'elle est

soumise à une action oxydante. Mais si elle explique parfois la contraction de l'hydrogène par réduction d'oxydes dans le tube elle n'explique pas la présence d'oxyde de carbone et de méthane, celle-ci s'expliquerait par la dissociation du verre sous l'influence des radiations émises dans le tube, mais nous verrons que l'origine de cette dissociation est tout à fait différente.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la préparation de l'alcool allylique.* Note de MM. **Raymond Delaby** et **Pierre Dubois**, présentée par M. A. Béhal.

Les recherches précédemment exposées [1] sur la pyrolyse comparée des formines de la glycérine de constitution connue et des formines isolées du produit de l'estérification directe de la glycérine par l'acide formique ont montré qu'il faut, dans cette dernière opération, atteindre le stade diformine pour obtenir l'alcool allylique avec un bon rendement.

Nous avons donc cherché à orienter la réaction vers la production du mélange de diformines. L'application des notions physico-chimiques relatives à l'estérification nous a conduits, pratiquement, aux conditions optima suivantes : emploi d'acide formique, celui-ci en excès, et de glycérine aussi anhydres que possible; deux estérifications successives d'assez courte durée, avec élimination dans le vide, et chaque fois, de l'acide dilué; pyrolyse régulière, sans surchauffe, du produit obtenu. L'étude des formines nous a montré, en effet, que la limite d'estérification est rapidement atteinte, que la vitesse d'hydrolyse des formines est considérable et que leur décomposition par la chaleur se fait très facilement,

Exemple. — On met en œuvre 184^g de glycérine anhydre, 300^g d'acide formique à 96 pour 100, et l'on chauffe au bain d'huile sous $110\text{-}120^{mm}$. La distillation commence vers 65° (température de la masse) et l'on règle le chauffage pour un débit de quelques gouttes par minute. Au bout de 2 heures, la température d'ébullition du mélange tend à s'élever : on diminue progressivement la pression pour que le débit reste le même sans augmenter notablement la température. Après 1 heure de ce régime, on atteint 40^{mm} de mercure; on pousse rapidement à 110°, puis laisse refroidir. Le résidu pèse 270^g (théorie pour une diformine : 296^g) et le distillat est de l'acide formique à 64 pour 100 (214^g).

Pour la seconde estérification, 200^g d'acide formique à 96 pour 100 sont ajoutés au résidu. L'opération est conduite de la même manière : au bout d'un quart d'heure,

(1) *Comptes rendus* **187**, 1928, p. 767 et 949.

le liquide commence de distiller à 63° sous 80mm et l'on raréfie progressivement jusqu'à 35mm; la température atteint 135° en 1 heure 15 minutes. Le résidu pèse 297g et il a distillé 174g d'acide formique à 83 pour 100.

La pyrolyse se fait à la pression ordinaire entre 200° et 250°. On règle sa vitesse en suivant le dégagement gazeux : elle se fait très régulièrement aux environs de 215°-220° et elle est achevée en 1 heure. Pour éviter la formation d'acroléine, il est bon de ne maintenir le résidu à 250° que pendant peu de temps. Ce résidu (16g) est de la glycérine qui peut être estérifiée à nouveau.

Le distillat (190g) se sépare en deux couches; tel quel, on le saponifie par un excès de lessive de soude. Ce qui distille en dessous de 100° est séché plusieurs fois sur carbonate de potassium; par rectifications, 80g d'alcool allylique passent finalement entre 96° et 98°, soit près de 70 pour 100 du rendement théorique. Sur de plus grandes quantités, on peut compter sur 73-75 pour 100 : les pertes au séchage sont moins importantes.

Le rendement ainsi obtenu dépasse largement ceux des préparations indiquées assez récemment. Ce résultat est mis en évidence par la comparaison des nombres suivants rapportés à 1kg de glycérine mise en œuvre :

	Koehler (1).	Organic Syntheses (2). Acide à 85 %.	Organic Syntheses (2). Acide à 90 %.	Procédé décrit.
Acide formique anhydre consommé	567g	723g	765g	711g
Glycérine récupérée	250	50 à 160cm³	non indiqué	87
Alcool allylique isolé	320	285g à 295g	315g à 340g	435

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydratation de quelques α-glycols symétriquement disubstitués et isomérisation des oxydes d'éthylène correspondants. Influence des capacités affinitaires relatives des radicaux cycliques et acycliques.* Note de Mlles **Jeanne Lévy** et **Frajda Gombinska**, présentée par M. Béhal.

La déshydratation des glycols Ar — CHOH — CHOH — R et l'isomérisation des oxydes d'éthylène correspondants peut théoriquement, étant donnés les phénomènes de migration possible, conduire aux trois produits suivants (Ar étant un radical cyclique et R un radical acyclique)

$$Ar - CO - CH^2 - R;\quad Ar - CH^2 - CO - R \quad \text{et} \quad Ar - CH(R) - CHO.$$

La nature du produit formé dépend, pour les glycols, de la position de l'oxhydryle

(1) *Bul. Soc. chim.*, 4e série, 13, 1913, p. 1104.

(2) *Organic Syntheses*, 1, 1921, p. 15.

qui s'élimine dans la déshydratation, et pour les oxydes d'éthylène du lieu de la rupture de l'une des liaisons de l'oxygène oxydique. Ces deux phénomènes dépendent eux-mêmes des capacités affinitaires des radicaux Ar et R, l'élimination de l'oxhydryle dans les glycols et la rupture d'une des liaisons de l'oxygène oxydique ayant toujours lieu du côté du radical à forte capacité affinitaire.

Pour vérifier cette règle nous avons étudié systématiquement la déshydratation d'un certain nombre de glycols et d'oxydes d'éthylène dans lesquels Ar est un phényle ou un anisyle et R un des radicaux acycliques suivants CH^3, C^2H^5, nC^3H^7, iC^3H^7 et $CH^2-C^6H^5$.

Pour compléter cette étude nous avons également examiné le comportement des iodhydrines dérivés des mêmes glycols lorsqu'on leur enlève HI par l'action du nitrate d'argent ou de HgO. Comme les résultats qu'on obtient dans ce dernier cas sont nettement différents de ceux très réguliers et identiques fournis par la déshydratation des glycols et l'isomérisation des oxydes d'éthylène nous ne publierons dans la présente Note que ceux concernant ces deux dernières réactions.

I. *Glycols.* — Pour les glycols Ar — CHOH — CHOH — R, nous avons constaté que, traités à chaud par l'acide sulfurique dilué, conformément aux prévisions théoriques et d'accord avec les quelques exemples connus, c'est toujours l'oxhydryle, placé au voisinage du radical cyclique, qui est éliminé; il y a formation de la cétone $Ar-CH^2-CO-R$, d'après l'un des deux mécanismes suivants entre lesquels il est difficile de choisir :

$$Ar-CHOH-CHOH-R \begin{cases} \nearrow Ar-CHOH-CHOH-R \searrow \\ \searrow Ar-CHOH-CHOH-R \nearrow \end{cases} Ar-CH^2-CO-R.$$

II. *Oxydes d'éthylène.* — L'isomérisation des divers oxydes d'éthylène que nous avons étudiés conduit uniquement, par action de la chaleur en présence de catalyseurs, à des cétones du type $Ar-CH^2-CO-R$, identiques à celles obtenues à partir des glycols ci-dessus. L'examen des schémas ci-dessous montre que cette réaction s'explique uniquement par le mécanisme figuré en I :

$$\underset{\diagdown O \diagup}{Ar-CH-CH-R} \rightarrow \underset{H\quad\; O-}{Ar-C-CH-R} \begin{cases} \overset{I}{\nearrow} Ar-CH^2-CO-R \\ \overset{II}{\searrow} \dfrac{Ar}{R}\!>\!CH-CHO \end{cases}$$

$$\underset{\diagdown O \diagup}{Ar-CH-CH-R} \rightarrow \underset{H\;\; O-}{Ar-C-C\!<^{H}_{R}} \begin{cases} \overset{III}{\nearrow} \dfrac{Ar}{R}\!>\!CH-CHO \\ \overset{IV}{\searrow} Ar-CO-CH^2-R \end{cases}$$

La rupture de l'oxygène oxydique a donc eu lieu du côté du radical cyclique, c'est-à-dire du radical dont la capacité affinitaire est la plus forte. On pourrait inversement conclure, s'il en était besoin, que la capacité affinitaire des divers radicaux acycliques envisagés dans cette étude est inférieure à celles des radicaux cycliques.

Nous avons consigné les résultats obtenus dans les huit cas étudiés jusqu'ici dans le tableau ci-dessous. Dans la première et la troisième colonne, nous avons mentionné les oxydes d'éthylène et les glycols étudiés; dans la deuxième colonne, nous avons énuméré les cétones isolées dans les isomérisations et les déshydratations. Ces cétones ont toutes été identifiées à des produits préparés synthétiquement de constitution certaine.

Nos.	Oxydes dérivant des carbures éthyléniques.	Cétones isolées dans l'isomérisation des oxydes d'éthylène et dans la déshydratation des glycols.	Glycols.
1.	Phényl-1-propène-1. $C^6H^5-CH=CH-CH^3$.	Phényl-1-propanone-2. $C^6H^5-CH^2-CO-CH^3$.	Phényl-1-propanediol-1.2. $C^6H^5-CHOH-CHOH-CH^3$.
2.	Phényl-1-butène-1. $C^6H^5-CH=CH-C^2H^5$.	Phényl-1-butanone-2. $C^6H^5-CH^2-CO-C^2H^5$.	Phényl-1-butanediol-1.2. $C^6H^5-CHOH-CHOH-C^2H^5$.
3.	Phényl-1-pentène-1. $C^6H^5-CH=CH-C^3H^7$.	Phényl-1-pentanone-2. $C^6H^5-CH^2-CO-C^3H^7$.	Phényl-1-pentanediol-1.2. $C^6H^5-CHOH-CHOH-C^3H^7$.
4.	Phényl-1-méthyl-3-butène-1. $C^6H^5-CH=CH-C^3H^7$ iso.	Phényl-1-méthyl-3-butanone-2. $C^6H^5-CH^2-CO-C^3H^7$ iso.	Phényl-1-méthyl-3-butanediol-1.2. $C^6H^5-CHOH-CHOH-C^3H^7$ iso.
5.	Diphényl-1.3-propène-1. $C^6H^5-CH=CH-CH^2C^6H^5$.	Diphényl-1.3-propanone-2. $C^6H^5-CH^2-CO-C^7H^7$.	Diphényl-1.3-propanediol-1.2. $C^6H^5-CHOH-CHOH-C^7H^7$.
6.	Paraméthoxyphényl-1-propène-1. $CH^3OC^6H^4-CH=CH-CH^3$.	Paraméthoxyphényl-1-propanone-2. $CH^3OC^6H^4-CH^2-CO-CH^3$.	Paraméthoxyphényl-1-propanediol-1.2. $CH^3OC^6H^4-CHOH-CHOH-CH^3$.
7.	Paraméthoxyphényl-1-butène-1. $CH^3OC^6H^4-CH=CH-C^2H^5$.	Paraméthoxyphényl-1-butanone-2. $CH^3OC^6H^4-CH^2-CO-C^2H^5$.	Paraméthoxyphényl-1-butanediol-1.2. $CH^3OC^6H^4-CHOH-CHOH-C^2H^5$.
8.	Paraméthoxyphényl-1-pentène-1. $CH^3OC^6H^4-CH=CH-C^3H^7$.	Paraméthoxyphényl-1-pentanone-2. $CH^3OC^6H^4-CH^2-CO-C^3H^7$.	Paraméthoxyphényl-1-pentanediol-1.2. $CH^3OC^6H^4-CHOH-CHOH-C^3H^7$.

Conclusions. — Dans la déshydratation des glycols bisecondaires ainsi que dans l'isomérisation des oxydes d'éthylène correspondants, le départ de l'oxhydryle et la rupture d'une des liaisons de l'oxygène oxydique a lieu du côté du radical à forte capacité affinitaire.

Les radicaux acycliques étudiés se montrent tous de capacité affinitaire inférieure à celle des radicaux cycliques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la fluorescence des matières colorantes à la lumière de Wood.* Note [1] de MM. **A. Seyewetz** et **J. Blanc**, transmise par M. V. Grignard.

Divers auteurs [2] ont utilisé la fluorescence que présentent certaines substances organiques à la lumière de Wood pour les caractériser, mais ce procédé n'avait pas été envisagé en vue de l'identification des matières colorantes, bien que l'on eût signalé les fluorescences caractéristiques de quelques-unes d'entre elles.

Nous avons soumis méthodiquement à l'action de la lumière de Wood les principaux colorants de chaque classe, à l'état de poudre, de solutions dans divers solvants, ou fixés sur les fibres textiles, afin de rechercher quels sont ceux qui présentent une fluorescence suffisamment caractéristique pour pouvoir être appliquée éventuellement à leur analyse.

Comme source de radiations ultraviolettes, nous avons utilisé un brûleur au mercure de Gallois (type H) dont les radiations filtrées par un verre de Wood à l'oxyde de nickel présentent une bande intense vers 3650 U. A. et quelques raies faibles vers 3500 et 3700 U. A.

A. Colorants en poudre. — Les colorants en poudre, qu'ils soient à l'état amorphe ou cristallisés, présentent une fluorescence nulle ou très faible qui ne peut être utilisée pour leur identification.

B. Examen des solutions. — Les colorants qui possèdent, en solution aqueuse ou hydro-alcoolique, une fluorescence nette et caractéristique, appartiennent aux classes suivantes :

Dérivés du diphénylméthane : Auramines et pyronines.

Dérivés du triphénylméthane, comprenant surtout les phtaléines (fluorescéine, ses dérivés halogénés et les rhodamines) et quelques dérivés de la rosaniline (fuchsines, vert lumière, violet rouge 4 RS).

Dérivés thiobenzénytiques : Primuline et thioflavines.

Dérivés de la quinoléine et de l'acridine : Jaune et rouge de quinoléine, jaune et orangé d'acridine.

Dans la classe des *azoïques* les seuls colorants fluorescents sont ceux qui

---

[1] Séance du 25 février 1929.

[2] Bayle, Fabre et George, *Bull. Soc. chim.*, 37, 1925, p. 108. — Audrant, *Bull. Soc. chim.*, 44, 1928, p. 203. — Lumière et Seyewetz, *Bull. Soc. chim.*, 37, 1925, p. 700. — Meunier et Bonnet, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 465.

proviennent de la diazotation et de la copulation de matières colorantes déjà fluorescentes. Les colorants *nitrés* sont dépourvus de cette propriété.

En étudiant les dérivés halogénés de la fluorescéine, on observe une diminution de fluorescence dépendant du nombre d'halogènes substitués et de la nature de ces halogènes, cette diminution étant croissante du chlore à l'iode. On remarque une action, dans le même sens, très marquée pour le groupement NO^2 et plus faible pour le groupement OH.

La fluorescence est perceptible pour une très grande dilution qui peut atteindre 1 millionième. Les concentrations comprises entre $\frac{1}{20\,000}$ et $\frac{1}{200\,000}$ semblent le mieux convenir à l'observation des solutions, l'intensité de fluorescence diminuant à mesure que l'on augmente la concentration.

Pour un même colorant, la fluorescence varie suivant le solvant employé. Certaines substances minérales (halogènes et halogénures alcalins, $Cr^2O^7K^2$, MnO^4K, NO^3Ag) atténuent ou détruisent même complètement la fluorescence.

C. Examen des fibres teintes. — La fluorescence d'une fibre teinte est perceptible même dans le cas de nuances très claires, mais elle diminue très rapidement d'intensité à mesure que la quantité de colorant fixe augmente. En irradiant les colorants fixés sur les fibres suivantes : laine, viscose, soie, coton, papier, acétylcellulose, on constate que la couleur de la fluorescence varie avec la nature de la fibre.

Les fibres non teintes possèdent généralement une légère fluorescence propre dont il convient de tenir compte. Certains traitements que l'on fait subir aux fibres, comme le tannage pour mordancer le coton, peuvent détruire la fluorescence.

D. Examen des solutions de démontage. — Les solutions obtenues par démontage du colorant fixé sur une fibre peuvent être utilisées pour caractériser les matières colorantes fluorescentes, les produits employés pour le démontage ne modifiant sensiblement pas la fluorescence. Si le colorant est fixé sur coton tanné, le démontage alcalin, dissolvant le tannin, détruit la fluorescence.

Conclusions. — Les observations précédentes ne constituent pas une méthode analytique pour colorants, mais sont utilisables au cours de l'analyse qualitative, par comparaison avec des types connus de matières colorantes, au même titre que les autres méthodes physiques ou chimiques.

MINÉRALOGIE. — *Sur la structure de l'uraninite cristalline du Katanga (Congo Belge).* Note [1] de MM. **Assar Hadding** et **René van Aubel.**

L'un de nous a récemment décrit [2] des cristaux d'uraninite provenant du gîte de Kasolo (Katanga).

A Kasolo, l'uraninite est le minéral *primaire* — fort rare — dont dérive, par remaniement ascendant, la pechblende cryptocristalline — minerai habituel de ce gisement.

Il nous a paru intéressant d'étudier la structure de cette uraninite, par la méthode röntgenographique de P. Debye.

L'anticathode utilisée était en fer. Caractéristiques du courant : 65 kilovolts, 3 milliampères. Durée d'exposition : 20 minutes. Diamètre du film : 50^{mm}.

Un peu diffus, le diagramme obtenu n'a présenté aucune difficulté d'interprétation.

L'uraninite congolaise est cubique. Son réseau cristallin est celui d'un cube à faces centrées. La constante du réseau, c'est-à-dire la longueur des côtés du cube ou la distance entre deux faces parallèles, est 4,67 Å ($4,67 . 10^{-8}$ cm).

Dans le tableau ci-dessous, i représente l'intensité des raies spectrales; d la distance de ces raies, à partir du centre du spectre; d_c cette dernière distance, compensée et corrigée; φ le complément de l'angle d'incidence.

i.	d.	d_c.	φ.	$\sin^2\varphi$.	$R = \frac{\sin^2\varphi}{h^2+K^2+l^2}$.	(hkl).
3.......	33,4	31,6	18°.9′	970	323	(111)
6.......	38,4	36,6	21.1	1286	429	(111)
4.......	40,6	38,8	22.17	1438	359	(200)
5.......	45,3	43,7	25.6	1799	450	(200)
1.......	49,0	47,4	27.12	2089	418	(210)
5.......	54,3	52,8	30.20	2551	425	(211)
2.......	57,7	56,3	32.20	2861	356	(220)
5.......	64,1	62,8	36.4	3466	433	(220)
3.......	67,6	66,4	38.7	3810	423	(221) (300)

(1) Séance du 25 février 1929.

(2) René van Aubel, *Sur la présence d'uraninite cristalline dans les gîtes uranifères de Kasolo* (Katanga), (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 586).

i.	d.	d_c.	φ.	$\sin^2\varphi$.	$R = \frac{\sin^2\varphi}{h^2+K^2+l^2}$.	(hkl).
2.......	71,0	69,8	40°.5′	.4146	345	(222)
5.......	79,2	78,2	44.53	4980	415	(222)
3.......	81,0	80,0	45.55	5160	322	(400)
7.......	89,0	88,2	50.38	5977	427	(321)
7.......	92,0	91,3	52.25	6280	314	(420)
2.......	99,3	98,7	56.40	6980	436	(400)
8.......	105,7	105,2	60.25	7563	420	(330)
10.......	117,3	116,9	67.5	8484	424	(420)

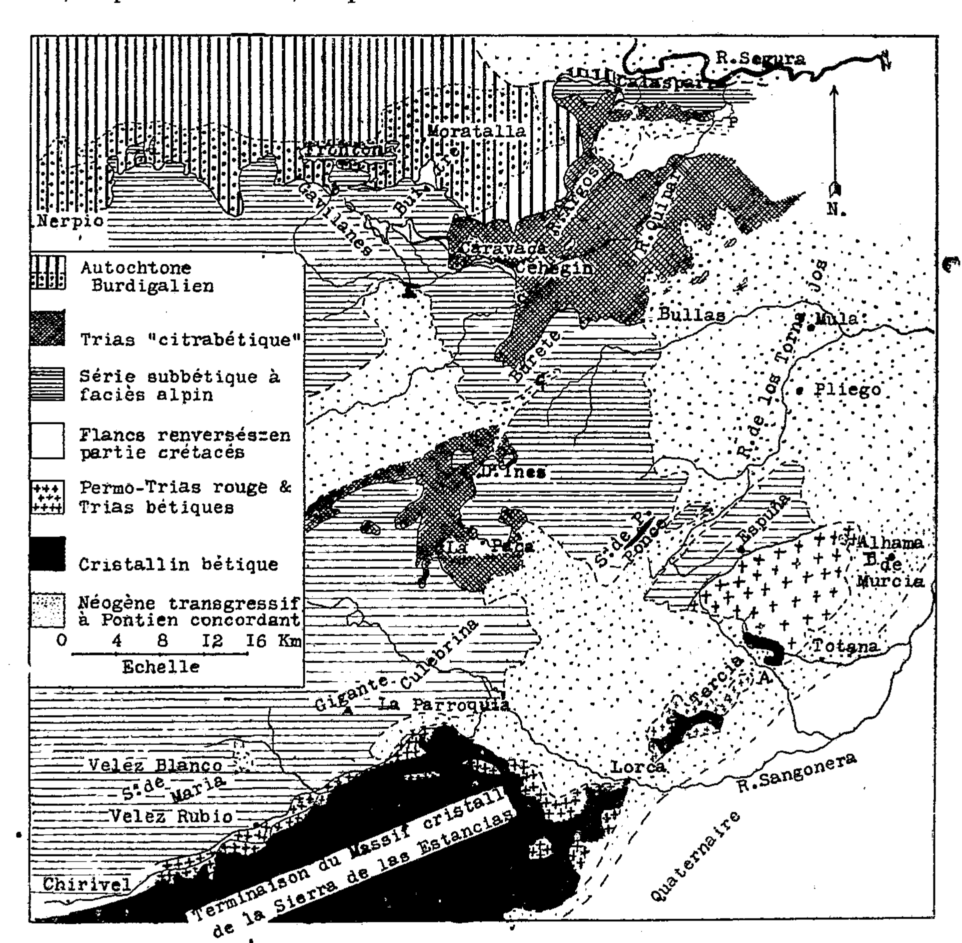
GÉOLOGIE. — *Sur la date des derniers phénomènes orogéniques dans les zones subbétique et bétique à hauteur de Caravaca.* Note de M. **P. Fallot**, présentée par M. Pierre Termier.

La figure ci-après, qui schématise la répartition des unités structurales étudiées sommairement selon la transversale de Caravaca ([1]), y montre l'extension du Néogène. Des Pectinidés, que MM. Depéret et Roman ont eu la bonté de déterminer, permettent d'y dater les derniers épisodes orogéniques.

Le Miocène pris sous le front des chevauchements est le Burdigalien à *Pecten Beudanti* Bast. Les mollasses transgressives, postérieures aux charriages, contiennent à la Cª del Cotoner (C du croquis) *Flabellipecten Besseri* Anduj., *Fl. incrassatus* Partsch, *Æquipecten* cf *scabrellus* Lk; et, au Rincon de Egea (E) *Fl. incrassatus* Partsch, *P. benedictus* Lk, *P. Haueri* Mich., *P. opercularis* Lk, faune indiquant un âge vindobonien. A la Cª Carobera (G), la faune est indéterminée, burdigalienne ou helvétienne. Plus au Sud et dans la zone bétique, ce Néogène, très étendu, enveloppe les plis du Cristallin et entoure en partie l'Espuña. Sa transgression paraît remonter au Burdigalien. En effet, à Alhama, sa base comporte de puissants conglomérats, auxquels font suite des mollasses à *Aequipecten scabrellus* Lk. Ce niveau m'a fourni au Pavos de Alhama (B) *Pecten Paulensis* Font., *P. convexior* Alm. et Bof., *P. Haueri* Mich. La formation est donc nettement burdigalienne. Au haut de la Rª de Lebor (A) près Totana, à d'épais conglomérats succèdent des marnes à gypse, des mollasses, puis des marnes à *Amussium denudatum* Reuss, du Schlier, *A. Badensis* Font., *Flabellipecten incrassatus* Partsch, *Fl. Besseri* Anduj., *Clypeaster portentosus* Desm. La

([1]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 988 et 1150; et 188, 1929, p. 67, 263, 404.

S^a^ Tercia est couronnée de mollasses calcaires plus élevées, mais encore vindoboniennes, à *Chlamys tauroperstriata* Sacc., *Chl. varius* Lk, *P. gloria maris* Dub. Le Vindobonien, sans Burdigalien défini à sa base, se retrouve avec la même constitution vers Lorca, où il supporte le Pontien concordant, et plus à l'Ouest, de part et d'autre de la Sierra de las Estancias.



Ainsi, selon la transversale considérée, le dernier paroxysme orogénique est antéburdigalien dans la zone bétique et, sans doute, dans une partie de la zone subbétique. Les preuves de charriages postburdigaliens sont limitées à une étroite bande frontale, très réduite par rapport à l'ensemble de la chaîne.

Ces faits autorisent un essai d'interprétation.

Les dislocations postburdigaliennes de Majorque et d'Ibiza se placent

dans une zone externe, homologue de celle de Moratalla-Nerpio-Jaen-Cabra. Le Vindobonien transgressif, simplement plissé, de Majorque-Formentera-Alicante-Alcala, la Real-Iznajar, etc., serait homologue de celui des alentours de Caravaca-Bullas.

Les derniers efforts orogéniques dont témoignent, au front, les chevauchements postburdigaliens, sont enregistrés dans les zones internes, peut-être par des discordances dans la série néogène (Totana), et, certainement, après le Pontien, dans l'édifice bétique réduit à l'état de matériel mort, par des ondulations à grand rayon de courbure. Celles-ci ont formé, avant le Pliocène supérieur, les massifs anticlinaux de la S^a Almenara, de la S^a de Carrascoy, de la ligne S^a de las Estancias-S^a Tercia-S^a de Alhama, et ont peut-être accusé le bombement de la S^a Nevada. On peut donc repousser l'hypothèse de Gentil qui voulait, par symétrie avec le Maroc, que le paroxysme orogénique principal fût tortonien en Andalousie.

Ces conclusions montrent dans les charriages subbétiques et bétiques un phénomène très antérieur *aux charriages prérifains qui sont posttortoniens*, et dans les ridements postpontiens bétiques un contre-coup direct des fortes dislocations postsahéliennes du Maroc septentrional.

On est en droit de se demander si l'effort orogénique dont sont nés ces charriages prérifains ne s'est pas heurté à un édifice subbétique et bétique *s. l.*, déjà incorporé au matériel mort européen, en se conformant à son contour et en n'y faisant naître que des ondulations.

GÉOLOGIE. — *L'extension du Crétacé dans la région méridionale du Rif occidental.* Note (¹) de M. **Jean Lacoste**, présentée par M. Pierre Termier.

MM. Mrazec, Yovanovitch (²) et Abrard (³) ont noté des témoins crétacés, épars entre les vallées des Oueds Sebou et Ouergha. M. Daguin (⁴), citant des espèces valanginiennes récoltées chez les Cheragas, a annoncé

(¹) Séance du 25 février 1929.

(²) Yovanovitch, *Le Maroc et ses perspectives en matière de pétrole* (*Revue pétrolifère*, 1, 1922, p. 15-19) et *Levé géologique du Bassin du Sebou.*

(³) R. Abrard, *Sur quelques fossiles du Maroc* (*Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, 22, 1922, *C. R. somm.*, p. 156).

(⁴) F. Daguin, *Contribution à l'étude géologique de la région prérifaine* (*Thèse*, Montpellier, 1927, p. 233-234-235).

l'extension vers le Nord des dépôts crétacés définis par M. Abrard (¹) et par lui (²) dans le Prérif.

Des recherches récentes m'ont fait apparaître le rôle capital joué par ces terrains dans la région méridionale du Rif (Moyen Ouergha).

Ils affleurent fréquemment dans une zone qui s'allonge parallèlement à la vallée de l'Ouergha, au Sud de cet oued, sur une distance de 70^{km} environ, de Mjara à Aïn-Aïcha, et qui se prolonge probablement vers le Nord-Ouest et le Sud-Est, au delà de ces points.

Il est possible de dater ces terrains du Valanginien à l'Albien supérieur.

Le Valanginien est représenté par des calcaires marneux correspondant au Berriasien, et par un faciès nettement bathyal, à fossiles pyriteux des zones supérieures du Valanginien : *Kilianella Roubaudiana* D'Orb., *Neocomites neocomiensis* D'Orb., *Thurmannia Thurmanni* Piet, *Duvalia Emerici* D'Orb., *Lissoceras Grasianum* D'Orb., *Neocomites Teschenensis* Uhl., etc.

A l'Hauterivien appartiennent : *Crioceras* aff. *Duvali* Lev., *Acanthodiscus Vaceki* Neum. u. Uhlig, *Holcostephanus Astieri* D'Orb., *Holcostephanus Atherstoni* Sharpe., etc. et une grande abondance de *Phylloceras* du groupe *infundibulum* D'Orb.

Des formes très variées représentent le Barrêmien, de même faciès bathyal : *Desmoceras Sayni* Paquier, *Parahoplites angulicostatus* D'Orb., *Spitidiscus rotula* Sow., *Aptychus angulicostatus* Piet. et de Lor., *Pulchellia compressissima* D'Orb., *Puzosia Angladei* Sayn., *Silesites Seranonis* D'Orb., *Desmoceras (Barremites) stretiostoma* Uhlig, etc.

En de plus rares gisements existent quelques formes aptiennes : *Macroscaphites striatisulcatum* D'Orb., *Puzosia Melchioris* Tietze (Djebel Amergou), *Puzosia Emerici* Tietze (El Mrakine).

Des calcaires blancs, parfois dolomitiques, formant une crête longue et étroite, orientée NO-SE, sur la rive sud de l'Ouergha, doivent être rapportés à l'Albien. Chez les Slers, ils m'ont fourni : *Puzosia* aff. *mayoriana* D'Orb. *Latidorsella latidorsata* Mich.

Dans la même région, à la base des collines de Beni-Segdene, des marno-calcaires sont datés par *Mortoniceras inflatum* Sow.

Ce terrain crétacé apparaît comme le substratum très plissé de la région comprise entre l'Ouergha et la limite sud des feuilles 6 et 7 de la carte $\frac{1}{100\,000}$

(¹) R. Abrard, *Préliminaires sur la stratigraphie du système prérifain (Maroc occidental)* (*Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4ᵉ série, 21, 1921, *C. R. somm.*, p. 51).

(²) F. Daguin, *Ouvrage cité*, p. 235-265.

(Moulay bou Chta). Chez les Ouled M'Hammed, où il prend toute son ampleur il supporte manifestement les klippes liasiques, au Nord-Ouest d'Aïn-Aïcha.

Ce crétacé qui présente, par ses faciès et ses faunes, de très grandes analogies avec celui d'Algérie et des Baléares, précise l'emplacement de la zone profonde de ce détroit Sud-Rifain dont les dépôts néritiques ont été définis, dans le Prérif, par mes prédécesseurs.

GÉOLOGIE. — *Nouvelles observations sur le Stéphanien du Maroc occidental.* Note de M. **Édouard Roch**, présentée par M. Pierre Termier.

Le Stéphanien fossilifère, dont j'ai déjà mentionné brièvement la présence dans la vallée de l'oued Aït Moussi (¹), est aussi très bien représenté dans la tribu des Ida ou Zal au nord-ouest de Taroudant, sur le flanc Sud du Haut-Atlas.

L'affleurement, que j'ai pu délimiter sur une longueur de plus de 25^{km}, paraît débuter sur la rive droite de l'oued des Aït Makhlouf, il se suit sans interruption vers l'Ouest jusqu'à Tamda, de là passe sous le Permo-Trias du djebel Tkhenkine pour réapparaître dans le lit de l'Aït Moussi en aval de Tirkou. Il se continue peut-être encore plus à l'Ouest dans le pays des Ida ou Tanan sans que l'on puisse à ce sujet émettre autre chose qu'une hypothèse.

Ce Houiller, qui avait été interprété par A. Brives et par L. Gentil, soit comme du Précambrien, soit comme du Dévonien, est partout fossilifère.

J'ai recueilli d'assez nombreux échantillons parmi lesquels MM. Paul Bertrand, P. Pruvost et P. Corsin, que je suis heureux de remercier ici, ont reconnu : *Pecopteris Candollei* Schloth., *P. hemiteloides* Brongnt, *P. Cyathea* Schl., *P. Monyi* Zeiller, etc., et *Anthracomya calcifera* Hind. Cette flore et cette faune indiquent le Stéphanien moyen au moins et peut-être le Stéphanien supérieur.

J'avais observé déjà que ce terrain est concordant avec le Permo-Trias dans la vallée de l'Aït Moussi. Au cours de nouvelles tournées dans le Bled des Ida ou Zal, je puis ajouter :

1° Entre el Mnizla et Talaïnt, dans cet ensemble de ravins que les indi-

---

(¹) E. Roch, *Sur la présence du Stéphanien fossilifère au Maroc occidental* (*Bull. Soc. géol. Fr.*, 4ᵉ série, **27**, 1927, *Compte rendu somm.*, p. 187).

gènes m'ont dit s'appeler Asif Gouariad, j'ai vu, avec une admirable netteté, que le Stéphanien fossilifère dont les couches plongent ici doucement vers le Nord, repose *en discordance stratigraphique* très nette sur les formations hercyniennes (peut-être le Dévonien) redressées à la verticale.

2° Ce Stéphanien, constitué par des conglomérats à ciment verdâtre, des grès verts et des schistes noirs charbonneux, passe *insensiblement*, vers le haut, à des conglomérats pourpres, des grès et des marnes rouges considérés comme permiens par tous les géologues au Maroc.

3° L'épaisseur maxima de ce Stéphanien est difficile à évaluer étant donnés les replis des couches : entre Ferk er Rih et Tamda, elle est certainement supérieure à 200^m. Vers Talaïnt, elle ne dépasse guère 50 à 70^m; enfin, sur les rives de l'oued des Aït Makhlouf, on peut interpréter comme houillers quelques mètres seulement de schistes et de grès verts de la base du Permien, mais je n'ai pas trouvé de fossiles.

Une diminution d'épaisseur semble donc bien manifeste à mesure que l'on s'avance vers l'Est. De plus, ce même Houiller, si bien représenté au pied du Tizi n'Ferk er Rih, ne se retrouve pas au col même, c'est-à-dire à 700 ou 800^m plus au Nord en projection horizontale, car en ce dernier point le Permien ravine directement les formations hercyniennes.

En résumé, le Stéphanien moyen ou supérieur est représenté au Maroc; il est discordant sur le Primaire plissé ; il passe insensiblement et en concordance au Permien rouge à la base duquel il est développé localement en lentilles.

C'est, à ma connaissance, le seul affleurement de Carbonifère de cet âge que l'on connaisse à ce jour, non seulement au Maroc, mais même dans toute l'Afrique du Nord.

Il n'a rien de commun avec le bassin houiller de Djerada récemment découvert par MM. Harroy et Brichant [1], ni avec les couches charbonneuses décrites par MM. L. Moret et L. Neltner [2] dans l'Atlas de Marrakech. Ces formations appartiennent au Dinantien et au Westphalien et sont affectées par le plissement hercynien.

---

(1) J. Harroy et A. Brichant, *Sur la découverte d'un bassin houiller au Maroc oriental* (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 656).

(2) L. Moret et L. Neltner, *Sur le Carbonifère de l'Atlas de Marrakech* (*Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, 29, 1929, *Compte rendu somm.*, p. 14).

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur l'ionisation atmosphérique.* Note de MM. **Ch. Maurain** et **E. Salles**, présentée par M. G. Ferrié.

I. Dans ces dernières années ont été faites de nombreuses mesures des nombres des petits et des gros ions atmosphériques, avec des appareils identiques, d'une part en campagne (Val-Joyeux, S.-et-O.), d'autre part dans Paris (quartier du Val-de-Grâce). D'ailleurs la conductibilité électrique de l'atmosphère a été mesurée régulièrement au Val-Joyeux. Le détail des résultats sera publié ailleurs [1]. Les moyennes générales des nombres d'ions par centimètre cube sont les suivantes :

	Val-Joyeux.	Paris.
Nombre n des petits ions positifs	345	86
Nombre n' des petits ions négatifs	283	70
Nombre N des gros ions positifs	1630	16710
Nombre N' des gros ions négatifs	1610	16700

Ces nombres manifestent que les gros ions sont, en campagne comme en ville, plus nombreux que les petits ions, et que le rapport est beaucoup plus grand en ville qu'en campagne. La faiblesse du nombre des petits ions dans les villes a été signalée par les auteurs, en très petit nombre, qui ont étudié à la fois les petits ions et les gros ions depuis la découverte de ceux-ci par P. Langevin; mais on admet généralement jusqu'à présent pour les nombres moyens de petits ions en pleine campagne des valeurs plus fortes que celles obtenues au Val-Joyeux, environ 700 ou 800. On doit remarquer que dans les appareils ou l'on dénombre par captation les petits ions, de gros ions sont captés en même temps que les petits; quand les dimensions et le débit de ces appareils sont calculés de manière que les conditions de captation de tous les petits ions soient dépassées de peu, le nombre des gros ions captés en même temps est faible, et l'on peut d'ailleurs l'évaluer si l'on fait aussi des mesures de gros ions; il était négligeable dans les mesures effectuées au Val-Joyeux; mais cette cause d'erreur est sans doute intervenue de manière importante dans beaucoup de mesures antérieures, en faisant attribuer au nombre des petits ions des valeurs trop fortes. Il est d'ailleurs possible que

(1) Les mesures à Paris ont été faites par J. Mac Laughlin, qui en a rendu compte à l'Académie (*Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1183 et 1571). Les mesures au Val-Joyeux ont été faites avec la coopération de A. Garoux et J. Ravet.

le régime d'ionisation au Val-Joyeux soit encore influencé par le voisinage de l'agglomération parisienne.

II. Lorsqu'on connaît la conductibilité en même temps que le nombre des ions, on peut calculer la mobilité moyenne de ceux-ci. La conductibilité due aux ions d'un signe, + par exemple, est la somme des conductibilités dues aux petits et aux gros ions, $L = nek + NeK$, k et K étant les mobilités moyennes des deux sortes d'ions et e la charge élémentaire d'électricité. Au Val-Joyeux N est seulement 5 ou 6 fois plus grand que n, alors que k est plusieurs milliers de fois plus grand que K; NeK est donc négligeable devant nek, et la conductibilité se réduit pratiquement à celle due aux petits ions, $\lambda = nek$.

Le calcul de k a été fait d'après les moyennes mensuelles des six mois pendant lesquels les mesures ont été les plus nombreuses; on trouve pour la mobilité des petits ions positifs dans un champ de 1 volt par centimètre $1^{\text{cm}},51$, et pour la mobilité des ions négatifs $1^{\text{cm}},91$; les évaluations antérieures des mobilités des petits ions de l'atmosphère sont notablement plus faibles; celles obtenues ici ne sont pas très différentes des valeurs données récemment par M. Laporte comme conclusions de recherches de laboratoire sur les ions produits par les particules α du polonium, qui sont, pour l'air saturé d'humidité à 12°, 1,47 et 1,79, et pour l'air sec 1,27 et 2,16.

III. On a proposé pour représenter le régime de l'ionisation atmosphérique une formule qui, en supposant pour simplifier égaux les nombres d'ions des deux signes, peut s'écrire (1) $q = an^2 + 2bNn$, où q est le nombre des ions produits par centimètre cube et par seconde, a et b les coefficients de recombinaison, a des petits ions entre eux, b des petits ions et des gros ions, les valeurs adoptées provisoirement étant $a = 1,6.10^{-6}$ et $b = 8,7.10^{-6}$ (1). N étant beaucoup plus grand que n, le premier terme du second membre est généralement faible par rapport au second, et la formule se réduit sensiblement à $q = 2bNn$.

D'après les mesures faites au Val-Joyeux, on constate que le produit Nn présente de grandes variations, de 150000 à 950000; les valeurs correspondantes de q varieraient ainsi de 2,6 à 16,5. La moyenne des valeurs du produit Nn pour toutes les journées de 1927 pendant lesquelles ont été faites des mesures entre-croisées de N et de n est 404600, et la moyenne

---

(1) J.-J. Nolan, Boylan and de Sachy, *Proc. Roy. Irish Acad.*, 37, 1925, p. 1. — J.-J. Nolan and de Sachy, *ibid.*, 37, 1927, p. 71. — P.-J. Nolan and C.-O'Brolchain, *ibid.*, 38, 1928, p. 1.

des valeurs correspondantes de n, $\frac{350+280}{2}=315$. La formule (1) donne alors comme valeur moyenne de q, $q=0,16+7,04=7,2$. L'évaluation de q d'après les mesures faites à Paris donne une valeur environ deux fois et demie plus grande.

Il paraît difficilement explicable que la production d'ions atmosphériques soit d'une part aussi variable en un même endroit, et d'autre part aussi différente en deux endroits peu éloignés l'un de l'autre comme Paris et le Val-Joyeux (distance 24^{km}). P. J. Nolan et O'Brolchain admettent que les particules en suspension dans l'air fixent les produits de désintégration radioactifs, ce qui entraînerait une ionisation plus active dans les villes, où ces particules sont beaucoup plus nombreuses qu'à la campagne. On peut invoquer aussi les ionisations produites dans les combustions (cheminées domestiques et industrielles, moteurs d'automobiles), qui agissent dans le même sens. Mais on peut penser d'autre part que les considérations d'ailleurs très intéressantes sur lesquelles est fondée la formule (1) sont, étant donné l'état actuel des connaissances, seulement approchées, et que les coefficients numériques qui interviennent sont mal connus.

MÉTÉOROLOGIE. — *Recherches sur les perturbations électromagnétiques, sismiques et solaires.* Note de M. **Albert Nodon**, présentée par M. Brillouin.

Des recherches ont été faites depuis deux années environ, par M. Boustos Navarrete, directeur de l'Observatoire del Salto à Santiago de Chile, en utilisant le magnétographe Nodon [dont la description a été donnée antérieurement à l'Académie ([1])]. Les principaux résultats de ces recherches furent les suivants :

Les graphiques provenant du magnétographe, du sismographe et du galvanomètre, ainsi que les graphiques correspondant aux variations de la superficie des facules solaires, indiquent d'étroites relations entre ces divers phénomènes. Les observations électromagnétiques faites au Chili pendant le mois d'avril 1927 ont été particulièrement intéressantes, car elles furent en parfaite concordance avec celles de M. Rothé, chef du service sismologique de France, avec celles de la Société astronomique de Bordeaux, et

([1]) *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1378.

des divers observatoires suivants : del Pilar en Argentine, Mont-Wilson aux États-Unis; de l'Èbre en Espagne. Ces résultats concordèrent avec la formation et les transformations d'un immense groupe au méridien central du soleil, du 13 au 14 avril 1927.

Des champs magnétiques de 1600 à 2400 gauss furent également observés aux mêmes dates au Mont-Wilson dans les foyers solaires. Enfin M. Navarrete enregistra au Chili, le 13 avril 1927 à 23^h50^m, de puissants courants telluriques, dont la force électromotrice atteignit 84 millivolts par kilomètre.

Les graphiques fournis par le magnétographe Nodon pendant les mois d'août, septembre, novembre et décembre 1928 ont également démontré d'étroites relations entre les perturbations électromagnétiques, sismiques et atmosphériques. Les séismes importants paraissent toujours être précédés par de vives oscillations de magnétographe, oscillations présentant un caractère particulier, et une amplitude allant en croissant, jusqu'à une valeur maxima correspondant à une violente secousse sismique.

En résumé, les résultats obtenus à l'Observatoire del Salto confirment la plupart de ceux que j'avais déjà signalés antérieurement ([1]) et démontrent qu'il existe d'étroites relations entre les phénomènes électromagnétiques, sismiques, telluriques, atmosphériques et solaires.

Ces résultats démontrent en outre que les indications du magnétographe sont précieuses pour prévoir les séismes plusieurs heures à l'avance.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence du greffage sur le développement de quelques Papilionacées.* Note de M. **C.-I. Popesco**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

J'ai entrepris depuis quelques années une série de recherches sur la greffe des Papilionacées et sur les variations biologiques consécutives à la symbiose de quelques espèces de cette famille. Les premiers résultats, obtenus au cours de 1925 à Rennes, ont été publiés déjà [C.-I. Popesco, *Recherches sur la greffe* (*Revue bretonne de Botanique*, 1925, p. 137)]. J'ai étendu ces

([1]) *Comptes rendus*, **145**, 1907, p. 1370; **167**, 1918, p. 688; **168**, 1919, p. 282; **178**, 1924, p. 1378; **186**, 1928, p. 942. *Essai d'Astrométéorologie* (Gauthier-Villars, 1920), etc.

recherches les années suivantes à Rennes et je les ai répétées en Roumanie en 1928.

Le 8 mai 1926, je fis 250 greffes entre le Haricot de Soissons à rames, le Beurre nain du Mont d'or et le Noir de Belgique, ainsi qu'entre le Haricot de Soissons et les *Desmodium canadense* et l'*Hedysarum coronarium*. Toutes reçurent les mêmes soins que les témoins dans toutes les périodes de leur végétation.

J'ai remarqué que, chez les témoins, la floraison commença aux dates suivantes : le Soissons et le Noir de Belgique débutèrent le 1er juillet; le Mont d'or, le 2 juillet. Les derniers témoins Soissons et Noir de Belgique commencèrent à fleurir le 15 juillet et le dernier Mont d'or le 20 juillet. Les Soissons greffés sur le Mont d'or fleurirent le 2 juillet et le dernier, le 17 juillet, sur Noir de Belgique, le premier des épibiotes fleurit le 4 juillet et le dernier le 20 juillet. La première greffe du Mont d'or sur Soissons fleurit le 5 juillet; la cinquantième et dernière, le 21 juillet. La première greffe du Noir de Belgique sur Soissons débuta le 4 juillet et la dernière, le 20 juillet. Il y eut donc un léger décalage dans les époques de floraison.

Les variations de couleur des fleurs furent plus frappantes. Le Soissons possède des fleurs jaunes au début qui, au bout de 2 à 4 jours, virent au blanc pur. Celles du Mont d'or et du Noir de Belgique sont d'un violacé légèrement rosé; la teinte du premier est moins foncée que celle du second chez les épibiotes Mont d'or et Noir de Belgique placés sur Soissons, j'ai constaté des différences très sensibles dans le coloris des pétales. Ceux du Mont d'or sont devenus violet rosé aussi foncé que chez les témoins Noir de Belgique. Les pétales du Noir de Belgique greffé sont devenus plus foncés et violacé rouge. A ces modifications du pigment floral correspondait une apparition plus ou moins accentuée d'anthocyane dans l'appareil végétatif aérien qui, chez les témoins, en est en général dépourvu.

Enfin les grappes florales des épibiotes de ces deux races s'étaient allongées, manifestant une tendance très nette à prendre de celles de leur hypobiote Soissons.

La maturité relative des gousses des épibiotes est modifiée également chez les symbiotes par rapport aux témoins correspondants. Ainsi, les témoins Mont d'or et Noir de Belgique ont atteint leur complète maturité entre le 15 août et le 1er septembre; les Soissons, du 1er septembre au commencement de novembre. Les fruits des épibiotes Mont d'or et Noir de Belgique sur Soissons ont atteint leur maturité du 1er au 15 septembre avec un retard de 15 jours sur les témoins correspondants. Chez les Soissons greffés

sur Mont d'or et sur Noir de Belgique au contraire, il y a eu une avance sensible de la maturation puisqu'elle s'est effectuée du 1[er] au 30 septembre.

J'ai répété ces expériences à l'Institut de Botanique de Bucarest en Roumanie. J'ai obtenu des résultats analogues, confirmant mes observations faites à Rennes, avec cette seule différence que la maturité des fruits chez les trois races des Haricots a été plus précoce d'une quinzaine de jours. Cela se comprend, car le climat roumain est plus sec en été que celui de la Bretagne où les pluies sont abondantes.

J'ai en outre observé un autre fait intéressant concernant l'augmentation de la durée de la vie chez certains Haricots greffés par rapport aux témoins. Cette durée est de 3 mois à 3 mois et demi chez les Mont d'or et les Noirs de Belgique et de 5 à 7 mois pour les Soissons qui meurent seulement aux gelées. Greffés sur Soissons, les Mont d'or et les Noirs de Belgique vivent de 3 mois et demi à 4 mois; le Soissons greffé sur Mont d'or ou sur Noir de Belgique ne vit que 4 mois et demi ou 5 mois au plus. Les symbiotes s'influencent ainsi réciproquement.

Les *Desmodium* et *Hedysarum* greffés sur Soissons présentent une coloration plus intense que les témoins, indice d'une variation de leur chimisme. La maturité des fruits et la durée de la vie des *Hedysarum* épibiotes se trouvent retardées d'un mois par rapport à celles des témoins. J'ai remarqué que la partie de la tige de l'épibiote la plus voisine de l'hypobiote et celle qui est insérée dans la fente de celui-ci reste vivante jusqu'à la mort de l'hypobiote.

J'ai remarqué encore que certaines symbioses chez les Haricots favorisent le croisement sexuel; c'est là une question importante sur laquelle je me propose de faire de nouvelles études.

De ces faits on peut conclure que le greffage a une influence considérable sur le développement des symbiotes dans les Papilionacées. Les modifications qu'il provoque se manifestent chez les épibiotes par des variations dans la taille, la couleur et la durée de l'appareil végétatif comme aussi sur la forme des inflorescences, la couleur et la grandeur des fleurs, l'époque de la floraison et sa durée, la précocité relative de la maturation des fruits.

PHYSIOLOGIE. — *Variations comparatives de la teneur du sang en eau et de la résistance globulaire, chez le Cobaye normal et chez le Cobaye soumis à un régime privé de vitamine antiscorbutique.* Note de Mme **L. Randoin** et Mlle **A. Michaux**, présentée par M. E. Leclainche.

L'absence totale et exclusive de vitamine antiscorbutique dans un régime alimentaire produit essentiellement un trouble dans les mécanismes régulateurs qui assurent au sang une constitution normale et un équilibre physicochimique convenable. Si, dans les dernières périodes du scorbut aigu, le taux de certaines substances (cholestérol, sucre libre, calcium) n'a pas sensiblement varié; par contre, la teneur en fer a baissé (fait en rapport avec une hypoglobulie notable), les taux de fibrinogène et d'urée [1] ont subi une importante augmentation, le sang est devenu plus fluide, le sérum est en général plus ou moins laqué.

Nous avons pensé qu'à ces périodes la résistance globulaire ne devait plus être normale; nous avons commencé à en étudier les variations et nous avons déterminé, en même temps, les teneurs du sang en eau, teneurs qui, d'après Mouriquand, Leulier et Michel [2], ne changeraient pas sensiblement, chez le Cobaye, au cours du scorbut expérimental.

Technique. — Ces recherches ont été faites comparativement au moyen de trois lots d'animaux de même sexe (mâle) et de poids moyen :

I. Cobayes recevant une nourriture naturelle complète et équilibrée.

II. Cobayes recevant le régime artificiel complet (à base de farine de haricots cuite que nous avons l'habitude d'utiliser) [3].

III. Cobayes recevant ce même régime, *uniquement dépourvu de vitamine C ou vitamine antiscorbutique*, régime qui provoque inévitablement l'apparition d'un syndrome hémorragique caractéristique et la mort au bout de 28 à 32 jours.

C'est à partir du 11e jour seulement que, à intervalles plus ou moins réguliers, nous avons prélevé, dans chacun des lots, du sang par ponction cardiaque, plus rarement par section des carotides.

Les déterminations de la résistance globulaire ont été faites d'après la méthode des hématies déplasmatisées de Widal et Abrami.

Tous les nombres que nous avons obtenus sont groupés dans le tableau ci-après :

---

(1) Mme L. Randoin et Mlle A. Michaux, *C. R. Soc. de Biologie*, 100, 1929, p. 11; *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1063.

(2) G. Mouriquand, A. Leulier et P. Michel, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 86.

(3) Voir Mme L. Randoin, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 5, 1923, p. 806.

	Teneurs en eau.			*Résistance globulaire.*		
	Pour 100g de sang frais.			La résistance s'étend de :		
Jours.	Régime naturel complet.	Régime artificiel complet.	Régime privé de vitamine C.	Régime naturel complet.	Régime artificiel complet.	Régime privé de vitamine C.
	g	g	g			
11e...	-	-	-	4,5 à 3	-	6,0 à 3,0
12...	80,38	-	81,26	-	-	-
13...	-	80,30	80,75	-	-	-
14...	-	-	-	-	-	-
15...	-	-	-	4,5 à 3	-	4,5 à 3,0 5,0 à 2,5
16...	82,85	..	-	-	-	-
17...	-	81,52	80,64	-	5,0 à 2,0	-
18...	-	-	-	-	-	5,0 à 2,5
19...	-	-	-	4,0 à 2,5	-	-
20...	80,91	-	-	-	-	-
21...	-	82,58	84,49	-	5,0 à 2,5	5,0 à 2,5
22...	-	-	-	-	-	-
23...	-	-	-	5,0 à 3,0	-	-
24...	-	81,48	87,12	-	-	-
25...	-	-	-	-	5,0 à 2,0	4,5 à 1,0
26...	80,58	-	-	-	-	4,5 à 1,0
27...	-	-	87,68	4,5 à 3,0	-	-
28...	-	82,77	91,23	-	-	-
29...	-	-	-	-	-	5,0 à 1,5
30...	-	-	-	5,5 à 2,5	5,5 à 3,0	6,5 à 0,5
31...	-	-	-	-	4,0 à 2,5	-
32...	81,90	80,18	90,81	-	-	-

Résultats et conclusions. — I. Le sang des Cobayes normaux renferme en moyenne 81g,4 d'eau pour 100g de liquide sanguin total (chiffres extrêmes : 80g,18 — 82g,85).

Chez les Cobayes privés de vitamine C, la teneur en eau du sang demeure normale pendant 3 semaines environ, *puis le taux de l'eau s'élève rapidement et finit par atteindre* 91 *pour* 100 *la veille de la mort* (28e-32e jour).

II. Avec les hématies des Cobayes normaux, le *début de l'hémolyse* se produit dans des solutions dont le titre varie de 4 à 5,5 pour 1000, tandis qu'avec les globules des individus scorbutiques, ce début d'hémolyse est obtenu avec des solutions d'un titre variant de 4,5 à 6,5, résultats montrant que les hématies se trouvent dans des conditions chimiques et physico-chi-

miques telles, que la résistance de beaucoup de ces globules est amoindrie.

III. Dans le cas des Cobayes normaux, l'*hémolyse totale* se produit avec des solutions de titre 3, 2,5 et 2. Avec les hématies des Cobayes privés de vitamine C, on obtient l'hémolyse totale dans les mêmes conditions pendant 3 semaines environ, puis la résistance d'une certaine catégorie de globules augmente singulièrement : de 2,5 elle passe à 1 et atteint même 0,5 (30e jour), Nous voyons dans ce fait une conséquence des hémorragies caractéristiques de la fin du scorbut aigu : l'augmentation de la résistance maxima serait en rapport avec l'abondance, dans le sang, de globules très jeunes, plus résistants que les autres; elle serait le signe d'un essai de régénération sanguine.

IV. Cette *étendue des variations de la résistance globulaire chez le Cobaye scorbutique :* de 6,5 à 0,5 (au lieu de 5,5 à 2) montre nettement que le scorbut aigu est une avitaminose caractérisée par l'étendue des lésions sanguines.

BIOLOGIE. — *Sur la biologie et les particularités de l'appareil respiratoire d'un Isopode saharien :* Hemilepistus Reaumuri *Aud. et Sav.* Note de Mlle **M.-L. Verrier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Ce Cloporte, voisin des Cloportes (*Porcellio* et *Oniscus*) de nos pays, est fréquent dans le nord de l'Afrique et plus spécialement dans les régions désertiques. Décrit, d'une façon sommaire, par Audouin et Savigny (1) il a attiré l'attention de quelques naturalistes voyageurs [Budde-Lund (2), Simon (3), Vandel (4)] qui l'ont observé en des lieux particulièrement arides, enfoui dans des terriers; mais, nous ne possédons encore aucune étude étendue sur la morphologie et l'éthologie, *a priori* extraordinaire de ce Crustacé.

---

(1) Audouin et Savigny, *Explication sommaire des planches de Crustacés de l'Égypte et de la Syrie*, 22, Paris, 1927.

(2) G. Budde-Lund, *Crustacea Isopoda terrestria per familias et genera et species descripta* (*Hauniae*, 1885, p. 156).

(3) E. Simon, *Étude sur les Crustacés terrestres et fluviatiles recueillis en Tunisie.* (*Exploration scientifique de la Tunisie*, Paris, 1885).

(4) A. Vandel, *Un cloporte qui se creuse un terrier* (*Bull. Soc. zool. Fr.*, 49, 1924, p. 469).

Un certain nombre d'exemplaires vivant au Vivarium du Muséum de Paris m'ont permis des observations sur les mœurs et les dispositions morphologiques qui permettent à l'animal de vivre dans les milieux secs qu'il fréquente et où la présence d'un Crustacé paraît difficile à expliquer.

L'*Hemilepistus Reaumuri* ne vit pas normalement dans des terriers comme pourraient le faire croire les affirmations des auteurs cités plus haut. Sur un sol sec ou légèrement humide, à une température inférieure à 30°, il se tient à la surface, se déplace avec activité, se montre bien moins obscuricole que les Cloportes de nos régions. Si la température du substrat s'élève, l'animal s'immobilise d'abord, puis se comporte de deux manières différentes selon qu'il se trouve sur un sol sec ou sur un sol humide. Sur un sol sec, il cherche à fouir, mais seules les pattes antérieures participent à ce mouvement. Plusieurs individus peuvent se réunir pour creuser en un même point. Le fouissement commence dès que la température du substrat atteint 35°.

Sur un sol humide l'animal demeure immobile et résiste à des températures de 45° et plus. Le déterminisme du fouissement paraît donc être l'influence de l'humidité. J'ai déjà dit que l'animal ne fuyait pas la lumière : le sens visuel paraît avoir chez lui un rôle très limité; un individu à yeux vernis se meut comme un individu normal; le comportement, d'une manière générale, est à dominance tactile.

Un autre point, le plus intéressant de la biologie de cet animal, est sa résistance à la sécheresse et à l'asphyxie : il peut vivre cinq ou six jours en milieu très sec à la température de 25° environ, il résiste à une immersion de 1 heure et demie dans l'alcool à 95°. Ces constatations devaient nécessairement attirer l'attention sur la morphologie des organes de la respiration.

On admet que les Isopodes terrestres possèdent des pattes abdominales dont une partie au moins est creusée de cavités ramifiées où l'air pénètre et où se font les échanges respiratoires.

De semblables dispositions se retrouvent chez *Hemilepistus Reaumuri*, mais seules les pattes antérieures possèdent des chambres à air et encore ces chambres, comparativement à la taille de l'animal, sont-elles trois fois environ plus réduites que ne le sont celles des *Oniscus* et des *Porcellio*. De plus, ces organes paraissent avoir un rôle respiratoire faible : si l'on place sur un sol humide quelques *Hemilepistus* et quelques *Porcellio*, dont les pattes abdominales ont été enduites d'une couche de vernis qui les isole du milieu ambiant, on constate que les *Porcellio* sont tous morts au bout de 20 heures au maxi-

mum, tandis que les *Hemilepistus* conservent leur activité, comme à l'état normal, pendant une semaine au moins.

Un examen attentif des différentes régions du corps d'*Hemilepistus* montre les dispositions suivantes : la cavité buccale est bien développée, les maxillipèdes à endopodite large l'isolent du milieu extérieur, et chaque pièce buccale (maxillipèdes et maxilles) possède à sa base un prolongement membraneux, sorte de sac, dont la hauteur atteint l'extrémité libre de chaque pièce masticatrice. Ces sacs se gonflent an contact de l'eau sur l'animal vivant. Après la mort, ils s'aplatissent contre les pièces masticatrices et sont difficiles à voir.

Ils paraissent par leur disposition et leur morphologie se rapprocher des sacs aériens connus depuis longtemps chez les Crabes terrestres, et avoir, comme eux, un rôle important dans la respiration. La suppression de deux d'entre eux est suivie de la mort de l'animal au bout de quelques heures, bien que la température et l'état hygrométrique du milieu n'aient pas été modifiés. Enfin un *Hemilepistus* maintenu pendant quelques heures en milieu sec, puis transporté sur un sol humide, met immédiatement sa tête au contact avec le substrat ; une goutte d'eau placée auprès est aussitôt bue.

J'ai constaté la présence de ces sacs membraneux dans la cavité buccale des *Porcellio*, mais ils sont moins développés.

Ainsi *Hemilepistus Reaumuri*, dont la morphologie générale rappelle de près, les dimensions mises à part, celle d'un *Porcellio* ou d'un *Oniscus*, se comporte (fouissement, vie à la lumière, à la chaleur) d'une manière différente de celle de ces derniers. Il est intéressant de noter que les différences d'habitat ont déterminé chez ces animaux des variations plus sensibles dans leur éthologie que dans leur morphologie. Enfin l'étude de cet Isopode nous a révélé des dispositions de l'appareil respiratoire qu'il serait intéressant de rechercher chez d'autres Crustacés du même groupe.

BIOLOGIE. — *Action à distance du* Bacterium tumefaciens *sur le développement de l'œuf d'Oursin (nouvelles expériences).* Note de M. **J. Magrou**, Mme **M. Magrou** et Mlle **F. Choucroun**, présentée par M. F. Mesnil.

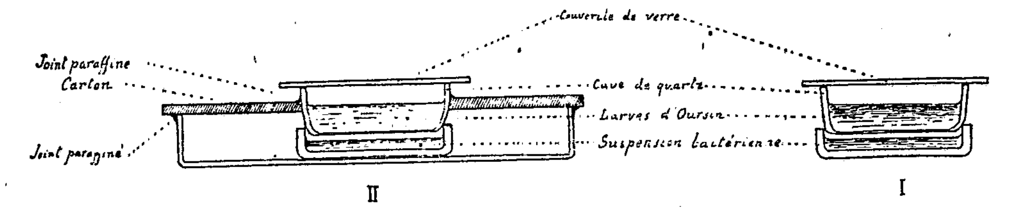
Dans une Note antérieure (¹), deux d'entre nous ont montré que des œufs d'Oursin, séparés par une plaque de quartz d'une suspension de *Bacterium*

(¹) J. Magrou et Mme M. Magrou, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 802.

tumefaciens, peuvent donner des larves aberrantes (*pluteus* opaques, à bras courts ou sans bras, au lieu de *pluteus* transparents, élancés, à bras longs, selon les photographies publiées dans la même Note), alors qu'aucune action ne se produit si c'est une plaque de verre qui forme séparation. Ces expériences, répétées à plusieurs reprises avec des résultats dans l'ensemble concordants, paraissaient favorables à l'hypothèse d'une action exercée à distance par les bactéries.

Nous avons repris ces recherches en multipliant les lots témoins et exposés et en améliorant les conditions de symétrie.

Des œufs de *Paracentrotus lividus*, *d'une même ponte*, sont répartis, aussitôt après avoir été fécondés *par un même sperme*, dans de petits cristallisoirs de $3^{cm},5$ de diamètre, soit en quartz d'une pièce, à fond plan, soit formés par un anneau de verre scellé à la paraffine sur glace de quartz. Comme précédemment, ces récipients sont posés sur des cuves de même diamètre contenant une suspension épaisse de *B. tumefaciens* en bouillon nutritif (schéma I). Même, en certaines expériences, et pour éliminer toute possibilité d'action chimique, nous avons isolé les larves des produits volatils éventuellement émanés des bactéries (lesquels, au surplus, auraient aussi bien agi sur les témoins exposés en cuve de verre aux microbes), en enchâssant à la paraffine la cuve de quartz dans un carton également scellé à la paraffine sur une boîte de Petri contenant la cuve à suspension bactérienne (schéma II).



Des œufs témoins, de même origine que les exposés, sont placés dans des cuves de verre posées (10 pour 100 des témoins) ou non (77 pour 100) sur la suspension bactérienne, ou même dans des cuves de quartz identiques aux précédentes mais non exposées au *B. tumefaciens* (13 pour 100). Témoins et exposés étaient mis dans les mêmes conditions d'éclairement, d'aération et de température, dans une étuve réglée, selon les expériences, à 21, 22 ou 23° (température jugée, d'après les essais antérieurs, plus favorable que la température ordinaire du laboratoire).

Dans ces conditions, les témoins (31 répartis en 4 expériences) ont donné

en 48 heures de beaux *pluteus* normaux. Dans le même temps, parmi les 32 lots exposés, 17 (soit 53 pour 100), dont 6 en cuve de quartz selon le schéma II, ont donné des larves aberrantes, opaques, sans bras; 4 (soit 12,5 pour 100), dont 2 en cuve de quartz selon le schéma II, ont donné des *pluteus* à bras courts; mais 10 (soit 31 pour 100), dont 0 selon le schéma II, paraissent s'être développés normalement. Enfin dans un lot traité, toutes les larves ont succombé. L'examen histologique, fait pour des lots des deux sortes, a confirmé les constatations antérieures (développement plus abondant du mésenchyme chez les larves aberrantes; des photomicrographies ont été données).

Bref, les expériences ici rapportées renforcent manifestement nos conclusions précédentes, restant à comprendre à quoi tiennent les irrégularités qui subsistent encore.

L'hypothèse que les bactéries agissent par un rayonnement traversant le quartz et non le verre conduirait à penser que ces bactéries impressionnent la plaque photographique : nous n'avons pu déceler, malgré des poses de 48 heures, aucune action de ce genre.

Nous avons cependant recherché si les rayons ultraviolets agissent comparablement sur le développement de l'œuf d'Oursin. A cet effet, des œufs fécondés, en cours de développement, ont été, les uns réservés comme témoins (42 lots), les autres (52 lots) exposés, au moyen d'un monochromateur Zeiss, à diverses radiations échelonnées entre 3300 et 1990 angströms (raies de Al, Zn, Cd, Cu). Cette irradiation, prolongée seulement pendant quelques minutes, a généralement déterminé la production de formes aberrantes analogues à celles obtenues en présence du *B. tumefaciens*. L'action paraît plus faible quand l'irradiation se fait au stade *gastrula*. Elle paraît se renverser quand la durée d'irradiation se prolonge. La multiplicité des radiations actives exigera des expériences beaucoup plus nombreuses avant qu'on puisse obtenir des conclusions définitives sur ce genre d'action, peut-être, au reste, différent de celui du *B. tumefaciens*.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Cycle autogène d'attente et générations hivernales suractives inapparentes chez le Moustique commun*, Culex pipiens *L.* Note de M. E. **Roubaud**, présentée par M. F. Mesnil.

Le Moustique commun, *Culex pipiens* L., hiverne habituellement dans nos régions à l'état de repos complet dans des locaux abrités, mais à basse

température. Les mâles disparaissent à l'automne; les femelles passent seules l'hiver, sans sucer le sang et sans se reproduire. J'ai montré que, chez ces femelles hivernantes, l'état de repos n'est pas provoqué par le froid, mais qu'il correspond à une asthénie spécifique frappant normalement les individus des générations d'arrière-saison. *Fécondées*, mais *infécondes*, ces femelles doivent subir un long temps de repos à basse température avant de récupérer leur activité normale. Prématurément placées à la chaleur, elles meurent sans développer leur ponte. La fécondité n'est rétablie chez elles, avec les aptitudes à la succion du sang, qu'au printemps, lorsqu'elles ont subi durant tout l'hiver les effets réactivants de la cure hypothermique.

Ce cadre de phénomènes peut être considéré comme le plus habituel pour notre Moustique. Mais les observations nouvelles relatées dans cette Note montrent qu'il ne correspond pas à une règle constante. En dehors du cycle *hétérodyname* caractérisé par l'inertie hivernale obligatoire des femelles, il peut exister aussi un cycle *homodyname*, dans lequel l'activité génératrice des deux sexes se maintient toute l'année à la faveur des circonstances biologiques très spéciales que je vais développer.

Dans une cave parisienne, chauffée tout l'hiver au-dessus de 20°C., j'ai observé de novembre à février un développement continu du Moustique. A la faveur d'une nappe d'eau permanente, des pontes, des larves de tous stades, des éclosions imaginales furent constatées sans interruption à toute époque de l'hiver. Mâles et femelles étaient présents en permanence, mais, en aucun cas, il ne fut noté de femelles gorgées de sang. Un élevage de ce *pipiens* thermophile, actif l'hiver, fut transporté en janvier dans un box de l'Insectarium de l'Institut Pasteur. Il a continué à s'y maintenir, en activité constante, à 20-25°. Des observations biologiques curieuses ont pu être faites, inédites pour les Culicides, et qui font ressortir l'imperfection de nos connaissances sur le plus fréquent et le plus banal d'entre eux.

Le *pipiens* thermophile parisien représente une race physiologique *suractive*, apte non seulement à triompher de l'asthénie hivernale coutumière, mais encore à développer *per se* sa descendance, sans faire appel à aucun emprunt alimentaire extérieur. Mâles et femelles peuvent se maintenir et se reproduire sans besoins autres que ceux d'une humidité constante; un *hygrotropisme* très accusé les ramène en permanence au voisinage immédiat des nappes d'eau.

Déjà 48 heures après l'éclosion, chez les femelles maintenues sans nourriture, les ovules se montrent en voie de développement, et des pontes peuvent survenir dès le 5ᵉ jour. Les générations d'hiver se succèdent ainsi sans arrêt grâce à ce cycle *autogène* de reproduction rapide, les ailés puisent dans leur

organisme propre les ressources nécessaires à la ponte, sans prendre au dehors de sang, ni aucun liquide organique compensateur.

Cette propriété de reproduction autogène est une nouveauté chez les Culicides, pour lesquels, dans l'immense majorité des cas, l'hémophagie paraît indispensable à la ponte et ne peut être qu'exceptionnellement suppléée par une autre alimentation organique [1].

Dans les conditions du développement autogène, les nacelles ovigères sont petites et fragmentaires. La vie des ailés sacrifiés aux nécessités reproductrices est réduite à quelques jours. Les femelles disparaissent rapidement après avoir émis leur ponte, et l'existence des générations, se passant en majeure partie à l'état larvaire, devient en quelque sorte inapparente.

Les recherches à l'Insectarium ont montré que le cycle de reproduction autogène représente essentiellement pour l'espèce un *cycle d'attente hivernal*. Celui-ci cesse dès que le Culex peut faire retour à des habitudes d'hémophagie normales.

Le *pipiens* autogène parisien s'est révélé d'emblée très électivement *ornithophile*. Peu agressif à l'égard de l'homme, presque indifférent pour les petits mammifères, il attaque immédiatement les volailles. Tandis qu'un lapin placé pendant 6 jours et 6 nuits au contact d'une centaine de femelles n'a été piqué que par une seule d'entre elles, 90 pour 100 de la population s'est gorgée en une seule nuit sur une poule placée dans les mêmes conditions.

Les Moustiques ramenés à l'hémophagie par un premier repas de sang sur poule développent ensuite une agressivité plus marquée à l'égard de l'homme. Les nacelles ovigères chez les femelles nourries de sang reprennent des dimensions normales. Le cycle autogène correspond donc à une adaptation temporaire curieuse au confinement hivernal dans lequel l'insecte, ne pouvant se répandre librement au dehors à la recherche d'hôtes favorables, doit maintenir pendant un temps son espèce par ses propres moyens.

En résumé, il ressort de ces données que *C. pipiens* peut présenter deux modes biologiques différents d'adaptation à l'hiver. Dans l'un, c'est le froid qu'il utilise pour mettre au repos les femelles pondeuses et leur assurer, à la bonne saison, une activité de ponte renouvelée; dans l'autre, c'est à la chaleur constante qu'il fait appel, pour développer dans ses générations une

---

(1) T. W. Kirkpatrick (1925) relate l'observation faite en Égypte par Kasim Effendi d'un *C. pipiens* ayant déposé une ponte fertile (un seul cas sur un grand nombre d'individus) sans avoir absorbé autre chose que des sucs végétaux.

suractivité métabolique telle qu'elle leur permet, grâce à une multiplication ininterrompue, sans nourriture, de faire franchir à l'espèce la période défavorable.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *L'ammoniaque du sang humain à l'état normal et dans les états pathologiques.* Note (¹) de MM. **Marcel Labbé**, **F. Nepveux** et **Hejda**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le dosage de l'ammoniaque dans le sang a été l'objet de nombreuses recherches dans ces dernières années. Les anciens auteurs Nencki et Zaleski, Biedl et Winterberg avaient trouvé des chiffres d'ammoniaque sanguine élevés variant de 20 à 50^{mg} par litre. Ces chiffres élevés tenaient à ce que, par leurs techniques, une partie de l'ammoniaque provenant de l'hydrolyse de l'urée et des acides aminés se trouvait dosée en même temps que l'ammoniaque des sels ammoniacaux.

Folin et Denis, Nash et Benedict ont repris les recherches avec une technique plus précise et ont obtenu des chiffres d'ammoniaque sanguine variant chez l'homme normal de 0^{mg},6 à 1^{mg},10 pour 1000. Parnas et Heller, avec une technique qui nous paraît encore meilleure (²), ont eu des chiffres voisins de 0^{mg},2 pour 1000 chez le sujet normal au repos et de 0^{mg},4 pour 1000 après un exercice musculaire. Fontes et Yovanovitch sont allés jusqu'à nier la présence d'ammoniaque dans le sang (³).

Nous avons repris l'étude de l'ammoniémie en appliquant la technique de Parnas et Heller (collection du sang sous l'huile de paraffine, déplacement de l'ammoniaque sous vide, à 25°, par une solution alcaline de pH 9,2). Nous avons vérifié la valeur de la technique adoptée en ajoutant au sang des quantités connues d'ammoniaque; l'erreur calculée est de 1,5 pour 100 par défaut.

En effectuant le déplacement de l'ammoniaque du sang, 30 minutes après sa prise de sang, voici les taux d'ammoniaque, exprimés en milligrammes par litre, que nous avons obtenus chez les sujets sains : 0,48; 0,72; 0,40; 0,36; 0,30; 0,58; moyenne : 0,47. Nos chiffres sont plus

(¹) Séance du 25 février 1929.

(²) *Biochem. Zeits.*, 152, 1924, p. 1-28, résumé dans *C. R. Soc. Biol.*, 91, 1924, (II), p. 706-709.

(³) *Bull. Soc. Chim. biol.*, 7, 1925, p. 1044-1055.

élevés que ceux publiés par Parnas et Heller; ils sont du même ordre que ceux indiqués par Adlersberg et Taubenhaus ([1]).

Le taux si faible de l'ammoniaque sanguine laisse difficilement comprendre les éliminations urinaires beaucoup plus élevées d'ammoniaque. Partant de là, Nash et Benedict ont pensé que l'ammoniaque urinaire ne venait pas d'une simple filtration rénale mais résultait d'une fabrication par le rein, en rapport avec la nécessité d'épargner les bases fixes du sang et de maintenir l'équilibre acide-base dans les limites normales.

L'origine chimique de l'ammoniaque fabriquée par le rein est discutée. Pour les auteurs américains, cette base provient de l'urée; pour Milheiro, elle est fabriquée aux dépens des acides aminés. Mais les expériences de perfusion du rein, réalisées par Justin Besançon et Henri Benard ([2]) avec des solutions d'urée et d'acides aminés (glycocolle) contredisent ces hypothèses. Nous nous rallions à la conception d'Adlersberg et Taubenhaus suivant laquelle l'ammoniaque se produit aux dépens d'une substance ammoniogène dont la nature reste à déterminer.

Nous avons recherché la teneur du sang en ammoniaque au cours de certains états pathologiques : cirrhoses, ictères, diabètes compliqués d'acidose, tuberculose pulmonaire.

Dans 5 cas de *cirrhose du foie* l'ammoniaque a varié de $0^{mg},30$ à $1^{mg},06$. moyenne : $0^{mg},56$ pour 1000.

Dans 4 cas *d'ictère* elle a varié de $0^{mg},32$ à $0^{mg},80$; moyenne : $0^{mg},55$ pour 1000.

Dans 5 cas de *diabète avec acidose moyenne* l'ammoniémie a oscillé entre $0^{mg},32$ et $0^{mg},60$; moyenne : $0^{mg},43$ pour 1000.

Ainsi, même dans des états pathologiques où l'on observe souvent un trouble dans le métabolisme de l'azote, et où l'ammoniurie est fréquente, le taux de l'ammoniaque du sang ne s'élève pas et reste très voisin de la normale.

Il n'en est pas de même dans la *tuberculose pulmonaire*. Ici, il y a une élévation de l'ammoniémie. Celle-ci est d'autant plus élevée que la gravité et l'étendue des lésions pulmonaires sont plus accusées.

Dans les cas de tuberculose pulmonaire où la radiographie montre des lésions peu étendues, le taux de l'ammoniaque est un peu supérieur à la normale : $0^{mg},96$; $1^{mg},20$; $1^{mg},7$; moyenne : $1^{mg},09$ pour 1000. Lorsque les

---

([1]) *Arch. f. exper. Pathol. u. Pharmak.*, **121**, 1927, p. 35 et suiv.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, **100**, mars 1929 (sous presse).

lésions tuberculeuses sont *bilatérales et très étendues*, l'ammoniémie atteint des valeurs de 4,20; 3,40; 3,50; 2,08; 2,10. Moyenne : $3^{mg},05$ pour 1000.

Il est impossible de donner une explication satisfaisante de cette hyperammoniémie; Parnas et Klisieki invoquent l'état d'asphyxie lente consécutive aux lésions pulmonaires, en rapport avec une acidose gazeuse. Il ne nous semble pas que le déséquilibre acide-base soit l'unique cause de l'élévation de l'ammoniémie, puisque nous savons que les grands états d'acidose ne s'accompagnent pas d'hyperammoniémie. L'insuffisance fonctionnelle de certains organes comme le foie peut être mise en cause, mais la preuve n'en a pas été donnée jusqu'à présent.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches biochimiques sur la spécificité et les transformations des protides du plasma sanguin.* Note [1] de M. **H. Bierry**, présentée par M. A. Desgrez.

On admet que la vie des êtres vivants se constitue par l'évolution chimique des substances contenues dans les plasmas, des albumines, en particulier; cependant, le problème de la genèse et de l'évolution des protides hématiques n'a guère retenu l'attention des chercheurs.

On admet également que ces albumines sont spécifiques, mais sans preuves biochimiques, uniquement pour des raisons empruntées à l'étude des propriétés des humeurs : phénomène d'anaphylaxie, formation de précipitines, etc.

Dans la composition des protides du plasma sanguin, il y a, comme je l'ai signalé, un élément ou un groupe d'éléments qui varie constamment avec les espèces et les individus, auquel on peut associer un caractère biochimique. En effet, si les glucides existent, dans les plasmas artériel et veineux de l'homme et des animaux, à l'état libre, ils existent aussi à l'état de combinaison; leur présence, dans ce dernier cas, ne peut être manifestée qu'après scission de la molécule complexe qui les contient. Ce sont les protéides du plasma qui renferment ce ou ces groupements glucidiques : *sucre protéidique* (Bierry, A. Ranc et L. Fandard).

Divers modes de clivage permettent de rompre ces combinaisons protéidoglucidiques : les acides minéraux étendus et chauds, en particulier; les hexoses réducteurs libérés (mannose, glucose) deviennent dosables par les procédés ordinaires.

---

[1] Séance du 25 février 1929.

Le sucre protéidique existe en proportions variables dans les albumines des divers plasmas; on peut donc établir des rapports entre ce sucre et la teneur en carbone ou en azote des protéides, teneur qui sert à évaluer globalement ces substances : $\frac{\text{C. protéidique}}{\text{Sucre protéidique}}$ et $\frac{\text{N. protéidique}}{\text{Sucre protéidique}}$ (Bierry et Vivario). D'une part, l'étude de ces rapports conduit à envisager une structure différente des protides du plasma sanguin chez les différentes espèces animales; d'autre part, l'examen des variations du sucre protéidique permet de suivre les changements de ces mêmes protides.

Des variations importantes du sucre protéidique s'observent, chez l'animal, soit après injection d'adrénaline (Bierry, Rathery et Levina), soit après injection d'insuline (Bierry, Rathery, et Kourilsky). Ces deux sortes d'expériences montrent que l'*équilibre glycémique total* est placé sous la dépendance des mécanismes régulateurs de l'adrénalinosécrétion et de l'insulinosécrétion. Des changements se manifestent également dans le taux du sucre protéidique, au cours de l'inanition et de l'hibernation.

On peut aussi provoquer des variations de ce sucre protéidique par injection à l'animal, soit de glucides, soit de protides. A cet effet j'ai utilisé : le *d*-mannose ou les peptones.

1° Le mannose, en solution isotonique dans l'eau distillée était injecté, en assez grande quantité et très lentement dans la saphène, à des chiens. Les dosages étaient pratiqués sur le plasma artériel, avant l'injection, 3 heures et 24 heures après. Dans ces conditions le taux du sucre protéidique subit une augmentation;

2° Les injections de peptone (20^{cm^3} de solution de peptone de Witte à 10 pour 100) ont été faites, chez le lapin, dans la cavité péritonéale. Voici rapportée, comme exemple, une de mes expériences (les microdosages ont porté également sur le plasma artériel) :

	Sucre libre pour 1000 de plasma.	Sucre protéidique pour 1000 de plasma.
	g	g
Avant injection	1,70	1,10
2 heures après	1,40	0,85
34 heures après	1,60	1,20

Ici le sucre protéidique baisse d'abord, pour revenir ensuite à un taux supérieur au taux primitif.

La constitution des albumines peut donc varier. L'existence d'un groupement hydrocarboné dans les protides hématiques, que l'on retrouve chez

l'animal nourri de protides dépourvus de ce groupement sucré ou ne recevant aucune nourriture, prouve que l'organisme dispose de ressources variées pour assurer à son plasma sanguin une teneur suffisante en albumines adéquates. Si ce plasma se présente à l'analyse comme formé des mêmes substances fondamentales en qualité et en quantité sensiblement constantes, c'est que des mécanismes régulateurs délicats et perfectionnés en règlent étroitement la composition, mais il ne faut voir là qu'une apparente fixité. Les protides plasmatiques eux-mêmes doivent être considérés non comme des blocs rigides, mais comme des assemblages plastiques dont la stabilité est réglée par des équilibres réciproques; ils sont appropriés, par cela même, à leur rôle, dans les mutations incessantes de l'organisme.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'action photochimique de stérols de diverses origines*. Note de MM. **L. Hugounenq** et **E. Couture**, présentée par M. A. Desgrez.

Poursuivant l'étude dont nous avons donné récemment les premiers résultats ([1]) touchant l'action photochimique des stérols extraits de l'huile de foie de morue sur la plaque photographique, nous avons étendu nos recherches à des stérols d'origine diverse et précisé certains points de leur mode d'action.

Le cholestérol extrait de l'huile de foie de morue qui, nous l'avons montré, impressionne la plaque sensible à travers une lame de quartz, après cinq jours d'exposition, perd peu à peu son activité et, après un mois de séjour à l'obscurité, son action disparaît à peu près complètement. Les choses se passent comme s'il s'agissait d'un phénomène de phosphorescence et ce qui confirme cette manière de voir, c'est que le cholestérol extrait de l'huile de foie de morue et abandonné plusieurs mois à la lumière diffuse impressionne la plaque sensible beaucoup plus nettement qu'un cholestérol de même origine fraîchement préparé. Des expériences actuellement en cours nous permettront d'apporter de nouveaux faits à ce sujet.

Nous avons expérimenté également avec des stérols de provenances diverses :

1° Sang de bœuf;

2° Escargot;

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 349.

3° Papillon de ver à soie;

4° Levure de bière.

Les stérols du sang de bœuf et de l'escargot n'ont provoqué aucune impression de la plaque sensible après 15 jours d'exposition, même au contact de la plaque.

Avec le produit extrait du ver à soie, action positive très nette (durée d'exposition : 15 jours. Plaques Lumière Sigma).

Nous avons étudié deux échantillons d'ergostérol extrait de la levure. Le premier cristallisé en paillettes blanches (P. F. = 154°-155°; pouvoir rotatoire : — 148°) se présentait avec les caractères d'un produit pur. Sur la gélatine sensible, on obtient, après 15 jours, une tache très nette, soit qu'on opère par contact direct, soit que l'ergostérol et la plaque soient séparés par une couche d'air de 3^{mm} ou par une mince pellicule de cellophane.

Des échantillons d'ergostérol de levure moins pur que le précédent ont manifesté, dans des conditions identiques, une activité photochimique plus intense et nous n'avons pas besoin de souligner la portée de ce résultat.

Les faits qui précèdent se rapportent tous à des produits naturels non irradiés. Nous avons constaté qu'une irradiation ménagée développe notablement leur activité photochimique.

PARASITOLOGIE. — *Sur les Gordiacés des Myriapodes*. Note de M. **A. Dorier**, présentée par M. Ch. Gravier.

Lorsqu'on examine la liste des hôtes terrestres des Gordiacés, connus jusqu'à ce jour, on constate que ceux-ci sont presque exclusivement des Insectes Coléoptères ou des Orthoptères; les Myriapodes n'y occupent qu'une place fort réduite. Seuls, Villot et Camerano ont signalé la présence de *Gordius aquaticus* L. dans les Chilopodes : le premier, dans *Lithobius forficatus* L. (1886, p. 293), le second, dans *Scolopendra* sp. (1897, p. 356). A ces cas précédemment connus, nous en ajouterons un troisième : nous possédons dans notre collection, un bel échantillon de *G. aquaticus* L. provenant du Maroc, capturé avec la Scolopendre (*Scolopendra cingulata* Latr.) dont il venait de s'échapper.

Le parasitisme protélien des Gordiacés chez les Myriapodes Diplopodes était donc entièrement ignoré quand M. Léger nous a signalé la présence de jeunes Gordius, indéterminables en raison de leur âge, dans le corps

graisseux de *Glomeris marginata* Villers, de Cavalière (Var). Depuis, nous avons à maintes reprises retrouvé dans les Glomeris des environs de Grenoble, de jeunes Gordius blanchâtres longs de 4 à 8^{cm}, qui se présentaient comme de minuscules écheveaux situés entre le tube digestif et la paroi dorsale du corps de l'animal. En septembre dernier, nous avons eu enfin l'avantage de rencontrer dans quelques individus de *Glomeris marginata* Vill. des Gordius adultes et bien chitinisés qui tous appartenaient à l'espèce *Gordius aquaticus* L.

En outre M. Léger nous a communiqué un Iule (*Iulus* sp.) capturé en juillet 1920 aux environs de Séchilienne (Isère) qui renfermait une ♀ (22^{cm} de long $\times$ $0^{mm},4$ de large) et un ♂ (7^{cm} de long $\times$ $0^{mm},32$ de large) de *Parachordodes alpestris* (Villot). Une dizaine d'individus libres de la même espèce furent récoltés peu après dans un mince ruisselet du voisinage.

Les auteurs qui ont étudié le problème de l'infestation des hôtes terrestres des Gordiacés, ont remarqué avec juste raison que ceux-ci sont tous des carnassiers, sinon exclusifs, du moins accidentels. Par suite la théorie classique, qui exige un hôte intermédiaire, ébauchée par Meissner (1856, p. 137) puis développée par von Linstow (1891-1892) et par Blunck (1922) est la suivante : les hôtes terrestres des Gordiacés s'infestent en dévorant des Insectes ailés (Chironomides, Éphémérides, Sialidés) et même de jeunes Grenouilles, dont les larves aquatiques contenaient des larves de Gordius enkystées. Gagnant ainsi le domaine terrestre, elles peuvent alors être absorbées par l'hôte dans lequel elles achèveront leur développement. Svabenik a apporté récemment (1925) à cette théorie classique une confirmation expérimentale, en faisant ingérer à des Carabidés du genre *Calathus* des Chironomides adultes, issus de larves qui renfermaient des larves de *Parachordodes tolosanus* (Duj.) enkystées.

Cette théorie toutefois ne saurait s'appliquer aux Myriapodes Diplopodes qui sont de purs herbivores et nous devons chercher une autre explication. Tous les auteurs, à l'exception de Müller (1920), admettent que les larves de Gordius meurent rapidement à l'air, et plusieurs essais que nous avons tentés nous permettent de nous ranger à cet avis. Mais nous avons signalé dans une Note antérieure (1) que les larves de *Gordius aquaticus* L. peuvent s'enkyster dans l'eau, et sous forme de kyste, résister pendant plusieurs semaines à l'air humide. Aussi, il nous paraît vraisemblable d'admettre que les Myriapodes Diplopodes, animaux terrestres, herbivores et humicoles,

(1) *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 1098.

s'infestent directement en absorbant avec leur nourriture de tels kystes exposés à l'air. Le fait, toutefois, ne peut être démontré que par l'expérience, et nous attendons le résultat d'infections artificielles, tentées sur des Glomeris, qui nous permettront sans doute de nous prononcer à ce sujet.

BACTÉRIOLOGIE. — *Contribution à l'étude des mycétones : Un nouveau cas d'actinomycose à grains jaunes.* Note (¹) de MM. **A.** et **R. Sartory**, **Marcel** et **Jacques Meyer**, présentée par M. Calmette.

Il nous a été donné d'opérer un jeune homme de 19 ans présentant une enflure douloureuse de la jambe avec œdème. Après trépanation du tibia au-dessous du tubercule antérieur, nous sommes tombés dans une vaste cavité remplie d'os ramolli et de granulations d'une consistance dure, à surface rugueuse, noyées dans une substance interstitielle visqueuse, épaisse et non homogène; le tout présentait une coloration jaune sale.

L'examen microscopique nous a fait découvrir des grains de structure radiée, dépourvus de massues, présentant naturellement une teinte jaune et des éléments éosinophiles sphériques, d'aspect homogène (²). Ce matériel a été broyé aseptiquement et l'émulsion obtenue a servi pour l'ensemencement. Seul le milieu jus de pomme de terre maltosé nous a donné après 4 à 5 jours des colonies chétives qu'il a fallu réensemencer tous les 4 jours afin d'adapter l'organisme aux conditions culturales. Les cultures ainsi obtenues, examinées en goutte pendante, nous ont montré un mycelium fragile composé de filaments ramifiés par dichotomies successives, mesurant $0^{\mu},3$ à $0^{\mu},6$ de largeur. Des arthrospores de diamètre variant de $0^{\mu},6$ à 1^{μ} étaient visibles. Ces éléments se colorent facilement au moyen des colorants d'aniline; ils restent colorés par la méthode de Gram et les arthrospores sont nettement acido-résistantes.

Par la présence de grains jaunes, l'absence de massues, la formation d'éléments Gram + et acido-résistants, l'espèce étudiée rentre, suivant la classification de Langeron (³), dans le groupe des *Microsiphonées*, genre

(¹) Séance du 11 février 1929.

(²) Les méthodes de coloration employées ont été les suivantes : Méthode de Schlegel au moyen d'éosine et d'hématoxyline; méthode de Gueguen au moyen du triple colorant.

(³) Langeron, *Mycétomes* (*Nouveau Traité de Médecine*), 4, p. 445 et suiv. (Paris, Masson, 1925).

Actinomyces Harz, sous-genre des *Euactinomyces*, section des *Parasitici*, sous-section des *Minores*.

Les caractères biologiques étudiés sur les différents milieux peuvent être résumés de la façon suivante : le champignon est une espèce pathogène et son optimum cultural est situé vers $+37°$; il ne liquéfie pas la gélatine et ne pousse pas en profondeur sur ce milieu par ensemencement en piqûre; il ne liquéfie pas le sérum coagulé et ne coagule pas le lait, mais produit sur ce milieu une peptonisation lente.

Sur pomme de terre ordinaire et sur gélose il donne des colonies mamelonnées, blanchâtres, prenant un aspect poudreux, gris jaunâtre avec l'âge. Les cultures sur pomme de terre glycérinée et jus de pomme de terre glycériné maltosé présentent un aspect tout à fait caractéristique : colonies de consistance très ferme formant des masses coriaces ressemblant à de petites éponges buissoneuses, à surface irrégulièrement chagrinée; la teinte d'abord brun ocreux, devient plus tard jaune pâle. Le milieu de *Sabouraud* maltosé est très favorable, donnant des colonies en voile compact, d'un blanc de neige ne changeant de teinte que très tardivement. Sur tous ces milieux il ne se produit pas de dégagement gazeux, mais une odeur fétide très caractéristique, perceptible surtout sur les milieux pauvres. En ce qui concerne l'assimilation des hydrates de carbone, nous pouvons exprimer les résultats obtenus par les chiffres suivants : maltose : 6 ; glucose : 4 ; saccharose : 2 ; lactose et lévulose : 0. La production d'indol fait défaut.

Des études sur l'action pathogène expérimentale sont en cours.

Par ses caractères culturaux l'espèce étudiée se rapproche de l'*Actinomyces asteroides* Eppinger (¹); (²) elle s'en éloigne par la coloration et la forme des colonies en éponge buissoneuse sur les milieux glycérinés. Nous proposons donc de donner au parasite étudié le nom d'*Actinomyces asteroides*, variété *serratus*.

Sur le malade, nous avons pratiqué un nettoyage de la cavité et un badigeonnage à la glycérine iodoformée à 10 pour 100 au moment de l'opération. L'agent de la maladie ayant été isolé, nous avons pratiqué des injections intraveineuses au moyen d'un produit iodé et prescrit des ingestions

---

(¹) EPPINGER, *Ueber eine neue pathogene Cladothrix und eine durch sie hervorgerufene Pseudotuberkulosis (cladothrichica)* (*Ziegler's Beitr. z. pathol. Anat. u. z. allg. Path.*, 9, II, 1890, p. 247-287).

(²) A. SARTORY, *Les Champignons parasites de l'homme et des animaux*, p. 765 (Paris, Le François, 1925).

d'iodure de potassium à doses moyennes. Trois mois après l'opération, la radiographie de contrôle permet de voir la disparition complète du foyer de décalcification qui semble remplacé par de l'os normal; la guérison paraît définitive.

Conclusions. — Nous trouvant en présence d'un mycétome actinomycosique dont l'agent a été déterminé par les recherches microscopiques et biologiques, nous sommes en droit de dire qu'il existe des mycoses osseuses actinomycosiques des membres, dont l'infection primaire ne semble pas être en relation avec les cavités digestives et respiratoires et dont l'image radiographique peut prêter à confusion avec une affection tuberculeuse osseuse. Ces cas sont justiciables d'une intervention chirurgicale et d'un traitement iodé.

A 16h, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h30m.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 7 janvier 1929.)

Note de M. *Paul Delens*, Opérations sphériques et congruence paratactique :

Page 128, ligne 5 en remontant, *au lieu de* tenseurs, *lire* torseurs.

(Séance du 14 janvier 1929.)

Observations de M. *Mesnager* au sujet de la Note de M. Baticle :

Page 236, ligne 7, *au lieu de* $4EI\pi^2$ est remplacé par $8EI\pi^2$, *lire* $4\pi^2$ est remplacé par $8\pi^2$; ligne 13, *au lieu de* 4, *lire* k.

(Séance du 21 janvier 1929.)

Note de M. *Paul Delens*, Systèmes de deux cercles et groupes d'opérations sphériques :

Page 294, ligne 11 en remontant, *au lieu de* $<\mathcal{DS}>$, *lire* $<\mathcal{DT}>$.

(Séance du 4 février 1929.)

Note de M. *R. Wavre*, Sur le problème des figures d'équilibre d'une masse fluide hétérogène :

Page 438, ligne 10 et formule (2), *au lieu de* U_D *lire* U_0. Équation (2), mettre le signe — devant le premier membre. Équation (4), *au lieu de* $\frac{\omega^2}{g}$, *lire* $\frac{g}{\omega^2}$ et *au lieu de* 4, *lire* 2. Supprimer la déduction incorrecte qui suit l'équation (4) jusqu'à la ligne 8 de la page 439.

Page 439, équation (6), *au lieu de* $(q-1)\varepsilon$, *lire* $(q-1)\frac{\varepsilon}{t}$. Ligne 21, *au lieu de* P est le neuvième, *lire* P_q est le $q^{\text{ième}}$. Équations (7), (8), (9), *au lieu de* M, *lire* $\frac{M}{t}$.

(Séance du 25 février 1929.)

Note de M. *Paul Delens*, Géométrie différentielle des sphères et faisceaux de torseurs :

Page 601, dernière ligne, *au lieu de* $\widehat{ab} = 2c^2$, *lire* $\widehat{ab} + 2c^2$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 11 MARS 1929.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** souhaite la bienvenue à M. **POLYÁ**, professeur à l'École Polytechnique fédérale de Zurich, à M. **ALBERTO BETIM**, professeur au Muséum d'Histoire naturelle de Rio de Janeiro et à M. **AUGUSTE ROUQUETTE**, professeur de Chimie à la Faculté des Sciences de Buenos-Ayres, qui assistent à la séance.

ASTRONOMIE. — *Au sujet du programme de la mission organisée par le Bureau des Longitudes pour l'observation de l'éclipse totale du Soleil du 9 mai* 1929. Note de M. **R. BOURGEOIS**.

L'éclipse totale du Soleil du 9 mai prochain dépassera en intérêt toutes celles qui ont été observées au cours des dix dernières années. Au point de durée maximum, situé par 92°45′ de longitude est de Greenwich et 1°36′ de latitude nord, la phase totale durera 5 minutes 7 secondes (1). La ligne de centralité traversera tout l'océan Indien, coupant la pointe nord-ouest de Sumatra, rencontrant la partie médiane de la presqu'île de Sumatra, et touchant l'extrémité sud de l'Indo-Chine (pointe de Camau) ainsi que la pointe nord-ouest de l'île de Poulo-Condore. En ces derniers points, la totalité durera encore 4 minutes 40 secondes environ.

---

(1) Voir pour tous détails concernant cette éclipse l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* de 1929, p. 55 et 56.

Etant données ces conditions particulièrement favorables, le Bureau des Longitudes a décidé d'envoyer une mission d'astronomes et de physiciens pour exécuter un grand nombre d'observations concernant l'astronomie, le magnétisme terrestre, l'électricité atmosphérique et la propagation des ondes radiotélégraphiques.

La mission, dont le personnel appartient aux Observatoires de Strasbourg et de Marseille, et au Laboratoire national de radioélectricité (1) s'établira sur l'îlot de Baï-Kan, à quelques kilomètres de l'île de Poulo-Condore, où les préparatifs d'installation seront exécutés à l'avance, grâce à la bienveillance et au précieux concours du Gouvernement général de l'Indo-Chine, par le colonel Maille, directeur du Service géographique de la colonie. D'autre part, le Département de la Marine, pour manifester le très grand intérêt qu'il prend à cette importante opération scientifique, a adjoint à la mission plusieurs officiers de marine et a mis à sa disposition un des avisos de l'État stationnés en Indo-Chine.

Le programme des travaux incombant au personnel de l'Observatoire de Strasbourg a été établi par le directeur de cet établissement. Il comprend notamment la vérification de l'une des conséquences de la théorie de la relativité : un rayon lumineux venu d'une étoile serait dévié de la ligne droite par son passage dans le champ de gravitation du Soleil, de sorte que l'étoile, vue de la Terre au voisinage du Soleil, se trouverait éloignée de ce dernier. Les vérifications faites à l'occasion des éclipses de 1919 et de 1922 par les astronomes anglais et américains n'échappent pas à toute contestation et il sera très intéressant de faire de nouvelles observations. La technique qui sera suivie par les astronomes strasbourgeois bénéficiera de l'étude critique qui a été faite des travaux antérieurs.

Ces astronomes effectueront en outre diverses mesures photométriques de la couronne solaire au moyen d'appareils visuels, photo-électriques et thermo-électriques.

Les études que se proposent de faire les astronomes de Marseille porteront principalement sur l'analyse détaillée de la lumière de la couronne solaire. De nombreux clichés seront pris dans ce but. Le directeur de l'Observatoire de Marseille poursuivra notamment les études de certaines raies plus ou moins fugitives qui sont apparues à divers astronomes à plusieurs

(1) MM. Bosler et Galissot, de l'Observatoire de Marseille; MM. Danjon, Rougier et Lallemand, de l'Observatoire de Strasbourg; MM. le capitaine de corvette Talon et Galle, du Laboratoire national de radioélectricité.

reprises, et en particulier à lui-même pendant l'éclipse de 1914. Des recherches seront également entreprises pour localiser les diverses radiations dans l'espace autour du Soleil. L'extrême rouge fera, d'autre part, l'objet d'une étude particulière. Enfin le problème de l'intensité relative des diverses parties du spectre coronal sera également abordé.

Les observations géophysiques seront réalisées suivant un programme établi par l'Institut de Physique du Globe de Paris. Pour ce qui concerne le magnétisme terrestre, des appareils de mesure de la déclinaison et de la composante horizontale seront installés, avec enregistrement à grande vitesse pour établir avec précision la correspondance dans le temps des phénomènes magnétiques et astronomiques.

Il est prévu d'autre part un enregistrement photographique du champ électrique, à l'aide d'une prise de potentiel à l'ionium et d'un électromètre Mascart. L'appareil enregistreur sera le même que pour les éléments magnétiques. Des mesures de la déperdition électrique seront également exécutées.

Toutes ces observations seront faites avant, pendant et après l'éclipse.

Enfin les variations de la radiation solaire pendant l'éclipse, et pendant les heures et journées précédant et suivant l'éclipse, seront déterminées au moyen d'un actinographe à pile de Moll, étalonné à l'Observatoire du Parc Saint-Maur.

La propagation des ondes radiotélégraphiques fera l'objet d'importantes observations suivant un programme établi d'accord entre le Comité français de Radiotélégraphie scientifique et l'Institut de Physique du Globe de manière à permettre de comparer les mesures simultanées des phénomènes de propagation des ondes et des phénomènes magnétiques.

Des émissions spéciales de signaux ont été tout d'abord prévues en Indo-Chine, aux Indes néerlandaises et au Japon pour apprécier les variations de l'intensité de réception et les variations radiogoniométriques.

D'autres émissions spéciales seront également faites à faible distance du lieu d'observation (Baï-Kan) pour déterminer les variations éventuelles de la hauteur de la couche réfléchissante par la méthode d'Appleton et par la méthode des échos.

Des observations relatives aux perturbations électriques naturelles, ou parasites, seront enfin effectuées au moyen de dispositifs établis par l'Office National Météorologique.

Signalons en terminant que des missions d'astronomes anglais, américains, italiens et allemands observeront également l'éclipse à Sumatra, aux Philippines et dans la presqu'île de Malacca.

NOMINATIONS.

M. E. **Borel** est adjoint à la délégation chargée de représenter l'Académie aux fêtes du *Septième centenaire de la Fondation de l'Université de Toulouse*.

ÉLECTIONS.

M. **Jules Richard** est élu Correspondant pour la Section de Géographie et Navigation, en remplacement de M. *Roald Amundsen*, disparu dans les mers polaires, par 29 suffrages contre 11 à M. *Jules Schokalsky*, 3 à M. *Odon de Buen* et 2 à M. *Vening Meinesz*.

Il y a 2 bulletins blancs.

PLIS CACHETÉS.

PHOTOGRAPHIE. — *Méthode de photographie des couleurs par analyse et synthèse au moyen de lentilles non achromatiques*. Extrait littéral d'un pli cacheté déposé par M. **Georges Poirée**, le 12 novembre 1906 (1).

Une lentille, ou un système optique non achromatique, c'est-à-dire n'ayant pas de foyer commun pour deux ou plusieurs couleurs, est munie d'un diaphragme à vide annulaire ou polygonal dont le rôle est essentiel. L'image à reproduire est divisée en points par une trame. Chaque point de la trame donne, avec une mise au point convenable, une tache spectrale ronde ou ovale suivant la position du point de la trame par rapport à l'axe principal du système optique. Les distances des points de la trame étant appropriées au système optique, les taches spectrales élémentaires données par l'ensemble des points de la trame sont contiguës et constituent l'image à reproduire, mais dont les couleurs sont séparées. Cette image est reçue sur une plaque

(1) Ouvert à la demande des héritiers de l'auteur en la séance du 11 février 1929.

sensible orthochromatique, développée, transformée en positif et replacée. En éclairant la trame par de la lumière blanche, la photographie positive s'illumine en couleurs naturelles.

M. **Émile Dupré** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 11 février 1929 et enregistré sous le nº 10129.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une *Étude du vol à voile en général et du vol à voile stationnaire en particulier.*

(Renvoi à l'examen de M. L. Lecornu.)

M. **Eugène Sorez** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 2 janvier 1929 et enregistré sous le nº 10093.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note *Sur la variation de la dérivation en fonction de la vitesse initiale.*

(Renvoi à l'examen de M. L. Lecornu.)

CORRESPONDANCE.

M. **Paul Pallary** adresse un rapport relatif à l'emploi qu'il a fait de la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1927.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Paul Pallary. *Notice sur seize mollusques nouveaux du Maroc découverts en* 1926-1927. (Travail exécuté à l'aide d'une subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1927.)

2° Robert Perret. *Les panoramas du Mont Blanc.* (Présenté par M. P. Termier.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Addition à la note : « De l'application des intégrales généralisées de Fourier au calcul de probabilités ».* Note [1] de M. **Jacob**, présentée par M. Hadamard.

1. J'ai indiqué dans ma Note précédente l'énoncé suivant :
Soient données une loi $U(x)$ *et ses transformées de Fourier,*

$$\varphi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\cos tx\,dU(x),\qquad \psi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\sin tx\,dU(x),$$

on a presque partout

$$(1)\qquad U(x)-U(0)=\lim_{\rho=0} I_i(\rho, U, x)$$
$$=\begin{cases}\displaystyle\lim_{\rho=0}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}q_i(\rho,t)\left[\varphi(t)\frac{\sin tx}{t}+\psi(t)\frac{1-\cos tx}{t}\right]dt,\\ \displaystyle\lim_{\rho=0}\int_{-\infty}^{\infty}dU(t)[K_i(\rho,t)-K_i(\rho,t-x)].\end{cases}$$

Pour $i=0$, $q_0(\rho, t)$ est égale à 1 dans $\left(-\frac{1}{\rho}, \frac{1}{\rho}\right)$ et à zéro pour $|t|\geqq\frac{1}{\rho}$, c'est-à-dire que dans ce cas l'intégrale (1) converge au sens ordinaire et représente la loi $U(x)$. L'introduction des facteurs de convergence pour $i\geqq 1$ n'est pas nécessaire pour la représentation de la loi $U(x)$, mais en s'en servant, on obtient une approximation de $U(x)$ par une suite des lois absolument continues. Ce dernier caractère est essentiel pour la démonstration du théorème limite.

Il est aussi évident, que lorsque la dérivée $U'(x)$ est absolument intégrable dans $(-\infty, \infty)$, on coordonne à $U'(x)$ l'intégrale de Fourier au sens classique :

$$U'(x)\sim\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}[\varphi(t)\cos tx+\psi(t)\sin tx]\,dt.$$

En général cette dernière intégrale ne converge pas et ne représente pas la dérivée $U'(x)$; dans ce cas le rôle des facteurs de convergence est essentiel. Ceci sera démontré par le théorème suivant :

---

[1] Séance du 25 février 1929.

Étant données une loi $U(x)$ *et ses transformées* $\varphi(t)$ *et* $\psi(t)$, *on a*

$$(2)\quad U'(x)=\lim_{\rho=0}\frac{d}{dx}I_i(\rho, U, x)=\begin{cases}\lim\limits_{\rho=0}\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}q_i(\rho, t)[\varphi(t)\cos tx+\psi(t)\sin tx]\,dt,\\ \lim\limits_{\rho=0}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}dU(t)\frac{\partial}{\partial x}K_i(\rho, x-t)\qquad (i\geqq 1),\end{cases}$$

en chaque point x *où existe la dérivée* $U'(x)$, *c'est-à-dire presque partout, la la loi* $U(x)$ *ayant une dérivée presque partout. En outre,* ρ *tendant vers zéro, l'intégrale* (2) *converge uniformément vers* $U'(x)$ *dans tout intervalle où la dérivée* $U'(x)$ *est continue.*

Dans la Note citée nous avons employé les noyaux $K_i(\rho, t)$ de Fejér, Poisson, Weierstrass et Riemann. Nous indiquons encore un noyau qui correspond au facteur $q_6(\rho, t)=\dfrac{1}{1+\rho^2t^2}$:

$$K_6(\rho, t)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\rho}e^{-\frac{|t|}{\rho}} & \text{pour } t\leqq 0,\\ 1-\dfrac{1}{2\rho}e^{-\frac{t}{\rho}} & \text{pour } t\geqq 0.\end{cases}$$

2. Les remarques précédentes nous donnent la possibilité d'énoncer le théorème limite sous la forme suivante :

Soient données une suite de lois de probabilités $V_1(x)$, $V_2(x)$, …, $V_\nu(x)$, … *et une loi* $V(x)$, *celle-ci continue au point* $x=0$. *Pour que, à chaque point* x, *pour lequel* $V(x)$ *est continue, on ait*

$$\lim_{\nu=\infty}[V_\nu(x)-V(0)]=V(x)-V(0),$$

il faut et il suffit que, pour chaque $\rho>0$,

$$\frac{d}{dx}I_i(\rho, V_\nu, x)=\int_{-\infty}^{\infty}d\,V_\nu(t)\frac{\partial}{\partial x}K_i(\rho, x-t)\qquad (i\geqq 1)$$

tende uniformément, dans tout intervalle fini de la variable x, *vers*

$$\frac{d}{dx}I_i(\rho, V, x)=\int_{-\infty}^{\infty}d\,V(t)\frac{\partial}{\partial x}K_i(\rho, x-t).$$

Cette condition est évidemment suffisante, car il s'ensuit

$$\lim_{\nu=\infty}I_i(\rho, V_\nu, x)=I_i(\rho, V, x),$$

ce qui, comme il est indiqué dans notre première Note, est suffisant pour

la démonstration du théorème limite. Inversement, la condition est nécessaire, ce qui serait à démontrer à la façon de M. Lévy (¹) et de M. Cantelli (²).

Le théorème ainsi établi se réduit pour $i=6$ à un théorème formulé récemment par M. Cantelli (³); comme on voit, la méthode de démonstration de M. Cantelli est équivalente à l'introduction du facteur

$$q_6(\rho, t)=\frac{1}{1+\rho^2 t^2}.$$

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur une application du théorème de M. Eisenhart.* Note de M. **A. Th. Masloff**, transmise par M. E. Goursat.

Dans le problème de la déformation de la surface (**S**) avec conservation d'un système conjugué (u, v), on étudie, en suivant la méthode des solutions quadratiques, la surface associée (**B**) de Bianchi; si le groupe $(\mathbf{B}_h)$ des surfaces associées au groupe $(\mathbf{S}_h)$ des surfaces applicables est trouvé, la détermination du groupe $(\mathbf{S}_h)$ se réduit aux quadratures (⁴). Pour la recherche du groupe $(\mathbf{B}_h)$ nous allons utiliser le théorème de M. Eisenhart (⁵) d'après lequel, si la surface (**B**) s'obtient par la transformation de Bianchi de la surface (B) de la même classe, le groupe (B_h) se transforme par la même transformation dans le groupe $(\mathbf{B}_h)$; la solution transformante R_h, comme nous l'avons indiqué (*Recueil Math. de Moscou*, 33, 1926, p. 44), est indépendante de h, notamment

$$R_h=R;$$

avec cela la constante k_h de la transformation se détermine (d'après M. Eisenhart) par la formule

$$k_h=\frac{k}{1-hk}.$$

Appliquons le théorème de M. Eisenhart à la surface (**B**) que nous avons

(¹) P. Lévy, *Calcul des probabilités*, 1925, Chap. IV.

(²) F.-P. Cantelli, *Un nuovo teorema a proposito del secondo teorema limite del Calcolo delle probabilità* (*Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, 52, 1928, p. 416).

(³) *Loc. cit.*

(⁴) Voir la Note de l'auteur (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1346).

(⁵) Eisenhart, *Transformations of surfaces*, p. 143, Princeton, 1923.

signalée récemment (¹). Dans ce cas la surface (**B**) s'obtient à partir de la surface (B) qui se réduit à une ligne droite; cette surface (B) est associée à la surface cylindrique (S). En adoptant la possibilité de la déformation de la surface cylindrique (S) en surface aussi cylindrique (S_h) avec conservation du système conjugué (u, v), nous posons pour la surface (B_h)

$$(*)\qquad \bar\theta_1 = \sqrt{\bar U + \bar V}\cos\bar\varphi, \qquad \bar\theta_2 = \sqrt{\bar U + \bar V}\sin\bar\varphi, \qquad \bar\theta_3 = 0.$$

La fonction $\bar\varphi$ devra satisfaire à l'équation

$$\bar\varphi_{uv} + \frac{\bar V'}{2(\bar U + \bar V)}\bar\varphi_u + \frac{\bar U'}{2(\bar U + \bar V)}\bar\varphi_v = 0$$

et aussi aux conditions qui sont données par M. Tzitzéica (*Comptes rendus*, 138, 1904, p. 553) pour les coefficients de la représentation sphérique de la surface applicable sur (S)

$$\bar e = e\frac{1 + hV}{1 - hU}, \qquad \bar f = f, \qquad \bar g = g\frac{1 - hU}{1 + hV},$$
$$\bar U + \bar V = \frac{U}{1 - hU} + \frac{V}{1 + hV}$$

(h est le paramètre de la déformation). La fonction cherchée $\bar\varphi$ existe, elle est donnée par

$$\bar\varphi = \int\left(\sqrt{\frac{1 + hV}{1 - hU}}\varphi_u\,du + \sqrt{\frac{1 - hU}{1 + hV}}\varphi_v\,dv\right).$$

Ainsi les fonctions (*) définissent le groupe (B_h). En calculant pour cette surface (B_h) la fonction τ nous trouverons qu'elle est la même que pour la surface (B); donc la surface ($\mathbf{B}_h$) en coordonnées tangentielles se déterminera par les équations

$$\bar\vartheta_1 = \frac{\bar V = \bar U + 2k_h}{\sqrt{\bar U + \bar V}}\cos\bar\varphi + 2\sqrt{\frac{(\bar U - k_h)(\bar V + k_h)}{\bar U + \bar V}}\,\mathrm{th}\,\tau\sin\bar\varphi,$$
$$\bar\vartheta_2 = \frac{\bar V - \bar U + 2k_h}{\sqrt{\bar U + \bar V}}\sin\bar\varphi - 2\sqrt{\frac{(\bar U - k_h)(\bar V + k_h)}{\bar U + \bar V}}\,\mathrm{th}\,\tau\cos\bar\varphi,$$
$$\bar\vartheta_3 = 2\sqrt{\frac{(\bar U - k_h)(\bar V + k_h)}{\bar U + \bar V}}\cdot\frac{1}{\mathrm{ch}\,\tau},$$

Les fonctions $\bar\vartheta_1$, $\bar\vartheta_2$, $\bar\vartheta_3$, ainsi que les fonctions ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3, sont les solu-

(¹) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 794.

tions de l'équation (**M**) de Moutard, où

$$\mathbf{M}=\frac{3U'V'}{4(U+V)^2}-\varphi_u\varphi_v\left(1-\frac{2}{\cos^2 h\tau}\right)$$
$$-\left[\frac{V'}{U+V}\sqrt{\frac{U-k}{V+k}}\varphi_u-\frac{U'}{U+V}\sqrt{\frac{V+k}{U-k}}\varphi_v\right]\operatorname{th}\tau.$$

Soit $\mathfrak{S}_4$ la solution générale de la même équation (**M**) distincte des solutions $\mathfrak{S}_1$, $\mathfrak{S}_2$, $\mathfrak{S}_3$ (¹). Nous déterminerons la surface (**S**) en coordonnées cartésiennes comme enveloppe des plans

$$\mathfrak{S}_1 x+\mathfrak{S}_2 y+\mathfrak{S}_3 z=\mathfrak{S}_4$$

et calculerons pour (**S**) les valeurs D_1, D_2; alors les valeurs $\overline{D_1}$, $\overline{D_2}$ pour la surface ($\mathbf{S}_h$) seront données (d'après M. Tzitzéica) par les formules

$$\overline{D_1}=D_1\sqrt{\frac{1+hV}{1-hU}},\qquad \overline{D_2}=D_2\sqrt{\frac{1-hU}{1+hV}},$$

et nous trouverons le groupe des surfaces applicables ($\mathbf{S}_h$) en coordonnées cartésiennes par les formules

$$\overline{x}=\int\frac{\overline{D_1}\begin{vmatrix}\overline{\mathfrak{S}_2} & \overline{\mathfrak{S}_3}\\ \frac{\partial\overline{\mathfrak{S}_2}}{\partial v} & \frac{\partial\overline{\mathfrak{S}_3}}{\partial v}\end{vmatrix}du-\overline{D_2}\begin{vmatrix}\overline{\mathfrak{S}_2} & \overline{\mathfrak{S}_3}\\ \frac{\partial\overline{\mathfrak{S}_2}}{\partial u} & \frac{\partial\overline{\mathfrak{S}_3}}{\partial u}\end{vmatrix}dv}{(\overline{U}+\overline{V})\sqrt{eg-f^2}}$$

et analogues pour $\overline{y}$, $\overline{z}$; ici e, f, g désignent les coefficients de la représentation sphérique de la surface (**S**).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Déformées imaginaires de surfaces réelles; systèmes cycliques.* Note de M. **Bertrand Gambier**, transmise par M. Goursat.

1. La lecture des mémoires de Géométrie remontant à une cinquantaine d'années montre avec quelle réserve ont souvent été introduits les éléments

(¹) Par exemple

$$\mathfrak{S}_4=\sqrt{\frac{(U-k)(V+k)}{U+V}}\;\frac{\displaystyle\int\frac{U+V}{(U-k)(V+k)}\left(\sqrt{\frac{V+k}{U-k}}\varphi_u\,du+\sqrt{\frac{U-k}{V+k}}\varphi_v\,dv\right)}{\operatorname{ch}\tau}.$$

géométriques imaginaires. A ce point de vue, la théorie de la déformation des surfaces a introduit, pour de nombreux ds^2 réels, certaines surfaces représentatives, imaginaires, mais d'équation simple. Dans le même ordre d'idées, la détermination des systèmes cycliques réels exige, si on la rattache au roulement de deux surfaces applicables, la construction d'une surface réelle S lieu du point réel (x_1, x_2, x_3) et d'une surface imaginaire S_1, applicable sur S, lieu du point (ix_4, x_5, x_6) où x_4, x_5, x_6 sont réels : cette considération aurait dû empêcher de négliger systématiquement certaines déformées, imaginaires, de surfaces réelles, déformées qui se présentent automatiquement; je l'ai signalé, pour les surfaces de révolution par exemple, dans un travail récent (*Bulletin de la Société mathématique de France*, 56, 1928, p. 224-239) et désire rattacher à un principe général la découverte de ces surfaces particulières.

2. Supposons connue explicitement une surface S dépendant d'un ou plusieurs paramètres, $a_1, a_2, \ldots$ et représentative d'un ds^2 donné, ou simplement connue l'équation différentielle des asymptotiques de cette surface; l'inspection des formules met immédiatement en évidence diverses valeurs exceptionnelles de ces paramètres et il y a lieu de déterminer effectivement la configuration limite de la surface S pour un tel système exceptionnel. C'est le cas, en particulier, pour toute déformation continue à un paramètre laissant conjugué un réseau déterminé. Ainsi, pour le ds^2 de révolution général, $du^2 + U^2 dv^2$, on a la surface de révolution, dépendant du paramètre m $\left(m\mathrm{U}\cos\frac{v}{m},\ m\mathrm{U}\sin\frac{v}{m},\ \int\sqrt{1 - m^2\mathrm{U}'^2}\,du\right)$, et les asymptotiques correspondantes $m^2\mathrm{U}''du^2 - \mathrm{U}(1 - m^2\mathrm{U}'^2)dv^2 = 0$; les valeurs exceptionnelles $m = 0$, $m = \infty$ sont en évidence; la première ne donne rien, car pour m voisin de zéro on obtient une surface qui tend vers un segment de droite; mais pour $m = \infty$, en effectuant une rotation autour de Oy, nous substituons à la surface (x, y, z) la surface (ξ, η, ζ) avec $\xi + i\zeta = 2m(x + iz)$, $\xi - i\zeta = (x - iz) : 2m$; on trouve, comme surface limite la surface S_1 d'équations

$$(1)\qquad \xi + i\zeta = -v^2\mathrm{U} + \int\frac{du}{\mathrm{U}}\,du, \qquad \xi - i\zeta = \mathrm{U}, \qquad \eta = v\mathrm{U},$$

qui est de révolution autour de l'axe isotrope $\xi + i\zeta = 0$, $\eta = 0$. On remarque que si une surface S est déformable avec réseau conjugué permanent R, il existe une surface Σ correspondant à S par plans tangents parallèles, R ayant pour image les asymptotiques de Σ; si S est de révolution, R étant le réseau des méridiens et parallèles, Σ est forcément surface minima; ceci

s'applique encore à S_1, de sorte que, en même temps que l'hélicoïde minimum Σ obtenu pour la surface S, nous trouvons, pour la déformée particulière S_1 un nouvel *hélicoïde minimum Σ_1 algébrique engendré par les normales principales de la cubique de Lyon générale*. Il y a alors lieu, puisque le parallélisme de Peterson conserve les propriétés étudiées ici, de choisir comme surface S particulière celle qui conduit pour S_1 à obtenir la surface minima adjointe de cet hélicoïde : on trouve pour S_1 *une surface minima algébrique de degré 4, de révolution à axe isotrope* d'équation $108(X^2+Y^2+Z^2)-(X-iY)^4=0$ qui a été déjà signalée par plusieurs auteurs, par exemple M. Blaschke. Cette *surface est homothétique à sa développée*, de sorte qu'elle (en même temps que l'hélicoïde Σ_1) est applicable sur toute développée de surface minima, fournissant dans cette application des systèmes cycliques réels : en particulier si on l'applique sur la développée de la surface minima d'Enneper, ces systèmes sont même algébriques, et nouvelle circonstance favorable, algébriques aussi les systèmes triples orthogonaux correspondants.

3. Un autre exemple curieux est fourni par les auto-applications de la développée de la surface minime d'Enneper qui donne lieu aux formules

$$\xi = 6\alpha + 6\alpha\beta^2 + 2\alpha^3, \qquad \eta = 4\beta^3, \qquad \zeta = \frac{3}{2}(\alpha^2+\beta^2)^2 + 3\alpha^2 - 3\beta^2 - \frac{3}{2},$$
$$\alpha = \alpha_1 + C, \qquad \alpha_1^2 + \beta_1^2 = \alpha^2 + \beta^2$$

définissant la surface et ses auto-applications; il y a un réseau conjugué permanent qui a pour image sur le plan (α, β) les paraboles homofocales de foyer $(0, 0)$ et d'axe $\omega\alpha$: on a donc, en prenant les points réels de la surface qui ont un homologue imaginaire des systèmes cycliques réels et algébriques. Faisons maintenant grandir la constante arbitraire C au delà de toutes limites; développons ξ, η, ζ suivant les puissances décroissantes de C en supprimant dans ξ et η le terme $2C^3$ ou $4iC^3$: on constate que $(\xi + C\zeta) : \sqrt{1+C^2}$ tend vers la valeur finie $3\beta^2 - 3\alpha^2 + \frac{3}{2}(\alpha^2+\beta^2)^2$; d'autre part $(C\xi - \zeta) : \sqrt{1+C^2}$ et $i\eta$ ont mêmes termes en C^2, C, C^0 et C^{-1} de sorte que le quotient par C^2 de leur somme ou le produit par C^2 de leur différence restent finis : on trouve donc une surface limite bien déterminée et l'on reconnaît l'hélicoïde minimum Σ_1 précédemment défini : lui aussi appliqué sur la développée de la surface d'Enneper donne des systèmes cycliques réels algébriques (ainsi que les systèmes triples orthogonaux). Les exemples de systèmes cycliques ainsi obtenus sont les plus

simples que l'on puisse obtenir. A signaler enfin que les deux hélicoïdes minimum sont chacun ∞^1 fois surfaces de Voss et sont les seules surfaces ayant cette propriété.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Relations entre les deux nappes focales d'une congruence rectiligne.* Note de M. **Marcel Vasseur**, transmise par M. Goursat.

1. Soient une surface S rapportée à un réseau conjugué (u, v), S_1 la seconde nappe focale de la congruence des tangentes aux courbes $v = \text{const.}$, m et m_1 les points homologues de S, S_1; E, F, G, E_1, F_1, G_1 les coefficients des ds^2 de S ou S_1, $\left\{ {12 \atop 1} \right\}\ldots$ les symboles de Christoffel pour S. Les coordonnées x, y, z de m satisfont à l'équation de Laplace

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v} - \left\{ {12 \atop 1} \right\}\frac{\partial\theta}{\partial u} - \left\{ {12 \atop 2} \right\}\frac{\partial\theta}{\partial v} = 0$$

qui ne dépend que des fonctions E, F, G; les coordonnées de m_1 se calculent par les formules $x_1 = x - \frac{\partial x}{\partial u} : \left\{ {12 \atop 2} \right\}\ldots$ qui n'exigent aussi que la connaissance de E, F, G; d'autre part c, c', c'' étant les cosinus de la normale à S en m, et posant $\delta\, du^2 + 2\delta' du\, dv + \delta'' dv^2 = -\, \mathrm{S}\, dc\, dx$, on trouve :

$$(1)\qquad \frac{\partial x_1}{\partial u} = \left[1 + \frac{\frac{\partial}{\partial u}\left\{ {12 \atop 2} \right\}}{\left\{ {12 \atop 2} \right\}^2} - \frac{\left\{ {11 \atop 1} \right\}}{\left\{ {12 \atop 2} \right\}} \right] \frac{\partial x}{\partial u} - \frac{\left\{ {11 \atop 2} \right\}}{\left\{ {12 \atop 2} \right\}} \frac{\partial x}{\partial v} - \frac{\delta}{\left\{ {12 \atop 2} \right\}} c.$$

$$(2)\qquad \frac{\partial x_1}{\partial v} = \left[\frac{\frac{\partial}{\partial v}\left\{ {12 \atop 2} \right\}}{\left\{ {12 \atop 2} \right\}^2} - \frac{\left\{ {12 \atop 1} \right\}}{\left\{ {12 \atop 2} \right\}} \right] \frac{\partial x}{\partial u},$$

$$(3)\qquad \frac{\partial^2 x_1}{\partial u\,\partial v} = \left[\left\{ {12 \atop 1} \right\} - \frac{\frac{\partial}{\partial v}\left\{ {12 \atop 2} \right\}}{\left\{ {12 \atop 2} \right\}} \right] \frac{\partial x_1}{\partial u} + \left\{ \frac{\partial}{\partial u} \log \left[\frac{\frac{\partial}{\partial v}\left\{ {12 \atop 2} \right\}}{\left\{ {12 \atop 2} \right\}^2} - \frac{\left\{ {12 \atop 1} \right\}}{\left\{ {12 \atop 2} \right\}} \right] + \left\{ {12 \atop 2} \right\} + \frac{\partial}{\partial u} \log \left\{ {12 \atop 2} \right\} \right\} \frac{\partial x_1}{\partial v},$$

et

$$(4)\quad E_1=\left[1+\frac{\dfrac{\partial}{\partial u}\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}^2}-\frac{\begin{Bmatrix}11\\1\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}}\right]^2 E-2\frac{\begin{Bmatrix}11\\2\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}}\left[1+\frac{\dfrac{\partial}{\partial u}\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}^2}-\frac{\begin{Bmatrix}11\\1\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}}\right]F+\frac{\begin{Bmatrix}11\\2\end{Bmatrix}^2}{\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}^2}G+\frac{\delta^2}{\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}^2},$$

$$(5)\quad F_1=\left[\frac{\dfrac{\partial}{\partial v}\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}^2}-\frac{\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}}\right]\left[E\left(1+\frac{\dfrac{\partial}{\partial u}\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}^2}\right)-\frac{\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial E}{\partial u}}{\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}}\right],$$

$$(6)\quad G_1=\left[\frac{\dfrac{\partial}{\partial v}\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}^2}-\frac{\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}}\right]^2 E.$$

L'équation de Laplace (3) relative à S_1 et les coeffieients F_1 et G_1 ne dépendent que de E, F, G; seul E_1 fait intervenir un terme en δ qui dépend de la déformation éventuelle de S. La relation entre S et S_1 est réciproque : on échange alors u avec v, E avec G_1, F avec F_1, G avec E_1.

2. Ces préliminaires rappelés, supposons établie une correspondance ponctuelle entre les deux surfaces S, S′ de façon que : 1° le réseau (u, v) soit conjugué sur S et S′; 2° que les courbes $v=$ const. soient l'unique famille (comptant alors pour 2) de courbes conservant la même longueur en passant de S à S′; 3° que la distance focale mm_1 soit égale à la distance focale homologue $m'm'_1$. Ces conditions se traduisent par

$$(7)\qquad E=E',\qquad F=F',\qquad \begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}',$$

l'accent se rapportant à S′; on constate que la dernière équation rendue entière est équivalente à l'équation $\frac{\partial}{\partial u}\log(G'-G)=2\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}$ et que l'équation nouvelle $\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}'$ non contenue dans les précédentes donnerait la même valeur pour $\log(G'-G)$, de sorte qu'elle est conséquence de (7); *donc l'équation de Laplace relative à S′ coïncide avec l'équation relative à S, et en vertu de* $F=F'$, *cette équation commune admet la septième solution* $x^2+y^2+z^2-x'^2-y'^2-z'^2$. *On constate que le couple* (S_1, S'_1) *possède, pour les courbes* $u=$ const., *exactement les mêmes propriétés que le couple* (S, S′) *pour les courbes* $v=$ const., *de sorte que ces couples* (S, S′) *et* (S_1, S'_1) *sont parfaitement réciproques.*

3. On remarque que si S et S′ sont deux surfaces applicables rapportées à leur réseau conjugué commun, les conditions du n° 2 sont remplies (et en plus *toute* courbe de S conserve sa longueur); on sait que les courbes $u = \text{const.}$ de S_1 ont même courbure, dans ce cas, que leurs homologues de S'_1 aux points correspondants. *Réciproquement*, supposons que les conditions du n° 2 soient remplies, auquel cas sur S_1 et S'_1 les courbes $u = \text{const.}$ forment l'unique famille (double) des lignes de même longueur et que, de plus, les courbures de ces courbes aux points homologues soient égales : les développables des tangentes aux courbes $u = \text{const.}$ de S_1 et S'_1 sont applicables, de sorte qu'en vertu de l'égalité $mm_1 = m'm'_1$ les courbes de contact des développables en jeu avec S et S′ sont de même longueur : donc $G = G'$, et *par suite*, S *et* S′ *sont applicables*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les équations fonctionnelles et leur parallélisme avec les équations différentielles*. Note de M. C. **Popovici**.

1. Prenons l'équation intégro-fonctionnelle de MM. Volterra-Picard,

$$a^k f_k + \ldots + a'' f_2 + a' f_1 + f + \lambda \int_0^x f(s) \mathrm{H}(x, s)\, ds = \mathrm{Q}, \tag{1}$$

où $a^k, \ldots, a'$ et Q sont $k+1$ fonctions données de x, H fonction donnée de x et s, la fonction inconnue est f, et f_k désigne $f(x_k)$ où $x_k = x_1(x_{k-1})$ et x_1 fonction donnée, λ constante auxiliaire.

Le cas $k = 1$, $x_1 = \beta x$ a été traité par M. Picard [1] et ensuite par M. Lalesco [2] et moi [3] (Voir aussi *Circolo matematico di Palermo*, 1915).

Employons la méthode des approximations successives de M. Picard, qui consiste à chercher une intégrale holomorphe de (1) en λ,

$$f = f^0 + \lambda f^1 + \ldots + \lambda^n f^n + \ldots. \tag{2}$$

Les fonctions inconnues f^n (n indice) se déterminent de proche en proche par les équations fonctionnelles

$$\mathrm{E} = a^k f_k^n + \ldots + a' f_1^n + f^n = q^n \tag{3}$$

---

(1) *Sur une équation fonctionnelle* (*Comptes rendus*, 144, 1907, p. 1009).

(2) *Thèse*, 1908.

(3) *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 1866.

où

(4) $$q^n = -\int_0^x f^{n-1}(s)\,\mathrm{H}(x, s)\,ds, \qquad q^0 = \mathrm{Q}.$$

La question est donc ramenée à résoudre les équations fonctionnelles (3) toutes de la forme

(5) $$a^k\varphi_k + \ldots + a'\varphi_1 + \varphi = q.$$

2. Ces équations présentent une grande analogie avec les équations différentielles

(6) $$\mathrm{E} = a^k \frac{d^k\varphi}{dx^k} + \ldots + a' \frac{d\varphi}{dx} + \varphi = q.$$

Les équations (5) sont une sorte de généralisation de (6). Ainsi :

1° Les équations *différentielles*

$$\mathrm{F}\left(\frac{d^k\varphi}{dx^k} \ldots \varphi\right) = 0$$

admettent une intégrale générale dépendant de k *constantes arbitraires* (k conditions initiales en k points par exemple);

2° Lorsque F est linéaire en φ, l'intégrale générale dépend *linéairement* des k *constantes* arbitraires;

3° Si l'on connaît $k-1$ intégrales linéairement distinctes de E, on peut trouver l'intégrale générale en fonction *d'une nouvelle constante arbitraire*;

4° L'équation différentielle linéaire et homogène se décompose en k facteurs binomes symboliquement

$$\left(\alpha^k \frac{d\varphi}{dx} + \varphi\right) \ldots \left(\alpha' \frac{d\varphi}{dx} + \varphi\right) = \mathrm{E};$$

1° Les équations *fonctionnelles*

$$\mathrm{F}(\varphi_k \ldots \varphi) = 0$$

admettent une solution générale dépendant de k *fonctions arbitraires* (on peut s'imposer des conditions initiales sur k courbes);

2° Lorsque F est linéaire en φ, la solution générale dépend *linéairement* des k fonctions arbitraires et de leurs transformées successives en x;

3° Si l'on connaît $k-1$ solutions de l'équation linéaire, solutions *fonctionnello-linéairement distinctes* (c'est-à-dire qui ne sont pas liées linéairement par des coefficients fonctionnels périodiques en x_1) on peut trouver la solution générale qui dépendra d'une *nouvelle fonction arbitraire*;

4° L'équation fonctionnelle linéaire et homogène se compose de k facteurs binomes, *d'une infinité de manières;* c'est-à-dire l'identité symbolique

$$\Sigma a^k\varphi_k = (\alpha^k\varphi_1 + \varphi) \ldots (\alpha'\varphi_1 + \varphi)$$

admet une infinité d'ensembles de solutions $\alpha', \ldots \alpha^k$;

5° La résolution d'une équation intégrale, ou intégro-différentielle nous conduit (en général) à une équation différentielle d'ordre infini, dont l'intégrale générale dépend d'une *infinité de constantes arbitraires* (fonction de ligne, hérédité);

5° L'intégrale générale d'une équation intégro-fonctionnelle dépend d'une *infinité de fonctions arbitraires* et de leurs transformées successives en x_1 (on a une sorte de fonction de surligne, hyperhérédité);

6° De même que pour les équations différentielles, on peut réduire certaines équations fonctionnelles non linéaires en équations linéaires;

7° Ajoutons à cela que nous pouvons toujours trouver la solution générale d'une équation fonctionnelle linéaire.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la solubilité du problème de Dirichlet généralisé.* Note de M. GEORGES GIRAUD.

Considérons l'équation de type elliptique à m variables ($m \geqq 3$)

$$(1) \qquad \mathcal{F}(u) = \Sigma_{\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta} \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \, \partial x_\beta} + \Sigma_\alpha b_\alpha \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} + cu = 0 \qquad (a_{\alpha,\beta} = a_{\beta,\alpha})$$

dans laquelle les dérivées secondes des $a_{\alpha,\beta}$ et les dérivées des b_α et de c sont continues dans tout l'espace (¹); on suppose qu'à l'extérieur d'une certaine hypersphère on ait identiquement

$$(2) \quad a_{\alpha,\alpha} = 1, \qquad a_{\alpha,\beta} = 0 \, (\beta \neq \alpha), \qquad b_\alpha = 0, \qquad c = c_0 \qquad (\text{constante } \textit{négative}).$$

Je dis *qu'il existe une solution élémentaire* G(X, A) *de l'équation* (1), *existant dans tout l'espace et s'annulant à l'infini, ainsi que ses dérivées, plus rapidement que toute puissance de la distance r des deux points.* Si les identités (2) ont lieu dans tout l'espace, cela se vérifie; G est une fonction F(r) de r seul, donnée par la théorie des fonctions de Bessel, et où nous supposerons que le coefficient de r^{2-m} est *un*. Nous considérerons alors l'équation

$$(3) \qquad \mathcal{F}(u; k) = k\mathcal{F}(u) + (1-k)\left(\Sigma_\alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha^2} + c_0 u\right) = 0 \qquad (0 \leqq k \leqq 1),$$

dont nous désignerons les coefficients comme ceux de (1), mais avec un accent. Soient $\Delta(X; k)$ le déterminant des $a'_{\alpha,\beta}$ et $A'_{\alpha,\beta}$ ses mineurs. Nous

---

(¹) L'hypothèse peut être élargie; voir *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 498, où se trouvent aussi la valeur du nombre λ employé plus bas et l'énoncé des hypothèses sur la surface S portant les données du problème de Dirichlet.

poserons

$$H(X, A; k) = \Sigma_{\alpha,\beta} A'_{\alpha,\beta}(A; k)(x_\alpha - a_\alpha)(x_\beta - a_\beta),$$
$$\Psi(X, A; k) = F\left[\Delta^{\frac{1-m}{2m}}(A; k) H^{\frac{1}{2}}(X, A; k)\right],$$
$$K(X, A; k) = \mathcal{F}[\Psi(X, A; k); k],$$
$$\Phi(X, A; k) = \Psi(X, A; k) + \sum_{n=1}^{m+2} \lambda^n \int^{(m)} \Psi(X, C; k) K^{(n)}(C, A; k)\, d(c_1, \ldots, c_m);$$

les $K^{(n)}$ résultent de l'itération de K, et les intégrations sont étendues à tout l'espace, Soit $G(X, A; k)$ la solution cherchée pour $\mathcal{F}(u; k)$; nous la connaissons pour $K = 0$; en la supposant connue pour la valeur k, nous allons la chercher pour $k + \Delta k (\Delta k > 0)$. Pour cela nous cherchons une fonction $\rho(X, A)$ telle que la fonction

$$u(X, A) = -\lambda \int^{(m)} \rho(C, A)[G(X, C; k) - \Phi(X, C; k) + \Phi(X, C; k + \Delta k)]\, d(c_1, \ldots, c_m)$$

satisfasse à l'équation

$$\mathcal{F}(u; k - \Delta k) = \mathcal{F}[G(X, A; k) - \Phi(X, A; k) + \Phi(X, A; k + \Delta k); k + \Delta k] = f(X, A),$$

ce qui conduit à une équation de Fredholm dont le noyau est $f(X, C)$ et le second membre $f(X, A)$; le champ d'intégration est infini; mais, à cause de la façon dont le noyau s'annule à l'infini, on peut ramener par une inversion cette équation à un système de deux autres dans lesquelles le champ est borné et le noyau continu. On démontre que, si Δk est inférieur à un nombre indépendant de k, la valeur absolue du noyau reste inférieure à un nombre assez petit pour que l'équation soit certainement soluble. Alors

$$G(X, A; k + \Delta k) = G(X, A; k) - \Phi(X, A; k) + \Phi(X, A; k + \Delta k) - u(X, A),$$

et l'on atteint la valeur $k = 1$ en un nombre fini d'opérations.

Cette solution $G(X, A)$ *est unique et elle satisfait, relativement à* A, *à l'équation* $\mathcal{G}(v) = 0$ *adjointe à* (1).

Considérons maintenant un domaine borné ouvert D, de frontière S (S pouvant se composer de plusieurs contours). Les hypothèses faites sur les dérivées des coefficients de $\mathcal{F}$ sont supposées satisfaites dans D + S, et l'on suppose que l'équation (1) n'admette pas, dans D, d'autre solution nulle sur S que $u = 0$. Alors *le problème de Dirichlet correspondant à* D *est*

toujours possible pour $\mathcal{F}$ et pour $\mathcal{G}$. Pour le montrer, on prolonge hors de D les coefficients de $\mathcal{F}$, en respectant les hypothèses de continuité et de manière à satisfaire aux conditions (2), et de façon qu'il existe des fonctions $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m$ continues ainsi que leurs dérivées à l'extérieur de D et sur S, et telles que

$$(4) \quad c + \Sigma_\alpha \frac{\partial \theta_\alpha}{\partial x_\alpha} + \frac{1}{4} \Sigma_{\alpha,\beta} A_{\alpha,\beta} \left(2\theta_\alpha + b_\alpha - \Sigma_\gamma \frac{\partial a_{\alpha,\gamma}}{\partial x_\gamma}\right)\left(2\theta_\beta + b_\beta - \Sigma_\gamma \frac{\partial a_{\beta,\gamma}}{\partial x_\gamma}\right) < 0$$

dans tout l'extérieur de D. On remarque qu'en posant

$$u\mathcal{F}(u) = \Sigma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha}[u\Theta_\alpha(u)] - P\left(u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial u}{\partial x_m}\right) \quad \left[\Theta_\alpha(u) = \Sigma_\beta a_{\alpha,\beta} \frac{\partial u}{\partial x_\beta} - \theta_\alpha u\right],$$

P est une forme quadratique positive; on a aussi

$$v\mathcal{G}(v) = \Sigma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha}[vZ_\alpha(v)] - P\left(v, \frac{\partial v}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial v}{\partial x_m}\right) \quad \left[Z_\alpha(v) = \Sigma_\beta \frac{\partial(a_{\alpha,\beta} v)}{\partial x_\beta} - (\theta_\alpha + b_\alpha)v\right].$$

Cela permet de généraliser les raisonnements classiques; pour les problèmes extérieurs de Neumann, on doit avoir sur S

$$\Sigma_\alpha(-1)^{(m-1)(\alpha-1)}\Theta_\alpha(u)\frac{d(x_{\alpha+1}, \ldots, x_{\alpha-1})}{d(t_1, \ldots, t_{m-1})} = 0$$

($t_1, \ldots, t_{m-1}$ étant les paramètres des points de S) ou la même chose avec les $Z_\alpha(v)$. On montre la possibilité annoncée d'abord pour $\mathcal{G}$, puis pour $\mathcal{F}$ (1).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le calcul des valeurs exceptionnelles* M *des fonctions entières d'ordre fini.* Note de M. **Georges Calugaréano.**

Nous avons signalé (2) la formule suivante, déjà établie par M. Maillet (3) sous une forme particulière

$$(1) \qquad \sum_{\nu=1}^{\infty}\left(\frac{1}{x_\nu(z)}\right)^q = \sum_{\nu=1}^{\infty}\left(\frac{1}{b_\nu}\right)^q - \frac{\varpi_q(z)}{(a_0 - z)^q} \qquad (q = p+1, p+2, \ldots),$$

(1) Ceci complète les raisonnements du Mémoire des *Annales de l'École Normale*, 43, 1926, p. 1 à 128, qui, malgré ce qui est dit pages 5 et 101, ne s'appliquent pas au cas de plusieurs contours. Dans la Note des *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 632, la proposition III reçoit aussi certaines extensions.

(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 37.

(3) *Journal de Mathématiques*, 5e série, 8, 1902, p. 329.

formule qui relie les zéros $x_\nu(z)$ de $f(x)-z$ à ses pôles b_ν et aux coefficients a_n de son développement de Taylor. La fonction $f(x)$ étant méromorphe d'ordre fini, nous aurons

$$\text{(W)} \qquad f(x)=e^{Q(x)}\frac{\Pi\,E\left(\frac{x}{x_\nu(0)},p_1\right)}{\Pi\,E\left(\frac{x}{b_\nu},p_2\right)},$$

$Q(x)$ étant un polynome de degré p_3. Dans ces conditions en appelant *genre* p de $f(x)$ le plus grand des 3 entiers p_1, p_2, p_3, la formule (1) sera valable à partir de $q=p+1$. Celle-ci nous a servi à calculer les valeurs exceptionnelles P (au sens de M. Picard) de $f(x)$. Appelons valeur *exceptionnelle* M de rang m, une valeur γ telle que l'équation

$$(2) \qquad f(x)-\gamma=0$$

possède des racines multiples seulement, leurs ordres de multiplicité étant des multiples de m. Ces valeurs, considérées par M. Montel [1], jouissent de propriétés qui rappellent le théorème de M. Picard. La formule (1) nous permet de donner, pour les fonctions entières, une méthode de calcul de ces valeurs remarquables attachées à certaines fonctions $f(x)$. On aura

$$(3) \qquad \sum_{\nu=1}^{\infty}\left(\frac{1}{x_\nu(\gamma)}\right)^q=m\sum_{\nu_1=1}^{\infty}{}'\left(\frac{1}{x^{\nu_1}(\gamma)}\right)^q,$$

le symbole Σ' signifiant que chaque zéro $x_\nu(\gamma)$ d'ordre m y est compté une fois, chaque zéro d'ordre $2m$ l'est 2 fois seulement, etc.

Or la nouvelle suite $x_{\nu_1}(\gamma)$ ainsi formée donne tous les zéros de $\sqrt[m]{f(x)-\gamma}$ qui est, elle aussi, une fonction entière, si l'on choisit une détermination pour le radical. Posons

$$(4) \qquad \sqrt[m]{f(x)-\gamma}=\sigma_0+\sigma_1 x+\sigma_2 x^2+\ldots,$$

les σ_n, qui contiennent les a_n et γ, étant calculables régulièrement pour chaque m. On aura donc

$$(5) \qquad \sum_{\nu_1=1}^{\infty}{}'\left(\frac{1}{x_{\nu_1}(\gamma)}\right)^q=\frac{\varpi'_q(\gamma)}{(\sigma_0-\gamma)^q},$$

[1] P. Montel, *Leçons sur les familles normales*, p. 73, 80, 125, 135.

avec

$$\varpi'_q(\gamma) = \begin{vmatrix} \sigma_0-\gamma & 0 & 0 & \dots & \sigma_1 \\ \sigma_1 & \sigma_0-\gamma & 0 & \dots & 2\sigma_2 \\ \sigma_2 & \sigma_1 & \sigma_0-\gamma & \dots & 3\sigma_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{q-1} & \sigma_{q-2} & \sigma_{q-1} & \dots & q\sigma_q \end{vmatrix}$$

et, en tenant compte de (3) et (1),

$$(6) \qquad m\frac{\varpi'_q(\gamma)}{(\sigma_0-\gamma)^q} = \frac{\varpi_q(\gamma)}{(a_0-\gamma)^q} \qquad (q = p+1, p+2, \dots).$$

On a ainsi une infinité d'équations algébriques auxquelles γ doit satisfaire. L'élimination de γ donnera une infinité de conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence d'une ou plusieurs valeurs exceptionnelles M de rang m. Toute racine commune à ce système infini (6) donnera une valeur exceptionnelle M de rang m. Le calcul de ces valeurs γ se réduit donc, ainsi que celui des valeurs exceptionnelles P, à un problème d'Algèbre.

Relativement à la démonstration de (1), ajoutons ici que cette formule peut être déduite par identification du développement canonique (w), méthode suivie par M. Maillet dans le Mémoire cité. Elle peut servir à donner des conditions de réalité des zéros de $f(x)$, ainsi qu'à la détermination d'autres valeurs remarquables attachées aux fonctions méromorphes d'ordre fini.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Généralisation du théorème de Kœnig.* Note [1] de M. **Victor Vâlcovici**, transmise par M. Paul Appell.

1. Soient T_1 et T_2 deux trièdres rigides de référence, en mouvement l'un par rapport à l'autre, et (S) un système de points matériels également en mouvement par rapport à chacun des deux trièdres T_1 et T_2. Désignons par $\overline{v_1}$, $\overline{v_2}$ et $\overline{u_2}$ les vecteurs représentant respectivement la vitesse d'un point de masse m du système (S) par rapport à T_1, la vitesse du même point par rapport à T_2 et la vitesse d'entraînement que ce même point aurait par rapport à T_1 s'il était solidairement lié à T_2.

On aura évidemment

$$(1) \qquad \overline{v_1} = \overline{v_2} + \overline{u_2}.$$

[1] Séance du 25 février 1929.

En désignant par E_1 et E_2 les expressions de l'énergie cinétique du système par rapport à T_2 respectivement, on en tire

$$E_1 = E_2 + \frac{1}{2}\Sigma m u_2^2 + M\bar{r}\overline{V_2} + \bar{\omega}\overline{K_2}. \tag{2}$$

Ici, M signifie la masse totale du système (S), $\overline{V_2}$ la vitesse du centre de gravité de (S) par rapport à T_2, $(\bar{r}, \bar{\omega})$ la roto-translation du trièdre T_2 par rapport à T_1 et K_2 la somme des moments des quantités de mouvement du système (S) dans son mouvement relatif par rapport à T_2, les moments étant pris par rapport au sommet de ce trièdre.

On peut particulariser la formule (2) en y faisant successivement $\bar{\omega}$ et $\overline{V_2}$ égal à zéro. On obtient dans ce cas

$$E_1 = E_2 + \frac{1}{2}Mr^2 + M\bar{r}\overline{V_2}, \tag{3}$$

$$E_1 = E_2 + \frac{1}{2}\Sigma m u_2^2 + \bar{\omega}\overline{K_2}. \tag{4}$$

Si enfin l'on prend à la fois $\bar{\omega} = \overline{V_2} = 0$, on aura

$$E_1 = E_2 + \frac{1}{2}M\dot{r}^2. \tag{5}$$

C'est la formule donnée par le théorème de I.-S. Kœnig [1] et les formules (2), (3) et (4) en sont des généralisations.

2. La formule (3) nous fournit des trièdres T_2 pour lesquels la formule (5) est valable (trièdres de Kœnig).

La condition à remplir serait $\dot{r}\overline{V_2} = 0$, ce qui conduit à une propriété due à Bonnet [2].

La formule (4) nous fournit d'autres trièdres Kœnig par la condition

$$\frac{1}{2}\Sigma m(\bar{\omega} \times \bar{r})2 = \bar{\omega}\overline{K_2} = 0.$$

On peut donner une interprétation mécanique assez simple à cette formule, si l'on observe que le premier terme, étant l'énergie cinétique du système dans sa rotation d'entraînement, peut être remplacé par $\frac{1}{2}I\omega^2$,

---

(1) Voir, par exemple, P. Appell, *Traité de Mécanique rationnelle*, 2, 4e édition, p. 349.

(2) Voir P. Appell, *loc. cit.*, p. 76.

I étant le moment d'inertie du système par rapport à l'axe instantané de rotation du trièdre T_2. On aura $\omega = -\frac{2\overline{K}_2 \text{ vers } \overline{\omega}}{I}$, c'est-à-dire la *condition pour que l'énergie cinétique du système* (S) *par rapport à* T_1 *soit égale à l'énergie cinétique de toute la masse concentrée dans le centre de gravité de* (S), *augmentée de l'énergie cinétique du système dans son mouvement relatif par rapport au trièdre* T_2 *ayant l'origine* O_2 *dans le centre de gravité de* (S) *et étant en outre animé d'un mouvement quelconque relativement à* T_1, *est que la vitesse angulaire de rotation* ω *du trièdre* T_2 *soit portée sur l'axe de rotation en sens inverse de celui de la projection de la somme des moments des quantités de mouvement du système dans son mouvement relativement à* T_2 *étant égale au double de cette projection divisée par le moment d'inertie de* (S) *par rapport à l'axe instantané de rotation.*

3. Une formule analogue à (2) : $E_2 = E_1 + \frac{1}{2}\Sigma m u_2^2 - \Sigma m \overline{v}_1 \overline{u}_2$, nous fournit immédiatement les trièdres T_2 par rapport auxquels l'énergie cinétique est minima. On aura la condition

$$\delta E_2 = -M\overline{V}_2 \delta \overline{r} - \overline{K}_2 \delta \overline{\omega},$$

qui mène à $\overline{V}_2 = 0$, $\overline{K}_2 = 0$. Ce sont bien les trièdres trouvés par M. J. Le Roux [1] en suivant une autre voie. Remarquons enfin que ces trièdres sont aussi ceux que M. P. Appell a désignés sous le nom d'immobiles [2].

ASTRONOMIE. — *Sur le calcul de l'orientation du grand cercle de recherche des astéroïdes.* Note de M. **Benjamin Jekhowsky**, présentée par M. H. Andoyer.

Les équations et formules que j'ai indiquées dans une Note [3] antérieure permettent de déterminer d'une façon simple la valeur de la quantité $j = \frac{d\delta}{d\alpha}$, c'est-à-dire de la variation de la déclinaison correspondant à une minute de correction en ascension droite.

---

(1) *Sur une propriété générale du mouvement d'un système de points matériels* (*Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 228).

(2) P. Appell, *Sur la notion d'axes fixes et de mouvement absolu* (*Comptes rendus*, **166**, 1918, p. 513).

(3) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 548.

Il existe plusieurs procédés de calcul de cette quantité, si importante [1] pour l'identification des petites planètes, appelée aussi l'orientation du grand cercle de recherche des astéroïdes [2].

En renvoyant aux articles originaux, nous remarquerons que le plus simple des procédés pour trouver ce rapport j exige de connaître au moins trois positions géocentriques de la planète.

De plus ce rapport n'est pas constant, il varie d'une date à l'autre et ses variations peuvent grandir beaucoup, quand on s'éloigne de l'opposition.

La formule indiquée ci-après permet, à l'aide d'une seule position géocentrique de la planète, de déterminer rapidement à chaque instant avec une précision égale à celle que donnent les autres procédés la valeur de la quantité j.

Remplaçons dans les équations fondamentales (4), μ_1, μ_2, μ_3, les différentielles des cosinus directeurs de la direction calculée, par leurs valeurs (3) en fonction des $d\alpha$ et $d\delta$, et écrivons les deux premières relations ainsi obtenues, en négligeant [3] les variations dr et $d\rho$ des distances héliocentrique r et géocentrique ρ de la planète.

Il vient

$$(1)\qquad \begin{cases} g_1 \dfrac{d\rho}{\rho} = -\lambda_2\, d\alpha - \lambda_1 \operatorname{tang}\delta\, d\delta, \\ g_2 \dfrac{d\rho}{\rho} = \lambda_1\, d\alpha - \lambda_2 \operatorname{tang}\delta\, d\delta. \end{cases}$$

De ces relations, en tenant compte de la formule évidente

$$(2)\qquad g_1\lambda_1 + g_2\lambda_2 + g_3\lambda_3 = 0,$$

on déduit

$$(3)\qquad \begin{cases} d\alpha = (\lambda_1 g_2 - \lambda_2 g_1)\,\text{séc}^2\delta\, \dfrac{d\rho}{\rho}, \\ d\delta \qquad\qquad g_3\,\text{séc}\,\delta\, \dfrac{d\rho}{\rho}, \end{cases}$$

d'où la formule cherchée, en minutes d'arc,

$$(4)\qquad j = \frac{d\delta}{d\alpha} = \frac{15\, g_3 \cos\delta}{\lambda_1 g_2 - \lambda_2 g_1}.$$

---

[1] L. Fabry, *Identification des petites planètes* (*Bull. astr.*, 30, 1913, p. 49).

[2] Lagrula, *Procédé de calcul rapide de l'orientation du grand cercle de recherche des astéroïdes* (*Bull. astr.*, 35, 1918, p. 228).

[3] On arrive au même résultat en tenant aussi compte de la variation $d\rho$.

Pour fixer les idées, prenons les mêmes exemples qui ont été traités par les auteurs cités.

On trouve

	([1]).	([2]).	Procédé général.	Formule ([4]).
(162) Laurentia..........	$-6',9$	$-6',8$	$-6',6$	$-6',7$
(310) Marguerite..........	$-5',8$	([3]). $-6',0$	$-5',6$	$-5',9$

On voit que l'accord est très satisfaisant.

Signalons encore que les relations (3) avec d'autres ([4]) bien connues et qu'il est inutile d'indiquer ici, constituent un ensemble de formules, qui peuvent servir à déterminer les corrections des coordonnées équatoriales, α et δ, de la planète, dues aux corrections des temps d'observation en vertu de l'aberration.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la structure de la chromosphère solaire.* Note de M. L. **d'Azambuja**, présentée par M. H. Deslandres.

L'étude d'une série d'images monochromatiques du Soleil, obtenues avec le grand spectrohéliographe double, à trois fentes, de Meudon, en isolant diverses raies de la *couche renversante* ou partie basse de la chromosphère, m'a permis de signaler ([5]) que toutes ces images offrent, plus ou moins mélangée aux *plages faculaires* et aux *flocculi* qui caractérisent la structure H_1, K_1, du calcium ionisé, une granulation, répartie à peu près uniformément sur le disque et distincte de la granulation photosphérique dont les éléments sont quatre à cinq fois plus petits.

A première vue, cette structure spéciale paraît à peu près indépendante de la nature de la vapeur étudiée. Je me suis proposé de rechercher, avec le même instrument, si elle était réellement identique pour des vapeurs différentes. La Note actuelle expose les premiers résultats obtenus dans cette voie.

Il était nécessaire que les granulations à comparer fussent photographiées

([1]) Lagrula, *loc. cit.*
([2]) H. Blondel, *Éphémérides de l'Observatoire de Marseille*, n° 16, 1918.
([3]) L. Fabry, *ibid.*, n° 9.
([4]) H. Andoyer, *Cours de Mécanique céleste*, 1, p. 73.
([5]) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1023, et 185, 1927, p. 637.

simultanément. L'appareil de Meudon n'a pas été organisé en vue d'un tel enregistrement. J'ai pu néanmoins, à l'aide de quelques modifications assez simples, l'adapter provisoirement à cette destination nouvelle : Deux miroirs plans, à réglages indépendants, ont été substitués au miroir unique (1) qui, habituellement, réfléchit le faisceau émergeant des prismes dans la direction de la chambre du premier spectrographe. Chaque miroir, recevant une partie du faisceau, il devenait possible, en l'orientant convenablement, d'isoler à la fois deux radiations de longueurs d'onde différentes dans la fente sélectrice (deuxième fente). Ces radiations étaient à nouveau séparées dans le second spectrographe qui en donnait deux images distinctes sur la plaque photographique. La troisième fente, placée devant celle-ci, était elle-même remplacée par un écran percé de deux fenêtres étroites dont l'écartement correspondait à celui des images. La plaque enregistrait ainsi, par le jeu habituel des organes de l'instrument, deux disques ou portions de disque dont les points correspondants étaient passés au même instant sur la première fente.

Afin d'assurer aux images le maximum de netteté que rendait nécessaire la finesse des granulations à comparer, les photographies n'ont été prises qu'aux rares moments où le calme atmosphérique était à peu près complet. D'autre part, le choix des raies à employer s'est trouvé restreint à la région étroite du spectre pour laquelle le spectrohéliographe est parfaitement achromatique. Ces conditions limitatives ne m'ont permis d'obtenir que quelques bons clichés avec les deux couples de raies Ca 4227-Fe 4384 et Ca 4227-Fe 4202. Les raies 4227 et 4384 ont des intensités voisines (20 et 15 respectivement, dans l'échelle de Rowland). La raie 4202 est beaucoup plus faible (intensité 8) et, d'après les idées généralement admises, correspond à un niveau moins élevé dans la couche renversante.

Les diverses images simultanées, examinées au Blink-microscope, n'ont pas révélé de différences appréciables dans la forme et dans la distribution des grains.

Ce résultat, pour incomplet qu'il soit, puisque deux éléments seulement ont été comparés, fournit néanmoins une précision intéressante sur l'identité de structure des vapeurs basses de calcium et de fer. Il paraît indiquer aussi que, pour ce dernier élément, la différence de niveau n'a pas d'influence sensible sur l'aspect de la granulation.

---

(1) Voir la description complète de l'instrument dans une Note de M. H. Deslandres intitulée : *Sur une solution générale du spectrohéliographe* (*Comptes rendus*, 148, 1909, p. 968).

Il est plus probable cependant que, dans le cas actuel, cette différence est trop faible pour exercer son action. Les hauteurs atteintes au bord solaire par les raies 4384 et 4202 sont respectivement, d'après une évaluation récente que j'ai pu faire à l'aide du spectrohéliographe ([1]), 1200^{km} et 700^{km}. Mais ces hauteurs fixent seulement une limite supérieure aux niveaux où la granulation est formée sur le disque. D'une part, en effet, celle-ci, qui atteint son maximum de visibilité sur les spectrohéliogrammes lorsque la fente sélectrice est placée aux lisières de la partie centrale des raies et non au milieu de celle-ci, est localisée dans la couche moyenne de la vapeur plutôt que dans la couche supérieure. D'autre part, cette couche moyenne est plus voisine de la surface de l'astre dans les régions centrales du disque que près du bord où la vapeur se présente, pour l'observateur, sous une épaisseur apparente beaucoup plus grande. La différence observée entre les hauteurs des raies 4384 et 4202, au bord, doit donc être, comme ces hauteurs elles-mêmes, notablement réduite sur le disque où l'écart des niveaux devient probablement négligeable devant le diamètre moyen des grains (5000^{km} environ).

Une seule granulation a été observée jusqu'ici à un niveau nettement plus élevé. Elle est donnée par la raie H_α de l'hydrogène et offre, dans les régions non perturbées du disque ([2]), une ressemblance remarquable avec la granulation des vapeurs basses. Comme celle-ci, elle atteint son maximum de visibilité lorsque la fente sélectrice est placée aux lisières de la raie. Cette dernière analogie confirme la communauté d'origine des deux structures et marque l'intérêt de les soumettre, avec un appareil approprié, à une comparaison précise par la méthode des images simultanées.

NAVIGATION AÉRIENNE. — *Sur le choix de la projection à adopter pour les cartes de navigation aérienne.* Note de M. **L. Driencourt**, présentée par M. R. Bourgeois.

I. La question du choix de la projection qu'il convient d'employer pour les cartes de navigation aérienne a fait jusqu'ici l'objet de nombreux travaux tant en France qu'à l'étranger sans qu'on soit encore arrivé à trouver une solution qui s'impose. C'est sans doute à cause de la variation du

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 380.

([2]) Aux environs des taches, la structure H_α présente un aspect très particulier (*Solar vortices*), qui ne se retrouve pas sur les images de la couche renversante.

problème à mesure que, à la navigation en ballon libre, venaient s'ajouter celles en dirigeable et en avion, qu'augmentait la vitesse de ces derniers engins et par suite la longueur des parcours sans escale, enfin que progressait la radiogoniométrie. En effet le système de projection dans lequel doit être établie la carte considérée comme instrument de navigation dépend dans une large mesure du mode de navigation employé : navigation par l'estime, astronomique, par relèvements radiogoniométriques. Il s'agit donc de préciser celui de ces modes de navigation qui paraît avoir le plus de chances d'être particulièrement employé hors de vue de terre sur les longues routes aériennes dans un avenir presque immédiat. De l'avis à peu près unanime des aviateurs, la carte de navigation aérienne doit être établie actuellement en vue de la détermination du point par relèvements radiogoniométriques, seul procédé permettant de se placer lorsque tous les autres sont en défaut.

II. Un grand pas a été fait en 1928 (¹) par M. L. Kahn vers la solution rationnelle du problème ainsi posé. Il a eu l'heureuse idée d'utiliser la partie de la *projection cylindrique orthogonale oblique* (²) la moins déformée, celle qui avoisine le grand cercle de base, pour en former des *cartes-bandes* correspondant aux principales routes du globe. Le développement du grand cercle d'une carte est pris pour axe de la carte. Les routes parallèles à l'axe ou peu inclinées sur lui, tout en s'écartant de la route orthodromique proprement dite d'autant plus qu'elles sont plus éloignées de l'axe et plus longues, n'en diffèrent en longueur que d'une quantité pratiquement négligeable. Les méridiens ont un point d'inflexion sur l'axe et sont presque des droites dans l'étendue de la carte ; et comme celle-ci conserve les angles, les angles de route sont faciles à prendre. Enfin, comme les déformations angulaires à distance finie sont négligeables au degré de précision des relèvements radiogoniométriques, ceux-ci peuvent être tracés sans qu'il y ait à leur apporter aucune correction.

III. Ces cartes ont cependant un défaut, celui d'être faites spécialement en vue de la navigation orthodromique. Or, tout comme les routes maritimes et pour des raisons que tout le monde conçoit, les routes aériennes pratiques entre des points très écartés en longitude s'écartent généralement beaucoup de celles suivant l'arc de grand cercle. Il suffit de rappeler que la

---

(¹) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 496, et **187**, 1928, p. 284.

(²) J'emploie ici exclusivement les dénominations si expressives de Tissot qui ne peuvent prêter à confusion.

route la plus courte entre deux points du même hémisphère dont les longitudes diffèrent de 180° passe par le pôle. En dehors de ce cas extrême, les routes pratiques s'écarteront souvent de plus de 15° de la route orthodromique, ce qui obligera le navigateur aérien faisant usage des cartes de M. L. Kahn à les utiliser au delà des limites d'emploi fixées par l'auteur lui-même.

En somme, il faut renverser le problème : à la route théorique que constitue l'orthodromie, il faut, comme en navigation maritime, substituer la route moyenne que l'expérience, compte tenu de tous les éléments qui influent sur le choix d'une route aérienne, a indiqué comme étant la meilleure. Cela conduit à prendre comme courbe de base ou axe de la projection, au lieu du grand cercle dont la courbure géodésique est nulle, un ou plusieurs petits cercles de la sphère dont la courbure géodésique pouvant varier de zéro à l'infini leur permet d'épouser en gros les principales sinuosités de la route. Cartographiquement parlant, cela revient à remplacer la projection cylindrique par une ou plusieurs projections coniques. A condition que ces projections possèdent les mêmes avantages que la projection cylindrique autogonale oblique et qui ont dicté à M. L. Kahn le choix de cette dernière.

IV. *La projection conique autogonale oblique* répond entièrement à tous ces desiderata : elle a pour axe un cercle dont le rayon peut être choisi pour s'adapter à n'importe quel arc de la route, et elle conserve les angles; ses méridiens présentent un point d'inflexion sur l'axe en sorte qu'ils sont presque rectilignes dans la zone utilisée de part et d'autre de l'axe; à égale distance de l'axe, ses déformations sont les mêmes que celles de la projection cylindrique autogonale; elle offre donc les mêmes facilités que celle-ci pour prendre les angles de route et porter les relèvements.

Trois points convenablement choisis sur un arc de route de courbure géodésique assez régulière suffisent pour déterminer sur la sphère le pivot de la projection correspondante et l'almicantarat de base, après quoi le calcul du canevas n'est ni plus long, ni plus compliqué que celui de la projection cylindrique oblique.

Ainsi la projection conique autogonale, dont l'emploi sous l'aspect polaire, c'est-à-dire telle que l'avait imaginée Lambert, s'est montré si avantageux au cours de la guerre pour les armées alliées et s'impose pour la représentation de toutes les parties du globe s'étendant principalement dans le sens Est-Ouest, est aussi, sous l'aspect oblique, la plus indiquée pour l'établissement des cartes de navigation aérienne; et l'on n'en saurait

trouver de meilleure sous le rapport de la petitesse des déformations puisque Tissot, qu'on ne consulte jamais en vain lorsqu'il s'agit de projections de cartes géographiques, a démontré que c'est à elle que se ramène sa projection du minimum de déformation lorsque la portion du globe à représenter a la forme d'une zone.

THERMODYNAMIQUE. — *Démonstration des relations de Maxwell-Clausius et de Clapeyron.* Note de M. **Vasilesco Karpen**, présentée par M. P. Janet.

J'ai démontré les formules de Maxwell-Clausius et de Clapeyron pour les fluides conformes aux hypothèses et à l'équation de Van der Waals [1]. On peut généraliser cette démonstration.

Un fluide est complètement défini, au point de vue thermodynamique, si l'on connaît son équation d'état : $p + \pi = P$, dans laquelle, selon la conception de Van der Waals, p est la pression extérieure, π la pression interne, P la pression totale; la chaleur spécifique c, à volume v constant; et la chaleur spécifique $P + K$ à température constante, P, p, π, k étant des fonctions de v et de T. Les molécules sont quelconques, leur nombre pouvant varier avec v et T, par dissociation.

Nous allons montrer en employant, en partie, la méthode et les notations des Notes précédemment citées que, la relation de Maxwell-Clausius peut être obtenue pour un fluide quelconque, *indépendamment du principe de Carnot*, en remplaçant la condition imposée par celui-ci, par la condition d'équilibre entre le liquide et la vapeur saturée le surmontant :

$$\int_{v_2}^{v_1} v\,dP = \mathfrak{T}. \tag{1}$$

Nous trouverons $\mathfrak{T}$, travail nécessaire pour faire passer les molécules du liquide dans la vapeur, à travers la couche de passage par le raisonnement suivant :

On peut vaporiser : 1° soit en dilatant graduellement le fluide de v_1 à v_2, suivant l'isotherme théorique; l'énergie gagnée par le fluide ou le travail moléculaire, à l'exclusion du travail extérieur sera $\int_{v_1}^{v_2} (P + k - p)\,dv$;

---

[1] *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1039, et 188, 1929, p. 496.

2° soit en faisant passer les molécules une à une, à travers la couche de passage; les volumes spécifiques v_1, v_2, les pressions totales P_1, P_2 et la pression extérieure p_s, pression de la vapeur saturée, la même pour les deux phases, restant constants jusqu'à ce que tout le liquide soit transformé en vapeur; le travail des forces moléculaires sera au total le même, mais on peut le considérer comme la somme : du travail de passage $\mathfrak{T}$; du travail $\int_{v_1}^{0}(P_1 - p_s + k)\,dv$ des molécules du liquide, en se rapprochant, à mesure que les molécules sortent du liquide, pour maintenir v_1 et P_1 constants; et du travail analogue $\int_{0}^{v_2}(P_2 - p_s + k)\,dv$ des molécules de la vapeur en s'écartant, à mesure que les molécules sorties du liquide entrent dans la vapeur. On obtient en réduisant :

$$(2) \qquad \mathfrak{T} - (P_1 - p_s)v_1 + (P_2 - p_s)v_2 = \int_{v_1}^{v_2}(P - p)\,dv.$$

Remplaçant dans (1) $\mathfrak{T}$ par sa valeur tirée de (2) il vient

$$(3) \qquad p_s(v_2 - v_1) = \int_{v_1}^{v_2} p\,dv.$$

C'est la relation de Maxwell-Clausius qui se trouve démontrée pour tous les fluides naturels.

Dérivant (3) par rapport à T on obtient

$$(4) \qquad T(v_2 - v_1)\frac{dp_s}{dT} = \int_{v_1}^{v_2} T p'_T\,dv.$$

Si le fluide en phase unique satisfait, non seulement au principe de l'équivalence, que nous avons admis pour le calcul de $\mathfrak{T}$, mais aussi au principe de Carnot, on sait que l'on a

$$T p'_T = P + k.$$

Le second membre de (4) représente donc la chaleur totale de vaporisation et la formule de Clapeyron se trouve démontrée pour les fluides qui, en phase unique, satisfont au principe de Carnot. Tels sont les fluides conformes aux hypothèses de Van der Waals et dont l'équation d'état généralisée est de la forme $p + f(v) = T\varphi(v)$, avec $c = \psi(T)$ et $k = 0$. On peut dire que, pour ces fluides, le principe de Carnot est *démontré*.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre d'arc du samarium. Mesures faites à la pression normale entre* $\lambda = 3100$ I. A. *et* $\lambda = 2750$ I. A. Note de M. S. **Piña de Rubies**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons décrit en dernier lieu le spectre du gadolinium. Dans la Note présente nous allons nous occuper du spectre du samarium obtenu en nous servant de l'oxyde pur préparé par M. Urbain.

Outre les raies signalées d'abord par Exner et Haschek ([1]) et plus tard par Rütten ([2]) nous énumérons dans le tableau suivant 120 raies environ appartenant sans doute au samarium. L'emploi du nouveau comparateur Abbe nous a permis d'effectuer les mesures avec une précision supérieure à celle atteinte pour les terres rares précédemment étudiées par nous. La seule erreur commise provient exclusivement du repérage des raies.

Quelques lignes données par Rütten ne se montrent pas dans nos spectrogrammes, elles sont dues à des impuretés, gadolinium notamment, vanadium et gallium,

Nous trouvons des raies coïncidant avec le plomb (lignes R), nous les signalons avec le symbole de cet élément car probablement elles appartiennent à ce métal.

Spectre d'arc du samarium à pression normale.

Longueur d'onde.	Intensité.	Longueur d'onde.	Intensité.	Longueur d'onde.	Intensité.	Longueur d'onde.	Intensité.
3102,30	1	3076,97	1	3055,51	0	3037,73	1
3099,0	1 —	76,6	1	53,70	1	34,94	2
96;86	1 +	72,0	1 —	″ 51,04	1	34,5	1 a
96,67	1	71,30	1 +	50,80	1	34,21	1 a
95,66	1	70,4	1	49,4	1	32,90	1 +
90,45	1 +	69,76	1	48,34	1	31,58	1
89,01	1 ?	69,4	1	47,37	1	28,52	1
87,96	1	67,58	1	46,94	1	25,47	1
87,38	1	″ 66,02	1	44,72	0	″ 24,21	1 a
86,45	1 +	″ 65,78	1	39,37	1	23,00	1 a
84,4	1 a	″ 65,22	1	39,13	1	19,33	1
80,77	1	61,57	1	38,02	1	″ 15,7	0

([1]) *Die Spektren der Elemente bei normalen Druck*, 1911.

([2]) *Die Bogenspektren von Samarium und Tantal* (*Zeit. wiss. Phot.*, 3, 1905, p. 181).

Spectre d'arc du sanatorium à pression normale (suite).

Longueur d'onde.	Intensité.	Longueur d'onde.	Intensité.	Longueur d'onde.	Intensité.	Longueur d'onde.	Intensité.
3014,40	1	2952,26	1	2889,09	2	″ 2817,22	2
14,12	1—	47,21	1	″ 85,69	1—a	″ 16,24	1
″ 12,51	1	43,78	1+	83,11	2	15,63	1+
12,16	1	43,50	1	81,38	1+	13,77	1
10,91	1 a	42,5	1— ?	80,16	1	12,81	1
10,0	1	38,8	0	75,39	1+	10,85	2
08,84	1	37,49	1+	73,32	1—?Pb?	09,45	2+
06,18	1+	35,87	1	72,18	1+	07,35	2
05,2	1 a	33,57	1 dif. r.	71,0	0 a	03,85	1 d
04,0	1 a	32,06	1 a	68,9	1+	01,93	1 ?
01,96	0	29,46	1	68,45	2	″ 2799,7	0
2998,2	1	28,2	1—	68,0	1	″ 98,13	1
97,00	1—	27,64	1	″ 66,12	2 d	96,71	2
96,47	1—	27,13	1+	65,54	1	93,0	0
″ 95,87	1—	24,78	1+	″ 63,23	1	89,40	2
93,88	1	22,8	1	″ 61,62	1	″ 86,63	2
92,94	1 aa	21,3	1	″ 61,37	1+	85,06	1
91,59	1+Fe?	19,3	1 aa	″ 60,96	1 ?	″ 84,0	0 ?
88,91	1+	″ 17,63	1	″ 60,2	1	83,2	1
85,2	0 a	″ 14,70	1	″ 57,65	1+	80,7	1 ?
85,08	1—	″ 11,73	1	56,17	1	79,23	1+
83,9	1—a	11,3	1?	″ 55,68	1	″ 77,8	1
81,41	1+Fe?	10,30	2	″ 51,37	1+	″ 76,8	1
77,81	1	09,30	1—	49,8	1 a	76,12	1+
77,10	1—	07,99	2 d	49,1	0 ?	75,5	1 ?
76,50	0 ± C?	07,27	1	″ 48,31	1	74,78	1+
74,91	1— ?	06,9	1	47,54	1+	73,76	1+
71,9	0	05,81	1+a	40,82	1+	70,68	1
70,91	1	02,40	1	40,28	1+	″ 69,49	1
69,98	1+	2899,92	1	″ 39,01	1	67,87	2
69,02	1	98,82	1	″ 35,18	1	65,54	1
62,73	1+	97,99	1	34,3	1	64,25	2
61,98	1	″ 97	1	33	1	62,31	1+
60,1	1	96,30	1	″ 31,67	1+	60,10	1
59,00	1—	94,16	1	″ 30,95	2	59,0	1
58,29	1—	93,77	1	″ 29,21	1+	56,02	1
56,1	1+a d?	93,07	1	″ 27,32	1	55,09	1 ?
54,92	1	92,30	1	26,02	1	51,06	1+??
53,22	1	91,34	2	″ 24	0	50,45	1
52,54	1	90,94	1+	20,98	1+		

a, bords pas nets; d, double; dif, diffuse; r, vers le rouge; ?, raies coïncidant avec d'autres éléments; ″, raies n'ayant été l'objet que d'une seule mesure.

SPECTROSCOPIE. — *A propos des spectres ultraviolets d'absorption des ortho-, méta-, para-crésols.* Note de M. **Jean Savard**, présentée par M. G. Urbain.

Les spectres ultraviolets d'absorption (spectres de vapeur) des ortho-, méta- et para-crésols présentent entre eux les mêmes différences que les spectres des dérivés dihalogénés du benzène étudiés par Victor Henri et J. Errera.

L'énergie d'activation électronique décroît quand on passe du dérivé ortho au dérivé méta, et du dérivé méta au dérivé para. L'ortho et le méta-crésol offrent deux états d'activation électronique, le para un seul. En d'autres termes, le spectre d'absorption représenté par la formule générale :

$$\nu = \nu_1 + (p' - p_0)\alpha' + p_0(\alpha' - \alpha_0) + (q' - q_0)\beta' + q_0(\beta' - \beta_0)$$

se distribue, pour les dérivés ortho et méta, à partir de deux têtes de bandes origines, et à partir d'une seule pour le dérivé para,

Les différences $\alpha' - \alpha_0$, $\beta' - \beta_0$ étant toujours négatives, les deux fréquences de vibration α et β sont donc plus grandes à l'état normal (α_0, β_0) qu'à l'état activé.

Premier état d'activation électronique.

Corps.	ν_1.	α_0.	α'.	β_0.	β'.	Δ Eel. cal.-mol.-g.
Benzène (1)	37483	984	924	162	-	103826
Toluène (2)............	37421	1110	932	284	263	106649
Phénol	36350	846	784	190	152	103597
o-crésol...............	36248	773	704	293	245	103296
m-crésol..............	35983	769	693	318	270	102551
p-crésol	35339	863	808	250,5	209,5	100716

Deuxième état d'activation électronique.

Corps.	ν_2.	α_0.	α'.	β_0.	β'.	Δ Eel. cal. mol.-g.
Benzène (1)...........	38612	984	924	162	–	110044
Toluène (2)............	37484	1107	929	297	263	106829
Phénol	37286	846	784	190	152	106265
o-crésol...............	36412	773	704	293	245	103774
m-crésol..............	36100	769	693	318	270	102885
p-crésol	Un seul état électronique.					

(1) Cf. Victor Henri, *Structure des molécules*, Paris 1925.

(2) Une étude sommaire du spectre du toluène a été faite par Walter (*Thèse*, Zurich, 1922).

Nous avons complété cette étude et modifié quelques-unes de ses interprétations.

L'introduction dans le benzène du groupe CH^3 abaisse E_e de 177^{cal} seulement par molécule-gramme. Mais celle du groupe OH l'abaisse de 3229^{cal}. L'effet produit par l'introduction de OH dans le toluène est semblable : $\Delta[E_e \text{ crésol} - E_e \text{ toluène}] = -3353$ pour l'ortho; -4098 pour le méta et -5983 pour le paracrésol.

Les dérivés ortho et méta présentent un dédoublement de l'origine. Il est indépendant de l'état de vibration des atomes (ou groupes d'atomes) et ne peut être attribué qu'à l'existence de deux états électroniques voisins. Tout se passe comme si nos molécules possédaient un électron de valence.

C'est le benzène qui présente le plus fort dédoublement, dédoublement qui est toujours abaissé par l'introduction d'un substituant. Il tombe à zéro quand deux substituants (de mêmes signes ou de signes contraires) sont introduits en position para.

Dans le cas du benzène et du toluène, il y a influence de l'état électronique sur l'état de vibration.

C'est l'orthocrésol qui possède le plus grand nombre d'états de vibration.

Enfin, si l'on calcule la déformabilité des molécules d'après les valeurs des fréquences à l'état actif et à l'état normal, on constate que l'introduction du groupe CH^3 dans la molécule de C^6H^6 augmente considérablement sa déformabilité suivant la direction de la grande fréquence. Quand deux substituants sont introduits dans la molécule, c'est en position para qu'ils la rendent le moins déformable. Quand ils sont de mêmes signes la petite vibration est moins affectée que la grande, mais quand ils sont de signes contraires la molécule devient très déformable suivant la direction de la petite vibration.

La déformabilité n'est pas en rapport direct avec la valeur du moment électrique.

PHOTOGRAPHIE. — *Sur l'évolution de l'image latente.*
Note (¹) de M. G. JAUSSERAN, présentée par M. Ch. Fabry.

On a signalé depuis longtemps (²) que l'image latente, c'est-à-dire l'état particulier d'une plaque photographique après l'exposition, subit des modifications dans le cours du temps. Je me suis proposé d'étudier cette évolu-

(¹) Séance du 25 février 1929.
(²) BRUSH, *Phys. Review*, 31, II, 1910, p. 241.

tion de plus près et de rechercher son effet sur la forme de la courbe caractéristique du noircissement de la plaque.

La méthode employée est la suivante : la plaque étant placée derrière un coin photométrique, on en impressionne des régions voisines à des dates différentes avec le même éclairement et l'on effectue le développement aussitôt après la dernière pose. Chacune des densités correspondant à la même plage du coin caractérise, aux différentes époques après l'exposition, l'état de l'image latente relative à un éclairement déterminé. D'autre part, les diverses poses permettent de déterminer les courbes de graduation aux mêmes époques.

On s'est assuré dans tous les cas de l'ordre de grandeur des erreurs possibles. Les mesures de densité, faites au microphotomètre Fabry et Buisson, entraînent une erreur de l'ordre de 0,02. La constance de la source était contrôlée. Les poses à comparer étant faites sur la même plaque, les conditions du développement n'intervenaient pas dans les comparaisons. Pour se garantir contre le manque d'homogénéité des plaques on utilisait la plus petite surface possible de chacune d'elles, les plages impressionnées étant très petites et très voisines les unes des autres. On s'est d'ailleurs assuré, en intercalant les poses d'étude entre des poses de contrôle, faites assez longtemps auparavant pour donner des densités, identiques, du peu d'importance de cette cause d'erreur dans les conditions utilisées.

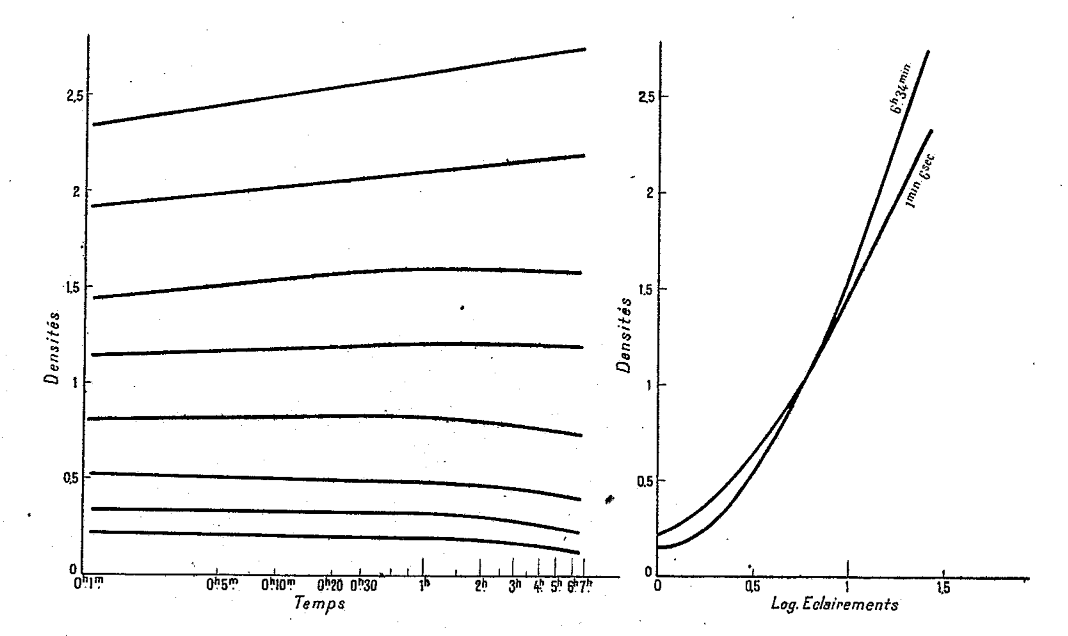
L'évolution de l'image latente est d'abord très rapide. Tout se passe, pour une exposition normale, comme si l'action de la lumière se poursuivait après que l'éclairement a cessé. L'accroissement de densité dépasse sur certains clichés 0,50.

D'autre part l'allure de l'évolution est différente selon la densité considérée; pour les densités faibles, ainsi d'ailleurs que pour celles voisines de la saturation, les variations sont peu marquées et il peut y avoir diminution de densité. Il en résulte que la courbe de graduation subit des déformations importantes.

Si on laisse l'évolution se poursuivre un temps suffisant, de l'ordre en général de quelques heures, on constate qu'elle devient de plus en plus lente, donne lieu presque toujours à un maximum de densité et conduit enfin à une densité constante.

Les diverses plaques étudiées (Jougla grande instantanée, Lumière extra-rapides, Guilleminot au lactate, Paget Prize panchromatic) ont toutes donné les mêmes résultats qualitatifs. Le phénomène est surtout marqué sur les plaques Jougla et sur les plaques Paget; il est très faible sur les plaques Guilleminot.

La figure ci-dessous donne un exemple des résultats obtenus en ce qui concerne le début de l'évolution. Elle se rapporte à une plaque Jougla, la



durée de pose étant 0,7 seconde. Pour des raisons de commodité on a pris pour les temps une échelle logarithmique. La partie droite de la figure représente les courbes de graduation correspondant aux poses extrêmes.

On peut conclure de cette étude que les variations de densité dues à l'évolution de l'image latente sont considérables. Elles pourraient fausser dans le rapport de 1 à 2 la comparaison photographique de deux intensités lumineuses non simultanées. L'allure du phénomène montre combien est nécessaire la précaution de développer plusieurs heures après la dernière pose les clichés photométriques comportant des poses non simultanées. C'est par suite de cette précaution, bien connue des observateurs, que la photométrie photographique donne des résultats corrects.

PHOTOCHIMIE. — *Inversion de l'effet photovoltaïque par les ions* OH^- *et* H^+. Note de M. **G. Athanasiu**, présentée par M. A. Cotton.

Quelques chercheurs [1] ont remarqué qu'on peut changer le sens du phénomène photovoltaïque de E. Becquerel en modifiant l'électrolyte de la pile. Je me suis proposé de chercher si en général l'addition des ions OH^- et H^+ à l'électrolyte peut agir sur le sens et la grandeur de l'effet photovoltaïque. Dans ce but j'ai étudié les électrodes suivantes : Ag-AgI, Ag-AgBr, $Ag-Ag^2S$, $Hg-Hg^2I^2$, $Cu-Cu^2I^2$, $Cu-Cu^2Br^2$ et cuivre oxydé. Les couches sensibles étaient de faible épaisseur.

Les effets très nets d'inversion provoqués par les ions OH^- s'observent sur les électrodes Ag-AgI et $Hg-Hg^2I^2$. Pour une pile

Ag-AgI | KCl neutre | Ag-AgI,

l'électrode éclairée devient positive. Les radiations agissantes se trouvent dans le bleu, le violet et l'ultraviolet et l'effet maximum se produit pour λ 4240 Å [2]. Si l'on rend *basique l'électrolyte* de cette pile l'électrode éclairée devient négative. Dans ce cas le maximum de sensibilité s'est légèrement déplacé vers les grandes longueurs d'onde (λ 4300 Å) mais la pile est maintenant sensible aussi pour les variations vertes, jaunes et rouges. Si l'on fait alors la même pile avec la solution neutre de KCl on peut observer le fait suivant : les radiations plus grandes que λ 4300 Å produisent l'effet négatif et les radiations plus courtes que λ 4300 Å produisent l'effet positif. Souvent la pile Ag-AgI | KCl neutre | AgI-Ag ne donne dès le début que l'effet négatif ou les deux effets contraires mentionnés. Dans ce dernier cas l'addition des ions OH^- détruit l'effet positif et augmente l'effet négatif existant qui peut être observé avec toutes les radiations comprises entre λ 4000-λ 8000 Å.

De même on observe l'inversion de l'effet photovoltaïque sur l'électrode $Hg-Hg^2I^2$. Dans un électrolyte acide l'effet de la lumière sur cette électrode est positif et les radiations agissantes se trouvent, comme je l'ai

(1) Goldmann et Brodsky, *Ann. der Phys.*, 44, 1914, p. 849; A. Garrison, *Journ. of Phys. Chem.*, 27, 1923, p. 601; C. W. Tucker, *Journ. of Phys. Chem.*, 31, 1927, p. 1357.

(2) *Annales de Physique*, 4, 1925, p. 398.

montré (*loc. cit.* p. 381) dans le bleu, le violet et l'ultraviolet. On constate que cet effet positif peut être détruit et même inversé en rendant basique l'électrolyte.

La pile ainsi obtenue est, elle aussi, sensible dans le bleu, le violet et l'ultraviolet mais elle l'est aussi pour le vert, le jaune et le rouge. Des effets analogues d'inversion peuvent être observés sur les piles dont les électrodes sont Cu-Cu^2I^2 et Cu-Cu^2Br^2. A cette occasion je signale que ces deux électrodes sont très sensibles dans l'ultraviolet. Les phénomènes sont moins nets sur les électrodes Ag-AgBr. Pour les électrodes de cuivre oxydé l'addition des ions H^+ augmente l'effet initial positif mais je n'ai pu inverser cet effet par addition des ions OH^-.

Les électrodes de Ag-AgS donnent une f. e. m. photovoltaïque négative dans des électrolytes neutres ou acides et les radiations les plus actives sont les rouges et les infrarouges; le maximum de sensibilité étant dans l'infrarouge vers 1^μ (Rigollet). Je trouve que cet effet négatif est *considérablement* augmenté si l'on ajoute à la solution des ions OH^-. La pile très sensible ainsi obtenue donne des f. e. m. négatives pour toutes les radiations comprises entre λ $0^\mu,4$ et λ $1^\mu,3$; le maximum restant toujours dans l'infrarouge comme pour la pile au KCl neutre.

En résumé, pour les piles mentionnées, les ions OH^- peuvent annihiler et inverser l'effet photovoltaïque positif (cas des électrodes Ag-AgI et Hg-Hg^2I^2) et peuvent, par contre, augmenter l'effet négatif (cas des électrodes Ag-Ag^2S). De même les ions H^+ peuvent augmenter l'effet positif (cas du cuivre oxydé).

Interprétation des expériences. — Du fait que l'on trouve pour une même électrode, des régions de sensibilité communes aux deux effets contraires quand on produit l'inversion par modification de l'électrolyte, on doit conclure que, pour les électrodes présentant cette particularité (Ag-AgI et Hg-Hg^2I^2) une même radiation peut produire indifféremment les deux effets et que le sens du phénomène observé dépend de l'électrolyte. Ce rôle fondamental de l'électrolyte interdit la simple identification avec le phénomène photo-électrique ordinaire.

Par contre on peut expliquer assez bien les phénomènes décrits si l'on admet que *l'électrode éclairée est le siège d'actions photochimiques auxquelles prennent part les ions de l'électrolyte*. La substance sensible qui couvre les électrodes est le siège d'une transformation photochimique *en principe réversible*.

Pour les électrodes halogénées l'effet de la lumière est de libérer l'halo-

gène. Si l'électrolyte était indifférent aux produits de la réaction photochimique, la décomposition de la substance sensible arriverait très vite à un équilibre à cause de la réaction inverse. Pour expliquer l'augmentation de l'effet photovoltaïque par l'électrolyte on doit regarder cet électrolyte comme *accepteur* de l'un des produits de la décomposition photochimique. Sans doute l'halogène libéré par la lumière peut être fixé par les ions de l'électrolyte et ne prend plus part à la réaction inverse, d'où accélération de la décomposition. Pour chaque cas particulier on devra chercher les réactions secondaires possibles entre les produits libérés par la lumière et les ions de l'électrolyte.

Ainsi, par exemple, l'effet négatif observé sur l'électrode Ag-AgI dans un électrolyte basique peut s'expliquer ainsi : l'iode libéré par la lumière présente la tendance à s'unir aux ions OH^- pour former le produit non dissocié IOH. Par ce fait une certaine quantité des ions OH^- se trouvant près de l'électrode éclairée céderont leur charge négative à celle-ci en s'unissant avec l'halogène, et l'électrode devient aussi négative par éclairement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Le système ternaire : eau, nitrate de sodium, nitrate de potassium*. Note [1] de MM. **Eugène Cornec** et **Henri Krombach**, présentée par M. G. Urbain.

Les mesures de solubilité relatives au système ternaire : eau, nitrate de sodium, nitrate de potassium, sont nombreuses, mais elles se raréfient à mesure que l'on s'éloigne de la température ordinaire. Lorsqu'on veut dessiner la surface de cristallisation, on éprouve des difficultés qui montrent que les mesures sont peu cohérentes.

Nous avons étudié ce système dans un intervalle de température aussi large que possible et nous nous sommes occupés spécialement de la nature des phases solides.

A température constante, la solubilité du nitrate de sodium augmente par addition de nitrate de potassium et celle du nitrate de potassium diminue légèrement puis augmente beaucoup par addition de nitrate de sodium. Les augmentations de solubilité deviennent de plus en plus importantes à mesure que la température s'élève; comme il en est de même de la solubi-

---

(1) Séance du 25 février 1929.

lité des deux nitrates pris isolément, les solutions saturées de deux phases solides sont très riches en sels.

A 100°, par exemple, on voit la solubilité du nitrate de sodium croître de 175 à 241g (pour 100g d'eau) et celle du nitrate de potassium de 244 à 316g; la solution saturée de deux solides ne renferme que 15,2 pour 100 d'eau, son poids spécifique atteint 1,793. La composition centésimale : H^2O 15,2, NO^3Na 36,7, NO^3K 48,1, est très éloignée de celle trouvée par Reinders (1) : H^2O 18,1, NO^3Na 42,3, NO^3K 39,5.

Les augmentations mutuelles de solubilité peuvent s'expliquer par la formation d'un sel double en solution, mais on a pu descendre jusqu'à la solidification complète, —19°1, sans qu'il apparaisse de sel double comme phase solide.

Le nitrate de sodium qui cristallise dans les solutions mixtes au voisinage de la température ordinaire ne renferme, après lavage par une solution saturée de nitrate de sodium pur, que de très petites quantités de nitrate de potassium; nous croyons qu'elles proviennent d'inclusions d'eau mère. De même le nitrate de potassium paraît bien cristalliser à l'état de pureté.

A température élevée les compositions des phases solides ont été déterminées de manière indirecte. On a mis au point un dispositif qui permet de séparer des solutions, par filtration à température constante, un poids notable de cristaux humides et d'éviter l'évaporation qui perturbe les résultats dans un sens tel que l'on peut conclure à l'existence de cristaux mixtes, même quand il n'y en a pas.

L'application de la méthode des restes, aux résultats des divers essais faits à 100°, indiquant pour chacun des nitrates une pureté supérieure à 99,5 pour 100, nous concluons à l'absence de cristaux mixtes à cette température et par suite entre la température ordinaire et 100°.

En poursuivant notre travail à température plus élevée nous avons vu apparaître une troisième phase solide. L'isotherme de 111°,7 a été déterminée; elle est composée de deux grandes branches, relatives aux deux nitrates purs, séparées par une courte branche suivant laquelle les solutions, très chargées de sels (elles renferment environ 13 pour 100 d'eau), sont en équilibre avec des cristaux mixtes pauvres en nitrate de sodium (12 à 13 pour 100 de NO^3Na). Cette série de cristaux mixtes se rattache certainement à la variété de nitrate de potassium stable au-dessus de 128°.

La température à laquelle les cristaux mixtes et les deux nitrates sont en

(1) REINDERS, *Zeitsch. für anorg. Chem.*, **93**, 1915, p. 202.

équilibre est 105°; elle a été déterminée par analyse thermique. Il y a lieu de remarquer que la solution saturée des trois phases solides à cette température ne change, ni de composition ni de masse, lors du dédoublement des cristaux mixtes anhydres en sels simples. On peut, par suite, modifier la composition de cette solution, par addition de chlorure de sodium, par exemple, sans modifier la température d'équilibre. La solution a simplement pour effet de faciliter le dédoublement ou la formation des cristaux mixtes.

Une étude détaillée paraîtra dans un autre Recueil.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'hélium sur le platine.* Note [1] de M. **Horacio Damianovich**, transmise par M. Charles Moureu.

Après avoir examiné le problème de l'inertie chimique des gaz rares, je suis arrivé à conclure à la possibilité d'obtenir des combinaisons exothermiques de l'hélium, en condensant les produits formés (la plus grande partie d'entre eux probablement instables) à basse température, après activation par certains agents, tels que la décharge électrique à basses pressions, les effluves, les chocs électroniques, les rayons ultraviolets, les catalyseurs, etc. En outre, étant donnée l'insuffisance de la théorie électronique de la valence nulle, la nécessité de soumettre à une nouvelle revision théorique et expérimentale cet important problème me paraît évidente [2].

La bibliographie montre que jusqu'à présent il n'a pas été fait un examen approfondi de l'action de l'hélium sur le platine [3].

Le dispositif employé, dont le détail a été donné ailleurs [4], consiste essentiellement en un tube à décharges de 20^{cm} de long et de $2^{cm},5$ de diamètre, avec deux bouchons rodés qui portent les électrodes de platine rigoureusement pur, et de petits tubes intérieurs destinés à recueillir le dépôt des produits formés. Dans un autre dispositif, j'ai employé un tube de quartz avec électrodes démontables servant à la fois pour obtenir le pro-

---

(1) Séance du 4 mars 1929.

(2) *Anales de la Asociación Quimica Argentina*, 13, 1925, n° 67, p. 243. *Inercia quimica de los gases raros. Estado actual del problema. Conferencia dada en la Asociación Quimica Argentina*, octobre 1926 (*Anales de la Asociación Quimica Argentina*, 14, 1925, n° 76, y sig.)

(3) *Réunion Internationale de Chimie physique*, Paris, 8-11 octobre 1928.

(4) *Loc. cit.*

duit et pour les spectrogrammes. On introduit l'hélium spectroscopiquement pur (purifié par le procédé au charbon de coco refroidi dans l'air liquide), à la pression requise (mesurée par une jauge de Mc Leod) comprise entre $0^{mm},75$ et $3^{mm},5$ de mercure, et l'on a fait passer la décharge dans le premier dispositif avec une bobine d'induction de $1^{cm},5$ d'étincelle, et dans l'autre (tube de quartz) on a employé une différence de potentiel alternative de 8000 volts. La durée de la décharge était comprise entre 4 et 14 heures pour le premier dispositif et de 30 minutes à 1 heure pour le deuxième.

Avec le premier dispositif, la diminution de pression a oscillé entre $0^{mm},23$ et $0^{mm},63$ de Hg, et, avec le deuxième, le changement de pression a atteint 2^{mm}, ce qui correspondait à $0^{g},00365$ et $0^{g},0059$ de platine déposé avec le premier dispositif et $0^{g},015$ avec le deuxième. Le volume d'hélium absorbé par gramme de platine déposé a oscillé, dans le premier cas, entre 14 et 34^{cm^3} pour des pressions comprises entre $0^{mm},78$ à $0^{mm},55$ et $3^{mm},5$ à $2^{mm},29$ respectivement. Le rapport $\frac{\text{He absorbé}}{\text{Pt déposé}}$ tend asymptotiquement vers une limite lorsque la température intérieure diminue par augmentation de la pression. Des expériences témoins montrent que la presque totalité de l'hélium a été fixée par le métal déposé. On cherche maintenant à déterminer les petites quantités qui peuvent se fixer autrement. Le rapport ci-dessus dépend du voltage et de l'intensité du courant, de la température des parois sur lesquels se condensent les produits formés, et de celle des électrodes. Étant donné que le produit se décompose déjà à 30°-40° d'une manière appréciable, je me propose de diminuer la température de la décharge pour augmenter le rapport $\frac{\text{He}}{\text{Pt}}$.

Le produit est de couleur brun foncé par transparence, en lames extrêmement minces, et en se décomposant par la chaleur il laisse un miroir de platine ordinaire qui manifeste sa couleur bleu grisâtre caractéristique par transparence. Il se désagrège facilement en se séparant en petites écailles (quand le dépôt est abondant) du verre sur lequel il est déposé. La courbe construite en partant comme ordonnées des volumes d'hélium dégagé, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de dégagement de ce gaz ou que ce dégagement ait une vitesse extrêmement petite, et comme abscisses, de la température, présente une partie qui monte lentement entre 16° et 46°, puis, brusquement, à 80°. On rencontre ensuite un point d'inflexion à 110° suivi d'une forte élévation à partir de 210°. On a fait la correction de l'hélium

diffusé à travers la paroi au-dessus de 180° et l'erreur totale peut être estimée à 15 pour 100 environ.

L'absorption fut assez rapide dans l'appareil de quartz puisqu'elle atteint en moyenne 5^{mm^3} par minute et dépasse quelquefois 15^{mm^3} par minute. Au contraire, la décomposition fut très lente, comme le démontre l'isotherme de 82°, la quantité d'hélium recueillie n'étant que de 60^{mm^3} après 85 heures de chauffage continu.

Les examens optiques faits à l'aide de la microphotographie ultraviolette avec le spectrophotomètre montrent des différences très nettes entre le produit formé et le platine qui provient de sa destruction par la chaleur. Comme on n'a observé au microscope aucune hétérogénéité des produits dans le platine qui en provient, on s'adresse maintenant à des examens ultramicroscopiques.

En résumé, le produit obtenu par l'action de l'hélium sur le platine sous l'influence d'une décharge électrique modérée à basse pression présente des propriétés nettement distinctes de celles du métal même, et il retient de l'hélium sous une forme assez stable et en quantité abondante. Il s'agit probablement d'une combinaison d'adsorption ou de mélanges de celle-ci avec des combinaisons définies, avec excès du métal résultant de la décomposition du complexe. J'espère que les travaux poursuivis éclairciront ce point.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage de l'anion silicifluorhydrique (fluosilicique) et celui du fluor en général.* Note de MM. **Ed. Bayle** et **L. Amy**, présentée par M. G. Urbain.

I. La neutralisation d'une solution d'acide silicifluorhydrique par un alcali s'effectue, suivant les conditions dans lesquelles on opère, d'après l'une des deux équations suivantes :

$$H^2SiF^6 + 2KOH = K^2SiF^6 + 2H^2O, \quad (1)$$

$$H^2SiF^6 + 6KOH = Si(OH)^4 + 2H^2O + 6KF. \quad (2)$$

Ces deux modes de réactions ont déjà été utilisés séparément pour le titrage des solutions d'acide silicifluorhydrique, la première par Penfield [1]

[1] S. L. Penfield, *Chem. News*, 39, 1879, p. 179-181.

et par Treadwell (¹), la deuxième par N. Sahlbom et F. W. Hinrichsen (²) et par L. Schucht et W. Möller (³).

En combinant ces deux réactions, nous en avons obtenu une troisième permettant de doser l'anion silicifluorhydrique en milieux complexes :

On peut considérer la deuxième réaction comme résultant de la superposition de la première et de la décomposition de l'anion silicifluorhydrique suivant l'équation suivante :

$$SiF^6K^2 + 4KOH = SiOH^4 + 6KF. \quad (3)$$

Une solution renfermant l'anion SiF^{6--} et neutralisée en se plaçant dans les conditions de l'équation (1) redevient en effet acide si l'on se place dans les conditions de l'équation (2). Il faut ajouter une quantité d'alcali correspondant à l'équation (3) pour rétablir la neutralité.

Cette troisième équation est donc caractéristique de l'anion silicifluorhydrique et permet de le doser.

Nous opérons pratiquement dans les conditions suivantes :

Première réaction. — Nous ajoutons un excès de sel de potassium (du chlorure par exemple) à la solution acide à analyser, puis un égal volume d'alcool à 95° et quelques centimètres cubes d'éther. L'acide silicifluorhydrique précipite à froid plus ou moins rapidement suivant sa concentration initiale sous forme de silicifluorure de potasse. Nous neutralisons exactement par de la potasse en présence de phtaléine du phénol.

Deuxième réaction. — Pour faciliter la décomposition du silicifluorure, nous ajoutons quelques centimètres cubes d'une solution de chlorure de calcium à 10 pour 100, puis nous évaporons l'alcool et l'éther au bain-marie. Le silicifluorure légèrement soluble dans l'eau chaude (une partie pour 104 parties d'eau bouillante (⁴) se dissout, puis se décompose, et la phtaléine se décolore. Nous neutralisons de nouveau exactement en notant au moyen d'une burette graduée le volume de liqueur titrée nécessaire pour cette opération.

4 molécules-grammes de potasse correspondent à 1 molécule-gramme d'anion silicifluorhydrique (équation 3).

La précision est celle des titrages acidimétriques ordinaires : il n'y a qu'une seule lecture de burette à effectuer.

2. L'ébullition en milieu acide et en présence de silice transforme un

(¹) F. P. TREADWELL, *Chimie analytique* (trad. Duringer et Goscinny), 2, p. 548. Paris, Dunod et Pinat, 1912.

(²) N. SAHLBOM et F. W. HINRICHSEN, *Ber. chem. Ges.*, 39, 1906, p. 2609-2611.

(³) L. SCHUCHT et W. MÖLLER, *Ber. chem. Ges.*, 39, 1906, p. 3693-3697.

(⁴) STOLBA, *Journ. für prakt. Chem.*, 40, 1890, p. 193.

grand nombre de fluorures en acide silicifluorhydrique qu'il suffit de doser pour avoir la teneur en fluor de ces composés.

En présence de métaux susceptibles de donner des fluorures complexes ou insolubles, dans le cas des os par exemple, la totalité du fluor n'est pas transformée en acide silicifluorhydrique par simple ébullition.

Mais par distillation du produit en présence d'acide sulfurique concentré, le fluor est entièrement transformé en fluorure de silicium que le contact de l'eau décompose en acide silicifluorhydrique.

Nous avons utilisé le mode opératoire de Carnot (¹) que nous avons considérablement simplifié. Notre méthode de dosage de l'acide silicifluorhydrique permettant d'effectuer le titrage en présence d'autres acides.

Nous effectuons la distillation dans un petit ballon en pyrex de 60 à 100^{cm^3} dans lequel passe un courant d'air rigoureusement sec. Les gaz dégagés sont reçus dans une éprouvette renfermant de l'eau distillée. L'extrémité du tube de dégagement plonge dans du mercure afin d'éviter qu'il soit obturé par la silice provenant de la décomposition du fluorure de silicium. Nous avons supprimé tous les flacons purificateurs de Carnot situés entre le ballon et le mercure. La substance à analyser est placée dans le ballon avec un peu de silice et 10 à 20^{cm^3} d'acide sulfurique de densité 1,842. L'atmosphère du ballon est balayée par un courant d'air sec pendant une demi-heure à froid, puis la température est progressivement élevée jusqu'à 160° et maintenue pendant plusieurs heures. Malgré ces précautions, il est impossible d'éviter la présence de quelques centièmes de milligrammes d'eau qui produiraient une perte notable. Pour éviter cette cause d'erreur, il suffit de laver le tube de dégagement lorsque l'opération est terminée.

La précision des dosages est du même ordre que celle des dosages d'acide silicifluorhydrique. En effectuant les titrages avec une microburette, nous avons obtenu des résultats encore satisfaisants avec 1^{cm^3} de potasse décinormale, ce qui correspond à $3^{mg},6$ d'acide silicifluorhydrique et 3^{mg} d'acide fluorhydrique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la méthylation de la cycloheptanone.* Note (²) de M. **Marcel Godchot** et M[lle] **Cauquil**, transmise par M. Charles Moureu.

Dans le but de préparer l'*o*-méthylcycloheptanone, nous avions tout d'abord songé à faire réagir l'iodure de méthylmagnésium sur l'*o*-chloro-

(¹) A. Carnot, *Ann. Mines*, 9ᵉ série, 3, 1893, p. 130-147.

(²) Séance du 4 mars 1929.

cycloheptanone. Les essais que nous avons entrepris à cet effet ne nous ont pas fourni de résultats satisfaisants et, pour l'instant, nous y avons renoncé.

Par contre, l'action de l'iodure de méthyle sur la cycloheptanone, sodée à l'aide de l'amidure de sodium, suivant la technique préconisée par Haller et ses élèves, nous a permis d'arriver au but que nous voulions atteindre.

Si l'on fait réagir une molécule d'amidure de sodium sur une molécule de cycloheptanone, dissoute dans l'éther anhydre, la cétone se sode; si l'on ajoute ensuite une molécule (avec un léger excès) d'iodure de méthyle et si l'on chauffe quelques heures, on obtient, après traitement habituel, un mélange de cétones, bouillant depuis 179° jusque vers 192°. Pour séparer ces cétones, on les laisse d'abord au contact d'une solution de bisulfite de sodium pendant 24 heures et en agitant fréquemment; il se forme alors une combinaison bisulfitique qui se trouve être celle de la cycloheptanone, une petite quantité de cette dernière ayant échappé à la méthylation; cette combinaison ayant été séparée, les cétones restantes sont transformées en semi-carbazones et celles-ci sont fractionnées ensuite par cristallisation dans l'éther de pétrole, puis dans l'éther ordinaire. Ce traitement permet alors d'isoler deux semi-carbazones, l'une en quantité assez faible, peu soluble, fusible à 174°-175°, l'autre, beaucoup plus abondante et plus soluble, fusible à 117°-118°.

Les deux cétones provenant respectivement de ces deux semi-carbazones ont été examinées.

La cétone (semi-carbazone, P. F. 174°-175°) n'est autre chose que l'α.α-diméthylcycloheptanone, bouillant à 191°-192° (corr.) sous 770^{mm} ($d_{18}=0,9221$; $n_D^{18}=1,4565$; R. M. trouvée: 41,31; calculée pour $C^{9}H^{16}O$: 41,57); son oxime est cristallisée et fusible à 83°, et sa carbanilidoxime, cristallisée également, fond à 93°-94°. Tous ces caractères identifient d'une façon indiscutable cette cétone à l'α. α-diméthylcycloheptanone, isolée pour la première fois par M. Tarbouriech (1) dans la déshydratation de l'isopropylcyclohexylpinacone.

Quant à la cétone (semi-carbazone, P. F. 117°-118°), elle est constituée par l'*o*-méthylcycloheptanone, non isolée jusqu'ici, car Wallach, par une méthode assez compliquée, avait pensé l'avoir obtenue — et uniquement sous forme de semi-carbazone, fusible à 129°-131° — tandis qu'en réalité, d'après nos propres recherches, la semi-carbazone de l'*o*-méthylcycloheptanone fond au moins 10 degrés plus bas (2).

L'*o*-méthylcycloheptanone, retirée de sa semi-carbazone, bout à 185°-186°

(1) *Comptes rendus*, 156, 1913, p. 75.
(2) *Annal. der Chemie*, 345, 1906, p. 146.

(corr.) sous 766^{mm} ($d_{18} = 0{,}9395$; $n_D^{18} = 1{,}461$; R. M. trouvée : $= 36{,}80$; calculée pour $C^8H^{14}O = 36{,}95$). Son oxime est liquide et bout à 126° sous 16^{mm} ; sa carbanilidoxime est cristallisée et fond à 96°-97. Oxydée par une solution de permanganate de potassium, elle fournit l'acide ε-acétylcaproïque, $CH^3.CO.CH^2.CH^2.CH^2.CH^2.CH^2.CO^2H$, bouillant à 186°-187° sous 20^{mm}, fusible à 29°-30°, identique à l'acide cétonique isolé déjà par Kipping et Perkin (1), par Lesev (2), par Wallach (3) ; comme ce dernier chimiste l'indique, la semi-carbazone de cet acide, que nous avons préparée, à nouveau fond bien à 113°-114°.

Cette formation d'acide ε-acétylcaproïque, par oxydation de l'o-méthylcycloheptanone, vérifie la constitution de cette cétone :

$$H^2C\begin{cases} CH^2 - CH^2 - CO \\ \qquad\qquad\quad \leftarrow | \rightarrow \\ CH^2 - CH^2 - CH - CH^3 \end{cases} + O^2 \rightarrow CH^2\begin{cases} CH^2 - CH^2 - CO^2H \\ CH^2 - CH^2 - CO - CH^3 \end{cases}.$$

En résumé, la cycloheptanone, traitée par $NH^2Na + CH^3I$, donne naissance à l'α.α-diméthylcycloheptanone et à l'α-méthylcycloheptanone, la première se formant en quantité relativement faible.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une acétine et un diglycide cristallisés.* Note (4) de MM. **M. Battegay**, **H. Buser** et **E. Schlager**, transmise par M. Charles Moureu.

La Note de M. Rangier (5) sur les condensations de la glycérine signale des circonstances au cours desquelles l'auteur isola incidemment une acétine cristallisée.

Cette Note nous incite à résumer les résultats d'une étude qui nous a permis à nous-mêmes, dans des conditions différentes, de préparer, sans doute, la même acétine.

Elle prend naissance dans le traitement de la glycérine par de l'acide acétique 100 pour 100, en présence d'acide sulfurique concentré. Ce traitement conduit à un mélange composé principalement d'acétines mono

(1) *Journal of the Chemical Society*, 55, 1889, p. 338.
(2) *Comptes rendus*, **141**, 1905, p. 1032.
(3) *Annal. der Chemie*, **345**, 1906, p. 142.
(4) Séance du 25 février 1929.
(5) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 345.

et polymères, desquelles nous séparons l'acétine cristallisée par distillation fractionnée sous vide.

Elle se présente sous forme de fines aiguilles blanches de point de fusion 124° et de point d'ébullition 179° sous 16^mm.

Le mode opératoire consiste à chauffer 120^g de glycérine anhydre avec 200^g d'acide acétique 100 pour 100 et 2^g d'acide sulfurique 66° Bé, de manière à ne pas dépasser 135° et à chasser, au fur et à mesure, par distillation à 105°, l'eau formée. Celle-ci s'élimine à l'état d'acide acétique dilué, que l'on remplace, dans l'intervalle de 8 heures, par cinq portions successives de 20^cm³ d'acide acétique pur.

Le produit de réaction est soumis ensuite au fractionnement, sous un vide ininterrompu de 16^mm. Ce fractionnement conduit, entre 140 et 160°, à une fraction d'à peu près 40^g d'acétines monomères, puis entre 160 et 190° à une fraction d'une trentaine de grammes d'acétines polymères, qui abandonnent à froid une substance cristallisée. Cette dernière représente une quantité variant de 4 à 8^g,2. Nous avons enfin une fraction de 10 à 20^g qui passe entre 190 et 250° et un résidu de 30 à 40^g.

La substance cristallisée est filtrée, puis recristallisée deux fois dans l'eau, où elle ne se dissout convenablement qu'à chaud.

L'analyse correspond à la formule $C^5H^8O^3$ ou à un multiple de celle-ci. La cryoscopie permet de préciser un poids moléculaire correspondant à la formule doublée $C^{10}H^{16}O^6$ (232); la substance comprend, d'autre part, conformément à la détermination de l'indice de saponification, deux groupes acétyle.

L'acétine cristallisée est, par conséquent, à représenter par la formule d'un diacétyldiglycide $C^6H^{10}O^2(O.CO.CH^3)^2$, où le radical $C^6H^{10}O^2$ est vraisemblablement le résultat d'une condensation de deux molécules de glycérine avec élimination de deux molécules d'eau.

Nous avons réussi, par ailleurs, à séparer le diglycide correspondant :

Nous traitons, à l'ébullition et au reflux, avec de l'acide chlorhydrique [1], pendant environ 1 heure, la dissolution alcoolique du diacétylglycide. Nous chassons, par évaporation, l'acétate d'éthyle formé, l'alcool et l'acide chlorhydrique, puis distillons, sous vide, le résidu. Celui-ci passe à l'état de liquide limpide et incolore, qui se prend finalement, à froid, en une masse cristalline.

Recristallisée dans l'alcool, où elle est moins soluble que dans l'eau, elle fournit de superbes cristaux doués d'une saveur douce et qui présentent le p. de f. 96-97° et le p. d'éb. 173°, sous 16^mm.

L'analyse élémentaire et la détermination du poids moléculaire correspondent au diglycide $C^6H^{12}O^4$.

---

[1] M. BERTHELOT, *Annales Chim. Phys.*, 3e série, 41, 1854, p. 278.

L'acétylation du diglycide régénère le produit de départ. La benzoylation conduit au dibenzoyldiglycide qui, recristallisé dans l'alcool, forme de beaux feuillets blancs, fusibles à 138°. Ceux-ci sont facilement solubles par exemple dans l'alcool et le benzène, et insolubles dans l'eau.

Le diglycide mis en fusion, avec un excès de trichlorure de phosphore, aboutit à un dérivé chloré qui, purifié par sublimation, fond à 112° et présente toutes les propriétés du dichlorodiglycide préparé, d'une part par Fauconnier et Samson (¹), et d'autre part par Stoehr (²).

La constitution du diglycide correspond sans doute à un dérivé du 1.4-dioxane, pour lequel les deux formules suivantes sont théoriquement possibles :

```
                 O                                  O
          CH²/     \CH — CH²OH              CH²/     \CH²
             |      |                          |      |
CH²OH — CH\       /CH²          CH²OH — CH\       /CH — CH²OH
                 O                                  O
```

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude de la fonction cétone.* Note de MM. **R. Cornubert** et **Ch. Borrel**, transmise par M. Ch. Moureu.

Admettant que les combinaisons dites tétrahydropyroniques, formées par deux molécules de benzaldéhyde et une molécule d'$\alpha\alpha'$-dialcoylcyclanone, sont des corps provenant de la substitution d'un atome d'hydrogène en α et en α' par rapport au CO de la cétone génératrice, ce qui paraît de plus en plus vraisemblable, notre attention a été attirée par les faits suivants : l'$\alpha\alpha'$-diméthylcyclohexanone donne très facilement son oxime et engendre une « combinaison tétrahydropyronique » avec un rendement de 100 pour 100 (³); l'$\alpha\alpha'$-dibenzylcyclohexanone fournit difficilement une oxime avec les réactifs ordinaires dans les conditions habituelles et ne donne pas de combinaison tétrahydropyronique (⁴). Il semblait donc y avoir variation parallèle de l'activité du CO et de celle des atomes d'hydrogène voisins; nous avons par suite songé à faire cette comparaison en appréciant l'activité du carbonyle par des déterminations de vitesses de

(¹) *Bull. Soc. chim.*, 48, 1887, p. 236-238.
(²) *Journ. f. prakt. Chem.*, 2ᵉ série, 55, 1891, p. 84.
(³) R. Cornubert, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 441.
(⁴) R. Cornubert et Ch. Borrel, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 294.

réaction et en estimant l'activité résultante des atomes d'hydrogène en α et α' par le rendement d'obtention des combinaisons tétrahydropyroniques.

Une pareille comparaison n'était pas immédiatement réalisable pour différentes raisons; d'abord la nature tétrahydropyronique des corps engendrés n'est pas absolument acquise, ensuite il était possible que l'ordre de disparition des propriétés du carbonyle ne soit pas régulier, enfin les cétones considérées doivent exister en formes *cis* et *trans* et ne sont pas comparables sans précaution. Nous avons par suite entrepris des essais pour voir si la recherche susvisée pourra un jour être chose possible.

Nous avons d'abord réalisé la synthèse d'une série de cyclopentanones de formule générale (1) :

$$(1)\qquad \overline{\underline{|}CH^2 - CHR - CO - CH(CH^3) - CH^2\underline{|}}$$

dans laquelle R a été successivement CH^3, C^2H^5, n-C^3H^7, iso-C^3H^7, n-C^4H^9, iso-C^4H^9, $C^6H^5 - CH^2$, pour voir, en première approximation, si ces différents substituants ont une influence perceptible sur les rendements en tétrahydropyroniques. L'étude de cette série de cétones nous avait paru possible, eu égard au but poursuivi, par la considération des résultats suivants : l'$\alpha\alpha'$-diméthylcyclopentanone a donné très facilement son oxime et sa pyronique ([1]), l'α-méthyl-α'-isopropylcyclopentanone ne nous avait pas donné de combinaison tétrahydropyronique, et Semmler indique qu'elle ne fournit que difficilement son oxime ([2]) ([3]).

Ces cyclopentanones I, préparées par différents procédés, ont été condensées avec l'aldéhyde benzoïque à raison d'une molécule de cétone pour deux d'aldéhyde, l'agent de condensation étant l'acide chlorhydrique. Nous avons ainsi obtenu les résultats suivants :

Cétone.	Point d'ébullition.	Tétrahydropyronique obtenue. F.	Tétrahydropyronique obtenue. Rendement.
$R = CH^3$	147°	127°	73 %
C^2H^5	164-165	98-99	59
n-C^3H^7	78-79/18mm	116-116,5	59
Iso-C^3H^7	178	125,5	10
n-C^4H^9	93-94/16mm	101-102	54
Iso-C^4H^9	82-83/13mm	118	35
$C^6H^5 - CH^2$	150/16mm	156,5	77

Il y a donc de très grandes différences de rendement en passant de cer-

---

(1) A. Haller et R. Cornubert, *Bull. Soc. chim.*, 39, 1926, p. 1621.

(2) Semmler, *Ber. d. chem. Ges.*, 37, 1904, p. 238.

(3) R. Cornubert et Ch. Borrel, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 294.

taines cétones à d'autres; malheureusement tous ces nombres ne sont pas rigoureusement comparables, en particulier à cause d'un phénomène inattendu que nous décrirons dans une prochaine Note.

De plus nous avons établi, en comparant l'$\alpha\alpha'$-dibenzyl et l'$\alpha\alpha\alpha'\alpha'$-tétraméthylcyclohexanones, que l'ordre de disparition des propriétés des cétones peut être irrégulier. En nous plaçant dans des conditions absolument identiques, nous avons fait réagir ces deux cétones avec l'hydroxylamine et la semi-carbazide. La cétone dibenzylée n'a donné que très difficilement son oxime mais très facilement sa semi-carbazone (F. 190-191°), tandis que la cétone tétraméthylée a fourni aisément son oxime mais n'a pas engendré de semi-carbazone. Ce résultat fait qu'une mesure comparée d'activité du carbonyle de diverses cétones n'a de valeur que vis-à-vis d'un réactif déterminé. Nous ajouterons qu'en modifiant les conditions opératoires nous avons très aisément préparé deux oximes de dibenzylcyclohexanone fondant respectivement à 90 et 183°.

LITHOLOGIE. — *Sur la présence d'une variété de jumillite aux environs de Calasparra (Province de Murcie).* Note de Mme **E. Jérémine** et M. **P. Fallot.**

Alors que de nombreux affleurements de dolérites liées généralement au Trias se rencontrent dans la zone subbétique entre Moratalla et la zone bétique, une roche éruptive tout à fait différente couronne près de Calasparra (Km. 2, route de Moratalla) une petite colline, où elle est exploitée dans une ballastière.

La roche est noire et compacte à l'œil nu et très fraîche, elle est, en plaques minces, riche en phénocristaux d'olivine et de biotite. La pâte est constituée par des lamelles de biotite, des prismes de pyroxène monoclinique, probablement de diopside, et surtout par de l'orthose en prismes allongés suivant pg^1 et en sections rectangulaires, souvent groupés en étoilements qui rappellent les gros sphérolites de certaines minettes du Morvan.

Au point de vue minéralogique cette roche appartient à un type particulier comparable à une minette épanchée ou à un trachyte potassique micacé et mésocrate (β). Ce type n'a été jusqu'ici signalé que dans la péninsule Ibérique. Osann [1] l'a décrit sous le nom de jumillite.

---

[1] Osann, *Z. d. Geol. Ges.*, 41, 1889, p. 297; *Rosenbusch Festschrift*, 1906, p. 290.

L'analyse chimique de la roche de Calasparra faite par M. Raoult conduit aux paramètres magmatiques III.5.1.1(2).

SiO^2	53,90	TiO^2	2,26
Al^2O^3	8,88	P^2O^5	0,65
Fe^2O^3	1,78	H^2O+	1,23
FeO	4,16	H^2O	1,01
MgO	13,24	MnO	0,13
CaO	3,76	CO^2	0,47
Na^2O	1,17	Cl	0,04
K^2O	7,56	SO^3	0,24
		Total	100,48

La composition chimique est presque identique à celle de la jumillite type mais avec un peu plus de silice. Sa caractéristique réside dans la richesse en potasse et en magnésie, jointe à une teneur faible en alumine, faisant apparaître dans le calcul beaucoup d'orthose et une quantité appréciable d'ægyrine non exprimée minéralogiquement. Il existe un faible déficit en silice; les types lithologiques des gisements pétrographiquement voisins décrits sous les noms de vérite et fortunite renferment au contraire virtuellement de la silice libre. Ces trois roches paraissent provenir d'un même magma.

Quelques différences minéralogiques séparent notre roche de la jumillite de Jumilla. Cette dernière, vitreuse, contient de l'amphibole sodique et beaucoup de leucite, alors que celle de Calasparra, holocristalline, est dépourvue d'amphibole et ne contient qu'exceptionnellement de la leucite, notamment dans une bombe.

Sous la roche éruptive, n'affleurent que localement des grès stériles, lités, oligo-miocènes ou peut-être plus récents. Des dépôts superficiels masquent leur contact avec du Crétacé écrasé qui apparaît à la base de la masse dolomitique escarpée de la S^a de San Miguel, élément le plus septentrional des charriages subbétiques, qui domine au Sud la route et la colline.

La roche, altérée à sa surface, est accompagnée de brèches avec enclaves de grès siliceux et de rares bombes volcaniques. Elle paraît être un lambeau d'une coulée postérieure aux charriages et à l'oligo-miocène. Par son analogie avec les roches du même groupe post-pontiennes au Monagrillo, post-pliocènes à Vera, on peut admettre qu'elle provient, ici aussi, d'une éruption très récente.

On sait que d'après MM. Brouwer, Blumenthal et Staub la zone bétique paraît formée de 4 nappes de schistes cristallins et de trias alpin, charriées

par-dessus la coupole de la Sª Nevada, et s'ennoyant au Sud-Ouest et au Nord-Est. Le charriage daterait de l'Éogène. A l'extérieur de cet édifice se place la zone des dislocations subbétiques, dont les derniers charriages sont post-burdigaliens et antévindoboniens.

Le Cristallin bétique disparaît vers Lorca-Carthagène sous le Néogène transgressif. Au Sud-Est, il est tranché par les effondrements mio-pliocènes de la Méditerranée occidentale, jalonnés de formations éruptives du Cap de Gata au Cap de Palos.

La répartition des roches du groupe de la vérite par rapport à cet édifice tectonique complexe est curieuse. La vérite type provient des abords de Vera, dans la zone volcanique littorale. Cette roche a été retrouvée au Monagrillo (¹), 16^{km} au nord de Calasparra. Les variétés qui lui font cortège proviennent : la fortunite d'un pointement entre Orihuela et Fortuna, la jumillite de l'ouest de Jumilla (prov. de Murcie). Ces trois gisements et celui de Calasparra sont donc, à l'inverse de celui de Vera, dans la zone subbétique loin au nord des nappes cristallines. Fortuna le plus rapproché de la zone éruptive littorale en est à plus de 75^{km}. Jumilla, Calasparra, le Monagrillo — à la limite, et même pour ce dernier en dehors — des charriages subbétiques, sont à plus de 100^{km} du littoral. Il est remarquable que ces venues du groupe très spécial de la vérite, trop irrégulièrement réparties pour qu'elles puissent être rapportées à une ligne de fracture, s'étendent selon une zone assez large, oblique par rapport à des éléments structuraux importants, dont on tend à envisager l'individualisation comme probable jusqu'à de très grandes profondeurs.

GÉOLOGIE. — *La théorie de Wegener en présence de quelques observations géologiques concernant le Brésil.* Note de M. **Alberto Betim**.

L'étude des rapports entre la Géologie de la côte orientale du Brésil et de la côte occidentale d'Afrique peut suggérer les considérations suivantes :

I. Si l'on adopte un système de projection gnomonique, ou plutôt une de ses variantes, l'emboîtement des deux continents ne devient parfait qu'à condition de déformer l'un des deux. Pour le Brésil, lorsque la partie Amapa-Cap S. Roque coïncide avec Libéria-Caméron, toute la côte

(¹) Meseguer Pardo, *Estudio de los yacimientos de Azufre de las provincias de Murcia y Albacete* (*Boletin Instituto geologico de Espana*, 3ᵉ série, 5, 1924, p. 162).

orientale sud du Brésil s'écarte considérablement de l'Afrique, même en tenant compte des socles continentaux. La coïncidence totale aurait exigé une torsion de l'Amérique du Sud.

II. La comparaison de la série africaine, Nama-Système Cap-Karroo faite avec la série Bambuhy-Ponta Grossa-S. Bento, brésilienne (en somme du Silurien au Trias) révèle :

a. Que le Nama africain contient des galets glaciaires, tandis que Bambuhy brésilien a un climat tropical représenté par ses coraux;

b. Ces mêmes manifestations glaciaires du Table-Mountain africain sont absentes dans le niveau Furnas, brésilien, qui devrait lui correspondre;

c. Le crustacé euriptéride *Hastimima*, connu au Dévonien supérieur (Wittberg africain), ne se trouve qu'au niveau Bonito brésilien, c'est-à-dire au Carbonifère supérieur ou Permien;

d. De même les niveaux à glossoptéris et charbon, brésiliens (Bonito) précèdent le niveau à mésosaures (Iraty) tandis qu'en Afrique celui-ci (White-Band) précède l'Ecca où l'on trouve la flore à glossoptéris.

III. Les directions tectoniques des gneiss brésiliens, parallèles à la côte, semblent indiquer que la formation du continent sus-américain se rattache à ces plissements huroniens.

Les directions tectoniques africaines, surtout à partir du Congo vers le Nord, sont plutôt normales à la côte.

IV. Les grès sublittoraux qui affleurent en Afrique le long du rivage de Boma à Loango, et de Libreville au Rio Mouni, correspondent aux gneiss de Espirito Santo et du nord de Bahia. Les quartzites de Kirtachi dans le Gold-Coast ont un faciès différent de ceux de Itacolumy à Ceara et leurs directions deviennent normales au contact des continents. Le Dévonien d'Accra correspond au Permien continental du Pianhy.

V. Au point de vue du climat, les planisphères de Köppen-Wegener placent, au Carbonifère, la région du Moyen Tapajoz (Para) à peu près à 40° de latitude; or le Carbonifère y contient des couches de gypse ayant jusqu'à 6^m d'épaisseur, donc climat chaud et sec. Au Permien le Parana se trouverait à 45° de latitude; or les dadoxylons (cordaïtes fossiles) du niveau Estrada Nova n'ont pas d'anneaux annuels de croissance.

VI. Les travaux récents de la *Méteor* sur la crête médiane atlantique montrent très nettement des embranchements latéraux qui la relient d'une part, à Santa Catharina et au Sud-Ouest africain (crête des Baleines), d'autre part, de la Patagonie au Cap (crête des Antilles australes) en passant par les îles Falkland. Cette crête aurait l'aspect d'une chaîne plissée.

Les échantillons recueillis seraient des quartzites (sédiments néritiques) et des basaltes.

Une formidable imprégnation basaltique dans le Gondwana aurait, il me semble, modifiée l'équilibre isostatique, obligeant ce continent à s'effondrer dans le Sima.

L'existence de ce continent expliquerait mieux les rapports de faune permo-carbonifère puisque, comme nous l'avons vu, les reptiles, les crustacés et les fougères se présentent bien des deux côtés, mais avec des alternances et des décalages que seules de longues migrations justifieraient. La flore serait d'origine américaine, tandis que la faune partirait d'Afrique. Ces migrations se seraient faites le long des crêtes latérales qui aboutissent justement aux points où se révèlent les ressemblances (Falkland, sud du Brésil, Sud africain).

GÉOLOGIE. — *Sur l'extension de la* Pierre de Stonne *dans le Grand-duché de Luxembourg*. Note (¹) de M. G. **Baeckeroot**, présentée par M. Charles Barrois.

La plus grande extension de la *Pierre de Stonne*, dont les gisements furent étudiés par M. Ch. Barrois (²), paraissait limitée vers l'Est par une ligne, tracée par M. G. Delépine (³), de Stenay à Carignan et un bloc isolé avait été signalé par J. Gosselet à Arrancy près de Longuyon.

M. Renier m'avait signalé la présence de gros blocs de grès quartzite à Ruette, au sud-ouest de Virton (Belgique). Le fait s'est trouvé exact. Partant de là vers l'Est et le Nord-Est, j'ai trouvé un semis de ces blocs sur presque toute l'étendue de la partie du Grand-duché de Luxembourg appelée Gutland, en bordure sud-orientale de la partie ardennaise appelée Oesling. Ces gîtes de cailloux se trouvent également en Rhénanie au delà de la Sûre et de la Moselle.

Parmi ces blocs il y en a de très gros ($0^{m^3},5$ à 2^{m^3}), visiblement en place ou à peine descendus par glissement. Ils sont d'un grès blanc, extrêmement dur et leur surface lisse et bosselée est teintée de jaune clair ou de rose. A

(¹) Séance du 4 mars 1929.

(²) Ch. Barrois, *Sur l'étendue du système tertiaire inférieur dans les Ardennes* (*Ann. Soc. géol. Nord*, **6**, 1879, p. 340-376).

(³) G. Delépine, *Pierre de Stonne, Caillou de Beaumont et dépôts wealdiens sur la feuille de Mézières* (*Ann. Soc. géol. Nord*, **49**, 1924, p. 130-148).

partir du gisement très important de Ruette, j'en ai trouvé aux lieux suivants et à des altitudes croissantes de l'Ouest à l'Est : Kleinbettingen (300), Redange (305), Buschdorf et Grevenknop (295), Olm (320), Merl (317), Strassen (335), Tuntange (350), Angelsberg (417), Blaschette (432).

Des fragments plus petits du même grès, plus ou moins profondément transformés en quartzite, forment des cailloux bosselés et contournés, recouverts d'une patine très luisante de couleur feuille morte.

Ils ont pu avoir été transportés à quelque distance. On les trouve à la base du limon des terrasses fluviatiles quaternaires les plus basses ou encore, en très grande abondance, mêlés à des fragments d'un grès ferrugineux et à des cailloux de quartz ardennais figurés sur la Carte géologique de France au $\frac{1}{320\,000}$ sous le symbole 30, m_1 (et attribués à l'Aquitanien), sur les terrasses moyennes et supérieures des vallées de l'Alzette (Mersch, 220, 270 et 295), de l'Attert (Colmar-Berg, 290) et de la Sûre (Echternach et Echternacherbrück, 225; Wasserbillig, 265).

Certains de ces blocs avaient déjà été remarqués par plusieurs observateurs, N. Wies (1) et M. L. Van Verwecke (2), mais leur rattachement à la formation de Stonne n'avait pas été reconnu.

Conclusions. — 1. La limite de l'extension des grès-quartzite appelés Pierre de Stonne est fortement reculée à l'Est, sur la partie sud-orientale de l'Ardenne, jusqu'à la Sûre et à la Moselle. C'est la première fois qu'une formation tertiaire est repérée et datée avec certitude dans le Grand-duché de Luxembourg. En effet :

2. Ces grès, reposant sur des terrains appartenant à tous les niveaux du Trias et du Lias, sont les témoins, respectés par l'érosion, d'une nappe sédimentaire autrefois continue et formée de sables déposés à l'époque tertiaire sur une surface dont la pénéplanation s'achevait.

Il faut donc tenir compte de cette couverture tertiaire pour expliquer, en cette région, les caractères du réseau hydrographique actuel, d'abord installé sur elle, puis entièrement surimposé et adapté à la structure antérieure.

---

(1) N. Wies, *Guide de la Carte géologique du Grand-duché de Luxembourg*, 1877.

(2) L. Van Verwecke, *Erlaüterungen zur geologischen Uebersichtskarte der sudlichen Hälfte des Grosshezogtums Luxemburg*, Strassburg i-E, 1887.

GÉOLOGIE. — *Existence d'un niveau caractérisé par des lydiennes à Radiolaires, à la base du Carbonifère marin, dans le Morvan.* Note [1] de M. **Albert Michel-Lévy**, présentée par M. Pierre Termier.

Les formations primaires antérieures au Stéphanien qui occupent la majeure partie de la feuille au $\frac{1}{80000}$ de Château-Chinon (Carte géologique de la France) sont principalement des roches éruptives, tufs dacitiques et rhyolitiques, microgranites, granites et granulites. Cependant on y rencontre quelques lambeaux de sédiments plissés et redressés. Ce sont des schistes psammitiques gris ou vert foncé, avec de rares empreintes de végétaux en débris et souvent, à leur base, des bancs minces de lydiennes noires, des tufs éruptifs stratifiés, des grès arkosiens, ainsi que des poudingues à petits galets de quartz, de quartzites à cassure brillante, de lydiennes noires. Ces formations rappellent entièrement, par leur composition lithologique, leur faciès et leur position stratigraphique, les couches fossilifères, accompagnées de lydiennes, reconnues plus au Sud, sur la bordure occidentale du Morvan (feuille d'Autun), comme appartenant au Tournaisien (faune avec Spirifères et Phillipsia des gisements de Recoulon, Ternant, etc.).

Les lydiennes de ces divers gisements se montrent riches en Radiolaires; bien que de conservation imparfaite, ces fossiles sont très visibles en plaque mince, au microscope, où ils apparaissent sous forme de petites sphérules claires sur un fond gris ou noir; en lumière polarisée, on voit à leurs emplacements de très fins cristaux de quartz secondaire et des lamelles de séricite.

Les gisements reconnus sur la feuille de Château-Chinon sont les suivants : près de *Vouchot*, sud-ouest des *Creux*, sud de *Cussy*, route de *Brazey* à *Vianges*, sud d'*Effours*, sud de *Montot*; sur la feuille d'Autun : ouest des *Jacquets*, près Bourbon-Lancy, *Ternant*, étang de *Veau*.

Parfois des tufs ou des coulées de dacite ou de rhyolite accompagnent les lydiennes à Radiolaires.

Des plaques minces faites dans des poudingues du Dinantien des environs d'Azolette m'ont révélé l'existence de lydiennes à Radiolaires, à la base du Carbonifère marin, jusque dans les monts du Beaujolais, bien au sud du Morvan, dans le Massif central.

On voit l'importance stratigraphique que prennent les lydiennes à Radio-

---

[1] Séance du 4 mars 1929.

laires de la base du Carbonifère marin, dans le Morvan et dans le nord du Massif Central; bien que sans espèces caractéristiques, ces fossiles, lorsqu'ils deviennent très abondants, donnent des roches siliceuses particulières, qui sont rares dans les séries stratigraphiques et qui permettent la reconnaissance d'un horizon géologique déterminé.

Ce même horizon avec lydiennes à Radiolaires de la base du Carbonifère a été reconnu antérieurement dans la Montagne Noire (¹), dans les Pyrénées (²), et récemment dans les Vosges (³), (⁴); il existe également hors de France, en Angleterre (couches de Coddon Hill), en Allemagne centrale (Hesse), etc.

PALÉONTOLOGIE. — *Structure générale des coquilles de Gastropodes.* Note de M. **M. Couvreur**, présentée par M. L. Cayeux.

Les coquilles ou tests des Invertébrés sont des ségrégations minérales le plus souvent calcaires réalisées par des tissus spéciaux et dont la structure peut être extrêmement compliquée. Le maximum de complication paraît atteint chez les Mollusques et plus particulièrement chez les Gastropodes. Leurs coquilles ne sont que très imparfaitement connues par les très anciens travaux de Carpenter et les descriptions schématisées des paléontologistes classiques tels que Zittel. M. Cayeux a montré combien leur étude détaillée intéresse la pétrographie des roches sédimentaires, et il a figuré plusieurs des aspects qu'elles présentent sous le nom de microstructure.

Il faut pour bien comprendre ce sujet examiner des coupes minces de coquilles actuelles ou fossiles faites suivant une orientation définie. Pour les Gastropodes les coupes orientées principales sont les coupes *transversale* c'est-à-dire perpendiculaire à la columelle, et *axiale* c'est-à-dire passant par l'axe de cette columelle dans un azimut quelconque.

On voit alors que le test n'est pas toujours formé de trois couches (interne, moyenne, externe) comme le dit Zittel. Il y a tantôt moins, tantôt plus d'assises différentes. La disposition relative de ces assises correspond à

(¹) J. Bergeron, *La base du Carbonifère dans la Montagne Noire* (*Bul. Soc. géol. France*, 3ᵉ série, 27, 1899, p. 36).

(²) D. Levat, *Phosphates noirs des Pyrénées. Déterminations par M. Cayeux*. (*Ann. des Mines*, 9ᵉ série, 15, 1899, p. 33).

(³) J. de Lapparent, *Comptes rendus*, 169, 1919, p. 802.

(⁴) J. Jung, *Vosges hercyniennes d'Alsace* (*Mém. du Serv. de la Carte géol. d'Alsace et de Lorraine*, 2, 1927, p. 256).

l'*architecture* de la coquille. Ces assises sont formées à leur tour d'éléments anatomiques, visibles seulement au microscope en lumière naturelle ou polarisée, et dont la nature et l'agencement correspondent à la *microstructure* pour laquelle il faut définir des unités comparables aux unités histologiques des tissus mous.

Dans l'ensemble le test est donc un tissu calcaire : l'élément minéral y est étroitement solidaire de la trame organique et, quand l'ensemble se fossilise, on peut retrouver dans la matière transformée, dans la silice d'un silex par exemple, maints détails anatomiques.

L'*architecture* du test des Gastropodes est soumise à quelques lois générales :

1° Les assises naissent et finissent les unes sur les autres ou les unes dans les autres par des biseaux et certaines assises, comme l'assise interne, sont toujours plus épaisses en des points définis de la section axiale.

2° Si dans la section axiale on suit une assise telle que l'assise externe, on voit que suivant les régions elle change notablement d'aspect, mais que jamais elle n'est formée des petits prismes géométriquement disposés qu'a décrits Zittel.

3° On peut suivre la même assise avec ses variations latérales progressives dans les parois des *tours* de la coquille jusque dans la columelle en passant par la région intermédiaire qui raccorde les tours et la columelle (ou *septum*).

4° La columelle, entièrement faite des mêmes matériaux que les tours, résulte de l'encapuchonnement d'assises nombreuses et variant régulièrement, de sorte que son aspect en coupe est très compliqué. Elle présente toujours une série de courbes remarquables s'encapuchonnant également et qui séparent des territoires homologues ou segments columellaires. L'ensemble de ces courbes constitue la *suture* qu'on peut se représenter comme la surface d'accolement d'assises identiques. De part et d'autre de la suture les assises se répètent, non pas symétriquement, mais périodiquement et la suture sépare des assises *externes*.

5° Dans la profondeur de la columelle et jusque dans son axe même on retrouve, par continuité, l'assise superficielle des tours, doublée par le mécanisme de l'enroulement.

6° Les notions d'assises interne moyenne et externe doivent donc être profondément modifiées puisque ces mots perdent leur sens suivant les endroits du test qu'on examine.

7° Il est toujours possible de trouver dans une assise les diverses *microstructures* dont il me reste à définir les types fondamentaux.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Données actinométriques sur la région parisienne d'après les mesures faites à l'Observatoire du Parc Saint-Maur.* Note de M. C.-E. **Brazier**, présentée par M. G. Ferrié.

Depuis quelques années, le service actinométrique de l'Observatoire de l'Institut de Physique du Globe au Parc Saint-Maur a été progressivement développé. Un certain nombre d'instruments à lecture directe et d'enregistreurs ont pu être acquis grâce à une subvention accordée par l'Académie des Sciences sur les fonds de la Journée Pasteur et d'autres généreux concours ont permis l'aménagement de la tour en vue des enregistrements actinométriques.

Cette Note a pour but d'exposer quelques-uns des résultats fournis par la discussion des mesures et des enregistrements effectués de septembre 1925 à décembre 1928. Les données numériques reproduites ci-dessous sont toutes exprimées dans l'échelle de la Smithsonian Institution, les unes en petites, les autres en grandes calories.

Tableau I.

Quantités de chaleur apportées par les rayons solaires directs du lever au coucher du Soleil sur une surface de 1^{cm^2} *exposée* (A, *normalement;* B, *horizontalement*).

	Très beau temps, Ciel très pur.		Beau temps.		Beau temps, atmosphère légèrement brumeuse.	
	A.	B.	A.	B.	A.	B.
	Cal	Cal	Cal	Cal	Cal	Cal
Mi-janvier.....	455	118	362	97	287	77
Mi-février.....	594	209	485	174	373	137
Mi-mars.......	750	347	612	294	480	233
Mi-avril.......	907	509	779	371	639	309
Mi-mai.......	1017	632	893	568	754	486
Mi-juin.......	1074	691	964	628	840	554
Mi-juillet.....	1029	654	919	592	772	507
Mi-août.......	928	548	780	491	687	422
Mi-septembre..	789	403	692	360	569	303
Mi-octobre....	615	253	536	222	438	184
Mi-novembre..	492	144	408	124	328	102
Mi-décembre..	419	98	339	81	268	65

L'approximation des mesures étant de 2 pour 100, le chiffre des unités des nombres du tableau précédent n'est donné qu'à titre d'indication.

Grâce à une série d'enregistrements simultanés poursuivis de septembre 1927 à décembre 1928, on a pu établir une formule empirique reliant la fraction d'insolation à l'énergie versée au sol par la radiation globale (ensemble du rayonnement solaire et du rayonnement diffusé par le ciel, reçu par une surface horizontale). Cette formule permet de déduire des quarante-huit années d'enregistrement de l'insolation actuellement réalisées au Parc Saint-Maur, une valeur approchée de la quantité d'énergie reçue en moyenne pendant un an par 1^{cm^2} de la surface terrestre sous le climat de Paris. Cette quantité est comprise entre 87 et 105 grandes calories; sa valeur moyenne est 93^{cal}, dont 72 correspondent aux six mois de la période végétative (avril-septembre), et 21 au reste de l'année. Elle se répartit sur les différents mois de la manière indiquée par le tableau suivant.

TABLEAU II.

Quantités de chaleur fournies en moyenne pendant chaque mois par la radiation globale à 1^{cm^2} de la surface du sol supposée horizontale. (Ces quantités sont exprimées en grandes calories.)

	Cal		Cal
Janvier	2,1	Juillet	13,9
Février	3,6	Août	12,2
Mars	6,8	Septembre	8,3
Avril	10,1	Octobre	5,0
Mai	13,6	Novembre	2,4
Juin	13,9	Décembre	1,6

Si le ciel restait parfaitement pur d'un bout à l'autre de l'année, un centimètre carré de la surface du sol recevrait au Parc Saint-Maur environ 140^{cal}. D'autre part, en supposant la Terre dépourvue d'atmosphère et en adoptant pour valeur de la constante solaire 1,95 calorie, par centimètre carré et par minute, on calcule que cette quantité se monterait à 220^{cal}. Comme en fait celle qui parvient réellement à la surface terrestre est voisine de 93^{cal}, on en conclut que dans la région de Paris, le sol ne reçoit que 40 pour 100 de la chaleur envoyée par le soleil et que, même si l'atmosphère restait perpétuellement claire, il n'en recevrait que 60 pour 100. L'effet de la nébulosité se traduit donc en moyenne annuelle par une perte de 20 pour 100, notablement inférieure à celle qui résulte de la traversée de l'atmosphère par ciel pur.

En admettant que l'on trouve le moyen d'emmagasiner la chaleur fournie au sol par la radiation globale et d'en utiliser ensuite à volonté seulement les huit centièmes, il suffirait dans nos régions de capter l'énergie reçue sur

une surface horizontale d'un are pour entretenir sans interruption le fonctionnement d'un moteur d'un kilowatt ou pour alimenter d'un bout de l'année à l'autre, à raison de 12 heures par jour, 40 lampes consommant chacune 50 watts.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles remarques sur la fixation du chondriome de la cellule végétale.* Note de M. **Marcel Mascré**, présentée par M. Louis Mangin.

I. J'ai montré dans une Note antérieure [1] que les acides monochloracétique, cyanacétique et trichloracétique, associés au formol, fixent le chondriome de la cellule végétale que l'acide acétique détruit dans les mêmes conditions. J'ai voulu vérifier si, dans des mélanges fixateurs complexes, on retrouvait la même différence dans l'action de ces divers acides. Tous les essais que je rapporte ici ont été faits sur les bourgeons d'*Elodea canadensis* et les observations ont porté sur l'ensemble du chondriome : bâtonnets, filaments et formes jeunes des plastes, les plastes adultes étant bien fixés dans tous les cas.

1. Les pièces ont été fixées : par le liquide de Bouin type (5 pour 100 d'acide acétique) et par le même liquide dans lequel on a remplacé l'acide acétique par les acides monochloracétique, cyanacétique (5 pour 100) ou trichloracétique (2 pour 100). Tandis que le chondriome est détruit par le liquide type, il est parfaitement fixé par les autres liquides.

2. D'autres bourgeons ont été fixés par le mélange de Meves (acide osmique à 2 pour 100 : 4^{cm^3} + acide chromique à 1 pour 100 : 15^{cm^3}) additionné de quantités variables d'acides. Le liquide de Meves et le même liquide additionné de IV gouttes d'acide acétique (Benda-Meves) sont employés couramment comme fixateurs du chondriome; personnellement, je les considère comme moins sûrs que le formol et la fixation n'est pas toujours excellente. Le liquide additionné de 5 pour 100 d'acide acétique (liquide de Flemming) détruit toujours le chondriome. Avec les acides substitués, aux mêmes concentrations que dans l'expérience précédente, j'ai souvent obtenu de bonnes fixations que ne donne jamais le liquide à 5 pour 100 d'acide acétique, mais, comme pour la liqueur non acide, le succès n'est pas assuré.

Dans les deux séries d'expériences faites avec le liquide de Bouin, ou les fixateurs osmio-chromiques, les acides acétiques substitués conservent donc leur avantage sur l'acide acétique.

---

(1) M. Mascré, *Sur la fixation du chondriome de la cellule végétale* (*Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 866).

II. Mes recherches antérieures m'avaient montré que, si les acides acétiques substitués fixent bien le chondriome en présence de formol, ils l'altèrent ou le détruisent quand ils sont employés seuls. J'ai repris l'étude de la fixation de la cellule par les acides monochloracétique et cyanacétique à 5 pour 100, par l'acide trichloracétique à 2 pour 100.

1. Après séjour de 3 à 4 heures dans les liqueurs acides, les pièces sont lavées à l'eau courante avant le passage par les alcools. Les aspects observés sont ceux que j'ai déjà décrits : formation de vésicules, de réseaux lâches, confus, de filaments enchevêtrés, de formes ergastoplasmiques. La postchromisation précédant le lavage ne modifie pas les résultats.

2. L'altération observée pouvant être due au lavage, les pièces ont été, après 4 heures de fixation acide, traitées immédiatement par l'alcool à 80° puis par les alcools plus concentrés et le xylol. Le chondriome paraît cette fois complètement détruit; on ne retrouve même plus les vésicules et filaments colorés par l'hétamatoxyline; celle-ci ne colore que des grains irrégulièrement épars dans le cytoplasme.

3. Après un séjour variant de 10 minutes à 3 et 4 heures dans les liqueurs acides, les pièces sont placées immédiatement dans le formol neutralisé à 20 pour 100, pendant 2 à 4 jours, puis lavées à l'eau courante. Même après 4 heures de fixation acide, le chondriome se montre intact; à peine peut-on constater un léger gonflement. Si l'on fait la même expérience avec l'acide acétique à 5 pour 100, on constate qu'après une heure de contact, le chondriome est très altéré ; l'altération est déjà sensible après une demi-heure.

4. Étant donnés les résultats précédents, il n'était pas utile de faire, pour les acides substitués, l'expérience inverse : fixation initiale par le formol, suivie de l'action des acides. L'expérience était intéressante, au contraire, dans le cas de l'acide acétique. Lorsque les bourgeons ont subi l'action du formol pendant 5 à 10 minutes, leur chondriome est encore plus ou moins détruit par l'acide acétique; une fixation formolée de 15 à 30 minutes protège le chondriome contre l'action ultérieure de l'acide.

Conclusions. — L'acide acétique dissocie, dissout les éléments du chondriome; son action destructrice est empêchée par un traitement préalable au formol, suffisamment prolongé.

Les acides acétiques substitués fixent le chondriome, certainement par coagulation de la substance protéique, mais le coagulum formé n'est pas stable; il se gonfle ou se dissout dans les eaux de lavage. L'action simultanée ou ultérieure du formol rend insoluble dans l'eau le coagulum formé et les lavages ultérieurs respectent le chondriome ainsi fixé. Une expérience très simple peut éclairer cette interprétation des faits. Si l'on ajoute à du sérum sanguin de l'acide trichloracétique, on provoque la précipitation des protéines. Mais le précipité obtenu, recueilli et mis en suspension dans l'eau, s'y redissout très facilement. Si la précipitation des protéines du

sérum est faite par l'acide trichloracétique en présence de formol, le précipité ne se dissout plus dans l'eau.

Quant au fait qu'après fixation par les acides acétiques substitués et passage immédiat par les alcools on n'observe plus de filaments, même altérés, mais seulement des grains colorables par l'hématoxyline, on peut l'expliquer en admettant que l'alcool a dissous le constituant lipidique du chondriome. Les grains colorables correspondraient aux protéines du chondriome, libérées de leur combinaison lipidique et précipitées sous forme de granulations.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles observations sur la coloration vitale par le rouge neutre dans les cellules végétales.* Note de M. **Guilliermond**, présentée par M. Molliard.

Au moment où la question de la coloration vitale préoccupe beaucoup les cytologistes, il nous paraît intéressant d'exposer les résultats de nos nouvelles recherches sur les Levures et quelques Champignons filamenteux, qui complètent nos observations antérieures.

Nos résultats étant partout les mêmes, il nous suffit, pour résumer nos observations, de prendre comme exemple le *Saccharomycodes Ludwigii.* Sur le vivant, dans une culture jeune, cette Levure offre généralement une seule grosse vacuole facile à distinguer, par son contenu hyalin, du cytoplasme beaucoup plus réfringent. Celui-ci est homogène et ne montre que de petites granulations graisseuses très réfringentes et immobiles autour de la vacuole. Cette dernière ne renferme qu'exceptionnellement quelques corpuscules réfringents animés de mouvements browniens. Sur fond noir, le cytoplasme et la vacuole sont optiquement vides et il n'y a de lumineux que les granulations graisseuses qui, par leur localisation autour de la vacuole, permettent de reconnaître l'emplacement de celle-ci, ainsi que les corpuscules intravacuolaires, quand ils existent. Dans quelques cas exceptionnels, la vacuole apparaît entourée d'une mince pellicule lumineuse. On trouve toujours quelques cellules mortes qui se distinguent facilement par leur aspect uniformément granuleux et lumineux.

Pour saisir le mécanisme de coloration vitale, il faut réaliser celle-ci sous le microscope dans une chambre humide avec une solution assez concentrée de rouge neutre. On assiste à la production presque immédiate dans la vacuole d'une grande quantité de petits corpuscules fortement colorés et

animés de mouvements browniens qui ne tardent pas à se fusionner en un petit nombre de gros corpuscules, souvent un seul, toujours animés de mouvements. Ces derniers finissent par s'accoler sur le bord de la vacuole où ils prennent la forme de calotte faisant parfois hernie au-dehors de celle-ci et donnant l'impression qu'ils sont situés dans le cytoplasme. Peu après, les calottes perdent leur netteté et, si elles sont plusieurs, elle peuvent se souder en un anneau entourant la vacuole, tandis que celle-ci prend tout entière une teinte diffuse. Finalement, elles disparaissent complètement et la coloration de la vacuole s'accentue. Il y a donc dissolution du précipité formé sous l'influence du colorant, ce qui nous était passé inaperçu dans nos observations antérieures. Le phénomène se produit avec une grande régularité, mais plus ou moins rapidement selon les cellules. Quelquefois enfin, on remarque une coloration totale de la vacuole, d'emblée, sans précipitation. Ces variations sont dues certainement à la plus ou moins grande teneur en colloïde des vacuoles. Quoique peu toxique, le rouge neutre, à une certaine concentration, amène assez rapidement la mort des cellules. Celle-ci peut être saisie sous le microscope : elle s'annonce par une augmentation de réfringence suivie de coloration diffuse du cytoplasme, puis brusquement la vacuole se contracte et se décolore, tandis que le cytoplasme tout entier prend une coloration rouge intense. Jamais, il n'y a production de vacuoles artificielles et, jusqu'à la mort, le cytoplasme reste incolore.

Les mêmes phénomènes se produisent, mais plus lentement, avec une solution plus diluée du colorant qui n'entraîne pas la mort de la cellule; à une concentration trop faible (1^{cg} pour 100 ou moins), on n'obtient plus la dissolution des précipités. De plus, si la coloration est effectuée directement sur une lame recouverte d'une lamelle, on constate souvent des phénomènes de réduction aboutissant à une décoloration des corpuscules vacuolaires. La formation des corpuscules colorés dans les vacuoles peut même être réalisée, à la longue, avec une solution si diluée que sa couleur est à peine perceptible (quelques milligrammes pour 100). La coloration devient beaucoup plus difficile et parfois impossible lorsque le rouge neutre est dissous dans un liquide nutritif, surtout dans le moût de bière.

Les levures colorées vitalement, même avec une solution assez concentrée de rouge neutre et dont les vacuoles apparaissent uniformément teintes ne présentent dans leur cytoplasme aucun signe d'altération. Sur fond noir ce dernier conserve son aspect optiquement vide. Si l'on place ces cellules

dans une goutte d'un milieu nutritif dans une chambre humide, les vacuoles uniformément colorées se décolorent plus ou moins vite, en passant d'ordinaire par une phase à corpuscules fortement colorés, et les cellules donnent lieu à un développement. D'ailleurs, en ensemençant dans des tubes de moût de bière des Levures ou des Champignons filamenteux ayant séjourné longtemps dans une solution assez concentrée de rouge neutre et dont toutes les vacuoles étaient colorées, nous avons constamment obtenu un développement normal. D'autre part, on peut réaliser des cultures de Champignons dans des solutions nutritives additionnées même de doses relativement concentrées de rouge neutre. Le développement se poursuit normalement et donne lieu pour les Levures à une forte fermentation.

Le rouge neutre ne gêne donc pas le développement des Champignons : il le ralentit seulement quand la concentration augmente. Par contre, dans ces conditions, la coloration des vacuoles ne se produit plus. Seul un *Saprolegnia* a montré une végétation normale et une superbe coloration de ses vacuoles dans des cultures sur peptone à 1 pour 100 additionnée de rouge neutre.

De ces faits on peut tirer les conclusions suivantes : 1° La coloration vitale au rouge neutre détermine la floculation des colloïdes vacuolaires, suivie, si la solution du colorant est suffisamment concentrée, d'une dissolution des précipités amenant la coloration diffuse de la vacuole; elle présente donc des phases assez analogues à celles décrites par von Möllendorff dans les cellules animales; 2° elle est strictement limitée aux colloïdes intravacuolaires; 3° les expériences que nous avons réalisées apportent la preuve indéniable que cette coloration est bien une coloration vitale n'entraînant aucunement la mort de la cellule.

ZOOLOGIE. — *Un singe d'apparence anthropoïde en Amérique du Sud.* Note de M. **George Montandon**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Depuis quelques années, nous disposons du document présenté aujourd'hui, que nous devons à M. François de Loys, qui passa plus de trois années, de 1917 à 1920, au Vénézuéla, en qualité de géologue.

M. de Loys eut l'occasion, durant une longue expédition dans les forêts vierges du haut cours du rio Catatumbo, tributaire occidental de la lagune de Maracaïbo, de tuer un grand singe inconnu. Le fait se passa exactement sur un affluent de droite du rio Tarra, lui-même affluent de droite du rio Catatumbo, et voici dans quelles circonstances.

M. de Loys se trouvait au campement, sur une berge à un coude de la rivière. Il entendit du bruit dans les arbres et fit quelques pas en avant. Il fut alors frappé d'entendre que le bruit ne venait pas du faîte, comme c'était toujours le cas lorsqu'il s'agissait des singes-araignées, ainsi qu'on appelle les singes atèles et brachytèle de la forêt américaine. Tout à coup, il voit s'avancer deux êtres qu'il prend d'abord pour des ours. Ses compagnons et lui sautent sur leurs carabines prêts à recevoir le couple. Les deux animaux continuent à avancer et cela dans un état de furie extrême, criant, gesticulant, cassant des branches et les maniant comme des armes, excrémentant enfin dans leurs mains et jetant ces excréments contre les hommes. Le mâle, qui était en avant, laissa passer la femelle, de sorte que c'était celle-ci qui s'avançait la première quand le feu de salve des hommes la cloua sur place; le mâle se retira alors et ne se montra plus. La bête tuée fut transportée sur la berge et aussitôt photographiée. Il est à remarquer qu'elle représentait, non pas peut-être pour les Indiens Motilones sur le territoire desquels l'événement se passait, mais bien pour les compagnons créoles du chef de l'expédition, une apparition tout à fait nouvelle.

Le singe est assis sur une caisse contenant des récipients d'essence. Selon M. Cintract, photographe, qui en juge d'après le nombre des planchettes composant la paroi en hauteur, la caisse aurait une hauteur de $0^m,50$ environ et la bête une stature de $1^m,50$ à $1^m,60$. D'autre part, les caisses standardisées d'essence ont $0^m,45$ de hauteur, et la bête étant d'une stature de 3 fois 1/3 la hauteur de la caisse, cela implique une stature de $1^m,50$. Cependant, l'heureux chasseur l'avait mesurée et avait trouvé, d'après ses souvenirs, 4 pieds et 5 pouces, soit, en pieds anglais, $1^m,35$, ce qui donnerait à la caisse une hauteur de $0^m,41$ seulement. Cette stature de $1^m,35$ doit donc être considérée comme un minimum et il faut noter que la bête que nous avons devant nous est une femelle; en effet, le pseudo-membre viril est un clitoris extrêmement développé, M. de Loys est tout à fait affirmatif à ce sujet et cela confirme d'autres observations, moins frappantes il est vrai, faites sur les singes atèles.

Si l'on part de cette stature minimum de $1^{m},35$, cela donne comme stature assise — au-dessus de la caisse — $0^{m},75$, stature dépassant celle de toutes les espèces connues, le brachytèle pouvant atteindre, d'après Daniel G. Elliot, du sommet de la tête à la base de l'appendice caudal, $0^{m},61$, l'atèle coaita, selon Brehm, $0^{m},65$. Mais le brachytèle et les atèles ont des membres extrêmement déliés qui leur ont valu leur surnom de singes-araignées, tandis que le sujet en question a un torse et des membres développés en proportion de la stature. D'après la robustesse des membres, il se rapprocherait le plus du brachytèle; il doit cependant en être séparé, le brachytèle ayant une toison laineuse, tandis que notre sujet est couvert de poils. C'est donc aux atèles qu'il ressemblerait le plus, tout en étant moins poilu et moins élancé qu'eux et notablement plus grand que le plus grand d'entre eux.

D'après M. de Loys, le singe aurait été sans appendice caudal et aurait eu 32 dents (le crâne se disloqua à la longue et les fragments en furent perdus). Comme elles ne se laissent pas contrôler par la photographie on ne tiendra pas compte momentanément de ces deux données. Par contre, le facies du singe est nettement humanoïde, plus que celui d'aucun des anthropoïdés de l'Ancien-Monde.

Par ailleurs, même si l'on considère le nouveau sujet comme un anthropoïdé, c'est un anthropoïdé platyrhinien de par ses narines écartées et de par le moignon de pouce que l'on constate aux mains antérieures. Si l'on veut faire un rapprochement avec les anthropoïdés de l'Ancien-Monde, son corps ressemble le plus à celui du gibbon, et ses membres le plus à ceux de l'orang-outang, qui a, parmi les anthropoïdés de l'Ancien-Monde, le pouce le plus réduit.

L'existence d'une nouvelle et grande espèce simienne, d'apparence anthropoïde, mais tout de même platyrhinienne, justifie le maintien de la division des singes en deux sous-ordres, catarhiniens et platyrhiniens. Réservant la possibilité que nous nous trouvions en présence d'une nouvelle espèce du genre *Ateles*, nouvelle espèce géante, nous introduisons dans le sous-ordre des platyrhiniens une nouvelle famille, celle des *Amer-anthropoidæ*, comprenant un seul genre, le genre *Amer-anthropoides*, comprenant actuellement une seule espèce, à laquelle nous donnons le nom de *Amer-anthropoides Loysi*.

PHYSIOLOGIE. — *Sur les rapports entre le métabolisme et la sexualisation cytoplasmique.* Note ([1]) de M. **Ph. Joyet-Lavergne**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans une série de recherches fort importantes, Riddle et ses collaborateurs ont démontré l'existence, dans les œufs de pigeon, d'une différence de métabolisme en rapport avec le sexe. Les œufs producteurs de mâles ont un métabolisme plus élevé que celui des œufs producteurs de femelles. Riddle ([2]) a cherché à voir si cette différence se retrouve chez l'embryon, or, la méthode de mesure directe du métabolisme qui avait été appliquée à l'œuf ne pouvant être utilisée pour l'embryon, l'auteur emploie une méthode indirecte.

Divers lots d'embryons se développent soit dans une atmosphère plus riche en oxygène, soit dans une atmosphère appauvrie en oxygène; le pourcentage de mortalité obtenu, dans les divers cas, permet d'apprécier dans quelle mesure les conditions anormales de respiration sont plus préjudiciables à un sexe qu'à l'autre.

Les expériences faites dans une atmosphère appauvrie en oxygène donnent, effectivement, une mortalité supérieure chez les embryons mâles, ce qui est en accord avec la conception d'un métabolisme plus élevé pour ce sexe, mais les développements obtenus dans une atmosphère enrichie en oxygène ne font apparaître aucune différence appréciable entre les sexes. Nous voudrions montrer que ces résultats, qui semblent contradictoires quand on considère seulement les différences de métabolisme, sont parfaitement explicables, si l'on fait intervenir la notion de sexualisation cytoplasmique.

Dans les expériences où la teneur en oxygène est diminuée, nous nous éloignons davantage des conditions de respiration intracellulaire du mâle pour l'une ou l'autre des deux raisons suivantes : 1° soit parce que les cellules n'ont plus la quantité d'oxygène dont elles disposent normalement; 2° soit parce que le pouvoir d'oxydation de ces cellules n'a plus le moyen, par manque d'oxygène, de se manifester dans les conditions normales de son fonctionnement. Mais, que ce soit l'un ou l'autre des deux facteurs du métabolisme qui se trouve affecté, le résultat est le même; les conditions imposées sont plus éloignées de l'état normal pour l'organisme mâle, et

([1]) Séance du 4 mars 1929.

([2]) O. Riddle, *The Scientific Monthly*, 26, 1928, p. 202.

effectivement, la mortalité des embryons de ce sexe est plus élevée; elle est de 29,1 pour 100 au lieu de 16,8 pour 100 dans le sexe femelle.

Dans les expériences où la teneur en oxygène est supérieure à la normale, on doit s'attendre à obtenir le résultat inverse, si l'on considère seulement, comme le fait Riddle, la différence globale de métabolisme entre les sexes; or, la mortalité des embryons est à peu près la même, elle est de 5,6 pour 100 pour les mâles et 6,3 pour 100 pour les femelles. Considérons, dans ces nouvelles conditions expérimentales, les deux facteurs du métabolisme. Si les cellules de l'organisme femelle étaient adaptées à un fonctionnement en présence d'une atmosphère interne relativement plus appauvrie en oxygène que celle des cellules de l'organisme mâle, les conditions nouvelles où elles se trouvent placées, atmosphère plus riche en oxygène, les éloigneraient davantage des conditions normales que pour l'organisme mâle et nous devrions constater une mortalité nettement supérieure pour les embryons femelles.

Puisque nous ne constatons pas cette différence dans le comportement des embryons, c'est que la différence de métabolisme entre les sexes n'est pas due à une inégalité entre les quantités d'oxygène dont disposent les cellules, mais qu'elle dépend du deuxième facteur du métabolisme, le pouvoir d'oxydation intracellulaire.

En effet, dans ces expériences, contrairement à ce qui se passe dans les expériences à atmosphère appauvrie, le pouvoir d'oxydation n'est pas plus affecté dans un sexe que dans l'autre par l'augmentation de la teneur en oxygène du milieu. Dans l'organisme du Pigeon (œuf ou embryon), si le métabolisme du mâle est plus élevé que celui de la femelle, c'est parce que les cellules de l'organisme mâle ont un pouvoir d'oxydation ou rH intracellulaire plus élevé.

Le pouvoir d'oxydation plus élevé des cellules mâles a précisément été constaté dans les organismes les plus divers et ce fait est exprimé par la première loi de sexualisation cytoplasmique : « Dans une espèce, les cellules polarisées dans le sens femelle ont un rH inférieur à celui des cellules polarisées dans le sens mâle [1]. »

Si nous pouvons considérer la différence de métabolisme qui apparaît entre les sexes comme une manifestation de la différence physico-chimique exprimée par la première loi de sexualisation, il est rationnel de supposer

---

(1) Ph. Joyet-Lavergne, *Revue génér. Sc. pures et appl.*, 37, xix, 1926, p. 546 et *Protoplasma*, 3, 1928, p. 357.

que cette différence de métabolisme n'existe pas seulement pour quelques espèces mais qu'elle présente le même ordre de généralité que la loi elle-même, c'est-à-dire une grande généralité et nous formulerons l'hypothèse de travail suivante : « La différence de métabolisme en faveur du sexe mâle présente-t-elle un caractère général et quelle en est l'importance ? ».

PHARMACODYNAMIE. — *Tropine et atropine*. Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Charles Richet.

Les substances qui provoquent l'inexcitabilité électrique du vague peuvent être répartiés en trois groupes [1] : celui des substances qui, comme l'atropine, paralysent à la fois le tronc et les terminaisons du vague, celui des alcaloïdes nicotiniques qui laissent subsister l'excitabilité des dites terminaisons, enfin, celui des digitaliques qui abolissent l'action du vague sur le ventricule, mais non sur l'oreillette.

Nous avons déjà démontré que, malgré ses affinités chimiques avec l'atropine, la pseudo-pelletiérine n'appartient pas, comme l'a admis Hazard, au type atropine. Nous nous proposons de prouver aujourd'hui que la tropine, dont l'atropine n'est que l'éther tropique, n'a pas non plus une section atropinique.

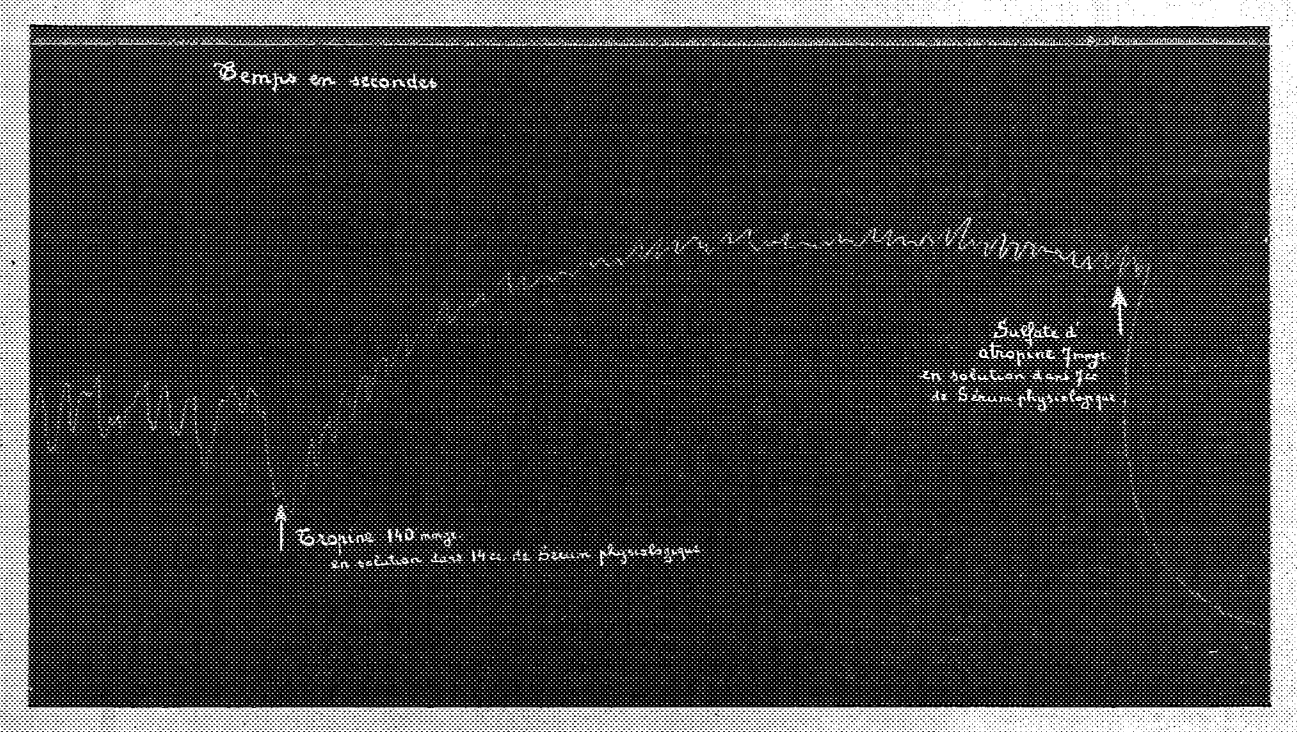
Bucheim et Eckhard avaient admis que la tropine a sur le vague cardiaque une action analogue à celle de l'atropine, mais Gottlieb prétendit qu'elle agissait non pas en paralysant les terminaisons du pneumogastrique mais en augmentant l'excitabilité des ganglions moteurs intracardiaques.

Depuis lors, Symons et ses collaborateurs ont pu montrer que quand, chez le chat anesthésié par la paraldéhyde, la tropine a non seulement

---

(1) Ayant constaté que, si une quantité donnée d'atropine supprime l'action d'une certaine dose d'acétylcholine, elle ne fait que diminuer les effets d'une dose beaucoup plus forte de cette dernière, Hazard en a récemment conclu (*C. R. Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 696-700) que cette classification des substances vagolytiques se trouvait ainsi « réduite à néant ». Mais ce phénomène, d'ailleurs observé 17 ans plus tôt par Hunt et Taveau (*Bull. Hyg. Laboratory*, n° 73, p. 20, Washington 1911), se retrouve dans tous les cas d'antagonisme pharmacologique. Faut-il rappeler — ce que savent tous les pharmacologistes — que, tout au moins dans de très larges limites, les diverses concentrations de deux substances antagonistes se neutralisant l'une l'autre chez un même animal, restent entre elles dans un rapport constant (Cushny, Clark, Mendez, Leheux, Storm-Leeuwen et Brocke, etc.).

aboli mais même inversé les effets de l'excitation électrique du vague, la pilocarpine, qui agit sur les terminaisons du pneumogastrique, reste encore efficace. Pareil phénomène d'inversion s'observe avec la nicotine, le curare, la cytisine et la quinidine. Dale a même observé que la paraldéhyde seule pouvait le faire apparaître.



Chien de 7 kg, anesthésié par le chloralose (12 cg par kilogramme), ayant ses vagues sectionnés et soumis à la respiration artificielle. — Contractions de l'intestin grêle enregistrées *in situ* par la méthode du ballon. — Tracé réduit de moitié.

Enfin, ainsi que beaucoup d'auteurs, Hazard a récemment constaté que la tropine provoque l'inexcitabilité électrique du vague (et par suite abolit le réflexe oculo-cardiaque et la bradycardie réflexe adrénalinique). Revenant à la très ancienne opinion de Bucheim et Eckhard, Hazard [1] affirme que la tropine a sur le vague cardiaque une action analogue à celle de l'atropine.

---

[1] A l'appui de cette affirmation, Hazard a fait également état de l'action inhibitrice de la tropine sur la sécrétion de la glande sous-maxillaire, mais ce phénomène, constaté bien antérieurement par Dale et Laidlaw, s'observe également, comme l'ont montré ces auteurs, avec la nicotine.

Mais nos expériences nous ont montré que, quand, chez le chien anesthésié par le chloralose, la tropine a supprimé et même inversé les effets de l'excitation électrique du vague, l'action cardio-inhibitrice de l'acétylcholine, qui s'exerce sur les terminaisons du pneumogastrique, est non seulement conservée mais souvent même augmentée.

En outre, nous avons pu constater que, sur l'intestin *in situ*, la tropine agit comme un véritable antagoniste de l'atropine; elle augmente en effet le tonus, alors que cette dernière le diminue. Le tracé qui accompagne cette Note en fait foi.

PHARMACODYNAMIE. — *Rôle de la fonction amine tertiaire dans le noyau bipipéridique*. Note de MM. **René Hazard** et **Michel Polonovski**, présentée par M. A. Desgrez.

Pour établir le rôle que remplit, du point de vue physiologique, la fonction amine tertiaire de la N-méthylgranatoline [1] (I), nous avons étudié les actions qu'exercent l'amine secondaire correspondante ou granatoline (II) et accessoirement l'aminoxyde ou N-oxy-N-méthylgranatoline (III).

$CH^2 - CH —— CH^2$	$CH^2 - CH - CH^2$	$CH^2 —— CH —— CH^2$
$CH^3 \quad N - CH^2CHOH$	$CH^2 \quad N - H\,CHOH$	$CH^3O = N - CH^2CHOH$
$CH^2 - CH —— CH^2$	$CH^2 - CH - CH^2$	$CH^2 —— CH —— CH^2$
(I).	(II).	(III).

1° La *granatoline* [2] exerce une action fortement hypertensive (*fig.* 1) qui paraît dépendre d'une vasoconstriction périphérique comme on le constate sur le rein. Cette action ne peut pas être rapportée à une décharge d'adrénaline, car elle se montre également intense après surrénalectomie double (*fig.* 2).

Sur le cœur, on observe, si les vagues sont intacts, une action inotrope et une action chronotrope négatives accentuées; celles-ci sont à peine atténuées par la double vagotomie (*fig.* 3); elles disparaissent par atropi-

(1) Il s'agit de la N-méthylgranatoline obtenue par réduction de la pseudopelletiérine par le sodium et l'alcool. Nous en avons déjà fait connaître quelques propriétés (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1314).

(2) Préparée par déméthylation du N-oxyde (*Bull. Soc. chim.*, 4e série, 41-42, 1927, p. 1190).

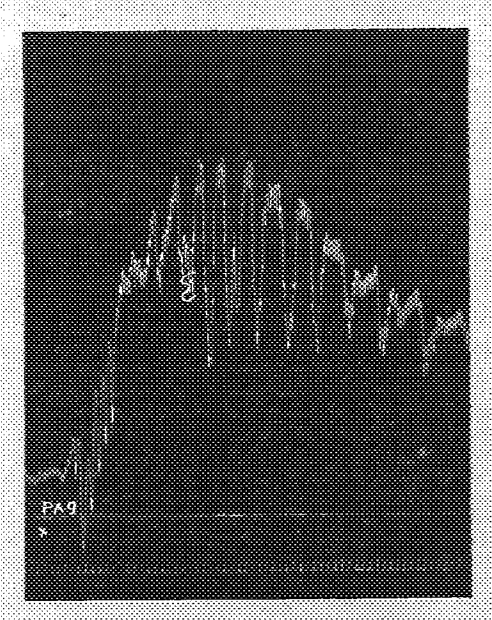


Fig. 1.

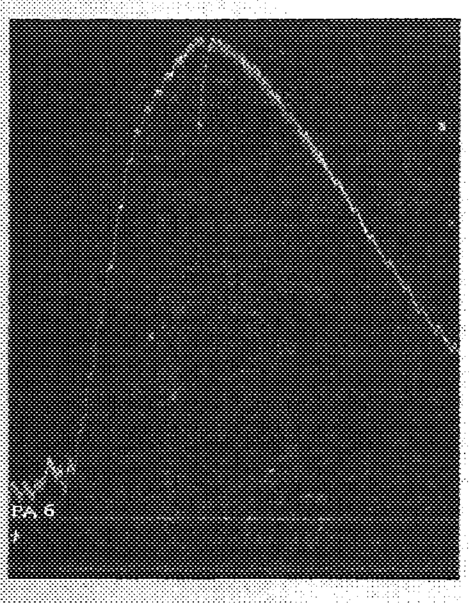


Fig. 2.

Fig 1. — *Action hypertensive de la granatoline chez le chien normal.* — Chien ♂ 4^{kg},5. Pression carotidienne : repère à 9^{cm} Hg. En → injection intraveineuse de 0^{g},01 par kilogramme de granatoline neutralisée. (Tracé réduit de 1/3.)

Fig. 2. — *Action hypertensive de la granatoline après surrénalectomie et atropinisation.* — Chien ♂ 6^{kg},3. Pression carotidienne : repère à 6^{cm} Hg. Surrénalectomie double et injection intraveineuse de 2/10 de milligramme de sulfate d'atropine par kilogramme. En → injection intraveineuse de 0^{g},01 par kilogramme de granatoline neutralisée. (Tracé réduit de 1/3.)

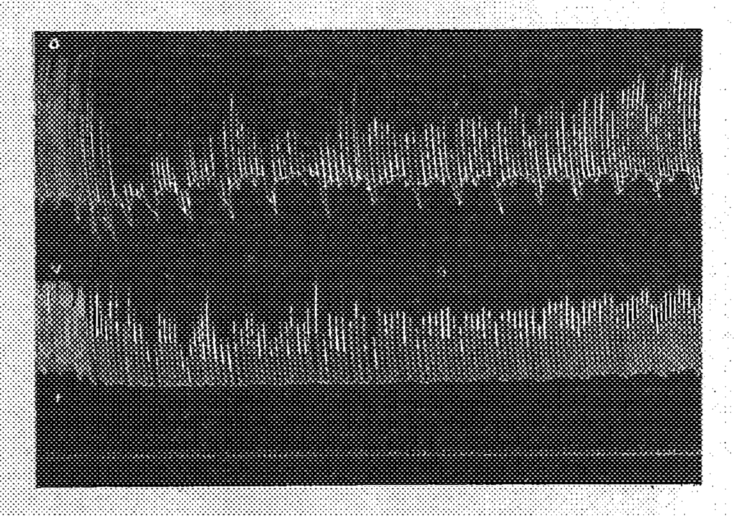


Fig. 3. — *Actions inotrope et chronotrope négatives de la granatoline sur le cœur après section des vagues.* — Chien ♀ 5^{kg},5, cœur *in situ*, méthode de suspension o = oreillette, v = ventricule; vagotomie double. En → injection intraveineuse de 0^{g},01 par kilogramme de granatoline neutralisée [1]. (Tracé réduit de 1/3.)

[1] L'animal avait déjà reçu de la N-oxy-N-méthylgranatoline.

nisation : on constate, dans ce cas, une faible augmentation d'amplitude et de l'accélération plus ou moins marquée.

Hypertension et excitation des terminaisons intracardiaques du vague qui l'accompagne sont des phénomènes passagers et qui se reproduisent avec une intensité beaucoup moindre à la deuxième injection et aux suivantes.

Sous l'effet des doses faibles répétées, l'amplitude des contractions est faiblement diminuée et leur rythme ralenti; la pression est peu abaissée. Les doses un peu élevées diminuent l'excitabilité du vague.

2° *La N-oxy-N-méthylgranatoline* (¹) (F. 218°) injectée même à la dose de plusieurs centigrammes par la voie intraveineuse chez le chien n'exerce d'effet notable ni sur la pression sanguine, ni sur l'amplitude et le rythme des contractions cardiaques, ni sur l'excitabilité du vague.

En somme, dans le noyau bipipéridique (²) : 1° la base secondaire non méthylée (granatoline) produit, en général, des actions physiologiques au moins égales à celles qu'exerce la base tertiaire méthylée (N-méthylgranatoline) et se montre nettement plus active que celle-ci sur les terminaisons intracardiaques du vague; 2° le passage à l'aminoxyde (azote pentavalent) affaiblit, au contraire, jusqu'à la rendre presque nulle, l'activité physiologique de la base tertiaire (azote trivalent).

PARASITOLOGIE. — *Contribution à la connaissance des Laboulbéniales parasites des Insectes hémiptères hydrocorises.* Paracoreomyces Thaxteri *gen. nov.*, *sp. nov.*, *Laboulbéniale parasite de* Stenocorixa protrusa *Horv.* Note de M. **Raymond Poisson**, présentée par M. F. Mesnil.

Les Laboulbéniales, on le sait, sont de curieux Thallophytes que l'on tend généralement à rattacher au groupe des Ascomycètes; ils sont caractérisés par leur parasitisme exclusif sur des Arthropodes vivants : Acariens et Insectes, en particulier (Thaxter, Cépéde et Picard, Chatton et Picard, Maire, etc) (³). Mais, si chez les Diptères et surtout les Coléoptères, nous

---

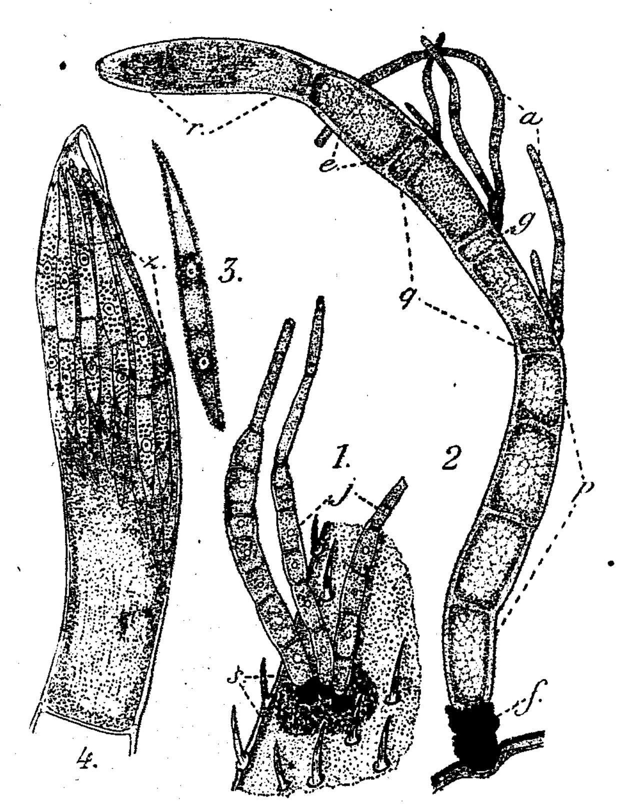
(¹) Max et Michel Polonovski, *Bull. Soc. chim.* 4ᵉ série, 41-42, 1927, p. 1186.

(²) Le rôle de la fonction amine tertiaire est différent dans le noyau du tropane comme nous le montrerons bientôt.

(³) Pour la bibliographie concernant cette question, voir L. Mercier et R. Poisson : *Une Laboulbéniale* Stygmatomyces ephydrae *n. sp., parasite* d'Ephydra riparia Fall. (Dipt. Ephydridae) (*Bull. Soc. zool. Fr.*, 52, 1927, p. 231).

connaissons actuellement un nombre imposant d'espèces de Laboulbéniacées, les formes parasites des autres ordres d'Insectes sont encore bien peu étudiées : c'est le cas, par exemple, des Laboulbéniacées des Hémiptères. Chez ceux-ci, en effet, il n'a été signalé, à ma connaissance, que les genres et espèces suivants :

Coreomyces corisæ Thaxter et *C. curvatus* Thaxter, sur des *Corixidæ* des États-Unis; *Stigmatomyces lasiochili* Thaxter, sur un *Lasiochilus* (*Anthocoridæ*) des Iles du Vent; *Polyandromyces coptosomalis* Thaxter sur des *Coptosoma* (*Pentatomidæ*) de Madagascar, du Cameroun et des Iles Fiji et Salomon.



Paracoreomyces Thaxteri gen. nov., sp. nov. — 1, jeunes thalles (j.), fixés sur un fragment de sternite de *Stenocorixa*, × 235; 2, thalle à maturité, × 290; 3, ascospore isolée, × 400; 4, périthèce à maturité; s, rudiments des septa des cellules ascogènes, × 400.

En résumé, trois genres seulement sont connus chez les Hémiptères et parmi eux, un seul, le genre *Coreomyces* est parasite d'Hydrocorises.

Or, au cours de recherches sur des Corises africaines de la région éthiopienne, j'ai eu l'occasion de remarquer la présence, sur deux individus de

Stenocorixa protrusa Horv., d'une Laboulbéniale différente, à coup sûr, de celles qui viennent d'être énumérées. Par certains de ses caractères, elle se rapproche du genre *Coreomyces;* mais, l'existence d'autres particularités, non moins nettes, nécessite pour cette forme la création d'un genre nouveau : le genre *Paracoreomyces*, gen. nov., qui rappellera ainsi ses affinités. Je décrirai sommairement l'espèce en question sous le nom de *P. Thaxteri*, sp. nov.

Description. — La forme générale de *P. Thaxteri* est droite ou légèrement incurvée (*fig.* 2). Le parasite est d'un jaune testacé, sauf le pied (*f*) qui est noir; ce dernier, bien développé, rappelle beaucoup le pavillon de fixation de certaines Eccrinides. Il est *profondément enfoncé* dans la cuticule des *sternites abdominaux*, jusqu'au contact de la zone basilaire acidophile de cette assise.

Le thalle peut se décomposer en trois régions : 1° une région proximale pédonculaire (*p*) (réceptacle proprement dit); 2° une région moyenne anthéridiale (*q*); 3° une région distale comprenant le périthèce (*r*).

Le réceptacle (*p*), rigide, comprend quatre cellules sensiblement de même taille. La région anthéridiale (*q*) comporte trois petites cellules (*g*) séparées par deux plus grandes; ce sont ces cellules (*g*) qui, d'*un côté seulement*, portent les appendices anthéridiaux (*a*). Il semble n'exister qu'un seul appendice par cellule anthéridifère, mais cet appendice peut se bifurquer. La région anthéridiale est prolongée par une grande cellule (*e*) non spécialisée et semblable à celles du réceptacle; elle supporte le périthèce (*r*). Ce dernier est transparent et, à maturité, il est facile d'observer les spores (ascospores) qu'il renferme (*fig.* 4). Les spores (*fig.* 3) sont fusiformes, constituées par deux cellules uninucléées en forme de triangles allongés et de taille très inégale, la distale étant sensiblement deux fois plus longue que la proximale.

Dimensions. — Longueur totale des thalles examinés : 400 à 435$^{\mu}$; périthèce seul : 85 à 110$^{\mu}$; cellule pédonculaire du périthèce : 45$^{\mu}$; région anthéridiale : 85 à 90$^{\mu}$; réceptacle : 170$^{\mu}$; pied : 20$^{\mu}$ environ; spores : 80$^{\mu}$ × 5$^{\mu}$.

Par sa conformation générale, le genre *Paracoreomyces* doit être rapproché des *Coreomyces;* mais il diffère de ce genre, en particulier, par la présence de quatre cellules au réceptacle au lieu de trois et surtout par la disjonction des cellules anthéridifères qui, chez *Coreomyces*, sont associées, etc.

HYGIÈNE. — *Stérilisation des eaux par le chlore.* Note de MM. **F. Diénert** et **P. Étrillard**, présentée par M. Roux.

On explique l'action stérilisante du chlore de deux façons. L'hypothèse la plus ancienne suppose que le chlore s'unit à la matière organique du

microbe et empêche la multiplication de ce dernier. Une théorie plus récente attribue cette stérilisation à l'émission d'une radiation abiotique, laquelle prendrait naissance dans l'eau quand le chlore oxyde la matière organique.

Les essais que nous avons publiés précédemment (*Comptes rendus*, 187, juillet 1928) et ceux que nous avons poursuivis depuis, nous portent de préférence vers la théorie chimique, n'ayant pu mettre en évidence l'émission des radiations abiotiques.

Si une radiation abiotique prend naissance quand le chlore agit comme oxydant, il est à prévoir qu'elle se manifestera encore quand ce stérilisant agira sur l'hyposulfite de sodium. Dans ce cas, on obtiendra un renforcement très sensible de l'action stérilisante du chlore. Or c'est l'inverse qu'on constate, et par conséquent, aucune radiation abiotique ne se manifeste quand le chlore oxyde l'hyposulfite.

En effet, il faut $0^{mg},1$ de chlore par litre pour stériliser une eau distillée contenant 1000 germes de *B. coli* ou de B. d'Eberth, et plus de 1^{mg} quand on a ajouté préalablement à cette eau 2^{mg} d'hyposulfite.

Dans cette expérience, si l'on admet la théorie chimique, le microbe n'a pu être atteint par le chlore libre qui s'est porté exclusivement sur l'hyposulfite.

Les matières organiques que les eaux renferment sont de natures très complexes, très variables, impossibles à différencier. Elles absorbent le chlore plus ou moins rapidement et jouent, vis-à-vis des microbes, le même rôle protecteur que l'hyposulfite. Il suffit, par exemple, d'une addition de 1^{mg} de peptone par litre, à une eau distillée contenant 1000 germes de *B. coli*, pour quadrupler la dose de chlore nécessaire pour stériliser ce milieu. On ne peut comprendre pourquoi dans ces expériences, une addition identique de chlore, devant émettre une radiation abiotique de même intensité, produirait des effets différents à la suite d'un apport d'une petite quantité de matières organiques.

Au contraire, la théorie chimique admet que lorsqu'on introduit du chlore dans l'eau, celui-ci se répartit entre les différentes matières organiques et les microbes, produisant des actions chimiques très complexes. Quand on augmente la matière organique il reste moins de chlore pour les microbes.

Sur les microbes du genre *B. coli* l'action du chlore est immédiate, mais la mort peut tarder à survenir. En effet, prenons deux ballons contenant chacun un litre d'eau de Seine, stérilisée par filtration à travers une bougie

Chamberland afin de ne pas altérer les matières organiques et ajoutons à cette eau 1000 germes de *B. coli* pur ou de B. d'Eberth [1].

Suivant sa richesse en matières organiques, cette eau de Seine, chargée de *B. coli* ou de B. d'Eberth, sera stérilisée avec $0^{mg},2$ de chlore après des temps variables allant de 2 à 24 heures [2]. On obtient les mêmes résultats, si nous ajoutons $0^{mg},4$ d'hyposulfite pour détruire le chlore libre, 5 minutes après son introduction.

Avant de tirer une conclusion de ces expériences, il faut démontrer qu'il ne s'est pas formé de corps antiseptiques chlorés par combinaison du chlore avec les matières organiques de l'eau, corps qui empêcheraient le développement du *B. coli*.

Pour cela, reprenons notre eau de Seine stérilisée à la bougie Chamberland. Par litre, ajoutons d'abord $0^{mg},2$ de chlore, puis 5 minutes après $0^{mg},4$ d'hyposulfite, qui détruit tout le chlore libre ajouté, et enfin, 1000 germes de *B. coli* pur ou de B. d'Eberth. Après 24 heures nous retrouvons indemnes tous les germes introduits. Il n'y avait pas dans notre eau d'autres corps chlorés antiseptiques que le chlore libre.

Mais comme l'action du chlore persiste quand il a disparu, il faut admettre que son effet antiseptique s'est manifesté dès son introduction dans l'eau en se combinant avec la matière organique du microbe.

Tant qu'une eau renfermera du chlore libre en quantité suffisante décelable à la tolidine, tous les apports de *B. coli* ou de B. d'Eberth seront facilement détruits. Aussitôt que le chlore libre aura disparu, le pouvoir antiseptique de l'eau cessera, comme nous nous en somme assurés.

Les résultats de ces expériences ne peuvent s'expliquer par la théorie de la radiation abiotique. Elles comportent en outre quelques conclusions pratiques.

Il peut arriver qu'une eau soit traitée par le chlore au départ d'un aqueduc fissuré susceptible de recevoir quelques apports suspects. Pour neutraliser ces contaminations, il faudra déverser assez de chlore pour que, pendant tout le long de son parcours dans l'aqueduc, l'eau renferme un excès de chlore décelable à la tolidine.

Si une dérivation comporte plusieurs sources dont une seule soit

---

(1) En opérant ainsi, on évite la concurrence vitale qui est un facteur plus important qu'on ne le soupçonne dans la recherche du *B. coli* dans nos milieux phéniqués.

(2) Toutefois quand la Seine était en crue, cette dose de $0^{mg},2$ était insuffisante pour détruire le *B. coli* même après 48 heures.

suspecte, on peut traiter cette dernière au chlore peu de temps avant son mélange avec les autres, mélange qui peut détruire l'excès de chlore libre. Il est recommandé cependant de bien mélanger le chlore avec toute la masse d'eau de source suspecte et de ne consommer ce mélange qu'après un temps suffisant pour permettre à tous les germes de *B. coli* atteints par le chlore, de disparaître.

A 16h 10m, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Médecine et Chirurgie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Fernand Widal* :

En première ligne.............	M. **Charles Achard**.
En seconde ligne..............	M. **Pierre Teissier**.
En troisième ligne.............	M. **Paul Carnot**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17h.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de janvier 1929.

Aperçus modernes sur la théorie des groupes continus et finis, par M. A. Buhl. Fasc. XXXIII du *Mémorial des Sciences mathématiques*. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. 25cm,5. (Présenté par M. Goursat.)

Le Sud-Ouest méditerranéen (Bas-Languedoc et Roussillon), par Gaston Lautier. Paris, Delagrave, 1928; 1 vol. 20cm,5. (Présenté par M. Perrier.)

Trattato di astronomia siderale, par Giuseppe Armellini. Bologna, Nicola Zanichelli, 1928; 1 vol. 24cm.

Atlas des lacs des Pyrénées, par Ludovic Gaurier. 1 vol. polycopié, 75cm. (Présenté par M. Helbronner.)

Isostasy, a learned Treatise on the Science of the Equilibrium of the Earth's Crust, by William Bowie, et plusieurs Mémoires du même auteur, dont un en collaboration avec M. John F. Hayford sur l'Isostasie. (Présentés par M. Ch. Lallemand.)

Cartes des pêches du Banc de Terre-Neuve, par L. Beaugé. Paris, Ed. Blondel la Rougery, s. d.; 4 planches, 52 × 71cm,5.

Institut international de Physique Solvay. *Électrons et photons*. Rapports et discussions du cinquième Conseil de Physique, tenu à Bruxelles du 24 au 29 octobre 1927. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 25cm.

Œuvres de Pasteur, réunies par Pasteur Vallery-Radot. Tome V. *Études sur la bière*. Paris, Masson et Cie, 1928; 1 vol.

Las repúblicas hispano-americanas y la exploración de las regiones polares, par José Maria Torroja. Publicaciones de la revista de las españas; 1 fasc. 20cm. (Présenté par M. Lallemand.)

Fundamento teorico de la fototopografia, par José Maria Torroja. Madrid, imprenta de la Gaceta de Madrid, 1908; 1 fasc. 24cm,5. (Présenté par M. Lallemand.)

Aplicación de las coordenadas proyectivas al problema general de la fototopografía, par José Maria Torroja, in *Anales de la Facultad de ciencias de Zaragoza*, n° 5, 1908; 1 fasc. 24cm,5.

Topografía moderna : Notas sobre el método fotográfico estereoscópico, par José Maria Torroja. Madrid, Imprenta de Eduardo Arias, 1913; 1 fasc. 24cm. (Présenté par M. Lallemand.)

Levantamiento de Planos por medio de la fotografía estereoscópica, par José Maria Torroja. Madrid, Fortanet, 1913; 1 fasc. 23cm,5. (Présenté par M. Lallemand.)

Publicacions de l'Institut de ciencies. *El Estereoautógrafo de E. von Orel*, par

José Maria Torroja. Barcelona, Institut d'Estudis Catalans, 1913; 1 fasc. 33cm. (Présenté par M. Lallemand.)

Sobre los progresos de la fotogrametria en España, par José Maria Torroja. Madrid, Eduardo Arias, 1915; 1 fasc. 24cm. (Présenté par M. Lallemand.)

Instituto de ingenieros civiles. *Topografia modernas. La estereofotogrametria en* 1915. Conferencia dada en dicho instituto el 21 de mayo de 1915, par José Maria Torroja. Madrid, Ramona Velasco, 1916; 1 fasc. 24cm. (Présenté par M. Lallemand.)

Real Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales. *Fotogrametria terrestre y aérea*. Discurso leido en el acto de su recepción, por el señor D. José Maria Torroja y Miret y contestación del señor D. Amós Salvador el dia 16 de mayo de 1920. Madrid, Fortanet, 1920; 1 fasc. 24cm,5. (Présenté par M. Lallemand.)

La estereoscopia de los objetos en movimiento y sus aplicaciones, par José Maria Torroja y Miret. Madrid, 1923; 1 fasc. 24cm. (Présenté par M. Lallemand.)

La estereofotogrametria en 1924, par José Maria Torroja. Madrid, Talleres Voluntad, 1925; 1 fasc. 24cm. (Présenté par M. Lallemand.)

La photogrammétrie en Espagne, par José Maria Torroja, 1927; 1 fasc. 23cm,5. (Présenté par M. Lallemand.)

El plano fotogramétrico del puente de Toledo, par José Maria Torroja. Madrid, Sociedad central de arquitectos, 1927; 1 fasc. 31cm. (Présenté par M. Lallemand.)

Anales de la Sociedad española de estudios fotogrametricos. Tome I, nos 1, 2, 3, par José Maria Torroja. Madrid, Universidad central, 1928; 3 fasc. 25cm,5. (Présenté par M. Lallemand.)

Cómo desde los aires se puede medir la tierra, par José Maria Torroja. Madrid, 1928; 1 fasc. 24cm,5. (Présenté par M. Lallemand.)

Conferencias dadas en la II assemblea general de la Sociedad international de fotogrametria del 23 al 26 de noviembre de 1926 en la escuela tècnica superior de Berlin recopiladas por el presidente de la sección alemana y traducidas, par Ernesto de Cañedo Argüelles. Madrid, Sociedad española de estudios fotogramétricos, 1928; 1 fasc. 25cm,5. (Présenté par M. Lallemand.)

Le colonel Aimé Laussedat. Sa jeunesse, le soldat, le savant. Conférences faites à Moulins à la Société des Conférences bourbonnaises les 19 janvier et 19 octobre 1927, par M. Georges Bruel. Moulins, imprimerie Bourbonnaise, 1928; 1 fasc. 23cm,5. (Présenté par M. le général Perrier.)

Flore générale de l'Indo-Chine. Tome V, fasc. 7. *Ulmacées, Cannabinacées, Moracées*, par F. Gagnepain. Paris, Masson et Cie, 1928; 1 fasc. 25cm,5. (Présenté par M. Lecomte.)

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 10 décembre 1928.)

Note de M. *R. Jarry-Desloges*, Sur la durée de la rotation de la planète Vénus :

Page 1131, ligne 28, *au lieu de* $22^h 31^m$, *lire* $22^h 21^m$; ligne 34, *au lieu de* 23 heures 53 minutes, *lire* 22 heures 53 minutes.

(Séance du 25 février 1929.)

Note de MM. *J. Thomas*, *A. Gradinescu* et M[lle] *R. Imas*, L'utilisation des pentoses dans l'organisme animal :

Page 665, lignes 11 à 13, *lire* lobe droit (avant traumatisme) et lobe gauche (après traumatisme).

(Séance du 4 mars 1929.)

Note de M. *Maurice Janet*, Sur le rapport des valeurs moyennes des carrés de deux dérivées d'ordre consécutif :

Page 682, ligne 9, *lire* où ω_p est le plus petit zéro positif.

Page 683, ligne 16, *au lieu de* $\xi = \frac{2ux}{b-a}$, *lire* $\xi = 2u\frac{x-a}{b-a}$; ligne 4 en remontant, *au lieu de* par b, *lire* pour b.

Page 684, ligne 2, *au lieu de* $(a-a)^3\int_a^b y'^2\,dx$, *lire* $(b-a)^3\int_a^b y'^2\,dx$.

Note de M. *René Delaplace*, Quelques phénomènes chimiques reliés à la contraction de l'hydrogène dans les tubes à décharges :

Page 708, ligne 11, *au lieu de* L'influence des électrodes à l'état de..., *lire* L'influence des électrodes et de l'état de...; lignes 24-25, *lire* J.-J. Thomson a montré....

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 18 MARS 1929.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CONSTRUCTION DE CHEMINS DE FER. — *Ligne de Nice à Coni.* Note de M. P. SÉJOURNÉ.

Historique. — A la fin d'octobre dernier, on a inauguré une ligne de Nice à Coni : c'est par elle que vont maintenant à Nice, la Haute-Italie, la Suisse, l'Allemagne.

Sur le passage par Marseille, le raccourci par Modane-Coni est, pour Genève, de 217^{km}.

Il est, pour Paris, de 97^{km}, mais évidemment, Paris et l'Angleterre continueront à passer par Marseille.

Le traité de 1860, qui nous a rendu Nice, laisse à la France, au milieu du cours de la Roya, trois communes (Breil, Saorge et Fontan); mais la source de la Roya, qui est au col de Tende, son embouchure, qui est à Vintimille, restent italiennes.

De 1882 à 1910, les Italiens ont construit une ligne de Coni à Vievola, traversant les Alpes sous le col de Tende.

En 1904, la France et l'Italie ont convenu d'une ligne de Nice à Coni, avec, à Breil, un embranchement sur Vintimille. Sa partie française a été déclarée d'utilité publique et concédée à la Compagnie P. L. M. par la loi du 16 mars 1910.

De Nice (carte), la ligne monte par la vallée du Paillon, passe dans celle de la Bevera, puis dans celle de la Roya. De Breil, une ligne monte au Nord vers Coni, l'autre descend au Sud vers Vintimille.

Caractéristiques. — Longueur :

	km
Ligne directe........................	58,767
Embranchement Breil-Vintimille.......	4,397
En tout....................	63,164

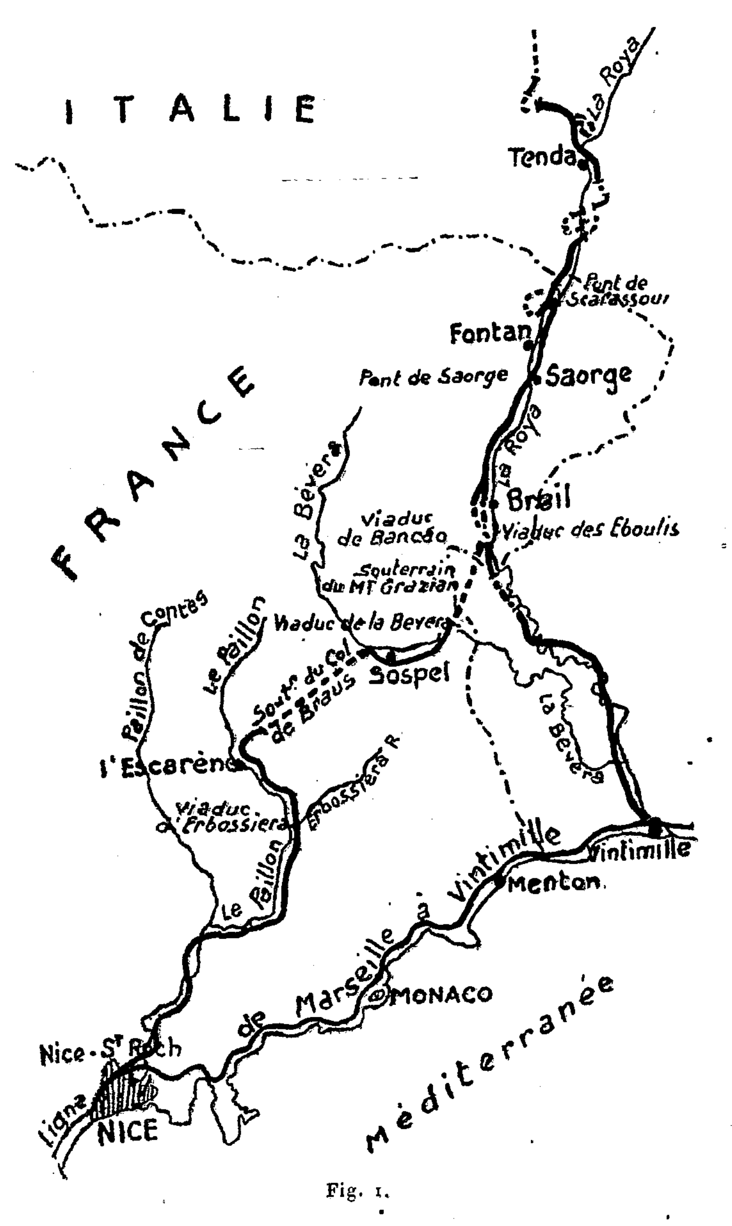


Fig. 1.

Déclivité maxima à ciel ouvert, 25^{mm}, réduite à 20^{mm} en souterrain, et de $\frac{1200}{R}$ dans les courbes de rayon R.

Une voie, sauf dans les longs souterrains par nécessité d'aérage.

Travaux. — Sur les 63^{km}, il y a 45 souterrains mesurant ensemble $23^{km},6$, plus du tiers de la ligne.

Sur les 40^{km} à ciel ouvert, on a déblayé 4 millions de mètres cubes.

Il y a plus de 200 ouvrages, en maçonnerie, en métal, en béton armé.

Il y a 150 voûtes en maçonnerie d'une ouverture cumulée de 2000^{m}, 413^{m} de travées métalliques.

Dépenses. — Environ 450 millions, dont à peu près 45 millions avant la guerre.

On peut compter la moitié environ en main-d'œuvre, laquelle était presque uniquement italienne.

Difficultés d'exécution. — La ligne traverse le Crétacé supérieur, du Trias, quelques lambeaux de Jurassique et de Permien.

Le Crétacé se présente en bancs de calcaire marneux, plissés, disloqués, séparés par des feuillets d'argile de quelques millimètres. Quand ils pendent vers la vallée et que les travaux les entament, tout se met en mouvement.

Dans le Trias, on rencontre du sulfate de chaux à l'état, soit de gypse, soit d'anhydrite; ça été une grosse difficulté.

Le gypse est un sulfate hydraté ($SO^4Ca + 2H^2O$), masse amorphe, gris violacé, un peu soluble (un peu plus de 2^{gr} par litre d'eau). Or, l'eau sulfatée attaque les mortiers de ciment et surtout ceux de chaux qui tombent à la consistance du fromage mou.

On a même cru un instant que nous avions laissé employer comme sable de l'anhydrite broyée. Nous avons demandé une enquête à nos confrères, MM. Termier et Mesnager, qui ont établi que les décompositions étaient bien dues à l'eau sulfatée.

Le ciment alumineux, dit ciment fondu, résiste. Nous en avons employé plus de 15000^{T}. Il y a eu quelques très rares décompositions, ensemble de moins d'une tonne.

Le souterrain du col de Braus (sous l'arête séparant les bassins du Paillon et de la Bevera), a 5939^{m} : c'est le plus long souterrain à deux voies ayant ses deux têtes en France [1].

Vers la tête Coni, on a traversé 150^{m} de gypse, puis 1000^{m} d'anhydrite.

Or, au contact de l'eau, l'anhydrite (SO^4Ca) devient du gypse et gonfle d'environ 40 pour 100.

Faute de crédits, on a arrêté les travaux de 1915 à 1919 : l'eau coula

(1) Vient ensuite celui de la Nerthe (Avignon-Marseille), 4620^{m}.

pendant 4 ans sur l'anhydrite, en fit du gypse, et des parties de revêtement s'écrasèrent.

Voici la coupe du terrain :

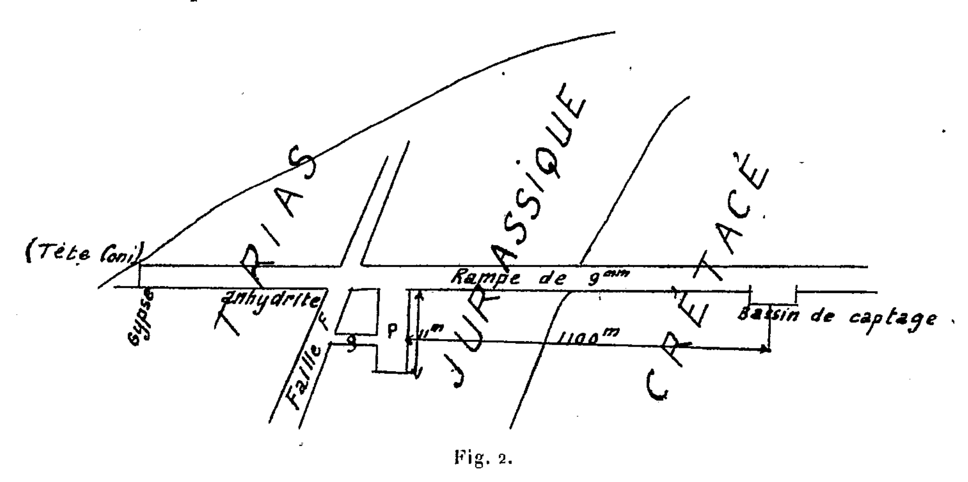


Fig. 2.

Le Crétacé donne beaucoup d'eau, mais cette eau-là, captée, ne nous incommodait pas.

La faille F était remplie d'argile; pour l'assécher, on creusa un puits *p* de 11^m, puis une galerie *g*, et, pour assurer le débit du puits, 8 l-s, on installa une trompe à eau: actionnée par l'eau captée du Crétacé, elle fonctionne sans arrêt depuis 7 mois.

Dans les souterrains de Gigne et de Caranca, on a encore rencontré de l'anhydrite. Comme il n'y avait pas d'eau, on s'est borné, après déblai, à badigeonner la roche au coaltar : aussitôt le revêtement fait, on a injecté derrière, du goudron sous pression.

Principaux ouvrages de la ligne (projections).

Viaduc d'Erbossiéra. — Voûte en ellipse surhaussée; 36^m de portée, 24^m de montée.

Viaduc de l'Escarène. — 11 arches de 15^m; hauteur 38^m; tout en moellons, pas de pierre de taille.

Pont sur la Bevera. — Le Génie militaire a imposé la direction de l'ouvrage, lequel traverse la rivière très en biais. Une pile l'aurait barrée. On a posé la travée sur une ogive de 25^m appuyée sur les deux flancs.

Tête du souterrain du Grazian (3887^m) *sous le faîte, entre la Bevera et la Roya.* — En juin 1914, 9 maçons furent tués par la chute d'une « cloche » de roche brisée. Ça été l'accident le plus grave (en 17 ans sur toute la ligne il y a eu 82 tués).

Pont de la Lavina. — A une culée, sous la vase, on n'a trouvé que le gypse, et à 22^m, et fuyant. On a supporté les murs en retour par de grandes consoles en béton armé de 8^m de porte à faux.

Viaduc des Éboulis. — Huit arches de 18^m; fondé sur le roc en place; jeté par-dessus un énorme éboulement.

Pont de Saorge sur la Roya. — Portée : $41^m,50$-60^m de hauteur au-dessus de la rivière. Derrière, on aperçoit le village de Saorge comme plaqué sur la montagne. Masséna l'a pris en 1794. Dans une tranchée sous le village, nous avons trouvé les squelettes de quelques soldats.

Pont de Scarassoui sur la Roya. — Ellipse surhaussée de 48^m de portée, 32^m de montée, rail à 42^m au-dessus de la Roya, en courbe de 300^m, en rampe de 21^{mm}; voûte construite par rouleaux sur cintre à câbles comme aux ponts de Saorge et d'Erbossiera. D'ordinaire, dans les courbes, la voûte est sur plan rectangulaire : il faut alors l'élargir de la flèche de la courbe, et accepter, au grand dommage de l'aspect, une sensible différence de largeur des pilastres d'amont et d'aval. Ici, la douelle est un conoïde engendré par une droite horizontale s'appuyant d'une part sur la verticale du centre de la courbe de la voie, d'autre part sur l'ellipse moyenne d'intrados. La face concave a $47^m,50$ d'ouverture, la face convexe, $48^m,50$. Le fruit est de 2 pour 100 dans la partie concave, de 6 pour 100 dans la partie convexe, il n'y a pas de porte à faux dû à la courbe.

C'est le premier grand ouvrage qu'on rencontre en venant d'Italie. C'est comme la porte d'entrée en France : on s'est efforcé de la faire digne d'elle.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur un problème fondamental de la théorie des tourbillons.* Note de M. **Henri Villat**.

Un théorème classique et fondamental de la théorie des tourbillons est celui qui permet de calculer le champ des vitesses d'un liquide indéfini, en fonction du champ des tourbillons supposé connu au même instant.

On sait que Poincaré a donné une extension de ce théorème, en considérant le cas où le liquide n'est pas illimité, mais est contenu dans un vase solide fixe qu'il remplit entièrement. Mais les formules auxquelles il a été conduit présentent cet inconvénient « d'exiger la connaissance des vitesses u, v, w, sur la paroi du vase, alors que ces vitesses ne font pas partie des données qui sont seulement les tourbillons ».

Or il est possible de tourner cette difficulté. Supposons d'abord le vase *fixe*, comme dans le cas examiné par Poincaré. On peut tout d'abord écrire les composantes de la vitesse sous la forme

$$u=\frac{\partial Q}{\partial y}-\frac{\partial R}{\partial z}, \quad \ldots, \tag{1}$$

les fonctions P, Q, R, étant des expressions de la forme

$$P=\frac{1}{2\pi}\int\int\int_V \frac{\xi'}{r}\,d\tau'+\frac{1}{4\pi}\int\int_S \frac{\gamma' v'-\beta' w'}{r}\,d\sigma', \quad \ldots, \tag{2}$$

(ξ, η, ζ) est le tourbillon au point x, y, z; α, β, γ sont les cosinus directeurs de la normale à la surface du vase, vers l'extérieur; les intégrales triples sont étendues au volume V occupé par les tourbillons, les intégrales de surface intéressent la surface S du vase donné. Moyennant ce qui précède, on peut écrire pour u, v, w, des valeurs de la forme

$$(3) \qquad u = \mathrm{A} + \mathrm{A}_1, \qquad \ldots,$$

A, B, C dépendent uniquement des tourbillons, et l'on a explicitement

$$4\pi \mathrm{A}_1 = \frac{\partial}{\partial y}\int\!\!\int_{\mathrm{S}} \frac{\beta' u' - \alpha' v'}{r}\, d\sigma' - \frac{\partial}{\partial z}\int\!\!\int_{\mathrm{S}} \frac{\alpha' w' - \gamma' u'}{r}\, d\sigma'.$$

Cherchons à appliquer les formules (3) aux points de la surface S elle-même. Il figure dans A_1 des dérivées partielles de potentiels de simple couche. Il est bien connu que de telles dérivées présentent des discontinuités au passage de la couche. Plus précisément on sait que la dérivée normale subit une discontinuité de $4\pi\delta$ si δ est la densité au point envisagé, supposé simple et muni d'un plan tangent déterminé. Les dérivées tangentielles restent au contraire continues (cf. E. Goursat, *Analyse*, 3, p. 281 et suiv., et H. Petrini, *Acta mathematica*, 31, 1928, p. 127).

Si au lieu de calculer les dérivées en deux points, l'un intérieur et l'autre extérieur à S, et de faire tendre ces deux points vers un même point de S, on fait directement le calcul en supposant d'emblée que le point x, y, z appartient à la surface S, on obtient d'autres expressions dont la valeur n'est pas égale à celles dont on vient de parler : la nouvelle dérivée normale ainsi calculée diffère de $2\pi\delta$ des deux valeurs limites antérieurement introduites.

Si l'on tient compte de ces circonstances, l'application des formules (3) aux points de la surface S, donne après réductions diverses, et en adoptant pour les intégrales de surface les expressions calculées sur la surface S elle-même, trois équations telles que la suivante

$$(4) \qquad \frac{1}{2} u = \mathrm{A} + \frac{1}{4\pi}\int\!\!\int_{\mathrm{S}} \frac{u'(\alpha_1\alpha' + \beta_1\beta' + \gamma_1\gamma') - \alpha'(\alpha_1 u' + \beta_1 v' + \gamma_1 w')}{r^2}\, d\sigma,$$

α, β, γ désignent les cosinus directeurs de la droite MM′ qui joint le point M de S considéré, au point M′ de la surface, où l'élément d'aire est $d\sigma'$.

On a ainsi trois équations de Fredholm d'un type classique, et dont l'intégration fera connaître les vitesses sur la paroi S du vase en fonction des tourbillons (lesquels figurent dans A, B, C). Après quoi l'application

des équations (1) et (2) fournira les vitesses dans tout le fluide, en fonction seulement des tourbillons.

Dans le cas de deux dimensions, les équations (4) seront remplacées par les suivantes, où A et B désignent toujours les termes provenant des tourbillons comme ci-dessus, mais où le potentiel $\frac{1}{r}$ devra simplement être remplacé par le potentiel $\log\frac{1}{r}$ du plan,

$$\frac{1}{2}u = A - \frac{1}{2\pi}\int_C \frac{\beta_1 V'_t}{r}\,ds',$$
$$\frac{1}{2}v = B + \frac{1}{2\pi}\int_C \frac{\alpha_1 V'_t}{r}\,ds'.$$

V_t désigne ici la vitesse tangentielle $\alpha v - \beta u$ sur le contour C du vase, et une combinaison évidente fournit l'équation

$$V_t = 2(\alpha B - \beta A) + \frac{1}{\pi}\int_C V'_t \frac{\cos\varphi}{r}\,ds',$$

φ désignant l'angle de la normale extérieure à C, avec la droite MM' joignant les deux points du contour. Cette dernière équation est équivalente à une équation obtenue par M. Birkeland dans une très intéressante étude (*Comptes rendus*, 163, 1916, p. 200), où le problème proposé est ainsi ramené à une équation de Fredholm.

Tout ce qui précède concerne un vase fixe. Il est facile de ramener le cas général à ce cas particulier. En effet, soit Ω le vecteur tourbillon en un point du fluide et soit ω la rotation instantanée du vase au même instant; soit enfin Ω_r le tourbillon dû à la vitesse relative envisagée par rapport au vase lui-même; on démontre, et il est à peu près évident, qu'on a

$$(\Omega) = (\omega) + (\Omega_r).$$

Par suite, si l'on étudie le mouvement relatif du fluide par rapport au vase, la connaissance, à chaque instant, du tourbillon absolu Ω, déterminera Ω_r, et l'on sera ramené à appliquer la méthode exposée plus haut, pour le cas où S est considéré comme fixe. Après quoi il restera, les vitesses étant ainsi calculées dans le mouvement relatif, à les composer avec les vitesses provenant du mouvement du vase lui-même, pour obtenir les vitesses vraies en chaque point et à chaque instant.

M. F.-E. **Fournier** fait hommage à l'Académie d'une brochure portant comme titre : *Cet opuscule présente l'intérêt nouveau d'expliquer par quelles causes dynamiques un croiseur, notamment, utilise, dans sa translation en mer calme, au profit de sa vitesse, une partie de sa force motrice d'autant plus grande que son tonnage est moins grand.*

M. P. **Séjourné** fait hommage à l'Académie d'un album intitulé *Nice-Coni. Section française.*

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Médecine et Chirurgie en remplacement de M. *Fernand Widal* décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 47,

M. Charles Achard	obtient	40 suffrages
M. Pierre Teissier	»	5 »
M. Joseph Babiński	»	1 suffrage
M. Serge Voronoff	»	1 »

M. **Charles Achard**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Air** invite l'Académie à lui désigner un Membre de la Section de Mécanique et un Membre de la Section de Physique, qui feront partie du *Conseil supérieur des Recherches scientifiques intéressant l'Aéronautique*, créé par l'arrêté du 9 février 1929.

M. **Jules Richard**, élu Correspondant pour la Section de Géographie et Navigation, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Il R. Istituto Superiore Agrario in Portici*, 1872-1928.

2° *Les Poissons des eaux douces d'Asie Mineure*, par Jacques Pellegrin. Note complémentaire. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

HISTOIRE DES ACADÉMIES. — *Biostatistique académique.* Note de M. **Paul Pelseneer**.

I. M. Ch. Richet a fait connaître tout récemment (*Comptes rendus*, 188, 25 février 1929), l'âge de l'élection, l'âge de la mort et la durée de la vie académique des membres de l'Académie des Sciences.

En 1925, Sir Arthur Schuster puis R. Pearl ont donné des renseignements analogues au sujet, respectivement, des membres de la Société Royale de Londres (*Proc. Roy. Soc. London*, série A, 107, n° 743) et de l'Académie nationale des Sciences de Washington (*Journ. Nat. Acad. Sc.*, 11, n° 12). De mon côté, en 1922, à l'occasion du 150e anniversaire de l'Académie royale de Belgique, j'avais dressé une statistique correspondante pour les membres de la Classe des Sciences de cette Académie; et, en 1925, cette statistique fut complétée, afin d'être comparable à celles de Londres et de Washington, mais elle demeure inédite.

II. Ces diverses enquêtes ne furent pas exécutées d'après un plan strictement uniforme. Néanmoins il n'est pas sans intérêt d'en confronter les résultats; car déjà en 1925 j'avais été frappé par la grande concordance que la statistique belge présente avec les statistiques britannique et américaine. Les conclusions principales qui découlent de la comparaison des quatre statistiques susmentionnées sont les suivantes :

1. *Age d'élection :*

Londres (1848 à la fin du XIXe siècle)	44,4 ans
Washington (1905 à 1924)	59 »
Bruxelles (1907 à 1924)	45 »
Paris (anciens membres)	50 »

Mais, dans les quatre corps savants, cet âge est allé et va *en s'élevant :* à Londres, pendant les quatorze dernières années considérées (ainsi, pour la période 1918-1922, il a passé à 47,6 ans); à Washington, l'âge n'était, de 1864 à 1883, que de 44,47 ans et, de 1884 à 1904, que de 46,54; à Bruxelles, de 1820 à 1924, il a monté de 36,5 ans à 45; enfin, à Paris, il s'est élevé de 50 à 55 (membres nouveaux). L'âge d'élection à Paris serait certainement plus bas et analogue à celui des autres pays, si, le nombre des membres de l'Académie des Sciences était, proportionnellement à la population, aussi élevé que celui des membres des Institutions similaires de Londres, de Washington et même de Bruxelles.

2. *Age moyen :*

Londres	60,9 ans
Washington	50,74 »
Bruxelles	60,8 »

3. *Age de la mort :*

Bruxelles	66,5 ans
Paris	71 »

A Washington, il est de 5 ans plus élevé que l'âge moyen de la mort des blancs mâles des États-Unis; de même à Londres, il est bien supérieur à l'âge moyen de décès d'après les tables générales.

4. *Durée de la vie académique :*

Washington	19,51 ans
Bruxelles	21 »
Paris	21 »

En résumé, il y a dans ce domaine spécial de phénomènes, une remarquable analogie entre les divers pays.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les invariants topologiques des réseaux de courbes et de surfaces.* Note de M. **Dubourdieu.**

I. Dans un Mémoire paru dans les *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminär der Hamburgischen Universität* (B. VII, H. 3, 1928) j'ai développé avec M. Bluschke la théorie des invariants topologiques des réseaux de courbes. Il est démontré notamment que les réseaux à confi-

guration hexagonale sont les seuls qui puissent être transformés en trois familles de droites parallèles. En particulier tout réseau à configuration hexagonale formé de droites est constitué par les tangentes à une courbe de troisième classe. Il était naturel de rechercher à quelles conditions doit satisfaire un réseau pour pouvoir être transformé topologiquement en un réseau formé par trois familles de droites quelconques. Il faut et il suffit pour cela que, en posant, d'après les notations utilisées dans la Note citée précédemment :

$$I_i = A'_{i+1}C - A'_{i+2}C - C(\omega_i - \omega_{i+1}) + \frac{1}{3},$$

les équations

$$A'_i I_i + (2\omega_i - 3C) I_i = 0 \qquad (i = 1, 2, 3),$$

dont deux seulement sont indépendantes, admettent une solution C commune. La condition $I_i = 0$ exprime que la $i^{\text{ième}}$ famille du réseau est applicable sur un faisceau de droites.

Il est démontré dans le Mémoire cité au début de cette Note, que les seuls réseaux admettant un groupe continu transitif de transformations topologiques sont les réseaux à configuration hexagonale. Tout autre réseau, ou bien n'en admet pas, ou bien admet un groupe continu à un paramètre; il faut et il suffit pour cela que tous les invariants du réseau soient fonctions de l'un d'entre eux, ω_1 par exemple, et la transformation infinitésimale du groupe est alors :

$$\varphi' \begin{vmatrix} A'_1 f & A'_2 f \\ A'_1 \omega_1 & A'_2 \omega_1 \end{vmatrix} = 0,$$

φ étant une fonction de ω_1 définie par une quadrature :

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{1}{\omega_2 A'_1 \omega_1 - \omega_1 A'_2 \omega_1}.$$

II. On peut de même développer dans l'espace une théorie des réseaux de surfaces (quatre familles de l'∞^1 surfaces). Nous désignerons par S_i une surface de la $i^{\text{ème}}$ famille et par L_{ij} la ligne d'intersection d'une surface S_i et d'une surface S_j.

On rencontre d'abord des invariants relatifs π_{ij} satisfaisant aux conditions suivantes :

$$(1) \qquad \pi_{12} = \pi_{34}, \qquad \pi_{13} = \pi_{24}, \qquad \pi_{14} = \pi_{23},$$

$$(2) \qquad \pi_{12} + \pi_{13} + \pi_{14} = 0.$$

La condition $\pi_{12} = \pi_{34} = 0$ exprime que les lignes L_{12} et L_{34} se répartissent sur une famille de l'∞^1 surfaces.

L'égalité (2) montre que, si cette condition est réalisée pour deux des trois couples (L_{12}, L_{34}) (L_{23}, L_{14}) (L_{13}, L_{24}), elle l'est aussi pour le troisième, théorème que j'ai pu démontrer de manière purement géométrique.

Si les invariants π_{ij} sont tous nuls, le réseau peut être transformé topologiquement en quatre familles de plans parallèles et il est dit alors *à configuration octogonale*.

J'ai démontré géométriquement que les réseaux de plans présentant la configuration octogonale sont constitués par les plans tangents communs aux quadriques d'un faisceau tangentiel.

Si les invariants relatifs π_{ij} ne sont pas tous nuls, ils donnent naissance à un invariant absolu $\pi = \frac{\pi_{ij}}{\pi_{kh}}$ dont on peut donner une interprétation géométrique simple.

On trouve ensuite aisément un système complet d'invariants relatifs et absolus d'ordre supérieur. Indiquons par exemple quatre invariants relatifs ρ_i liés par la relation

$$\rho_1 - \rho_2 + \rho_3 - \rho_4 = 0.$$

La condition $\rho_i = 0$ exprime que le réseau de courbes découpé sur S_i par les trois autres familles du réseau est à configuration hexagonale. Si cette condition est réalisée pour trois des familles, elle l'est aussi pour la quatrième. Il y aurait intérêt à trouver une démonstration purement géométrique de cette proposition.

Contrairement à ce qui se passe dans le plan, les réseaux à configuration octogonale ne sont pas les seuls qui admettent un groupe continu transitif de transformations. Il faut et il suffit pour cela que l'invariant π soit constant et que de plus on ait $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = 0$.

Indiquons pour terminer que les invariants du réseau permettent d'exprimer sous une forme analytique très simple les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un réseau de surfaces soit topologiquement applicable sur quatre faisceaux de plans.

GÉOMÉTRIE. — *Un théorème sur les quadriques analogue à celui de Chasles sur les coniques.* Note de M. **Étienne Halphen**, présentée par M. Hadamard.

Définition. — Soient C_1 et C_2 deux coniques se coupant en quatre points distincts A, B, C, D. Soient γ_1 le rapport anharmonique des quatre points, considérés comme appartenant à C_1, et γ_2 leur rapport anharmonique

compté sur C_2. Nous appellerons rapport anharmonique des coniques C_1 et C_2 et nous désignerons par (C_1, C_2), le quotient

$$\rho = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \quad (^1).$$

Cette quantité est évidemment projective et l'on définira le rapport anharmonique de deux cônes (du second ordre) de même sommet comme étant celui des sections de ces cônes par un plan quelconque.

Si les coniques sont des cercles : $\rho = e^{2i\nu}$, ν étant l'angle des deux cercles; leur rapport anharmonique ne dépend donc que de leur angle. Cela posé :

Théorème. — *Si* C_1 *et* C_2 *sont deux coniques tracées sur une quadrique, les cônes ayant pour directrices ces coniques et pour sommet commun un point* M *variable de la surface, ont un rapport anharmonique constant.*

Pour le démontrer, transformons homographiquement la quadrique en sphère. Alors C_1 et C_2 sont des cercles; nous déterminerons le rapport anharmonique des cônes MC_1 et MC_2 en les coupant par le plan inverse de la sphère par rapport au point M. Les sections sont deux cercles C'_1 et C'_2. Leur rapport anharmonique ne dépend que de leur angle, lequel est égal à C_1 et C_2; il est donc constant; ce qui démontre le théorème.

Cette quantité constante sera dite rapport anharmonique des coniques C_1 et C_2 sur la quadrique (²). Appelons encore coniques conjuguées deux coniques, d'un plan ou d'une quadrique, dont le rapport anharmonique est égal à -1. Dans le cas d'une quadrique S, cela veut dire que les plans des deux coniques sont conjugués par rapport à S.

Comme application, on a les théorèmes suivants :

a. Pour que la conique harmonique tangentielle (conique de Salmon) relative à C_1 et C_2 se décompose, il faut et il suffit que $(C_1, C_2) = -1$.

b. Par dualité, on définira le rapport anharmonique tangentiel de deux coniques, en remplaçant les quatre points d'intersection par les quatre tangentes communes.

On voit d'ailleurs aisément que chaque détermination de ce rapport anharmonique tangentiel est égale à une détermination du rapport anhar-

---

(¹) Il y a six déterminations, selon l'ordre des points et des coniques; deux sont indépendantes, mais on pourra en distinguer une, si l'on peut séparer deux des quatre points.

(²) k est défini sans ambiguïté, car dans le théorème précédent, deux des génératrices communes aux deux cônes se séparent des autres.

monique ponctuel. Il en résulte que si la conique ponctuelle de Salmon se décompose, il en est de même de la conique tangentielle, et réciproquement; on peut d'ailleurs le vérifier directement.

Les théorèmes précédents donneront des énoncés corrélatifs. En particulier :

Si l'on coupe deux cônes circonscrits à une quadrique par un plan tangent à la surface, les deux sections ont un rapport anharmonique constant.

Observation ajoutée par M. **Hadamard** *à la Note précédente.*

Comme me le fait remarquer M. P. Lévy, il est important de noter que, si les deux coniques Γ, Γ' de l'espace, sécantes en deux points, sont projetées d'un même point de vue M, les *deux* rapports anharmoniques γ_1, γ_2 peuvent prendre des valeurs arbitraires, suivant les positions du point M.

Chacune des quadriques passant par Γ et Γ' est le lieu des points M tels que $\gamma_1 : \gamma_2$ soit constant.

Quant au lieu des points tels que γ_1 et γ_2 soient tous deux constants, c'est une conique dont le plan passe par l'intersection des plans de Γ et de Γ'.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur les surfaces principales des complexes de droites.* Note de M. **Paul Mentré**, présentée par G. Kœnigs.

I. Considérons dans l'Espace projectif un complexe non spécial (r) engendré par la droite r qui dépend de trois paramètres. On sait que les ∞^1 complexes linéaires tangents γ — qui contiennent les droites $r + dr$ — forment un faisceau $[\gamma r]$ de directrice double r.

Associons à r un complexe linéaire tangent γ et donnons à r un déplacement à un paramètre p; le complexe γ admet pour caractéristique une congruence linéaire. Imposons à cette congruence d'avoir ses deux directrices confondues avec r. Cela revient à imposer au complexe $\gamma + \frac{\partial \gamma}{\partial p} dp$ d'appartenir au faisceau $[\gamma r]$; par suite le complexe linéaire γ est *stationnaire* au sens de Klein et la droite r engendre une *surface principale*.

Lorsque la caractéristique d'un complexe linéaire mobile γ est une congruence linéaire spéciale, ce complexe γ enveloppe un complexe à foyer

inflexionnel quadruple (¹). En utilisant les propriétés énoncées dans une Note précédente (²), on obtient le théorème suivant :

Quand la génératrice d'un complexe décrit une surface principale, le complexe linéaire stationnaire γ qui correspond à ce déplacement garde avec la surface principale un contact du deuxième ordre; ce complexe stationnaire γ contient les deux droites s_1, s_2, tangentes à deux lignes asymptotiques particulières de la surface principale; chaque droite du complexe enveloppé par γ a ses quatre foyers inflexionnels confondus avec un point de la surface principale.

Nous retrouvons et complétons ainsi des résultats classiques (³).

II. On sait qu'en général il existe trois surfaces principales Σ, Σ', Σ'', passant par une génératrice r. La répartition des plans tangents aux trois surfaces principales relativement aux différents points de r a été étudiée par M. Kœnigs (⁴). En résumé, les points m_1 et m_2 où un plan passant par r est tangent à deux surfaces principales Σ', Σ'', sont en involution; par suite deux surfaces principales se touchent en deux points n_1, n_2, qui sont les points doubles d'une involution qui est d'ailleurs définie par les quatre foyers inflexionnels groupés convenablement deux à deux. A chacune des trois manières de grouper les foyers inflexionnels correspond une manière de choisir deux surfaces principales (parmi les trois Σ, Σ', Σ''),

III. Lorsque la génératrice r décrit le complexe (r) les droites s_1 et s_2 engendrent en général deux complexes (s_1) et (s_2).

Étant donné un complexe (r) on peut donc en général en déduire d'une façon projective six complexes associés deux à deux : (s_1) et (s_2), (s'_1) et (s'_2), (s''_1) et (s''_2).

Il est intéressant d'étudier la correspondance établie entre les génératrices s_1 et s_2. Cette correspondance a la propriété remarquable suivante : elle permet de décomposer les complexes associés (s_1) et (s_2) en ∞^2 surfaces développables, d'arêtes de rebroussement (n_1) et (n_2), de manière que la droite qui joint les points caractéristiques n_1, n_2, soit située à la fois dans les plans osculateurs en n_1 et n_2 aux courbes (n_1) et (n_2).

(¹) PAUL MENTRÉ, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 941.

(²) PAUL MENTRÉ, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 290.

(³) JESSOP, *A Treatise on the Line Complex*, p. 310 (Cambridge, University Press, 1903).

(⁴) KŒNIGS, *Sur les propriétés infinitésimales de l'espace réglé*, p. 115 et 116 (Paris, Gauthier-Villars, 1882).

Je me contenterai d'énoncer deux des résultats que j'ai obtenus par la méthode de M. Cartan.

En comparant les trois équations de Monge qui fournissent respectivement les développables des complexes (r), (s_1), (s_2) on constate qu'il est impossible que la correspondance entre les droites r, s_1; r, s_2 ou s_1, s_2, associe toutes les développables; autrement dit *une telle correspondance n'est jamais celle d'une applicabilité projective* [1].

L'une des trois équations de Pfaff qui fournissent deux à deux les surfaces principales devient complètement intégrable lorsque la correspondance des droites s_1 et s_2 est telle qu'il existe un complexe linéaire Γ qui soit tangent à la fois suivant s_1 et s_2 aux complexes (s_1) et (s_2). Il en résulte que *dans ce cas, les surfaces de deux des trois familles de surfaces principales s'assemblent en une congruence linéaire dépendant d'un paramètre et engendrant le complexe* (r).

IV. Il resterait notamment à considérer le cas où les complexes (s_1) et (s_2) sont dégénérés en congruences et celui, plus particulier, où le complexe γ ne dépend que de deux paramètres, les surfaces principales correspondantes devenant par suite des quadriques. Mais ce vaste sujet mérite une étude détaillée.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les singularités d'intégrales de systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients rationnels arbitraires.* Note de M. **J. A. Lappo-Danilevski**, présentée par M. Hadamard.

Considérons un système à coefficients rationnels :

$$\frac{dY}{dx} = \sum_{j=1}^{m} \sum_{r=1}^{s} \frac{YU_j^{(r)}}{(x-a_j)^r} \qquad (1)$$

[2].

La matrice intégrale $Y(x)$ de ce système, se réduisant à I pour $x = b$, ainsi que les substitutions intégrales V_j qu'elle subit quand la variable x décrit des circuits entournant les points $a_j (j = 1, 2, \ldots, m)$, sont des fonc-

(1) G. Fubini et E. Cech, *Geometria proiettiva differenziale* (Bologne, Nicola Zanichelli, 1927), p. 582.

(2) Voir notre Note (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 349).

tions entières des substitutions différentielles $U_j^{(r)}$

(2) $$Y(x) = +\sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{j_1\ldots j_\nu}^{(1\ldots m)}\sum_{r_1\ldots r_\nu}^{(1\ldots s)} U_{j_1}^{(r_1)}\ldots U_{j_\nu}^{(r_\nu)} L_b(a_{j_1}^{r_1}\ldots a_{j_\nu}^{r_\nu}\mid x)$$

(3) $$V_j = I + \sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{j_1\ldots j_\nu}^{(1\ldots m)}\sum_{r_1\ldots r_\nu}^{(1\ldots s)} U_{j_1}^{(r_1)}\ldots U_{j_\nu}^{(r_\nu)} P_j(a_{j_1}^{r_1}\ldots a_{j_\nu}^{r_\nu}\mid b)$$ [1],

où L sont définies par les relations de récurrence

$$L_b(a_{j_1}^{r_1}\mid x) = \int_b^x \frac{dx}{(x-a_{j_1})^{r_1}};\qquad L_b(a_{j_1}^{r_1}\ldots a_{j_\nu}^{r_\nu}\mid x) = \int_b^x \frac{L_b(a_{j_1}^{r_1}\ldots a_{j_{\nu-1}}^{r_{\nu-1}}\mid x)}{(x-a_{j_\nu})^{r_\nu}}\,dx,$$

et P_j s'expriment par les mêmes intégrales, prises suivant un lacet (a_j), commençant au point b et entourant le point a_j. Le développement (2) est valable dans toute portion finie du plan de la variable x, ne contenant aucun des points $a_1, \ldots, a_m$. Les substitutions intégrales (3) déterminent la *ramification* de la matrice (2) aux points a_j, et il reste à examiner la nature des *singularités essentielles uniformes* aux points indiqués. A cet égard nous considérons une *matrice élémentaire* $E_j(x)$, *ne possédant qu'un seul point singulier* a_j *à distance finie*, satisfaisant au système auxiliaire

$$\frac{dE_j}{dx} = \sum_{r=1}^{s}\frac{E_j W_j^{(r)}}{(x-a_j)^r}$$

et représentable par le développement

(4) $$E_j(x) = (x-a_j)^{W_j^{(1)}}\sum_{\rho=0}^{\infty} C_j^{(\rho)}\frac{1}{(x-a_j)^\rho}$$

les matrices $C_j^{(\rho)}$ étant définies par les relations de récurrence

$$W_j^{(1)}C_j^{(\rho)} - \rho C_j^{(\rho)} - C_j^{(\rho)}W_j^{(1)} = \sum_{q=0}^{\rho-1} C_j^{(q)} W_j^{(\rho+1-q)}\qquad (\rho = 1, 2, \ldots),$$

où $C^{(0)} = I$ et $W_j^{(\rho)} = 0$ si $\rho < s$. La matrice (4) est une fonction holomorphe des substitutions $W_j^{(r)}$

$$E_j(x) = I + \sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{r_1\ldots r_\nu}^{(1\ldots s)} W_j^{(r_1)}\ldots W_j^{(r_\nu)} N(a_j^{r_1}\ldots a_j^{r_\nu}\mid x),$$

---

[1] C'est une généralisation immédiate des développements (3) et (4) de notre Note (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 439).

où

$$N(\overbrace{a_j^1 \ldots a_j^1}^{\lambda \text{ fois}} a_j^{r_1} \ldots a_j^{r_\nu} \mid x) = \sum_{\varkappa=0}^{\lambda} \frac{1}{\varkappa !} \log^\varkappa (x - a_j) \frac{\gamma^{(\overbrace{1 \ldots 1}^{\lambda-\varkappa \text{ fois}} r_1 \ldots r_\nu)}}{(x - a_j)^{r_1 + \ldots + r_\nu - \nu}}; \qquad r_1 > 1,$$

les constantes numériques $\gamma^{(r_1 \ldots r_\nu)}$, pour les valeurs des indices

$$r_1, \ \ldots, \ r_\nu = 1, \ \ldots, \ s,$$

étant définies par les relations

$$\gamma^{(r_1)} = -\frac{\lambda}{r_1 - 1}, \qquad \text{si } r_1 > 1; \qquad \gamma^{(r_1)} = 0, \qquad \text{si } r_1 = 1,$$

$$\gamma^{(r_1 \ldots r_\nu)} = -\frac{\gamma^{(r_1 \ldots r_{\nu-1})}}{r_1 + \ldots + r_\nu - \nu}, \quad \text{si } r_1 > 1; \quad \gamma^{(r_1 \ldots r_\nu)} = -\frac{\gamma^{(r_1 \ldots r_{\nu-1})} - \gamma^{(r_2 \ldots r_\nu)}}{r_1 + \ldots + r_\nu - \nu}, \quad \text{si } r_1 = 1.$$

On peut démontrer qu'il existe un système unique de m substitutions $W_j^{(r)}$ ($j = 1, \ldots, m$; $r = 1, \ldots, s$), satisfaisant aux conditions suivantes :

1° Elles sont des fonctions holomorphes des substitutions $U_j^{(r)}$ au voisinage du système des substitutions nulles :

$$(5) \qquad W_j^{(r)} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j_1 \ldots j_\nu}^{(1 \ldots m)} \sum_{r_1 \ldots r_\nu}^{(1 \ldots s)} U_{j_1}^{(r_1)} \ldots U_{j_\nu}^{(r_\nu)} Q_j^{(r)}(a_{j_1}^{r_1} \ldots a_{j_\nu}^{r_\nu} \mid b);$$

2° On a les représentations :

$$(6) \qquad Y(x) = E_j(x) . \overline{Y}_j(x),$$

où les matrices $\overline{Y}_j(x)$ et $\overline{Y}_j(x)^{-1}$ restent holomorphes dans un voisinage du point a_j. Les coefficients des développements (5) sont d'ailleurs définis à leur tour par des relations de récurrence.

Il en résulte que *la singularité au point a_j de la matrice intégrale* (2) *est équivalente à la singularité d'une certaine matrice élémentaire* (4). Les substitutions différentielles $W_j^{(1)}, \ldots, W_j^{(s)}$ de cette dernière matrice fournissent ainsi *une caractéristique analytique complète* de la singularité de la matrice (2) au point a_j et seront nommées *substitutions caractéristiques* de la matrice considérée à ce point. On a d'ailleurs la relation $V_j = e^{2\pi i W_j^{(1)}}$, et les substitutions caractéristiques $W_j^{(2)}, \ldots, W_j^{(s)}$ n'exercent aucune influence sur la ramification. Conformément à la représentation (4), la relation (6) peut être écrite sous la forme

$$Y(x) = (x - a_j)^{W_j^{(1)}} \sum_{\rho=0}^{\infty} C_j^{(\rho)} \frac{1}{(x - a_j)^\rho} \sum_{\rho=0}^{\infty} A_j^{(\rho)} (x - a_j)^\rho,$$

qui met complètement en évidence la nature de la singularité de la matrice (2) au point a_j.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation intégrale d'Abel généralisée.* Note de M. **Radu Badescu**, présentée par M. Hadamard.

Nous avons récemment étudié [1] l'équation intégrale

$$(1) \qquad \Phi(z) - \lambda \left\{ F(z)\Phi(\alpha z) + \int_a^b K(z, s)\Phi(zs)\,ds \right\} = \Psi(z),$$

qui généralise celle que Abel avait résolue dans le célèbre Mémoire sur l'isochrone, et nous avons obtenu la solution générale sous la forme

$$(2) \qquad \Phi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n \Phi_n(\lambda),$$

fonction méromorphe dans le plan de la variable λ. Aux pôles λ_n, intérieurs à un certain cercle Γ, nous avons rattaché des fonctions fondamentales, solutions de l'équation (1) sans second membre $[\Psi(z) \equiv 0]$, mais il était essentiel de supposer ces pôles distincts. Le cas où plusieurs de ces pôles coïncident pour une valeur α_0 du paramètre α, qui figure dans leur expression, mérite plus d'attention. Soient p le nombre de ces pôles, et λ_m le point correspondant. En multipliant (1) par le produit infini $\pi(\lambda)$, une première fonction fondamentale sera

$$\chi(z, \lambda_m) = \pi(\lambda_m)\Phi(z, \lambda_m).$$

Or $\pi(\lambda)$ contiendra $\left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_m}\right)$ élevé à la puissance p; nous pouvons dériver l'équation (1), multipliée par $\pi(\lambda)$, q fois par rapport à λ_m, car la fonction

$$\chi(z, \lambda) = \pi(\lambda)\Phi(z, \lambda)$$

dépend explicitement de ce paramètre. En faisant $\lambda = \lambda_m$ dans l'équation ainsi obtenue, nous trouvons les fonctions fondamentales

$$\left[\frac{\partial^q \chi(z, \lambda)}{\partial \lambda_m^q}\right]_{\substack{\alpha=\alpha_0 \\ \lambda=\lambda_m}} \qquad (q = 1, 2, \ldots, p-1).$$

Une solution particulière de l'équation (1), pour $\lambda = \lambda_m$, sera alors

$$\left[\frac{1}{\frac{\partial^p \pi(\lambda)}{\partial \lambda_m^p}} \frac{\partial^p \chi(z, \lambda)}{\partial \lambda_m^p}\right]_{\substack{\alpha=\alpha_0 \\ \lambda=\lambda_m}},$$

---

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 217.

car la solution générale dépend de $(p+1)$ constantes arbitraires (*loc. cit.*).

Toutes ces fonctions sont développables suivant les puissances de z. M. Browne, dans son travail (¹) avait étudié le cas où $\Psi(z)$ est de la forme $z^\theta H(z)$, et avait trouvé des solutions logarithmiques; d'après nos recherches il s'ensuit que l'holomorphie de $\Psi(z)$ entraîne celles de toutes les fonctions fondamentales correspondantes au noyau régulier $K(z, s)$. De plus, les fonctions fondamentales qui correspondent aux conditions introduites par M. Browne

$$\frac{\partial^q \lambda_m}{\partial \theta^q}$$

sont nulles identiquement.

Toutes ces considérations nous serviront à développer le noyau $K(z, s)$ d'une manière analogue aux développements d'Hilbert-Schmidt pour l'équation de Fredholm. Une pareille étude a déjà été faite par Mme Nalli (²) pour des noyaux de la forme $K(z, zs)$.

En ce qui concerne la forme sous laquelle nous avons mis la solution de (1), une étude approfondie des coefficients $\Phi_n(\lambda)$ nous a conduits à une catégorie de noyaux d'une catégorie intermédiaire entre ceux de M. Volterra et les noyaux non développables suivant leurs fonctions fondamentales. Ces noyaux sont de la forme $H(zs)\varphi(s)$, où $\varphi(s)$ est la solution du problème de moments

$$\int_a^b \varphi(s) s^n \, ds = \Psi_n \qquad (n = 0, 1, \ldots).$$

La fonction $\Phi(z, \lambda)$ prendra la forme

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n \Psi_n}{\prod_{i=0}^{m} \left[1 - \frac{\lambda}{\lambda_i}\right]} \prod_{i=0}^{n-1} \left[1 - \frac{\lambda}{\mu_i}\right] \qquad (\mu_i^{-1} = \lambda_i^{-1} + H_i \Psi_i)$$

en posant $H(zs) = \sum_{n=0}^{\infty} (zs)^n H_n$. Elle converge dans le même cercle que $\Psi(z)$ si les Ψ_n ou H_n tendent vers zéro avec n infini, ou dans un cercle dont le rayon dépend de λ si ces quantités ont une limite finie, différente de zéro.

(¹) *Thèses*, Paris 1913.

(²) *Rendiconti Accad. dei Lincei*, 5e série, **30**, 1921, p. 85, 121; 6e série, **21**, 1924, p. 245.

Par les recherches de Poincaré [1], nous avons pu rattacher toute équation intégrale de noyau

$$K(z, s) = \sum_{p=0}^{n} z^p \varphi_p(s) \qquad (n \text{ fini})$$

à des équations différentielles linéaires; ces noyaux sont les plus simples.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Détermination des équations*

$$s = p\omega(x, y, z, q) + \theta(x, y, z, q)$$

qui admettent une involution d'ordre 2 *et une seconde involution d'ordre supérieur.* Note de M. **R. Gosse**, transmise par M. Goursat.

Les conditions nécessaires à l'existence d'un invariant d'ordre supérieur à 2 que j'ai indiquées dans une précédente Note [2], s'évanouissent toutes pour l'équation $s = p\omega + \theta$ qui admet une involution d'ordre 2. L'étude directe de l'existence de cette involution amène, après un changement de variable, aux conditions nécessaires et suffisantes

$$(1) \quad \begin{cases} q = \omega z + \psi(x, y, \omega), \\ \dfrac{\partial}{\partial z}\left[\left(\tau - \dfrac{\partial\psi}{\partial x}\right)\left(z + \dfrac{\partial\psi}{\partial\omega}\right)\right] + \left[\dfrac{\partial H}{\partial y} + (\omega z + \psi)\dfrac{\partial H}{\partial z}\right]\left(z + \dfrac{\partial\psi}{\partial\omega}\right) = 0, \\ \left(\tau - \dfrac{\partial\psi}{\partial x}\right)\dfrac{\dfrac{\partial\tau}{\partial\omega}}{z + \dfrac{\partial\psi}{\partial\omega}} + \dfrac{\partial\tau}{\partial x} + H\tau - H_1\omega + \dfrac{\partial H_1}{\partial y} + (\omega z + \psi)\dfrac{\partial H_1}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

où τ représente ce que devient θ quand on y remplace q par $\omega z + \psi$ et où H et H_1 sont des fonctions de x, y et z.

En discutant ces trois conditions, on déterminerait toutes les équations linéaires en p qui admettent une involution d'ordre 2 : le calcul n'est pas impossible, mais il est certainement long. On peut en venir à bout si l'on se contente de chercher les équations linéaires qui, outre une involution d'ordre 2, en admettent une seconde d'ordre supérieur.

En faisant en effet la transformation $\omega = Z$, on est amené à rechercher

---

(1) *American Journal*, 7, 1885, p. 203.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1269.

les équations de la forme

$$\frac{d}{dy}\rho(x, y, \mathrm{Z}, \mathrm{P}) = \rho\mathrm{Z} + \psi(x, y, \mathrm{Z})$$

qui admettent, pour le seul système X, une involution d'ordre 3 et une d'ordre supérieur. Il faut alors discuter les conditions nécessaires [1]

$$\frac{\partial\alpha}{\partial y} + \alpha\frac{\partial f}{\partial p} + \frac{\partial^2 f}{\partial p^2} = 0, \qquad \frac{\partial\beta}{\partial y} + \alpha\mathrm{H}(f) + \mathrm{H}\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right) + \mathrm{F}(f) = 0, \qquad \frac{\partial\gamma}{\partial y} + \mathrm{F}(f) = 0,$$

où α, β, γ sont des fonctions de x, y, z, p [2].

Elles donnent pour ψ et ρ les formes définies par les relations

$$\psi = \sqrt{\mu\left(2z + \frac{\partial\,\mathrm{lg}\,h}{\partial y}\right)}, \qquad p = \frac{\partial h_1}{\partial y} - \frac{3h\mu}{2} + \frac{h}{2\mu}(\rho\psi + \mu)^2,$$

où μ, h et h_1 ne contiennent plus que x et y.

Il suffit de revenir à l'équation $s = p\omega + \theta$ et aux conditions (1) pour trouver qu'on peut y satisfaire uniquement en prenant

$$\psi = \sqrt{2\omega\frac{\partial\lambda}{\partial y}}, \qquad \tau = \frac{\partial\psi}{\partial x} + z\left(z + \frac{\partial\psi}{\partial\omega}\right)(\omega z + 2\psi),$$

la fonction λ étant assujettie à vérifier la condition

$$(2) \qquad \lambda\frac{\partial}{\partial x}\,\mathrm{lg}\,\frac{\partial\lambda}{\partial z} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\,\mathrm{lg}\,\frac{\partial\lambda}{\partial y} - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x}\,\mathrm{lg}\,\frac{\partial\lambda}{\partial y}\right)^2 - \lambda^2 + 3\frac{\partial\lambda}{\partial x} = \mathrm{X}(x).$$

On est ainsi assuré que toutes les équations correspondantes admettent une involution du deuxième ordre. Un calcul très simple montre qu'elles en admettent une autre d'ordre 3. Elles ont par conséquent toutes un invariant du troisième ordre, pour le seul système X.

Je n'ai pas pu tirer explicitement λ de l'équation (2). Mais celle-ci admet toutes les solutions de l'équation

$$\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\,\mathrm{lg}\,\frac{\partial\lambda}{\partial y} = 2\frac{\partial\lambda}{\partial y},$$

et l'on a, par suite, des solutions particulières assez générales en prenant

$$\frac{\partial\lambda}{\partial y} = \frac{\mathrm{X}'(x)\,\mathrm{Y}'(x)}{(\mathrm{X} + \mathrm{Y})^2}.$$

---

(1) Voir, pour les notations, la Note précitée.

(2) Voir R. Gosse, *Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. XII, p. 39 et 40.

Ainsi se trouve résolu un cas particulier du problème posé dans mon fascicule du *Mémorial des Sciences mathématiques* [1] : rechercher toutes les équations qui admettent un invariant pour un seul système de caractéristiques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration des équations différentielles avec des conditions initiales générales* (*variables réelles*). Note de M. **Léon Pomey**, présentée par M. L. Lecornu.

Nous allons montrer que les résultats généraux que nous avons obtenus précédemment dans le cas des variables *complexes* (*Comptes rendus*, 6 avril 1925, p. 1093 et 29 juin 1925, p. 2006) subsistent dans le domaine *réel*. Soit à intégrer le système de k équations différentielles (où λ est un paramètre)

$$(\mathrm{E}) \qquad \frac{dy_i}{dx} = \lambda f_i(x, y_1, y_2, \ldots, y_k), \qquad (i = 1, 2, \ldots, k),$$

de façon que les valeurs $y_i^1, y_i^2, \ldots, y_i^p$, prises par les solutions $y_i(x)$ pour p valeurs données $x_1, x_2, \ldots, x_p$ de la variable *réelle* x, satisfassent à k équations de condition arbitraires (les C_i étant des constantes) :

$$(\mathrm{C}) \qquad \psi_i(y_1^1, y_2^1, \ldots, y_k^1 \,|\, y_1^2, y_2^2, \ldots, y_k^2 \,|, \ldots, |\, y_1^p, y_2^p, \ldots, y_k^p) = \mathrm{C}_i.$$

Nous indiquons d'abord ci-après, moyennant des hypothèses très larges, un *théorème d'existence* des solutions vérifiant ces conditions initiales générales. Nous verrons ensuite, par une autre méthode, que, dans le cas particulier où chaque fonction ψ_i ne contient que les quantités $y_1^i, y_2^i, \ldots, y_k^i$ relatives au seul point x_i, on peut obtenir directement les solutions cherchées comme fonctions implicites.

I. Cas général. — *Hypothèses* A. — Les fonctions f_i des variables $x, y_1, \ldots, y_k$ sont supposées *continues* dans un domaine D et elles satisfont à la *condition de Lipschitz* relativement aux variables y_i.

Hypothèses B. — On suppose qu'il y ait k quantités η_i $(i = 1, 2, \ldots, k)$ du domaine D telles que, pour $y_i^1 = y_i^2 = \ldots = y_i^p = \eta_i$, les équations (C) soient *vérifiées*, et aient alors, par rapport aux quantités η_i, un *Jacobien non nul*.

Théorème général d'existence. — *Moyennant les hypothèses* A *et* B, *si les*

[1] R. Gosse, *Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. XII, 1926, p. 40.

points x_i sont suffisamment rapprochés les uns des autres (λ ayant une valeur fixe, d'ailleurs quelconque), le système (E) *admet, dans un certain domaine* Δ, *un système et un seul de solutions y_i satisfaisant aux conditions* (C). (*Et il en est encore de même si* $|\lambda|$ *est suffisamment petit, les x_i, étant à des distances quelconques les uns des autres*).

En effet, en vertu des *hypothèses* A, on sait que le système (E) admet un système, et un seul, de solutions Y_i continues pour x compris dans un certain intervalle δ et se réduisant, pour $x = x_0$, à Y_i^0, les points x_0 et Y_i^0 étant choisis à volonté dans le domaine D (*solutions de Cauchy*), *soit*

$$(F) \qquad Y_i = F_i(x, x_0, Y_1^0, Y_2^0, \ldots, Y_k^0) \qquad (i = 1, 2, \ldots, k):$$

Remplaçons Ox, dans chaque fonction F_i, successivement par p variables auxiliaires $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_p$; puis remplaçons dans les équations (C) chaque quantité y_i^ν ($i = 1, 2, \ldots, k$ et $\nu = 1, 2, \ldots, p$) par la nouvelle expression $F_i(\xi_\nu, x_0, Y_1^0, \ldots, Y_k^0)$.

Les équations (C) ainsi transformées définissent, en vertu des *hypothèses* B, les k quantités Y_i^0 comme fonctions implicites des p variables ξ_ν : ces fonctions Y_i^0 se réduisent respectivement à η_i quand on donne à toutes les variables ξ_ν la valeur x_0 et elles satisfont aux k équations (C) considérées au voisinage de cette valeur x_0.

Or si les p points x_ν sont suffisamment rapprochés les uns des autres, il est possible de choisir le point x_0 assez près à la fois de chacun d'eux pour que d'une part les solutions de Cauchy $Y_i(x)$ soient encore valables pour $x = x_\nu$ ($\nu = 1, 2, \ldots, p$), et que, d'autre part, les fonctions Y_i^0 soient encore définies pour $\xi_\nu = x_\nu$.

Cela étant, soit y_i^0 la valeur de la fonction Y_i^0 pour $\xi_\nu = x_\nu$, et soit $y_i(x)$ la fonction $F_i(x, x_0, y_1^0, y_2^0, \ldots, y_k^0)$. Il est évident, que *les k nouvelles fonctions $y_i(x)$, qui forment toujours un système de solutions des équations* (E), *satisfont identiquement aux conditions* (C). C. Q. F. D.

On obtiendrait un résultat analogue en prenant λ suffisamment petit en valeur absolue, sans faire d'hypothèse spéciale sur les x_ν.

II. *Cas particulier.* — Si les équations (C) se réduisent aux suivantes

$$(\gamma) \qquad \psi_i(y_1^i, y_2^i, \ldots, y_k^i) = C_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, k),$$

toujours avec les mêmes hypothèses A et B, on a le même théorème, mais on peut l'établir cette fois par une autre méthode qui permet de définir directement les solutions $y_i(x)$ (et non plus les constantes auxiliaires Y_i^0) comme fonctions implicites.

En effet, on sait qu'on peut échanger simultanément x avec x_0 et Y_i avec Y_i^0 dans les relations (F); les *solutions de Cauchy* Y_i vérifient donc les relations

$$Y_i^0 = F_i(x_0, x, Y_1, Y_2, \ldots, Y_k), \qquad (i = 1, 2, \ldots, k).$$

Chaque second membre, que nous désignerons par $F_i^{x_0}$, se réduit à Y_i quand x et x_0

coïncident, et d'autre part satisfait à l'équation linéaire aux dérivées partielles

$$(\mathrm{P}) \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial x}+\lambda\sum_{i=1}^{i=k} f_i(x, \mathrm{Y}_1, \mathrm{Y}_2, \ldots, \mathrm{Y}_k)\frac{\partial\varphi}{\partial y_i}=0.$$

Si les points x_ν sont suffisamment rapprochés, on peut choisir x_0 de façon que $\mathrm{Y}_i(x)$ existe encore pour $x=x_\nu$. Remplaçons alors x_0, dans $\mathrm{F}_i^{x_0}$, successivement par k variables auxiliaires indépendantes ξ_1, ξ_2, ..., ce qui donne des expressions $\mathrm{F}_i^{\xi_1}$, $\mathrm{F}_i^{\xi_2}$, ..., $\mathrm{F}_i^{\xi_k}$; et considérons les k équations

$$(\Sigma) \qquad \psi_i(\mathrm{F}_1^{\xi_i}, \mathrm{F}_2^{\xi_i}, \ldots, \mathrm{F}_k^{\xi_i})=\mathrm{C}_i \qquad (i=1, 2, \ldots, k).$$

Si nous faisons alors $x=\xi_i=x_0$, ces équations (Σ) deviennent

$$\psi_i(\mathrm{Y}_1, \mathrm{Y}_2, \ldots, \mathrm{Y}_k)=\mathrm{C}_i \qquad (i=1, 2, \ldots, k).$$

qui sont vérifiées pour $\mathrm{Y}_i=\eta_i$. En vertu des *hypothèses* B, les équations (Σ) définissent k fonctions implicites Y_i des $(k+1)$ variables x, ξ_1, ..., ξ_k, fonctions valables encore pour $\xi_1=x_1$, $\xi_2=x_2$, ..., si x_1, x_2, ..., sont suffisamment rapprochés de x_0, ce qui pourra toujours avoir lieu s'ils sont voisins les uns des autres.

Soit y_i ce que devient ainsi Y_i pour $\xi_i=x_i$. Ces fonctions $y_i(x)$ satisfont identiquement aux équations

$$(\Sigma\ bis) \qquad \psi_i(\mathrm{F}_1^{x_i}, \mathrm{F}_2^{x_i}, \ldots, \mathrm{F}_k^{x_i})=\mathrm{C}_i \qquad (i=1, 2, \ldots, k),$$

qui sont déduites des équations (Σ) en y faisant $\xi_i=x_i$ et dont les premiers membres sont d'ailleurs des solutions distinctes de l'équation (P). Par suite ces fonctions y_i sont bien solutions de (E) et, de plus, satisfont aux équations (γ). Ce sont les solutions cherchées. — Résultat analogue pour $|\lambda|$ suffisamment petit, même avec des x_i non voisins.

ASTRONOMIE. — *Sur les déplacements apparents de l'étoile polaire.* Note [1] de M. **Ernest Esclangon**, présentée par M. Deslandres.

Les observations de l'étoile polaire sont importantes à divers points de vue. Cette étoile est à peu près la seule circumpolaire très voisine du pôle observable de jour. A ce titre, elle est souvent choisie dans les observations méridiennes pour fixer exactement l'azimut de l'instrument. D'autre part les observations en passage supérieur et inférieur, continuées pendant un cycle lunaire de 19 ans, sont éminemment propres à la détermination

(1) Séance du 11 mars 1929.

précise des constantes de la nutation, *à la condition de pouvoir faire la part exacte du mouvement propre* de cette étoile, qui est multiple.

L'Observatoire de Strasbourg possède une longue série d'observations de la Polaire (1883 à 1915), comprenant 4700 observations, dont 2050 se rapportant à des passages inférieur et supérieur *consécutifs*. Elles montrent que la position de cette étoile n'est pas connue avec toute la précision désirable.

Ces observations comprennent l'observation du nadir et des mires, ce qui permet de conclure, pour chacune d'elles, l'azimut de la ligne des mires. On n'a retenu que les 2050 observations se rapportant à des passages consécutifs supérieur et inférieur. Si l'on désigne par A_i l'azimut de la ligne des mires déduit d'un passage inférieur, par A_s celui déduit d'un passage supérieur consécutif (antérieur ou postérieur), la différence $A_i - A_s$ n'est pas nulle et varie progressivement avec le temps. Les observations étant réduites d'une manière homogène en utilisant les constantes de Boss (lesquelles sont très sensiblement celles adoptées actuellement pour le calcul des éphémérides astronomiques), en faisant d'autre part la moyenne des différences $A_i - A_s$ par années, pour éliminer les variations diurnes et saisonnières, on obtient pour la représentation de $A_i - A_s$ la figure ci-contre, où chaque moyenne annuelle est représentée par un cercle à l'intérieur duquel est inscrit le *nombre de couples* d'observations correspondantes.

La différence $A_i - A_s$, provient donc d'une *erreur systématique* dans l'ascension droite *admise* pour l'étoile. Cette erreur peut résulter, soit d'un déplacement propre de l'astre, soit d'une connaissance imparfaite des constantes de la précession et de la nutation (la nutation notamment)[1]. Les mesures spectroscopiques de vitesse radiale, encore insuffisamment prolongées à l'heure actuelle, montrent que la période du mouvement propre ne saurait être, en tous cas, inférieure à 30 ans, ce qui indique, d'après la figure, que cette cause de variation est insuffisante pour expliquer les différences $A_i - A_s$. Une seule erreur sur la nutation ne saurait davantage suffire à cette explication. Il est probable que les deux causes interviennent simultanément. La différence $A_i - A_s = -\Delta\alpha \frac{\tang 2\delta}{\cos\varphi}$ où $\Delta\alpha$ représente l'erreur d'ascension droite, est en effet assez bien représentée par la somme algébrique des deux compo-

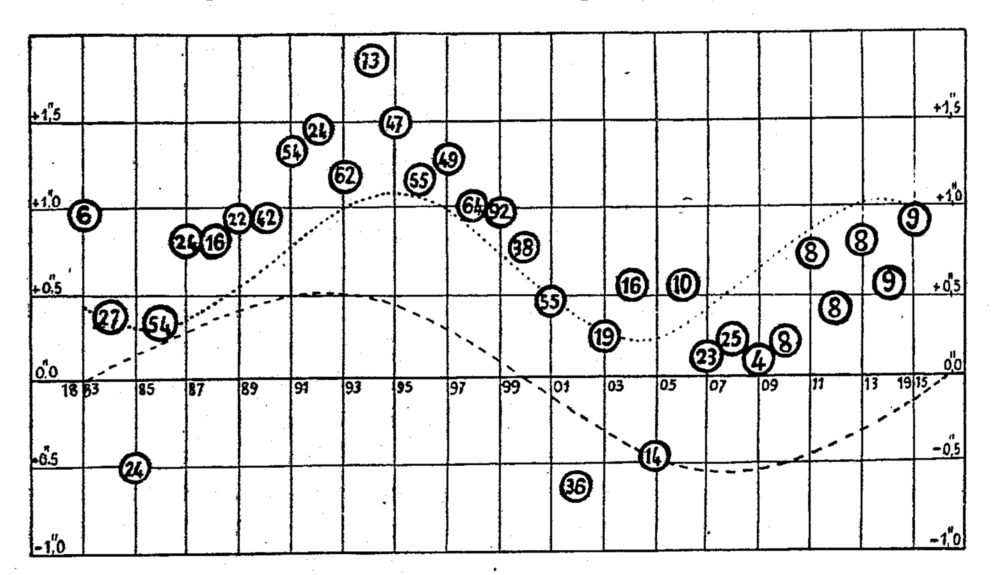
(1) Le déplacement *terrestre* du méridien lié à la variation des latitudes est éliminé dans les différences $A_i - A_s$, mais il n'en est pas de même d'un déplacement du pôle *sur la sphère céleste* provenant d'une cause quelconque.

santes :

$$-\frac{\operatorname{tang} 2\delta}{\cos\varphi}[10'',135 - 0'',161(\cos\omega + \sin\omega \sin\alpha \operatorname{tang}\delta)\sin\Omega + 0'',140 \cos\alpha \operatorname{tang}\delta \cos\Omega]$$

$$- 0'',51 \sin\frac{2\pi(t - 1900)}{33},$$

Ω désignant la longitude du nœud de l'orbite lunaire, ω l'inclinaison de l'équateur sur l'écliptique, φ la latitude du lieu, t l'année de l'observation. Ces deux composantes sont représentées sur la figure, la première en pointillé, la deuxième en traits discontinus. La première conduirait, dans sa partie périodique ([1]), à l'existence de corrections à faire sur les axes de nutation, $+0'',064$ pour le petit axe, $-0'',140$ pour le grand axe; chiffres évidemment un peu élevés, le second surtout. Quant à la deuxième composante, elle donnerait une période de 33 ans pour le mouvement propre. Il est clair, d'après l'examen de la figure, que, bien que s'étendant sur un



intervalle de plus de 30 ans, les observations sont encore insuffisamment prolongées ([2]) pour donner un degré élevé de certitude à ces nombres. Il faudrait connaître d'une manière indépendante et *sûre* le mouvement propre de l'étoile.

([1]) La constante pourrait tout aussi bien être rattachée à la deuxième composante.

([2]) Il existe à Greenwich des observations étendues de la Polaire, mais les azimuts correspondants des mires n'ont pas été publiés.

Ces résultats montrent l'importance qui s'attache à l'observation systématique des passages *inférieurs* et *supérieurs* de la polaire, tant au point de vue de la nutation, qu'à celui des observations méridiennes en général, lesquelles restent entachées d'erreurs systématiques pouvant dépasser $0^s,05$ pour les étoiles équatoriales, lorsque l'étoile a été choisie pour la détermination des constantes instrumentales. Il faudrait y joindre l'observation directe et précise du mouvement propre de l'étoile, rapporté aux étoiles voisines (par la photographie notamment).

MÉTROLOGIE. — *Sur un procédé optique de localisation des surfaces polies.* Note de MM. **Albert Arnulf, A. C. S. Van Heel** et **Émile Perrin**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans une précédente Note (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1044) a été présentée une méthode d'autocollimation pour la localisation des surfaces optiques sans aucun contact. La précision d'une telle localisation était indiquée en fonction de l'ouverture numérique des objectifs employés. Cette détermination avait été effectuée au moyen d'un microscope à oculaire micrométrique pointant les traits d'une règle, avec une précision ne dépassant pas 0,5 micron. Dans ces conditions, il était impossible d'employer des objectifs d'ouverture numérique supérieure à 0,30.

La présente Note fournit les résultats obtenus au moyen d'objectifs d'ouverture numérique plus grande que 0,30. La mesure de la précision des pointés a été effectuée par interférences au moyen du dispositif suivant:

Le microscope à double croisée de fils décrit dans la précédente Note pointe au milieu de la face supérieure d'une lame à faces parallèles rectangulaire, de 3^{mm} d'épaisseur. Cette lame est fixée aux deux extrémités de sa plus grande longueur. Son milieu peut recevoir de petits déplacements par flexion de cette lame, au moyen de deux ressorts attachés sur sa face supérieure. Ces ressorts sont tendus par l'action d'un levier, commandé par une vis micrométrique.

Les petits déplacements du milieu de la lame sont mesurés au moyen des franges d'interférence produites entre le milieu de la face inférieure de la lame et une surface plane de verre liée au bâti de l'appareil. On observe les changements de position des franges d'égale épaisseur, à $1/25^e$ de frange près, au moyen d'un viseur à oculaire micrométrique.

Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau suivant. Pour chaque

objectif, on effectue quatre séries de dix pointés, et l'on détermine pour chaque série la moyenne arithmétique ε des écarts avec la moyenne des mesures, ainsi que l'écart maximum ε_M, écart de la plus mauvaise des mesures avec la moyenne. Les chiffres qui figurent au tableau sont les moyennes des ε et ε_M des quatre séries de mesures, exprimées en franges ($\lambda = 0{,}546\,\mu$) et en microns. Le chiffre des distances focales est suivi des mentions Ac pour les objectifs achromatiques, Ap pour les apochromatiques.

Foyers.	Ouverture numérique.	ε franges.	ε_M franges.	ε microns.	ε_M microns.
mm 7 Ac	0,40	0,42	1,00	0,12	0,28
7 Ac	0,40	0,49	1,10	0,14	0,31
10 Ac	0,45	0,43	0,82	0,12	0,23
4 Ac	0,80	0,25	0,57	0,070	0,16
1,8 Ac	0,90	0,21	0,46	0,058	0,13
3 Ap	0,95	0,20	0,41	0,056	0,11
44 Ap	0,95	0,19	0,36	0,051	0,10
2,5 Ap	1,25	0,17	0,41	0,047	0,11
2,0 Ap	1,30	0,12	0,24	0,034	0,067
1,5 Ap	1,30	0,12	0,25	0,034	0,069
1,6 Ac	1,30	0,16	0,33	0,0444	0,096
1,8 Ac	1,30	0,08	0,18	0,023	0,050
1,8 Ac	1,30	0,13	0,21	0,036	0,058
3 Ap	1,40	0,10	0,20	0,028	0,056

Ces résultats montrent que cette méthode donne la possibilité de mesurer les très petits déplacements d'une surface optiquement polie. Ce procédé, d'une extrême simplicité, s'il n'atteint pas la précision des interférences, comporte cependant une précision largement suffisante pour la plupart des applications métrologiques. En particulier, il fournit une solution satisfaisante du problème qui consiste à évaluer la longueur d'un étalon à bouts en fonction de celle d'un étalon à traits.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une méthode de mesure de très faibles courants électriques, méthode dite d'électrométrie tachymétrique.* Note de M. **Charles Guilbert**, présentée par M. M. de Broglie.

Les mesures des courants très faibles peuvent se faire par la déviation de l'aiguille d'un appareil ou par l'appréciation en secondes du temps de chute du mobile d'un électromètre, ce dernier procédé est souvent employé pour

la mesure des faibles quantités d'électricité quand l'appareil est convenablement étalonné.

Le quartz piézo électrique de Curie a permis l'emploi d'une méthode de zéro utilisée avec succès dans les laboratoires de radioactivité, il nous a paru intéressant de réaliser un appareil basé sur un principe analogue, mais sans quartz.

Principe. — Au lieu de mesurer une déviation ou un temps de chute du mobile d'un électromètre, nous nous efforçons de maintenir ce dernier immobile sur un point du cadran; ce point est variable suivant la tension utilisée; il suffit pour cela de compenser le courant de décharge de l'électromètre par des charges successives apportées à cet appareil au moyen d'un très petit condensateur chargé à un potentiel déterminé, la fréquence de ces charges successives étant variable suivant l'importance du courant à mesurer.

Description schématique d'un électromètre tachymétrique. — L'appareil se compose essentiellement : 1° d'un électroscope quelconque à feuilles d'or, à secteurs ou autre, d'une sensibilité en rapport avec la tension de fonctionnement; 2° d'un condensateur mobile, coquille cylindrique par exemple, qui en tournant est successivement chargé par une source électrique constante et déchargé dans le système électrométrique; 3° d'un petit moteur à vitesse variable entraînant le système de charge; 4° d'une source électrique continue constante pour charger le condensateur mobile; cette source peut être une pile, un condensateur variable entraîné par le même moteur, une dynamo, un redresseur à lampe, etc.; 5° d'un tachymètre totalisateur mécanique ou électrique, indicateur ou enregistreur, qui note à chaque instant les variations de vitesse du moteur et par conséquent les apports électriques nécessaires pour maintenir fixe le mobile de l'électroscope.

Sensibilité de l'appareil. — Elle dépend, d'une part de la vitesse du petit moteur d'entraînement, d'autre part de la valeur de la capacité du condensateur mobile de charge de l'électroscope. Avec les moteurs usuels le premier facteur est variable dans le rapport de 1 à 5 ou 6 environ par le jeu de rhéostats; on peut y adjoindre un système de changement de vitesse placé sur l'arbre d'entraînement. On peut agir sur le second facteur en ajoutant électriquement un second condensateur de charge à celui déjà en service, et de capacité beaucoup plus grande. Enfin on peut agir sur la tension du condensateur de charge par rapport à la tension de fonctionnement de l'électroscope pour faire varier la sensibilité. Il y a donc autant d'échelles

de lecture qu'il y a de vitesses au changement de vitesse, de condensateurs utilisés et de tensions de charges employées.

L'importance de la charge est fonction de la valeur de la capacité du condensateur mobile et de la différence des tensions entre le condensateur de charge et le système électrométrique ; plus ces valeurs sont faibles et plus les variations d'élongations du mobile de l'électroscope sont faibles. Nous avons calculé qu'il était possible avec un condensateur de charge très faible, une fréquence de charge basse et une tension de charge basse aussi de mesurer des intensités électriques de l'ordre de 10^{-13} ampère environ.

Utilisation. — L'utilisation de cette méthode électrométrique apparaît d'abord pour les mesures d'ionisation et d'une façon générale pour toutes les mesures de courants de très faible intensité dans des circuits très résistants, telles que les mesures relatives aux isolants.

Sans revendiquer une grande originalité dans l'application de procédés dont l'idée n'est pas nouvelle, il nous a paru qu'un tel appareil robuste, souple et suffisamment sensible pouvait rencontrer des applications intéressantes.

OPTIQUE. — *Pouvoir rotatoire magnétique dans un milieu anisotrope.* Note de M. **R. de Mallemann**, présentée par M. A. Cotton.

La théorie moléculaire de la rotation magnétique dans un milieu homogène est formellement analogue à celle de la rotation naturelle. L'effet d'un champ magnétique extérieur $\mathcal{H}$ sur la polarisation optique s'exprime encore par un *vecteur rotatoire* dont les composantes sont ici des fonctions linéaires, homogènes de $\mathcal{H}$:

$$(1)\quad \left\{ \begin{array}{l} r = \mathcal{H}_x \Sigma\sigma_x \mathrm{A}_{yz} + \mathcal{H}_y \Sigma\sigma_y a_{yx} + \mathcal{H}_z \Sigma\sigma_z a_{zx}, \\ s = \mathcal{H}_x \Sigma\sigma_x a_{xy} + \mathcal{H}_y \Sigma\sigma_y \mathrm{A}_{zx} + \ldots, \\ t = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$$

Les coefficients A, a, dépendent de la structure moléculaire ou plutôt atomique ; ils sont fonction des orientations des orbites électroniques et de la réfringence des particules (¹). Les coefficients σ sont les facteurs du champ

(¹) Dans le cas particulier où toutes les particules sont optiquement équivalentes, les coefficients a sont nuls et les A se réduisent aux trois quantités AB, BC, CA, proportionnelles aux produits deux à deux des trois pouvoirs réfringents principaux (voir *Journ. de Phys.*, 6ᵉ série, 7, x, 1926, p. 295). Ce cas est à peu près réalisé dans la sylvine.

magnétique *interne* local; ils dépendent de la structure fine du milieu. Leur expression diffère suivant la nature para ou diamagnétique des particules. Le *sens* de la rotation et sa variation avec la température sont déterminés par les valeurs respectives de tous ces coefficients.

L'effet *direct* de l'orientation moléculaire *paramagnétique* sur la rotation serait proportionnel au *carré* du champ et très petit (effet sensible dans le phénomène *transversal* de la biréfringence magnétique). A mon avis, l'orientation n'agit sur la rotation magnétique que d'une manière *indirecte*, en modifiant la grandeur du champ interne.

Le pouvoir rotatoire magnétique *normal* est défini, comme dans le cas de la rotation naturelle, par la projection du vecteur rotatoire sur la normale à l'onde; il s'exprime donc par une fonction linéaire, homogène, des cosinus directeurs α, β, γ. D'après (1), l'expression de la rotation magnétique est ainsi formée de deux facteurs, correspondant respectivement à *deux* variables expérimentales indépendantes : 1° la direction de propagation normale α, β, γ; 2° celle du champ $\mathcal{H}$. Quand on inverse une seule de ces deux directions, la rotation change de signe; son sens reste le même quand on les inverse simultanément [1]. Dans le cas de la rotation naturelle, au contraire, la direction de propagation intervient par les *carrés* α^2, β^2, γ^2; il n'existe qu'*une* seule variable expérimentale *directe*, correspondant à un sens invariable (l'équivalent analytique de l'inversion du champ magnétique correspond à l'existence des deux antipodes).

Si, pour une direction α, β, γ, donnée, on fait varier la direction de $\mathcal{H}$, la loi de Verdet en $\cos\theta$ n'est vérifiée que pour une rotation *isotrope*

$$(\Sigma\sigma_x A_{yz} = \Sigma\sigma_y A_{zx} = \Sigma\sigma_z A_{xy});$$

dans le cas contraire, la loi de variation a une forme tensorielle, déterminée par l'anisotropie finie du milieu. Quand on fait varier la direction de propagation, et, simultanément celle du champ, de manière à maintenir ces deux directions parallèles, ce qui est le cas normal en pratique, on peut repré-

---

(1) On remarquera qu'un corps dans lequel existe un champ moléculaire *spontané* (Weiss), c'est-à-dire un *ferromagnétique*, doit avoir un pouvoir rotatoire magnétique, même quand le champ *extérieur* $\mathcal{H}$ est nul. Cet effet ne paraît guère mesurable dans les ferromagnétiques ordinaires, en raison de leur manque de transparence, mais il semble avoir été observé accidentellement à partir d'une solution ferrique par H. Becquerel. Celui-ci dit que l'effet avait une analogie frappante avec une rotation *naturelle*, mais il n'aurait sans doute pas maintenu cette remarque, s'il avait pu observer en sens *inverse*.

senter la variation de la rotation magnétique par une surface du second ordre, comme dans le cas de la rotation naturelle. Toutefois, en dehors de la région d'absorption, et, à l'exclusion de certains champs moléculaires particuliers, cette surface est toujours ici un *ellipsoïde*; la rotation ne change donc pas de signe (pour un même sens du courant).

On vérifie aisément que la rotation dans un milieu isotrope fluide est définie par l'invariant

$$\Sigma A_{yz} + A_{zx} + A_{xy} = \Sigma BC + CA + AB,$$

comme nous l'avons montré antérieurement.

Dans le cas général d'un milieu anisotrope, l'équation de la surface des vitesses normales, s'écrit, en fonction de r, s, t, sous une forme tout à fait analogue à celle que nous avons indiquée pour la rotation naturelle. Les remarques relatives à l'application du principe de superposition sont exactement les mêmes. En particulier, quand la biréfringence du *milieu* est faible, les deux effets sont sensiblement indépendants, ce qui permet de mesurer le pouvoir rotatoire magnétique normal, même *anisotrope*. Les récentes expériences de M. J. Becquerel remplissent ces conditions théoriques [1].

En résumé, l'anisotropie du pouvoir rotatoire magnétique résulte essentiellement de l'anisotropie de réfringence des électrons, atomes ou molécules. Les rapports des trois rotations *principales* sont fonction de la biréfringence intramoléculaire, qui peut être plus ou moins compensée dans la biréfringence expérimentale du milieu.

PHYSIQUE. — *Les pellicules sphériques électrisées pulsantes, le principe des aires et le phénomène de Zeeman.* Note de M. **Decombe**, présentée par M. Ch. Fabry.

1. Soit r le rayon vecteur instantané d'un électron en mouvement sous l'action d'une force centrale. Supposons la vitesse de cet électron assez faible pour que sa masse puisse être confondue avec celle (m_0) d'un électron libre et au repos, condition nécessaire à la validité du principe des aires et prenons ce dernier sous la forme :

---

[1] M. J. Becquerel vient d'étudier avec succès l'anisotropie de la rotation magnétique dans un cristal. Le principe de sa méthode est celui que j'ai appliqué en 1922 à la rotation naturelle.

Le produit du rayon vecteur r par la vitesse azimutale v_a est constant. Si l'on introduit la condition de Sommerfeld, ce produit constant est égal à $p\frac{h}{2\pi m_0}$, p désignant un nombre entier et h la constante de Planck. Exprime-t-on celle-ci en fonction de la longueur d'onde pulsatoire fondamentale (λ_0) de l'électron, on obtient

$$\frac{rv_a}{c} = p\frac{\lambda_0}{2\pi} \quad (^1)$$

c désignant la vitesse de la lumière. Or la quantité $\frac{rv_a}{c}$ représente (aux termes en $\frac{v^2}{c^2}$ près) le déplacement azimutal de l'électron pendant le temps $\frac{r}{c}$ que met la lumière pour parcourir le vecteur r. D'où l'énoncé suivant :

La quantité dont se déplace azimutalement un électron soumis à une force centrale, pendant le temps que met la lumière pour parcourir le rayon vecteur, est constante (loi des aires). *Elle est égale à un nombre entier de fois* $\frac{\lambda_0}{2\pi}$, λ_0 *désignant la longueur pulsatoire fondamentale de l'électron.*

On vérifie également cet autre énoncé :

L'aire décrite par le rayon vecteur pendant la durée d'une pulsation fondamentale de l'électron est égale à $\frac{\lambda_0^2}{2\pi}$.

2. Le phénomène Zeeman normal se rattache immédiatement et en quelque sorte *de plano* à la conception de l'électron pulsant. Les deux radiations déplacées par le champ magnétique présentent, en effet, relativement à la radiation primitive, une même variation de fréquence $\Delta\nu$ égale à la fréquence de précession f du plan de l'orbite. Il y a donc *résonance* entre cette fréquence de précession et la fréquence des battements qui se produisent entre les radiations déplacées d'une part et la radiation non déplacée d'autre part.

Mais, du point de vue pulsatoire, les radiations déplacées et non déplacées résultent elles-mêmes de battements entre les pulsations propres des électrons orbitaux de l'atome, de sorte que $\Delta\nu$ représente de véritables *battements de battements*. Si l'on convient d'appeler ceux-ci *battements secondaires* des électrons orbitaux, la loi fondamentale de l'effet Zeeman normal s'exprime de la manière suivante :

---

(1) On a $\lambda_0 = \frac{c}{n_0}$, n_0 désignant la fréquence pulsatoire fondamentale de l'électron déterminée par la relation $m_0 c^2 = h n_0$.

Les battements secondaires dus à l'action du champ magnétique sont en résonance avec la fréquence de précession du plan orbital.

Ainsi, tandis que la production des raies est conditionnée par les *battements primaires* des pulsations électroniques, leur dédoublement par le champ magnétique est conditionné par les *battements secondaires* de ces mêmes pulsations.

L'effet Stark peut être traité d'une manière semblable.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'inflammation du grisou par les explosifs.* Note de M. **A. Segay**, présentée par M. G. Urbain.

On sait que d'une façon générale la présence de sel marin dans les flammes abaisse leur température. Par addition aux constituants d'un explosif d'une quantité de sel de l'ordre de 25 pour 100, sa détonation donne une flamme dont la partie visible sur les photographies est devenue beaucoup plus petite, en même temps que moins éclairante. Dans le cas de l'amatol, explosif type composé de 80 pour 100 de nitrate d'ammoniaque et de 20 pour 100 de trinitrotoluène, l'auteur a trouvé par mesure des éclairements produits sur un écran que cette flamme est devenue environ 13 fois moins éclairante, ce qui montre que sa température a été notablement abaissée. D'ailleurs, le volume réel de la flamme est resté sensiblement le même, autant que l'on peut en juger par des témoins en coton-poudre.

D'autre part, en cherchant par une mesure de pression dans une chaudière étanche le nombre de calories dégagées dans l'atmosphère de cette chaudière par le tir, (dans un mortier du même diamètre que les cartouches) de 50^g d'amatol d'une part, et de 50^g d'amatol additionnés de 16^g de chlorure de sodium, d'autre part, on obtient sensiblement le même résultat, soit $32^{cal},2$ dans le premier cas et $31,0$ dans le second.

La température de la flamme s'étant notablement abaissée par l'addition de sel, la vitesse des réactions à l'intérieur de cette flamme a diminué corrélativement d'après une loi générale, et comme le nombre des calories est resté sensiblement le même, on peut en déduire que la durée de cette flamme a dû être allongée par l'addition de sel.

Il peut paraître inattendu qu'une addition qui diminue l'aptitude d'un explosif à enflammer le grisou, ait en même temps pour effet d'augmenter la durée de la flamme de cet explosif. Jusqu'à présent en effet, il a été admis que toutes les flammes sont capables d'allumer le grisou, et que s'il y a des

circonstances où certaines flammes d'explosifs ne l'enflamment pas, c'est à cause de leur extrême brièveté.

La vérification expérimentale de ce fait n'est malheureusement pas pour le présent à notre portée, car les films photographiques actuels ne sont pas assez sensibles pour être impressionnés par la totalité de l'étendue de ces flammes.

Parmi les facteurs qui peuvent diminuer l'aptitude des explosifs à enflammer le grisou, l'auteur a observé qu'un des principaux est la composition des gaz en réaction constituant les flammes consécutives à la détonation; leur aptitude à enflammer le grisou étant très diminuée dès qu'elles contiennent une proportion suffisante et relativement faible de gaz brûlés.

Ceci a été mis en évidence en plaçant dans des cartouches d'amatol des petits tubes métalliques contenant de l'acide carbonique liquide; les tubes sont détruits, et celui-ci est vaporisé pendant la détonation. Malgré la grande imperfection probable du mélange avec les gaz venant de la détonation de l'explosif, l'action extinctrice a été extrêmement nette; par exemple, dans le tir au mortier de cartouches du même diamètre que celui-ci, 37^{g} d'amatol ont enflammé le grisou; or pour produire l'extinction dans les mêmes conditions de tir, il a suffi d'ajouter 8^{g} d'acide carbonique à 100^{g} d'amatol, ou 16^{g} à 150^{g} d'amatol.

La même action extinctrice s'est produite d'une façon aussi remarquable dans d'autres conditions de tir, dans des tubes de résistances mécaniques variées, représentant les conditions de détente des gaz sortant du trou de mine. Aussi on peut penser que c'est principalement la composition de la flamme de l'explosif qui conditionne l'allumage du mélange grisouteux, et que cette inflammation peut être empêchée, quelles que soient les autres circonstances, si la flamme contient une proportion suffisante, et variable avec ces circonstances des produits de la détonation complète : acide carbonique, azote, vapeur d'eau. Dans ces conditions, la réalisation de l'explosif antigrisouteux reviendrait principalement à développer par tous moyens la rapidité de formation de ces composés dès le début de la détonation.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur une nouvelle série isomorphe de composés fluorés*. Note de MM. **H. Caron** et **L. Vanbockstael**, présentée par M. C. Matignon.

Lorsque de l'acide fluorhydrique commercial étendu d'eau est abandonné pendant quelque temps dans un verre à expériences ou dans un tube à essais, il se fait un dépôt qui, examiné au microscope, révèle entre divers cristaux, des octaèdres du système cubique.

Nous avons cherché à préparer ces cristaux afin d'en établir la composition. Nous y sommes parvenus de diverses façons : ainsi en substituant au verre de la silice et des sels de calcium, en remplaçant l'acide sulfurique par du sulfate d'aluminium, on obtient un précipité formé presque complètement d'octaèdres.

L'emploi de l'acide fluosilicique au lieu d'acide fluorhydrique donne des réactions plus régulières encore, à condition également que cet acide renferme ou soit additionné d'un peu de sulfate d'aluminium.

Des diverses formules utilisables pour la production du corps nous avons retenu particulièrement les deux suivantes :

1° 50^{cm^3} SiF^6H^2 pur à 10° B, sont additionnés de 10^{cm^3} $(SO^4)^3Al^2$ à 10 pour 100, 100^{cm^3} $CaCl^2.6H^2O$ à 15 pour 100 et 200^{cm^3} alcool à 60°.

2° 50^{cm^3} SiF^6H^2 pur à 10° B, 4^{cm^3} HF pur à 40 pour 100, 15^{cm^3} $(SO^4)^3Al^2$ à 10 pour 100 et 100^{cm^3} $CaCl^2.6H^2O$ à 15 pour 100.

Après 24 heures on décante, on lave d'abord à l'alcool faible pour éliminer l'excès des réactifs employés, puis à l'alcool fort, finalement à l'éther anhydre et l'on abandonne à l'évaporation spontanée.

Ces proportions fournissent $2^g,5$ et 4^g d'un produit présentant au microscope uniquement de beaux octaèdres du système cubique.

Le produit ainsi obtenu est insoluble dans l'alcool et l'éther, très peu soluble dans l'eau (environ 1 partie dans 7250 parties d'eau à 15°), il se dissout par contre facilement surtout à chaud dans les acides étendus.

Chauffé il dégage de l'eau et du fluorure de silicium donnant lieu à un dépôt de silice. Avec l'acide sulfurique concentré il se forme à chaud de l'acide fluorhydrique et du fluorure de silicium.

Composition et formule. — L'eau de cristallisation a été évaluée par le procédé indiqué par Kon-Jannasch pour les fluosilicates hydratés, le fluor par la méthode de Frésenius et par désagrégation, le silicium par action de l'acide sulfurique à froid qui libère le fluorure de silicium du fluosilicate de

calcium sans agir sur le fluorure de calcium, les autres corps sur la substance désagrégée par les carbonates alcalins.

Les proportions pour cent trouvées dans de nombreuses analyses oscillent entre les nombres suivants :

Si : 4 à 4,3 — F : 27,7 à 30,5 — Ca : 18,6 à 19,2 — SO^4 : 10,6 à 12,7 — Al : 2,1 à 2,7 — H^2O : 28,1 à 32,2.

Les différences assez grandes existant entre certains résultats s'expliquent par la grande difficulté que présente la désagrégation du produit et par sa teneur en eau de cristallisation que la dessiccation peut éliminer plus ou moins.

Pour établir la formule nous nous sommes basé d'ailleurs non seulement sur ces nombres mais aussi sur ceux fournis par l'examen des corps isomorphes.

Nous avons conclu à un sel triple pour lequel nous proposons la formule suivante :

$$4SiF^6Ca + 8CaF^2 + (SO^4)^3Al^2 + 45H^2O.$$

Sel isomorphe de strontium. — Un sel de strontium analogue peut être obtenu en remplaçant dans les préparations précédemment indiquées le chlorure de calcium par le chlorure de strontium. Avec les proportions indiquées pour le second procédé, celui qui convient le mieux dans ce cas, on obtient 6^g à $6^g,5$ d'un produit homogène formé de beaux octaèdres.

L'analyse a donné les résultats suivants : Si, 3,36 à 3,82 ; F, 22,8 à 24,4 ; Sr, 33 à 34,5 ; SO^4, 8,7 à 11 ; Al, 1,8 à 2,2 ; H^2O, 24,4 à 26.

Sa formule serait

$$4SiF^6Sr + 8SrF^2 + (SO^4)^3Al^2 + 45H^2O.$$

Nous avons essayé sans succès de produire le sel de baryum, cela tient sans doute à l'insolubilité des sulfate et fluosilicate de baryum.

Substitution du fer à l'aluminium. — Il existe deux composés semblables aux précédents dans lesquels l'aluminium est remplacé par le fer au maximum. Celui de strontium et de fer notamment s'obtient facilement en mélangeant 50^{cm^3} SiF^6H^2 pur à 10° B., 10^{cm^3} HF pur à 40 pour 100, 20^{cm^3} $(SO^4)^3Fe^2$ à 10 pour 100 et 100^{cm^3} $SrCl^2.6H^2O$ à 15 pour 100. On obtient $8^g,5$ d'un précipité formé de magnifiques octaèdres. Son analyse a donné 3,3 à 3,8 pour 100 de fer, la quantité théorique étant 3,57.

Nous n'avons pu substituer le chrome à l'aluminium et au fer probablement à cause de la solubilité plus grande de ces dérivés.

Substitution du sélénium au soufre. — En remplaçant dans les préparations précédentes les sulfates d'aluminium et de fer par des proportions équivalentes de séléniate de sodium et de chlorure d'aluminium ou de fer, nous avons obtenu les trois composés suivants :

$$4\,SiF^6Ca + 8\,CaF^2 + (SeO^4)^3Al^2 + 45\,H^2O,$$
$$4\,SiF^6Sr + 8\,SrF^2 + (SeO^4)^3Al^2 + 45\,H^2O,$$
$$4\,SiF^6Sr + 8\,SrF^2 + (SeO^4)^3Fe^2 + 45\,H^2O.$$

Avec, par exemple, 25^{cm^3} SiF^6H^2 à 10°B, 2^{cm^3} HF à 40 pour 100, $7^{cm^3},5$ d'une solution renfermant pour 100^{cm^3}, 30^g $SeO^4Na^2.10H^2O$, $7^g,5$ $AlCl^3$ et 50^{cm^3} $SrCl^2.6H^2O$ à 15 pour 100, on obtient 4^g du second sel, cristallisé comme toujours en octaèdres. La teneur théorique en sélénium serait 7,38 pour 100; nous avons trouvé 7,2 à 7,4.

L'existence de ces sels apporte, comme on le voit, une contribution nouvelle à l'analogie des éléments Ca et Sr, Al et Fe, S et Se. Ajoutons que leur formation peut servir à caractériser certains corps par voie microchimique, à déceler notamment l'acide sulfurique et l'aluminium dans les acides fluorhydrique et fluosilicique commerciaux.

GÉOLOGIE. — *Sur l'extension du Cambrien dans le sud marocain et la présence dans cette région de plissements précambriens.* Note de M. **L. Neltner**, présentée par M. Pierre Termier.

Le Cambrien, connu depuis longtemps dans le Maroc nord, n'a été signalé que récemment dans le Sud : J. Bourcart le premier le signalait dans l'extrémité ouest de l'Anti-Atlas, puis L. Moret et moi-même le trouvions dans le Haut-Atlas (1). Je viens maintenant annexer au Cambrien tout l'Anti-Atlas et les plateaux qui le prolongent vers l'Est jusqu'au Draa vers Tikirt et le Ouarzazat; il est probable d'ailleurs qu'il s'y étend encore plus à l'Est, mais je n'ai pu le vérifier, car il m'a été impossible de pousser plus loin.

Ces régions n'étaient connues jusqu'à présent que par les travaux de

(1) J. Bourcart, *Découverte du Cambrien à* Archaeocyathus *dans l'Anti-Atlas marocain* (*Bull. Soc. géol. de France*, 4e série, 27, 1927. *Compte rendu somm.*, p. 10). — L. Neltner, *Sur la géologie du bled Goundafa* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 707). — L. Moret et L. Neltner, *Découverte du Cambrien à* Trilobites *dans la partie axiale du Haut Atlas comprise entre l'Oued Nfis et l'Oued Ourika* (*Maroc*) (*Bull. Soc. géol. de France*, 4e série, 28, 1928, *Compte rendu somm.*, p. 272).

L. Gentil; les résultats de sa dernière campagne étant encore en grande partie inédits, je les résume brièvement ici. L'Anti-Atlas est un immense bombement anticlinal où l'on rencontre la série suivante : à la base, gneiss, granites et schistes luisants gris ou verdâtres surmontés de quartzites blancs attribués respectivement au Cambrien ou Précambrien et à l'Ordovicien; là-dessus, en discordance, une épaisse série de calcaires et marnes bariolées avec à la base des poudingues et grès, ensemble attribué au Dévonien à cause de sa parfaite concordance avec les argiles schisteuses et quartzites du Djebel Bani où Gentil avait trouvé une faune dévonienne.

La discordance représentait tout naturellement le passage de la chaîne calédonienne.

Moins favorisé que Gentil par les conditions politiques, je n'ai pu pousser jusqu'au Bani; mais, par contre, j'ai pu étudier à loisir une bonne partie de la chaîne principale et son raccord avec le Haut-Atlas; plus heureux que le regretté savant, j'ai trouvé des fossiles au sommet de la série calcaire. J'ai suivi en continuité cette série depuis la région du Ouarzazat jusque chez les Indouzal (sud de Taroudant) d'une part, jusqu'à l'Ouichedenne et l'Agoundis (Haut-Atlas) d'autre part, et en deux points elle m'a donné des *Archæocyathidés :* au Tizi n'Ouichedenne et à Tiout (sud de Taroudant). Cette série calcaire se prolonge d'ailleurs plus à l'Ouest jusque vers Tiznit (au moins) où J. Bourcart a également signalé des *Archæocyathidés*. Les Archæocyathidés caractérisent le Cambrien inférieur ou moyen; ici, je crois pouvoir affirmer qu'il s'agit de Cambrien moyen, car, très au Nord, dans le Haut-Atlas, L. Moret et moi-même avons vu les calcaires cambriens alterner avec des grès verts à *Ellipsocephalus*.

La série cambrienne de l'Anti-Atlas est la suivante : au sommet, une épaisse formation de marnes bariolées et de calcaires dolomitiques noirs, gris ou chamois, souvent très siliceux, en bancs d'épaisseur variable (de 10^{cm} à plus de 20^{m}). L'ensemble de la série doit atteindre et peut-être dépasser 1000^{m}. A la base de cette série apparaît une zone où de minces bancs calcaires alternent avec des schistes et grès bruns ou verdâtres plus ou moins minéralisés par des venues de roches éruptives (andésites) cuprifères. Vers la base, les grès passent à des poudingues.

Ces poudingues, d'épaisseur et de composition très variables (galets de quartzites, de roches éruptives diverses, de schistes plus ou moins métamorphiques, parfois de véritables arkoses à galets de la taille du poing), forment un niveau très constant dans toute la région. Ils reposent chez les Ida Ou Zekri (sud de Taroudant) sur des quartzites (parfois très épais),

blancs ou rosés, qui, eux-mêmes, surmontent une série de poudingues et grès à éléments éruptifs, de schistes satinés et de roches éruptives (granites, pegmatites, diorites, andésites).

Vers l'Est, les quartzites disparaissent très vite, puis c'est le tour des schistes, et vers Tikirt l'on n'a plus sous les calcaires que des grès et poudingues à éléments surtout éruptifs et des roches éruptives.

L. Gentil affirme l'existence d'une discordance entre les quartzites et les poudingues supérieurs; je ne puis me ranger à son avis pour plusieurs raisons. Dans cette région assez disloquée on trouve, tout à côté de lambeaux de poudingues légèrement discordants sur les quartzites, d'autres lambeaux en concordance parfaite, et, si l'on s'éloigne un peu vers l'Ouest ou le Sud, on trouve une série admirablement régulière et concordante; des circonstances locales de dépôt des poudingues me paraissent expliquer très suffisamment les irrégularités du Tizi Oudad. D'ailleurs, un peu à l'Ouest, j'ai vu les quartzites se charger de galets et passer très vite aux poudingues.

Par contre à Tazenakht (sud de Tikirt), j'ai vu la série cambrienne subhorizontale venir reposer en discordance complète sur les gneiss et micaschistes verticaux qui forment le substratum arasé de la grande plaine des Zenaga. Il y a donc eu là des mouvements qui sont à peu près sûrement précambriens, en tout cas antérieurs au Cambrien moyen, mouvements qui jusqu'à présent n'avaient pas encore été signalés dans l'Afrique du Nord.

OCÉANOGRAPHIE. — *Le courant Kurosio du Japon.* Note de M. J. Thoulet.

La densimétrie permet, d'après les valeurs prises par le *Challenger* pendant sa croisière à travers les divers océans, de se rendre compte de la façon dont s'accomplit, en surface et en profondeur, la rencontre et la diffusion réciproque d'eaux marines coulant dans des sens opposés. Cette étude, malgré la pénurie relative des documents numériques qu'on possède, s'appuie sur des mesures directes de températures et de densités *in situ* entre la surface et 1500 brasses, appliquées aux deux courants Kurosio et Oyasio qui se heurtent le long des côtes du Japon. Elles ont été recueillies par le professeur Buchanan en mars et avril 1875, pendant le trajet presque en ligne droite sud-nord séparant l'île de l'Amirauté, un peu en avant des côtes nord-est de la Nouvelle-Guinée et Yokohama. Ce trajet traverse la grande fosse profonde de 8185^{m} dite du *Challenger*.

L'étude lithologique des fonds indique la nature volcanique du sol sous-marin non seulement au sud de la fosse, mais surtout sur le plateau au nord de celle-ci où l'activité augmente à mesure qu'on se rapproche davantage du Japon.

Le courant Kurosio coulant du Sud au Nord est à la fois chaud et fortement salé, tandis que l'Oyasio, coulant du Nord au Sud, est froid et relativement peu salé. Au total, la densité *in situ* du premier dont le volume est le plus considérable est inférieure à celle du second. Ces deux courants se heurtent presque de front, quoique avec une légère obliquité, sur la rive gauche du Kurosio dont la portion de rive droite, moins troublée, continue sa route à l'est du Japon en se détournant d'abord vers le Nord-Est, puis franchement vers l'Est en suivant à peu près le 35° latitude nord.

Dans ces conditions, dans sa portion occidentale, les eaux du Kurosio, brusquement arrêtées, s'accumulent en une sorte de mur liquide jusqu'à une profondeur de 400-500 brasses. Là surtout s'accomplit le mélange des eaux du Nord et de celles du Sud caractérisé par un σ_θ qui, mélangé au σ_θ de la rive droite du Kurosio, prend une nouvelle densité *in situ*.

Le courant ainsi modifié dans sa nature propre s'étale en surface et se transforme en dérive. Il passe au nord des îles Sandwich et, poussé par les vents remontant vers le Nord, il rencontre la courbure de la côte américaine de la Colombie britannique puis de l'Alaska et alors, chassé devant les îles Aléoutiennes et les Kouriles, grossi des eaux venant des montagnes bordières ainsi que du détroit de Béring, tout en suivant son cours devenu maintenant d'Est en Ouest et ensuite du Nord au Sud, sous le nom d'Oyasio, il est arrivé à son point de départ initial. Son cycle est fermé et il le recommence. Telle est, dans l'extrême nord du Pacifique, la circulation océanique superficielle particulièrement bien indiquée par les diagrammes et les profils densimétriques thermiques en aires verticales.

En résumé, le mélange et la diffusion des eaux de deux courants marins se heurtant s'effectue suivant les lois physiques qui régissent la rencontre d'eaux de densités *in situ* différentes, ces dernières étant respectivement caractérisées par leur température et leur salure propres agissant en sens inverse l'une de l'autre mais totalisées.

Dans l'hémisphère nord du Pacifique, le courant aéro-océanique Kurosio-Oyasio est le symétrique du circuit aéro-océanique de la mer de l'île de Pâques dans l'hémisphère Sud.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Valeurs des éléments magnétiques à la Station du Val-Joyeux (Seine-et-Oise) au 1er janvier* 1929. Note de MM. **L. Eblé** et **J. Itié**, présentée par M. G. Ferrié.

Les valeurs données ci-dessous des éléments magnétiques au 1er janvier 1929 sont les moyennes de toutes les valeurs horaires relevées au magnétographe Mascart pendant les mois de décembre 1928 et janvier 1929; elles résultent donc chacune de 1488 lectures. On peut espérer éliminer ainsi l'influence des irrégularités qui ont pu se produire aux environs du 1er janvier.

La variation séculaire des différents éléments est déduite de la comparaison entre les valeurs actuelles et celles qui ont été présentées pour le 1er janvier 1928.

Valeurs absolues et variation séculaire des éléments magnétiques à la Station du Val-Joyeux.
(Latitude : 48°49′16″; longitude : 2°0′52″ E. Gr.).

	Valeurs absolues pour l'époque 1929,0.	Variation séculaire.
Déclinaison	11°15′,2	−11′,3
Inclinaison	64°39′,8	+ 0′,5
Composante horizontale	0,19650	−0,00004
» verticale	0,41501	+0,00008
» Nord	0,19272	+0,00009
» Ouest	0,03835	−0,00064
Force totale	0,45918	+0,00015

Seules les variations séculaires de la déclinaison et de la composante Ouest ont des valeurs notables; elles sont de même ordre que l'année précédente.

BOTANIQUE. — *Sur les anthérozoïdes des* Fucus.
Note de M. **Joseph Richard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Les auteurs sont loin d'être d'accord sur la structure de l'anthérozoïde des *Fucus*. Pour Behrens (1887), Strasburger (1897), Retzius (1906), Meves (1918), la presque totalité du corps de cet anthérozoïde est formée par le noyau, entouré d'une mince couche protoplasmique où se trouve

inclus le chromatophore ou point rouge. Pour Guignard (1889), Oltmanns (1905), Kylin (1916), Mangenot (1921), la plus grande partie du corps est constituée par le protoplasma; le noyau ne serait qu'une petite sphère située au voisinage du point rouge.

Cette divergence tient peut-être à ce que ces auteurs ont étudié des anthéridies et des anthérozoïdes tués par les réactifs et préparés, pour les coupes, par des méthodes différentes. J'ai pensé que l'examen sur le vivant nous renseignerait d'une façon plus certaine sur leur structure. Je me suis donc appliqué, depuis plusieurs années, à suivre leur développement. Les trois espèces les plus répandues sur nos côtes, *Fucus platycarpus*, *vesiculosus* et *serratus* se comportent de la même manière. Mon impression est très nette : le noyau semble bien former la presque totalité du corps de l'anthérozoïde.

En effet, avant la dernière mitose, l'anthéridie renferme 32 noyaux, autant de phéoplastes longs, étroits, plats, verdâtres et quelques gouttelettes lipoïdes. Les cloisons de séparation sont bien marquées; elles ne le sont plus après la dernière mitose, mais par contre on voit clairement 64 noyaux et 64 phéoplastes. Les noyaux prennent un contour de plus en plus net, tandis que les phéoplastes deviennent de plus en plus jaunes. En même temps sur un des côtés de ces phéoplastes, que j'appellerai désormais chromatophores pour indiquer qu'ils ont changé de couleur, apparaît un petit granule rouge, puis un deuxième à côté du premier, puis un troisième et ainsi de suite, jusqu'à ce que le côté tout entier soit bordé d'un ourlet brillant, aminci aux deux extrémités. Chaque chromatophore grandit en longueur et en largeur à côté d'un noyau dont il reste longtemps séparé. Puis, quand il a atteint les deux tiers de ses dimensions définitives; au lieu des noyaux à contour si net et séparés des chromatophores, on ne voit plus dans l'anthéridie que des corps ovoïdes, plus hyalins qui englobent chacun un chromatophore, comme si celui-ci s'était fusionné avec le noyau. Ce sont les anthérozoïdes.

Chaque anthérozoïde étant à peine plus gros que le noyau et occupant la même place, on admettra qu'il en dérive presque exclusivement. D'ailleurs les auteurs qui signalent la présence d'un noyau largement entouré de protoplasma ne s'accordent pas sur sa taille : Kylin, le représente notablement plus gros que Guignard. Quant à Mangenot, je crains qu'il n'ait pris pour le noyau le corps même du chromatophore : car ce qu'il appelle chromatophore se réduirait à un long filament orangé, de même longueur que le noyau et placé à côté. Or le filament orangé n'est autre que l'ourlet

brillant du chromatophore dont j'ai parlé plus haut, et le prétendu noyau est en réalité une plaque mince colorée en jaune vif chez le vivant, qui fait corps avec le filament orangé. C'est le chromatophore lui-même. Celui-ci est souvent creusé en gouttière; il se gondole facilement, se recourbe en C ou se plisse en S; mais l'ourlet rouge l'accompagne constamment et ces deux parties sont inséparables.

Pendant que se forment les anthérozoïdes, par développement d'une membrane autour du noyau et du chromatophore, les gouttelettes lipoïdes semblent rester en dehors.

De fait, à la rupture du sac anthéridien qui met en liberté les anthérozoïdes, elles flottent nombreuses autour d'eux, dans le liquide qui les baigne. Si quelques-unes semblent incluses à l'intérieur, un simple déplacement suffit souvent pour montrer qu'en réalité elles adhèrent de l'extérieur, et quelquefois même on les voit se détacher.

L'anthérozoïde a, en mouvement, la forme d'un fuseau un peu comprimé latéralement. Au repos il est plutôt piriforme, l'extrémité postérieure tendant à s'arrondir. Le corps d'ailleurs paraît assez souple et il peut s'allonger en s'amincissant considérablement. Il est difficile de se faire une idée exacte de l'extrémité antérieure. Elle se continue par un appendice que Retzius signalait déjà en 1906 chez *Fucus serratus,* et dont il faisait un cornet. Cet appendice existe chez les anthérozoïdes de tous les *Fucus* que j'ai étudiés, et il n'a point la forme de cornet. Il est plat, arrondi à son extrémité et disposé verticalement comme un gouvernail. A sa base il semble y avoir une cavité en forme d'entonnoir, ouvrant sur le noyau et par laquelle passe le cil antérieur. On dirait une trappe ouverte à la partie antérieure de l'anthérozoïde, qui resterait dressée dans le prolongement du corps.

Les deux cils sont dans le prolongement l'un de l'autre. Le cil postérieur sort de l'anthérozoïde à l'extrémité postérieure du chromatophore; le cil antérieur semble fixé sur la paroi protoplasmique, à l'intérieur, depuis le chromatophore jusqu'à l'espèce d'entonnoir que j'ai signalé plus haut, par lequel il sort. Il se meut d'un mouvement hélicoïdal qui fait progresser le corps, pendant que le cil postérieur fait fonction de gouvernail.

En résumé, le corps de l'anthérozoïde des *Fucus* semble constitué à peu près en entier par un noyau vraisemblablement modifié. Il est entouré d'une mince enveloppe protoplasmique qui renferme le chromatophore situé à place fixe. Ce chromatophore est formé de deux parties : une plaque mince jaune et un ourlet rouge.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'influence de la concentration en ions hydrogène du milieu de culture sur le développement du caféier* (Coffea arabica *L.*). Note de MM. **Theodureto de Camargo**, **R. Bolliger** et **Paulo Correa de Mello**, présentée par M. M. Molliard.

L'influence primordiale de la concentration en ions hydrogène du milieu de culture sur le développement des plantes est aujourd'hui bien connue. Il nous a cependant paru intéressant de faire cette étude avec le caféier, plante que des expériences antérieures nous avaient montrée se développant parfaitement en milieu liquide et qui est de plus extrêmement sensible aux variations d'acidité. Il suffit en effet que la concentration en ions hydrogène du milieu de culture exprimée en pH passe de $pH = 5$ à $pH = 7,5$ pour qu'une plante saine devienne au bout de quelques jours chlorotique et paraisse gravement malade.

Les expériences qui font l'objet de la présente Communication ont été faites avec de jeunes plantes de 5 mois, appartenant à la variété C. Bourbon et provenant d'un semis fait sur du sable quartzeux très pauvre, transplantées dans des bocaux de verre protégés contre l'action de la lumière et contenant 250^{cm^3} de la solution nutritive. Chaque bocal recevait 10 plantes. En tout, nous avons utilisé 25 bocaux et 250 plantes dont les dimensions étaient les suivantes : $0^m,13$ du collet au bourgeon terminal, $0^m,8$ pour la racine.

Des expériences antérieures nous ayant appris que de jeunes plants de caféier peuvent végéter pendant plus d'un an dans de l'eau de source ordinaire, nous avons utilisé celle-ci comme milieu de culture en l'additionnant de sulfate de potasse pour en étudier l'assimilation et de la quantité nécessaire d'acide sulfurique pour faire varier l'acidité dans les diverses séries entre les limites fixées. L'eau utilisée dans ces expériences contenait dans 250^{cm^3} en miligrammes-équivalents :

$$K = 0,0196;\quad Ca = 0,04;\quad Mg = 0,023;\quad SO^4 = 0,005;$$
$$H^2PO^4 = \text{traces};\quad NO^3 = 0,004;\quad Cl = 0,011.$$

Après avoir été additionnées de sulfate de potasse et d'acide sulfurique, les diverses séries présentaient les réactions suivantes :

N° d'ordre.	Additionnés de (en milligrammes équivalents) K.	SO⁴.	Réaction exprimée en pH.
1	–	–	7,2
2	1,07	1,17	4,2
3	1,07	1,15	5,1
4	1,07	1,14	5,8
5	1,07	1,08	6.8

La durée de l'expérience à été de 7 mois; les solutions nutritives ont été renouvelées journellement.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau ci-après :

Réaction du milieu exprimée en pH	7,2	6,8	5,8	5,1	4,2
Nombre de plantes	48	49	50	50	49
Poids des racines	7,1686	8,9910	9,3812	11,5652	11,4602
» tiges	6,5760	3,0333	3,5400	3,3540	3,7800
» feuilles	23,4770	21,8392	23,3038	24,0962	24,8500
Poids total de la matière humide	36,2116	33,8335	36,2250	39,0154	40,0902
Poids de la matière sèche à 110°C	11,5212	12,4744	13,4974	14,2952	14,7652
Poids moyen d'une plante sèche	0,2359	0,2555	0,2699	0,2859	0,3014
Azote % dans la matière sèche	1,370	1,401	1,371	1,387	1,316
Cendres pures % (id.)	5,6480	8,795	7,620	7,990	8,151

Nous donnons ci-dessous les résultats de la détermination des divers éléments rapportés à 1g de matière sèche à 110°C., exprimés en milligrammes :

	Série correspondant à une réaction exprimée par pH : 7,2.	6,8.	5,8.	5,1.	4,2.
Ca	8,463	5,714	5,700	5,664	5,246
Mg	2,958	2,017	1,848	1,944	1,688
K	9,138	17,934	16,992	16,237	15,871
Na	1,247	1,563	1,444	1,265	1,907
H^2PO^4	0,410	2,002	1,257	1,646	1,209
SO^4	1,500	11,064	11,040	12,408	13,824

La mesure du système radiculaire des caféiers montre d'autre part que la moyenne de l'accroissement des racines varie dans le même sens que l'acidité du milieu.

Il résulte de ces observations que le caféier doit être considéré comme une plante qui préfère les milieux acides; le degré d'acidité optimum pour sa culture est compris entre pH = 4,2 et pH = 5,1. Ces résultats sont parfaitement d'accord avec les données culturales : la plupart des terres

à caféier de l'État de Sao Paulo (Brésil) sont très pauvres en chaux, et leur acidité exprimée en pH descend rarement au-dessous de $pH = 6,5$. L'emploi de la chaux dans ces sols nous a montré que le caféier est très sensible à l'action de cet élément, et qu'une dose relativement minime de cette base lui est nuisible.

L'examen comparatif des bases absorbées dans les conditions de l'expérience montre, d'un autre côté, que l'absorption du Ca^{++}, du Mg^{++} et du Na^{+} n'est pas influencée par la concentration du milieu en ions hydrogène; au contraire l'absorption de K^{+} diminue sensiblement dans ces conditions.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles Légumineuses Césalpiniées africaines à appareil sécréteur.* Note de MM. **W. Russell** et **L. Hedin**.

Les Légumineuses Césalpiniées pourvues d'un appareil sécréteur schizogène sont relativement rares. Jusqu'à présent, on n'en a signalé la présence que chez les *Copaifera* (L. Guignard, *Bull. Soc. Bot. France*, 39, 1892), l'*Eperua falcata* de la Guyane (Metzger, *Beiträge zur Anatomischen Kenntniss des Holzes der Eperua Falcata*, *Arch. der Pharm.*, 3ᵉ série, 22), les *Daniellia* (L. Guignard, *Journ. Bot.*, 16, 1902), le *Cordyla africana* (L. Guignard, *Journ. Bot.*, 19, 1905), les *Detarium* (Em. Perrot et G. Gérard, *Recherches sur les bois de différentes espèces de Légumineuses africaines*, 1907) et le *Sindora cochinchinensis* (H. Lecomte, *Les bois de l'Indochine*, 1926).

Nous croyons intéressant d'ajouter à cette liste les genres *Pterygopodium* et *Gossweilerodendron* où nous avons reconnu l'existence d'un système sécréteur nettement différencié. Ces deux genres créés par Harms (*Englers Bot. Jahrb.*, 1913, et *Notizblatt d. Bot. Gart. und Museum Berlin-Dahlem*, 1925) ne renferment chacun qu'une espèce actuellement décrite, le *Pterygopodium oxyphyllum* Harms et le *Gossweilerodendron balsamiferum* (Vermoesen) Harms.

Au cours d'une mission botanique au Cameroun, l'un de nous a eu l'occasion de récolter les feuilles et les fruits d'un arbre de grande taille connu sous le nom yaoundé d'*Alop*, constituant certainement une espèce nouvelle et qui paraît participer des genres *Gossweilerodendron* et *Pterygopodium*. Il se rapproche du premier par sa gousse pédicellée et du second par la nervation de ses feuilles et de son fruit.

Le *P. oxyphyllum* renferme de nombreux sclérites dans le parenchyme

foliaire. Ces productions font complètement défaut chez l'*Alop* et chez le *Gossweilerodendron balsamiferum*.

Les organes sécréteurs des trois espèces étudiées se présentent sous forme de poches, généralement de grande dimension, réparties dans les tissus parenchymateux des feuilles et des pétioles, ainsi que dans l'écorce, le bois et la moelle des tiges et des racines.

Dans le parenchyme foliaire, les poches sécrétrices sont sphériques ou ovoïdes; elles ont fréquemment une forme de fuseau dans les autres parties de la plante. Ces poches fusiformes, en particulier dans l'écorce de la tige, atteignent parfois près de 1^{mm} de hauteur; elles ressemblent par cela à des canaux sécréteurs. Elles s'en distinguent cependant parce qu'elles sont toujours isolées les unes des autres; ce n'est qu'accidentellement qu'elles confluent en un système continu.

La répartition des poches sécrétrices est sensiblement la même chez les trois espèces, mais il semble qu'au moins dans le parenchyme foliaire le nombre en est plus élevé chez l'*Alop* que chez le *G. balsamiferum* et surtout que chez le *P. oxyphyllum*.

ZOOLOGIE. — *Influence de la température sur la croissance des Planaires.* Note de M. **Abeloos**, présentée par M. Caullery.

J'ai montré précédemment [1] qu'à la température de 20°, la croissance de *Planaria gonocephala* Dugès était limitée à un poids maximum d'environ 25^{mg}. Comme on peut récolter dans la nature — dans la station même d'où provenaient les animaux mis en expérience — des individus d'un poids beaucoup plus élevé, j'ai été conduit à rechercher quelle pouvait être l'action des facteurs externes, et notamment celle de la température, sur la limitation de la croissance.

La température influe tout d'abord sur la rapidité de l'augmentation pondérale. Les lots de Planaires de même provenance et d'abord identiques, élevés à différentes températures et dans les mêmes conditions d'alimentation, atteignent dans le même temps des poids très différents : la vitesse de croissance est maxima vers 12° (température optimum), plus faible à 20°, encore plus faible à 8°. D'autre part, la taille maxima atteinte par les animaux se

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 602.

montre en fonction de la température. Voici le résumé d'une expérience très démonstrative à cet égard :

A partir de Planaires récoltées le 22 novembre 1928, dans un ruisseau dont l'eau était alors à la température de 12°, trois lots sont constitués, comprenant chacun 20 individus, tous de même taille (poids moyen : 30^{mg}). Ces trois lots, placés respectivement à la glacière (température moyenne : 7°), dans une pièce froide (température moyenne : 12°) et dans une étuve réglée à 18°, sont nourris régulièrement, deux fois par semaine, de fragments de Lombrics.

Les animaux placés à l'étuve, bien que s'alimentant continuellement, ont diminué de poids, pour se maintenir finalement aux environs de 25^{mg}. En même temps, ils ont déposé, du 25 mars 1928 au 20 février 1929, 19 cocons. Les animaux maintenus à 12°, après une légère augmentation de poids, sont restés stationnaires depuis plus de deux mois aux environs de 35^{mg}, et ont pondu pendant ce temps une quarantaine de cocons. Le lot placé à la glacière, après avoir marqué un temps d'arrêt pendant environ un mois, s'est mis à croître rapidement, et les animaux, qui atteignaient 53^{mg} le 11 mars 1929, n'ont pas encore déposé un seul cocon.

De cette expérience et d'une série d'autres, dont le détail sera présenté ultérieurement, je conclus :

1° La taille maxima atteinte par croissance est, pour des conditions de nutrition déterminées, fonction de la température; elle décroît très notablement lorsque la température s'élève. Des faits analogues ont été signalés notamment chez un assez grand nombre d'Insectes, et il semble s'agir d'une loi ayant quelque généralité;

2° Lorsque des Planaires sont nourries continuellement à température constante, la ponte des cocons ne commence que lorsque les animaux ont atteint leur taille maxima;

3° Lorsqu'on transporte des Planaires élevées à une certaine température à une température plus élevée ou plus basse, elles décroissent ou croissent à nouveau pour atteindre la taille maxima caractéristique de la nouvelle température.

Pour chaque température, l'équilibre pondéral, — qui ne se maintient que si l'animal est continuellement nourri, — correspond à une égalité entre l'assimilation et la désassimilation. En pesant les animaux avant et après chaque repas, on peut avoir une idée des intensités de ces deux phénomènes, l'assimilation étant évaluée par l'augmentation de poids à chaque repas, et la désassimilation par la perte de poids dans l'intervalle de deux repas

consécutifs. A une même température, ces deux quantités décroissent graduellement lorsque la taille de l'animal augmente, mais l'assimilation décroît plus rapidement que la désassimilation et finit par l'égaler. Lorsque la température s'élève, la désassimilation devient plus intense, mais l'assimilation n'est pas augmentée dans les mêmes proportions; elle semble même diminuer au-dessus de 15°. Aussi l'égalité des deux phénomènes est-elle atteinte pour une taille d'autant plus faible que la température est plus élevée. Telle est l'interprétation, qui nous est fournie par l'expérience, de cette relation remarquable qui lie la taille limite de l'organisme à la température.

CYTOLOGIE. — *Origine et nature du prétendu squelette céphalique des spermies.* Note [1] de M. **Pierre-P. Grassé** et Mlle **Odette Tuzet**, présentée par M. Caullery.

Koltzoff (1906-1908) a montré que la tête des spermies possède, outre le noyau, l'acrosome et les centrioles, des organites intra- et périnucléaires, qui contribuent à lui donner sa forme particulière et jouent le rôle de squelette céphalique. Dans celui-ci, Koltzoff reconnaît deux catégories d'éléments : 1° Un fil spiral ou rectiligne, dont nous avons expliqué la genèse et la signification en 1927; c'est un dérivé centriolaire, homologue strict d'un flagelle; 2° des spires irrégulières ou des grains appliqués sur le noyau (interprétés par Koltzoff comme un filament spiralé simple ou double).

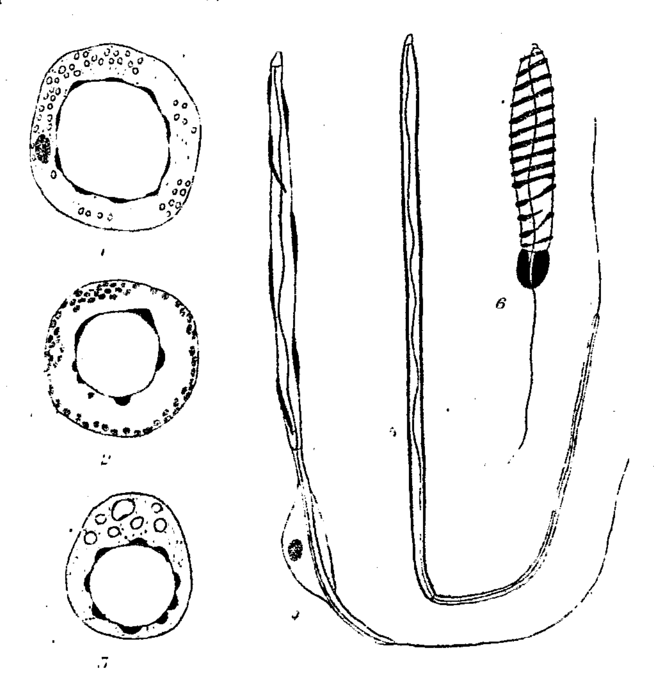
Nous n'étudierons que cette deuxième catégorie, formée d'éléments auxquels nous reconnaissons une certaine autonomie et qui tendent à envelopper le noyau. Nous les nommerons *tégosomes* (*tegos* = toit, couverture).

Les cellules spermatiques typiques des Mollusques prosobranches constituent un matériel favorable à l'étude du squelette céphalique. Le spermatocyte I de *Murex*, coloré sur le frais par du Soudan III (sol. alcoolique saturée), montre en rouge des écailles, des demi-lunes qui bossellent la périphérie du noyau (*fig.* 1). Ces corpuscules ne sont pas un artefact, on les retrouve sur des spermatocytes, fixés et colorés, avec le même aspect. Le spermatocyte II (*fig.* 2) contient les mêmes formations, mais plus grosses et moins nombreuses; avec la spermatide jeune (*fig.* 3), même

---

[1] Séance du 4 mars 1929.

disposition, mais les tégosomes sont plus réguliers, plus petits et plus nombreux. Dans la spermatide âgée, ils se placent le long du noyau effilé, et, nettement séparés, alternent avec régularité (*fig.* 4). A un stade plus avancé, on a l'impression que, chez le *Murex*, ils se soudent entre eux et forment des bâtonnets appliqués en biais sur le noyau. Dans le spermatozoïde presque mûr, la fusion s'accentue et aboutit, chez certaines espèces (*Pisania* et peut-être *Murex*), à la formation d'un filament spiral périnu-



1 à 5. *Murex trunculus*. 1, Spermatocyte I, Soudan III; 2, Spermatocyte II, Ciaccio; 3, Spermatide jeune, Soudan III; 4, Spermatide âgée, Soudan III; 5, Spermatozoïde mûr, Soudan III. 6, *Theodoxia fluviatilis*, Spermatide, vapeurs osmiques. — Altmann.

cléaire. Les images observées sont alors comparables à celles de Koltzoff. Chez *Theodoxia fluviatilis* (*fig.* 6), les tégosomes forment des anneaux périnucléaires. Vraisemblablement, dans le spermatozoïde mûr, filaments ou anneaux perdent leur individualité et forment un revêtement continu et très mince à la tête du gamète (*fig.* 5).

Dans la spermatide à tous les stades, après fixation osmique, la fuchsine acide d'Atmann colore les *tégosomes*. La technique de Ciaccio, un peu modifiée, et celle de Smith-Dietrich donnent les mêmes résultats que la coloration sur le frais par le Soudan III, mais colorent aussi mitochondries et dictyosomes comme l'a vu Parat (1928). Quelle que soit la fixation, la

laque ferrique ne révèle pas les *tégosomes*. Toutes les réactions positives sont celles des organites de nature lipoïde. Nous ne confondons les *tégosomes*, ni avec le chrondriome, ni avec les dictyosomes, ni avec le vacuome dont nous connaissons la structure, les réactions microchimiques et l'évolution. Il faut reconnaître, dans les cellules mâles des Prosobranches, outre les mitochondries, les dictyosomes, les vacuoles, une quatrième catégorie de constituants cytoplasmiques, de nature vraisemblablement lipoïde : les *tégosomes*. Peut-être ont-ils une origine nucléaire? Nous ne sommes pas en mesure de le démontrer. Les tégosomes existeraient aussi chez les Annélides, les Crustacés, les Insectes, les Arachnides, les Amphibiens et les Oiseaux (Koltzoff). Les corps périnucléaires des cellules mâles des *Notonecta* (Pantel et de Sinéty, Poisson), de *Gryllotalpa* (Voinov), sont peut-être à rapprocher de nos tégosomes.

Il paraît impossible d'attribuer aux tégosomes un rôle de soutien. Nous croyons que leur dissolution aboutit à la formation d'un revêtement lipoïde, qui a d'ailleurs été découvert chez les Mammifères par Popa (1929), au moyen du Soudan III, et dont le rôle physiologique nous échappe.

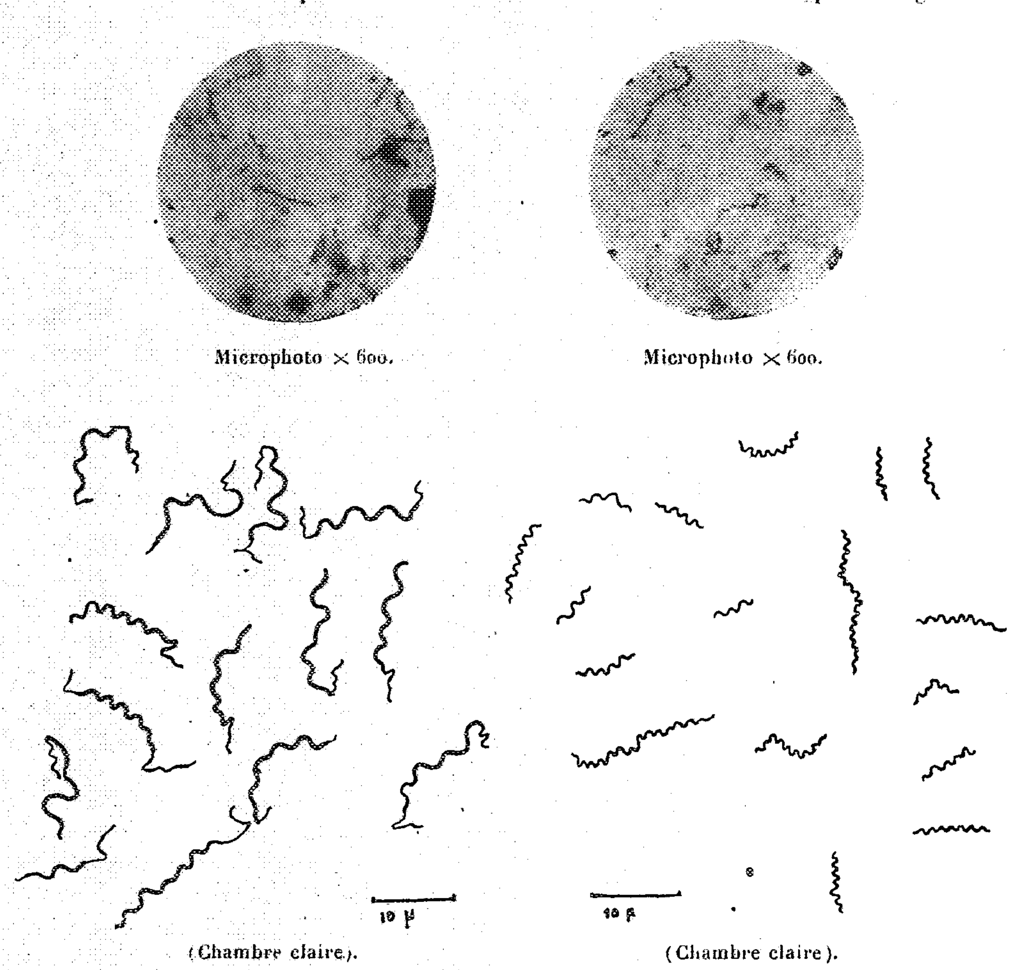
PROTISTOLOGIE. — *Spirochètes et tréponèmes d'un granulome vénérien.* Note de MM. G. Delamare et C. Gatti, présentée par M. H. Vincent.

Dans le séropus, non fétide, d'un granulome vénérien (placards ulcéro-végétants périanaux), nous avons décelé de nombreux spirochétidés (25 à 30 par champ). Ces germes sont de 2 types morphologiques très différents.

Premier type. — Longueur moyenne, 12$^{\mu}$; minima, 3$^{\mu}$; maxima, 15$^{\mu}$; épaisseur, 0$^{\mu}$,50 après fixation à l'osmium et coloration au violet de gentiane; 0$^{\mu}$,85 après nitratation. — Tours de spire peu serrés et assez régulièrement espacés. Leur nombre moyen est de 3 ou 4 (plus rarement de 1 à 5). — La plupart des Sp. présentent une ondulation unique; leur génératrice décrit une courbe simple d'amplitude variable, mais rarement de grand rayon. Chez quelques filaments longs, on enregistre 2 ondulations de sens contraire et, par conséquent, une génératrice spiralée. Rares filaments exempts d'ondulations, possédant une génératrice constituée, comme celle des hélices rectilignes, par l'horizontale tangente à la convexité de leurs spires. — Extrémités très généralement obtuses et pourvues d'un prolongement filiforme dont la longueur peut égaler le quart et, parfois même, la moitié de celle du corps. Ces prolongements, imprégnables par le nitrate d'argent sans mordançage spécial, sont assez souvent spiralés, parfois tordus ou plicaturés sur eux-mêmes à angle aigu. Les extrémités sont droites,

mais parfois incurvées. Coloration suffisante par le Ziehl dilué, plus intense par le violet de gentiane phéniqué après fixation par l'acide osmique.

Les éléments du *deuxième type* ont de 4 à 18^{μ}, en moyenne 10^{μ}. Leur épaisseur est de $0^{\mu},34$. Tours de spire, d'ordinaire plus hauts que larges, réguliers, serrés et séparés par des intervalles sensiblement égaux à la longueur de leurs pas. Les filaments à ondulation unique n'ont rien d'inouï; l'arc de cercle décrit par leur généra-



Microphoto × 600. Microphoto × 600.

(Chambre claire). (Chambre claire).

trice est de petit rayon. Rares individus moyens ou longs, à deux ondulations de sens contraire; en ce cas les sinuosités de la génératrice sont discrètes. Extrémités souvent amincies, en crochet, dont l'une a parfois un prolongement filiforme. Ces organismes se colorent faiblement par le Ziehl dilué; quelques-uns d'entre eux (longs, grêles, à spires nombreuses, particulièrement serrées) n'ont été observés que sur les frottis imprégnés à l'argent.

Sur les coupes d'une biopsie pratiquée au bord du granulome, des paquets de spiro-

chètes du premier type se rencontrent dans des fissures épithéliales susjacentes à la couche basilaire.

Inoculation négative de la sécrétion riche en germes hélicoïdaux (un essai par scarification de la commissure labiale d'un singe caraya).

L'As, le Hg et le Bi font disparaître tous les spirochètes chez les malades, mais sans modification appréciable du granulome dont la guérison s'effectue ensuite sous la seule influence du tartre stibié.

Les microorganismes du deuxième type présentent presque tous l'aspect de *T. dentium*, variété grêle. Quelques-uns d'entre eux, mis en évidence seulement par la méthode de Fontana, évoquent l'image de *T. pallidum*, de *T. pallidulum* ou de *T. genitalis*. Les microorganismes du premier type sont, pour la plupart, assimilables à *S. refringens*, variété *balanitidis*. Les éléments courts monospiralés du premier type se rapprochent beaucoup du type *eurygyratum*. Certains éléments longs à ondulations lâches présentent des analogies frappantes avec les germes buccaux du type *buccalis* grêle, sans membrane ondulante. Enfin, plusieurs individus longs peuvent s'interpréter comme intermédiaires aux deux types *dentium* et *refringens*.

La spirochétose de notre granulome est donc plus complexe que celle des granulomes de Wise, Bosanquet, Cleland [Sp. à *S. aborigenalis* (?)], de Mac Leman (Sp. à *S. refringens*), de Lenz (Sp. à *refringens* et à *fusiformis*). Elle paraît, au contraire, voisine des spirochétoses à *S. refringens* et *T. pseudopallidum* de Wise, Beaurepaire Aragão et Vianna. L'échec de la chimiothérapie a été également enregistré par Da Souza Araujo. Le résultat négatif de l'inoculation au singe conduit encore à admettre que, dans le granulome sensible au tartre stibié, la symbiose *refringens-dentium* (variété *genitalis*) ne joue aucun rôle étiologique, alors même que certains de ses constituants pénètrent à l'intérieur du revêtement épithélial.

Il est à peine besoin d'insister sur les conséquences que comporte une telle conclusion pour le diagnostic microbiologique des granulomes et des pseudo-granulomes des syphilitiques et des pianiques, ainsi que sur la signification que comportent les microorganismes hélicoïdaux de surface dans l'épithélium ou le derme d'une muqueuse infectée par un virus filtrant ou non.

A $15^h 40^m$, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 20^m$.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de janvier 1929 (*suite et fin*).

Le temps absolu et l'espace à quatre dimensions. La Gravitation, la masse, la lumière, par Émile Sevin. Paris, librairie scientifique Albert Blanchard, 1928; 1 fasc. $25^{cm},5$. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Encyclopédie biologique. III. *Les plantes alimentaires chez tous les peuples à travers les âges. Histoire, utilisation, culture.* Vol. II. *Phanérogames fruitières*, par D. Bois. Paris, Paul Lechevalier, 1928; 1 vol. $25^{cm},5$. (Présenté par M. Lecomte.)

Les principes de la mécanique classique, par Ludovic Zoretti, fasc. XXX du *Mémorial des Sciences mathématiques*. Paris. Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. $25^{cm},5$.

La méthode des fonctions majorantes et les systèmes d'équations aux dérivées partielles, par Ch. Riquier, fasc. XXXII du *Mémorial des Sciences mathématiques*. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. $25^{cm},5$.

Conferenze e discorsi scientifici (1877-1926), par Emanuele Paternó. Rome, Paolo Cremonese, 1928; 1 vol. 21^{cm}.

L'aluminium et ses alliages. Paris, l'Aluminium français, 1928; 1 vol. 22^{cm}.

Sulle Rive dell'Ambra, par Pietro Romanelli. Montevarchi, Presso l'autore, 1928; 1 vol. $19^{cm},5$.

Une grande page de l'histoire de la médecine. La découverte de la transmission du paludisme par les moustiques, par Sir Ronald Ross. Paris, Norbert Maloine, 1929; 1 vol. $19^{cm},5$.

Félix Lagrange (1857-1928) par Lorenzo Bardelli. Firenze, Spinelli et Cie, 1928; 1 fasc. 24^{cm}.

Théorie mathématique de l'élasticité, par Léon Lecornu. Fasc. XXXV du *Mémorial des Sciences mathématiques*. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1929; 1 fasc. $25^{cm},5$.

Le quartz piézo-électrique et ses applications dans la technique des ondes hertziennes, par F. Bedeau. Fasc. VI du *Mémorial des Sciences physiques*. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. $25^{cm},5$. (Présenté par M. Fabry.)

La Flore du Mayombe d'après les récoltes de M. Georges Le Testu, par Fr. Pellegrin. Caen, E. Lanier, 1928; 1 vol. 28^{cm}. (Présenté par M. Lecomte.)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 25 MARS 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'en raison des fêtes de Pâques la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 2 avril au lieu du lundi 1er.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Paul Stroobant**, directeur de l'Observatoire de Bruxelles, qui assiste à la séance.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

L'Académie des Sciences est de nouveau durement éprouvée. Le maréchal **Foch** est mort. Cette nouvelle a causé dans le monde une émotion profonde, justifiée par le rôle prépondérant joué par notre illustre Confrère dans la conduite de la guerre dont l'enjeu était l'existence même de la France.

Devant un si grand deuil, les paroles sont vaines et nous devons nous borner à saluer la mémoire du soldat qui fut le plus grand parmi les grands capitaines : il défendait le droit et la justice.

Son éloge est tout entier dans l'ordre du jour qu'il adressa aux armées alliées au mois de novembre 1918 :

« Vous avez gagné la plus grande bataille de l'Histoire et sauvé la cause la plus sacrée : la liberté du monde. Soyez fiers ! D'une gloire immortelle vous avez paré vos drapeaux. La postérité vous garde sa reconnaissance. »

Et nous, nous conserverons le souvenir du Confrère aimable, aux conseils pleins de sagesse, qui participait à nos travaux avec cette souriante simplicité qui donnait tant d'attrait à ses entretiens.

J'adresse à Mme la maréchale Foch et à sa famille, au nom de l'Académie, avec notre profond respect, l'expression de notre sympathie la plus attristée.

Je lève la séance en signe de deuil.

MÉTÉOROLOGIE. — *Associations et formes de nuages.* Note (1) de M. **P. Villard.**

Les observations publiées assez récemment par M. Dauzère (2) ont appelé de nouveau l'attention sur le rôle joué par les associations de nuages dans les précipitations atmosphériques. Elles paraissent bien établir que, conformément à la théorie exposée par M. Brillouin en 1896 (3), la pluie et la grêle résultent, non d'un accroissement de condensation dans un nuage, mais de la chute, au travers de celui-ci, d'un mélange évaporant, porteur de particules aqueuses ou glacées, circonstance qui se trouve réalisée quand un cirrus tombe au travers d'un cumulus au-dessus duquel il se trouvait, ce qui était le cas pour l'orage ayant fait l'objet des observations dont il s'agit.

Il n'est peut-être pas sans intérêt de présenter à ce sujet quelques remarques d'ordre général.

M. Dauzère semble admettre, conformément, je crois, à une opinion assez répandue, que la superposition d'un cirrus et d'un cumulus est un fait accidentel, se produisant lorsqu'un nuage orageux s'élève jusqu'à l'altitude des cirrus, et que l'un de ceux-ci existe par hasard précisément à l'endroit où peut se produire la rencontre.

Je pense, au contraire, qu'il n'y a là rien de fortuit.

On a, depuis bien longtemps, constaté qu'il y a menace d'orage violent lorsqu'au-dessus d'un volumineux et haut cumulus se montre un cirrus,

(1) Séance du 18 mars 1929.

(2) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 835.

(3) *Vents contigus et nuages* (*Annales du Bureau Central météorologique*, 1896, 1, p. 45. Paris, Gauthier-Villars, 1898).

lequel, en pareil cas, affecte fréquemment la forme d'une enclume ou d'une bigorne; il y a même des dictons à ce sujet.

La probabilité que deux nuages d'origines essentiellement différentes se superposent exactement ne paraît pas bien grande; on comprend mal qu'à cet égard les cumulus volumineux soient privilégiés, et moins encore que le cirrus prenne, en cette circonstance, une forme particulière très différente des formes ordinaires.

Il est, je crois, facile d'expliquer ces faits en s'appuyant sur une observation très banale, qu'il était, cet hiver, facile de refaire :

Lorsqu'on expose de l'eau froide à l'air libre par temps très froid (eau à + 6° par exemple, air à — 7° ou — 8°) cette eau *fume;* de même à l'automne, quand les soirées deviennent fraîches, on voit souvent, au crépuscule, par temps calme, les rivières et les étangs se couvrir d'un mince voile de brume, provenant de ce que l'eau s'est moins refroidie que l'air.

Or le sommet d'un cumulus est, nécessairement, beaucoup moins froid que l'air ambiant; la condensation qui se produit dans la colonne ascendante d'air chaud et humide donnant naissance au nuage, réduit en effet le refroidissement adiabatique à la moitié environ de ce qu'il est dans l'air extérieur non saturé, où il pourrait atteindre 1° par 100^m d'élévation, l'observation indiquant toutefois plutôt 0°,7. Soit, pour fixer les idées, un cumulus ayant sa base à 1500^m et son sommet à 6000^m. Hors du nuage, le gradient de 0°,7 par 100^m donnera 42° pour 6000^m et, si l'air, au sol, est par exemple à + 25°, la température à 6000^m sera — 17°, valeur très vraisemblable. Sous le nuage on aura également 0°7 par 100^m, soit 10°,5 pour 1500^m. Mais, de 1500^m à 6000^m, la condensation réduira le gradient à 0°,35 et le refroidissement sur ces 4500^m sera seulement de 15°,75, ce qui, pour le sommet du cumulus donne + 25° — 10°,5 — 15°,75, ou — 1°,25, au lieu de — 17°, température de l'air extérieur au même niveau. La différence est largement suffisante pour provoquer une vaporisation importante, d'autant plus rapide qu'à cette altitude de 6000^m la pression est inférieure à la moitié de ce qu'elle est au sol. La vapeur formée, beaucoup plus légère que l'air, s'élèvera dans cet air froid où elle se condensera à l'état de glace, et le phénomène ne saurait s'arrêter de lui-même, la tension de vapeur de la glace étant, même à température égale, notablement inférieure à celle de l'eau liquide et à l'état de gouttelettes de très faible rayon. De là le cirrus, que le moindre vent relatif étirera en forme d'enclume, sans cependant pouvoir le détacher du cumulus qui en est la source, alors que ce même vent l'éloignerait rapidement s'il était indépendant.

Quel que soit le bien ou mal fondé de cette interprétation, le phénomène précédent se passe nécessairement; il n'y aurait donc pas lieu de dire qu'un orage est violent parce qu'un cirrus s'est trouvé fortuitement placé au dessus d'un cumulus; sans écarter ce cas toujours possible, l'existence d'un cumulus s'élevant très haut constitue une cause suffisante; l'inévitable évaporation du sommet de ce nuage suffira pour produire ce qu'on appelle parfois le *faux cirrus*, auquel je crois préférable de donner le nom de *cirrus adventif*. L'apparition de celui-ci constituera un préliminaire de l'orage, et sa chute provoquera les fortes averses prévues par la théorie de M. Brillouin.

Un phénomène analogue se produit fréquemment dans les montagnes lorsqu'à la suite de pluies le vent tourne au Nord-Ouest ou Nord-Nord-Ouest, et que le soleil reparaît. On peut alors voir des nuages qui, malgré le vent, demeurent indéfiniment attachés au flanc de la montagne. Celle-c est mouillée, moins refroidie que l'air par le changement de direction du vent, et chauffée par le soleil; elle émet, presque à saturation, de la vapeur qui se condense aussitôt pour donner un nuage adhérant au sol à son origine et que le vent allonge puis dissipe à une certaine distance.

On observe l'inverse lorsqu'un courant d'air relativement chaud et humide passe sur des cimes neigeuses. Au contact de la glace cet air peut atteindre le point de rosée et donner naissance à un panache ou chapeau qui, de même que précédemment, demeure comme fixé à la montagne. On a le même phénomène en exposant à l'air un vase contenant un mélange réfrigérant; le long des parois de ce vase on voit tomber une sorte de fumée dont l'origine est évidente. L'expérience réussit parfois avec un simple bloc de glace.

La formation de certains autres nuages peut aussi s'expliquer très simplement : par exemple celle des *nuages étrangers* de Beccaria, ou *nuages coureurs* de Lamarck, appelés encore *fracto-nimbus*, et qu'un peu avant une averse on voit courir sous un cumulus. Leur vitesse est, en réalité, probablement voisine de celle du nuage principal, mais la face inférieure de celui-ci, uniformisée par la pluie déjà formée, n'offre pas de repère pour l'œil, d'où l'illusion de son immobilité. Vraisemblablement ces *fracto-nimbus* résultent d'une condensation provoquée par la pluie; comme leur altitude est de quelques centaines de mètres et que les gouttes d'eau ne peuvent tomber dans l'air avec une vitesse supérieure à 8^{m} par seconde, l'apparition de ces nuages doit précéder (de 40 secondes au moins pour 320^{m}) l'arrivée de la pluie au sol, tout en annonçant que celle-ci est imminente, conformément à l'observation.

Parmi les nuages de forme particulière je citerai encore les *stratus*, que souvent l'on considère comme des brouillards élevés; voici, à ce sujet, ce que j'ai bien des fois observé : lorsqu'à la fin d'une journée fertile en cumulus l'atmosphère se calme et que tous les mouvements ascendants prennent fin, ces cumulus s'étendent peu à peu en

bandes horizontales, c'est-à-dire en stratus qui apparaissent ainsi comme étant des cumulus dégénérés. On reproduit ce même phénomène en injectant, pendant un court instant, de la fumée dans un air tranquille. Au début, la masse d'air en mouvement se présente sous sa forme normale de volutes comme dans un cumulus; mais, quand le mouvement s'est arrêté, cette fumée, qui est l'analogue d'un nuage, s'étale bientôt en une nappe horizontale qui est la représentation évidente du stratus auquel doit aboutir le cumulus dans lequel toute activité a disparu.

NAVIGATION. — *Comment notre commerce maritime pourra s'étendre, désormais, à son profit, jusque dans les eaux coloniales françaises et étrangères.* Note de M. **F.-E. Fournier**.

1. Ce progrès a été réalisé, grâce à l'initiative qu'a prise *l'éminent ministre actuel de notre marine M. Georges Leygues*, d'obtenir les crédits nécessaires à la *construction* d'une *flottille spéciale* de *croiseurs* d'un *très petit tonnage* qu'il dota pour cela des caractéristiques suivantes.

2. *Déplacement*, 2000 tonnes; *puissance*, 3000 CV, avec deux moteurs *Diesel;* vitesse correspondante, prévue, 15,5 nœuds. *Rayon d'action*, à 10 nœuds, 9000 *milles*.

Armement : trois canons de $138^{mm},6$, à tir rapide; quatre canons de 37^{mm}, contre avions; et 6 mitrailleuses.

3. Mais, après que ces croiseurs furent construits, on s'aperçut qu'ils avaient acquis, en outre, une autre qualité *inattendue*, grâce encore à leur tonnage *extrêmement petit :* car, lorsqu'ils se transportaient, *en mer libre* et *calme*, leur translation avait pour effet utile d'incliner leur plan de flottaison sur l'horizon, de façon à faire *émerger son extrémité antérieure*, en diminuant, en conséquence, la résistance de l'eau à cette translation, à *toutes les vitesses* que leurs caractéristiques, qu'on vient de définir, leur permettaient d'atteindre.

Ainsi se trouve créée *une nouvelle petite carène*, à la silhouette élégante, appropriée aussi avantageusement à sa translation en *mer libre et calme* qu'à sa pénétration jusque dans les eaux resserrées des colonies françaises et étrangères pour y étendre, efficacement, notre commerce maritime.

CORRESPONDANCE.

Sir **Robert Hadfield** adresse un télégramme de condoléances à l'occasion de la mort de M. le Maréchal *Foch*.

Sir **Joseph Larmor** fait hommage des deux volumes de ses *Mathematical and Physical Papers*.

M. **Aug. Lameere** fait hommage de son *Précis de Zoologie*. Tome I. *La cellule. L'espèce. Les Protozoaires. Caractères fondamentaux des Métazoaires. Les Spongiaires. Les Cœlentérés*, et des Tomes I, fascicules 1 et 2, et II, fascicule 1, du *Recueil de l'Institut zoologique Torley-Rousseau* dirigé par lui, suite des *Annales de Biologie lacustre*.

M. le **Ministre du Commerce et de l'Industrie** demande l'avis de l'Académie sur diverses mesures envisagées pour la protection des dépôts d'hydrocarbures contre la foudre.

GÉOMÉTRIE. — *Il y a trois espaces distincts et trois seulement : Euclide, Riemann et Cartan.* Note de M. **Alex. Véronnet**, transmise par M. P. Appell.

J'ai montré dans une Note précédente sur l'*Extension du calcul vectoriel à l'Analyse et au Calcul tensoriel* (*Comptes rendus* 182, 1926, p. 1368) l'intérêt qu'il pouvait y avoir à introduire dans les formules mathématiques la considération des *unités* de mesure, unités qui correspondent aux *directions* d'axe en géométrie, les unités de mesures indépendantes correspondant aux variables indépendantes et aux axes rectangulaires. On peut étendre ces considérations aux espaces plus généraux étudiés par M. Cartan.

Soit une multiplicité quelconque, où chaque point P est défini par un ensemble de variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$. On peut représenter le point P, ou cet ensemble de variables par le vecteur $r(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, qui n'est analytiquement qu'un *symbole commode*. Un point voisin P' sera défini par l'élément linéaire PP', lequel sera exprimé analytiquement par les relations

$$(1) \qquad PP' = dr = \Sigma_i \frac{\partial r}{\partial x_i} dx_i = \Sigma_i \xi_i dx_i, \qquad \xi_i = \frac{\partial r}{\partial x_i} \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta r}{\Delta x_i}.$$

Ses ξ_i ainsi définis, comme dérivées partielles ou rapports d'éléments finis, sont des vecteurs unités, les unités de mesure, qui servent à exprimer à leur tour la valeur des éléments au point P, ou les directions d'axes, qui définissent les composantes. Elles définissent ainsi la nature de l'espace au point P, et autour de ce point.

Parcourons un circuit fermé C aux environs du point P, pour revenir au même point. La variation du vecteur r et des unités ξ_i nous est donnée par la formule d'Ampère et de Stokes

$$(2)\qquad r - r_0 = \int_C \xi_i\, dx_i = \int\int_S \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} - \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i}\right) dx_i\, dx_k,$$

$$(3)\qquad \xi_l - \xi_{l0} = \int_C \frac{\partial \xi_l}{\partial x_k}\, dx_k = \int\int_S \left(\frac{\partial^2 \xi_l}{\partial x_k \partial x_l} - \frac{\partial^2 \xi_l}{\partial x_l \partial x_k}\right) dx_k\, dx_l.$$

Il faut donner à i et k dans la première formule, à k et e dans la seconde, toutes les valeurs de 1 à n. La parenthèse de (2) représente le vecteur de Cartan V_{ik}, dont les $\frac{1}{2}n(n+1)$ composantes constituent les éléments du tenseur de Cartan. De même la parenthèse de (3) est le vecteur de Riemann V_{ikl}, dont les composantes donnent les éléments du tenseur de Riemann.

Si les deux vecteurs V_{ik} et V_{ikl} sont nuls partout, le vecteur r et les unités ξ_i reprennent la même valeur au même point. On a l'espace d'Euclide. Si V_{ik} est nul, sans que V_{ikl} le soit, on a l'espace de Riemann. Alors les unités de mesure ξ_i ne reprennent pas la même valeur au même point, sauf dans le cas d'un déplacement parallèle, c'est-à-dire suivant les géodésiques. En général leur variation dépendra du chemin suivi d'après (3). Enfin si aucun des deux vecteurs n'est nul, on a l'espace de Cartan, où l'on ne retrouverait la même valeur, ni pour les unités de mesures, ni pour les variables x_i ou r.

Or V_{ik} nul exprime que l'élément PP' ou dr est une différentielle exacte. C'est la condition d'existence mathématique de r, dont les unités de mesure ξ_i sont alors les dérivées partielles. Nous ne pouvons pas définir une condition mathématique, logique, plus simple que celle-ci pour exprimer les relations des variables x_i. Si elle n'est pas réalisée, nous aurons bien la multiplicité la plus générale qu'il nous soit possible, non seulement d'imaginer, mais de définir mathématiquement et logiquement. Le calcul tensoriel ou des espaces de Riemann posait comme évident V_{ik} nul. C'était le postulat de Riemann.

Ces trois multiplicités ainsi définies forment trois groupes distincts, car

on démontre que toute transformation des n variables x_i, en un système quelconque de n autres variables y_i, conserve V_{ik} et V_{ikl} nuls, s'ils le sont déjà. La transformation redonne donc une transformation du même groupe.

D'autre part en transformant les n variables x_i en un système de $\frac{1}{2}n(n+1)$ autres variables y_i, on peut annuler V_{ik} ou V_{ikl}, c'est-à-dire les parenthèses de (2) et (3), et transformer ainsi l'espace de Cartan en un espace de Riemann et celui-ci en un espace d'Euclide. Les surfaces de Cartan à deux dimensions ne sont représentables que dans un espace d'Euclide à six dimensions, donc pas représentables pour nous.

On démontre encore que, dans l'espace d'Euclide, on peut toujours trouver une transformation telle que l'on ait $d\xi_i = 0$. Les unités de mesure sont constantes, les lignes de coordonnées sont des droites. Dans l'espace de Riemann, on aura de même $d^2\xi_i = 0$, On peut toujours ramener les unités à varier d'une manière constante, les lignes de coordonnées à avoir une courbure constante, sans torsion. Dans l'espace de Cartan on aurait $d^3\xi_i = 0$. On peut ramener les lignes de coordonnées à une torsion constante.

Les lignes de coordonnées fondamentales, ou multiplicités linéaires, des trois espaces sont donc la droite, la courbe plane et la courbe gauche. La considération du ds^2 algébrique en calcul tensoriel, au lieu du dr vectoriel, ne permettait pas d'établir ce résultat, car la formule $\frac{1}{2}n(n+1)$ n'était plus applicable pour $n = 1$.

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX. — *Le flambement des voûtes par une seule demi-onde est-il possible ?* Note de M. **R. Chambaud**, présentée par M. Mesnager.

Considérons une voûte quelconque, raidie ou non par des nervures longitudinales, et faisons croître progressivement l'intensité de la charge qui agit sur elle, cette charge étant supposée répartie suivant la loi du funiculaire. La flèche de la voûte diminuera par suite de la déformation élastique. Cherchons à exprimer pour chaque position d'équilibre élastique l'intensité de la charge en fonction de la déformation, c'est-à-dire de la flèche correspondante. Ce sera bien entendu un calcul dans lequel nous n'aurons pas le droit de confondre la fibre moyenne initiale avec la fibre moyenne déformée; au contraire, nous tiendrons compte de la position réelle à chaque instant. Nous supposerons enfin que le phénomène reste élastique aussi longtemps qu'il le faudra, et que les culées sont parfaitement rigides.

Ecrivons alors la condition qui annule la dérivée de la charge par rapport à la déformation. Elle définit, quand elle peut être satisfaite, une charge critique de flambement par une seule demi-onde.

Pour les voûtes à trois articulations, il existera toujours une telle charge critique, car l'intensité de la charge étant nulle au départ ainsi qu'au moment où la fibre moyenne devient rectiligne, passera nécessairement par un maximum pour une position intermédiaire. Et si les deux demi-voûtes ont la forme de fuseaux assez épais, cette charge critique pourra se trouver inférieure à celle qui produit le flambement par deux demi-ondes.

Pour les voûtes à deux articulations, la charge critique de flambement par une demi-onde n'existe pas nécessairement. Son existence dépend de la raideur de l'arc : il faut que le rayon de giration ne dépasse pas une certaine fraction (la moitié environ) de la flèche finale. D'autre part, pour que cette charge critique soit inférieure à celle du flambement par deux demi-ondes, il faut que la raideur de l'arc soit suffisante, de sorte que finalement le phénomène ne peut se produire, même théoriquement, que dans des limites d'épaisseur de la voûte assez étroitement définies.

Pour les voûtes encastrées, les conditions sont encore plus restrictives.

Dans tous les cas on trouve que le flambement par une demi-onde ne peut avoir lieu avant que la voûte n'ait perdu, par raccourcissement élastique, une notable partie de sa flèche initiale, la moitié par exemple, ou même davantage. C'est assez dire qu'avec les matériaux usuels (pour lesquels la limite élastique n'est guère que la millième partie du coefficient d'élasticité), la rupture par simple écrasement de la matière surviendrait bien avant une telle déformation. Le phénomène ne pourrait donc effectivement s'observer qu'avec une matière jouissant de propriétés élastiques analogues à celles du caoutchouc par exemple, nous voulons dire pour laquelle la limite élastique ne serait pas très petite par rapport au coefficient d'élasticité. Un bois très résistant, un béton très fretté ou des aciers spéciaux à très haute limite élastique s'en rapprocheraient à la rigueur, encore exigeraient-ils des surbaissements tout à fait inusités, de sorte que le flambement des voûtes par une demi-onde peut être considéré comme physiquement impossible dans tous les cas pratiquement observables.

Donnons un exemple numérique propre à fixer les ordres de grandeur : une voûte en béton fretté à trois articulations, ayant une flèche égale au trentième de la portée, c'est-à-dire moins de la moitié des flèches usuelles, et présentant dans la section des reins un rayon de giration de l'ordre du cent-vingtième de la portée, flamberait par une seule demi-onde sous une charge correspondant à une compression longitudinale de 250 kg/cm^2

environ. A ce moment la voûte aurait perdu, par déformation élastique, quelque quarante centièmes de sa flèche initiale. Dans les mêmes conditions le flambement par deux demi-ondes aurait exigé une compression de l'ordre de 350 kg/cm², pouvant elle-même, si le frettage est suffisant, se trouver inférieure à celle qui produirait l'écrasement de la matière.

On voit combien nous sommes loin des cas susceptibles de se présenter dans l'art de l'ingénieur; nous avons dû, pour cet exemple numérique, imaginer une voûte tout à fait hors des proportions de la pratique comme surbaissement. Le seul flambement réellement redoutable dans les voûtes survient par deux demi-ondes, avec inversion à la clé du sens de la déformation. Il correspond, comme il est bien connu, à une déformation sans changement de longueur.

THERMODYNAMIQUE APPLIQUÉE. — *Diagrammes et nomogrammes.* Note de M. **J.-H. Coblyn**, présentée par M. d'Ocagne.

Il est d'usage, dans les calculs thermodynamiques, d'assimiler un fluide à un gaz parfait, c'est-à-dire d'employer la relation ($pv = \mathrm{RT}$) qui lie la pression p, le volume spécifique v et la température absolue T, la constante R étant déterminée par le poids moléculaire M (MR est une constante universelle). Une détente adiabatique est régie par la loi de Laplace ($pv^{\frac{C}{c}} = \text{const.}$) en supposant la constance du rapport des chaleurs spécifiques principales $\left(\frac{C}{c} = \gamma\right)$. Cette relation entre p et v, combinée avec l'équation d'état ($pv = \mathrm{RT}$), établit une correspondance entre p, v et T.

On suppose qu'une détente quelconque, reliant deux états déterminés, est régie par la formule polystatique ($pv^n = \text{const.}$), n étant un exposant constant, dont la valeur peut varier entre γ (détente adiabatique) et 1 (détente isotherme).

Les simplifications précédentes offrent l'avantage de s'exprimer par des formules monomes faciles à calculer au moyen d'une règle à calculs ou d'une table de logarithmes. Malheureusement, on a le plus souvent affaire à une vapeur faiblement surchauffée et les approximations qui précèdent sont trop grossières pour donner des résultats utilisables. Il est bien préférable de faire usage de deux genres d'instruments graphiques :

1° Pour les avant-projets, de nomogrammes à points alignés s'appuyant sur cette particularité que, pour tous les fluides, l'équation d'état est très

sensiblement une équation linéaire en T et p,

$$(1) \qquad Ap = V'_1 T - V'_2,$$

V'_1 et V'_2 étant des fonctions du volume et A l'équivalent calorifique de l'unité de travail. On a intérêt à prendre comme unité de volume, non plus le volume spécifique, mais le volume moléculaire V. On démontre facilement que l'entropie et l'énergie interne moléculaires sont des fonctions à variables séparées :

$$(3) \qquad MS = T'_1 + V_1$$

$$(4) \qquad MU = (T'_1 T - T_1) + V_2$$

où S et U représentent l'entropie et l'énergie interne spécifiques, et où T_1 est une fonction de T seulement, indépendante de l'équation d'état (2). On vérifie facilement les relations (3) et (4) en formant d'après elles la fonction H de Massieu, exprimée en T et V,

$$(5) \qquad MH = M(ST - U) = V_1 T + T_1 - V_2.$$

Ses dérivées partielles sont, d'une part Ap par rapport à V, d'autre part MS par rapport à T. On a en outre

$$(6) \qquad Mc = T''_1 T.$$

Cette dernière formule est, d'après les données numériques de Langen, linéaire et de la forme $aT + b$, a étant presque une constante universelle. C'est la raison pour laquelle il faut considérer les fonctions moléculaires et non spécifiques.

Les relations (3) et (4) sont exprimables par des nomogrammes à échelles rectilignes parallèles. De l'énergie interne U, on déduira facilement le potentiel thermodynamique $U + ApV$, si utile pour la détermination des chaleurs totales (à pression constante) et pour les écoulements des fluides. On pourra construire directement le nomogramme d'un mélange gazeux, grâce à la fonction de Massieu (5). En considérant les nombres n_1, n_2, etc., de molécules-kilogrammes des constituants et V leur volume total, on a, s'il n'y a pas contraction, l'équation différentielle,

$$Mn\,dH = Ap\,dV + MnS\,dT,$$

qui exprime l'additivité des fonctions MnH.

2° Pour les projets définitifs, les calculs précédents pourront être cor-

rigés en utilisant des diagrammes dont la construction est facilitée par l'observation suivante. Si l'équation d'état correspondait rigoureusement à la formule (2), le réseau isotherme du diagramme de Gibbs (SV) s'obtiendrait, d'après l'équation (3), par la translation de la courbe $MS = V_1 + \text{const}$.

De même, le réseau isométrique (volume constant), sur le diagramme entropique, résultera de la translation de la courbe : $MS = T'_1 + \text{const}$. En réalité, ces réseaux seront presque parallèles et s'obtiendront ainsi : on établit, d'après les données numériques, le diagramme Tp; on considère l'inverse m du coefficient angulaire d'une isométrique, soit $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$. On construit un diagramme auxiliaire (m, v) sur lequel on représente le réseau isotherme.

Une courbe de ce réseau est la courbe intégrale de l'isotherme du diagramme de Gibbs, car

$$T.dS = C.dT + ATm.dV.$$

Plus exactement, on portera en abscisses non plus V, mais AV.

Dans le cas de l'équation (2), m n'est autre que $\frac{V'_1}{A}$, le réseau isotherme du diagramme auxiliaire se réduit à une simple courbe; dans le cas général, ce réseau formera une bande très étroite.

Il est commode de donner à l'épure la forme d'un diagramme en croix de Boulvin, en disposant dans l'angle supérieur droit le diagramme Tp, dans l'angle inférieur droit le diagramme auxiliaire (m, AV), dans l'angle inférieur gauche le diagramme de Gibbs. En deux points correspondants, l'isométrique du diagramme Tp et l'isotherme du diagramme de Gibbs ont même coefficient angulaire. Alors, l'angle supérieur gauche donne le diagramme entropique directement par des lignes de rappel. On le complétera en traçant le réseau isobare grâce à la correspondance des variables T, v et p du diagramme Tp. C'est le diagramme entropique qui sera seul utilisé par les ingénieurs, concurremment avec le diagramme de Mollier, dont les variables indépendantes sont S et $U + ApV$.

PHYSIQUE. — *Mesure de la tension interfaciale entre les huiles minérales et les solutions aqueuses. Influence du temps et du* pH. Note [1] de MM. **H. Weiss** et **E. Vellinger**, présentée par M. A. Rateau.

La tension interfaciale d'un système huile minérale-solution aqueuse d'électrolytes dépend d'un certain nombre de facteurs. Nous examinerons dans cette Note l'évolution de la tension en fonction du temps et les variations en fonction du pH et de la composition de la phase aqueuse.

Technique. — La mesure de la tension interfaciale a été faite au tensiomètre de Lecomte du Noüy [2]. Pour éviter des erreurs grossières il est indispensable d'éliminer les contaminations de l'intersurface. A cet effet, on opère de la manière suivante : un petit bécher avec lequel on fait les mesures est soigneusement dégraissé et rempli jusqu'au bord avec la solution aqueuse qui doit servir dans l'expérience. Après quelques minutes de repos on décante rapidement la moitié du contenu du bécher. Cette opération a pour but d'éliminer la plus grande partie des impuretés superficielles. Si la tension superficielle reste, malgré ces précautions, inférieure à 73 dynes, on continue le nettoyage en prélevant des éléments de surface avec un anneau en platine préalablement rougi à la flamme. La surface propre ainsi obtenue est recouverte aussitôt d'une couche d'huile de 1^{cm} environ et l'on commence la mesure en fonction du temps; le temps zéro étant compté à partir du moment où les deux phases sont mises en contact.

Les variations du pH de la phase aqueuse sont obtenues avec un tampon universel qui se compose d'un mélange des tampons biphtalate, phosphate et borate de Clark et Lubs. Le pH de chaque tampon est vérifié à l'électrode à hydrogène.

Évolution de la tension interfaciale en fonction du temps. — La tension interfaciale de toutes les huiles subit en fonction du temps une évolution. Cette évolution dépend du pH de la phase aqueuse, du degré de raffinage de l'huile ou de son degré d'altération. L'évolution est d'autant plus importante que le pH est plus élevé comme le montre l'exemple de la figure 2. Elle se poursuit durant de longues heures et rend dans ces conditions les valeurs finales de la tension interfaciale incertaines. Nous avons préféré prendre les valeurs initiales en extrapolant toutes nos mesures au temps zéro. D'ailleurs cette correction n'est jamais supérieure à quelques unités de la première décimale pour les pH bas.

---

(1) Séance du 18 mars 1929.

(2) P. Lecomte du Noüy, *Surface equilibria of biological and organic Colloids* (New-York, 1926).

La tension interfaciale en fonction du pH *et de la composition du tampon.* — Si l'on porte la tension interfaciale d'une série d'huiles en fonction du pH de la phase aqueuse, on remarque que les courbes ainsi obtenues peuvent prendre deux formes caractéristiques :

1° Une forme de courbes sensiblement parallèle à l'axe des pH pris comme abscisses et présentant des sinuosités de faibles amplitudes (courbe A de la figure 1).

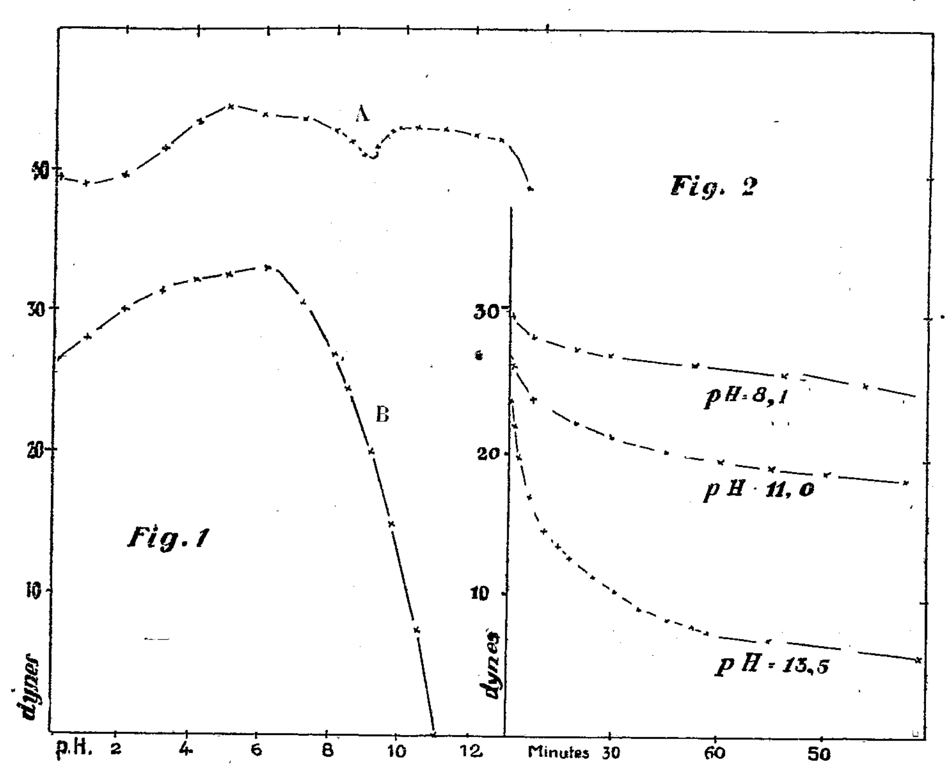


Fig. 1. — Courbes des tensions interfaciales entre les huiles minérales et les solutions aqueuses en fonction du pH.

Fig. 2. — Variations en fonction du temps des tensions interfaciales entre les huiles minérales et les solutions aqueuses pour divers pH.

2° Une forme de courbes dont l'extrémité correspondant aux forts pH plonge rapidement vers l'axe des pH (courbe B de la figure 1).

En comparant une série de courbes entre elles, on constate qu'il existe une certaine parenté entre les sinuosités que présentent ces courbes. Les courbes de la première catégorie ont généralement deux maximum situés à pH = 6 et pH = 11. Si l'on fait des mesures de tension interfaciale avec

de l'eau distillée dont on fait varier le pH avec de l'acide chlorhydrique, de la soude ou du bicarbonate, on remarque que ces sinuosités des courbes de la première catégorie font défaut. Il s'ensuit donc que la composition du tampon influe notablement sur la forme des courbes obtenues.

Nous avons examiné sur une même huile séparément et pour toute l'étendue de l'échelon des pH les tampons rentrant dans la composition du tampon universel dans les expériences précédentes. L'influence de ces tampons est très différente. C'est ainsi que le borate donne sensiblement une droite parallèle à l'axe des pH, avec une chute aux deux extrémités de l'échelle des pH. La courbe du biphtalate présente un plateau analogue à celui observé dans le cas du tampon borate et qui s'étend de pH 6 à pH 10. Dans les pH inférieurs à 6 la courbe plonge rapidement vers l'axe des abscisses et pour les pH supérieurs à 10 on observe un maximum situé à pH 12 environ. Enfin pour le tampon phosphate on obtient trois maximum.

Il ressort de ce qui précède que la tension interfaciale d'un système huile minérale-solution aqueuse d'électrolytes ne dépend pas seulement du pH de la phase aqueuse, mais aussi de la nature des électrolytes utilisés. Mais les variations dues à la nature des électrolytes sont négligeables en première approximation devant celles apportées par les variations du pH.

PHOSPHORESCENCE. — *Sur l'influence de l'acide borique sur la phosphorescence des sulfures de zinc préparés par la méthode de l'explosion.* Note de M. **F. Prevet**, présentée par M. Jean Perrin.

On sait que lors de la préparation du sulfure de zinc phosphorescent par réaction explosive directe entre le soufre et le zinc, on peut incorporer au mélange, avant explosion, des corps quelconques en vue d'en étudier l'influence éventuelle sur la phosphorescence [1].

J'ai observé que l'incorporation d'une dose importante d'acide borique fondu pulvérisé communiquait à la phosphorescence du sulfure de zinc à phosphorogène cuivre des qualités particulièrement avantageuses.

Action sur l'aspect physique de la réaction. — L'incorporation de l'acide borique diminue la violence de la réaction, mais nettement moins que les autres substances : alors qu'en règle générale il est difficile de dépasser 10 pour 100 de substance inerte, on peut aller au delà de 20 pour 100 d'acide

---

(1) Voir R. Coustal et F. Prevet, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 703.

borique. (Il faut alors amorcer la réaction par la combustion d'un peu de phosphore blanc, ou par l'explosion d'une petite masse de mélange zinc-soufre sans acide borique.)

On obtient un sulfure d'autant plus dur que la quantité d'acide borique est plus forte : au-dessus de 10 pour 100 la masse se prend en un bloc assez difficile à pulvériser.

Action sur l'inaltérabilité du sulfure. — Contrairement aux sulfures préparés sans acide borique, le sulfure à 5 pour 100 ou plus d'acide borique est inaltérable à l'air et à l'humidité : après plusieurs jours de séjour dans l'eau, un tel sulfure a conservé ses propriétés.

Action sur l'intensité de la phosphorescence. — Si l'on prépare une série de produits à concentration croissante en acide borique, on observe un accroissement considérable de la luminosité des produits pour une dose d'acide borique comprise entre 5 pour 100 et 20 pour 100, la dose optima dépendant d'ailleurs de la finesse des grains d'acide borique. L'intensité peut ainsi être augmentée dans le rapport de 1 à 4.

Action sur la persistance de la phosphorescence. — La loi de décroissance de la phosphorescence des sulfures préparés par explosion après incorporation d'acide borique, a été étudiée à l'aide du phosphoromètre de Coustal [1].

Il y a un optimum très net pour une proportion d'acide borique un peu supérieure à celle qui correspond à l'optimum de phosphorescence initiale.

Dans le cas de cet optimum, la persistance s'est trouvée légèrement meilleure que celle des meilleurs produits du commerce.

OPTIQUE. — *Étude de l'absorption d'un échantillon de sel gemme bleu.* Note [2] de M. **Pierre Leroux**, présentée par M. A. Cotton.

Je me suis proposé d'étudier la variation de l'absorption d'un échantillon de sel gemme bleu en fonction de la longueur d'onde et en fonction de la température. L'appareil employé est celui qui m'a déjà servi dans de précédentes recherches [3]. Les lames étudiées proviennent d'un échantillon de sel gemme bleu de Strassfurt, leur coloration examinée à la loupe sur des

---

[1] Voir R. Coustal, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 326.

[2] Séance du 11 mars 1929.

[3] *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1456; *Journal de Physique*, 9, 1928, p. 142.

lames peu épaisses, se présente sous la forme d'un nuage bleu [1]. Ces lames ont été obtenues par clivage, la dureté du sel gemme étant faible (2,5 à l'échelle de Mohs), des précautions ont été prises pour éviter de les rayer; en particulier, elles n'ont jamais été touchées ni essuyées à l'endroit traversé par la lumière et la mesure de l'épaisseur a été faite au palmer tout autour de la partie de la lame placée devant le diaphragme.

Les mesures ont porté sur le coefficient d'absorption K. On a admis comme valeur moyenne du pouvoir réflecteur R (nécessaire pour calculer K), dans les limites des radiations étudiées R = 0,045.

Voici les valeurs de K obtenues avec une lame d'épaisseur $l = 0^{cm},107$ à la température de 18°.

λ en Å.....	3655	4046	4358	4916	5460	5769 / 5790
K.........	2,47	2,24	2,26	2,45	4,52	6,45

Ces valeurs varient un peu avec les lames étudiées (surtout pour les plus grandes longueurs d'onde) mais l'allure de la courbe reste la même et indique un minimum d'absorption dans le violet indigo.

L'échantillon de sel gemme a été ensuite étudié à diverses températures avec l'appareil déjà décrit [2].

Jusqu'à 200° les valeurs de K restent constantes pour les radiations étudiées. Vers 200-220° on constate une diminution rapide de l'absorption.

Voici les valeurs obtenues avec la lame d'épaisseur $l = 0^{cm},107$ après chauffage à 220° et refroidissement à 18°. La décoloration n'est pas complète, on voit encore à l'œil une teinte légèrement bleutée :

λ en Å..........	3655	4046	4358	4916	5460	5769 / 5790
K..............	1,10	1,31	1,27	0,80	0,82	0,99

La précision des mesures ne permet pas de déterminer avec certitude si la diminution de l'absorption se produit à la même température pour toutes les longueurs d'onde. On peut seulement affirmer que la durée du chauffage intervient et que *le minimum d'absorption se déplace vers les grandes longueurs d'onde*.

(1) Cette coloration est due à des particules visibles à l'ultramicroscope (Cotton et Mouton, *Les ultramicroscopes, les objets ultramicroscopiques*, p. 68). Le diaphragme de l'appareil employé ayant seulement 3mm de diamètre, on a trouvé facilement des lames ayant une coloration uniforme pour cette dimension.

(2) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 338; *Journal de Physique*, **9**, 1928, p. 365-377.

Après un nouveau chauffage à 250°, la lame ne présente plus à l'œil aucune coloration.

On trouve alors :

λ en Å	3655	4046	4358	4916	5460	5769 / 5790
K	0,67	0,67	0,64	0,13	0,32	0,22

Il s'est encore produit une diminution de l'absorption.

La température de décoloration trouvée concorde avec celle donnée par Przibram et Mlle Belar (¹) qui indiquent 200-250°. D'autre part, Przibram (²) en étudiant l'action de la compression sur le sel gemme trouve que l'influence de la pression disparaît par un chauffage à 200° environ. Il semble donc bien qu'il se produit déjà une modification au voisinage de 200°.

On a ensuite choisi dans le bloc de sel gemme étudié une lame de clivage ne présentant à l'œil aucune coloration dans la région qui doit être placée devant le diaphragme (une coloration existe cependant sur l'un des bords de la lame).

Cette lame d'épaisseur $l = 0^{cm},985$ donne à 18° :

λ en Å	3655	4046	4358	4916	5460	5769 / 5790
K	2,33	2,11	2,14	1,38	1,19	2,44

Cette lame a été ensuite chauffée jusqu'à ce que la coloration bleue qui existe sur l'un des bords disparaisse complètement; on trouve, après refroidissement à 18° :

λ en Å	3655	4046	4358	4916	5460	5769 / 5790
K	0,67	0,54	0,65	0,13	0,22	0,13

On voit que, avant chauffage, la lame bleue et la lame incolore provenant du même échantillon donnent sensiblement la même absorption jusqu'à la radiation 4358 Å; la différence devenant par contre très importante pour les plus grandes longueurs d'onde.

L'augmentation rapide de l'absorption avec la longueur d'onde qui existe dans un échantillon bleu même pour les parties de l'échantillon qui à l'œil

(¹) PRZIBRAM et Mlle BELAR, *Anzeiger der Akad. der Wiss. in Wien*, 16, 1923, p. 120.

(²) PRZIBRAM, *Coloration du sel gemme comprimé* (*Wien. Ber.*, 136, 1927, p. 43-56).

ne semblent pas colorées est en accord avec les expériences de Zebert [1]. Celui-ci en faisant agir les rayons β et γ sur du sel gemme blanc (ce qui le colore en bleu) constate une augmentation irréversible de l'absorption, pour les grandes longueurs d'onde, même pour une dose de rayons insuffisante pour produire un bleuissement visible.

PHYSIQUE. — *Élargissement et déplacement des raies spectrales par diffusion moléculaire*. Note de MM. **Jean Cabannes** et **Pierre Salvaire**, présentée par M. Ch. Fabry.

L'un de nous a déjà montré [2], à l'aine d'un étalon interférentiel Perot et Fabry, que la radiation 4358 Å du mercure était élargie dissymétriquement par diffusion moléculaire au sein d'un gaz (butane) à la pression atmosphérique. L'élargissement atteignait 0,04 Å environ et le déplacement apparent *vers le rouge* 0,01 Å. Les anneaux d'interférence étaient encore visibles avec un étalon ayant 10^{mm} d'épaisseur. Dans le cas des liquides un étalon de cette épaisseur ne donne pas d'anneaux, preuve d'un élargissement plus considérable.

Nous avons donc étudié la lumière diffusée latéralement par les liquides avec un étalon d'épaisseur moitié moindre. On obtient alors de beaux anneaux avec la vibration I (normale au rayon incident); on n'en obtient pas avec la vibration *i* (parallèle à l'incident). Il en résulte que les fluctuations en orientation des molécules anisotropes donnent par diffusion une raie plus large que les fluctuations en densité; mais la radiation qui provient des fluctuations en densité est cependant élargie elle aussi (élargissement $< 0,1$ Å) et déplacée vers le rouge. Ce déplacement vaut 0,05 Å environ et varie peu d'un liquide à l'autre :

Alcool méthylique	$\Delta\lambda = 0,065$ Å	Cyclohexane.....	$\Delta\lambda = 0,060$ Å
» éthylique.........	0,050	Benzène.........	0,035
» propylique normal.	0,070		
Acide acétique..........	0,055	PBr^3............	0,055

Nous trouvons là un effet comparable à l'effet Compton, bien qu'il paraisse avoir une origine différente.

---

(1) Zebert, *Wien. Ber.*, 136, 1927, p. 337-355.
(2) J. Cabannes et P. Daure, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1533.

Ces changements ne doivent pas être confondus avec l'apparition déjà signalée ([1]), dans la lumière diffusée, d'un spectre continu, sur un intervalle de 50 Å environ de part et d'autre de la radiation fondamentale ([2]).

L'intensité totale de la lumière dans ce spectre, qui n'atteint pas un dixième de l'intensité de la raie fondamentale, ne gêne pas l'observation des anneaux d'interférence.

Le déplacement vers le rouge s'observe aussi dans la lumière diffusée par les solides vitreux ([3]).

Peut-être faut-il rattacher au phénomène que nous venons de décrire un autre fait, observé sur les spectres de diffusion obtenus par Daure. Dans les liquides les radiations secondaires sont en général assez larges et difficiles à repérer avec précision; mais elles sont souvent plus fines dans les cristaux. Aussi avons-nous pu mesurer avec précision certaines raies secondaires du quartz et du spath en les comparant aux raies les plus voisines de l'arc au fer; nous avons observé que les raies positives et négatives correspondantes n'étaient pas exactement symétriques par rapport à la raie fondamentale. On trouve, par exemple :

Spath	$n = -156,7 \pm 0,5$ cm^{-1}	$n = -283,2 \pm 0,5$ cm^{-1}
	$+153,9 \pm 0,5$	$+279,7 \pm 0,5$
Quartz		$n = -128,5 \pm 0,5$ cm^{-1}
		$+127,5 \pm 0,5$

([1]) *Loc. cit.*

([2]) Lorsque nous avons trouvé, Daure et l'un de nous, ce spectre continu, nous l'avons donné comme symétrique par rapport à la raie fondamentale. Raman (*Indian Journal of Physics*, 4, 1928, p. 399), puis Gerlach (*Annalen der Physik*, 3, 1929, p. 301) ont montré plus tard qu'en réalité il s'étendait davantage vers les grandes longueurs d'onde. L'élargissement vers les grandes longueurs d'onde dépasserait de quelques angströms l'élargissement vers les petites.

([3]) Il faut opposer aux résultats décrits dans cette Note d'importantes expériences de Rocard et Bogros (*Journal de Physique*, 9, 1928, p. 105) qui n'ont obtenu, dans la lumière d'opalescence critique, ni élargissement ni déplacement. Même résultat négatif avec la lumière de résonance de la vapeur de sodium.

PHYSIQUE. — *Analyse électronique : maille des oxydes de magnésium, zinc et cadmium. La loi de Louis de Broglie.* Note de M. **M. Ponte**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans une Note précédente, j'ai donné une méthode de diffraction des électrons par des poudres cristallines, appliquée à l'oxyde de zinc [1]. La même méthode a été employée avec succès pour les oxydes de magnésium et de cadmium, déposés sur des diaphragmes minces en forme de fente; les électrons utilisés avaient des vitesses de 16670 ou de 10870 volts, les mesures des dimensions de la maille pouvant s'effectuer à 1 pour 100. J'ai trouvé, par application des lois de Bragg et de Louis de Broglie :

	V (volts).			Densité
	16670	10870	Moyenne.	calculée.
a, CdO$[O_h^5]$	4,68	4,69	4,68	8,27
a, MgO$[O_h^5]$	4,18	4,20	4,19	3,62

Pour l'oxyde de magnésium, les diverses déterminations de a par les rayons X sont comprises entre 4,18 et 4,22, la valeur fournie par les tables américaines étant 4,20 [2]; pour l'oxyde de cadmium, elles sont égales à 4,70 et 4,72; cette dernière valeur, admise par les tables en question [2], doit être un peu trop forte.

L'oxyde de magnésium, étudié par les rayons X, présente des particularités intéressantes : la réflexion 111 est très rarement visible sur les radiogrammes de poudres et les réflexions sur les plans à trois indices impairs sont très faibles. Les électrons révèlent un phénomène analogue : l'anneau 111 est visible, quoique très faible, mais les anneaux à trois indices impairs sont absents. L'explication est la même que pour les rayons X : Mg^{++} et O^{--}, dont les amplitudes diffractées sont en opposition de phase pour ces plans, ont pour les ondes associées des pouvoirs réflecteurs voisins (puisqu'ils ont le même nombre d'électrons). Dans ce cas particulier au moins, le facteur de structure joue donc le même rôle, pour les électrons et pour les rayons X.

Divers perfectionnements m'ont permis d'augmenter la précision des

---

(1) M. Ponte, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 244.

(2) *International critical Tables*, 1, 1re édition, 1926, CdO, p. 344; MgO, ZnO, p. 342.

mesures qui ont été reprises sur l'oxyde de zinc (tissus). J'ai vérifié que, pour neuf vitesses comprises entre 15710 et 7980 volts, le produit

$$\lambda_{\text{mesuré}}\sqrt{V}\left(1+\frac{eV}{4m_0c^2}\right),$$

égal à $\frac{h}{\sqrt{2em_0}}$ dans la théorie de Louis de Broglie, est constant à la précision suivante : les valeurs extrêmes ne diffèrent pas de plus de 6 pour 1000 et l'on ne s'écarte pas de la valeur moyenne de plus de 3 pour 1000, ce qui est de l'ordre des erreurs expérimentales. Pour que cette valeur moyenne coïncide avec la valeur de $\frac{h}{\sqrt{2em_0}}$, il faut prendre pour la structure de l'oxyde de zinc :

ZnO (hexagonal, C_{6v}^4) : $a = 3,22$; $c = 5,175$. Densité calculée : 5,77.

Ces dimensions sont inférieures de 1 pour 100 à celles des tables américaines, ce qui dépasse les erreurs de mes expériences, mais elles concordent avec celles que donnent la plupart des auteurs qui les ont déterminées aux rayons X (¹). Les chiffres suivants montrent les résultats obtenus avec ce réseau :

V_{volts}	15710	13480	11150	10190	9770	9610	9490	9230	7980
$\frac{h}{\sqrt{2em_0}}$ (mesuré) $.10^{-4}$..	1,228	1,223	1,221	1,227	1,223	1,224	1,224	1,223	1,225

$\frac{h}{\sqrt{2em_0}}$ (calculé avec les valeure de h, e, m_0 admises actuellement)..... $1,2244.10^{-4}$

J'ai multiplié les mesures autour de $V = 9650$ volts, vitesse à partir de laquelle les électrons excitent les rayons K du zinc du réseau diffractant. A la précision des expériences, il n'y a aucune anomalie dans cette région.

Les mesures précédentes permettent de conclure que, au moins pour les vitesses d'électrons utilisées, l'analyse électronique est *au moins* aussi précise que l'analyse aux rayons X et qu'elle peut être utilisée avec confiance.

(¹) Cf. Mauguin, *La structure des cristaux*, p. 229 : $a = 3,22$; $c = 5,18$.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'effet photo-électrique et le spectre X continu.* Note (¹) de M. E. **Sevin**, présentée par M. d'Ocagne.

Depuis qu'a paru notre ouvrage, *Le temps absolu et l'espace à quatre dimensions*, (²) nous avons été amené à faire diverses applications nouvelles de la théorie de la lumière donnée dans cet ouvrage, notamment en ce qui concerne l'effet photo-électrique et le spectre X continu.

Effet photo-électrique. — Considérons, dans un atome, un électron circulant sur une orbite où sa vitesse est v' et soumettons cet atome à une radiation X de fréquence ν'. La longueur d'onde de cette radiation et le diamètre de l'orbite se trouvant être pratiquement du même ordre de grandeur, pour une orientation déterminée du plan de l'orbite, l'harmonie, entre les deux ondes stationnaires que provoque dans l'éther la force qui détermine les phénomènes gravifiqnes, sera d'autant plus facilement détruite que la fréquence ν' sera plus petite. C'est dire que la diffusion, qui s'amorce, va se trouver d'autant plus intense que les rayons X employés seront plus mous.

Cette diffusion s'opérera naturellement, que $m_0 c^2 \tau_0 \nu'$ soit plus grand ou plus petit que $\frac{1}{2} m_0 v'^2 = W'$. Décrivons le phénomène dans le premier de ces cas. L'électron, étant libéré, tombera sur une trajectoire plus intérieure, où il prendra une vitesse v'' telle que

$$\nu' = \frac{1}{2\tau_0}\left(\frac{v''^2}{c^2} - \frac{v'^2}{c^2}\right),$$

et, aussitôt après y être arrivé, l'énergie, emmagasinée pendant la chute, sera libérée sous forme d'un rayonnement de fréquence ν'. C'est la diffusion sans changement de fréquence.

Au bout d'un certain temps, les perturbations amèneront le plan de l'orbite de l'électron dans une direction sensiblement normale à celle de la radiation X incidente; cette radiation agira alors d'une façon cohérente sur l'électron, qui, se trouvant ainsi en mesure d'absorber, remontera sur sa trajectoire initiale où il reprendra son énergie $-\frac{1}{2} m_0 v'^2$.

(¹) Séance du 18 mars 1929.

(²) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 290.

Le phénomène continuera suivant le même processus. Mais il se trouvera que, de temps à autre, l'électron arrivera, sur sa trajectoire inférieure, dans un plan d'orbite à peu près normal à la direction de la radiation ; il remontera alors sur sa trajectoire supérieure, sans avoir eu le temps de libérer son énergie, et il pourra être expulsé. Soit W son énergie après expulsion

$$W = \frac{1}{2} m_0 v''^2 - \frac{1}{2} m_0 v'^2 - W' = m_0 c^2 \tau_0 \nu' - W' = h\nu' - W'.$$

C'est la loi photo-électrique.

Le spectre X *continu.* — Quand une anticathode est bombardée par des électrons de vitesse v, ceux-ci prennent, en y pénétrant, toutes les vitesses comprises entre v et o. Ils y acquièrent donc toutes les fréquences limitées par $\frac{1}{\tau_0}$ et $\frac{1}{\tau_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ et l'on doit, par suite, observer tous les battements possibles entre

$$0 \quad \text{et} \quad \frac{1}{\tau_0}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) = \frac{1}{2\tau_0}\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2}\frac{m_0 v^2}{m^0 c^2 \tau_0} = \frac{eV}{h}.$$

On retrouve ainsi le spectre X continu et, numériquement, sa fréquence maxima résultant de la loi de Duane et Hunt.

On pourra rapprocher ce résultat de celui obtenu par M. Décombe en s'appuyant sur des conceptions qui diffèrent complètement des nôtres (voir *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1265).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les revenus d'aciers austénitiques.* Note [1] de MM. **André Michel** et **Pierre Benazet**, présentée par M. Léon Guillet.

Certains aciers spéciaux peuvent être rendus austénitiques par trempe à haute température. Si l'on fait subir à ces aciers un revenu, et si l'on suit l'opération au dilatomètre, on constate qu'elle se produit suivant l'un des deux types suivants :

A. A une certaine température, il se produit brusquement une forte dilatation accompagnée d'un grand dégagement de chaleur; le phénomène est souvent visible très nettement à cause d'une vive recalescence. Ensuite, au refroidissement, l'acier qui était à l'état austénitique à forte dilatation, n'a plus qu'un coefficient de contraction bien moindre correspondant à

[1] Séance du 18 mars 1929.

l'état α magnétique. Donc, le phénomène constaté à la température de revenu correspond à la transformation $\gamma \rightarrow \alpha$. La température à laquelle se produit ce phénomène est variable avec la composition de l'acier et, en une certaine mesure, avec la vitesse d'échauffement.

B. A partir d'une certaine température, on observe une anomalie de dilatation négative graduelle, qui est d'autant plus accentuée que la vitesse de chauffage est moins rapide. Si l'on refroidit ensuite l'éprouvette, elle conserve au refroidissement un coefficient de contraction à peu près identique au coefficient de dilatation du chauffage (généralement un peu moindre), jusqu'à une température relativement basse à laquelle se produit brusquement une forte dilatation qui ramène l'acier à l'état magnétique. Cette transformation se produit à température d'autant plus élevée et est, par conséquent, d'autant plus avancée à la température ambiante, que l'anomalie au chauffage a été plus intense. L'interprétation de ce second type de revenu est la suivante : l'acier trempé à haute température reste à la température ambiante sursaturée de carbure et autres composés; au chauffage ces carbures se précipitent avec contraction; à la suite de cette précipitation, l'austénite moins chargée en composés dissous, ce qui diminue les resistances passives, peut subir sa transformation $\gamma \rightarrow \alpha$ au refroidissement. Plus il y a de composés précipités (si on leur en a laissé le temps, car la réaction est lente pour certains aciers chargés en éléments étrangers, le chrome par exemple) plus la transformation se produira tôt au refroidissement, et plus elle sera brusque.

Nous avons pensé qu'il y avait, entre ces deux catégories, non une différence de nature, mais seulement une différence de vitesses de réaction, et nous avons voulu mettre en évidence directement l'analogie entre les deux phénomènes.

Nous avons opéré sur un acier à 0,5 pour 100 de C, 0,27 pour 100 de Si, 0,45 pour 100 de Mn, 19,0 pour 100 de Cr et 0,80 pour 100 de Ni, rendu complètement austénitique par trempe à 1250° à l'air. Nous avons tracé des courbes au dilatomètre différentiel Chevenard, en maintenant la température de revenu pendant plusieurs heures, au moyen d'un régulateur de températures.

En maintenant la température pendant 11 heures, entre 680° et 700°, nous avons constaté d'abord une contraction, suivie d'une forte dilatation progressive; le refroidissement indiqua ensuite que l'éprouvette était revenue à l'état α.

(1) Séance du 18 mars 1929.

Une opération effectuée entre 520° et 550° ne nous a donné, au bout de 14 heures, qu'une partie de la contraction première, et au refroidissement, un début de transformation s'est produit vers 150°.

Nous avons donc montré ici que le phénomène de transformation au revenu qui se produit très rapidement dans les aciers de la première catégorie se produit de même, mais avec beaucoup de lenteur, dans les aciers de la deuxième catégorie, la vitesse étant, évidemment, d'autant plus grande que la température est plus élevée.

Nous avons voulu voir inversement si un acier de la première catégorie à transformation en quelque sorte explosive au revenu ne se transformerait pas à la température plus basse, lentement comme un acier de deuxième catégorie. Nous avons pris un acier à 0,94 pour 100 de C, 0,18 pour 100 de Si, 0,95 pour 100 de Mn, 5,8 pour 100 de Cr, 5,6 pour 100 de Tu et 25 pour 100 de Co, qui, après trempe à 1250° à l'air, subit normalement au chauffage vers 700° le phénomène brusque explosif de dilatation et de dégagement de chaleur correspondant à la transformation.

En maintenant la température pendant 17 heures entre 620 et 660°, on constate un phénomène identique à celui qui vient d'être décrit pour l'acier de la deuxième catégorie. Nous avons constaté toutefois qu'au bout de 17 heures la transformation n'est pas achevée et s'est terminée au cours du refroidissement à partir de 350° environ.

Conclusion. — Il résulte nettement de cette étude que les deux catégories de revenus cités au début n'ont pas entre eux une différence de nature; la seule différence réside dans les valeurs des résistances passives. Faibles dans les aciers de la première catégorie, elles n'empêchent pas la transformation $\gamma \rightarrow \alpha$ de se produire rapidement au cours du chauffage à une certaine température; mais, à températures plus basses, il faut lui accorder du temps pour se produire. Dans la deuxième catégorie, au contraire, ces résistances passives sont suffisantes pour empêcher toute transformation brusque de se produire au chauffage et exiger un temps suffisant pour cela, et seulement lorsque suffisamment de composés dissous, dont l'austénite est sursaturée, se sont précipités. Lorsque la durée de maintien est trop faible, il ne se produit qu'un précipité des éléments dissous et la transformation ne se produit qu'au refroidissement lorsque la tension de réaction est suffisante pour l'emporter sur les résistances passives. Le chrome semble être particulièrement responsable de la valeur de ces résistances passives.

Nous n'avons pu provoquer le phénomène inverse sur notre acier de deuxième catégorie, c'est-à-dire : revenu explosif à température plus élevée;

car, à partir de 800°, l'austénite entre dans sa zone de stabilité; il n'y a plus aucune tendance à la transformation $\gamma \rightarrow \alpha$ et jusqu'à 800° les résistances passives étaient trop considérables pour le tolérer.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les combinaisons des sels de cérium tétravalent et des sels de thorium avec le carbonate de sodium* (*céricarbonate et thoricarbonate de sodium*). Note (¹) de M. **Léon Lortie**, présentée par M. G. Urbain.

On sait que les solutions de carbonates alcalins précipitent les sels cériques à l'état d'hydroxycarbonate cérique qui se redissout dans un excès de réactif en donnant une liqueur jaune. Ordway (²) a montré, en 1858, que l'hydroxyde cérique se dissout dans les mêmes conditions. A. Job (³) a vu que le cérinitrate d'ammonium se dissout dans le carbonate de potassium.

J'ai obtenu avec le carbonate de sodium et les sels cériques un céricarbonate de sodium répondant à la formule $[Ce(CO^3)^5]Na^6, 12H^2O$.

On dissout, à froid, pour éviter l'hydrolyse, 15^g de cérinitrate d'ammonium dans 25^{cm^3} d'eau. On verse goutte à goutte et en agitant constamment cette solution dans une solution froide de CO^3Na^2 à 25 pour 100. Il se forme un précipité dont la majeure partie se redissout. On filtre puis on laisse évaporer la liqueur. Au bout de quelques heures on a des cristaux jaunes, prismatiques, de céricarbonate de sodium. On peut les laver rapidement à l'eau glacée.

L'analyse de ces cristaux donne : CeO^2, 21,75; CO^2, 27,85; Na^2O, 23,71; H^2O, 27,19. Théorie pour $[Ce(CO^3)^5]Na^6, 12H^2O$: CeO^2, 21,66; CO^2, 27,77; Na^2O, 23,42; H^2O, 27,21.

A l'étuve, à 100-110°, le sel subit une perte de 24,5 pour 100, ce qui correspond à la disparition de 10 molécules d'eau. Il faut chauffer jusqu'à 200°, température où ce complexe est encore stable, pour enlever les deux dernières molécules d'eau. Les dosages de l'oxygène actif par H^2O^2 montrent que nous avons réellement affaire à un sel de Ce^{IV}.

Le précipité qui le précède est d'une constitution mal définie. Plusieurs analyses tendent toutefois à lui assigner une formule voisine de $CeCO^3(OH)^2$, les rapports $CeO^2 : CO^2$ tendant tous vers 1 : 1.

(¹) Séance du 18 mars 1929.

(²) ORDWAY, *Am. J. Sc.*, 2ᵉ série, **26**, 1858, p. 205.

(³) A. JOB, *Ann. Phys. et Chim.*, 7ᵉ série, **20**, 1900, p. 252.

Le céricarbonate de sodium se décompose rapidement dans l'eau, abandonnant la totalité du carbonate de sodium contenu dans le complexe. Il se dépose encore de l'hydroxycarbonate cérique, de composition analogue à celui mentioné plus haut. Il est soluble dans les solutions de CO^3Na^2. On peut, à l'aide de cette solution, constater que le cérium est alors plus ou moins dissimulé à ses réactifs ordinaires. Le sulfate de potassium et l'oxalate d'ammonium sont sans action tandis que le phosphate de sodium et l'ammoniaque le précipitent lentement. La soude le précipite instantanément. Les acides le décomposent avec effervescence et formation de sels cériques plus ou moins stables. L'acide oxalique, en plus du dégagement de CO^2 donne une liqueur rouge d'où précipite un sel cristallin brun rouge qui se réduit rapidement à la lumière.

On peut encore dissoudre le céricarbonate de sodium dans l'eau additionnée de corps possédant un ou plusieurs groupements (OH) alcooliques, tels que la glycérine, le glucose, la mannite, le sel de Seignette. Le cérium est alors complètement dissimulé, même à la soude. Bien plus, si ces solutions ont tendance à s'hydrolyser, l'addition de NaOH retarde cette hydrolyse. Certains corps à fonction phénol, comme les salicylates et les gallates alcalins donnent des solutions rouge sang.

Thoricarbonate de sodium. — Clève (¹), puis Rosenheim (²), ont décrit un sel de thorium analogue au céricarbonate de sodium, se présentant en cristaux prismatiques et de formule : $[Th(CO^3)^5]Na^6 . 12H^2O$. L'analogie des formules et des formes cristallines et les nombreux cas d'isomorphisme connus entre les sels de Th et de Ce^{IV} m'ont incité à voir si ces deux sels étaient isomorphes. Tout comme le céricarbonate, le sel de Th ne perd que 10^{mol} d'eau à 100-110° et 12^{mol} à 200°. J'ai réussi à les faire syncristalliser dans trois cristallisations successives. Les proportions de cérium et de thorium variaient de la première à la troisième.

	1.	2.	3.
CeO^2 pour 100	8,56	7,49	6,76
ThO^2 pour 100	18,12	18,28	19,36

L'isomorphisme des deux sels est dans ces conditions certain.

(¹) P. T. Clève, *Bull. Soc. chim.*, 21, 1874, p. 115-123.

(²) Rosenheim, Samter et Davidsohn, *Z. f. an. Chem.*, 35, 1903, p. 424.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la fusibilité des mélanges ferro-calciques.* Note de M. L. JACQUÉ, présentée par M. G. Charpy.

Les fusibilités des laitiers silico-alumino-calcaires (ou magnésiens) ont donné lieu à de nombreuses recherches, qui ont conduit à des diagrammes généralement admis à l'heure actuelle.

Pour les laitiers contenant du fer, on ne possède encore que des données insuffisantes et peu concordantes. Ces laitiers se forment cependant dans diverses opérations métallurgiques; au four électrique à acier notamment, on obtient, en fin de fusion de la charge, des laitiers à hautes teneurs en chaux et oxydes de fer, telles que, par exemple, 40 à 50 pour 100 de CaO, 20 pour 100 de FeO, 10 pour 100 de Fe^2O^3.

En étudiant les laitiers basiques, nous avons ainsi été amené à préciser d'abord les conditions de fusibilité des mélanges CaO-Fe^2O^3. Une difficulté spéciale se présente aussitôt du fait que la composition d'un tel mélange, chauffé jusqu'à fusion, se modifie graduellement par perte d'oxygène, la fusibilité variant en même temps d'une manière sensible; c'est ce qui explique les nombreuses discordances des éléments de diagramme déjà établis pour le système CaO-Fe^2O^3 (¹); leurs auteurs se sont d'ailleurs efforcés, sans y parvenir complètement, d'empêcher toute formation de FeO, s'écartant ainsi des conditions réelles de formation des laitiers ferro-calciques.

Pour nous approcher davantage de ces conditions, nous avons cherché à caractériser les fusibilités des mélanges CaO-Fe^2O^3 par une donnée dont la signification est sans doute plus pratique que théorique, mais qui permet leur comparaison : la température de début de fusion d'une petite montre introduite sur un support neutre (platine) dans une enceinte à température bien définie. Le même mode de caractérisation et la technique que nous allons décrire sommairement pourraient s'appliquer aux fusibilités de laitiers industriels divers.

Nos essais ont été faits dans un four à gaz soufflé, chauffant deux tubes concentriques; ce dispositif permet de réaliser une répartition très régulière des températures le long du tube intérieur, et d'agir sur l'atmosphère

(¹) HILPERT et KOHLMEYER, *Ber. D. Ch. Ges.*, 42, 1909, p. 4581. — SOSMAN et MERWIN, *Journal of the Washington Acad. of science*, 6, 1916, p. 532. — CAMPBELL, *Journal of Ind. and Eng. Chem.*, 11, 1919, p. 116.

de ce dernier. Au point où l'on amène l'échantillon, la température peut être fixée à 10° près à une valeur quelconque comprise entre 1200 et 1500°. Un régime stable ayant été réalisé, l'échantillon (constituants purs mélangés intimement en proportions connues) est introduit dans la zone centrale du tube, au voisinage de la soudure d'un couple fréquemment étalonné; on suit également sa température avec un pyromètre optique. On détermine ainsi la température, pour laquelle la montre présente au bout de 5 minutes des signes nets de fusion superficielle; cette température dite de début de fusion est elle-même encadrée entre des températures de non-fusion et de fusion complète rapide.

Le tableau suivant donne les températures ainsi déterminées pour un certain nombre de mélanges, en fonction de leur composition en poids :

CaO %....	0	5	10	20	26	30	40	50	60	70
Fe^2O^3 %..	100	95	90	80	74	70	60	50	40	30
T........	>1500°	1455	1290	1230	1220	1220	1245	1370	1430	>1500°

Si l'on prolonge suffisamment l'action de la température de début de fusion on obtient la fusion totale de l'échantillon. Ce résultat est attribuable à ce que, du fait de la dissociation de Fe^2O^3, il se forme une proportion de FeO, qui croît avec le temps et commence déjà à se produire dans le mélange solide. C'est ainsi que nous avons pu constater qu'on peut obtenir la fusion de l'échantillon à des températures nettement inférieures à celles qui ont été définies plus haut, à condition d'augmenter beaucoup la durée de chauffage (2 heures par exemple). L'abaissement de la température de début de fusion est en relation directe avec la teneur en FeO observée dans les produits résultants. Le tableau suivant donne, pour deux des mélanges étudiés, les températures de début de fusion en fonction des teneurs en FeO et des rapports $\frac{Fe^2O^3}{FeO}$ qu'on a fait varier en opérant, soit en atmosphère oxydante (*a*), soit dans l'atmosphère normale, à peu près neutre, du four (*b*), soit par chauffage prolongé (*c*) dans le four en fonctionnement :

Mélange initial...........	CaO 30 % — Fe^2O^3 70 %.			CaO 50 % — Fe^2O^3 50 %		
	(*a*).	(*b*).	(*c*).	(*a*).	(*b*).	(*c*).
FeO % après fusion...	2,08	13,6	21,8	0,7	6,0	13,6
Fe^2O^3 : FeO..........	33	4,8	2,15	70	7	2,7
T....................	1230°	1220°	1170°	1415°	1370°	1350°

Enfin nous avons constaté sur divers mélanges que nous avons fondus à la température la plus basse possible, par chauffage prolongé, que le

rapport Fe^2O^3 : FeO semble tendre vers des valeurs voisines de 2,22 qui correspondrait à Fe^3O^4. Nous nous proposons de voir si cette composition correspond, pour une teneur en chaux donnée, à un minimum de la température de fusion et si l'oxyde magnétique existe réellement dans les produits obtenus.

On peut conclure de ce qui précède que :

1° Les mélanges de chaux et de sesquioxyde de fer peuvent être facilement amenés à l'état liquide par chauffage rapide à des températures inférieures à 1500° lorsque la proportion de chaux reste comprise entre 5 et 60 pour 100. Le maximum de fusibilité est atteint pour les mélanges contenant 20 à 30 pour 100 de chaux, qui fondent aux environs de 1220°.

2° La fusion est accompagnée d'une décomposition partielle du sesquioxyde de fer, d'autant plus rapide que l'atmosphère est moins oxydante. Dans les conditions expérimentales de la présente étude, la dissociation paraît se poursuivre jusqu'à l'obtention de l'oxyde magnétique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Anomalies de condensation et de cyclisation.* Note de MM. **R. Cornubert** et **Ch. Borrel**, transmise par M. Ch. Moureu.

I. Dans une précédente Note (¹) nous avons relaté les résultats obtenus dans la condensation de diverses α-méthyl-α′-alcoylcyclopentanones avec l'aldéhyde benzoïque sous l'influence de l'acide chlorhydrique, et nous avons indiqué que les différents rendements en combinaison tétrahydropyronique n'étaient pas rigoureusement comparables du fait d'un phénomène inattendu.

Ce dernier a été présenté par l'α-méthyl-α′-isopropylcyclopentanone. Des sept cyclopentanones étudiées, cette cétone isopropylée a été celle qui a manifesté la tendance de beaucoup la plus faible à la combinaison avec l'aldéhyde benzoïque, car, avec elle seule, il nous a été possible de retrouver une certaine quantité de cétone inaltérée. Mais le produit de condensation n'a pas seulement consisté en la combinaison tétrahydropyronique précédemment décrite, nous avons trouvé aussi une combinaison benzylidénique fondant à 61°,5. Ce résultat a été obtenu avec deux échantillons de cétone isopropylée préparés l'un par isopropylation de l'éther cétonique (I) et décarboxéthylation de ce dérivé isopropylé, l'autre par hydrogénation de l'α-

(¹) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 798.

méthyl-α'-isopropylidène-cyclopentanone :

$$(\mathrm{I})\quad \begin{array}{c} CH^2\!-\!CH^2 \\ CH^2 - CH \quad CH - COOC^2H^5 \\ CO \end{array} \qquad (\mathrm{II})\quad \begin{array}{c} CH^2\!-\!CH^2 \\ CH^2 \quad C\!\left\langle \begin{array}{l} CH^3 \\ C^3H^7 \end{array}\right. \\ CO \end{array};$$

dans les deux cas les phénomènes se sont présentés exactement de la même manière et pour les mêmes quantités. Théoriquement cette combinaison benzylidénique peut correspondre à cinq formules possibles; le point d'attache du reste benzaldéhydique peut être en ω (dans le CH^3), en ω' (dans le C^3H^7), en β ou β'; enfin cette combinaison benzylidénique peut être celle de la cétone (II). Les faits connus ne peuvent faire penser qu'à cette dernière, aussi des expériences se poursuivent-elles actuellement pour la reproduire. En admettant cette dernière constitution il y aurait transposition au cours de la condensation avec l'aldéhyde sous l'influence de l'acide chlorhydrique ou au cours du traitement ultérieur sous l'influence de la potasse, car la méthode de préparation du deuxième échantillon et l'identité des résultats obtenus dans les deux cas excluent toute idée de transposition au cours des préparations, à moins d'admettre un équilibre ([1]).

Ce résultat inattendu nous a fait rechercher une combinaison benzylidénique dans tous les autres cas, mais il ne nous a pas été possible d'en trouver; nous n'avons pour ainsi dire obtenu que des produits visqueux passant au point d'ébullition des combinaisons tétrahydropyroniques. A tous points de vue le groupe isopropyle prend donc une fois de plus une place à part.

II. Dans notre précédente Note nous avons indiqué que la comparaison entre l'activité du carbonyle des $\alpha\alpha'$-dialcoylcyclopentanones et celle de leurs atomes d'hydrogène en α et α' n'était *a priori* possible qu'entre formes cis et qu'entre formes trans. Si les substances engendrées par une $\alpha\alpha'$-dialcoylcyclopentanone et la benzaldéhyde sont effectivement des combinaisons tétrahydropyroniques, ce qui paraît de plus en plus vraisemblable, le noyau cyclopentanique, d'après nos idées actuelles, ne pouvant avoir qu'une représentation plane, l'isomère cis devrait aisément engendrer pareille combinaison tandis que l'isomère trans n'en devrait pas donner. Nous avons donc cherché à distinguer un couple d'isomères cis et trans par l'aldéhyde benzoïque.

Mettant à profit les résultats indiqués dans notre précédente Note, nous

([1]) On peut aussi songer à une extension du noyau en alcoylcyclohexanone (comparer SEMMLER, *Ber. d. chem. Ges.*, 37, 1904, p. 238).

avons préparé l'acide α-méthyl-α'-benzyladipique et l'avons divisé par cristallisation fractionnée en deux isomères fondant respectivement à 133-135° et à 103-106°. Le premier, traité par l'anhydride acétique, nous a fourni, avec la plus grande facilité et avec un rendement quasi théorique, une α-méthyl-α'-benzylcyclopentanone. Le deuxième, traité de la même manière, a engendré en un temps beaucoup plus long, mais finalement avec un excellent rendement, une α-méthyl-α'-benzylcyclopentanone. Ces deux cétones, traitées par l'aldéhyde benzoïque sous l'influence de l'acide chlorhydrique, ont donné, avec un excellent rendement, la même tétrahydropyronique, F : 156°,5. Dans les conditions dans lesquelles nous avons travaillé, il y a donc eu transposition d'une cétone dans l'autre ou d'un acide dans l'autre, car Zelinsky (¹) et Mohr (²) ont montré que les acides α-méthyl-α'-méthyladipiques sont transposables l'un dans l'autre et semblent conduire à un équilibre. Nos deux cétones conduisant également à froid à la même semicarbazone, F : 188-189°, nous en concluons que l'un des acides s'est converti en l'autre, ce qui est d'ailleurs en accord avec d'autres faits.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'anhydride phényloxymaléique.* Note de M. J. **Bougault** et Mlle **Bl. Leroy**, transmise par M. Charles Moureu.

Nous avons repris l'étude de l'anhydride phényloxymaléique (I)

$$\begin{array}{ll} C^6H^5.C = COH.CO & C^6H^5.CH.CO.CO^2C^2H^5 \\ \quad | \qquad\qquad | & \quad | \\ \quad CO \;—\!—\; O & \quad CN \\ \quad\quad (I). & \quad\quad (II). \end{array}$$

découvert par l'un de nous (³), par l'action de l'acide sulfurique sur l'éther éthylique de l'acide phénylpyruvique α-cyané (II), en opérant à la température du laboratoire.

En effectuant la même réaction à plus basse température, dans la glace fondante, nous avons obtenu simultanément deux composés : l'anhydride

(¹) Zelinsky, *Ber.*, 24, 1891, p. 4002.
(²) Mohr, *Ber.*, 44, 1901, p. 807.
(³) J. Bougault, *Comptes rendus*, 162, 1916, p. 760.

cherché et un éther-amide (III)

$$\begin{array}{l} C^6H^5.\underset{|}{CH}.CO.CO^2C^2H^5 \\ \quad\;\; CO.NH^2 \end{array}$$
(III).

déjà signalé par l'un de nous et obtenu par un procédé différent [1].

I. Comme il a été dit, dans la Note rappelée plus haut, l'anhydride phényloxymaléique s'unit aux amines en donnant, avec les amines primaires et secondaires, des amides de la base avec l'acide phénylpyruvique, et avec les amines tertiaires, des sels de la base avec le même acide. Nous avons reconnu depuis que, dans tous les cas, aussi bien avec les amines primaires ou secondaires qu'avec les amines tertiaires, le premier stade de la réaction est toujours marqué par la formation d'un composé d'addition de l'anhydride avec la base. Nous avons préparé de tels composés d'addition avec toutes les bases très nombreuses que nous avons mises en œuvre.

Toutes ces combinaisons répondent à l'union d'une molécule d'anhydride pour une molécule de monoamine; les diamines fixent deux molécules d'anhydride. Elles sont toutes colorées en jaune et sont peu solubles dans l'éther, circonstance qui favorise leur préparation.

Sont-ce de simples combinaisons moléculaires? Cette interprétation est peu probable, étant donnée la grande différence entre les solubilités des deux composants et de la combinaison. Il y a lieu de penser plutôt à un véritable sel de l'amine avec l'anhydride pris sous sa forme énolique (I) et fonctionnant comme un acide faible.

Ce qui est certain, c'est que, dans ces combinaisons, l'anhydride s'y trouve non modifié, car on peut l'en retirer aisément. Il suffit, en effet, d'agiter l'une de ces combinaisons (caféine + anhydride phényloxymaléique, par exemple) avec une solution diluée d'acide chlorhydrique et de l'éther. L'anhydride (acide faible), mis en liberté, passe dans l'éther et en est récupéré par évaporation du dissolvant.

II. Ces combinaisons d'anhydride avec les amines sont toutes cristallisées et ont un point de fusion bien défini, ce qui fournit une constante utile pour la caractérisation des bases, surtout précieuse lorsque l'amine est liquide et en très petite quantité. . . . .

---

(1) J. Bougault, *Sur le processus de la saponification des nitriles et des éthers par l'acide sulfurique concentré* (*Journ. Pharm. et Chim.*, 7e série, 10, 1914, p. 306).

Elles se préparent très aisément en profitant de leur insolubilité dans l'éther; par simple mélange de solutions éthérées de la base et de l'anhydride, la cristallisation est immédiate.

La plupart se conservent très bien; cependant les combinaisons formées par les bases volatiles (pyridine, quinoléine) perdent peu à peu leur base. et, renfermées dans un vase clos, finissent par se liquéfier. Cette altération n'est toutefois sensible qu'après plusieurs jours ou plusieurs semaines.

Les combinaisons issues des amines primaires et secondaires se décomposent par la chaleur, à sec ou en présence d'un dissolvant (dans ce dernier cas, parfois dès la température ordinaire), en dégageant CO^2 et donnant l'amide de l'acide phénylpyruvique correspondant à la base intéressée. Cet amide constitue un deuxième point de repère pour la caractérisation de l'amine. Enfin, on peut en obtenir un troisième par la formation de la semicarbazone de l'amide.

L'anhydride phényloxymaléique se présente donc comme un réactif précieux, et d'un emploi très simple, pour la caractérisation des amines ([1]).

GÉOLOGIE. — *Sur la tectonique antestéphanienne du Plateau central français à l'est de la Loire*. Note de M. A. **Demay**, présentée par M. Pierre Termier.

Parmi les nappes cévenoles que j'ai définies dans des Notes antérieures, seule la plus haute, la nappe de Laval, s'étend jusqu'aux gneiss ou granites du Lyonnais. La terminaison en biseau, et le raccord progressif des nappes inférieures au nord du massif du Pilat qui ne traduit pas un véritable enracinement, semblent prouver du moins que leur origine est vers le Nord ou le Nord-Ouest. Les micaschistes de la nappe de Laval présentent dans leur ensemble une structure isoclinale accusée non seulement par les pendages, mais par la puissance de la nappe, supérieure à celle des trois nappes réunies, et par l'existence d'une surface de poussée à plongée Nord-Ouest que jalonnent des mylonites. D'autre part, le long d'une ligne qui va des terrains tertiaires du Forez jusqu'à ceux de la rive gauche du Rhône, les micaschistes plongent partout sous le Lyonnais avec une inclinaison souvent faible et l'on peut suivre près du contact une ou plusieurs zones d'écrasement. Il existe un rapport évident entre cette disposition et la structure propre de

([1]) De plus amples détails seront donnés dans une publication de Mlle Bl. Leroy.

la nappe de Laval. La poussée du Lyonnais et la formation du synclinal couché de micaschistes ne sont donc pas des phénomènes accessoires postérieurs au charriage. *La nappe de Laval et ce synclinal couché sont une seule et même chose comparable en un certain sens au synclinal de flysch des Alpes occidentales.*

Malgré certaines transitions, les Cévennes et le Lyonnais constituent dans l'ensemble deux domaines distincts. Du côté cévenol, on observe soit dans l'Autochtone, soit dans les nappes, une puissante série de micaschistes et un granite profond qui se relie insensiblement au Cristallophyllien et n'atteint pas ses parties hautes. Du côté lyonnais, il y a passage assez brusque du Cristallin ou du Cristallophyllien, largement cristallisé, à des termes faiblement métamorphiques. Le granite, souvent porphyroïde, y présente un caractère intrusif et atteint les terrains les moins métamorphiques. Au point de vue structural, du côté cévenol, ce sont des terrains plissés largement ou d'allure onduleuse, qui constituent un *système de nappes*. Du côté lyonnais, ce sont des strates redressées, où la disposition isoclinale à plongée Nord-Ouest m'a paru à peu près constante. Les massifs granitiques de Chassagny et de Soucieu sont eux-mêmes nettement déversés sur le Cristallophyllien, et parfois écrasés à leur bordure sud-est. *Le pays lyonnais apparaît ainsi comme un pays de racines où se sont produits en divers points des décollements et des glissements et qui a été aussi entraîné dans un mouvement d'ensemble sur les nappes cévenoles.* La discordance du Stéphanien faiblement incliné sur les schistes verticaux de la Brévenne à la bordure ouest du bassin de Sainte Foy-l'Argentière montre d'ailleurs que les plis aigus du Lyonnais sont antéstéphaniens comme les nappes cévenoles. Ils sont aussi comme elles postgranitiques et de ce fait semblent bien appartenir à une même phase tectonique probablement viséenne ou postviséenne.

Durant cette phase qui est la principale phase hercynienne dans le Plateau central français, c'est une même poussée dirigée du Nord-Ouest au Sud-Est qui a, dans le domaine lyonnais, plissé à plis aigus le Cristallophyllien et déversé le Cristallin sur le Cristallophyllien, et qui a d'autre part provoqué un mouvement d'ensemble des éléments lyonnais vers le Sud-Est et donné ainsi naissance à la nappe de Laval et aux trois nappes cévenoles inférieures. *L'origine de la nappe de Laval, qui s'enracine en apparence à la limite des deux domaines, doit être placée en fait au nord de cette limite sous les gneiss et granites lyonnais. Le granite de la Gampille, qui occupe au-dessus de la nappe de Laval une position tectonique identique à celle des éléments lyonnais, est sans doute un fragment du Lyonnais charrié sur la*

plus haute des nappes cévenoles. L'affinité de ce granite avec les granites porphyroïdes lyonnais apporte d'ailleurs une présomption sérieuse en faveur d'une telle origine et confirme ainsi l'interprétation générale.

La synthèse des Cévennes et du Lyonnais et, pour la région située plus au Nord, les données antérieures et quelques observations nouvelles, permettent d'envisager dans son ensemble la tectonique anstéstéphanienne du Plateau central français à l'est de la Loire. Sous la réserve des modifications que pourrait imposer une étude complète de la zone septentrionale, on distingue, dans les terrains cristallins et paléozoïques qui s'étendent depuis le Morvan jusqu'aux montagnes de l'Ardèche, trois grandes zones tectoniques :

1° *La zone morvano-roannaise* où les terrains paléozoïques antéstéphaniens, partiellement métamorphisés, et le granite qui les traverse, ont été ployés en plis larges, habituellement symétriques;

2° *La zone lyonnaise*, caractérisée par la transformation complète du Paléozoïque antéstéphanien, par le passage brusque des schistes faiblement métamorphiques aux gneiss largement cristallisés, enfin par des plis aigus, habituellement isoclinaux, déversés vers le Sud-Est;

3° *La zone cévenole*, caractérisée par un métamorphisme encore plus complet et plus régulier et par le passage insensible du granite au Cristallophyllien, enfin par la formation d'un système de nappes qui ont cheminé du Nord-Ouest au Sud-Est.

Dans la région de Tarare, où les mylonites viséennes ont été signalées par M. Alb. Michel-Lévy, je vois non pas des lambeaux de nappes charriées sur le Cristallophyllien, mais des écailles imbriquées à plongée Nord-Ouest qui accusent *une poussée de la zone morvano-roannaise vers le Sud-Est. Celle-ci semble jouer par rapport au Lyonnais le rôle d'arrière-pays ou encore de traîneau écraseur. Le Lyonnais est au contraire dans son ensemble un pays de racines d'où est partie vers le Sud-Est au moins une nappe, celle de la Gampille. Mais ce pays de racines a subi aussi un mouvement d'ensemble et a par sa poussée donné naissance à des plis couchés, dont les éléments se sont décollés, ont glissé les uns sur les autres et sur un substratum autochtone et constituent les nappes cévenoles.* Au contraire, au delà du Morvan, dans le géosynclinal ardennais et rhénan, où le métamorphisme régional n'a pas joué, la poussée s'est exercée vers le Nord-Ouest dans la direction de l'avant-pays septentrional. *Ainsi apparaît, pour la chaîne hercynienne d'Europe occidentale, une idée toute nouvelle, celle de poussées inverses de part et d'autre de la zone morvano-roannaise qui serait le géanticlinal médian d'une chaîne doublement déversée.*

OCÉANOGRAPHIE. — *Observations sur les dépôts littoraux.* Note de M. **René Bréon**.

Dans une Note déjà ancienne sur les sables des plages de la Somme et du Pas de Calais [1], j'ai établi que leur origine devait être recherchée dans la désagrégation et le broyage des roches cristallines et cristallophylliennes, constituant, en majeure partie, le littoral armoricain, les îles normandes et le pays de Galles anglais. Les courants marins et aériens entraînent ces sables vers le Nord où ils recouvrent les côtes de masses considérables. Je m'étais borné à en faire l'étude aux environs de Berck et de Boulogne; on a reconnu depuis que les plages de la Belgique et de la Hollande étaient aussi formées par des sables d'origine armoricaine.

Mais les sables ne sont pas seuls à avoir subi des effets de transport. En certains points des côtes crayeuses de la Somme on est surpris de rencontrer des galets provenant de fragments de roches tout à fait inconnues dans la région. Ils forment à l'entrée de la baie de l'Authie, à côté du poste de douaniers de la Rochelle, un amas à la limite des plus hautes marées. De même que les sables, ils ont été fournis par des roches cristallines très variées (gneiss, granite, granulite, diorite, serpentine, etc.), dont il faut aller chercher les gisements en place dans le Sud-Ouest, à 250 ou 300^{km}, en Bretagne ou dans le sud de l'Angleterre.

Si les courants marins et le travail du vent suffisent à expliquer d'une façon acceptable le transport des sables tenus en suspension dans l'eau de mer ou dans l'air, il ne saurait en être de même pour les galets. On ne peut admettre qu'ils aient flotté pendant 250 à 300^{km} sans avoir été soutenus et portés par un corps flottant quelconque.

C'est en parcourant souvent les abords de ce poste de la Rochelle que j'ai recueilli un échantillon, malheureusement unique, dont l'examen semble éclairer la question et mettre sur la voie suivie par ces galets pour accomplir ce long voyage du rivage breton à Berck.

Fragment de granulite d'environ 200^{g}, il portait, solidement fixées à sa surface, de fortes racines aboutissant à un morceau de tige spongieuse, épaisse, de la grosseur du doigt et de 10 à 12^{cm} de longueur. Ces restes ont suffi pour déterminer la plante marine qui les avait fournis : c'est le *Fucus saccharinus*, espèce de Laminaire très commune sur les côtes bretonnes et

[1] *Comptes rendus*, 144, 1907, p. 759.

normandes. Composée de puissantes racines et d'une courte tige, à laquelle se relient de longues feuilles rubanées atteignant près de 2^m de longueur, sur 6 à 8^{cm} de large. Elles viennent s'échouer en abondance sur les plages, à la suite des grandes marées.

Dès lors, il est permis de concevoir qu'une pierre, pas trop pesante, reliée à une algue de cette espèce, est susceptible de constituer un ensemble qui pourra flotter dans l'eau de mer, si la relation entre le poids de la pierre et la densité de la substance de la plante satisfait à certaines conditions. Je me suis assuré expérimentalement qu'un fragment de granulite, pesant 25^g, est maintenu flottant par 50^g d'algues à lui attachées.

Les rochers des côtes bretonnes sont très fissurés par d'innombrables fractures qui les divisent en fragments de toutes dimensions. Presque partout, la végétation marine les habille et maintient, pendant un certain temps, réunis les uns contre les autres, les matériaux dissociés par les fractures naturelles. Mais, tôt ou tard, sous le choc répété des flots, ils finissent par s'écrouler, entraînant les plantes qui ont pris racine à leur surface. Si pour quelques fragments résultant de la démolition, les conditions de flottabilité sont réalisées, ils flottent, sinon ils tombent au fond où ils demeurent. Dans le premier cas, ballottés par les vagues, ils ont la chance de rencontrer des courants, qui les emmènent atterrir à une distance plus ou moins longue, suivant une direction déterminée.

J'ai attendu longtemps avant de signaler ces faits, espérant que d'autres observateurs auraient l'occasion de recueillir des galets similaires. A ma connaissance, cela ne s'est pas produit et la question n'a pas fait un pas dans le sens de la solution.

C'est du reste assez facilement explicable, car, d'une part, ces échantillons doivent être assez rares; d'autre part, les personnes qui parcourent les bords de la mer ne sont pas averties; une pierre enchâssée dans un lacis de plantes marines passera inaperçue.

C'est pourquoi j'ai pensé que pour contribuer à l'étude des causes actuelles, il est intéressant de signaler l'existence de ce curieux échantillon, sur lequel peut s'appuyer une hypothèse plausible expliquant un mode de formation de ces dépôts littoraux.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur l'électrisation de vents chargés de neige.* Note de M. **A. Vincent**, présentée par M. G. Ferrié.

J'ai observé à Shannavon (Canada) des phénomènes électriques intenses dans les circonstances suivantes. Par ciel pur, un vent violent a soulevé une neige d'une finesse extrême qui couvrait le sol. Une petite antenne en fil de cuivre torsadé tendue à 4 ou 5^{m} au-dessus du sol se trouvait soumise à ce bombardement neigeux. Cette antenne a été dans ces conditions électrisée si fortement que des étincelles jaillissaient entre le fil d'antenne et le plot de terre quand on approchait celui-ci; on a obtenu ainsi des séries d'étincelles dont certaines de 0^{cm},5 de longueur. Le même fait a été observé sur plusieurs autres antennes. Si le poste était mis en fonctionnement, on entendait un crépitement dont les variations semblaient reproduire le rythme du vent et par conséquent du bombardement neigeux.

La neige étant primitivement sur le sol (il n'y a pas eu de chute de neige à ce moment), l'électrisation s'est produite du fait du soulèvement de la neige par le vent, et l'on peut supposer qu'elle est due au frottement (1).

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Mesure du facteur d'absorption de la surface de quelques glaciers pyrénéens pour les radiations solaires.* Note (2) de M. **Joseph Devaux**, présentée par M. Ch. Fabry.

Les échanges d'énergie sous forme de radiations jouent un rôle fondamental dans l'économie des glaciers. L'étude complète de cette question est assez compliquée. C'est pourquoi j'ai simplement tenté de mesurer le facteur d'absorption de la surface de quelques glaciers pour les radiations solaires. J'ai fait, dans ce but, un grand nombre de mesures actinométriques; mais je me contente de fournir ici les résultats des mesures photométriques.

Appareil. — Pour connaître le facteur d'absorption j'ai mesuré le facteur total de réflexion.

(1) Cette observation est à rapprocher de celles rapportées par H. Pollet, *Sur l'électricité atmosphérique au cours des vents de poussière du nord de la Chine* (*Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 407).

(2) Séance du 18 mars 1929.

J'ai construit dans ce but un photomètre qui permet de comparer la brillance superficielle d'un glacier à la brillance, par transmission normale, d'une lame de verre opale connue, éclairée par le ciel, et parallèle à la surface du glacier. La gradation du flux est obtenue à l'acide d'un coin neutre de Jobin et Yvon. Un prisme à réflexion totale mobile permet de viser différents points du glacier.

Résultats. — Dans les circonstances où j'ai fait les mesures photométriques, les glaciers avaient presque toujours une *surface mate*. J'ai constaté que ces surfaces obéissaient sensiblement à la *loi de Lambert*. En lumière théoriquement monochromatique, une seule mesure me permettait donc de connaître l'albedo, et, par suite, le facteur d'absorption. Pour comparer entre eux les résultats obtenus pour divers glaciers, je crois même qu'on peut admettre que ces surfaces étaient *orthotropes*.

Voici quelques-uns des nombres obtenus sur des glaciers des Pyrénées :

		Facteur d'absorption A.		
	Date : 1928.	Sans filtre.	Filtre vert Wratten 58 B.	Filtre rouge Wratten 25 A.
Glaciers.				
Glacier de la Brèche de Roland (surface très altérée).......	4 août	-	0,60	0,65
Glacier nord du Taillon (surface très altérée)...............	5 août	0,56	0,56	0,60
Surface de glace au sommet du Marboré..................	7 août	0,60	0,63	0,68
Glacier nord du Marboré; affleurement à la base centrale (surface très peu altérée).......	10 août	-	0,72	0,77
Glacier d'Ossone (massif du Vignemale), vers la base......	2 sept.	0,49	0,47	0,56
Névés.				
Névé recouvrant le glacier nord du Taillon................	5 août	0,43	0,45	0,45
Névé supérieur est du glacier nord du Marboré...........	9 août	0,48	0,47	0,54
Névé du Cirque supérieur du glacier d'Ossone; moyenne...	1er sept.	0,57	-	-
Premier plateau du glacier d'Ossone : affleurement de glace recouvert d'environ 3cm de neige et de grêle...........	30 août à 10h	0,40	0,39	0,51

L'ensemble des résultats montre que :

1° J'ai obtenu presque les mêmes nombres, lorsque j'utilisais le filtre vert jaune, et lorsque je n'employais pas de filtre. Cela est probablement dû au fait que le minimum de densité du filtre, en fonction de la longueur d'onde, est voisin du maximum de sensibilité de l'œil.

Les nombres obtenus avec le filtre rouge sont un peu supérieurs aux nombres obtenus avec le filtre vert. Le phénomène n'est cependant pas très sélectif; ces surfaces donnent l'impression d'un bleu vert très lavé.

2° Le facteur d'absorption ne semble guère dépendre directement de l'altitude, de la densité de la glace à une certaine profondeur (je l'ai mesurée), ni de sa structure : dimension, nombre et forme des bulles, etc. (j'ai pris des photographies d'échantillons). Par contre, je pense qu'il varie d'une manière importante avec diverses circonstances météorologiques. Mais, comme j'ai opéré, en général, dans des circonstances météorologiques analogues, j'ai obtenu des nombres voisins pour les différents glaciers dont la surface était propre.

3° Pour la surface des névés, les nombres obtenus pour le facteur d'absorption sont, en moyenne, peu inférieurs à ceux que j'ai obtenus pour les glaciers. Mais les surfaces de ces névés ne sont jamais tout à fait propres : elles contiennent des poussières, que ne peuvent enlever les fortes pluies orageuses (corps poreux). Au contraire, la pluie peut nettoyer la surface des glaciers imperméable par ruissellement.

4° Les mesures du 30 août m'ont montré qu'une couche de grêle et de neige (environ 3^{cm}) recouvrant un glacier, diminue son facteur d'absorption. J'ai suivi l'évolution du phénomène pendant toutes les journées du 30 au 31 août : A croissait peu à peu, à mesure que la neige et la grêle fondaient.

Conclusion. — Si les glaciers étaient constitués de glace pure, non diffusante, limités par une surface plane, ils absorberaient environ 98 pour 100 des radiations solaires (le facteur de réflexion régulière est voisin de 0,02). La masse des glaciers que j'ai étudiés est, en fait, très bulleuse, et, par suite, leurs surfaces, à échelle globale, doivent être dans tous les cas diffusantes. Cependant les valeurs relativement faibles du facteur d'absorption doivent être attribuées, *avant tout*, à *l'altération* très importante de la surface de ces glaciers.

BIOGÉOGRAPHIE. — *Les conditions écologiques d'existence de la faune de la mer de Kara.* Note (¹) de M. I. D. **Strelnikov**, présentée par M. F. Mesnil.

L'étude de la faune de la mer de Kara a été effectuée par nous sur le brise-glaces *Taymyr* en 1921. L'étude du matériel récolté est actuellement terminée et une partie des résultats a été publiée en langue russe. Grâce au temps et à l'état particulièrement favorable des glaces, notre expédition a pu faire une série de coupes hydrobiologiques :

1° De l'anse Tcherny, dans la partie sud-ouest de la Nouvelle-Zemble, vers le Sud-Est, dans la direction de l'île Vaïgatch. Cette coupe passe devant l'entrée de la mer de Kara;

2° Du détroit de Yougor à Maré-Salé, dans la presqu'île Iamal;

3° Du détroit de Yougor à la baie Whitney, dans le nord-est de la Nouvelle-Zemble, à 76°13'N;

4° De la baie Whitney vers l'Est jusqu'à 76°20'E.

Les matériaux récoltés par nous permettent de déterminer les facteurs écologiques qui agissent sur la composition et la distribution de la population animale marine.

I. Les creux profonds de la mer de Kara contiennent de l'eau froide, à température au-dessous de —1°,5 à —1°,76 et d'une salinité allant de 34,5 à 34,76 pour 1000. Dans la partie sud de la mer de Kara, grâce au léger échauffement produit en été par le soleil qui ne se couche pas et à l'apport des eaux de la mer de Barents qui passent à une profondeur de 25^m^, on trouve partout des températures au-dessus de 0. Au nord de 72°30'N, la température à 25^m^ de profondeur est partout, sauf dans les régions du courant chaud, inférieure à 0.

2. Les eaux de la branche du Gulfstream passant à Kolgouïeff (Nouvelle-Zemble) pénètrent dans la mer de Kara par le détroit de Yougor et le détroit de Kara; elles élèvent la température de l'eau et lui donnent une teinte verdâtre qui la différencie des eaux vert brunâtre du reste de la mer de Kara.

3. Notre expédition a constaté que les eaux atlantiques du Gulfstream, qui contournent au Nord le cap du Désir, forment un étroit courant qui longe la côte orientale de la Nouvelle-Zemble. Ici, on rencontre des tempé-

(¹) Séance du 18 mars 1929.

ratures au-dessus de zéro depuis la surface jusqu'à une profondeur de 75^m. A 50^m de profondeur la température de l'eau est de $+2°,14$, tandis que dans la partie sud de la mer de Kara (coupe n° 2) la température de l'eau, à 25^m de profondeur, oscille entre $-1°,11$ et $-1°,64$. La salinité de ce petit courant chaud est de 32,72 pour 1000 (76°13′ N et 69°02 E), tandis que plus à l'Est la salinité est de 19,5 pour 1000, la température étant de 0°,5 à la surface.

4. Les eaux douces de l'Obi et de l'Ienissei, qui se déversent en grandes quantités dans la mer de Kara, se répandent à sa surface, dessalent les couches superficielles jusqu'à une épaisseur de 20^m et apportent une grande quantité de matières organiques, produits de décomposition des végétaux. La salinité minima est ici de 10,4 pour 1000 (à 73°58′ N et 65°5′ E); sur une étendue considérable de la surface marine, la salinité est de 13,3 pour 1000. Aux mêmes points, au fond la salinité est de 34,49 pour 1000.

5. La végétation est influencée par les conditions de l'éclairement. La surface de la mer de Kara est couverte par les glaces dont la formation commence au début d'octobre. La partie méridionale de la mer, le détroit de Yougor et l'anse de Baïdaratà gèlent entièrement. Le reste de la surface marine est plus ou moins couvert de glaces flottantes. Au commencement d'août la mer est débarrassée des glaces et la navigation devient possible. Mais pendant tout l'été les champs de glaces flottantes la rendent très dangereuse.

6. La lumière provenant du soleil, qui ne se couche pas pendant les mois d'été, pénètre à travers la glace et permet aux algues de vivre. Mais la quantité insuffisante de cette lumière, un été court, frais et gris, avec d'épais brouillards, de la pluie et de la neige, la basse température de l'eau et la courte durée de la période de végétation, rendent précaire le développement de ces algues, surtout des algues vertes. Les algues brunes se développent en quantité plus grande dans la zone sublittorale. Ce sont les algues rouges qui sont les plus abondamment représentées. Nous avons récolté 52 espèces d'algues : vert bleu, 1; vertes, 5; brunes, 22; rouges, 24. En tout, avec ce qui a été récolté par les expéditions de la *Vega* de Nordenskja (32 espèces) et de la *Dijmphana* (21 espèces), cela porte à 75 le nombre d'espèces trouvées dans la mer de Kara (sans compter les détroits) : vert bleu, 1; vertes, 11; brunes, 19; rouges, 44. Les algues à coloration foncée dominent; les algues rouges se rencontrent dans la zone littorale, et surtout dans la zone sublittorale.

7. Les conditions écologiques particulières provoquent un déplacement des zones de distribution des algues et des animaux. Dans la zone littorale ni algues ni animaux ne peuvent vivre. Les glaces, immobiles et flottantes, polissent le fond et arrachent les algues et les animaux. Les algues vertes et brunes s'éloignent davantage du littoral; les rouges remontent, au contraire. La zone sublittorale est, par le nombre d'espèces qui la peuplent, la plus riche et la plus variée. Les algues de la mer de Kara sont moins exubérantes et de taille plus petite que les mêmes espèces dans la mer de Barentz, telles que la *Laminaria*, l'*Ectocarpus*, etc.

8. La distribution et la fixation des algues dépend aussi de la nature du fond. Celui de la mer de Kara est surtout vaseux et rocheux; les endroits à fond vaseux ou vaseux et sablonneux sont rares. Sur les fonds rocheux poussent de préférence : *Phymatholiton compactum*, *Corallina officinalis*, *Laminaria digitata*, *L. saccharina*, etc. Sur d'autres fonds on rencontre en abondance : *Phyllophora interrupta*, *Ptilola pectinata*, *P. plumosa*, *Odonthalia dentata*, *Sarcophyllis arctica*, *Demarestia*, etc. Dans les localités protégées par des îles contre les glaces passant par les détroits resserrés de Kara et de Yougor, les algues vivent en abondance, ce qui crée en même temps des conditions plus favorables au développement d'une population animale.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *La pourriture de l'inflorescence du Palmier-dattier (Khamedj).* Note de M. C. CHABROLIN, présentée par M. L. Mangin.

En 1925, Cavara a écrit sous le nom de *Mauginiella Scættæ* (nouveau genre et nouvelles espèce), d'après des échantillons originaires de Cyrénaïque, un Hyphomycète parasite de l'inflorescence de Palmiers-dattiers mâles dont il provoque la pourriture (*C. R. d. R. Acc. Naz. dei Lincei*, 1925, p. 65). Nous avons retrouvé la même maladie, qui affecte à la fois des inflorescences mâles et les inflorescences femelles, sur les Palmiers-dattiers des oasis du Djérid (Sud-Tunisien) et sur ceux utilisés comme arbre d'ornement dans la région de Tunis. Nous avons ainsi pu établir son identité avec les affections décrites sous les noms de Khamedj (TRABUT, *Comptes rendus*, 1912, p. 304, OSVAL) et de doud ou doudah (Foex et Vayssière, Surcouf, Balachowsky) dont la cause était restée indéterminée ou avait été à tort attribuée au parasitisme de différents insectes et nous avons pu montrer ainsi que cette maladie existe à l'heure actuelle à l'état endémique dans tout le nord de l'Afrique, de la Cyrénaïque au Maroc.

Le *Khamedj* (pourriture) est une maladie parasitaire dont *Mauginiella Scættæ* Cav. est l'agent. Nos observations confirment les conclusions de

Cavara relatives au parasitisme de ce champignon. Elles établissent que le *Khamedj* est indépendant de la redoutable maladie du *baioudh*.

L'infection est d'origine externe. Elle se produit en dehors de toute blessure, à travers la spathe intacte, lorsque cette dernière est encore entièrement fermée et cachée entre les gaines des feuilles.

Les tissus atteints brunissent, la tache qui en résulte finit par intéresser la plus grande partie du spadice qui, le plus souvent, n'arrive plus à se dégager de sa gaine. Tout régime atteint est pratiquement perdu en entier.

Le mycélium du parasite se développe, soit dans les tissus, soit dans les interstices ménagés entre les éléments constituants de la jeune inflorescence. Le mycélium externe, abondant, forme dans ces interstices un feutrage blanc. Le mycélium interne, uniquement intercellulaire au début, se développe dans les tissus vivants. Sa progression n'est pas liée à une altération préalable des cellules. Il se développe de préférence dans les tissus parenchymateux et n'envahit que tardivement les faisceaux libéroligneux.

Mauginiella Scættæ a été obtenu en culture pure sur des milieux divers (pomme de terre, carotte, bouillon gélosé ou fragments crus d'inflorescence ou de bourgeon terminal de Palmier-dattier).

Dans la nature, comme en culture, le champignon ne donne que des fructifications conidiennes. L'étude systématique de ces fructifications nous a conduit à conserver le genre *Mauginiella* créé par Cavara, dont l'affinité aux genres *Septocylindrium* Bonord. et *Geotrichum* Link est pourtant à signaler. La diagnose du genre et surtout celle de l'espèce type de ce genre données par Cavara méritent seulement d'être modifiées pour tenir compte de nos observations. Ces diagnoses sont alors les suivantes :

Mauginiella (Cav.). — Mycélium interne et externe; conidies nées directement sur le mycélium, sans conidiophores différenciés, en chaînes cylindriques, sans étranglement aux cloisons, se désarticulant en articles uni-ou pluricellulaires. Champignons parasites.

Mauginiella Scættæ (Cav.). — Efflorescences blanches, duveteuses puis pulvérulentes, sur des taches rousses puis noirâtres, diffuses; mycélium interne d'abord intercellulaire; mycélium externe abondant, qui disparaît après la formation des conidies; chaînes de conidies dressées, directement insérées sur le mycélium externe ou interne, sans conidiophores différenciées, régulièrement cylindriques, non sensiblement élargies au sommet, sans étranglement marqué aux cloisons, se désarticulant en conidies uni-, bi-, tri-, plus rarement pluricellulaires, de 10 à 90^{μ} de long, de 5 à 12^{μ} de large. Les conidies pluricellulaires peuvent se subdiviser en leurs éléments constituants.

Habitat. — Parasite sur les inflorescences mâles et femelles de *Phœnix dactilifera* L. Cyrénaïque, Tunisie, Algérie, Maroc.

Cette maladie est spéciale au Palmier-dattier. Les inflorescences de *Phœnix Canariensis* ne sont pas attaquées.

Le *Khamedj* a une certaine importance pratique. Il détruit fréquemment toute la récolte des Palmiers qu'il attaque. Ses dégâts sont souvent de l'ordre de 5 pour 100. Ils peuvent exceptionnellement atteindre le chiffre de 10 pour 100. Les différents auteurs qui se sont occupés de cette maladie décrivent les procédés de lutte utilisés par les indigènes. Ces traitements se ramènent en fait à des mesures d'hygiène et à des traitements de désinfection. Le lieutenant Billoudet nous a signalé l'efficacité des bouillies sulfo-calciques en traitement préventif. Nous concluons d'un certain nombre d'essais que le traitement qui mérite d'être vulgarisé, à cause de sa simplicité qui le rend utilisable par les indigènes, consiste en un saupoudrage de la région du bourgeon terminal des Palmiers-dattiers qui ont porté des inflorescences malades, avec un mélange de sulfate de cuivre pulvérulent (25 pour 100) et de chaux éteinte (75 pour 100).

PHYSIOLOGIE. — *Sexe et nutrition*. Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. d'Arsonval.

La sexualisation du protoplasma de l'œuf a fait naître de nombreuses hypothèses, les unes plus fragiles que les autres. Il en subsiste une seule que l'expérience vérifie chaque jour, et qui rattache le sexe à l'énergie nutritive de l'ovule. *Le sexe mâle implique en celui-ci une nutrition intense*. Et lorsque Maupas constate l'apparition de 97 pour 100 de mâles en maintenant à 27° des œufs de rotifère (*Hydatina senta*), contre 5 pour 100 à 14°, il prouve que la chaleur favorise le métabolisme, comme on le pouvait prévoir.

Mes recherches (*Comptes rendus* de 1924 à 1927) ont mis, d'autre part, en évidence le rôle de *l'hydratation cytoplasmique* dans l'accroissement de ce métabolisme et le déterminisme du sexe mâle. Et l'on sait, maintenant, que si les gros œufs d'oiseaux engendrent des mâles (Lienhart), cela tient à leur plus grande richesse en eau ou albumine, laquelle est plus dense que le jaune ; de tels œufs, en effet, sont plus denses que les femelles.

La marche de la vie étant une coagulation lente du colloïde cellulaire, nous avions conclu ainsi : « Seule importe l'hydratation du milieu, qui est propre à une élaboration énergique de l'embryon ; et à cause de la coagulation

retardée, du travail intérieur hâté par la chaleur, le sexe mâle se trouve lié à la vitalité de l'ovule » ([1]).

C'est ce que Riddle est venu vérifier, quatre ans plus tard, en étudiant le métabolisme des œufs de pigeons. « Il demeure certain que la nutrition ou l'intensité des oxydations est le facteur dominant du déterminisme sexuel. Facteur physiologique, il totalise les influences chimiques et physiques : température et humidité principalement » (Amar, *loc. cit.*, p. 177).

L'importance de ce fait, sur lequel on n'insistera jamais assez, s'accroît par les observations multiples de Joyet-Lavergne sur le pouvoir oxydant supérieur du cytoplasma mâle; à la suite de quoi, il se demande : « La différence de métabolisme en faveur du sexe mâle présente-t-elle un caractère général, et quelle en est l'importance? » ([2]).

L'intérêt purement scientifique de cette question ne peut échapper à personne. Il nous paraît d'ailleurs établi par les belles recherches d'Helen King qui, en *déshydratant* des ovules de crapaude, obtient des produits uniquement femelles. La perte d'eau ovulaire a donc retardé la nutrition.

Mais il y a également en jeu un intérêt supérieur d'hygiène sociale que nous voulons préciser : c'est que *toute cause, alimentaire, industrielle ou accidentelle, capable d'affaiblir le phénomène nutritif de l'ovule, nuit à la descendance mâle.*

Riddle, en 1928, le remarque à propos de l'action d'une atmosphère pauvre en oxygène. Il en est ainsi quand l'organisme de la mère s'anémie par hémorragies fréquentes, ou se trouve surmené, asphyxié. Notons que les éleveurs saignent la vache pour avoir une génisse; vieille pratique dont on a l'explication dans les vues précédentes. L'empoisonnement par *gaz carbonique* ou travail mal conditionné abaisse non moins le métabolisme, et augmente le taux des naissances féminines. De même *l'alcoolisme*, et, en général, on peut dire que *le mode alimentaire influence le sexe.* On connaît, à cet égard, les études de Houssay, Pézard, A. Pictet; nous ajouterons que *les aliments hydrocarbonés favorisent les naissances mâles*, d'après notre statistique sur populations italiennes et arabes (mission de 1907 à 1909); et en Grèce, comme en Italie, où l'on consomme pâtes, riz, féculents, il y a excès de garçons. Ce genre d'alimentation diminue la quantité de toxines et

---

([1]) Jules Amar, *Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 803, et tout le Chapitre IV de notre *Hygiène sociale*, p. 173 à 183 (chez Dunod, 1927).

([2]) Joyet-Lavergne, *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 820.

d'acides que les viandes, au contraire, accumulent dans nos cellules, et il active la croissance.

La nutrition est donc, en hygiène sociale, un problème essentiel; déterminant le sexe, il s'ensuit que ce dernier n'est point, ainsi qu'on l'avait cru, préformé.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Les principaux caractères des mouvements oculaires*. Note de M. **Serge Yourievitch**, présentée par M. d'Arsonval.

J'ai enregistré avec le Cinégraphe oculaire [1] plus de 20000 mouvements de l'œil en faisant suivre à une dizaine de sujets, tantôt normalement, tantôt avec une vitesse maxima, des lignes droites, des paraboles, hyperboles, des lignes brisées à angles différents, des ellipses, des circonférences, des lignes parallèles, des surfaces, etc.

Cette étude fait ressortir deux ordres de phénomènes d'égale importance réalisant un complexus énergétique : 1° les arrêts et 2° les mouvements.

1° *Les arrêts*. — L'œil suivant une ligne, et obligé de changer de direction à cause d'un angle ou d'une courbe prononcée marque un temps d'arrêt variant de 0,2 à 2 secondes, qu'un effort volontaire peut seulement diminuer. Ces arrêts obligatoires comprennent le temps de réaction combiné avec les inerties des muscles oculaires. Ces arrêts sont des périodes d'un travail psychophysiologique qui peut être mesuré et paraît être proportionnel à sa durée. Il s'ensuit que l'angle visuel parcouru le plus rapidement implique un mouvement oculaire du moindre effort.

2° *Les mouvements* sont de deux sortes : rapides, variant de 0,02 à 0,06 seconde, et lents, variant de 0,1 à 0,2 seconde. Les sujets examinés ont présenté deux types caractérisés; chez les uns des angles visuels de 25 à 60 grades sont parcourus généralement en un mouvement, chez les autres, par des petits mouvements rapides entrecoupés de courts arrêts.

Les arrêts et les mouvements sont les deux éléments d'une constante énergétique. Pour un même travail, si les mouvements sont rapides, les arrêts sont longs, et vice versa. En parcourant une ligne avec un maximum de vitesse, si l'effort volontaire abrège les arrêts, les mouvements, par contre, deviennent plus lents, et les valeurs des arrêts peuvent être renversées.

---

(1) Voir *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 844 et 1160.

Le caractère des mouvements et des arrêts diffère selon les déplacements horizontaux ou verticaux de l'œil.

Dans les mouvements verticaux les arrêts, dans la station debout, sont toujours plus courts en haut de la course, et plus longs au bas de la course de l'œil, jusqu'à une moyenne de 50 pour 100 pour certains sujets; ce phénomène constant dans la station debout s'atténue et parfois disparaît dans la position couchée, contre-expérience suggérée par M. d'Arsonval. Il est à remarquer que, dans la station debout, la position normale de l'œil est un regard dirigé vers le bas à 4^m environ.

Les mouvements oculaires dans les translations verticales, les mouvements d'élévation, sont nets, indiquent un effort et sont ordinairement plus longs que les mouvements de descente, d'un caractère plus indifférent.

Le plus grand effort du mouvement d'élévation combiné au court arrêt du haut, le mouvement indifférent de descente et le long arrêt en bas, paraissent expliquer le mécanisme des mouvements verticaux, comparable à l'élévation d'un bras. Dans l'élévation le muscle oculaire paraît vaincre une inertie de poids; en fin de course le muscle paraît se relâcher et l'œil paraît retomber en reprenant sa position normale. L'arrêt d'en haut ressemble à un réflexe tandis que l'arrêt du bas implique toujours un effort volontaire. Les mouvements d'élévation sont accompagnés de relèvements des paupières et de déplacement de nombreux téguments. Aussi sont-ils toujours des mouvements du plus grand effort.

Dans les mouvements horizontaux les arrêts de renversement de direction à droite et à gauche ont une durée semblable, les mouvements sont rapides et équivalents pour les deux directions. L'œil paraît exécuter de simples mouvements de rotation déplaçant l'œil à droite et à gauche d'une position normale qui est celle du regard dirigé droit devant. Dans ces mouvements, le globe oculaire se déplace seul. Aussi les mouvements latéraux sont ceux d'un effort faible et indifférent déterminant leur valeur psychique. Les *lignes obliques* possèdent des caractères intermédiaires.

Les mouvements de la tête également enregistrés par moi accentuent les caractères des mouvements oculaires. Les mouvements verticaux déplaçant le centre de gravité de la tête sont lents, d'une moyenne de 0,3 seconde pour un angle de 60 grades et servent à placer la tête dans la position voulue. Ils sont indépendants des mouvements visuels dont le régime est beaucoup plus rapide. Les mouvements horizontaux de la tête, de simple rotation, sont trois fois plus rapides, se rapprochant du rythme visuel et, quoique indépendants, secondent souvent les mouvements visuels latéraux.

La durée des arrêts est en relation avec la grandeur de l'angle du changement de direction. Les arrêts les plus longs s'observent au renversement total, l'œil reprenant au sens inverse sa course. Ces arrêts, varient de 0,60 à 1,25 seconde, les plus courts étant ceux du haut, les plus longs ceux du bas. Chez certains sujets, les arrêts sont presque inversement proportionnels à la grandeur de l'angle, par exemple :

	Renv.	Angle 50 gr.	Angle 100 gr.	Angle 150 gr.
Moy. G. (sec.)...........	1,00	0,72	0,41	0,34

Ces données sont des moyennes de nombreuses expériences avec un sujet pour des angles tournés dans n'importe quelle direction. Cette proportionnalité inverse est surtout remarquable dans les angles tournés horizontalement, car dans le sens vertical et la station debout, les arrêts subissent un écourtement en haut et un allongement en bas, se conformant aux conditions indiquées plus haut.

Les angles aigus (50 grades) nécessitent toujours un arrêt, les angles obtus (150 grades) sont souvent négligés par l'œil et les lignes qui les composent sont traitées comme des courbes, ce qui exalte encore davantage leurs valeurs énergétiques de moindre effort.

Les arrêts aux angles, dans les mêmes conditions et chez les mêmes sujets, et à des époques différentes, paraissent être des constantes avec des variations atteignant à peine 10 pour 100. Pour des angles tournés dans le sens horizontal, il y a des constantes pour différents sujets, les arrêts aux angles de 50 grades variant par exemple seulement de 0,62 à 0,72 seconde.

ZOOLOGIE. — *Les Cichlidés de Madagascar*. Note [1] de M. **Jacques Pellegrin**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Contrairement à ce qui a lieu pour les Vertébrés terrestres qui sont représentés à Madagascar par tant de types remarquables, actuels ou subfossiles, les Poissons réellement dulcaquicoles de la grande île sont très peu nombreux. Ce que l'on rencontre surtout dans les lacs et rivières, ce sont des formes d'origine marine : Anguillidés, Mugilidés, Athérinidés, Gobiidés par exemple qui ont peu à peu envahi les eaux douces et s'y sont plus ou moins adaptées en prenant la place des premiers occupants.

---

[1] Séance du 18 mars 1929.

En dehors de quelques Siluridés et Cyprinodontidés, ainsi que l'a fait déjà remarquer Sauvage ([1]), les Cichlidés sont, pour ainsi dire, les seuls Poissons réellement d'eau douce de Madagascar; c'est, sans parler de leur valeur économique, ce qui en fait l'intérêt tout spécial.

On sait que les Cichlidés constituent une vaste famille de Poissons percoïdes, à pharyngiens inférieurs soudés, remarquables par leur dentition extrêmement variable et qui sont répandus dans toute l'Amérique tropicale, en Afrique, en Syrie et dans l'Inde. A Madagascar, comme je l'ai montré ([2]), on n'en a distingué jusqu'ici que cinq espèces, chiffre bien peu élevé si l'on songe qu'à l'heure actuelle, rien qu'en Afrique continentale, plus de 300 espèces ont été dénombrées.

Trois genres sont représentés à Madagascar : *Paratilapia* Bleeker; *Ptychochromis* Steindachner, *Paretroplus* Bleeker.

Le premier figure seulement avec une espèce, la Marakelle ou Perche malgache (*Paratilapia Polleni* Bleeker), le meilleur Poisson de l'île au point de vue alimentaire, assez répandu et sur la biologie duquel le D[r] Jean Legendre a déjà insisté ([3]). C'est là une forme carnassière, à dentition conique, à affinités nettement africaines puisqu'une cinquantaine d'espèces du genre ont été décrites d'Afrique ou de Syrie.

Le genre *Ptychochromis* est spécial à Madagascar, mais si voisin des *Tilapia* africaines que Boulenger ([4]) ne l'a pas admis; cependant la présence d'une papille en haut du premier arc branchial, la longueur de la troisième épine anale permettent d'établir une distinction. Les *Ptychochromis* sont des Poissons plutôt herbivores, à dents bicuspides et dont la chair est moins estimée que celle de la Marakelle. On en connaît deux espèces le *Ptychochromis oligacanthus* Bleeker, très commun, et le *P. betsileanus* Boulenger, fort voisin, mais beaucoup plus rare et originaire du pays betsiléo.

Le genre *Paretroplus*, également particulier à Madagascar, est remarquable par ses dents en une seule rangée, les médianes plus ou moins comprimées, à couronne arrondie ou mousse, les latérales coniques, par ses épines fort nombreuses à la dorsale et à l'anale et reçues dans un fourreau écailleux. Jusqu'ici on ne connaissait que deux espèces assez peu souvent

---

([1]) *Hist. phys. nat. pol. Madagascar : Poissons*, 16, 1891, p. 535.

([2]) *Bull. Soc. Acclimatation*, 55, 1908, p. 48.

([3]) *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 208.

([4]) *Cat. Freshw. Fishes Africa*, 3, 1915, p. 138.

rencontrées du plateau de l'Imerina et de la côte est, le *Paretroplus Dami* Bleeker et le *P. polyactis* Bleeker.

Or M. Georges Petit, de son voyage à Madagascar (1925-1927), a rapporté au Muséum de Paris, de la rivière Maintimaso, décharge du lac Konkony (sur la côte ouest), un Poisson que je considère comme le type d'une troisième espèce et que je me fais un plaisir de lui dédier.

Le *P. Petiti* nov. sp. peut être sommairement caractérisé par 17 épines et 17 rayons mous à la dorsale, 9 épines et 14 rayons mous à l'anale, 37 écailles en ligne longitudinale, $\frac{7}{16}$ en ligne transversale, 7 rangées d'écailles sur les joues, 8 branchiospines en bas du premier arc. En outre le corps est très élevé, ovalaire.

Il n'y aurait pas lieu d'insister sur la simple découverte d'une espèce nouvelle si la faune de Madagascar n'était pas si pauvre en types réellement dulcaquicoles et si, d'autre part, les *Paretroplus*, comme leur nom l'indique, n'offraient de grands rapports avec le seul genre asiatique de Cichlidés connu, *Etroplus* Bloch, à dents sur plusieurs rangées et le plus souvent bi ou tricuspides.

Jadis on a inexactement prétendu que les Poissons d'eau douce de Madagascar se rapprochaient de formes américaines. L'étude des Cichlidés, Poissons de réelle importance au point de vue de la distribution géographique, montre que sur 6 espèces spéciales à la grande île, 3 ont des caractères nettement africains, 3 autres ont des affinités surtout asiatiques, la dernière découverte, le *Paretroplus Petiti* établissant encore plus étroitement la liaison.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Nouvelles recherches sur la nature de la substance qui, dans la maladie de l'amertume des vins, produit le goût amer.* Note de M. E. **Voisenet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Dans de précédentes Communications [1], j'ai mis en évidence la formation d'*acroléine* dans la maladie de l'amertume des vins de Bourgogne, et j'ai montré que le ferment décrit par Pasteur, isolé à l'état pur, et cultivé en présence de la *glycérine*, donne naissance au produit de déshydratation de cette substance. Ultérieurement, la présence de l'*acroléine* a

[1] *Comptes rendus*, 150, 1910, p. 1614; 151, 1910, p. 518; 153, 1911, p. 363.

été également constatée par Laborde, à l'aide de mon réactif, *albumine-acide chlorhydrique nitreux*, dans des vins amers de la Dordogne et de la Gironde.

L'acroléine ainsi formée peut subir plus ou moins lentement, selon la composition chimique et biologique du vin, et les influences du milieu extérieur, nombre de métamorphoses : les unes, tenant à son caractère d'aldéhyde, telles que : hydrogénation, acidification et résinification par oxydation, polymérisation, acétalisation, union à la matière colorante; les autres, dues à son altérabilité en solution aqueuse, avec formation d'acides volatils. Parmi ces transformations, il en est présentant un intérêt particulier, en ce sens que leur évolution progressive doit contribuer à donner au vin la saveur spéciale amère, révélatrice de cette maladie.

Relativement à la nature de la substance amère et au mécanisme de sa production, diverses hypothèses ont été émises par différents savants, en particulier, Maumené, Trillat, Duclaux, Wortmann, et bien avant que je n'aie établi que la fermentation *acrylique* de la glycérine avec formation d'acroléine est au moins l'un des procès essentiels que subit le vin quand il tourne à l'amer. Ces hypothèses tendent à attribuer l'amertume à la présence d'oxydases sécrétées par des microorganismes divers, dont certaines auraient un caractère spécifique, *amerœnoxydases*, et portant leur action sur l'aldéhyde acétique ou sur les matières tannoïdes, en donnant des substances résinoïdes à saveur amère.

Moi-même, après ma découverte de l'acroléine dans les vins où avaient proliféré les filaments de l'amer, et dans ces vins seulement, je me ralliai aussi à cette opinion, mais en considérant l'acroléine comme étant, sinon la seule matière première, au moins la principale, dont la résinification pouvait engendrer la saveur amère.

Mais, pour affirmer l'existence d'une résine aldéhydique, à origine d'acétaldéhyde ou d'acroléine, dans un vin amer, il faudrait pouvoir en isoler une quantité suffisante pour son identification : de plus, il resterait à savoir si cette résine est la seule substance productrice du goût amer.

Ayant pu me procurer un volume suffisant d'un même vin de Bourgogne, authentiquement malade de l'amertume, contenant encore au moment de son emploi $0^g,12$ d'acroléine par litre, et à saveur très amère, j'ai tenté l'extraction partielle de la substance amère, comme il suit :

Un volume de 40 litres de ce vin a été soumis, par fractionnements de 4 litres, à la distillation jusqu'à réduction au dixième. Chacun des distillats a été réduit par évaporation lente à un volume total de 1 litre; liquide jaunâtre qui, neutralisé par CO^3Ca,

épuisé par l'éther, séparation de l'éther par distillation, a laissé un faible résidu sirupeux, jaune orangé, amer.

Chacun des résidus de la distillation primitive, neutralisé par CO^3Ca, a été épuisé par l'éther : les liqueurs éthérées réunies ont abandonné, après récupération de l'éther, un résidu sirupeux, assez notable, relativement au précédent, jaune brunâtre, très amer.

L'ensemble des deux résidus a été soumis à la rectification. Au cours de cette opération, j'ai observé que le thermomètre, après s'être maintenu quelques instants vers 100°, température à laquelle passe un premier fractionnement aqueux, coloré en jaune, à saveur amère, montait ensuite assez rapidement jusqu'au voisinage de 200°, où il demeurait stationnaire; j'ai obtenu ainsi un second fractionnement entre les températures extrêmes 194°-200°, liquide légèrement sirupeux, jaunâtre, faiblement acide, et à saveur très amère. Au delà de 200°, le thermomètre s'élève graduellement, se fixe quelques instants vers 215°, température à laquelle passe un troisième fractionnement, à saveur chaude, faiblement amère. Au delà de 215°, la distillation languit, et le résidu visqueux noircit.

Le *second fractionnement*, trituré avec un peu de CO^3Ca, a été repris par l'éther absolu, dont l'évaporation a laissé un résidu qui, soumis à une deuxième rectification, m'a donné un *fractionnement principal*, recueilli à la température de 198°, d'un volume de 3^{cm^3} environ : liquide faiblement sirupeux, incolore ou à peine jaunâtre, neutre, à odeur d'abord douce, un peu empyreumatique, puis devenant légèrement piquante en rappelant celle de l'acroléine, mais très atténuée, et à *saveur très amère*.

Ce liquide est constitué par un composé ternaire, dérivé de l'*acroléine*, qu'il fournit abondamment par oxydation ménagée, notamment sous l'action de l'acide permanganique. J'ai déterminé sa composition centésimale et j'en poursuis l'étude en vue de son identification.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur la fermentation visqueuse de la betterave gelée.* Note [1] de MM. **H. Colin** et **Marc Simonet**, présentée par M. H. Vincent.

C'est un fait bien connu des techniciens de sucrerie que les betteraves gelées deviennent rapidement gluantes au toucher, dès qu'elles sont exposées à une douce température. La viscosité n'est pas localisée à la surface seulement des racines; sur une coupe fraîche, on voit sourdre de la pulpe un suc épais, en gouttelettes hyalines, principalement au niveau des méats qui résultent du déchirement des tissus sous l'action du froid. Les betteraves ainsi altérées ne tardent pas à exhaler une odeur d'alcool et de vinaigre; souvent aussi elles sont envahies par des bacilles lactiques et butyriques.

Les ferments alcooliques, lactiques, acétiques ne sont pour rien dans la

(1) Séance du 18 mars 1929.

genèse de la matière gluante; encore moins doit-on invoquer une transformation purement chimique du sucre provoquée par le gel des tissus; l'agent responsable est un microcoque qui mérite, comme d'autres de ses pareils, le qualificatif de *viscosus*.

Nous l'avons isolé à partir d'une goutte du suc filant prélevé à l'intérieur des racines. C'est un *Coccus* de forme arrondie ou légèrement ovale qui se présente soit isolé, soit en courtes chaînettes de 6 à 10 éléments; il n'est pas capsulé et ne liquéfie pas la gélatine; il se décolore par la méthode de Gram.

Nul doute que la substance gluante ne soit engendrée par cet organisme. Cultivé sur gélose-betterave neutralisée il donne un abondant exsudat visqueux; il végète bien dans le bouillon de betterave et le rend bientôt filant. Les milieux de culture restent parfaitement homogènes, il ne s'y forme pas de zooglées. Ils s'acidifient nettement; le saccharose qu'ils renferment est interverti peu à peu; il en restait toujours dans les cultures, en même temps que du sucre réducteur, au moment où nous y avons recherché le produit visqueux.

Il est facile de contaminer artificiellement des tranches de betteraves au moyen d'une goutte de liquide prélevée dans une culture pure; les racines intactes résistent beaucoup mieux à l'infection que la pulpe gelée.

La matière visqueuse élaborée par ce microcoque aux dépens du sucre est analogue, sinon identique, au produit décrit par les anciens auteurs, en particulier par Kramer, Béchamp, Scheibler, sous les noms de gomme de fermentation, de viscose ou de dextrane.

Nous l'avons retirée soit du suc de la betterave gelée, soit des cultures faites par l'un de nous aux laboratoires de Vilmorin. L'alcool la précipite sous forme d'une masse glaireuse qui se laisse facilement dessécher et pulvériser; on la purifie en la remettant en solution et la précipitant de nouveau après centrifugations et filtrations répétées; la dialyse fait le reste.

On obtient ainsi une poudre blanche, amorphe, insipide, peu hygroscopique, non dialysable, non colorable par l'iode, brunissant au-dessus de 200°, se ramollissant vers 250°, soluble dans l'eau chaude en donnant des liqueurs opalescentes et visqueuses, précipitée de ses solutions par les sels des métaux lourds en liqueur alcaline, notamment par SO^4Cu en milieu tartro-sodique; ce dernier caractère est un de ceux que les anciens auteurs attribuent à ce qu'ils appellent la gomme de levure. Le complexe calcique, soluble dans l'eau, est précipité par affusion d'alcool; un excès d'ions SO^4 est nécessaire pour en éliminer les dernières traces de baryum.

Les liqueurs ne sont pas réductrices mais le deviennent fortement après action des acides à chaud. L'hydrolyse, très pénible, n'est complète qu'après un traitement de 4 heures au bain-marie à 100° en présence de 3 pour 100 de HCl pur. Le pouvoir rotatoire, qui, primitivement, était voisin de 200, tombe alors à 50-52. Le sucre formé est du glucose exclusivement. Ni l'extrait de levure, ni la diastase, ni les poudres fermentaires des Mucédinées banales ne provoquent la moindre hydrolyse.

La matière visqueuse de la betterave gelée paraît n'être autre chose que la dextrane décrite par les auteurs et retirée des jus de sucrerie contaminés par le *Leuconostoc mesenteroïdes*. Il est vraisemblable que beaucoup d'autres microorganismes facteurs de viscosité élaborent cette même substance aux dépens des sucres.

Au stade précoce de putréfaction où nous avons examiné les racines de betteraves, nous n'y avons rencontré ni l'acide parapectique de Weisberg (1), ni la gluco-lévulosane de Votocek (2), ni les glucides facilement hydrolysables soupçonnés par Saillard (3); ces divers produits résultent sans doute d'une altération plus profonde de la pulpe sous l'action d'autres espèces microbiennes.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Symbiose* in vivo *du virus claveleux et du virus aphteux*. Note de MM. **Ducloux**, **Rinjard** et Mlle **Cordier**, présentée par M. E. Leclainche.

Les possibilités qu'apporterait l'obtention d'une grande quantité de matériel virulent pour la préparation de vaccin à base de virus aphteux tués par le formol (4) ont incité, devant l'échec de tous les essais de culture, à rechercher, chez un animal sensible, une source abondante de ce virus.

Déjà, il serait possible d'obtenir des liquides virulents en assez grande quantité soit en divisant à l'extrême des lambeaux d'aphtes recueillis chez des bovidés, soit en utilisant le sang et tous les viscères finement broyés d'un cobaye aphteux au stade septicémique (5).

---

(1) Weisberg, *Bull. Soc. chim.*, 3, 1908, p. 601.

(2) Votocek, *Bull. Soc. chim.*, 29, 1921, p. 408.

(3) Saillard, *Comptes rendus*, 160, 1915, p. 361.

(4) Vallée, Carré et Rinjard, *Sur l'immunisation antiaphteuse* (*Bulletin de la Société centrale de Médecine vétérinaire*, 101, 1925, p. 297).

(5) Vallée, Carré et Rinjard, *Revue générale de Médecine vétérinaire*, 35, 1926, p. 129; *C. R. de la Société de Biologie*, 98, 1928, p. 1187.

Mais la masse d'antigène dont on peut disposer restant encore limitée, nous avons recherché si nous pourrions obtenir le développement du virus aphteux dans l'énorme nappe œdémateuse que constitue, chez le mouton, la pustule claveleuse sous-cutanée (Pustule de Borrel).

Avant nous, Belin [1] a fait une tentative pour obtenir la culture du virus aphteux dans une lésion produite sur l'animal vivant par un autre virus; mais il essaie de la réaliser dans la pustule du *virus vaccinal*, ce qui nous a semblé très délicat à cause de la durée différente de l'incubation correspondant aux deux maladies superposées.

Dans les essais que nous avons poursuivis, nous avons inoculé, en suivant la technique classique, du virus claveleux dans le tissu conjonctif sous-cutané des deux faces latérales du thorax d'une série de cinq moutons dont, normalement, le sacrifice devait avoir lieu quatre jours plus tard.

Quarante-huit heures après l'infection claveleuse, nous injections aseptiquement 3 à 5^{cm^3} de sérum aphteux dans la pustule en voie d'évolution *d'un seul côté :* le sérum était réparti à la dose de $0^{cm^3},5$ environ en plusieurs points voisins du bord postérieur de la nappe œdémateuse. Le sang ayant fourni ce sérum était obtenu chez des cobayes aphteux, au stade septicémique, par ponction cardiaque, 24 à 30 heures après l'insertion virulente dans le coussinet plantaire.

Aucune influence notable révélant l'évolution de la fièvre aphteuse n'a été observée sur la courbe thermique habituellement obtenue avec la clavelée, et celle-ci a suivi une marche régulière. Comme en témoigne le volume de la « pustule », nos ovins étaient extrêmement sensibles à la clavelée.

Des prélèvements de lymphe dans les deux nappes claveleuses (du *côté opposé* aux inoculations de sérum virulent pour celle infectée) étaient effectués à des temps variables depuis la 24e heure après l'infection de l'une d'elles par le virus aphteux jusqu'à la 48e ou 50e heure qui correspondait à celle du sacrifice nécessaire de chaque animal en expérience.

Le produit de ponction, comparativement avec du sang recueilli à la même heure dans la veine jugulaire, était inoculé dans le coussinet plantaire d'une série de cobayes.

Les constatations que nous avons faites peuvent être résumées ainsi :

1° La présence du virus aphteux dans la pustule claveleuse ne trouble en rien son évolution. Celle-ci s'est poursuivie normalement, permettant des récoltes de 800 à 1200^g de pulpe virulente au moyen du sacrifice de l'animal en expérience.

---

(1) Belin, *Comptes rendus de la Société de Biologie*, 93, 1925, p. 1488.

2° Le virus aphteux se développe dans la pustule claveleuse, aussi bien dans celle ensemencée directement avec du sérum virulent que dans celle du côté opposé dans laquelle le virus aphteux a été apporté par la voie sanguine.

3° La virulence de la lymphe récoltée est encore décelable par inoculation au cobaye après dilution au $\frac{1}{100}$; une seule fois seulement un cobaye a pu être infecté avec une dilution à $\frac{1}{500}$.

4° La virulence aphteuse du sang de mouton, décelable par inoculation au cobaye, apparaît dès la 24e heure qui suit l'injection de sérum virulent dans une pustule. Elle persiste parfois jusqu'à la 50e heure, moment du sacrifice du sujet.

5° Cette virulence aphteuse du sang n'est pas du tout parallèle à celle de même nature de la lymphe des pustules claveleuses, ce qui tend à prouver que le pouvoir infectant de ces lymphes n'est pas le fait de la présence du sang qu'elles peuvent contenir.

Avant de nous arrêter au protocole précédemment exposé, nous avions essayé de produire l'infection des pustules claveleuses avec un filtrat obtenu en partant d'un broyage d'aphtes, sans aboutir à un résultat favorable.

Dans un autre ordre d'idées, nous avions voulu réaliser, tout d'abord, l'infection générale du mouton atteint de clavelée, en procédant à l'aphtisation avec du sérum virulent, soit par inoculation dans les couches profondes de la muqueuse buccale, soit par insertion dans l'épaisseur du derme des plis sous-caudaux; les constatations que nous avons pu faire ne nous ont pas encouragés à persévérer.

Au contraire, les essais poursuivis en suivant la technique que nous venons d'exposer plus haut montrent que le virus aphteux et le virus claveleux peuvent se développer simultanément chez le même animal, l'œdème claveleux se révélant comme un milieu favorable à la multiplication du virus aphteux.

Le contrôle que nous avons pu faire de sa richesse virulente au cours de ces premières tentatives sont d'un grand intérêt, car, peut-être, aurons-nous là une source abondante d'un antigène aphteux pur extrêmement actif.

La séance est levée à 15^{h}20^m.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de février 1929.

Proceedings of the International Mathematical Congress held in Toronto, August 11-16, 1924, edited by J. C. Fields with the collaboration of an editorial Committee. Vol. I : *Report of the Congress. Lectures. Communications to Sections I and II* et Vol. II : *Communications to Sections III, IV, V and VI.* Toronto, the University of Toronto press, 1928; 2 vol. 30cm.

Fauna Iberica. Peces, par Luis Lozano Rey, tome Ier. Madrid, Museo nacional de ciencias naturales, 1928; 1 vol. 25cm.

Publication de l'Institut fédéral de Météorologie et de l'Association suisse pour l'aménagement des eaux. Fascicule 16. *Précipitations atmosphériques. Écoulement et hydroélectricité.* 1. *Etudes d'hydrologie dans la région des Alpes.* 2. *Essai d'une formule donnant l'écoulement en fonction des précipitations*, par Jean Lugeon. Paris, Dunod, 1928; 1 vol. 25cm,5.

Mémoires pour servir à l'histoire des insectes, par M. de Réaumur. Tome septième. *Histoire des fourmis.* Introduction de E.-L. Bouvier et notes de Charles Pérez. Paris, Paul Lechevalier, 1929; 1 vol. 28cm,5.

Traité pratique de Nomographie, par T. Tanimura. Tokyo, Maruzen et Cie, s. d.; 1 vol. 22cm,5. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Atlas colonial français, colonies, protectorats et pays sous mandat, cartes et texte, par P. Pollacchi. Paris, L'Illustration, 1929; 1 vol. 40cm,5. (Présenté par M. Perrier.)

L'Atmosphère, source gratuite d'énergie inépuisable dans les régions chaudes et tempérées au Sahara et pour le Transsaharien, par J. Dubos. Angoulême, imprimerie Coquemard, 1928; 1 fasc. 24cm,5. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Conseil international de recherches. Union géodésique et géophysique internationale. Section de séismologie. *Comptes rendus des séances de la troisième Conférence, réunie à Prague du* 3 *au* 10 *septembre* 1927, par E. Rothé. Toulouse, Édouard Privat, 1928; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Applications de la mesure des tensions superficielles à l'analyse chimique, par René Dubrisay. Préface de M. H. Le Chatelier in *Mémorial des sciences physiques*, fasc. VIII. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1929; 1 fasc. 25cm,5.

Pauvre et aventureuse bourgeoisie. Roulin et ses amis (1796-1874), par Marguerite Combes. Paris, J. Peyronnet et Cie, 1929; 1 vol. 25cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 2 AVRIL 1929.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 23 mars 1929, qui approuve l'élection que l'Académie a faite de M. **Charles Achard** pour occuper dans la Section de Médecine et Chirurgie la place vacante par le décès de M. *Fernand Widal.*

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Charles Achard** prend place parmi ses confrères.

MÉTÉORITES. — *Sur un aérolithe tombé à Beyrouth* (*Syrie*), *le* 31 *décembre* 1921. Note de M. **A. Lacroix**.

Le 31 décembre 1921, vers $15^h 45^m$, une météorite pierreuse est tombée sur un galetas contigu à la lingerie de l'Université Saint-Joseph, à Beyrouth. Le phénomène a été accompagné d'une ou plusieurs détonations (les témoins n'ont pas été d'accord sur leur nombre).

Cet aérolithe, du poids de 1^{kg},100 environ, a brisé trois ou quatre tuiles et une poutrelle de la toiture et a ébréché une planche. Au moment de sa chute, il était chaud.

Je dois ces indications, restées inédites, à feu le P. Zumoffen, professeur à l'Université de Beyrouth, qui me les a communiquées, il y a trois ans, en même temps qu'une esquille pourvue d'un peu de la croûte noire; cette esquille a servi à tailler une lame mince pour l'examen microscopique. Malheureusement, depuis lors, l'échantillon a disparu de la collection où

il était conservé et les recherches, effectuées par le P. Berloty, correspondant de l'Académie, et le P. Jalabert, n'ont abouti qu'à faire retrouver deux petits fragments, d'une dizaine de grammes, dont l'un m'a été remis. Il est insuffisant pour une étude chimique complète, mais, du moins, il a permis l'étude sommaire qui fait l'objet de cette Note.

Cet aérolithe appartient aux *chondrites miosidérifères* de ma systématique [1]. C'est une roche grise, assez tenace, riche en chondres dont certains seulement peuvent être extraits de leur gangue, elle prend bien le poli; il existe une quantité notable de fer nickélifère et de la pyrrhotite. Plusieurs miroirs de glissement, noirs, brillants, à surface ondulée, sont visibles sur le petit fragment étudié, mesurant $3^{cm},5 \times 2^{cm} \times 1^{cm}$.

L'examen microscopique permet de constater que la caractéristique minéralogique la plus notable réside dans l'abondance du *clinohypersthène*, à très fines macles polysynthétiques, présentant des particularités qui seront élucidées ultérieurement.

La structure est tufacée. Les chondres sont réunis par des débris d'olivine, d'hypersthène, de clinohypersthène, avec un peu de maskelynite et des traces de feldspaths non maclés remplissant leurs intervalles. Le fer nickelé se trouve à la fois dans le ciment et dans les chondres; il forme une enveloppe à certains d'entre eux.

Les chondres présentent une grande variété dont les principales sont les suivantes :

Chondres monosomatiques d'olivine, en forme de grilles, ou polysomatiques, dans quoi l'olivine possède une structure cristallitique sur un fond de verre jaunâtre, rendu brun et partiellement opaque par une poussière ferrugineuse;

Chondres porphyriques, à cristaux automorphes d'olivine englobés dans la maskelynite ou bien moulés par de grandes baguettes de clinohypersthène ou encore par des palmes cristallitiques d'un pyroxène monoclinique (diopside-hypersthène), un peu plus biréfringent et à plus grands angles d'extinction que le clinohypersthène;

Chondres formés par des grains ou des baguettes enchevêtrées d'hypersthène ou bien de clinohypersthène, parfois cerclées d'une étroite enveloppe de diopside-hypersthène géométriquement orienté sur eux.

---

(1) A. Lacroix, *Les météorites tombées en France et dans ses Colonies et conservées au Muséum d'histoire naturelle, avec Remarques sur la classification des météorites* (*Bull. Muséum*, Paris, 33, 1927, p. 120).

Cette composition et cette structure sont celles qui sont habituelles aux chondrites miosidérifères, mais il me paraît que l'étude d'un plus grand nombre de préparations microscopiques permettrait de faire des observations spécialement intéressantes sur la complexité des chondres.

PARASITOLOGIE. — Harpella melusinæ *n. g. n. sp. Entophyte eccriniforme parasite des larves de Simulie*. Note [1] de MM. **L. Léger** et **O. Duboscq**.

Nous avons observé fréquemment dans le tube digestif des larves de Simulie (*Simulium ornatum* Meig. = *Melusina ornata*), provenant de divers ruisseaux des Alpes et du midi de la France, un nouvel Entophyte dont l'aspect capilliforme et le mode de fixation rappellent les Eccrinides. Nous l'appellerons *Harpella melusinæ* n. g. n. sp.

Toujours assez nombreux, ces parasites, sous forme de filaments ondulés, arqués ou spiralés et d'apparence rigide, ressemblent, lorsqu'ils sont simples, à de grêles Nématodes. Mais ils sont fixés par un court pédicule dilaté en pavillon, à la surface interne de l'entonnoir chitineux que l'on confond souvent avec la véritable membrane péritrophique, mue cuticulaire de l'intestin moyen. Ils sont ainsi en contact avec le bol alimentaire et jamais on ne les trouve entre l'entonnoir et l'épithélium.

Harpella melusinæ se montre au moins sous trois formes :

a. Filaments nématoïdes, siphonés, sans cloisons.

b. Filaments conidigènes, cloisonnés, donnant des conidies latérales.

c. Filaments gamétogènes, cloisonnés, ou filaments sexuels.

a. Filaments nématoïdes non cloisonnés. — Les filaments nématoïdes (*fig.* 1) débutent par des stades uninucléés pouvant atteindre jusqu'à 100^{μ} et continuent à croître en multipliant lentement leurs noyaux. A 130^{μ} ils ont deux noyaux, ils atteignent jusqu'à 450^{μ} montrant alors sept noyaux équidistants. La largeur de ces filaments varie de 4^{μ} à $5^{\mu},5$ selon leur longueur. Leur membrane, résistante malgré sa minceur, paraît faite surtout de callose et n'est certainement pas cellulosique. L'appareil fixateur est un pavillon callosique à épaississements radiaires soutenant une mince membrane souvent laciniée.

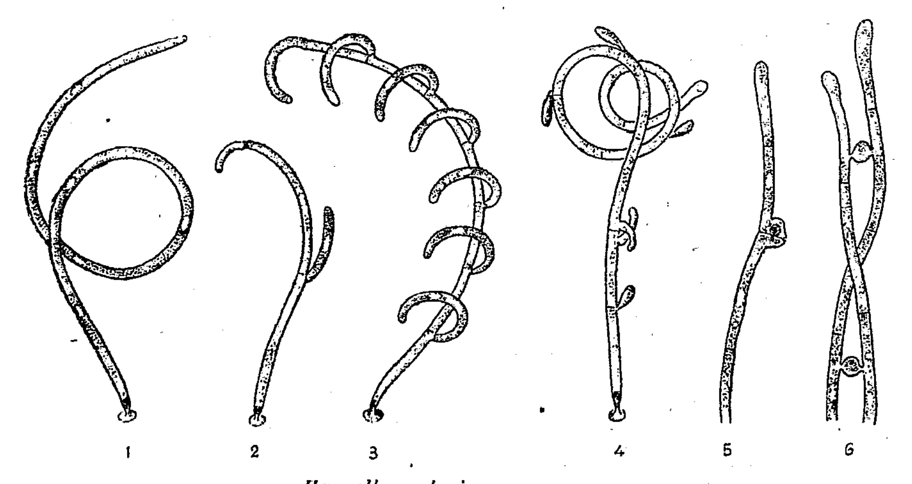
Le cytoplasme est souvent rempli de grains huileux, et les noyaux, assez difficiles à colorer, sont ovoïdes, presque aussi larges que le tube. Ils ont

[1] Séance du 18 mars 1929.

une membrane mince, un petit nucléole excentrique et de nombreux grains chromatiques.

Selon les larves examinées, tantôt ce sont ces filaments nématoïdes siphonés qui dominent, tantôt ce sont les hyphes conidigènes; beaucoup plus rares sont les filaments sexuels.

b. Filaments conidigènes cloisonnés. — Les filaments conidigènes sont un peu plus gros que les précédents et mesurent environ 6$^{\mu}$ de largeur. Ils sont ordinairement incurvés (*fig.* 2 et 3), parfois spiralés (*fig.* 4), plus rarement



Harpella melusinæ n. g. n. sp.

1, filament nématoïde; 2, 3, 4, filaments conidigènes cloisonnés; 5, filament sexuel montrant l'automixie; 6. filaments sexuels montrant l'amphimixie. (× 300 environ, vu sur le vivant.)

presque rectilignes ou à peine ondulés. Leur structure fondamentale n'est guère différente de celle des filaments nématoïdes; mais au lieu de l'état procytial nous trouvons ici des cloisons transversales délimitant très régulièrement des cellules uninucléées.

Les conidies apparaissent tantôt au fur et à mesure de la croissance (*fig.* 2), tantôt lorsque le filament est déjà assez long (*fig.* 3) et divisé en cellules. De toute façon, les conidies sont toujours unilatérales et se forment aux dépens d'un bourgeon qui naît à la partie latéro-supérieure de chaque cellule. Ce bourgeon reste longtemps purement cytoplasmique. Lorsqu'il a grandi, le noyau lui est assez tardivement fourni par la cellule mère soit par simple émigration, la cellule se vidant au profit de la conidie, soit par une division préalable du noyau de la cellule mère. Dans ce cas, il peut arriver que les deux noyaux pénètrent l'un après l'autre dans la conidie. Mais, en principe, les conidies sont uninucléées.

Au fur et à mesure de sa croissance, la conidie se dirige d'abord vers l'apex du filament générateur, puis se recourbe en faucille du côté de l'axe qu'elle dépasse souvent largement. En règle générale, chaque cellule du filament conidigène émet une seule conidie à son extrémité apicale. Parfois cependant il en naît une nouvelle à la base de l'article suivant et les deux conidies voisines ainsi formées peuvent se croiser et même s'enrouler (*fig.* 4).

Les filaments conidigènes peuvent atteindre jusqu'à 730$^{\mu}$ et porter jusqu'à 10 conidies dont une terminale. Les conidies ne quittent l'axe que lorsque celui-ci a terminé sa croissance. Elles se repiquent alors sur l'entonnoir chitineux de la larve pour donner de nouveaux hyphes. C'est le mode de multiplication dans l'hôte.

Certains de ces filaments cloisonnés ont des cellules à deux noyaux sans montrer de conidies; d'autres ne donnent que des conidies courtes et condensées, piriformes, à paroi épaisse comme une spore. Nous pensons qu'il s'agit là de filaments à puissance végétative en partie épuisée, donc à formation conidienne tardive, et conduisant soit à la formation d'azygospores (parthénospores) (*fig.* 4), soit aux filaments sexuels.

c. Filaments sexuels. — Les filaments sexuels, toujours cloisonnés, sont, comme les précédents, plus gros que les filaments nématoïdes et souvent leur article terminal est légèrement dilaté en massue. Ils atteignent 3 à 400$^{\mu}$ sur 6$^{\mu}$,2 de large et montrent un nombre d'articles qui varie de 5 à 8 selon leur longueur. Ils sont, comme les autres, fixés à la membrane cuticulaire par un pavillon.

La sexualité, chez *Harpella*, se manifeste de deux façons : ou bien par automixie et alors ce sont deux articles voisins d'un même filament qui émettent chacun, à leur point de contact, un renflement qui a peut-être la valeur morphologique d'une conidie et dans lequel se rend un noyau sexuel. Puis les deux renflements se tassent étroitement l'un contre l'autre, l'un d'eux paraissant même pénétrer dans l'autre pour la fusion des noyaux (*fig.* 5). Ou bien, par amphimixie et alors le phénomène sexuel se réalise par la rencontre et la fusion de deux émanations gamétogènes provenant respectivement de deux filaments différents, mais voisins et disposés parallèlement ou enroulés l'un autour de l'autre. Le pont ainsi formé se renfle ensuite en un zygote qui doit finalement donner, dans les deux cas, une zygospore résistante (*fig.* 6).

Nous n'avons pas suivi sur place le phénomène sexuel jusqu'à la formation de la zygospore; mais dans plusieurs préparations, nous avons trouvé libres à côté de filaments flétris des éléments sphériques uninucléés de 9$^{\mu}$

de diamètre, à paroi extrêmement résistante et qui, peut-être, sont à interpréter comme tels.

Parfois les deux types de sexualité sont réalisés par un seul et même filament qui, sur son trajet, peut présenter un autozygote et un ou plusieurs amphizygotes par union avec un filament voisin.

Malgré son aspect eccriniforme, *Harpella* ne peut être regardé comme un Eccrinide en raison de ses formations conidiennes, de son cloisonnement et de ses modes de sexualité. L'analogie évidente de ces derniers avec ceux de *Basidiobolus*, la présence de stades siphonés, nous incitent, jusqu'à plus ample informé, à y voir un Phycomycète à ranger dans les Entomophtorales où il devra constituer une famille spéciale, les Harpellacées, à laquelle nous espérons d'ailleurs rattacher bientôt d'autres formes affines.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité des suffrages, MM. **L. Lecornu** et **A. Cotton** sont désignés pour faire partie, avec M. le **Secrétaire perpétuel** pour les Sciences mathématiques, du *Conseil supérieur des Recherches scientifiques intéressant l'Aéronautique*, créé par l'arrêté du Ministre de l'air en date du 9 février 1929.

NOMINATIONS.

MM. **P. Sabatier** et **G. Perrier** sont désignés pour représenter l'Académie au *XIIe Congrès de l'Asociacion Española para el progreso de las ciencias*, qui se tiendra à Barcelone du 18 au 23 mai 1929.

CORRESPONDANCE.

M. **V. Volterra** adresse un télégramme de condoléances à l'occasion du décès de M. le Maréchal *Foch*.

M. **N.-E. Nörlund** fait hommage à l'Académie de ses *Leçons sur les équations linéaires aux différences finies*, rédigées par René Lagrange.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Les* Helicidae *de la faune française*, par Louis Germain. (Présenté par M. L. Joubin.)

2° Gustave Lambert, *ses travaux*, *son projet de voyage au pôle nord*, *sa mort*, par E. Doublet.

M. **Jules Drach** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Mécanique par le décès de M. *J. Boussinesq*.

La **Zoological Society of London** prie l'Académie de vouloir bien se faire représenter à la célébration du *Centenaire de sa fondation*, qui aura lieu à Londres le 29 avril 1929.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la signification géométrique de la propriété semi-symétrique d'une connexion intégrale qui laisse invariant le tenseur fondamental.* Note de M. **J. A. Schouten**.

M. Einstein a considéré dans ses trois dernières publications (1) une connexion intégrable qui laisse invariant le tenseur fondamental. Cette connexion peut être caractérisée par un système orthogonal de n vecteurs unitaires dans chaque point de la variété, qui sont libres d'exécuter des rotations synchrones. $\underset{j}{i^\nu} = \overset{j}{i^\nu}$ étant les n vecteurs; $j = 1, \ldots, n$; $\nu = a_1, \ldots, a_n$, $\Gamma^\nu_{\lambda\mu}$ les paramètres de la connexion intégrable, x^ν les coordonnées de la variété et $\partial_\mu = \partial / \partial x^\mu$, on a

$$\Gamma^\nu_{\lambda\mu} = -\overset{j}{i}_\lambda \partial_\mu \underset{j}{i^\nu} = +\underset{j}{i^\nu} \partial_\mu \overset{j}{i}_\lambda \tag{1}$$

(1) *Neue Möglichkeit für eine einheitliche Feldtheorie von Gravitation und Elektrizität* (*Sitzungsber. der Preuss. Akad. der Wiss.*, 1928, p. 217-221 et 224-227; 1929, p. 2-7).

et

$$(2) \qquad S_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu} = \Gamma_{[\lambda\mu]}^{\nu} = \underset{j}{i^{\nu}} \partial_{[\mu} \overset{j}{i}_{\lambda]},$$

$S_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu}$ est un affineur. Le vecteur

$$(3) \qquad S_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu} = \Phi_{\mu}$$

est le vecteur du potentiel électromagnétique. Quand

$$(4) \qquad S_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu} = -\frac{n-1}{2} \Phi_{[\lambda} A_{\mu]}^{\nu},$$

on dit que la connexion est semi-symétrique. Quelle est la signification géométrique de la condition (4) pour les systèmes $\underset{j}{i^{\nu}}$?

Les $\underset{j}{i^{\nu}}$ forment toujours un *réseau* orthogonal; nous dirons qu'ils forment un *système orthogonal* quand ils sont tous perpendiculaires à un système de $\infty^1 V_{n-1}$. La condition nécessaire et suffisante est que

$$(5) \qquad \underset{i}{i^{\mu}} \underset{j}{i^{\lambda}} \partial_{[\mu} \underset{k}{i}_{\lambda]} = 0 \qquad (i, j, k \neq) \quad (^1)$$

ou, par conséquence de (2),

$$(6) \qquad S_{ij}^{\cdot\cdot k} = 0 \qquad (i, j, k \neq).$$

Maintenant la condition nécessaire et suffisante pour que (6) reste vrai quand les $\underset{j}{i^{\nu}}$ subissent une rotation synchrone, est précisément l'équation (4). Ainsi nous avons démontré le théorème :

La condition nécessaire et suffisante pour que les systèmes forment, dans toutes leurs situations possibles, des systèmes orthogonaux est que la connexion soit semi-symétrique.

Les connexions intégrables des géométries des groupes simples, étudiées par M. Cartan et moi [2], ne peuvent pas être semi-symétriques [3]; ainsi on a le théorème :

---

[1] J. A. Schouten, *Der Ricci Kalkül*, Springer, 27, 1927, p. 194; *Ueber n-fache Orthogonalsysteme in* V_n (*Math. Zeitschr.*, 26, 1927, p. 706).

[2] E. Cartan et J. A. Schouten, *On the geometry of the group-manifold of simple and semi-simple groups* (*Proc. Kon. Akad. v. Wet.*, 29, 1926, p. 803-815). — E. Cartan, *La géométrie des groupes de transformations* (*Journal Math. pures et appl.*, 6, 1927, p. 1-119).

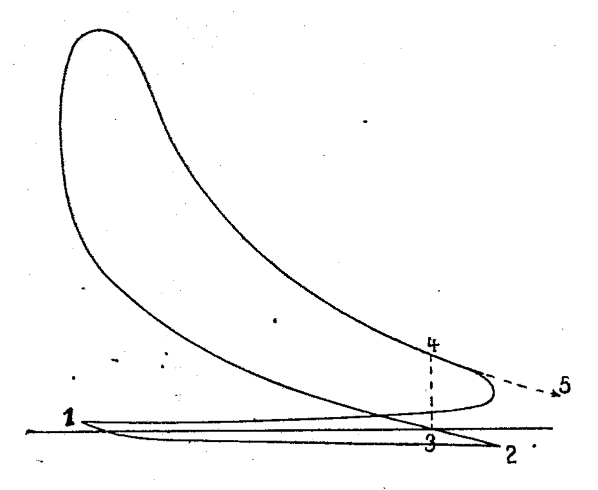
[3] J. A. Schouten, *Sur les groupes à connexion semi-symétrique* (*Comptes rendus Congrès Assoc. Ar. Sc. de Lyon*, 1926, p. 85-87).

Dans la géométrie d'un groupe simple, $n > 2$, les repères obtenus par une des deux connexions intégrables du groupe ne peuvent jamais former dans toutes leurs positions possibles un système orthogonal.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la détermination des températures dans les moteurs à explosions.* Note [1] de M. C. **Bonnier**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Soit un diagramme d'indicateur pris pendant une période de fonctionnement très régulière, et dans lequel on a, en 1, la fin de l'échappement, en 2 le point mort bas, en 3 le point où la courbe de compression rencontre la ligne de pression atmosphérique.

La présente Note a pour objet de montrer qu'il est possible de calculer la température moyenne des gaz dans le cylindre au point 3.



Généralement, la soupape d'aspiration est fermée avant 3 ; s'il n'en était pas ainsi, on prendrait, au lieu de 3, un point plus à gauche ; le raisonnement serait le même.

En 3, nous avons enfermé dans le cylindre, à la pression p_3 (voisine de la pression atmosphérique), sous le volume v_3 et à la température absolue T_3 cherchée, une certaine masse de gaz, composée pour une part de gaz frais qui viennent d'être aspirés, et d'autre part de gaz brûlés, résiduels. Nous

---

(1) Séance du 18 mars 1929.

admettrons que le mélange des deux portions est homogène, de sorte que toute la masse est à la température T_3.

Par la mesure de la consommation en carburant pendant l'essai, et par l'examen des analyses des gaz d'échappement qui donnent le réglage de la carburation, il est possible, par une méthode que j'ai développée ailleurs (¹), de calculer la masse des gaz frais aspirés à chaque descente de piston, et d'en déduire son volume v à la température absolue de 273°, sous la pression p_3. Son volume en 3 est donc $v\frac{T_3}{273}$.

Quant aux gaz brûlés, on en a conservé un volume v_1 (espace mort), à la pression p_1 (généralement aussi très voisine de la pression atmosphérique), et à une température T_1 qui est celle que peuvent atteindre les gaz brûlés par une détente sensiblement adiabatique jusqu'à la pression p_1; tout au moins en première approximation.

Si nous considérons le point 4, pris sur la courbe de détente, avec la même abscisse que le point 3, la température en 4 est

$$T_4 = T_3\frac{p_4}{p_3}.$$

Par suite, si nous faisons une détente adiabatique de 4 en 5, jusqu'à la pression $p_5 = p_1$, nous refroidirons les gaz jusqu'à la température

$$T_5 = T_4\left(\frac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

d'où

$$T_1 = T_5 = T_3\frac{p_4}{p_3}\left(\frac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Le volume occupé, à la température T_3, et sous la pression p_3, par les gaz brûlés, sera

$$v_1\frac{p_1}{p_3}\frac{p_3}{p_4}\left(\frac{p_4}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = v_1\left(\frac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Et l'on aura, en définitive,

$$v_3 = v\frac{T_3}{273} + v_1\left(\frac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{1}{\gamma}},$$

équation dans laquelle tout est mesurable, sauf T_3, qu'on en tire.

(¹) *Annales des combustibles liquides*, 6, 1928, p. 941.

Si l'on suppose que les segments et les soupapes du moteur sont suffisamment étanches pour que la masse de gaz puisse être considérée comme constante durant la compression, l'explosion et la détente, et si l'on a fait l'essai avec un carburant, comme le benzol, tel que le nombre de molécules en présence ne varie que fort peu durant la combustion, la connaissance d'une seule température en un point du diagramme permet de calculer toutes les autres températures au moyen de l'équation des gaz parfaits

$$pv = RT.$$

La comparaison des températures calculées avec celles qu'il est possible de déterminer directement par d'autres méthodes donnera ainsi des indications sur l'état réel des gaz, en particulier sur la variation des chaleurs spécifiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la polymérisation de l'acétylène par l'effluve. Synthèse du dipropargyle et de ses isomères.* Note [1] de MM. **Georges Mignonac** et **René Vanier de Saint-Aunay**, transmise par M. Charles Moureu.

Les savants qui ont examiné l'action de l'effluve sur l'acétylène (P. et A. Thénard, de Wilde, Berthelot, Kaufmann...) ont observé une polymérisation rapide avec formation de produits solides ou liquides de poids moléculaires très élevés.

Quant à la structure des produits obtenus, Berthelot, opposant le caractère explosif de leur décomposition à la grande stabilité du benzène, que l'on obtient par action de la chaleur sur l'acétylène, en déduit qu'elle doit être plus voisine de celle de l'acétylène que de celle du benzène. L'action de l'effluve sur l'acétylène est donc différente de celle de la chaleur.

Mais, en raison de la complexité des produits de condensation, on n'a pu jusqu'ici se faire une idée du mécanisme de l'action de l'effluve sur l'acétylène. Afin de déterminer ce mécanisme, nous avons repris cette étude en nous proposant d'isoler les premiers termes de la polymérisation.

Pour cela, nous avons, ou bien fait jaillir l'effluve dans des appareils dont les électrodes étaient maintenues à très basse température (— 60°), ou bien utilisé des dispositifs permettant de soustraire rapidement à son action les produits formés et de les condenser au dehors. Dans ces conditions, nous

(1) Séance du 11 mars 1929.

avons obtenu un hydrocarbure jaune pâle, facilement distillable dans le vide (Eb. — 10° sous 23^{mm}) en un liquide incolore ($d_4^{19,5} = 0,752$; $n_D^{19,5} = 1,4446$) correspondant à un trimère de l'acétylène $(C^2H^2)^3$. Ce trimère est peu stable, il déflagre sous l'action de la chaleur, s'oxyde à l'air dès la température ordinaire et tend à se polymériser en brunissant peu à peu, mais il peut être conservé à basse température (— 60°) ou en solution diluée (benzène, éther, chloroforme).

Au début de nos expériences, la quantité de carbures obtenus était faible; nous avons pu l'augmenter en alimentant les effluveurs par des courants de haute fréquence, et pour cela nous avons adopté le dispositif de d'Arsonval et des fréquences voisines d'un million. Nos premiers essais nous ont permis de fixer que la polymérisation par l'effluve résulte de deux influences : l'effluve et la chaleur. L'effluve conduit à des hydrocarbures peu stables qui se polymérisent ensuite sous l'action de la chaleur. Pour réduire cette dernière polymérisation, nous avons mis en œuvre des effluves modérés appropriés à nos appareils et nous avons réalisé un refroidissement convenable des électrodes. Le trimère de l'acétylène peut ainsi être obtenu avec un rendement de 70 pour 100.

Quoique les analyses et les déterminations de poids moléculaires soient constantes et correspondent bien à un trimère de l'acétylène, une étude plus approfondie a permis de reconnaître que cet hydrocarbure est constitué par un mélange. Par action du nitrate d'argent alcoolique ou du chlorure cuivreux, nous avons pu, en effet, séparer environ 40 pour 100 de carbures diacétyléniques vrais, et, par des analyses répétées des combinaisons métalliques, constater *l'absence de carbures monoacétyléniques vrais*. Par hydrogénation catalytique au platine, nous avons fixé sur le mélange la quantité d'hydrogène théorique et obtenu les carbures saturés C^6H^{14}. L'oxydation par le permanganate et par l'ozone a conduit aux acides formique, oxalique, propionique (décomposition de l'acide méthylmalonique), succinique. La destruction des ozonides par l'eau donne, en outre, de l'aldéhyde formique.

Ces différentes réactions nous ont permis de caractériser dans le mélange :

1° Le dipropargyle $HC \equiv C - CH^2 - CH^2 - C \equiv CH$, donnant une combinaison cuprique jaune $C^6H^4Cu^2$, $2H^2O$ et une combinaison argentique $C^6H^4Ag^2 . 2NO^3Ag$;

2° Le méthylpentadiine $HC \equiv C - \underset{\displaystyle CH^3}{\overset{|}{CH}} - C \equiv CH$, donnant une combinaison cuprique rouge orangé, $C^6H^4Cu^2 . 2H^2O$ et une combinaison argentique jaunâtre $C^6H^4Ag^2 . 2NO^3Ag$;

3° L'hexadiène-1.5-ine-3 $H^2C = CH - C \equiv C - CH = CH^2$.

Ces deux derniers carbures, non encore signalés, se polymérisent avec plus de facilité que le dipropargyle.

Mécanisme de la polymérisation. — Nous admettons que l'effluve agit sur la liaison carbone-hydrogène, d'où résulte la production d'un certain nombre de molécules d'acétylène actives $HC \equiv C...H$, capables de se fixer sur les molécules non activées qui les entourent :

$$\begin{array}{c} HC \equiv CH \\ \uparrow \quad \uparrow \\ HC \equiv C \cdots H \end{array} \rightarrow CH^2 = CH - C \equiv CH.$$

Ce carbure, qui serait le premier terme de la polymérisation, n'a pas été isolé, mais il peut fixer une molécule d'acétylène activé ou bien être activé lui-même et se fixer sur une molécule d'acétylène.

L'absence de carbures monoacétyléniques vrais nous conduit à admettre, d'une part, que l'addition de l'acétylène a lieu sur la double liaison, d'après les schémas suivants :

$$(1) \quad \begin{array}{c} CH^2 = CH - C \equiv CH \\ \uparrow \qquad \uparrow \qquad\qquad \\ HC \equiv C \cdots\cdots H \qquad\qquad \end{array} \rightarrow HC \equiv C - CH^2 - CH^2 - C \equiv CH$$

Dipropargyle.

$$(2) \quad \begin{array}{c} CH^2 = CH - C \equiv CH \\ \uparrow \qquad \uparrow \qquad\qquad \\ H \cdots\cdots C \equiv CH \qquad \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} HC \equiv C - CH - C \equiv CH \\ | \\ CH^3 \end{array}$$

Méthylpentadiine.

[l'addition se faisant surtout d'après (2)], et, d'autre part, que la molécule de buténine, activée sur son groupement acétylénique, réagit sur l'acétylène d'après (3)

$$(3) \quad \begin{array}{r} HC \equiv CH \\ \uparrow \nwarrow \quad \\ CH^2 = CH - C \equiv C \cdots H \end{array} \rightarrow CH^2 = CH - C \equiv C - CH - CH^2$$

Hexadiénine.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la déshydratation de l'oxyde de cyclohexène et sur le passage du cycle en* C^6 *au cycle en* C^5. Note ([1]) de MM. **Pierre Bedos** et **Adrien Ruyer**, transmise par M. Paul Sabatier.

Diverses méthodes permettent de réaliser la rétrogradation d'un cycle à n atomes de carbone à un cycle à $n-1$ atomes de carbone ([2]); parmi ces méthodes nous citerons uniquement celles qui conduisent à l'aldéhyde cyclopentanique.

L'obtention de cette dernière à partir du cycle en C^6 a été déjà réalisée par M. Tiffeneau ([3]) par élimination d'une molécule d'acide iodhydrique de l'iodhydrine du cyclohexane-diol-1.2 à l'aide du nitrate d'argent. De même, M. Godchot (expérience inédite) a pu caractériser une certaine quantité d'aldéhyde cyclopentanique dans l'action d'une molécule d'iodure de méthylmagnésium sur la chlorhydrine du cyclohexanediol-1.2.

Au cours de diverses recherches mettant en œuvre la chlorhydrine du cyclohexane-diol-1.2 ou l'oxyde de cyclohexène, nous avions remarqué la formation simultanée de petites quantités d'aldéhyde cyclopentanique et d'un carbure léger, vraisemblablement du dihydrobenzène; ces faits nous ont déterminés à rechercher si certains agents de déshydratation ne permettraient pas de favoriser d'une façon plus particulière l'isomérisation de l'oxyde de cyclohexène en aldéhyde cyclopentanique.

La présente Note a pour but de montrer que, d'une manière assez générale, l'action des agents de déshydratation sur l'oxyde de cyclohexène conduit, pour une proportion variable suivant le déshydratant employé, d'une part, au cyclohexadiène-1.3 par déshydratation théoriquement normale de l'oxyde de cyclohexène

CH H — H^2C, H^2C, CH, CH >O — CH H → CH — H^2C, H^2C, CH, CH — CH + H^2O,

d'autre part à l'aldéhyde cyclopentanique par isomérisation de l'oxyde de

([1]) Séance du 25 mars 1929.
([2]) Mlle Lévy et M. Sfiras, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 45.
([3]) M. Tiffeneau, *Comptes rendus*, 159, 1914, p. 771.

cyclohexène, avec rétrogradation du cycle en C^6 au cycle en C^5,

$$\begin{array}{c} CH^2 \\ H^2C \quad CH \\ H^2C \quad CH \\ CH^2 \end{array} \!\!> O \rightarrow \begin{array}{c} H^2C - CH - C\!\!<^{O}_{H} \\ H^2C \quad CH^2 \\ CH^2 \end{array}$$

Parmi les agents de déshydratation que nous avons mis en œuvre dans nos recherches, deux seulement permettent d'obtenir le dihydrobenzène et l'aldéhyde cyclopentanique dans des conditions intéressantes : ce sont la thorine et l'anhydride phtalique.

Dans la méthode à la thorine, on fait passer les vapeurs d'oxyde de cyclohexène sur une traînée de thorine maintenue vers 330° en réglant l'arrivée de l'oxyde à 10-15 gouttes à la minute. Cette méthode fournit bien une proportion intéressante de dihydrobenzène et d'aldéhyde cyclopentanique, mais on obtient, en outre, d'autres composés non encore identifiés; et les rendements en ces divers produits varient considérablement pour des écarts faibles des conditions expérimentales, ce qui rend la méthode très délicate. L'étude de cette réaction catalytique est poursuivie.

La méthode à l'anhydride phtalique consiste simplement à faire tomber goutte à goutte l'oxyde de cyclohexène dans un ballon contenant de l'anhydride phtalique maintenu à une température voisine de son point d'ébullition. En faisant varier les conditions expérimentales (température de l'anhydride phtalique, débit de l'oxyde, rétrogradation des vapeurs), on arrive à orienter la réaction dans le sens de la formation du dihydrobenzène ou de l'aldéhyde. C'est ainsi que dans une série d'opérations nous avons pu obtenir un rendement de 40 pour 100 en aldéhyde et 15 pour 100 en carbure, tandis que dans une autre série le rendement en aldéhyde était abaissé à 10 pour 100 et le rendement en carbure était élevé à 50 pour 100 (rendements rapportés aux rendements théoriques).

Ce mode d'obtention du cyclohexadiène-1.3 permet de prévoir que l'on doit obtenir aisément ce carbure très pur; en effet, sans autre traitement, deux rectifications suffisent pour obtenir ce carbure distillant à température très fixe $E_{755} = 81°$. Cette réaction constitue donc un mode de préparation assez avantageux du dihydrobenzène-1.3 et de l'aldéhyde cyclopentanique.

Signalons que, dans cette réaction, l'eau provenant de la déshydratation contient toujours du cyclohexane-diol-1.2; celui-ci prend naissance vraisemblablement par le contact de l'oxyde et de l'eau dans les parties chaudes de l'appareil. On peut attribuer

à la déshydratation de ce glycol [1] la formation d'une partie du dihydrobenzène, et, en fait, nous avons vérifié que, chauffé avec de l'anhydride phtalique, il donne naissance à du dihydrobenzène et à de l'aldéhyde cyclopentanique. Cependant, il ne faut pas perdre de vue que sa formation n'est possible que si l'oxyde se trouve en présence d'eau libérée, et il est peut-être plus logique d'expliquer cette réaction par la formation d'une combinaison transitoire de l'oxyde avec l'anhydride phtalique. Des expériences en cours nous permettront peut-être d'élucider cette question.

La thorine et l'anhydride phtalique ne sont pas les seuls agents de déshydratation capables de fournir de l'aldéhyde cyclopentanique, et il semble que cette réaction secondaire soit assez générale; c'est ainsi que l'action de l'acide oxalique anhydre, du bisulfate de potasse, de l'acide sulfurique ou de l'anhydride phosphorique (ou plutôt des acides en dérivant par hydratation) fournit de petites quantités d'aldéhyde; mais ce ne sont là que des modes de formation.

En résumé, l'oxyde de cyclohexène, qui théoriquement est un des termes de la déshydratation du cyclohexane-diol-1.2, peut se déshydrater à son tour en cyclohexadiène-1.3, comme la théorie permet de le prévoir, et cette déshydratation est généralement accompagnée de l'isomérisation de l'oxyde en aldéhyde cyclopentanique.

GÉOLOGIE. — *Superposition d'un anticlinal tertiaire à un synclinal crétacé.* Note [2] de M. **Paul Lemoine**, présentée par M. L. Cayeux.

La localité de Rouvres se trouve sur l'emplacement exact de ce que M. Dollfus a appelé l'axe anticlinal du Multien; celui-ci est extrêmement net sur ce point, en ce qui concerne le contact des Sables moyens et du Calcaire de Saint-Ouen, pour lesquels M. Dollfus a donné les altitudes suivantes :

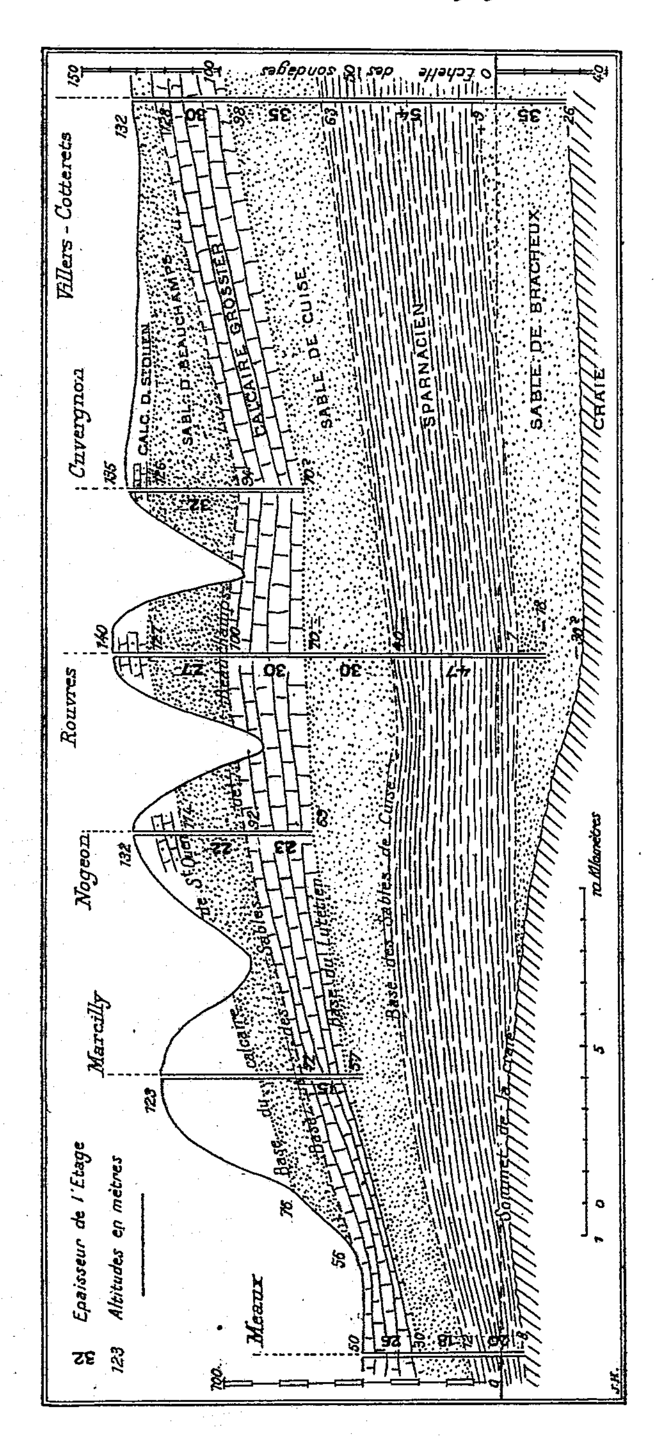
Trilport	61	May-en-Multien	125
Les Bruyères (commune d'Ile-les-Meldeuses)	90	Crouy-sur-Ourcq	140
Lizy-sur-Ourcq	104	Mareuil-sur-Ourcq	125
		La Ferté-Milon	106

Je puis ajouter les chiffres suivants qui confirment l'allure anticlinale de cette région :

---

(1) M. Senderens, *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 1183, a déjà signalé l'obtention du cyclohexadiène-1.3 pour déshydratation de ce glycol par l'acide sulfurique.

(2) Séance du 25 mars 1929.


32 Epaisseur de l'Etage
123 Altitudes en mètres
Meaux
Marcilly
Nogeon
Rouvres
Cuvergnon
Villers - Cotterets
CALC. D. ST OUEN
SABLE D'BEAUCHAMPS
CALCAIRE GROSSIER
SABLE DE CUISE
SPARNACIEN
SABLE DE BRACHEUX
CRAIE
Base des Sables de Cuise
Sommet de la craie
Echelle des sondages
10 Kilomètres

Nogeon	$+114^m$	Cuvergnon	$+126^m$
Rouvres	$+127^m$	Faverolles	$+141^m$

Or, un forage effectué à Rouvres a montré une extraordinaire puissance des couches subordonnées au Lutétien ; on les a traversées jusqu'à $-18^m,35$, ce qui mettrait la craie à une cote inférieure à -20^m, alors que la carte publiée par M. Dollfus la suppose à la cote $+20^m$. Comme elle est à Meaux à -16^m et à Villers-Cotterets à -26^m, la surface de la craie ne participe pas à l'allure anticlinale des couches tertiaires, elle semble même affecter au-dessous d'elles une allure synclinale. — J'ai donc cherché à préciser l'allure des différentes couches, et j'ai réuni les coupes des sondages de la région. La coupe en résume les principales données. Tout d'abord les divers étages n'ont pas partout la même épaisseur; ainsi, le Lutétien a de 24 à 32^m suivant les points, le Cuisien varie de 24 à 38^m. — Il est nécessaire de renoncer à la méthode simple, qui consiste à ramener tous les documents d'altitude à la surface supérieure de la craie et grâce à laquelle M. Dollfus a pu construire une carte en courbes de niveaux de cette surface, bien que les points connus avec précision soient très restreints. Il faudra autant de cartes structurales qu'il y a d'étages importants à différencier.

D'autre part, un fait nouveau est que le Thanétien, déjà reconnu (35^m) à Villers-Cotterets, par Dollfus, existe encore à Crépy-en-Valois (48^m à Mermont). Il est probable qu'il existe aussi au-dessous de Rouvres. — En effet le Sparnacien, épais de 54^m à Villers-Cotterets, de 48^m à Crépy (Mermont), de 46^m à Meaux, doit avoir la même puissance à Rouvres. On peut la fixer à $49^m,90$ en rapportant les derniers mètres ($10^m,90$), du sondage, au Thanétien. — La craie se trouverait donc à Rouvres à $-18^m,35$ au plus haut, et à -55^m si l'on prend l'épaisseur maximum du Thanétien à Mermont. On peut penser qu'elle se trouve vers -30^m. — Comme rien ne paraît pouvoir lui être rapporté à Meaux, il est probable que le littoral du Thanétien devra être recherché en profondeur, entre Rouvres et Meaux.

Dans ces conditions, le caractère synclinal de la surface de la craie à Rouvres serait lié à la présence du Thanétien dans cette localité et à une érosion préthanétienne. D'autre part, le caractère anticlinal du Tertiaire de la région de Rouvres est assez peu important, bien qu'il soit net. — Les phénomènes qui ont amené le léger plissement de couches tertiaires n'ont donc eu qu'une action superficielle. Ils ont été impuissants à plisser l'im-

portant massif de craie. On croyait autrefois, avec Marcel Bertrand et Munier-Chalmas, à la continuité du phénomène de plissements, à l'emboîtement anticlinal ou synclinal des diverses couches.

Un premier exemple d'une inversion du relief géologique souterrain paraît avoir été donné par Bigot (1907). Interprétant les résultats des sondages du Weald, publiés par Lamplugh (1911), j'en ai indiqué un second cas (Lemoine, 1916). Revenant sur cette question, Lamplugh (1919) a pensé qu'il s'agissait d'une loi générale. P. Pruvost (1928) a montré son application dans la structure souterraine du Pays de Bray. C'est la première fois qu'on signale dans le Tertiaire du Bassin de Paris la superposition d'un anticlinal à un synclinal plus ancien. Dans l'orientation des recherches en profondeur, il faudra tenir compte de cette donnée tectonique nouvelle.

La séance est levée à 15^{h}40^{m}.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 11 mars 1929.)

Note de M. *Georges Calugaréano*, Sur le calcul des valeurs exceptionnelles M des fonctions entières d'ordre fini :

Page 768, dernière ligne, *au lieu de* $\frac{\varpi'_q(\gamma)}{(\sigma_0-\gamma)^q}$, *lire* $\frac{\varpi'_q(\gamma)}{\sigma'_0}$.

Page 769, ligne 2, dans la diagonale du déterminant, remplacer $\sigma_0-\gamma$ par σ_0; dans la dernière ligne du même déterminant, *lire* $\sigma_{q-1}, \sigma_{q-2}, \sigma_{q-3}, \ldots, q\sigma_q$; ligne 4, *au lieu de* $\frac{\varpi'_q(\gamma)}{(\sigma_0-\gamma)^q}$, *lire* $\frac{\varpi'_q(\gamma)}{\sigma'_0}$.

(Séance du 18 mars 1929.)

Note de M. *Radu Badescu*, Sur l'équation intégrale d'Abel généralisée :

Page 852, ligne 1, *au lieu de* $(p+1)$, *lire* p; ligne 5, *au lieu de* l'holomorphie... $K(z, s)$, *lire* l'holomorphie de toutes les fonctions fondamentales correspondantes au noyau régulier $K(z, s)$ entraîne l'holomorphie de $\Psi(z)$; ligne 9, *lire* $\frac{\partial^p \lambda_m}{\partial \theta^p}=0$; ligne 10, *ajouter* si $\Psi(z)$ satisfait à la condition d'existence; ligne 23, l'indice m du produit $\prod_{i=0}^{m}\left[1-\frac{\lambda}{\lambda_i}\right]$ est à remplacer par n.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 AVRIL 1929.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dévitrification du verre*. Note (1) de M. **P. Villard**.

On sait que le travail du verre au chalumeau provoque souvent une dévitrification plus ou moins tardive, parfois impossible à éviter. Elle est avec certains verres (Bohême pour tubes à analyses par exemple) tellement précoce et rapide que la plupart des opérations de soufflage deviennent impraticables.

On admet volontiers qu'il s'agit du phénomène découvert en 1727 par Réaumur : le verre, chauffé longtemps jusqu'au début du ramollissement, perd sa transparence (porcelaine de Réaumur), sa composition globale restant invariable. J'indiquerai plus loin ce qu'il y a de commun entre ces deux effets, mais, au premier examen, des différences profondes apparaissent :

1° La porcelaine de Réaumur ne s'obtient qu'à des températures bien inférieures à celles qui conviennent au soufflage.

2° C'est toujours la surface *extérieure* du tube ou de l'ampoule que l'on travaille qui se dévitrifie, et jamais la surface intérieure.

3° Si l'on chauffe par exemple un tube, et qu'aussitôt la dévitrification commencée on le déplace un peu dans le sens de sa longueur, la région ainsi amenée dans la zone externe de la flamme se repolit généralement. On peut également chauffer ce tube presque tangentiellement, en le tournant sur lui-même pour uniformiser la température ; la surface corrodée, ainsi exposée périodiquement à l'air, se répare fréquemment ;

---

(1) Séance du 25 mars 1929.

tout au moins cet artifice retarde beaucoup la dévitrification; il l'empêche souvent de se produire. On obtient encore le même résultat en travaillant à l'extrême pointe d'une flamme très aérée, semblable à celle qui conviendrait pour souffler du cristal sans le noircir par réduction.

D'une manière générale, à une même température définie pour chaque verre par les exigences du soufflage, on peut, en modifiant le régime et le mode d'emploi du chalumeau, supprimer souvent toute altération, ou, au contraire, dépolir rapidement des verres habituellement considérés comme presque inaltérables.

4° Des verres ayant une tendance excessive à la dévitrification peuvent, sans que celle-ci se produise, être chauffés pendant des heures dans une résistance électrique, ou encore avec une flamme, mais en protégeant le tube chauffé au moyen d'un tube de fer, autrement dit en ne mettant le verre en contact qu'avec de l'air. Ces procédés permettent aussi de réparer facilement un tube antérieurement dépoli par le chalumeau.

Le phénomène découvert par Réaumur ne saurait expliquer ces effets inverses; il est au contraire évident que c'est la flamme du chalumeau qui provoque la dévitrification. Dans le but d'analyser cette action, on peut faire passer successivement, dans un tube chauffé, les divers gaz de cette flamme (gaz d'éclairage, air, hydrogène, anhydride carbonique etc.). On constate alors ceci :

Aux températures convenant pour le soufflage (entre 750° et 950°C.) *aucun des gaz de la flamme n'attaque le verre;* si même le tube en expérience a été corrodé intérieurement comme il sera dit plus loin, tous ces gaz le ramènent à l'état primitif. Contrairement à ce qu'on pourrait croire, la vapeur d'eau est, à cet égard, particulièrement efficace.

Mais si, dans ce même tube, on fait passer de l'hydrogène auquel l'on ajoute une trace d'oxygène (environ 1 pour 100) on voit apparaître, à l'endroit chauffé, un anneau faiblement lumineux en jaune (lumière du sodium) et l'intérieur du tube se corrode aussitôt au niveau de cet anneau, ainsi qu'un peu en aval; on observe, en même temps, les deux phénomènes suivants :

1° Si l'on allume l'hydrogène à l'extrémité du tube, munie d'un ajutage en platine pour que la flamme ne soit pas en contact avec le verre, qui la colorerait, on constate qu'aussitôt l'oxygène admis et l'anneau lumineux formé, cette flamme se colore vivement, redevenant incolore dès qu'on supprime l'oxygène. Il en est de même si l'on maintient constamment l'addition d'oxygène et qu'on chauffe le tube pour faire apparaître l'anneau, ou qu'on le laisse refroidir jusqu'à extinction de celui-ci.

2° Si l'on s'éclaire uniquement avec la lumière du sodium, l'intérieur du tube paraît *noir* depuis l'anneau luminescent jusqu'à une distance en aval

qui peut atteindre 15^{cm} avec un courant gazeux de 1^{m} par seconde. Sous une épaisseur de 5^{mm} seulement, le gaz intérieur est presque opaque pour la flamme d'un bec Méker sur la grille duquel on a déposé quelques perles de verre, et ne laisse voir cette flamme qu'avec une teinte violacée, comme au travers d'encre un peu diluée.

Il paraît ainsi certain que du sodium a été mis en liberté; la réaction de Beketoff ($Na^2O + H = NaOH + Na$) ne semble pas ici applicable, l'hydrate de sodium ne pouvant subsister en présence de la silice, et l'on est conduit à admettre une réduction proprement dite. On peut chercher à expliquer le fait en considérant que, dans l'anneau luminescent, la combustion de l'oxygène produit localement une forte élévation de température capable d'entraîner un déplacement d'équilibre [1]. Je pense qu'on peut interpréter autrement le rôle de cette surchauffe en s'aidant de l'observation suivante : dans un tube de Plücker à hydrogène, la partie capillaire se dépolit très vite. Or MM. Fabry et Buisson ont montré que le gaz intérieur est sensiblement à la température ambiante ; plus récemment, MM. Seeliger et Straehler ont trouvé $+100°$; le verre est donc ici attaqué par de l'hydrogène *froid*, mais dans lequel le courant électrique a libéré des atomes, et, comme l'un des effets d'une haute température est précisément de produire la même dissociation (Langmuir), il est permis de supposer que c'est l'hydrogène atomique qui dévitrifie le verre en réduisant le silicate de sodium, cette réaction n'offrant, dès lors, rien de surprenant.

A l'appui de cette interprétation, je citerai l'expérience suivante, bien qu'elle ne soit pas à l'abri de toute critique :

On fait passer de l'hydrogène pur dans un tube de verre sodique où sont disposés, dans un renflement, deux fils de platine traversant les parois, puis on chauffe, vers 800°, à 10^{cm} ou 15^{cm} en aval. Si l'on fait alors éclater entre les fils des étincelles *condensées*, le verre est corrodé dans la région chauffée, et la flamme, allumée à l'extrémité d'un tube de platine terminant l'appareil, se colore aussitôt. Cette coloration est toutefois moins intense qu'avec l'hydrogène oxygéné, sans doute par suite de la discontinuité d'action des étincelles; la corrosion est en même temps moins rapide, et le gaz opaque n'est pas observable. Dès que les étincelles cessent, la flamme se décolore,

---

[1] On peut, en effet, obtenir à peu près les mêmes résultats sans employer l'oxygène, en faisant passer simplement de l'hydrogène pur sur du verre sodique chauffé dans une nacelle à 1000° ou plus. Mais le verre étant alors presque fluide, il n'y a pas dévitrification.

et le verre corrodé se repolit. Dans cette expérience, à 10^{cm} des étincelles, la surchauffe ne peut être invoquée.

L'hydrogène, dans certaines conditions, peut donc enlever du sodium au verre; il peut aussi enlever du potassium, car la corrosion, ainsi que le rétablissement du poli, s'observent très facilement en faisant passer dans un tube de Bohême (potassique) de l'hydrogène additionné d'abord d'oxygène puis pur. Cette perte d'alcali, qui explique la coloration d'une flamme par une tige de verre, est superficielle, mais cependant assez grande pour qu'une perle de verre, posée sur la grille d'un bec Méker, ne donne plus, au bout d'une heure, qu'une coloration très faible.

C'est seulement ce changement de composition qui permet un rapprochement avec l'expérience de Réaumur; les recherches faites par Péligot sur du verre à bouteilles ont, en effet, établi que par chauffage prolongé au voisinage du ramollissement le verre se dédouble en deux composants inégalement fusibles, dont l'un, qui cristallise, a perdu 84 pour 100 du sodium primitif, que l'on retrouve dans l'autre composant (eau mère).

La dévitrification est donc la conséquence d'un appauvrissement du verre en alcalis, mais, tandis que dans le phénomène de Réaumur ce changement de teneur provient d'une liquation, avec le chalumeau, il s'agit d'une perte réelle par réduction. On peut d'ailleurs observer la liquation au chalumeau avec certains verres, en les chauffant juste assez pour les ramollir, et les étirant. On voit alors apparaître, dans la masse, une sorte de givre, qui disparaît si l'on chauffe davantage, et ceci montre qu'à la température de soufflage du verre, l'effet Réaumur n'existe plus ([1]).

On peut déduire de ce qui précède quelques indications sur la manière de travailler le verre sans l'altérer; il faut le chauffer dans des gaz aussi complètement brûlés que possible, et, dans ce but, tenir la pièce à la pointe d'une flamme bien aérée, en forme de fer de lance allongé, telle qu'on l'emploie pour le cristal. Pour chaque débit de gaz le diamètre de la tuyère doit être suffisant pour donner le vent nécessaire sans dépasser la vitesse compatible avec un régime régulier. Toute flamme en balai, à extrémité large et mal définie doit être proscrite. Avec le verre de Bohême, très dévitrifiable et peu fusible, il y a lieu d'ajouter à l'air un peu d'oxygène afin d'obtenir à la pointe de la flamme la température nécessaire (950° à 1000°) et l'on peut alors effectuer avec ce verre, sans le dévitrifier, toutes les opérations ordinaires du soufflage.

([1]) Certains verres, fabriqués depuis très longtemps, se dépolissent dès qu'on les chauffe, mais il ne s'agit pas d'une dévitrification; ce phénomène, dont l'explication est connue, consiste en une *décrépitation*, provenant de ce que ces verres ont absorbé de l'eau. Le poli se rétablit de lui-même à la température de ramollissement.

M. **Auguste Lumière**, par l'organe de M. E. Roux, fait hommage à l'Académie d'un volume intitulé *Le Cancer, maladie des cicatrices;* Préface de M. L. Bérard.

NOMINATIONS.

M. **Ch. Gravier** est délégué aux cérémonies qui auront lieu à Londres, le 29 avril 1929, à l'occasion du centenaire de la *Zoological Society*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Proceedings of the* Third Pan-Pacific Science Congress, *Tokyo*, October 30th-November 11th 1926, edited by the National Research Council of Japan.

2° Fritz Sarasin. *Ethnologie der Neu-Calédonier und Loyalty-Insulaner*, texte et atlas. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

GÉOMÉTRIE. — *Les trois points de vue dans l'étude des espaces non holonomes*. Note [1] de M. **G. Vranceanu**, transmise par M. Hadamard.

Dans une Note récente [2], M. Horak a montré qu'on retrouve le tenseur de courbure d'une variété non holonome, donné par M. Schouten, en transposant par parallélisme un vecteur (intérieur) au long d'un pentagone infinitésimal. J'ai appliqué déjà cette méthode du pentagone (dans ma Communication au Congrès de Bologne) et j'ai retrouvé mon tenseur de

(1) Séance du 25 mars 1929.

(2) Cf. Z. Horak, *Sur la courbure des variétés non holonomes* (*Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 1273).

courbure $\lambda_{hk,er}$ [1], lequel est différent de celui de M. Schouten. La différence des résultats provient du fait, que le point de vue adopté par M. Schouten dans l'étude des espaces non holonomes diffère du mien, et je vais montrer ici comment on peut se rendre compte d'une manière très simple de ces deux points de vue et encore du point de vue de M. Hadamard.

Supposons que dans une variété riemannienne V_n, ayant comme coordonnées les variables $x^1, \ldots, x^n$, nous avons un système de Pfaff,

$$(1) \qquad \sum_{1}^{n} {}_{a} c_{\alpha a}\, dx^{\alpha} = 0 \qquad (\alpha = m+1, \ldots, n),$$

en général non complètement intégrable. La variété V_n, liée par les équations (1), s'appelle une variation non holonome V_n^m. Pour préciser complètement les propriétés qui nous intéressent de cette variété, une hypothèse ultérieure est nécessaire.

En effet, supposons pour le moment que le système (1) est complèment intégrable. On sait que, en ce cas, en effectuant une transformation convenable des variables x, on peut donner aux systèmes (1) la forme simple

$$(2) \qquad dx^{\alpha} = 0 \qquad (a = m+1, \ldots, n).$$

En écrivant, en ce cas, la métrique de la V_n de la façon suivante :

$$(3) \qquad ds^2 = \sum_{1}^{m}{}_{ij} a_{ij}\, dx^i\, dx^j + 2\sum_{1}^{m}{}_{i}\sum_{m+1}^{n}{}_{\alpha} a_{i\alpha}\, dx^i\, dx^{\alpha} + \sum_{m+1}^{n}{}_{\alpha\beta} a_{\alpha\beta}\, dx^{\alpha}\, dx^{\beta},$$

on voit immédiatement que les variétés intégrales du système (2) forment dans la V_n une famille de ∞^{n-m} variétés riemanniennes V_m, ayant comme métriques la première sommatoire de la formule (3).

On sait qu'on peut se poser relativement à cette famille de variétés riemanniennes, les deux problèmes suivants :

1° Trouver les propriétés intrinsèques de chaque variété V_m de la famille. Il est évident que ces propriétés ne dépendent pas du tout des coefficients $a_{i\alpha}$, $a_{\alpha\beta}$ ($i \leqq m$, α, $\beta \gamma m$) de la métrique (3) de V_n. On peut exprimer ce fait en disant que les propriétés intrinsèques de la famille restent les mêmes, si l'on considère la famille plongée dans une autre

---

[1] Voir G. Vranceanu, *Sur quelques tenseurs* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 995 [formule (6)].

variété V_n, dont la métrique s'obtient de (3), *en y ajoutant une forme linéaire par rapport aux premiers membres des équations* (2), *ayant comme coefficients des formes linéaires quelconques en tous les dx*.

2° Trouver non seulement les propriétés intrinsèques, mais aussi les propriétés rigidement liées à la V_n. En ce cas la métrique (3) est un invariant du problème.

A ces deux problèmes on peut en ajouter un autre, intermédiaire mais non moins important, à savoir :

3° Déterminer les propriétés de la famille qui sont communes non seulement à la V_n, mais aussi à toutes les V_n dont la métrique se déduit de (3) *en y ajoutant une forme quadratique quelconque des premiers membres des équations* (2). En ce cas, on remarque tout de suite que si l'on choisit les variables $x^i (i \leqq m)$ orthogonales aux $x^\alpha (\alpha > m)$, pour avoir $A i\alpha = 0$, elles restent orthogonales pour toutes les V_n de cette classe. Nous connaissons déjà une propriété de cette nature (et dans un travail ultérieur j'en donne d'autres); c'est celle donnée par les conditions de Hadamard-Bompiani, pour que les V_m soient dans V_n des variétés totalement géodésiques[1].

En effet, ces conditions exigent (dans le cas $a_{i\alpha} = 0$), que les $a_{ij} (i, j \leqq m)$ soient indépendants des x^α, et si ces conditions sont remplies pour la V_n, elles sont remplies pour toutes les V_n de la même classe.

Il s'agit de poser ces trois problèmes dans le cas où le système (1) n'est pas complètement intégrable. Le premier problème a été déjà posé il y a 30 ans, pour le cas mécanique d'un système non holonome, par M. Hadamard[2], en faisant voir que les trajectoires du système sans forces, qui sont encore les géodésiques de la variété non holonome correspondante, *ne restent pas les mêmes*, si l'on varie la force vive du système par une forme linéaire quelconque dans les premiers membres des équations de non-holonomie.

Le second problème, celui pour lequel la métrique de V_n est un invariant, a été considéré par MM. Schouten, Synge[3], et Horak, tandis que j'ai considéré le troisième problème (à vrai dire, j'ai considéré un problème équivalent à ceci et précisément la géométrie d'un groupe de transformations de congruences), dans lequel la métrique de la V_n peut être variée par une

---

(1) Voir E. BOMPIANI, *Spazi riemanniani...* (*Rend. dei Lincei*, 5e série, 33, 1922, p. 14).

(2) Voir P. APPELL, *Les mouvements de roulement...* (*Scientia*, Gauthier-Villars, p. 47).

(3) Cf. J. L. SYNGE, *Geodesica in non holonomic geometry* (*Mathematische Annalen*, 99, 1928, p. 738).

forme quadratique quelconque dans les premiers membres des équations de non-holonomie (1).

Il est à remarquer que, non seulement les géodésiques, mais aussi d'autres propriétés géométriques remarquables (parallélisme, courbure, etc.) ne sont plus des invariants pour le premier problème, dès que le système (1) n'est pas complètement intégrable; mais elles sont des invariants pour le troisième problème.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la solution du problème de Dirichlet pour les équations linéaires.* Note de M. **Georges Giraud.**

La proposition, énoncée dans une Note récente [1], sur l'existence d'une certaine *solution élémentaire* $G(X, \Xi)$ de certaines équations linéaires n'est pas actuellement démontrée d'une façon aussi générale que j'avais cru pouvoir le dire : il n'est pas certain que $G(X, \Xi)$ ne peut pas manquer dans des cas exceptionnels, mais son existence est certaine si $c < 0$ dans tout l'espace; relativement à Ξ, l'équation adjointe est satisfaite si c, les dérivées des b_α et les dérivées secondes des $a_{\alpha,\beta}$ sont continus (L).

Cela suffit pour démontrer, sans hypothèse sur le signe de c, le théorème sur la solubilité du problème de Dirichlet quand on est sûr que le problème à donnée nulle n'a que la solution zéro. Pour cela, on prolonge les coefficients hors de $\mathcal{D}$ comme il a été dit (ce qui exige des conditions de régularité) et l'on introduit les fonctions θ_α. Puis on fait choix d'une fonction $\chi(X)$ continue (L), nulle dès que X est assez loin de O, et telle que les coefficients de u dans $\mathcal{F}(u) - \chi u$ et dans $\mathcal{G}(u) - \chi u$ soient partout négatifs, et l'on introduit la solution élémentaire $G(X, \Xi)$ de $\mathcal{F}(u) = \chi u$. Soient maintenant dV_A et dS_A les éléments de domaines d'intégration à m et à $m - 1$ dimensions, et posons

$$c_\alpha(A)\, dS_A = (-1)^{(m-1)(\alpha-1)} d(a_{\alpha+1}, \ldots, a_{\alpha-1}),$$
$$\Theta[u(X)] = \Sigma_\alpha c_\alpha(X)\Theta_\alpha[u(X)], \qquad Z[u(X)] = \Sigma_\alpha c_\alpha(X) Z_\alpha[u(X)];$$

convenons que si u est remplacé par une fonction de deux points, Θ porte sur le premier point et Z sur le second. Soit encore

$$G_2(X, \Xi) = G(X, \Xi) + \lambda \int^{(m)} G(X, A)\chi(A) G(A, \Xi)\, dV_A,$$

---

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 765; les notations y sont expliquées.

les intégrales d'ordre m étant étendues à tout l'espace. Nous posons, en vue du problème de Dirichlet pour $\mathcal{F}$,

$$u(X) = -\lambda \int^{(m)} G(X, A)\rho(A)\, dV_A - 2\lambda \int_{\varphi}^{(m-1)} Z[G_2(X, A)]\sigma(A)\, dS_A;$$

nous avons, pour déterminer ρ et σ, un système de Fredholm analogue à un système déjà considéré (¹); le champ d'intégration infini ne cause ici aucune difficulté. D'autre part, pour trouver une solution de $\mathcal{G}(v) = 0$ régulière hors de $\mathcal{D}$ et telle que, sur $\mathcal{S}$, $Z(v)$ prenne des valeurs données (problème de Neumann), nous posons

$$v(X) = -2\lambda \int^{(m)} G(A, X)\chi(A)\rho'(A)\, dV_A - 2\lambda \int_{\varphi}^{(m-1)} G_2(A, X)\, \sigma'(A)\, dS_A,$$

nous avons pour ρ' et σ' un système de Fredholm qu'une combinaison des équations de chaque système montre être le système associé au premier. Dès lors la démonstration classique montre que le problème de Dirichlet relatif à $\mathcal{G}$ est toujours possible; on établit alors l'existence d'une fonction de Green, puis la solubilité du problème relatif à $\mathcal{F}$.

Supposons maintenant que le problème de Dirichlet à donnée nulle ait au moins une solution non nulle. Les systèmes de Fredholm homogènes ont des solutions non nulles. Considérons celui qui traduit le problème de Neumann extérieur pour $\mathcal{F}$, $\Theta(u)$ devant être nul sur $\mathcal{S}$: u est nul hors de $\mathcal{D}$ mais les intégrales qui le représentent, représentent dans $\mathcal{D}$ une solution non nulle du problème de Dirichlet à donnée nulle, et l'on démontre qu'on obtient ainsi toutes les solutions de ce problème. Enfin si v représente une solution quelconque du problème de Dirichlet à donnée nulle pour $\mathcal{G}$, on démontre que le problème de Dirichlet pour $\mathcal{F}$ n'est possible que si

$$\int^{(m-1)} u Z(v)\, dS = 0$$

et l'ensemble de ces conditions est suffisant : le système de Fredholm correspondant livre une solution, et l'on en déduit la solution générale.

(¹) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 498. Le lecteur est prié de ne pas tenir compte de l'affirmation que la continuité des dérivées secondes des valeurs données sur $\mathcal{S}$ suffit à assurer la continuité des dérivées secondes de u, ni (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 632) de l'affirmation analogue pour les dérivées d'ordre quelconque des solutions des équations non linéaires. Dans la proposition III de cette dernière Note, le paramètre t peut figurer dans l'équation.

En résumé, moyennant certaines conditions de régularité, cette méthode nous donne la solution complète du problème de Dirichlet pour les équations linéaires, même dans le cas d'un domaine à plusieurs contours.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la résolution approchée des équations intégrales linéaires.* Note [1] de M. **Krawtchouk**, transmise par M. Hadamard.

Si la fonction $y(x)$ est la solution unique de l'équation

$$L[y] = y(x) - \int_0^1 K(x, \xi) y(\xi) d\xi = f(x),$$

on a les théorèmes suivants :

1. *La somme*

$$y_m = a_0 + a_1 \cos \pi x + \ldots + a_m \cos m\pi x$$

définie par les équations

$$(1) \qquad \int_0^1 L[y_m] \cos k\pi x \, dx = \int_0^1 f \cos k\pi x \, dx \qquad (k = 0, 1, \ldots, m),$$

vérifie l'égalité

$$(2) \qquad \int_0^x y \, dx = \lim_{m=\infty} \int_0^x y_m \, dx.$$

2. *Dans le cas où la dérivée $y^{(1+\delta)}$ $(\delta > 0)$ existe, on a de plus*

$$(3) \qquad y = \lim_{m=\infty} y_m.$$

En introduisant les notations

$$u_m = y_m - y, \qquad \eta_m(x) = \int_0^1 K(x, \xi) u_m(\xi) d\xi,$$

on déduit des égalités (1)

$$(4) \qquad \int_0^1 L[u_m] \cos k\pi x \, dx = 0 \qquad (k = 0, 1, \ldots, m),$$

$$(5) \qquad \int_0^1 L(u_m](L[u_m] + \varepsilon_m + \eta_m) \, dx = 0 \qquad \left(\lim_{m=\infty} \int_0^1 \varepsilon_m^2 \, dx = 0\right),$$

---

[1] Séance du 25 mars 1929.

et de (5) on tire

$$\int_0^1 L^2[u_m]\,dx \leqq 2\int_0^1 (\varepsilon_m^2+\eta_m^2)\,dx. \tag{6}$$

D'autre part, la formule

$$u_m(x)=\int_0^1 \Gamma(x,\xi)\,L[u_m(\xi)]\,d\xi + L[u_m(x)], \tag{7}$$

où Γ est le noyau résolvant de notre équation, donne à l'aide des égalités (4) et (6)

$$\left\{\begin{array}{l} \eta_m^2=\left[\int_0^1 \gamma_m(\xi)\,L[u_m(\xi)]\,d\xi\right]^2 \leqq 2\int_0^1 \gamma_m^2\,d\xi \int_0^1 (\varepsilon_m^2+\eta_m^2)\,d\xi \\ \qquad \left(\lim_{m=\infty}\int_0^1 \gamma_m^2\,d\xi=0\right). \end{array}\right. \tag{8}$$

Les formules (8) et (6) démontrant que les nombres

$$\eta_m^2 : \int_0^1 \varepsilon_m^2\,dx \qquad \text{et} \qquad \int_0^1 L^2[u_m]\,dx : \int_0^1 \varepsilon_m^2\,dx$$

sont bornés, on tire de (7) le théorème 1 sous la forme suivante :

$$\left|\int_0^x u_m\,dx\right| < P_m\sqrt{\int_0^1 \varepsilon_m^2\,dx}, \tag{9}$$

où P_m est une fonction bornée de m.

Sous les conditions du théorème 2, on peut satisfaire à l'égalité

$$\sqrt{\int_0^1 \varepsilon_m^2\,dx}=m^{-1}\omega^2(m) \qquad \left(\lim_{n=\infty}\omega(m)=0\right).$$

Alors pour $h=m^{-1}\omega(m)$ on tire de (7) :

$$\left|\frac{1}{h}\int_x^{x+h} u_m\,dx\right| < 2P_m\omega(m),$$

ce qui donne la conclusion (3) sous la forme

$$|y(x)-y_m(x)| < Q_m\omega(m),$$

où Q_m est une fonction bornée de m.

La généralisation aux sommes

$$y_m=a_0\varphi_0+a_1\varphi_1+\ldots+a_m\varphi_m,$$

où les fonctions $\varphi_i(x)$ forment un système quelconque fermé, est immédiate. On parvient aux mêmes conclusions, si l'on prend, au lieu de (1), la condition

$$\int_0^1 L^2[u_m]\,dx = \min.$$

de la méthode des moindres carrés de M. N. Kryloff.

Les considérations analogues sur les équations différentielles linéaires se trouvent dans ma Note antérieure (*Comptes rendus*, 187, p. 411). Quelques détails concernant les erreurs des approximations ainsi que l'application aux systèmes des équations différentielles sont développés dans ma Communication au Congrès International des Mathématiciens (Bologne, septembre 1928) et dans deux articles ukrainiens (voir *Annales de l'Institut polytechnique de Kiew*, 1928, fasc. 1, et *Communications de la Société mathématique de Charkoff*, 1929, sous presse).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques formes mixtes de la représentation finie d'une fonction continue arbitraire*. Note de Mlle **Nina Bary**, présentée par M. Hadamard.

J'ai indiqué (1) que toute fonction continue peut être représentée sous la forme d'une somme de trois superpositions (au plus) de deux fonctions absolument continues

$$\mathcal{F}(x) = f_1[\varphi_1(x)] + f_2[\varphi_2(x)] + f_3[\varphi_3(x)],$$

et d'ailleurs il existe une infinité de fonctions continues qui ne peuvent pas être représentées au moyen d'un nombre plus petit de composantes de cette espèce.

La question se pose alors de savoir s'il est possible d'avoir une représentation *plus simple* en renonçant à la condition de continuité absolue et en admettant les fonctions continues *à variation bornée*. En particulier, est-il possible de représenter chaque fonction continue $\mathcal{F}(x)$ comme une superposition de plusieurs fonctions à variation bornée de manière à avoir

$$\mathcal{F}(x) = F[\Phi(x)], \qquad \text{ou bien} \qquad \mathcal{F}(x) = \Psi\{F[\Phi(x)]\}, \qquad \ldots.$$

Le but de cette Note est de considérer deux formes de représentation des

(1) *Sur la structure analytique d'une fonction continue arbitraire* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1414).

fonctions continues, ces formes pouvant être regardées comme intermédaires dans la voie de la recherche d'une solution complète de la question posée. ces formes dérivent des deux transformations suivantes des fonctions continues :

I. *Chaque fonction continue* $\mathcal{F}(x)$ *peut être transformée en une fonction presque partout dérivable par une déformation continue et croissante de l'axe des* x.

Donc, étant donnée une fonction $\mathcal{F}(x)$ continue quelconque, on peut trouver une fonction continue et croissante $\varphi(x)$ telle que la superposition $\mathcal{F}[\varphi(x)]$ ait une dérivée presque partout dans son domaine de définition.

Or, toute fonction presque partout dérivable étant la somme de deux superpositions au plus de deux fonctions absolument continues ([1]), on obtient le résultat suivant :

Théorème. — *Toute fonction continue* $\mathcal{F}(x)$ *peut être représentée sous la forme*

$$\mathcal{F}(x) = F_1[\varphi_1(x)] + F_2[\varphi_2(x)],$$

les F_i *et* φ_i *étant continues et à variation bornée.*

Ainsi en admettant les fonctions à variation bornée, on voit qu'il suffit d'écrire *deux* composantes $F_i[\varphi_i(x)]$ au lieu des trois qui étaient nécessaires pour représenter une fonction continue arbitraire au moyen de fonctions absolument continues.

II. *Chaque fonction continue* $\mathcal{F}(x)$ *peut être transformée en une fonction presque partout dérivable par une déformation continue et croissante de l'axe des* y.

Donc, étant donnée une fonction continue quelconque $y = \mathcal{F}(x)$, on peut trouver une fonction continue et croissante $g(y)$ telle que la superposition $g[\mathcal{F}(x)]$ ait une dérivée presque partout dans son domaine de définition.

Il résulte de ce qui précède la proposition suivante :

Théorème. — *Toute fonction continue* $\mathcal{F}(x)$ *peut être représentée sous la forme*

$$\mathcal{F}(x) = \Psi\{f_1[\varphi_1(x)] + f_2[\varphi_2(x)]\},$$

où Ψ *est une fonction continue croissante,* f_i *et* φ_i *étant absolument continues.*

D'ailleurs, dans le cas général, Ψ étant à variation bornée n'est pas abso-

---

([1]) *Loc. cit.*, remarque (3) de la page 1415.

lument continue puisqu'on peut démontrer qu'une fonction continue arbitraire ne peut pas être composée de *cinq* fonctions absolument continues quelle que soit la façon de les combiner au moyen des opérations d'addition et de superposition.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Problème fondamental de la théorie des fonctions dans la classe des matrices, satisfaisant à des systèmes d'équations différentielles à coefficients rationnels.* Note [1] de M. **J.-A. Lappo-Danilevskij**, transmise par M. Hadamard.

Nous avons établi dans notre Note précédente [2] que la matrice intégrale $Y(x)$ d'un système à coefficients rationnels

$$\frac{dY}{dx} = \sum_{j=1}^{m} \sum_{r=1}^{s} \frac{YU_j^{(r)}}{(x-a_j)^r}, \tag{1}$$

se réduisant à I pour $x = b$, peut être mise sous la forme

$$Y(x) = E_j(x)\overline{Y}_j(x),$$

où les matrices $\overline{Y}_j(x)$ et $\overline{Y}_j(x)^{-1}$ restent holomorphes au voisinage du point a_j et où la matrice $E_j(x)$ satisfait au système auxiliaire

$$\frac{dE_j}{dx} = \sum_{r=1}^{s} \frac{E_j W_j^{(r)}}{(x-a_j)^r}.$$

Le type de la singularité de la matrice $Y(x)$ au point a_j se trouve d'ailleurs complètement caractérisé par les s substitutions caractéristiques $W_j^{(1)}, \ldots, W_j^{(s)}$, comme celui de la matrice élémentaire $E_j(x)$. On arrive ainsi au problème inverse, *sur la construction d'une matrice* $Y(x)$, *satisfaisant à un système de la forme* (1), *se réduisant à* I *pour* $x = b$ *et possédant les singularités d'un type donné, c'est-à-dire possédant les substitutions caractéristiques données* $W_j^{(1)}, \ldots, W_j^{(s)}$ *aux points donnés* a_j $(j = 1, \ldots, m)$. Ce problème peut être traité comme une certaine généralisation du problème classique de Riemann. Nous avons vu [2] que les substitutions caractéristiques $W_j^{(r)}$ sont des fonctions holomorphes des substitutions différentielles $U_j^{(r)}$ au voisi-

---

[1] Séance du 25 mars 1929.

[2] *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 848.

nage du système des substitutions nulles

$$(2)\qquad W_j^{(r)} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j_1 \ldots j_\nu}^{(1 \ldots m)} \sum_{r_1 \ldots r_\nu}^{(1 \ldots s)} U_{j_1}^{(r_1)} \ldots U_{j_\nu}^{(r_\nu)} Q_j^{(r)}(a_{j_1}^{r_1} \ldots a_{j_\nu}^{r_\nu} \mid b)$$
$$(j = 1, \ldots, m;\ r = 1, \ldots, s).$$

Par suite, si les substitutions caractéristiques sont données dans le voisinage indiqué, la résolution algorithmique du problème considéré est fournie par l'inversion des *ms* séries (2). Il en résulte qu'il existe un système unique de *ms* substitutions $U_j^{(r)}$, satisfaisant aux conditions suivantes :

1° Les substitutions $U_j^{(r)}$ sont des fonctions holomorphes des substitutions $W_j^{(r)}$ au voisinage du système des substitutions nulles

$$(3)\qquad U_j^{(r)} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j_1 \ldots j_\nu}^{(1 \ldots m)} \sum_{r_1 \ldots r_\nu}^{(1 \ldots s)} W_{j_1}^{(r_1)} \ldots W_{j_\nu}^{(r_\nu)} R_j^{(r)}(a_{j_1}^{r_1} \ldots a_{j_\nu}^{r_\nu} \mid b)$$
$$(j = 1, \ldots, m;\ r = 1, \ldots, s);$$

2° La matrice intégrale $Y(x)$ du système (1), se réduisant à I pour $x = b$, possède les substitutions caractéristiques $W_j^{(1)}, \ldots, W_j^{(s)}$ aux points a_j $(j = 1, \ldots, m)$. Les coefficients des développements (3) se trouvent d'ailleurs définis par les relations de récurrence

$$R_j^{(r)}(a_{j_1}^{r_1} \mid b) = 1, \quad \text{si } j_1 = j, \quad r_1 = r; \qquad R_j^{(r)}(a_{j_1}^{r_1} \mid b) = 0 \quad \text{en tous autres cas};$$

$$R_j^{(r)}(a_{j_1}^{r_1} \ldots a_{j_\nu}^{r_\nu} \mid b)$$
$$= -\sum_{\mu=2}^{\nu} \sum_{h_1 \ldots h_\mu}^{(1 \ldots m)} \sum_{q_1 \ldots q_\mu}^{(1 \ldots s)} \sum_{1 \leqq x_1 < \ldots < x_{\mu-1} < \nu} R_{h_1}^{(q_1)}\left(a_{j_1}^{r_1} \ldots a_{j_{x_1}}^{r_{x_1}} \middle| b\right) \ldots R_{h_\mu}^{(q_\mu)}\left(a_{j_{x_{\mu-1}+1}}^{r_{x_{\mu-1}+1}} \ldots a_{j_\nu}^{r_\nu} \middle| b\right) Q_j^{(r)}(a_{h_1}^{q_1} \ldots a_{h_\mu}^{q_\mu} \mid b).$$

En substituant les séries (3) dans la représentation générale de la matrice $Y(x)$ satisfaisant au système (1) et se réduisant à I pour $x = b$ [1], on obtient la matrice cherchée sous forme d'une fonction holomorphe des substitutions caractéristiques dans un voisinage du système des substitutions nulles :

$$(4)\qquad Y(x) = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j_1 \ldots j_\nu}^{(1 \ldots m)} \sum_{r_1 \ldots r_\nu}^{(1 \ldots s)} W_{j_1}^{(r_1)} \ldots W_{j_\nu}^{(r_\nu)} K_b(a_{j_1}^{r_1} \ldots a_{j_\nu}^{r_\nu} \mid x),$$

---

[1] Voir notre Note précédente (*loc. cit.*).

où

$$\mathrm{K}_b(a_{j_1}^{r_1}\ldots a_{j_\nu}^{r_\nu}\,|\,x) = \sum_{\mu=1}^{\nu}\sum_{h_1\ldots h_\mu}^{(1\ldots m)}\sum_{q_1\ldots q_\mu}^{(1\ldots s)}{}' \sum_{1\leqq x_1<\ldots<x_{\mu-1}<\nu} \mathrm{R}_{h_1}^{(q_1)}\Big(a_{j_1}^{r_1}\ldots a_{j_{x_1}}^{r_{x_1}}\Big|\,b\Big)\ldots \mathrm{R}_{h_\mu}^{(q_\mu)}\Big(a_{j_{x_{\mu-1}+1}}^{r_{x_{\mu-1}+1}}\ldots a_{j_\nu}^{r_\nu}\Big|\,b\Big)\mathrm{L}_b(a_{h_1}^{q_1}\ldots a_{h_\mu}^{q_\mu}|\,x).$$

Cette représentation est valable dans tout domaine fini du plan de la variable x, ne contenant aucun des points $a_1, \ldots, a_m$. Si les substitutions $\mathrm{W}_j^{(r)}$ forment un système commutatif, on a les représentations finies :

$$\mathrm{U}_j^{(x)} = \mathrm{W}_j^{(r)},$$

$$\mathrm{Y}(x) = \prod_{j=1}^{m}\left(\frac{x-a_j}{b-a_j}\right)^{\mathrm{W}_j^{(1)}} e^{-\sum\limits_{r=2}^{s}\mathrm{W}_j^{(r)}\frac{1}{r-1}\left[\frac{1}{(x-a_j)^{r-1}}-\frac{1}{(b-a_j)^{r-1}}\right]}.$$

L'expression (4) fournit en même temps des solutions du problème classique de Riemann concernant la construction d'une matrice qui satisfait au système (1), et qui subit les substitutions intégrales données V_j, quand la variable x décrit les circuits, entourant les points singuliers donnés $a_j (j = 1, \ldots, m)$, pourvu que les substitutions V_j soient dans le voisinage du système des substitutions identiques. En effet, en vertu de la relation

$$\mathrm{V}_j = e^{2\pi i \mathrm{W}_j^{(1)}} \quad (^1),$$

il suffit de poser

$$\mathrm{W}_j^1 = \frac{1}{2\pi i}\log \mathrm{V}_j = \sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{(-1)^\nu}{\nu}(\mathrm{V}_j - \mathrm{I})^\nu,$$

les substitutions $\mathrm{W}_j^{(2)}, \ldots, \mathrm{W}_j^{(s)}$ restant arbitraires.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur la définition approchée de l'énergie cinétique relative d'un liquide remplissant un vase tournant.* Note [2] de M. **Benjamin Meisel.**

Imaginons un liquide incompressible remplissant entièrement un vase tournant simplement connexe ; le vase est cylindrique et les génératrices

---

(1) Voir notre Note précédente (*loc. cit.*).

(2) Séance du 2 avril 1929.

sont parallèles à l'axe fixe autour duquel le vase tourne. La hauteur du vase est égale à l'unité.

Soient : ψ, la fonction du courant du mouvement relatif plane ; ω, la vitesse angulaire de rotation ; w_x et w_y, les composantes de la vitesse relative. Alors on a

$$(1) \qquad \Delta_2\psi + 2\omega = 0, \qquad w_x = -\frac{\partial\psi}{\partial y}, \qquad w_y = \frac{\partial\psi}{\partial x}.$$

Soient : T, l'énergie cinétique *relative* ; ρ, la densité du liquide ; S, la section transversale du vase ; L, le contour de cette section.

On a

$$2T = \rho\int_{(S)}\left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2\right] dS$$

ou

$$(2) \qquad 2T = -\rho\int_{(S)}\psi\,\Delta_2\psi\, dS + \rho\int\psi\frac{d\psi}{dn}\, dL.$$

Sur le contour L,

$$\psi_L = \text{const.};$$

prenons

$$(3) \qquad \psi_L = 0.$$

Les équations (1), (2), (3) nous donnent

$$(4) \qquad T = \rho\omega\int_{(S)}\psi\, dS.$$

Imaginons alors un corps cylindrique tordu, de la même section transversale S. Soient : Φ, la fonction de l'effort ; G, le coefficient de glissement ; τ, la torsion. Nous aurons

$$(5) \qquad \begin{cases} \Delta_2\Phi + 2G\tau = 0, \\ \Phi_L = 0, \end{cases}$$

et pour le moment de torsion $\mathfrak{M}$, d'après l'équation approchée de Saint-Venant, on a (J_p étant le moment polaire central d'inertie)

$$(6) \qquad \mathfrak{M} = 2\int_{(S)}\Phi\, dS = G\tau\frac{S^4}{4\pi^2 J_p}.$$

D'après les équations (1), (3), (6), en prenant $\omega = G\tau$, on obtient

$$(A) \qquad T = \rho\omega^2\frac{S^4}{8\pi^2 J_p}.$$

Cette simple équation définit immédiatement l'énergie cinétique relative. L'équation (A) est approchée car l'équation de Saint-Venant est approchée.

L'énergie T, d'après l'équation (A), est indépendante de la position du vecteur ω de la rotation angulaire, ce qui était à prévoir, car le mouvement relatif est invariant pour tous les axes de rotation parallèles [1].

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur le phénomène de Compton et son inverse.* Note [2] de M. E. **Sevin**, présentée par M. d'Ocagne.

Le phénomène de Compton. — Après avoir exposé, par des voies purement ondulatoires et sans recours aux quanta, le mécanisme de la diffusion des rayons X sans changement de fréquence, l'effet photo-électrique et le spectre X continu [3], il nous reste à montrer comment doit être interprété le phénomène de Compton.

Quand une radiation X de fréquence ν' rencontre un électron libre, elle provoque la vibration propre de celui-ci par rapport à l'éther $\left(\text{de fréquence } N = \frac{1}{\tau} = \frac{1{,}23 \times 10^{20}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right)$. Nous allons montrer qu'un régime stable sera établi et, par conséquent, que l'électron pourra absorber et diffuser de l'énergie d'une façon régulière, quand celui-ci aura pris, dans la direction de la radiation X, une vitesse $\vec{v}$ bien déterminée; la loi du phénomène de Compton en résultera immédiatement.

Pour un observateur se déplaçant avec la vitesse de l'électron, la fréquence des rayons X est

$$\nu'_1 = \nu'\left(1 - \frac{v}{c}\right).$$

L'électron tendra à absorber de l'énergie quand les points d'inflexion de l'onde passeront près de lui, c'est-à-dire quand la vitesse du mouvement

(1) Benjamin Meisel, *Sur le mouvement relatif d'un liquide remplissant un vase tournant* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1423).

(2) Séance du 2 avril 1929.

(3) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 911.

vibratoire de l'éther sera grande, et, au contraire, il tendra à en diffuser au voisinage des points d'élongation maxima. Les rapports de l'électron et de l'éther seront donc essentiellement variables, suivant la phase de la période $\frac{1}{\nu'_1}$.

Supposons qu'à un certain moment l'électron diffuse une onde élémentaire. Pour l'observateur accompagnant l'électron, elle correspond à une période

$$\tau_1 = \frac{\tau}{1-\frac{v}{c}} = \frac{\tau_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v}{c}},$$

de sorte que, pour obtenir la condition nécessaire et suffisante pour que le phénomène soit cohérent, il convient d'écrire que le chemin parcouru par l'électron, dans le temps $\frac{1}{\nu'_1}$, est égal à un nombre entier n de longueurs d'onde $c\tau_1$. Donc

$$\frac{v}{\nu'_1} = \frac{v}{\nu'\left(1-\frac{v}{c}\right)} = \frac{nc\tau_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v}{c}},$$

(1) $$\frac{v}{\nu'} = nc\tau_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.$$

Dans ces conditions, tout en avançant avec la vitesse $\vec{v}$, l'électron émettra une radiation de fréquence ν'_1 qui, observée dans une direction faisant un angle θ avec celle de la propagation, présentera, par effet Doppler-Fizeau, une fréquence

$$\nu'_\theta = \frac{\nu'_1}{1-\frac{v}{c}\cos\theta} = \frac{\nu'}{1+\frac{v}{c}(1-\cos\theta)} = \frac{\nu'}{1+2\frac{v}{c}\sin^2\frac{\theta}{2}}.$$

D'où, par rapport à la radiation incidente, une variation de la longueur d'onde

$$\Delta l_\theta = 2\frac{v}{\nu'}\sin^2\frac{\theta}{2}$$

ou, en tenant compte de la relation (1) et de ce que $h = m_0 c^2 \tau_0$,

$$\Delta l_\theta = 2nc\tau_0\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{2nh}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

C'est numériquement la loi de Compton-Debye, à condition de

prendre $n = 1$. On voit donc qu'en fait l'électron acquiert la vitesse minima compatible avec un régime stable et (1) montre que cette vitesse est, sensiblement, proportionnelle à la fréquence de la radiation incidente.

Toute perturbation, c'est-à-dire tout passage de l'électron près d'une particule, détruit le régime stable. Lorsque ce fait se produit, les énergies cinétique et vibratoire de l'électron sont libérées et, suivant les circonstances de la libération, on assiste à la formation de sphere-tracks ou de fish-tracks.

Le phénomène inverse. — Une radiation étant susceptible de mettre des électrons en mouvement, on doit pouvoir observer le phénomène inverse, dans lequel un flux d'électrons provoque la formation effective d'une radiation.

On sait que de remarquables expériences récentes ont permis de montrer qu'un tel flux peut être réfléchi et diffracté par les cristaux, expériences que l'on a interprétées en assimilant, suivant les idées de M. L. de Broglie, le flux à un train d'ondes de longueur d'onde $\frac{h\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v}$.

Or, d'après (1) la longueur d'onde de la radiation, évaluée en fonction de v, est

$$\frac{c}{\nu'} = \frac{c^2\tau_0}{v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{h}{m_0 v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.$$

On retrouve la grandeur envisagée et il en résulte que le phénomène en cause prend bien naissance par un processus inverse de celui du phénomène de Compton. Dès lors, on voit, par exemple, que les électrons n'ont aucune difficulté à reconnaître la direction de la réflexion régulière : l'onde étant formée, dans cette direction, les électrons y sont entraînés par le mécanisme de l'effet Compton direct.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les spectres d'absorption des rubrènes.* Note [1] de M. **Antoine Willemart**, transmise par M. Charles Moureu.

Le spectre d'absorption des rubrènes est une donnée d'un haut intérêt, non seulement en raison du rôle que joue la lumière dans l'oxydation réversible de ces corps, mais aussi, comme je vais le montrer, en raison des

(1) Séance du 18 mars 1929.

renseignements que l'on en peut tirer concernant le problème qui m'occupe actuellement, c'est-à-dire le mécanisme de la formation des rubrènes en relation avec leur constitution.

1° Un fait très saillant ressort de l'examen du graphique ci-après (*fig.* 1), les trois rubrènes actuellement connus (rubrène, diméthylrubrène, dibenzorubrène) ont des spectres d'absorption tout à fait semblables. Non seulement les bandes sont en même nombre et semblablement disposées, mais elles ont encore *leurs maxima aux mêmes longueurs d'onde* 4650 Å, 4950 Å et 5300 Å; seule diffère l'intensité des pouvoirs absorbants.

On peut donc affirmer, en toute sécurité, que les trois groupements chromophores sont très analogues, et, en particulier, qu'ils ne peuvent pas différer les uns des autres par accolements de noyaux benzéniques, comme dans les schémas suivants, par exemple ([1]) :

et

En conséquence, les deux restes naphtaléniques que contient l'un des

([1]) On sait, en effet, que tout accolement de noyaux benzéniques à un groupement chromophore *entraîne un déplacement des bandes d'absorption*, comme on peut le constater dans les exemples suivants :

CO CO Jaune intense.

CO CO Jaune clair.

CO CO Jaune pâle.

$C=C(C^6H^5)_2$ Rouge.

$C=C(C^6H^5)_2$ Orangé.

$C=C(C^6H^5)_2$ Incolore.

$(C^6H^5)_2C=C \langle \; \rangle C=C(C^6H^5)_2$ Orangé.

$(C^6H^5)_2C=C \langle \; \rangle C=C(C^6H^5)_2$ Jaune.

$(C^6H^5)_2C=C \langle \; \rangle C=C(C^6H^5)_2$ Incolore.

rubrènes, le dibenzorubrène, ne peuvent pas faire partie intégrante du groupement chromophore et doivent se trouver en dehors de lui, comme simples substituants monovalents. Autrement le groupement chromophore différerait des deux autres par accolement de deux noyaux benzéniques, ce qui devrait

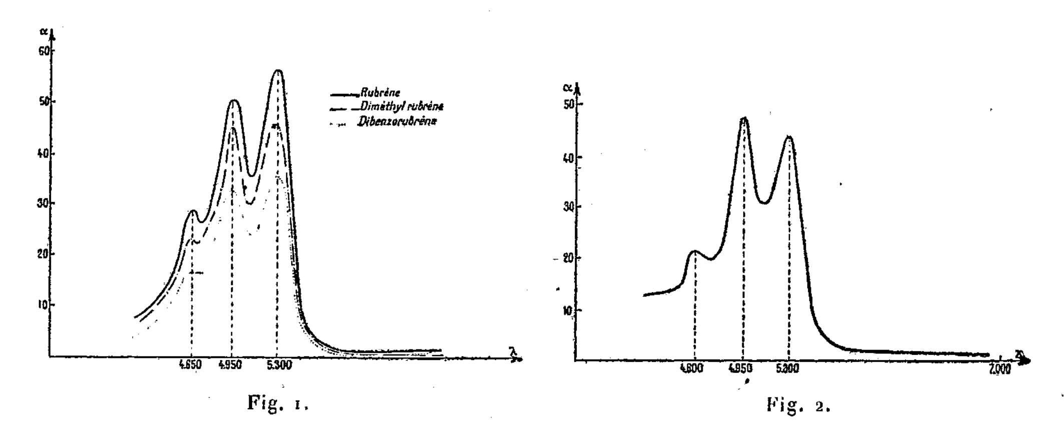


Fig. 1. Fig. 2.

entraîner un déplacement des bandes d'absorption. Le mécanisme de formation des rubrènes devra donc aboutir, pour ce dibenzorubrène, à une formule remplissant cette condition. C'est précisément ce qui a lieu avec le mécanisme que j'ai proposé ([1]) et qui reçoit ainsi une nouvelle confirmation.

2° La spectrophotométrie, en dehors de l'utilisation qui vient d'en être faite, constitue un procédé d'investigation parfois fort commode dans l'étude des corps de la famille du rubrène. Je suis ainsi parvenu à démontrer la présence, dans un mélange complexe, d'un rubrène inconnu qui n'a pas encore pu être isolé des résines au milieu desquelles il prend naissance : il a suffi d'établir les courbes d'absorption avant et après photo-oxydation pour obtenir, à une constante près, la courbe d'absorption de l'hydrocarbure. Il est remarquable que les trois maxima d'absorption de ce rubrène inconnu se trouvent aux mêmes longueurs d'onde que ceux des rubrènes connus (voir *fig.* 2).

([1]) A. Willemart, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 385.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Recherches sur l'action de l'hélium sur le platine.* Note de MM. **H. Damianovich** et **J.-J. Trillat**, présentée par M. M. de Broglie.

L'un de nous [1] a démontré que le produit de l'action de l'hélium sur le platine, sous l'influence d'une décharge électrique à basse pression, possède des propriétés nettement distinctes de celles du métal; en particulier, l'hélium est retenu assez énergiquement et dans des proportions notables. Il est évidemment d'un grand intérêt d'étudier systématiquement les propriétés physiques et chimiques de ce corps afin d'établir s'il s'agit d'une combinaison chimique ordinaire ou complexe, d'un composé d'adsorption, ou encore d'un ensemble de ces deux possibilités avec un excès du métal.

Dans ce but, nous avons effectué un examen au moyen des rayons X, par la méthode de Debye-Sherrer.

Méthode expérimentale. — La poudre est fixée sur une feuille de papier à cigarettes, à l'extrémité d'un collimateur de 1^{mm} de diamètre. Rayonnement utilisé K_α et K_β du cuivre (40000 volts, 10 milliampères; tension constante). Distance préparation-film : $2^{cm},5$. Pose : 3 heures.

Produits examinés. — L'étude spectrographique a porté sur les échantillons suivants :

a. Dépôt de platine obtenu avec une décharge alternative ($0^{cm},5$ d'étincelle). Pression initiale d'hélium, $3^{mm},5$. Pression finale, $2^{mm},5$. Absorption totale, 250^{mm^3}He.

Ce produit se présente sous forme de petites écailles brillantes, qui se détachent facilement du verre pendant la décharge dès que la pression arrive à une certaine limite, en donnant lieu à de petites étincelles jaunes dues à l'hélium. Un tel phénomène n'est jamais observé dans le cas du dépôt obtenu en présence d'air.

b. Dépôt obtenu avec une plus forte décharge (1^{cm} d'étincelle) et une température plus élevée. Le produit est caractérisé par une absorption d'hélium plus faible et un dégagement du gaz plus facile (par augmentation de la tension).

c. Dépôt obtenu dans les mêmes conditions que *a*, mais chauffé for-

---

(1) Damianovich, *L'inertie chimique des gaz rares : action de l'hélium sur le platine* (*Réunion Internationale de Chimie physique*, Paris, octobre 1928, et *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 790).

tement par l'électrode jusqu'à transformation du produit en platine ordinaire, qui se rassemble dans le fond du tube.

d. Dépôt obtenu de la même façon que *a*, mais en présence d'air. On y constate une forte absorption de gaz, mais l'aspect est très différent de celui présenté par *a*; la substance est très noire, adhère fortement au verre et ne présente pas le phénomène de projection de points brillants.

e. Platine métallique obtenu par chauffage de *d*.

Résultats obtenus. — Les diagrammes X présentent les particularités suivantes :

1° Tous les produits examinés sont microcristallisés, et donnent des anneaux de Debye-Sherrer. Il semble qu'une certaine quantité du dépôt existe aussi sous forme amorphe, mais sans qu'il soit possible de l'affirmer d'une façon certaine;

2° Les diagrammes des cinq substances ont une apparence identique, indiquant que la forme cristalline est la même pour toutes. Cependant, la mesure du diamètre des anneaux diffère légèrement suivant les cas; pour le Pt préparé en présence d'air, on observe une diminution du diamètre des anneaux, ce qui correspond à un agrandissement de la cellule élémentaire.

On observe également des différences dans la largeur des raies dans la proportion de 1 à 3, ce qui correspond à des variations assez considérables dans la dimension des cristaux. Le platine pur (*e*) possède les plus gros grains, puis vient le platine préparé en présence d'air (*d*), et enfin les dépôts obtenus en présence d'hélium, ceux-ci étant de l'ordre des dimensions colloïdales;

3° Enfin le dépôt (*a*) (He) présente en plus un anneau très fin, qui indique la formation en quantité appréciable d'un nouveau corps microcristallisé, et qui ne se retrouve dans aucune des autres préparations.

Sans vouloir à l'heure actuelle tirer de conclusions, on pourrait supposer que l'apparition de cette nouvelle raie est due, soit à une nouvelle forme du platine, soit à une combinaison hélium-platine. Cette dernière hypothèse serait susceptible de s'accorder avec les recherches effectuées antérieurement par l'un de nous, et qui montrent que l'hélium, contrairement à l'inertie qu'on lui attribue ordinairement, est susceptible d'entrer en réaction dans certaines conditions. Une grande partie du gaz resterait évidemment à l'état simplement adsorbé.

Quoi qu'il en soit, ce résultat important montre qu'il s'est produit une modification dans la poudre de platine étudiée. Nous nous proposons par la suite d'étudier les propriétés diverses des platines ainsi préparés (adsorption, catalyse, etc.), en relation avec les diagrammes de rayons X.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le relèvement du palier de la courbe de traction des métaux par traction et vieillissement.* Note (¹) de M. **Galibourg**, présentée par M. L. Guillet.

J'ai entrepris l'étude des principaux facteurs dont dépend le phénomène du relèvement du palier de la courbe de traction par traction et vieillissement, phénomène signalé par Muir (²).

Cette Note résume les résultats de mes recherches sur l'influence de la durée et de la température de vieillissement.

Une série de barreaux a été découpée dans une même barre d'acier extra-doux recuit une demi-heure à 900° et possédant, sous cet état, une limite élastique apparente (palier) de 25^{kg} par millimètre carré et une charge de rupture (effort maximum) de 38^{kg},5 par millimètre carré.

Les allongements en cours de traction étaient enregistrés en fonction des efforts au moyen d'un extensomètre fixé sur le corps cylindrique de l'éprouvette et relié au tambour inscripteur de la machine.

Dans tous les essais la première traction a été arrêtée et la charge annulée quand cette charge a atteint 33^{kg} par millimètre carré. Des précautions ont été prises pour réaliser des vitesses de traction uniformes dans les essais.

La température de vieillissement entre la première et la deuxième traction a été maintenue :

Entre	12°,5	et	14°,5	dans une	première	série	d'essais
»	50°	»	53°	»	deuxième	»	»
»	175°	»	180°	»	troisième	»	»

Tableau I.

Charge maximum atteinte au cours de la première traction (33 kg/mm²).

Température de vieillissement.	Durée de séjour entre la 1re et la 2e traction (minutes).	Charge correspondant au palier de la 2e courbe de traction (kg/mm²). Observée.	Calculée.	Longueur du palier de la 2e courbe de traction de la longueur initiale entre repères.
12°,5-14°,5	0	33,0	33,0	0
	110	34,6	34,6	0,75
	410	36,4	36,32	2,45
	2880	38,0	38,0	2,25
	11730	38,4	38,37	1,75
	∞	-	38,5	-

(¹) Séance du 2 avril 1929.

(²) Muir, *On the recovery of iron from overstrain* (*Phil. Trans. Royal Soc. London*, A, **193**, 1900, p. 1).

Température de vieillissement.	Durée de séjour entre la 1re et la 2e traction (minutes).	Charge correspondant au palier de la 2e courbe de traction (kg/mm²). Observée.	Calculée.	Longueur du palier de la 2e courbe de traction de la longueur initiale entre repères.
50°-53°	0	33	33	0
	4	35,9	35,2	2,5
	7	36,3	36	2,62
	14	37,4	37	2,5
	45	38,0	37,9	2,0
	70	38,4	38,4	1,75
	80	38,2	38,5	1,87
	140	38,5	38,7	1,65
	420	39	38,9	1,87
	∞	-	39	-
175°-180°	0	33	33	0
	3,20 s.	39	39	2,1
	10	39	39	2,25
	60	39	39	2,35
	570	39	39	2,45
	3090	39	39	2,6
	∞	-	39	-

Les courbes représentant la variation du relèvement du palier en fonction du temps sont des hyperboles de la forme $x = \frac{ay}{b-y}$, où x est la durée du vieillissement, y l'écart entre la charge à laquelle la première traction a été arrêtée et la charge correspondant au palier de la deuxième traction. a et b sont deux constantes dépendant des conditions de l'expérience. Dans le cas de l'acier étudié et dans les conditions de l'expérience, en comptant le temps x en minutes et le relèvement y en kilogrammes par millimètre carré, on peut prendre pour valeurs de a et b les nombres suivants :

Tableau II.

Température	12°,5-14°,5.	50°-53°.	175°-180°.
a	270	7	0
b	5,5	6	6

Dans le Tableau I, figurent à côté des résultats d'expérience les charges correspondant au palier de la deuxième traction calculée d'après la formule ci-dessus et d'après les valeurs des constantes tirées du Tableau II. Les écarts entre les valeurs calculées et les résultats des essais sont de l'ordre de la précision de l'essai de traction. Comme il fallait s'y attendre, le relè-

vement du palier est d'autant plus rapide que la température est plus élevée.

Dans le cas du vieillissement à 175-180°, la courbe est confondue avec les asymptotes ; au bout de 3 minutes 30 secondes, le relèvement maximum est réalisé.

Pour les essais effectués à 12°,5-14°,5 et à 50°-53°, la longueur du nouveau palier passe par un maximum. Bien que la mesure de ce palier ne soit pas précise, l'existence du maximum est certaine. Plusieurs contre-essais l'ont confirmée.

Au cours de l'étude générale que je poursuis, notamment sur l'influence de la nature du métal, j'ai observé le phénomène du relèvement du palier par traction et vieillissement dans le cas d'éprouvettes de nickel pur vieillies à 175°-180°.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la dimension des éprouvettes dans les essais de viscosité des produits métallurgiques.* Note (¹) de M. J. **Cournot**, présentée par M. Léon Guillet.

Dans ma dernière Note sur la viscosité des produits métallurgiques (²), j'avais laissé entrevoir, comme suite à quelques déterminations isolées, l'influence des dimensions des éprouvettes sur les valeurs *pratiques* des limites de viscosité. Les résultats ci-après permettent de se faire une première idée d'ensemble sur ce côté de la question.

J'ai opéré dans les mêmes conditions expérimentales que pour mes essais antérieurs ; j'ai seulement employé, en plus de l'appareil de viscosité proprement dit, déjà décrit, un régulateur automatique de température lequel a grandement facilité l'exécution des expériences et apporté en même temps une plus grande précision.

Les essais ont porté sur l'aluminium pur à 99,9 pour 100 et un duralumin commercial courant; les éprouvettes étaient toujours des fils, dont les diamètres étaient : 1^{mm}, 2^{mm}, $2^{mm},5$, $2^{mm},8$. Le tout avait été préalablement recuit à 350°.

Le Tableau I donne les vitesses d'écoulement et le Tableau II les limites pratiques de viscosité obtenues.

(¹) Séance du 2 avril 1929.

(²) *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 661 ; **183**, 1926, p. 885 ; **185**, 1928, p. 650.

On voit bien que les dimensions d'éprouvette influencent très nettement les résultats de viscosité : la limite pratique de viscosité croît avec le diamètre de l'éprouvette; cette augmentation doit être extrêmement rapide avec les fils très fins pour lesquels les difficultés d'expérimentation sont très grandes; puis la croissance de la limite pratique s'atténue vite et semble bien tendre vers une valeur asymptotique.

Tableau I. — *Vitesses d'écoulement* V *en* 10^{-4} mm/heure, *obtenues pour les charges* C *en grammes.*

Aluminium.

Diamètre des fils (mm).	15°.		100°.		200°.	
	C.	V.	C.	V.	C.	V.
1,0	5000	0	2500	0	1000	6
	7000	11	3500	6	1500	16
	8000	18	4000	9	2500	38
	10000	37	5000	22	3000	66
2,0	5500	0	3000	0	1000	0
	7000	12	3800	4	2000	10
	8000	22	4500	17	2250	14
	9000	32	5000	28	3000	51
2,5	5750	0	3250	0	1250	0
	6000	5	4000	14	1500	2
	6700	15	4500	33	2000	10
	7000	22	5000	52	2500	20
2,8	5900	0	3400	0	1400	0
	6500	12	4000	13	2000	8
	7000	26	4500	30	2500	14
	7500	36	5000	44	3000	26

Duralumin.

Diamètre des fils (mm).	200°.		300°.		350°.	
	C.	V.	C.	V.	C.	V.
1,0	9000	0	2500	0	1000	1
	10000	3	3000	1	1500	8
	11000	10	4000	11	2500	18
	13000	33	5000	26,5	3000	25
2,0	10000	0	3500	0	1700	0
	11000	2,5	5000	14	2000	1
	13000	13	6000	27	3500	17,5
	14500	24,5	6500	38	5000	50

Diamètre des fils (mm).	200°.		300°.		350°.	
	C.	V.	C.	V.	C.	V.
2,5.......	–	–	4000	0	2200	0
			4500	4	3500	13
			5000	8	4000	20
			5500	14	4250	25
			6000	26	4500	32
					4900	47
2,8.......	–	–	4300	0	2500	0
			5000	7	3700	10
			5500	10,5	4250	22
			6000	20	4600	32

Il apparaît bien comme tout à fait normal, au point de vue pratique, que les pièces massives, présentant plus de cohésion que les pièces fines, soient moins atteintes par le phénomène d'écoulement visqueux

Les résultats obtenus montrent également que dans la région de croissance ralentie (dimensions d'éprouvettes supérieures à un certain minimum) de la limite pratique de viscosité en fonction du diamètre des éprouvettes, la température n'a que peu d'influence sur la vitesse de cette croissance; les courbes isothermes ont des pentes très voisines pour les mêmes dimensions d'éprouvettes.

TABLEAU II. — *Limites pratiques de viscosité* (en kg/mm²).

Nature des fils.	Diamètre. (mm)	Section. (mm²)	15°.	100°.	200°	300°.	350°.
Aluminium............	1,0	0,79	5,6	2,7	0,7	–	–
	2,0	3,14	6,0	3,2	1,2	–	–
	2,5	4,91	6,2	3,5	1,45	–	–
	2,8	6,16	6,3	3,65	1,6	–	–
Duralumin............	1,0	0,79	–	–	9,3	2,8	0,9
	2,0	3,14	–	–	10,3	3,8	1,9
	2,5	4,91	–	–	–	4,3	2,5
	2,8	6,16	–	–	–	4,6	2,8

Enfin la nature du produit a une influence très marquée : l'élévation de la limite pratique de viscosité pour des éprouvettes de plus en plus fortes est très nettement plus accentuée pour le duralumin que pour l'aluminium.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation de carbures acétyléniques à l'aide d'épidibromhydrines.* Note de MM. **Lespieau** et **Wiemann**, transmise par M. Moureu.

L'emploi de l'épidibromhydrine ordinaire pour arriver aux composés $CH^2 = CBr.CH^2R$ (¹) a permis d'obtenir, tant en France qu'à l'étranger, un assez grand nombre de carbures mono- et diacétyléniques vrais. Nous nous sommes demandé ce que donneraient les épidibromhydrines que M. Bouis a obtenues en attaquant par la potasse les tribromures de la forme $CH^2Br.CHBr.CHBr.R$. Ces épidibromhydrines, traitées par la poudre de zinc, fournissent des carbures alléniques, ce qui conduit à les formuler de l'une des deux façons suivantes :

$$CH^2 = CBr.CHBr.R. \quad (I). \qquad CH^2Br.CBr = CH.R. \quad (II).$$

M. Bouis a adopté la première formule, arguant du fait qu'un bromure de ce genre doit avoir un point d'ébullition voisin de celui qu'il posséderait s'il avait 2^{at} d'hydrogène en plus. Or, avec R égal à C^2H^5, on a un point d'ébullition de 173°, alors que le bromure saturé correspondant à la forme (I) bout à 178°, et celui correspondant à la forme (II) à 184°. Mais cet argument se retourne contre lui, car de son propre aveu 173° est un point de décomposition (²); c'est donc sous pression réduite qu'il faut faire la comparaison; on trouve alors pour l'épidibromhydrine 75°-76° sous 12^{mm} d'après Bouis (72°-74° d'après nous), 68° pour le dibromo-1.2-pentane sous 12^{mm} d'après Kirrmann, et 60°,5-61° sous 14^{mm} d'après van Risseghem, pour l'isomère 2.3. De ce chef, la formule (II) paraît plus probable.

Et elle l'est encore plus si l'on tient compte du fait que M. Bouis a montré que les réactions devant donner les bromures $CH^2 = CH.CHBr.R$ ne fournissent que les isomères $CH^2Br.CH = CH - R$.

La réaction que nous projetions pourrait sembler devoir trancher la question; en faisant agir le magnésien CH^3MgBr sur l'épidibromhydrine en C^5, on devait obtenir un bromure éthylénique $C^6H^{11}Br$, et c'est bien ce que nous avons observé; mais à supposer que la réaction fût normale, ce

---

(¹) Lespieau et Bourguel, *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 1584.

(²) *Thèse de doctorat*, Paris, 1928, p. 36.

bromure, ainsi que le composé acétylénique qu'on en dériverait, serait vrai et ramifié si la formule de M. Bouis était exacte, bisubstitué et linéaire dans le cas contraire.

Seulement on pourrait s'attendre à des anomalies, car M. Prévost travaillant à nos côtés a établi que les bromures $CH^2.Br.CH=CH.R$ réagissant sur les magnésiens donnent à la fois le dérivé normal et celui que donnerait normalement le bromure $CH^2=CH.CBr.R$.

Et en effet nous avons obtenu, tout en ayant évité l'emploi de réactifs isomérisants, tels que la potasse alcoolique, ou l'amidure de sodium, finalement un mélange de deux carbures acétyléniques, un vrai et ramifié, le méthyl-3-pentine-1, un autre substitué et linéaire, l'hexine γ, mais le premier en quantité très faible par rapport au second, environ cent fois moins, soit à peu près $0^g,2$ (il aurait pu passer inaperçu, et en tout cas serait resté non caractérisable, sans le nitrate d'argent alcoolique qui nous a donné un précipité analysable). Si donc il n'y a pas eu transposition presque totale lors de la réaction magnésienne, l'épidibromhydrine employée avait la formule (II).

Voici les principaux corps nouveaux préparés au cours de cette étude :

$CH^3.CH^2.CBr=CH.C^2H^5$ provenant de la réaction magnésienne. Ébullition 34° sous 16^{mm}. A 21°, densité 1,197; indice 1,459; d'où une réfraction moléculaire 37,23. Poids moléculaire cryoscopique, 168. Brome pour 100, 49,11.

$CH^3.CH^2.CBr^2.CHBr.C^2H^5$, obtenu en fixant du brome sur le précédent. Ébullition 105°-106° sous 9^{mm}. A 20°, densité 1,9434; indice 1,5508; réfraction moléculaire, 53,26. Cryoscopie 325. Brome pour 100, 74,01.

$CH^3.CH^2.CBr=CBr.C^2H^5$, dérivé du précédent par la soude alcoolique à froid. Ébullition 60°-61° sous 9^{mm}. Densité à 20°, 1,6128; indice 1,514; réfraction moléculaire, 45,17. Brome pour 100, 65,9.

$CH^3.CH^2.C\equiv C.CH^2.CH^3$, provenant de l'action de la poudre de zinc sur le précédent dans l'alcool. Fusion — 51°; ébullition 79°-80° sous 770^{mm}, ce qui correspond bien à un hexine γ, car l'α bout à 71°-72° et le β à 84°-85°.

Or, dans la série en C^7, ainsi qu'en celle en C^8, l'isomère γ bout plus haut que l'isomère α, mais plus bas que le β. Au reste, le carbure précipite le bichlorure de mercure, mais ne donne rien avec le nitrate d'argent et le chlorure cuivreux. On lui a trouvé à 20° : densité, 0,724; indice, 1,4115; réfraction moléculaire, 28,13. Cryoscopie acétique, 84,5; analyse : hydrogène, 11,82; carbone, 88,05.

$CH\equiv C.CH(CH^3).C^2H^5$ se trouvait dans les portions passant de 65°

à 70° sous 770^mm, on l'a caractérisé par l'analyse du précipité qu'il donne avec le nitrate d'argent alcoolique, et dans lequel on a trouvé 60,20 d'argent; pour $C^6H^9Ag.NO^3Ag$, il faut 60,17. Le précipité est assez soluble dans l'alcool.

PÉDOLOGIE. — *Détermination de la masse de carbone et d'eau constitutionnelle contenus dans les sols du globe terrestre.* Note [1] de M. V. **Agafonoff.**

Il y a quelques mois la revue russe *La Nature* a publié une nouvelle carte (éch. 1 : 40000000) des sols types du globe terrestre, composée par le pédologue russe C. Glinka. Ceci nous permit d'envisager cette étude.

Afin de pouvoir faire le calcul des surfaces de sols zonaux et des masses correspondantes de carbone et d'eau constitutionnelle, j'ai reproduit cette carte avec quelques petites corrections, à une plus grande échelle. Cette carte n'étant que schématique, par suite du manque de données suffisantes sur les frontières et sur la composition chimique de quelques types de sols, le résultat de ces calculs ne doit être considéré que comme une première approximation.

Les surfaces des différentes zones de sols ont été évaluées par la pesée des morceaux correspondants de la carte de Glinka, en considérant la surface totale des continents comme étant égale à 136 millions de kilomètres carrés. Pour obtenir le volume de ces types de sols il a fallu prendre les chiffres moyens de l'épaisseur du sol de chaque type et les chiffres moyens correspondants de l'analyse chimique. Nous avons pris la densité « apparente » du sol égale à 1,2 et la teneur en carbone considérée égale à 58 pour 100 de la quantité d'humus du sol-type correspondant.

Vu la connaissance très incomplète des sols des toundras, des sables désertiques et des déserts des régions tempérées et subtropicales, nous avons pris pour le calcul du carbone et de l'eau : dans la première zone (toundra) les chiffres correspondant aux podzols, comme étant les plus proches de ceux de toundra, et pour les deuxième et troisième zones, nous nous sommes basé sur l'hypothèse qu'elles contiennent ces matières qu'en quantités tellement insignifiantes que dans des calculs approximatifs on peut les négliger.

---

[1] Séance du 2 avril 1929.

Pour la surface des sols des zones verticales (sols des montagnes) j'ai pris seulement la surface de leur base et comme les chiffres moyens du carbone et de l'eau constitutionnelle, les chiffres correspondants des podzols.

Les sols zonaux.	Surface de la zone (en km²).	Carbone (en tonnes).	Eau de constitution (en tonnes).
Sols des toundras	20164000	73^{6}	314^{6}
Sols podzoliques	39102000	306^{6}	1326^{6}
Sols « bruns » (de Ramann) et jaunes	5074000	46^{6}	158^{6}
Tchernozioms	7904000	286^{6}	179^{6}
Sols châtains et bruns	6273000	80^{6}	135^{6}
Siérozioms	2592000	10^{6}	12^{6}
Sables des déserts steppiques	1124000	-	-
Sols rouges des déserts steppiques	7776000	33^{6}	46^{6}
Déserts des régions tempérées et subtropicales.	14525000	–	–
Sols rouges de la région chaude tempérée (terra rossa)	489000	2^{6}	21^{6}
Sols latéritiques et latérites	19832000	126^{6}	15132^{6}
Sols des zones verticales (sols des montagnes).	11135000	87^{6}	377^{6}
	136000000	1049^{6}	17730^{6}

Nous voyons par ce tableau que le type zonal le plus développé est le podzol, ensuite viennent (en mettant les sols des toundras et les sols des montagnes comme très hétérogènes et mal étudiés) les sols latéritiques; le fameux tchernoziom ne tient que la quatrième place.

La somme globale de carbone contenue dans les sols du globe terrestre n'est que la 10^{-8} partie du carbone de toute écorce terrestre (10^{16}). L'énorme richesse en eau constitutionnelle des sols latéritiques fait que la quantité globale de cette eau est 17 fois plus grande que la quantité de carbone.

Il est évident que lorsque nous posséderons des analyses chimico-physiques complètes de tous les sols zonaux et que leurs frontières seront bien déterminées, il sera possible d'émettre des considérations géochimiques de la plus grande importance.

MÉTÉOROLOGIE. — *Les courbes mensuelles des pluies à Madagascar.* Note ([1]) de M. **Henry Hubert.**

En utilisant les nombres publiés dans le *Bulletin économique de Madagascar*, j'ai pu dresser, pour plusieurs années, les cartes mensuelles des précipitations de ce pays. En dehors de renseignements très précis sur le rythme de la saison des pluies, ces cartes mettent en évidence les indications générales suivantes :

a. Pour un mois quelconque, il est toujours possible de dissocier la presque totalité des isohyètes tracées sur la carte et de les regrouper en deux systèmes de courbes (A et B) progressivement décroissantes de la côte vers l'intérieur. Le système A, permanent toute l'année, a son origine sur la côte Est et se trouve situé, sur celle-ci, entre Mananara et Manantenina. Le système B, qui s'observe seulement d'octobre à mai, a son origine sur la côte Nord-Ouest, avec, comme limites extrêmes, le cap d'Ambre et le cap Saint-André.

b. Chacun de ces deux systèmes s'étale (avec augmentation de valeur des courbes) aussi bien le long du littoral qu'en profondeur vers l'intérieur : d'août à janvier pour le système A, d'octobre à janvier pour le système B. Il y a au contraire contraction, avec diminution de valeur des courbes : de février à juillet (système A) et de février à mai (système B).

c. Les deux systèmes peuvent avoir leurs isohyètes les plus basses superposées dans la région centrale. Ils laissent par contre, de part et d'autre de la ligne qui joint grossièrement le centre de leurs zones maximales sur la côte, deux zones de moindres précipitations : le Nord-Est et le Sud de l'île.

d. Pour un même mois, quelle que soit l'année considérée, et en dépit de variations parfois considérables de la valeur absolue des précipitations pour des époques correspondantes, le dessin des systèmes d'isohyètes présente toujours la même allure générale : en se développant vers l'intérieur les courbes du système A restent très parallèles à la côte Est, tandis que celles du système B ont tendance à s'incurver d'abord vers le Sud, puis vers le Sud-Ouest. Cette quasi-permanence du dessin des isohyètes permet de tracer des gabarits généraux, comparables à ceux établis pour l'A. O. F. et susceptibles d'utilisation pratique ([2]).

([1]) Séance du 2 avril 1929.

([2]) H. Hubert, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 945 et 1125.

e. Cette quasi-permanence permet aussi d'esquisser une interprétation du mécanisme de la progression des précipitations dans l'intérieur. Pour la côte Nord-Ouest, cette progression apparaît comme fonction de l'intensité d'une mousson du Nord-Ouest dont le maximum d'activité, sur la côte, est aux environs de Nossi-Bé et qui se trouverait déviée vers le Sud et le Sud-Ouest (ou encore ne se conserverait très active que vers le Sud et le Sud-Ouest) par suite de l'obstacle matériel que constitue la région montagneuse du Tsarátanana. Le système des courbes de la côte Est semble sous la dépendance : 1° de la progression d'un alizé du Sud-Est qui, toute l'année apporterait des pluies sur la côte; 2° en hivernage, d'une mousson du Nord-Est, active seulement entre Mananara et Manantenina, et déviée plus ou moins vers l'Est.

f. L'extension des deux systèmes de courbes est limité vers l'intérieur par l'appauvrissement (rendu plus rapide par le relief) des moussons au fur et à mesure de leur progression.

Perpendiculairement à leur axe le développement des deux systèmes de courbes est limité : 1° pour le Sud de la colonie, par l'intensité de l'alizé du Sud-Ouest, vif, frais, pauvre en vapeur d'eau et peu sollicité à se dépouiller de celle-ci en raison de la faiblesse des courants ascendants, aussi bien sur les côtes méridionales de l'île qu'au cours de sa progression vers l'intérieur; 2° pour le Nord-Est de l'île, probablement par un régime particulier des vents qui s'oppose localement à l'extension de la mousson du Nord-Est vers l'intérieur.

La règle de la quasi-permanence du dessin des isohyètes ne s'applique pas aux deux zones de faibles précipitations de l'île.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles remarques sur l'appareil de Golgi : l'appareil de Golgi dans les Levures*. Note de M. **Guilliermond**, présentée par M. Molliard.

La question de la signification de l'appareil de Golgi, que nous avons été le premier à rapporter au vacuome, était toujours très controversée, surtout en ce qui concerne les cellules animales, et certains cytologistes soutiennent l'existence d'un appareil de Golgi, formation permanente de la cellule, indépendante à la fois du chondriome et du vacuome. Il nous a donc paru nécessaire d'apporter de nouvelles preuves en faveur de notre opinion

en nous appuyant sur les résultats obtenus dans notre précédente étude sur la coloration vitale ([1]).

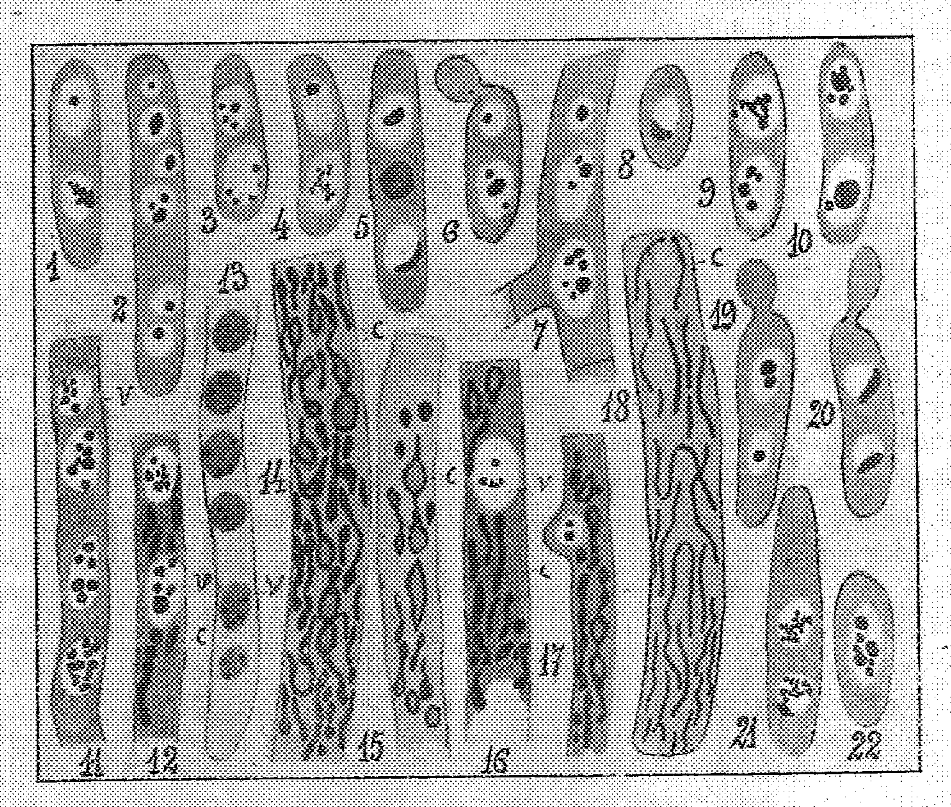
Le matériel qui nous a servi est le même que nous avions utilisé pour l'étude de la coloration vitale des vacuoles (Levures et Champignons filamenteux). En plaçant des Levures quelconques dans un cristallisoir renfermant une solution très diluée de vert Janus et en les y laissant séjourner pendant une demi-heure environ, on peut ordinairement réaliser la coloration vitale du chondriome qui se présente sous la forme de longs chondriocontes onduleux et, par addition d'une trace de rouge neutre, on obtient la double coloration du vacuome et du chondriome. Ce chondriome est impossible à distinguer sans coloration, sauf dans le *Saccharomycodes Ludwigii* et le *Nematospora Coryli*, mais dans des conditions exceptionnelles seulement. Il n'est jamais visible sur fond noir. Par contre, dans l'*Oidium lactis*, on peut assez facilement distinguer, en lumière ordinaire, le chondriome constitué également par de longs chondriocontes et on arrive à obtenir, par le procédé que nous venons d'indiquer, la double coloration du chondriome et du vacuome.

Si l'on traite des cellules de Levures [*Saccharomyces Pastorianus* (*fig.* 1 à 6), *ellipsoïdeus* (*fig.* 8 à 10), *Nadsonia fulvescens*, *Saccharomycodes Ludwigii*, etc.] par les méthodes de Da Fano et de Golgi (imprégnation argentique), avec lesquelles on a découvert l'appareil de Golgi dans les cellules animales, on obtient d'une manière assez régulière l'imprégnation des corpuscules intravacuolaires (corpuscules métachromatiques) qui apparaissent en noir foncé et reproduisent exactement ce que l'on observe à l'aide des colorants vitaux (rouge neutre). Il y a précipitation, sous l'influence du fixateur, de la métachromatine contenue en solution colloïdale dans les vacuoles, puis dépôt d'argent sur les corpuscules résultant de cette précipitation. Les mêmes méthodes, appliquées aux Champignons filamenteux [*O. lactis*, *Ashbya Gossypii* (*fig.* 7), par exemple], fournissent des résultats plus inconstants parce que l'imprégnation est plus difficile, mais on obtient fréquemment de superbes préparations où les corpuscules métachromatiques apparaissent fortement noircis par l'argent dans l'intérieur des vacuoles. Les méthodes à imprégnations argentiques ont donc fourni exclusivement la coloration des précipités vacuolaires.

Les méthodes à imprégnations osmiques (méthode de Kolatchew, par exemple), que les zoologistes préfèrent actuellement aux précédentes parce

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 813.

qu'elles donnent des résultats plus constants, se sont montrées beaucoup plus irrégulières, mais nous ont fourni des résultats très instructifs. Dans les Champignons filamenteux (*O. lactis*), l'imprégnation s'effectue d'une manière tout à fait différente d'un filament à l'autre du même mycélium. Il y a des filaments où le chondriome apparaît seul fortement noirci; parfois il se présente avec son aspect typique (*fig.* 18, C.), mais, dans la plupart des cas, il est plus ou moins fortement altéré; les chondriocontes sont gonflés et



souvent pourvus de renflements pleins ou vésiculeux (*fig.* 15 à 17); parfois, par suite d'une altération plus intense, ils sont morcelés en grosses vésicules. On trouve tous les intermédiaires entre les diverses altérations dans un même filament. A côté de ces filaments, on en trouve où les corpuscules intravacuolaires sont en même temps noircis (*fig.* 12, 16 et 17, V). Enfin, dans la plupart des filaments, le noircissement ne porte que sur les corpuscules métachromatiques et l'on obtient alors des vacuoles remplies de corpuscules fortement noircis et tout à fait analogues à celles que fournissent les méthodes argentiques (*fig.* 11 et 14). Des résultats semblables

ont été obtenus dans les Levures (*S. Pastorianus*, *fig.* 19 à 22). Ainsi, à part des granulations graisseuses qui subsistent parfois, aucune autre formation n'est noircie, mais les méthodes à l'osmium, par l'irrégularité de leur action et le noircissement accompagné d'altération plus ou moins profonde qu'elles déterminent sur les éléments du chondriome, sont susceptibles de provoquer les plus graves erreurs.

Ces observations démontrent donc avec la plus grande évidence qu'il n'existe aucun appareil de Golgi indépendant du chondriome et du vacuome.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'hexaméthylènetétramine et l'aldéhyde formique sont réellement un aliment pour le Haricot.* Note de M. L. Marrassé, présentée par M. Molliard.

Il ressort des recherches de différents auteurs, notamment de celles de MM. E. et G. Nicolas [1] que l'hexaméthylènetétramine et l'aldéhyde formique sont, à faibles doses, un aliment pour les végétaux. Par des cultures en milieu minéral additionné de diverses doses de ces substances, ces deux auteurs ont montré qu'elles entraînaient une augmentation de poids frais et de poids sec, un plus grand développement des feuilles en surface (haricot et moutarde blanche) et une abondante formation d'amidon (haricot).

Pour vérifier ces résultats et lever les objections qui sont faites à la *méthode des cultures*, j'ai utilisé la *méthode cytophysiologique*, employée par différents auteurs, notamment par M. A. Mage, qui consiste à étudier les *variations plastidales* et les *variations nucléaires* des cellules mises en contact avec une solution de la substance à étudier.

Je me suis servi dans ce but d'embryons de haricots séparés de leurs cotylédons, privés de leur amidon par un séjour de 5 jours à l'obscurité à 24° et placés, après un nouveau séjour de 4 jours sur l'eau distillée à la même température, sur du buvard imprégné des solutions d'hexaméthylènetétramine ($0^g,1$ à $0^g,3$ par litre) ou d'aldéhyde formique ($0^g,16$ à $0^g,6$ par litre).

Les doses de $0^g,2$ pour l'hexaméthylènetétramine et de $0^g,16$ pour l'aldéhyde formique sont les plus favorables à la formation de l'amidon. Il est à remarquer que l'amylogénèse en présence de ces substances ne suit pas une

[1] E. et G. Nicolas, *Comptes rendus*, **175**, 1922, p. 836-838, p. 1437-1439; **176**, 1923, p. 404-406; **177**, 1923, p. 1062-1064; **180**, 1925, p. 860-861.

marche inverse de l'amylolyse qui s'effectue sur l'eau distillée. Tandis qu'au cours de l'amylolyse, l'amidon disparaît de la périphérie vers le centre dans l'écorce de l'hypocotyle, et du centre vers la périphérie dans la moelle, l'endoderme conservant l'amidon le plus longtemps, pendant l'amylogénèse, l'apparition de l'amidon, au lieu de se produire, comme on pourrait le croire, d'abord dans l'endoderme, puis dans l'écorce et la moelle en suivant un ordre inverse de celui de l'amylolyse, se fait dans les régions de l'embryon directement en contact avec le papier buvard. D'autre part, les grains reformés sont plus petits que les grains normaux et présentent avec la solution iodo-iodurée des colorations allant du violet au jaune, peut-être dues, comme l'a supposé M. A. Maige, à la formation transitoire de dextrines.

Voici, en ce qui concerne les variations nucléaires, les résultats obtenus en prenant d'abord la moyenne des dimensions en μ de 20 noyaux de cellules d'embryons privés de leur amidon et laissés sur l'eau distillée pendant 4 jours, puis placés sur des solutions des deux substances :

	Noyaux.	Nucléoles.
Après 5 jours sur l'eau distillée (disparition de l'amidon)....	12,15	3,42
Après 9 jours sur l'eau distillée..........................	7,2-7,32	1,57-1,6
Après 4 jours sur l'hexaméthylènetétramine 0,1...........	8,30	1,87
Après 4 jours sur l'hexaméthylènetétramine 0,2...........	8,47	1,90
Après 3 jours sur l'hexaméthylènetétramine 0,3...........	7,62	1,70
Après 4 jours sur aldéhyde formique 0,16.................	8,85	2,17
Après 3 jours sur aldéhyde formique 0,32.................	7,52	1,65
Après 3 jours sur aldéhyde formique 0,6..................	pas de variations sensibles	

Ces résultats permettent de conclure que l'hexaméthylènetétramine et l'aldéhyde formique, aux doses de 0,2 pour la première et de 0,16 pour 1000 pour la deuxième, sont bien des aliments pour les cellules du haricot. Ainsi se trouvent vérifiées les données récemment établies par MM. E. et G. Nicolas.

BIOGÉOGRAPHIE. — *La faune de la mer de Kara et ses conditions écologiques.* Note [1] de M. **I. D. Strelnikov**, présentée par M. F. Mesnil.

Les facteurs écologiques indiqués dans la Note précédente [2] déterminent les particularités suivantes de la faune de la mer de Kara.

1. La faune pélagique dépend de l'extension des eaux et des courants; on le voit surtout dans la faune pélagique superficielle. Le plankton de la mer de Kara est relativement pauvre. Cela s'explique, pour les couches superficielles, par les facteurs indiqués plus haut, surtout par la faible salure de l'eau, due aux eaux de l'Obi et de l'Ienissei qui se répandent à la surface de la majeure partie de la mer de Kara. Des formes aussi répandues dans les eaux septentrionales que *Cyanea artica*, *Beroe cucumis*, etc., font défaut dans ces eaux. Ces formes ne pénètrent dans la mer de Kara qu'avec les eaux atlantiques de la mer de Barents et se rencontrent uniquement dans ces dernières. Avec la branche nord du courant venant de la mer de Barents, on voit des formes telles que *Mertensia*, *Beroe cucumis*, *ceyanea artica*, pénétrer loin vers le Sud, en descendant le long du littoral de la Nouvelle-Zemble, jusque vers la baie du Bien-Être, découverte par l'expédition du *Taymyr* à 75°36′ N.

2. La faune littorale manque dans la mer de Kara. Le fait que l'eau gèle profondément près de la côte et le polissage opéré par les glaces flottantes rendent impossible l'existence d'une flore et d'une faune littorales. On ne les trouve, faiblement développées d'ailleurs, que dans les parties ouest des détroits de Iougor et de Kara. Dans la baie de Varnek, on a trouvé des Fucus littoraux, *Littorina rudis*, *Balanus balanoïdes*. Cette dernière espèce, fixée, n'a pas le temps, pendant la courte période de sa croissance, d'atteindre la taille normale. Les Nauplius de Balanes sont emportés par le courant de la mer de Barents vers l'anse de Baïdarata où l'on a trouvé (à 68°22′N et 68°41′E) des *Laminaria* avec de nombreuses Balanes jeunes. Ils s'accroissent pendant la période où les glaces sont absentes, et sont ensuite tués par celles-ci.

3. Un déplacement des zones se produit dans la mer de Kara, le détroit de Yougor et le détroit de Kara, à la limite des deux mers. Des formes littorales telles que le *Mytilus edulis*, habitent, dans le détroit de Kara, la

(1) Séance du 2 avril 1929.

(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 931.

zone sublittorale. De nombreuses formes d'eau profonde remontent vers la zone sublittorale.

4. En raison de son histoire paléogéographique et de ses conditions écologiques, la mer de Kara manque de beaucoup de formes habituelles dans les mers voisines. Pour beaucoup de ces formes, le détroit de Kara et le détroit de Yougor forment une limite; telles sont : *Pandalus borealis*, *P. annulicornis*, *Pagurus pubescens*, *Cucumaria frondosa*, etc. Nous avons constaté la pénétration dans la mer de Kara, en petites quantités, de *Mytilus edulis*, *Strongylocentrotus droebachensis*, *Hyas araneus*, *Pecten islandicus*, *Balanus*, *Flustra foliacea;* on les rencontre dans les régions de la mer de Kara avoisinant les détroits qui unissent celle-ci à la mer de Barents. La pénétration de certaines de ces espèces est due au transport des formes larvaires par les courants provenant de la mer de Barents. On observe en même temps un autre phénomène : la disparition de certaines formes de la faune de la mer de Kara, autrefois largement répandues, sous l'influence de la perte de salinité de l'eau sur de grandes étendues.

5. L'étude du benthos de la mer de Kara montre une richesse étonnante de la faune. Généralement une forme quelconque prédomine dans le matériel récolté, par exemple l'*Ophiocantha bidentata*, dont on trouve des centaines et des milliers d'exemplaires dans une seule pêche; une telle forme caractérise toute la pêche. On peut donc parler dans ce sens de formations animales et de biocœnoses de la mer de Kara. Ce trait de la distribution de la population animale avait déjà attiré l'attention de Stutberg (expédition de Nordenskjœld, 1876-1869). Pour caractériser la faune de la mer de Kara, il faut indiquer les espèces les plus répandues, typiques pour les diverses formations. La mer de Kara n'est pas profonde. Le fond est couvert de dépôts vaseux, mélangés de galets de grosseurs différentes. Ces galets ont été certainement apportés dans les diverses parties de la mer de Kara par des glaces flottantes d'origine continentale. Cette présence de pierres dans un fond vaseux crée des conditions favorables pour la biocœnose des Hydroïdes et un abondant développement des Bryozoaires qui constituent quelquefois des formations renfermant des *Reticulipora intricata*, diverses espèces de *Mucronella*, l'*Alcyonidium gelatinosum*. Je citerai comme exemple une station où une seule pêche a donné 35 espèces de Bryozoaires. Le fond vaseux est, aux différentes profondeurs, couvert de tubes du polychète *Spiochaetopterus typicus*. Les Échinodermes sont abondamment représentés. L'*Ophiocantha bidentata* est pêchée par centaines d'exemplaires, quelquefois même (dans les régions sud de la mer) par milliers,

constituant une formation typique. On voit, sur les fonds vaseux, des formations de: *Ophiopleura borealis*, *Pentaster tenuispinus*, *Ctenodiscus crispotus;* parmi les Crustacés, *Chiridothea sabinei;* parmi les Mollusques, *Pecten groenlandicus* (jusqu'à 1500 individus dans une seule pêche), *Arca glacialis* (jusqu'à 500 individus dans une seule pêche).

6. De nombreuses formes animales de la mer de Kara atteignent une taille supérieure aux mêmes espèces des mers voisines : le *Sclerocrangon ferox*, l'*Hippolyte gaimardi* de la mer de Kara sont plus gros que les mêmes espèces de la mer de Barents; le *Pecten groenlandicus* et le *P. rosxynsi* sont représentés par les variétés *major*.

Les résidus organiques apportés à la mer de Kara par ces énormes cours d'eaux, que sont l'Obi et le Iénissei, se déposent au fond et forment un terrain vaseux très riche en matières nutritives. Cela permet à la population animale d'atteindre un développement relativement puissant dans cette partie d'une mer arctique couverte de glaces pendant 9 à 10 mois.

RADIO-BIOLOGIE. — *Le rayonnement mitogénétique du muscle en contraction.* Note (1) de MM. **G. Frank** et **M. Popoff**, présentée par M. F. Mesnil.

Il a été montré par l'un de nous (2) qu'un effet mitogénétique prononcé a lieu au voisinage d'un muscle (le sartorien de grenouille), tant en état de tétanos que pendant des contractions isolées se succédant plusieurs fois à court délai. Le muscle au repos, examiné immédiatement après un tétanos, ne donne aucune trace d'induction mitogénétique (3).

La source énergétique la plus probable de rayonnement mitogénétique du muscle est la glycolyse, c'est-à-dire la décomposition du glycogène en acide lactique, qui a été démontrée d'une façon concluante par plusieurs auteurs (Meyerhof, Embden). Le pouvoir mitogénétique de cette réaction a pu être mis en évidence dans le laboratoire du professeur Gurwitsch sur d'autres objets. Pour vérifier cette assertion, un appareil spécial, construit dans ce but d'après le principe du phosphoroscope, nous a servi à isoler

(1) Séance du 2 avril 1929.

(2) L'un de nous (Frank) mentionné dans le travail de A. et L. Gurwitsch, *Biochemische Zeitschrift*, 196, 1928, p. 269-270.

(3) W.-W. Siebert, *Biochemische Zeitschrift*, 202, 1928, p. 115 et suiv., et W.-W. Siebert, *Zeitschrift für klinische Medizin*, 109, 1928, p. 360 et suiv.

pour l'induction les différentes phases d'une contraction musculaire. La glycolyse de contraction étant localisée, d'après les auteurs, dans le tout premier début du processus mécanique (contraction), on doit s'attendre à trouver l'effet mitogénétique à peu près dans le même laps de temps, d'une durée de $\frac{1}{50}$ à $\frac{1}{100}$ de seconde à partir du moment de l'excitation du muscle.

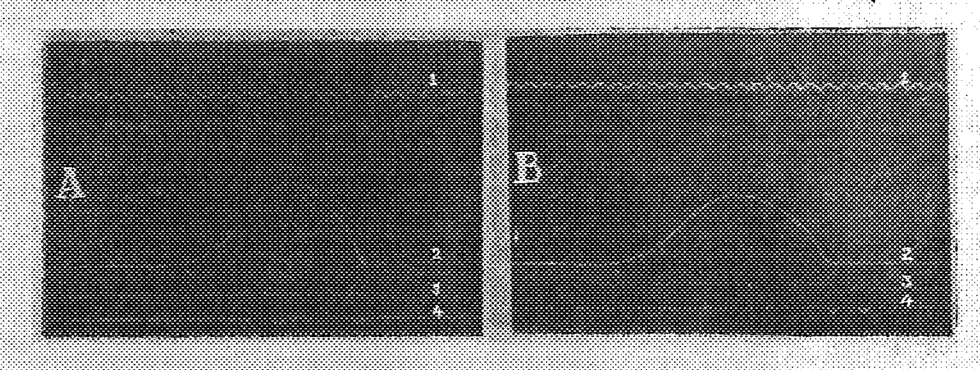


Fig. 1. Fig. 2.

Enregistrement graphique des expériences (à lire de droite à gauche) : 1, temps en $\frac{1}{100}$ de seconde; 2, myogramme du muscle; 3, signal du déclenchement de l'irritation faradique; 4, début et fin du passage de la fente du disque devant le muscle. — A, effet nul; B, effet positif.

Le principe de l'appareil est le suivant : un disque d'un diamètre de 40^{cm} monté sur un axe horizontal et pourvu d'une fente sectorielle qui peut être amincie à volonté, est mis en rotation régulière d'une période de deux secondes. Des deux côtés du disque, sont placés vis-à-vis l'un de l'autre le muscle et le détecteur de l'effet mitogénétique (levure sur agar). Des contacts, fixés au bord du disque, assurent le moment de l'ouverture du courant d'induction d'une bobine de Rumkhorff, qui provoque la contraction du muscle, et marquent le moment et la durée du passage de la fente du disque devant le muscle et la levure. La contraction du muscle, le moment de l'irritation, du passage de la fente, ainsi que le temps (en $\frac{1}{100}$ de seconde), sont enregistrés sur le tambour d'un kymographe (voir *fig.* 1 et 2). Il va sans dire qu'on examine l'effet de *plusieurs* contractions, se succédant à des intervalles de deux secondes. 150-200 *contractions* nous ont fourni l'effet attendu.

En débutant par une division sommaire de la contraction en deux moitiés (la contraction proprement dite et le relâchement), nous nous sommes persuadés que l'effet mitogénétique n'a lieu que pendant la contraction. En détaillant cette dernière (y compris la période d'irritation latente), nous avons pu prouver que l'*effet mitogénétique n'a lieu que pendant le court délai*

de $\frac{1}{100}$ de seconde, correspondant à la période d'irritation latente. Deux de nos expériences sont reproduites ici à titre d'exemples. Les chiffres indiquent les nombres de bourgeons sur 100 cellules de levures.

A. — *Sartorien isolé.*

	Culture témoin.	Stade d'excitation latente.	Période de contraction proprement dite.
	16	21	15
	19	26	15
	13	24	14
	15	19	17
	16	27	19
	19	21	16
	14	18	15
	15	24	17
	18	26	17
	16	25	16
Moyennes :	16,1	23,1	16,1

Soit, pour l'effet d'induction : 43 % en plus

B. — *Sartorien de grenouille vivante* in situ.

	Culture témoin.	Stade d'excitation latente.	Culture témoin.	Stade de contraction.
	15	18	18	18
	16	24	17	16
	13	20	18	17
	15	19	15	15
	18	23	20	19
	13	20	17	16
	19	21	19	19
	12	21	16	15
	15	22	17	15
	14	20	17	18
Moyennes :	15	20,8	17,4	16,8

Soit 38 % en plus — Soit 3,5 % en moins

Pour s'assurer de la régularité de la contraction musculaire pendant toute la durée de l'expérience, l'enregistrement graphique a été pris au début et à la fin de chaque expérience. Il se trouvait toujours que le passage de la fente coïncidait avec la période de la contraction, choisie pour l'expérience.

Conclusion : le rayonnement mitogénétique ne peut être autre que le produit de la glycolyse explosive, qui a, selon les auteurs, lieu précisément à la période d'irritation latente et au tout premier début de la contraction.

PROTISTOLOGIE. — *Présence de l'Ornithodore du Maroc dans les terriers de porcs-épics et de renards et dans les habitations humaines. Son existence au Maroc oriental. Fréquence d'un spirochète récurrent chez les Ornithodores des terriers.* Note de M. **P. Delanoë**, présentée par M. F. Mesnil.

C. Nicolle et C. Anderson ont les premiers ([1]) émis l'hypothèse que l'Ornithodore du Maroc pouvait ne pas être un hôte exclusif du porc. « Nous pensons, disent-ils, que bien au contraire l'Ornithodore marocain est un hôte primitif des terriers.... »

Nous avons reconnu en effet qu'il est un hôte presque constant des terriers de porcs-épics. Sur 21 de ces terriers, 2 seulement ne contenaient pas d'Ornithodores. Une seule fois, à côté de l'*Orn. marocanus*, qui était la minorité, nous avons rencontré un Ornithodore nouveau que M. le professeur Roubaud étudie. Les autres fois, l'Ornithodore du Maroc était seul.

Les gîtes de renard eux aussi sont fréquemment contaminés par l'Ornithodore du Maroc. Sur 9 de ces gîtes, 6 contenaient des Ornithodores. Deux de ces gîtes renfermaient non seulement l'Ornithodore du Maroc, mais de rares exemplaires de l'Ornithodore nouveau dont nous venons de parler. On y trouve également des puces comme dans les terriers de porcs-épics. Je dois enfin mentionner la présence d'une nymphe de réduvide, toute gorgée de sang frais, que j'ai rencontrée dans un terrier.

La découverte de l'Ornithodore dans les terriers d'animaux sauvages offre un intérêt particulier du fait que nombre de ces terriers se trouvent dans des endroits où l'élevage du porc n'a jamais eu lieu. L'indépendance mutuelle de l'Ornithodore et du porc se trouve donc de la sorte définitivement établie.

L'Ornithodore du Maroc peut aussi vivre normalement aux dépens de l'homme, en ayant son sang pour habituelle nourriture. C'est là un fait nouveau, car jusqu'ici on s'était contenté de signaler que l'Ornithodore du Maroc pouvait occasionnellement piquer l'homme.

A Douar Korléa, j'ai trouvé facilement des Ornithodores dans une case

([1]) *Archives de l'Institut Pasteur de Tunis*, **17**, 1928, II, p. 83-107.

sous les nattes où reposent les indigènes, ainsi qu'à l'école indigène, en grattant la terre meuble. Les habitants de Douar Korléa étaient unanimes à me déclarer que toutes les noallas sont infestées d'Ornithodores et que les piqûres de ces insectes ne les rendent pas malades et n'ont d'autre inconvénient que de déterminer du prurit violent d'une durée de plusieurs jours. De fait 68 Ornithodores (61 nymphes et 7 adultes) recueillis dans ce douar, mis à piquer sur un cobaye, ne l'ont pas infecté. Comme depuis plusieurs lustres on élève des porcs aux abords immédiats de Douar Korléa, il est logique de penser que ce sont les Ornithodores des porcheries qui ont fini, faute de précautions, par infester le douar lui-même. Il y a donc intérêt à éloigner le plus possible les porcheries des demeures des Indigènes. J'étais déjà arrivé à cette conclusion quand j'ai étudié l'extraordinaire pullulation de la puce de l'homme chez le porc ([1]).

Les Ornithodores des terriers de porcs-épics et de renards sont fréquemment infectés par un spirochète récurrent. Mis à piquer sur des cobayes, ils déclenchent chez eux une fièvre récurrente, typique par les variations du nombre des spirochètes dans le sang et par l'ascension thermique qui accompagne toujours l'invasion de la grande circulation par les spirochètes.

Les Ornithodores de 18 terriers de porcs-épics sur 19 ont été utilisés pour des essais de transmission de spirochètes au cobaye. *Neuf fois ces essais ont été couronnés de succès.*

Sur 6 terriers de renards avec Ornithodores, 3 *contenaient des Ornithodores infectants à spirochètes*. Encore faut-il faire remarquer que la proportion aurait été plus élevée si tous les terriers avaient pu être convenablement explorés. Or, l'entrée de certains terriers était tellement exiguë que l'on pouvait à peine y passer la main.

A la grande fréquence du spirochète récurrent parmi les Ornithodores des terriers s'oppose sa rareté chez les Ornithodores des porcheries. Ainsi sur 14 porcheries réparties dans le Sahel des Doukkala, c'est-à-dire la zone côtière qui s'étend du rivage à une trentaine de kilomètres en profondeur, renfermant toutes des Ornithodores, une seule contenait des Ornithodores infectants. Cette rareté de contamination des Ornithodores des porcheries par le spirochète est d'autant plus étonnante que les gîtes de porcs-épics, renfermant cependant des Ornithodores infectants (2 Ornithodores sur 5 ont été capables de transmettre au cochon d'Inde une infection typique), sont souvent placés à quelques centaines de mètres à peine de ces porcheries. Ces

---

([1]) *Bull. Soc. Path. exotique*, 18, 1925, p. 190-198.

faits nous amènent à penser que les Ornithodores des porcheries ne deviennent infectants que par l'intermédiaire des Ornithodores des terriers et que, dans la nature, la dissémination des Ornithodores à spirochètes hors des terriers ne se fait pas aussi facilement qu'on aurait été tenté de le supposer.

La rareté du spirochète récurrent chez les Ornithodores des porcheries explique que les indigènes de ces porcheries ne sont que très rarement atteints de fièvre à spirochètes. C'est le résultat que m'avait donné mon enquête de 1922 auprès du personnel des porcheries, quand je m'occupai pour la première fois de l'Ornithodore du Maroc.

La grande sensibilité du cobaye au spirochète des terriers laisse évidemment supposer qu'il est identique à celui que C. Nicolle et C. Anderson [1] ont trouvé dans une porcherie abandonnée de la Chaouia, sinon très voisin : *Sp. hispanicum* var. *marocanum*.

Enfin j'ai pu, grâce à M. Couraud, établir la présence de l'Ornithodore dans diverses porcheries du Maroc oriental. Cette tique est donc à rechercher dans les terriers non seulement du Maroc oriental, mais encore de l'Oranie et de toute l'Algérie.

La séance est levée à $15^h 50^m$.

E. P.

---

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 991.

ERRATA.

(Séance du 11 mars 1929.)

Note de M. *G. Athanasiu*, Inversion de l'effet photovoltaïque par les ions OH^- et H^+ :

Page 786, ligne 18, *au lieu de* variations, *lire* radiations.

Page 787, ligne 12, *au lieu de* AgS, *lire* Ag^2S; ligne 15, *au lieu de* Rigollet, *lire* Rigollot.

Page 788, ligne 16, *au lieu de* aussi, *lire* ainsi.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 AVRIL 1929.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

L'Académie vient de faire, en la personne de M. **Gayon**, Correspondant pour la Section d'Économie rurale, une nouvelle et cruelle perte.

Ulysse Gayon était né à Bouex (Charente) le 8 mai 1845. Il a occupé pendant de longues années le poste de professeur de chimie à la Faculté des Sciences de Bordeaux; il fut en même temps directeur de la Station agronomique de la Gironde et du laboratoire des Douanes.

Élève de Pasteur, ses premières recherches concernent les modifications des matières organiques provoquées par les micro-organismes. Il a débuté par un intéressant travail sur la putréfaction des œufs, où il établit, pour la première fois, la distinction entre les altérations dues aux germes qui se fixent à la surface de l'œuf dans le trajet de l'oviducte avant la formation de la coquille, et les phénomènes de macération où les seules influences sont d'ordre physico-chimique.

Nous devons signaler ses études sur les bactéries de la dénitrification, sur la fermentation du fumier qui montrent au cultivateur les sources de perte d'azote ainsi que les moyens d'y remédier.

Dans une région où la production du vin est la principale source de richesse, son activité se dirigea vers les questions viticoles.

Avec Millardet il démontre la fixation du cuivre sur la cuticule et explique aussi l'impossibilité de la pénétration du tube germinatif de la zoospore du mildiou. Il montre également que les vins fabriqués avec les

raisins des vignes mildiousées ne renferment que des traces de cuivre, celui-ci étant insolubilisé dans les lies. Étendant ses recherches sur la vinification et les vins il a caractérisé les défauts des vins restés douçâtres après la fermentation et démontré que les hautes températures de fermentation favorisent la production des vins mannités. Il a le premier formulé les modalités du chauffage des vins, et il a établi que les qualités des grands vins ne sont pas altérées par cette opération.

Ses multiples recherches ont ainsi rendu de grands services à la viticulture et surtout à la région bordelaise.

J'adresse à sa famille, au nom de l'Académie, l'expression de notre sympathie.

CONSTRUCTION DE CHEMINS DE FER. — *Ligne de Casablanca à Marrakech. Embranchement des phosphates.* Note [1] de M. **P. Séjourné.**

Il y a quelques semaines, j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie notre ligne de Nice à Coni, ouverte le 30 octobre.

Huit jours après, on a inauguré au Maroc celle de Casablanca à Marrakech.

Cette ligne traverse deux cours d'eau : l'Oum R'bia, qui descend du Moyen Atlas; le Tensift, qui draine la face Nord du Grand Atlas.

Le seul point délicat était la traversée de l'Oum R'bia, qui a creusé profondément un plateau : on a trouvé une vallée qui y descend du Nord, en face d'une autre qui monte au Sud.

Au delà, on traverse la plaine de Ben Guerir, très plate : la grande route y a un alignement de 35^{km}. Elle est bordée au Sud par la petite chaîne des Djebilets; on la passe au col de Sidi-bou-Othman où, en 1912, le colonel Mangin a bousculé les cavaliers d'El Hiba. Au delà, on voit tout à coup à ses pieds, la grande plaine du Haouz, la tache verte de l'oasis de Marrakech, où pointe le minaret de la Koutoubia; au fond, la muraille du Grand Atlas.

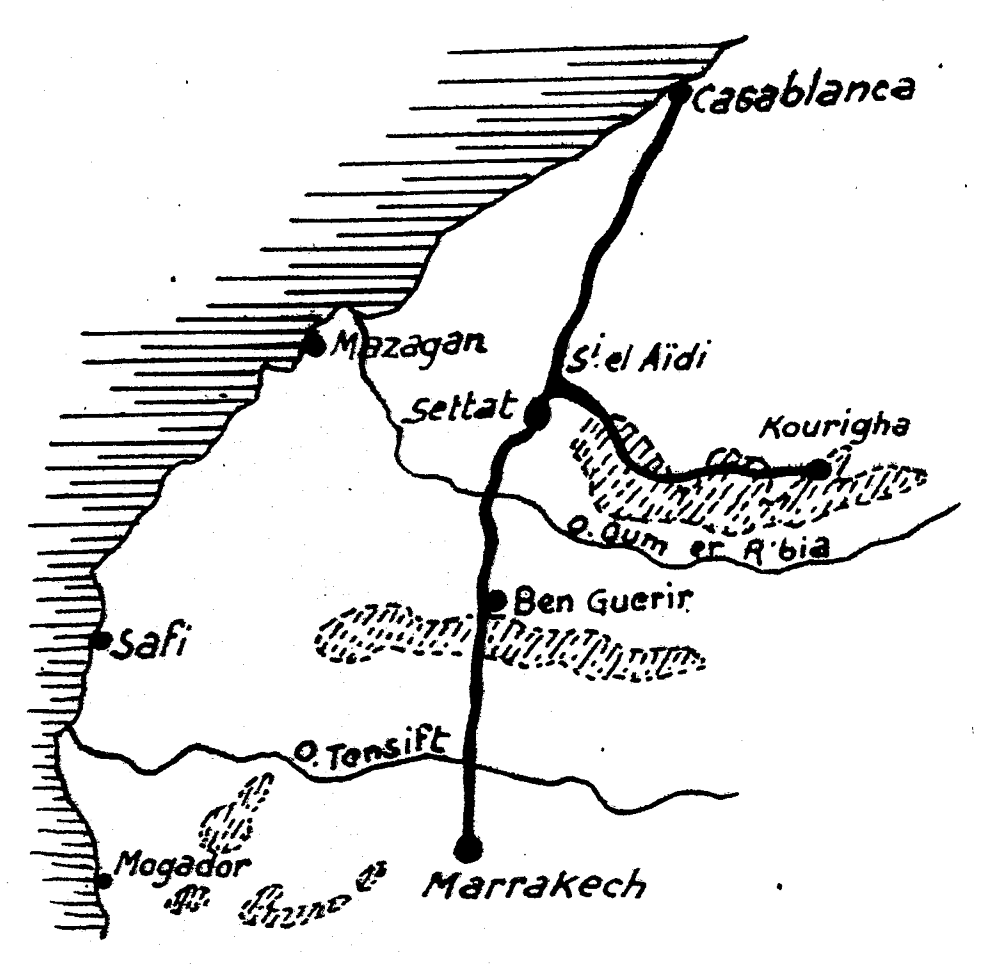
Caractéristiques de la ligne :

Longueur	245^{km}
Rayon minimum	350^{m}
Déclivité maxima (réduite de 800/R dans les courbes de rayon R)	15^{mm}
Une voie (normale).	

(1) Séance du 8 avril 1929.

Quand, en 1916, nous en avons commencé l'étude, nous ne connaissions pas les phosphates; mais la ville de Marrakech (plus de 100000 habitants) justifiait une ligne la reliant au grand port du Maroc.

Les phosphates ont été trouvés en 1917 : on s'est efforcé, de suite, de les



desservir. Très hâtivement, on a ouvert les 57 premiers kilomètres de la ligne de Marrakech et, au delà, un embranchement de 83^{km} vers le plateau de Kourigha sous lequel sont les phosphates (en tout, de Casablanca, 140^{km}).

Sur les cartes, alors fort sommaires, de la région de Kourigha, on lisait « plaines avec grands fenouils ». Sous ces fenouils, il y avait un trésor : toute cette partie du Maroc s'est révélée beaucoup plus fertile sous terre que dessus.

Dans le sens Kourigha-Casablanca, la ligne des phosphates a quelques contre-pentes de 2^{mm}; tout le reste est en pente : le phosphate descend, presque par la seule gravité, de la mine au port.

A la montée, les trains vides gravissent des rampes de 14^{mm}; à la descente, on récupère une partie de la force dépensée à la montée.

Qu'on me permette, ici, une digression sur les phosphates.

C'est pendant la guerre que, sous la clairvoyante impulsion du maréchal Lyautey, des ingénieurs mobilisés au Maroc, qui étaient spécialisés dans l'étude des phosphates, reconnurent méthodiquement les gisements.

Les premières recherches ont porté sur la région qui s'étend d'Oued Zem à l'Oum R'bia. Elles révélèrent tout de suite une richesse insoupçonnée, en tonnage et en teneur.

Cette découverte venait, très heureusement, compléter notre domaine en phosphate de l'Afrique du Nord. Le Gouvernement chérifien se réserva le droit exclusif de rechercher, d'exploiter et vendre.

On connaît actuellement trois régions à phosphates :

La première, la seule exploitée, a 50^{km} en long et en large, d'Ouem Zem à l'Oum R'bia.

La seconde s'étend du lac Zima à Tessaout sur une longueur de 75^{km} et une largeur moyenne de 15^{km}; elle est traversée, à peu près en son milieu, par la ligne de Casablanca à Marrakech; on étudie, pour la desservir, une ligne transversale de Ben Guerir au port de Safi.

La troisième, au sud de Marrakech et au pied de l'Atlas. est encore imparfaitement reconnue.

Dans ces gisements, il y a plusieurs couches d'épaisseur et de teneurs variables, mais toutes exploitables et à teneurs marchandes. Ce qui caractérise les gisements marocains, c'est une couche à très haute teneur qui place son minerai dans la catégorie la plus élevée des minerais connus, 75 pour 100 en phosphate tricalcique. Les autres couches ont des teneurs qui rangent leurs produits dans les meilleurs de l'Algérie et de la Tunisie, 60 à 66 pour 100 environ.

On évalue le tonnage du minerai riche à 75 pour 100, le seul qui soit exploité actuellement, à un minimum de 200 millions de tonnes. Quant au minerai à teneur moyenne, on n'ose pas fixer le chiffre des milliards. Il y a là une réserve inépuisable, — probablement la plus importante du monde.

Le Maroc, avec son minerai à 75 pour 100, concurrence aisément les phosphates américains sur le marché mondial. Il en tire un bénéfice net, toutes charges déduites, de l'ordre de 50^{fr} par tonne.

Voici, en 1000^T, les exportations de 1928 :

Europe.

France	225	1121
Espagne	235	
Hollande	153	
Danemark	97	
Allemagne	91	
Italie	64	
Autres pays	256	

Hors d'Europe.

Australie-Nouvelle-Zélande	127	216
Autres pays	89	
Total général		1337

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Deuxième Rapport sur la publication des « Œuvres géologiques de Marcel Bertrand »*, par M. **Emm. de Margerie.**

Le Tome II des *Œuvres géologiques de Marcel Bertrand*, qui vient de paraître (¹), et dont j'ai l'honneur d'offrir un exemplaire à l'Académie, au nom de la famille de notre illustre confrère, comprend plus de 700 pages, avec 185 figures dans le texte et 17 planches, dont 4 en couleurs. Il renferme 43 Notes ou Mémoires, d'inégale étendue, concernant d'une part les Alpes Françaises et Suisses (LVIII-LXXXII), de l'autre le Bassin de Paris, le Nord de la France et les bassins houillers en général (LXXXIII-C).

Quelques-uns de ces morceaux comptent parmi ceux qui ont le plus contribué à mettre en relief la maîtrise du fondateur de la Tectonique française. Je citerai en particulier, dans la seconde partie, le Mémoire véritablement prophétique de 1884 *Sur les Rapports de structure des Alpes de Glaris et du Bassin houiller du Nord* (LVIII), dans lequel Marcel Bertrand, devançant les recherches de détail poursuivies plus tard par ses élèves ou amis Lugeon, Schardt, Termier, Haug, Kilian et tant d'autres, annonçait la généralité des phénomènes de charriage sur tout le bord externe de la chaîne alpine. Il faut noter également le bref article publié ici même, en 1896, avec le concours d'Étienne Ritter sur l'empilement de grands plis couchés qui

(¹) En vente à la Librairie Dunod. Paris, 92, rue Bonaparte.

caractérise la région du Mont-Joly aux abords du Mont-Blanc (LXXV), et l'importante étude *Sur les chaînes septentrionales des Alpes Bernoises*, rédigée en collaboration avec H. Golliez et datant de l'année suivante (LXXIX); puis une monographie très soignée *Sur le môle et les collines de Faucigny* (LXI); deux études de longue haleine *Sur les Alpes Françaises :* Structure en éventail, Massifs amygdoloïdes et Métamorphisme (LXV), Schistes lustrés de la zone centrale (LXVII). Enfin, une magistrale conférence prononcée au Congrès Géologique International de Zurich, en 1894, *Sur la Structure des Alpes Françaises* et la récurrence de certains faciès élémentaires (LXIX).

La troisième partie, qui intéresse plus particulièrement la connaissance régionale du nord de la France, en même temps que les applications de la Géologie, reproduit entre autres le Mémoire classique de 1892 *Sur la continuité des phénomènes de plissement dans le Bassin de Paris* (LXXXVI), où la permanence des traits généraux de l'écorce terrestre à travers les périodes successives de son histoire est établie avec tant de clarté. A la suite, on y retrouvera des études *Sur le raccordement du bassin houiller du nord de la France et du sud de l'Angleterre* (LXXXIX), *Sur le bassin houiller du Nord et sur le Boulonnais* (XCIII), *Sur le bassin crétacé de Fuveau et le bassin houiller du Nord*, dont les allures présentent des analogies si frappantes, en dépit de l'âge différent des terrains affectés et de la date non moins disparate des mouvements qui les ont déterminées — enfin *Sur le bassin houiller du Gard et les phénomènes de charriage* (XCVI, XCVII). Il y a là un ensemble de travaux dont la variété est bien propre à faire ressortir la géniale inspiration de leur auteur.

La composition du Tome III, qui doit terminer l'Ouvrage, est d'ores et déjà très avancée. Nous espérons pouvoir le mettre sous les yeux de l'Académie avant l'achèvement de l'année courante.

M. **A. Cotton** offre à l'Académie la Traduction, par M. René Fric, de la brochure de Sir J. J. Thomson, intitulée : *La Structure de la lumière*, traduction pour laquelle il a écrit une *Préface*.

M. **Léon Guillet** présente un livre de MM. Ch. Roszak et M. Véron, intitulé : *Nouvelles Études sur la chaleur*, pour lequel il a écrit une *Préface*. Il y est traité notamment de la transformation de l'art du chauffage en

science du chauffage, de l'explication des principes fondamentaux de la physique industrielle, des différentes voies de propagation de la chaleur, de la conductibilité calorifique, de la convection et du rayonnement.

M. **William Bowie** fait hommage d'un Mémoire qu'il vient de publier sous le titre : *Comparison of old and new Triangulation in California.*

NOMINATIONS.

MM. **L. Joubin**, **E. Fichot**, **G. Perrier** sont désignés pour représenter l'Académie au *Congrès international d'Océanographie, Hydrographie marine et Hydrologie continentale* qui se tiendra à Séville du 1er au 7 mai 1929.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *The Discovery of the Rare Gases*, by Morris W. Travers.

2° P. Lebeau et C. Courtois. *Traité de Pharmacie chimique.* (Présenté par M. A. Béhal.)

3° Paul Corbin et Nicolas Oulianoff. *Carte géologique du Massif du Mont Blanc.* Feuilles : *Chamonix* et *Les Tines* et Notices explicatives. (Présenté par M. P. Termier.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur quelques classes nouvelles de polynomes orthogonaux.* Note de M. **V. Romanovski**, présentée par M. Émile Borel.

En généralisant les courbes de fréquence de Pearson, comme l'ont fait pour les courbes normales Charlier, Bruns et autres, on parvient aux diverses classes des polynomes orthogonaux. La généralisation des types

pearsoniens I, II et III mène aux polynomes classiques de Jacobi et de Laguerre et celle des types IV, V et VI, aux polynomes orthogonaux nouveaux. Les autres types de Pearson représentent, comme on sait, à l'exclusion des courbes normales, des cas particuliers des types I, III, IV et VI. Leur généralisation ne donne pas de polynomes orthogonaux nouveaux.

Le but de cette Note consiste à indiquer les polynomes nouveaux et leurs propriétés les plus remarquables.

La généralisation des courbes du type IV nous donne les polynomes

$$\varphi_k(m, x) = (a^2 + x^2)^m e^{\nu\theta} D^k[(a^2 + x^2)^{-m+k} e^{-\nu\theta}]$$
$$\left(k = 0, 1, 2, \quad \ldots; \quad \theta = \operatorname{arc\,tang} \frac{x}{a}\right),$$

où a, ν et $m > 0$ sont des nombres réels quelconques et $D^k = \frac{d^k}{dx^k}$. L'intervalle de définition de ces polynomes est $(-\infty, \infty)$.

On peut démontrer les relations suivantes satisfaites par ces polynomes :

$$\varphi_{k+1}(m, x) = [2(k+1-m)x - \nu a]\varphi_k(m, x) + 2k(k+1-m)(a^2+x^2)\varphi_{k-1}(m-1, x);$$
$$\varphi_{k+1}(m, x) = [2(1-m)x - \nu a]\varphi_k(m-1, x) + (a^2+x^2)\varphi'_k(m-1, x);$$
$$\varphi'_k(m, x) = k(k+1-2m)\varphi_{k-1}(m-1, x);$$
$$D^k\varphi_k(m, x) = k!(k-2m+1)(k-2m+2)\ldots(2k-2m);$$
$$(a^2+x^2)\varphi''_k(m, x) + [2(1-m)x - \nu a]\varphi'_k(m, x) - k(k+1-2m)\varphi_k(m, x) = 0;$$
$$\varphi_k(m, x) - [2(1-m)x - \nu a]\varphi_{k-1}(m-1, x) - (k-1)(k+2-2m)\varphi_{k-2}(m-2, x) = 0;$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} (a^2+x^2)^{-m} e^{-\nu\theta}\varphi_k\varphi_h\,dx = 0 \qquad (k \neq h);$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} (a^2+x^2)^{-m} e^{-\nu\theta}\varphi_k\varphi_k\,dx = (-1)^k D^k\varphi_k a^{2k-3m+1} F(2m-2k-2, \nu),$$

où

$$F(2m-2k-2, \nu) = e^{-\frac{1}{2}\nu\pi}\int_0^{\pi} \sin^{2m-2k-2}\varphi\, e^{\nu\varphi}\,d\varphi$$

est l'intégrale connue de Pearson dont les Tables se trouvent dans ses *Tables for Biometricians and Statisticians*. On remarque que les deux dernières relations n'ont lieu que pour $k < \frac{2m-1}{2}$.

Les autres types nous donnent :

Type V :

$$\varphi_k(p, x) = x^{\rho} e^{\frac{\gamma}{x}} D^k\left(x^{-p+2k} e^{-\frac{\gamma}{x}}\right)$$

$$(k = 0, 1, 2, \ldots; p > 1; \gamma > 0; 0 \leqq x < \infty);$$

$$\varphi_{k+1}(p, x) = [2k + 2 - p)x + \gamma]\varphi_k(p, x) + k(2k + 2 - p)x^2 \varphi_{k-1}(p - 2, x);$$

$$\varphi_{k+1}(p, x) = [(2 - p)x + \gamma]\varphi_k(p - 2, x) + x^2 \varphi'_k(p - 2, x);$$

$$\varphi'_k(p, x) = k(k + 1 - p)\varphi_{k-1}(p - 2, x);$$

$$D^k \varphi_k(p, x) = k!(2k - p)(2k - p - 1)\ldots(k - p + 1);$$

$$\varphi''_k(p, x) + [(2 - p)x + \gamma]\varphi_{k-1}(p, x) - k(k + 1 - p)\varphi_k(p, x) = 0;$$

$$\varphi_k(p, x) - [(2 - p)x + \gamma]\varphi_{k-1}(p - 2, x) - (k - 1)(k + 2 - p)\varphi_{k-2}(p - 4, x) = 0;$$

$$\int_0^\infty x^{-\rho} e^{-\frac{\gamma}{x}} \varphi_k \varphi_h \, dx = 0 \qquad (k \not\equiv h),$$

$$\int_0^\infty x^{-\rho} e^{-\frac{\gamma}{x}} \varphi_k \varphi_k \, dx = k!(p - k - 1)(p - k - 2)\ldots(p - 2k)\gamma^{p-2k-1}\Gamma(p - 2k - 1)$$

$$\left(k < \frac{p-1}{2}\right).$$

Type VI :

$$\varphi_k(-p, q, x) = (x - a)^{-p} x^q D^k[(x - a)^{q+k} x^{-p+k}]$$

$$(k = 0, 1, 2, \ldots; p > 0, q > -1; a \leqq x < \infty);$$

$$\varphi_{k+1}(-p, q, x) = (-p + k + 1)(x - a)\varphi_k(-p, q + 1, x) + (q + k + 1)x\varphi_k(-p + 1, q, x);$$

$$\varphi_{k+1}(-p, q, x) = [(-p + 1)(x - a) + (q + 1)x]\varphi_k(-p + 1, q + 1, x) + x(x - a)\varphi'_k(-p + 1, q + 1, x);$$

$$\varphi'_k(-p, q, x) = k(k + 1 + q - p)\varphi_{k-1}(-p + 1, q + 1, x);$$

$$D^k \varphi_k(-p, q, x) = k!(q - p + k + 1)(q - p + k + 2)\ldots(q - p + 2k);$$

$$x(x - a)\varphi''_k + [(-p + 1)(x - a) + (q + 1)x]\varphi'_k + k(k + 1 + q - p)\varphi_k = 0;$$

$$\varphi_k(-p, q, x) - [(-p + 1)(x - a) + (q + 1)x]\varphi_{k-1}(-p + 1, q + 1, x) - k(k + 3 + q - p)x(x - a)\varphi_{k-2}(-p + 2, q + 2, x) = 0;$$

$$\int_a^\infty (x - a)^2 x^{-p} \varphi_k \varphi_h \, dx = 0 \qquad (k \neq h);$$

$$\int_a^\infty (x - a)^2 x^{-p} \varphi_k \varphi_k \, dx = k!(p - q - k - 1)\ldots(p - q - 2k)a^{q-p+2k+1} \frac{\Gamma(q + k + 1)\Gamma(p - q - 2k - 1)}{\Gamma(p - k)}$$

$$\left(k < \frac{p - q - 1}{2}\right).$$

GÉOMÉTRIE. — *Sur un récent théorème concernant les quadriques.* Note de M. **M. de Franchis**, présentée par M. Hadamard.

M. Étienne Halphen a tout récemment ([1]) donné cet intéressant théorème : *Si l'on projette, d'un point d'une quadrique, deux coniques appartenant à elle, les quatre génératrices communes aux cônes ainsi obtenus ont, sur ces cônes, deux rapports anharmoniques dont le rapport ne dépend pas de la position du point choisi sur la quadrique.*

Il me semble utile de remarquer que cette proposition peut être démontrée par de simples considérations projectives. *Le rapport en question est égal au rapport anharmonique des deux plans des coniques données et des deux plans tangents à la quadrique menés par leur droite commune*, ou même *au rapport anharmonique des deux sommets des cônes circonscrits à la quadrique le long des deux coniques et des deux points où la droite qui les conjoint coupe la quadrique.* Pour l'établir, il suffit de remarquer que le rapport introduit par M. Halphen coïncide avec le rapport anharmonique des plans tangents aux deux cônes (projection des coniques données) le long d'une des génératrices de la quadrique issues de leur sommet et des plans qui projettent par cette génératrice les deux points communs aux coniques et, par conséquent, avec le rapport anharmonique des quatre génératrices de système opposé à la génératrice envisagée qui passent par ces points et par les points où les coniques rencontrent la génératrice susdite.

Observation de M. **Hadamard** *sur la Note précédente.*

J'avais reçu de M. A. Weill une démonstration où il aboutissait à une forme du résultat moins simple et moins frappante que celle de M. de Franchis, mais partageant avec elle l'avantage d'être entièrement projective (et, de plus, réelle quand les éléments de la figure le sont eux-mêmes).

([1]) E. Halphen, *Un théorème sur les quadriques analogue à celui de Chasles sur les coniques* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 844-846).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur le lemme de Schwarz.* Note de M. **Rolf Nevanlinna**, présentée par M. Hadamard.

1. Soit $w(z)=u+iv$ $[w(0)=\alpha+i\beta]$ une fonction monogène de z, holomorphe pour $|z|<1$ et vérifiant la condition :

A. *Il existe un nombre fini m tel que*

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|u(re^{i\varphi})|\,d\varphi \leqq m \qquad \text{pour} \qquad 0\leqq r<1.$$

Dans ces hypothèses, *on peut affirmer que si le point z varie à l'intérieur du cercle* $|z|=r(<1)$, *le point* $w=w(z)$ *est situé à l'intérieur du cercle*

$$(1) \qquad |w-w_0|=\frac{2mr}{1-r^2} \qquad \text{où} \qquad w_0=\alpha\frac{1+r^2}{1-r^2}+i\beta.$$

Pour $|z|=r$, *le point* $w(z)$ *se trouvera à l'intérieur ou sur la périphérie du cercle* (1). *Le second cas ne peut se présenter que pour une fonction rationnelle de la forme*

$$w=\alpha+i\beta+\frac{(\alpha+m)z}{\varepsilon_1-z}+\frac{(\alpha-m)z}{\varepsilon_2-z} \qquad (|\varepsilon_\nu|=1;\ \nu=1,2).$$

Observons qu'on a

$$|\alpha|=\frac{1}{2\pi}\left|\int_0^{2\pi}u(re^{i\varphi})\,d\varphi\right|\leqq\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|u(re^{i\varphi})|\,d\varphi,$$

le signe d'égalité ayant lieu dans le seul cas où la condition suivante est vérifiée :

B. *La fonction u garde un signe invariable pour* $|z|<1$.

Dans cette hypothèse particulière, la condition A est satisfaite en posant $m=|\alpha|$, et l'énoncé ci-dessus se réduit au lemme de Schwarz [1].

Étant donnée une fonction $w(z)$ qui vérifie la condition A, il existe une fonction réelle $\mu(\vartheta)$, définie pour $0\leqq\vartheta\leqq 2\pi$, à variation bornée et telle qu'on a pour $|z|<1$:

$$(2) \qquad w(z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{e^{i\vartheta}+z}{e^{i\vartheta}-z}\,d\mu(\vartheta)+i\beta.$$

---

[1] Cf. les théorèmes sur les valeurs moyennes établis par M. Julia, *Sur les moyennes des modules de fonctions analytiques* (*Bull. des Sc. math.*, 51, 1927, p. 1-16).

C'est à l'aide de cette représentation, due à M. Ostrowski [1], qu'on peut démontrer le lemme ci-dessus.

2. En utilisant la représentation (2), on déduit aisément aussi l'importante extension du lemme de Schwarz due à M. Julia [2] ainsi que quelques théorèmes complémentaires très intéressants, établis récemment par M. Carathéodory, notamment le suivant [3] :

Étant donnée une fonction w satisfaisant à la condition B, *le produit* $(1-z)w$ *tend uniformément vers une limite déterminée réelle lorsque le point* z *tend vers* $z=1$, *en restant dans le domaine fixe*

$$(3) \qquad |1-z| \leqq k(1-|z|) \qquad (k \text{ étant un nombre arbitraire} > 1).$$

Cette proposition reste valable même si l'on remplace l'hypothèse B par la condition A. En effet, mettons la relation (2) sous la forme

$$(4) \qquad w(z) = c\frac{1+z}{1-z} + \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{e^{i\vartheta}+z}{e^{i\vartheta}-z}\,d\nu(\vartheta) + i\beta,$$

où $c = \mu(0+0) - \mu(0) + \mu(2\pi) - \mu(2\pi - 0)$ et $\nu(\vartheta) = \mu(\vartheta)$ $(0 < \vartheta < 2\pi)$, $\nu(0) = \mu(0+0)$, $\nu(2\pi) = \mu(2\pi - 0)$. Écrivons ensuite la dernière intégrale comme somme de trois intégrales correspondant aux intervalles $(0, \vartheta_0)$, $(\vartheta_0, 2\pi - \vartheta_0)$, $(2\pi - \vartheta_0, 2\pi)$, où $0 < \vartheta_0 < 2\pi$. La seconde de ces intégrales est holomorphe pour $z = 1$. Pour les deux autres intégrales, on aura

$$\left|(1-z)\left(\int_0^{\vartheta_0} + \int_{2\pi-\vartheta_0}^{2\pi}\right)\right| \leqq \frac{2|1-z|}{1-|z|}\left(\int_0^{\vartheta_0}|d\nu| + \int_{2\pi-\vartheta_0}^{2\pi}|d\nu|\right) \leqq 2k\lambda_0,$$

λ_0 étant la variation totale de $\nu(\vartheta)$ dans les intervalles $(0, \vartheta_0)$ et $(2\pi - \vartheta_0, 2\pi)$. Or, ν étant continue pour $\vartheta = 0$ et $\vartheta = 2\pi$, λ_0 s'annule avec ϑ_0. Donc, si l'on multiplie par $(1-z)$ l'intégrale qui figure au second membre de (4), le produit tend vers zéro lorsque z tend vers l'unité. En supposant toujours z

---

[1] A. Ostrowski, *Ueber die Bedeutung der Jensenschen Formel für einige Fragen der komplexen Funktionentheorie* (*Acta litt. ac. sc. un. Fr.-Josephinae*, 1, 1923, p. 80). Dans l'hypothèse B, cette formule fut établie déjà en 1911 par M. Herglotz (*Leipz. Berichte*, 63, 1911, p. 501).

[2] G. Julia, *Extension nouvelle d'un lemme de Schwarz* (*Acta mathematica*, 42, 1920, p. 342).

[3] C. Carathéodory, *Ueber die Winkelderivierten von beschränkten analytischen Funktionen* (*Sitz. ber. der preuss. Akad. der Wiss., math.-phys. Klasse*, 1929, IV, p. 50). L'énoncé de M. Carathéodory s'obtient en posant $f = \frac{w-1}{w+1}$.

à l'intérieur du domaine (3), il résulte maintenant de (4) qu'on a uniformément $(1-z)w \to 2c$ pour $z \to 1$.

En différentiant la relation (4), on démontre, par un raisonnement analogue à celui qui précède, que $(1-z)^2 w'(z) \to 2c$ pour $z \to 1$, uniformément dans le domaine (3) (cf. CARATHÉODORY, *loc. cit.*, p. 50).

3. Admettons, en particulier, que la condition B soit vérifiée, et soit $u \geqq 0$ pour $|z| < 1$. Dans ce cas les fonctions μ et ν sont monotones (non décroissantes), et l'on aura $c \geqq 0$. Il suit de la relation (4) que $(z = re^{i\varphi})$

$$u(z) = c\frac{1-|z|^2}{|1-z|^2} + \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{1-r^2}{1+r^2-2r\cos(\vartheta-\varphi)}\,d\nu(\vartheta) \geqq c\frac{1-|z|^2}{|1-z|^2},$$

l'égalité ayant lieu seulement si ν est constante, c'est-à-dire si

$$w = c\,\frac{1+z}{1-z} + i\beta.$$

C'est le lemme de M. Julia.

DYNAMIQUE. — *Sur les systèmes Pfaffiens de M. Birkhoff.* Note [1] de M. **Lucien Féraud.**

Dans une conférence donnée en 1920 [2] M. G. Birkhoff a défini et considéré pour la première fois certains systèmes d'équations de la dynamique auxquels il a donné le nom de *systèmes Pfaffiens*. Depuis il a été amené à les reprendre dans son Mémoire [3] *Stability and the Equations of Dynamics* et dans un Ouvrage [4] récent : *Dynamical Systems*, il a publié les démonstrations des résultats annoncés quelques années auparavant.

Ces systèmes se définissent de la manière la plus simple comme susceptibles de représenter les extrémales dans le problème de variation posé par

$$\delta\int\left(\sum_{j=1}^{2m} X_j\frac{dx_j}{dt} + Z\right)dt = 0,$$

---

(1) Séance du 2 avril 1929.

(2) *Colloquium lectures* données à Chicago devant la Société mathématique américaine.

(3) *American Journal of Mathematics*, 49, 1, 1927, p. 1.

(4) *American Mathematical Society Colloquium Publications*, 9, New-York, 1927.

X_j, Z étant des fonctions des $2n$ variables dépendantes x_j. L'invariance de leur forme par rapport à n'importe quel changement de variables effectué sur les x suggère tout de suite l'intérêt que peut présenter leur considération, mais l'importance et la réelle signification de leur forme sont plus nettement mises en valeur par les propriétés qui suivent. En désignant par ω l'expression différentielle linéaire $\sum_{j=1}^{2m} X_j dx_j + Z dt$, à tout système Pfaffien donné correspond une expression bien déterminée et inversement, de telle sorte que le choix d'un système Pfaffien est équivalent à celui d'une forme ω. De plus le système considéré admet $\int \omega$ comme invariant intégral relatif et n'est pas autre chose que le *système caractéristique* de la forme ω en empruntant la définition de M. E. Cartan (¹).

Des remarques précédentes j'ai pu déduire, pour ces systèmes, d'autres propriétés également de nature analytique, relatives au cas où l'on suppose connues un certain nombre d'intégrales premières. En particulier les théorèmes de Poisson et de Lie leur sont applicables aussi bien qu'aux systèmes Hamiltoniens; de plus ils admettent l'intégrale première $Z = C$ qui permet de réduire leur ordre de deux unités en éliminant la variable t. Et encore, si l'on connaît $2k+1$ intégrales premières indépendantes entre elles et indépendantes de $Z = C$, l'ordre du système pourra être abaissé de $2k+2$ unités tout en conservant la forme Pfaffienne (par conséquent $Z = C$), donc en définitive pourra être réduit de $2k+4$.

Les systèmes considérés admettent $\int \sum_{j=1}^{2m} X_j dx_j$ comme invariant intégral relatif et par conséquent comme invariant intégral absolu :

$$\iint \sum_{i=1}^{2m} \sum_{j=1}^{2m} a_{ij}\, dx_i\, dx_j, \qquad \text{où} \qquad a_{ij} = \frac{\partial X_i}{\partial x_j} - \frac{\partial X_j}{\partial x_i}.$$

Au point de vue analytique il est très important de connaître un invariant intégral d'ordre égal à celui du système, c'est-à-dire un *dernier multiplicateur*. J'ai obtenu pour ce dernier multiplicateur la forme simple $\sqrt{|a_{ij}|}$.

En vue d'élucider la manière dont la considération des systèmes Pfaffiens s'introduit dans les problèmes de dynamique, j'ai étudié la réduction de la

(¹) *Leçons sur les invariants intégraux*. Paris, 1922. Voir en particulier le Chapitre XII : *Les équations qui admettent un invariant intégral linéaire relatif*.

forme Lagrangienne à la forme Pfaffienne, ce qui m'a conduit au résultat suivant. Toute la question dépend du système simultané de $m+1$ équations aux dérivées partielles

$$(1)\quad \begin{cases} L(F\ldots G\ldots) - \dfrac{1}{\Delta}\displaystyle\sum_{j=1}^{2m}\left[X_j \times \sum_{k=1}^{2m} A_{kj}\frac{\partial Z}{\partial x_k}\right] = Z, \\ \displaystyle\sum_{j=1}^{m}\left[\frac{\partial F_i}{\partial x_j} \times \sum_{k=1}^{2m} A_{kj}\frac{\partial Z}{\partial x_k}\right] = G_i \qquad (i=1, 2, \ldots, m), \end{cases}$$

F_i, G_i étant les fonctions qui permettent de passer des variables Lagrangiennes aux variables Pfaffiennes par la transformation

$$(2)\qquad q_i = F_i(x_1, x_2, \ldots, x_{2m}), \qquad q'_i = G_i(x_1, x_2, \ldots, x_{2m});$$

$L(q\ldots q'\ldots)$ étant la fonction de Lagrange; $\sum_{j=1}^{2m} X_j dx_j + Z\,dt$ la forme ω; Δ le déterminant $|a_{ij}|$ et enfin A_{kj} le mineur correspondant à A_{kj} dans ce déterminant Δ.

Il est clair que l'on peut poser toute une série de problèmes en considérant un certain nombre des fonctions F_i, G_i, X_i, Z comme données, les autres devant être déterminées en prenant une solution du système (1). Cette méthode comprend comme cas particuliers la réduction à la forme Hamiltonienne ou encore à la *forme normale*

$$(3)\qquad \frac{dy_1}{dt} = 1, \qquad \frac{dy_2}{dt} = 0, \qquad \ldots, \qquad \frac{dy_{2m}}{dt} = 0.$$

Dans le Mémoire cité de M. Birkhoff cette forme normale est établie à l'aide de fonctions analytiques, mais on ne l'obtient qu'après avoir résolu les équations des extrémales de $\delta\int\omega = 0$. Il est intéressant de remarquer que le procédé indiqué ici permet d'éviter cette résolution.

AVIATION. — *Optimum d'exploitation des avions commerciaux.* Note (¹) de M. **G. A. Mokrzycki**, présentée par M. A. Rateau.

Nous admettons la connaissance de toutes les données constructives d'un avion déjà construit; ce sont alors : P, poids total d'avion; P_d, poids dispo-

(¹) Séance du 18 mars 1929.

nible, c'est-à-dire P_p, poids payant plus C, poids de combustible; W, puissance du moteur; c, consommation de combustible par unité de puissance et unité du temps; v, vitesse; c_z/c_x, finesse moyenne; ρ, rendement d'hélice moyen; t, durée du parcours; k, gain moyen sur le transport de l'unité de la charge payante, suivant unité de la distance, tous les frais d'exploitation déjà couverts. Nous nous demandons quelle est la distance D et le rapport $y = C/P_d$ les meilleurs pour que le gain

$$G = kP_pD \tag{1}$$

soit maximum. Si nous ne tenons pas compte du délestage pendant le vol, nous avons les relations suivantes :

$$D = vt, \qquad C = cWt, \qquad P_d = P_p + C,$$

ce qui permet d'écrire (1) sous la forme

$$G = \frac{kv}{cW}(P_dP_p - P_p^2).$$

Cherchons le maximum de G : $\frac{dG}{dP} = 0 = \frac{kv}{cW}P_d - 2\frac{kv}{cW}P_p$.

D'où : $(P_p)_{\text{opt}} = 0{,}5P_d$; or, $C_{\text{opt}} = 0{,}5P_d$. C'est-à-dire

$$y_0 = C_{\text{opt}}/P_d = 0{,}5. \tag{2}$$

Avec cette valeur et $\rho W = \frac{c_x}{c_z}Pv$, nous avons

$$D_{\text{opt}} = \frac{v}{2}\frac{P_d}{cW} = \frac{\rho}{2c}\frac{c_z}{c_x}\frac{P_d}{P}. \tag{3}$$

Les valeurs données par (2) et (3) sont assez exactes pour les avions dont le rapport du poids disponible au poids total $m = P_d/P$ est petit. Pour les avions de transport d'aujourd'hui, la formule (2) donne des erreurs de 4 à 10 pour 100. Il faut alors tenir compte du délestage, c'est-à-dire prendre pour la longueur du parcours la formule bien connue

$$D = \frac{Pv}{cW}\ln\left(\frac{P}{P-C}\right) = \frac{\rho}{c}\frac{c_z}{c_x}\ln\left(\frac{P}{P-C}\right), \tag{4}$$

ce qui permet d'écrire (1) : $G = AP_p\ln\left(\frac{P}{P-C}\right)$, où $A = k\frac{Pv}{cW} = k\frac{\rho}{c}\frac{c_z}{c_x}$.

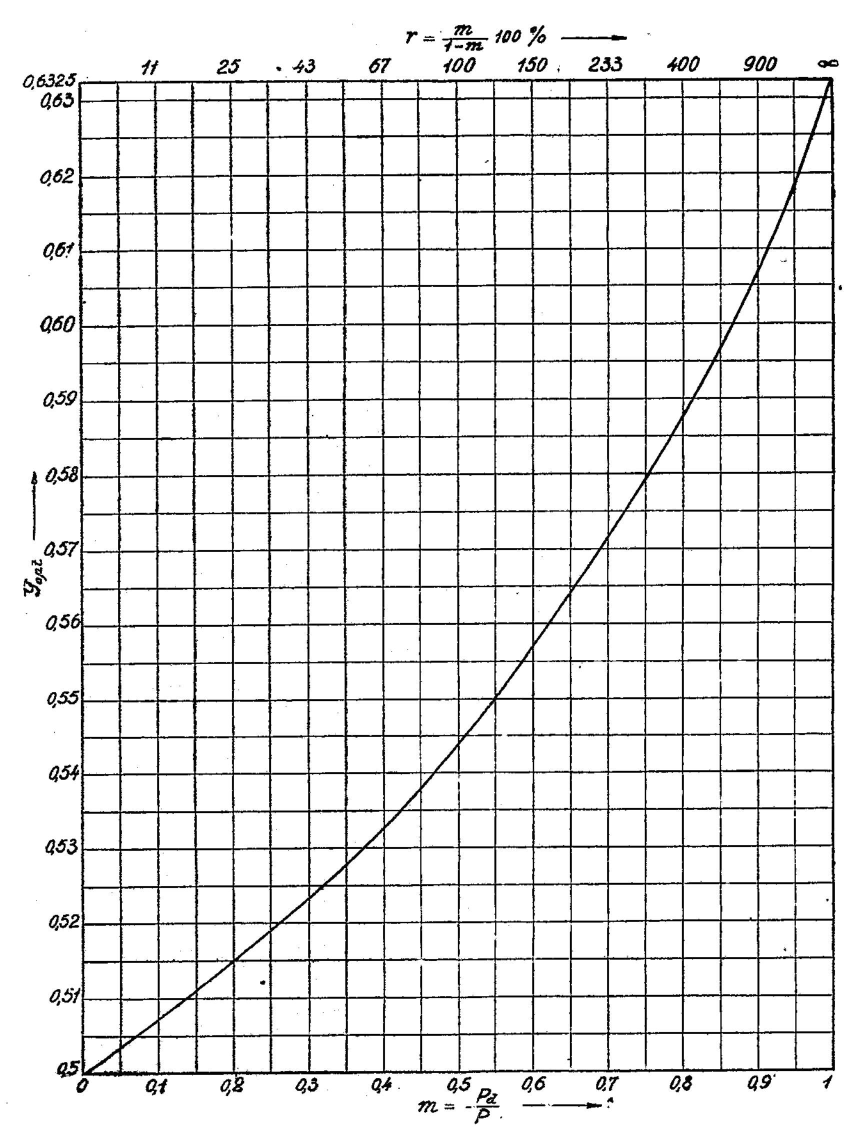
Or $G = A(C - mP)\ln\left(1 - \frac{C}{P}\right)$, où $m = P_d/P$.

Posons $C/P = x$, et cherchons le maximum de G :

$$\frac{dG}{dC} = 0 = A\ln(1-x) - A\frac{C - mP}{P - C}.$$

Nous avons alors à résoudre

(5) $$\ln(1-x) - \frac{x-m}{1-x} = 0,$$



avec $\ln(1-x)$ développé, nous avons

(6) $$-x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \ldots - \frac{x-m}{1-x} = 0.$$

Comme x a une valeur faible (0,25 environ), nous pouvons nous con-

tenter pratiquement des deux ou trois premiers termes, et l'équation (6) nous conduit alors à une équation du troisième ou quatrième degré.

D'après la définition, $C_{opt} = x_0 P = \frac{x_0}{m} P_d = y_0 P_d$; x_0 est la valeur optimum.

Pour supprimer des calculs assez longs, nous avons dressé ci-dessus une courbe $y_0 = f(m)$, ce qui permet, pour une valeur connue de m, de trouver l'optimum du poids du combustible $C_{opt} = y_0 P_d$, et l'optimum du parcours

$$D_{opt} = B \log \frac{P}{P - C_{opt}}, \tag{7}$$

B étant une constante d'après (4).

ASTRONOMIE. — *Théorie d'un planisphère métrique terrestre.* Note de M. **Antonio Cabreira**.

Soient φ, λ, φ', λ' et λ'' les coordonnées géographiques d'un point, les rectifications des arcs respectifs et celle de l'arc du parallèle compris entre ce point et le méridien de l'origine; ρ, R et r les valeurs du rayon terrestre dans le même point, dans l'équateur et dans les pôles.

En vertu du caractère elliptique des méridiens, la grandeur des degrés augmente continuellement avec la latitude. Ainsi, si a représente l'accroissement observé à la fin de l'intervalle $g_0 - 1$, nous aurons, pour $\varphi - 1$, $a \frac{\varphi - 1}{g - 1}$; d'où

$$\varphi' = \pi R \frac{\varphi}{180} + a \frac{\varphi - 1}{g - 1} \tag{1}$$

et

$$\lambda' = \pi R \frac{\lambda}{180}. \tag{2}$$

On voit encore que le rayon du parallèle est $\rho \cos\varphi$. Or $\rho = R - (R - r)\frac{\varphi}{90}$ donc

$$\lambda'' = \pi \left[R - (R - r) \frac{\varphi}{90} \right] \frac{\lambda}{180} \cos\varphi. \tag{3}$$

Alors, en adoptant les nombres classiques $R = 6377431^m,5$; $r = 6356125^m,5$;

$\frac{\pi R}{180} = 72911^m,208$; et $a = 3437991^m,28$, pour $g = 90$, on déduit

$$(4) \qquad \rho = 6377431^m,5 - 236^m,733 \times \varphi,$$

$$(5) \qquad \varphi' = 72911^m,208 \times \varphi + 38629^m,115 \times (\varphi - 1),$$

$$(6) \qquad \lambda' = 72911^m,208 \times \lambda,$$

$$(7) \qquad \lambda'' = (72911^m,208 - 1^m,315 \times \varphi) \times \lambda \times \cos\varphi,$$

où les minutes et les secondes seront exprimées en fractions décimales du degré.

En considérant, à une échelle convenable, une ellipse dont les demi-axes représentent le quart du méridien terrestre et de l'équateur; en divisant le premier en dix parties proportionnelles aux cordes des arcs de 9, 10-18, ..., 81-90°, ce qui donne les rectifications des mêmes arcs, et le deuxième en dix parties égales; en conduisant par les points résultants des divisions du premier demi-axe, des parallèles au deuxième demi-axe, et en traçant neuf ellipses concentriques, ayant comme demi-axe commun le premier considéré et comme demi-axes successifs une, deux, ..., neuf parties du deuxième, on construit un planisphère métrique terrestre. En effet, les intersections de ces parallèles avec les ellipses déterminent les points dont les coordonnées géographiques et dont les distances, suivant les arcs de parallèle, au méridien d'origine, ont comme rectifications les valeurs de φ', λ' et λ'', en (5), (6) et (7), pour φ et λ, successivement égaux à 9, 18, ..., 90°.

ASTRONOMIE. — *Sur l'identification des petites planètes et sur la correction de leurs orbites d'après une observation.* Note de M. **Benjamin Jekhowsky**, présentée par M. H. Andoyer.

Soient $E_2 - E_1 = d\gamma_k$ ($k = 1, 2, \ldots, 6$) les différences entre les éléments correspondants de deux systèmes d'éléments qui représentent assez bien les observations d'une planète pendant une opposition, et qui donnent pour une autre planète, observée dans une opposition antérieure ou postérieure, des écarts Observ.-Calcul., $\Delta\alpha_{(2)}$, $\Delta\delta_{(2)}$, $\Delta\alpha_{(1)}$, $\Delta\delta_{(1)}$.

On se propose d'abord de vérifier l'identité des deux astres, puis, dans l'affirmative, de trouver un système E_3 d'éléments, qui représenterait au mieux les observations des deux oppositions, en donnant pour la dernière des écarts $\Delta\alpha_{(3)} = \Delta\delta_{(3)} = 0$ (théoriquement), et de façon que les différences des éléments $E_3 - E_2 = d\gamma'_k$ soient proportionnelles aux précédentes, c'est-à-

dire que l'on ait

$$(1)\qquad d\gamma'_1 = q\,d\gamma_1,\quad d\gamma'_2 = q\,d\gamma_2,\quad \ldots,\quad d\gamma'_6 = q\,d\gamma_6.$$

Ce problème a été traité par M. B. Asplind, dans son intéressant Mémoire [1] : *Identitäten, Wiederauffindung und Bahn des Planeten* (658) *Asteria*....

Voici une solution simple, qui sans aucune ambiguïté permet d'identifier la planète et, tout en se servant de la *Regula falsi*, de trouver le facteur de correction q, sans passer par le calcul des quantités K_α, K_δ, appelées Fonctions de l'orbite.

En désignant par d_k, d'_k, les coefficients différentiels en α et δ d'une méthode quelconque de correction des éléments, d'après ce qui précède on trouve d'une façon évidente pour les relations de condition

$$(2)\qquad \begin{cases} \Sigma d_k d\gamma'_k : \Sigma d_k d\gamma_k = q_\alpha = (\cos\delta_{(2)}\Delta\alpha_{(2)}) : K_\alpha, \\ \Sigma d'_k d\gamma'_k : \Sigma d'_k d\gamma_k = q_\delta = \qquad \Delta\delta_{(2)}) : K_\delta. \end{cases}$$

Mais, d'après mes formules [2] (3), en remplaçant les différentielles $d\alpha$, $d\delta$ par les résidus Observ-Calcul, pour chaque système d'éléments nous pouvons écrire

$$(3)\qquad \frac{\cos\delta_{(n)}\Delta\alpha_{(n)}}{g^{(n)}} = \frac{\Delta\delta_{(n)}}{g_3^{(n)}} = \text{séc}\,\delta_{(n)}\frac{dv_{(n)}}{\rho_{(n)}} = q_{\alpha\atop\delta}^{(n)}\qquad (n = 1, 2, 3),$$

où pour abréger l'écriture on pose $g^{(n)} = (\lambda_1 g_2 - \lambda_2 g_1)^{(n)}$.

Avec (3) les relations (2) deviennent

$$(4)\qquad \begin{cases} g^{(2)} q_\alpha^{(2)} = K_\alpha q_\alpha, \\ g_3^{(2)} q_\delta^{(2)} = K_\delta q_\delta. \end{cases}$$

Or $q_\alpha^{(2)} = q_\delta^{(2)}$ et, si l'orbite calculée appartient réellement à la planète observée, il faut que l'on ait

$$(5)\qquad q_\alpha = q_\delta = q :$$

c'est le critérium de l'identification de la planète.

Donc

$$(6)\qquad \frac{K_\delta}{K_\alpha} = \frac{g_3^{(2)}}{g^{(2)}},$$

---

[1] *Astronomiska Iakttagelser och Undersökningar à Stockholms Observatorium*, **11**, III, Stockholm, 1927.

[2] *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 772.

et il en est de même pour les coefficients d_k, d'_k et leurs sommes Σd_k, $\Sigma d'_k$.

En remarquant ensuite que, pour le système E_3, $q_\alpha^{(3)} = q_\delta^{(3)} = 0$, on déduit le facteur de correction par la formule

(7) $$q\left(q_{\substack{\alpha\\ \delta}}^{(2)} - q_{\substack{\alpha\\ \delta}}^{(1)}\right) = -q_{\substack{\alpha\\ \delta}}^{(2)}.$$

Le système d'éléments corrigés sera ainsi

$$E_3 = E_2 + q(E_2 - E_1).$$

Toutes ces considérations peuvent jeter un peu de lumière sur les méthodes de correction des orbites en général.

THERMODYNAMIQUE. — *L'équation de Van der Waals et la thermodynamique.* Note de M. **J.-E. Verschaffelt.**

En réponse à des objections faites par M. V. Karpen (*Comptes rendus*, p. 496) je voudrais préciser ce que j'ai dit dans ma première Note, publiée sous le même titre (*Comptes rendus*, p. 312).

M. Karpen défend la thèse que, par les hypothèses mêmes qui ont servi à l'établir, l'équation d'état de Van der Waals avec a, b et R constants est d'accord avec le second principe de la thermodynamique. J'ai exprimé, par contre, l'opinion que cette équation d'état n'est d'accord avec ce principe que moyennant des hypothèses accessoires, qui ne sont pas une conséquence nécessaire des premières. En affirmant, notamment, que, dans le cas où les trois paramètres sont des constantes, ou simplement des fonctions du volume, la variation de l'énergie interne avec le volume est égale au travail de la pression de cohésion, on fait, à mon avis, une hypothèse nouvelle. Je ne vois pas, en effet, pourquoi, si la relation $\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T = \frac{a}{v^2}$ pouvait être démontrée par des considérations purement mécaniques, la démonstration ne serait plus valable dans le cas où l'un au moins des trois paramètres dépend de la température; et cependant la thermodynamique apprend que dans ce cas la relation ci-dessus ne se vérifie plus. C'est pourquoi j'ai cru pouvoir affirmer que ce n'est que par hypothèse que l'on peut écrire, dans le cas où a, b et R ne sont pas fonctions de la température :

$$dU = \frac{a}{v^2}\, dv + c_v\, dT,$$

et que c'est grâce à cette hypothèse que $dS = \frac{dQ}{T}$ est différentielle exacte pour les états homogènes.

La question me semble être du même genre que celle de l'énergie superficielle, dont on croyait pouvoir démontrer que sa variation avec la surface est égale au travail de la tension superficielle, jusqu'à ce que la thermodynamique apprit que cela ne serait vrai que si la tension superficielle ne variait pas avec la température.

L'hypothèse d'après laquelle le travail des forces moléculaires dans la vaporisation est proportionnel à la différence des densités des deux phases, n'est pas non plus, à mon avis, une conséquence nécessaire des hypothèses de Van der Waals; cela n'a jamais été démontré, que je sache. D'ailleurs, pour trouver la valeur du coefficient de proportionnalité A, M. Karpen suppose que cette valeur ne dépend pas de la température, ce qui n'est pas davantage démontré.

M. Karpen m'a objecté avec raison qu'il ne suffit pas que $dS = \frac{dQ}{T}$ soit différentielle exacte dans la région des états homogènes, pour que les relations de Maxwell-Clausius et de Clapeyron se vérifient. Par un fâcheux lapsus j'ai semblé affirmer le contraire. Pour arriver à ces relations on doit encore supposer que le second principe est applicable aux états hétérogènes, ou bien encore une fois, faire une hypothèse accessoire, équivalente au second principe. Or l'hypothèse relative au travail moléculaire est de cette nature, puisque, comme M. Karpen l'a montré, elle suffit, du moins dans le cas où a, b et R sont constants, pour déterminer à chaque température la pression de saturation conformément à la règle de Maxwell-Clausius, dont la signification thermodynamique est qu'elle exprime que la chaleur de vaporisation est égale à l'effet thermique dans la détente isothermique homogène entre les deux états à saturation, c'est-à-dire que $L = T(S_2 - S_1)$. Cela suffit pour que $\frac{dQ}{T}$ soit différentielle exacte dans la région hétérogène. En effet, on a dans cette région :

$$dQ = c_m dT + L dm,$$

où c_m est la chaleur spécifique à titre m constant : et comme

$$c_m = m c_2 + (1 - m) c_1 = T\left[m \frac{dS_2}{dT} + (1 - m)\frac{dS_1}{dT}\right],$$

on a, dans la région hétérogène $\frac{dQ}{T} = dS$, avec

$$S = mS_2 + (1 - m)S_1.$$

Enfin, je m'étais contenté de signaler, le tenant pour connu, le fait qu'on démontre la formule de Clapeyron d'une manière tout à fait générale en dérivant par rapport à T l'équation qui exprime la règle de Maxwell-Clausius :

$$p_s(v_2 - v_1) = \int_{v_1}^{v_2} p\,dv;$$

en tenant compte de la variation des limites d'intégration on obtient, en effet,

$$\frac{dp_s}{dT}(v_2 - v_1) = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T dv = S_2 - S_1 = \frac{L}{T}.$$

ÉLECTRICITÉ. — *Augmentation de la sensibilité des appareils de mesures électriques à pivots.* Note de M. **Quevron**, présentée par M. A. Cotton.

Si l'on remplace l'aimant permanent d'un appareil de mesures par un électro-aimant, on augmente la sensibilité de l'appareil, le couple agissant étant proportionnel au champ magnétique.

Cette substitution n'a pas été faite jusqu'à présent; on était gêné par les actions parasites que le champ magnétique accru exerce sur la matière même du cadre. Je suis parvenu à éliminer cette influence en rendant le champ rigoureusement radial dans l'entrefer.

Ce résultat est obtenu par un centrage rigoureux des pièces qui délimitent l'entrefer et par la suppression de toutes les pièces accessoires qui déformeraient localement le circuit magnétique : en particulier les vis sont soigneusement évitées.

Le champ est fourni par un électro-aimant dont le nombre d'ampères-tours est suffisant pour que la saturation du fer soit atteinte. On réalise ainsi la constance du champ nécessaire pour que l'appareil soit fidèle. Il faudrait que le courant varie de 10 pour 100 pour que les indications se trouvent modifiées de 1 pour 100.

Résultats obtenus. — Nous avons réalisé un microampèremètre à pivots en plaçant le bloc rigide délimitant l'entrefer et portant le cadre entre les pôles d'un électro-

aimant comportant 10000 ampères-tours. L'électro-aimant est alimenté par un secteur continu, ou bien encore en interposant entre le secteur alternatif et l'électro-aimant un redresseur de courant.

La puissance dépensée dans l'électro-aimant de cet appareil d'essai est de 150 watts, le champ obtenu, dans un entrefer de 2^{mm}, est seulement de 4500 gauss (le fer employé est de médiocre qualité). La résistance du cadre (cadre rectangulaire de 50×40^{mm}, 350 spires) est de 400 ohms. L'aiguille ($13^{cm},2$ de longueur) dévie de 1,4 radian (100 divisions) en 10 secondes pour un courant de 4 microampères, soit 1,6 millivolt appliqué aux bornes. Le moment de torsion du ressort est alors de 15 dynes/cm et la puissance dépensée dans le cadre de $6,4.10^{-3}$ microwatt.

Les dérivations sont proportionnelles aux courants traversant le cadre et il est possible d'apprécier à lecture directe 10^{-8} ampère ou 10^{-5} volt.

Un autre essai réalisé avec la maquette de l'électro-aimant de l'Académie des Sciences à Bellevue a porté sur un champ de 25000 gauss et a permis de constater que le cadre ne subissait pas l'influence du champ magnétique dans lequel il était placé.

Il est donc possible d'envisager l'utilisation des électro-aimants existant déjà dans certains Laboratoires pour en faire des appareils de mesure très sensibles. L'électro-aimant peut recevoir entre ses branches des blocs interchangeables dont les cadres possèdent des constantes électriques déterminées. Ces blocs, de mise en place facile, permettent de réaliser instantanément des appareils de mesures de faibles intensités ou de faibles tensions, continues ou alternatives, même en conservant les avantages des appareils à pivots.

Exemples d'application : Millivoltmètre. Mesure des températures. — Dans la première réalisation, l'aiguille décrit un arc de 185^{mm} pour 1,6 millivolt, ce qui correspond à la force électromotrice thermo-électrique d'un couple cuivre-constantan dont la soudure chaude est portée à 40° C. Il est donc très facile d'apprécier le dixième de degré sur le cadran.

On pourra également mesurer avec précision les températures comprises entre 900° et 1200°, ce qu'il est difficile de faire dans l'état de la pyrométrie thermo-électrique.

Dans les pyromètres enregistreurs actuels, étant donnée la faiblesse du couple moteur agissant sur l'aiguille, la plume n'est mise en contact avec le papier que par des à-coups réguliers entre lesquels l'aiguille est libre, ces contacts intermittents donnent une courbe formée par une série de points. Avec l'appareil à électro-aimant la force développée est assez considérable pour effectuer directement les tracés sur le papier.

Microampèremètre. Mesure des faibles courants alternatifs. — Un appareil qui permet d'apprécier 10^{-8} ampère à lecture directe rendra des services pour la mesure des courants de cellules photo-électriques, le relevé d'une

caractéristique de grille de lampe de T. S. F., l'étude d'un thermo-élément, le relevé d'une courbe de résonance à l'aide d'un couple. Associé à un thermo-élément l'appareil permet la mesure de faibles courants alternatifs.

Fluxmètre-Appareil de zéro. — Si les spiraux d'amenée de courant sont en argent recuit, ils ne présentent plus de couple de torsion appréciable, l'appareil, ainsi transformé, est un fluxmètre. Dans ce cas la sensibilité de l'appareil décroît à mesure que le champ croît (une division de la graduation valant 100000 maxwells par exemple).

La mesure des champs magnétiques intenses se fait avec le fluxmètre à électro-aimant sans avoir besoin de shunter l'appareil avec une résistance appropriée. Utilisé pour la mesure des temps, cet appareil permettra la mesure d'intervalles de temps de l'ordre de plusieurs minutes.

Il peut également servir comme appareil de zéro soit que le cadre mobile reste muni d'une aiguille, soit qu'on la remplace par un miroir. Dans ce dernier cas son emploi est indiqué dans les microphotomètres enregistreurs.

OPTIQUE. — *Les radiations secondaires dans la lumière diffusée par le spath calcaire.* Note de M. **J. Cabannes**, présentée par M. Ch. Fabry.

I. Le spectre de diffusion du spath, obtenu par Daure, est plus intense que celui du quartz ([1]). Nous y avons repéré les radiations secondaires suivantes (évaluées en nombres d'ondes par centimètre) :

$$+279,7;\quad +153,9;\quad -156,7;\quad -221,3;\quad -283,2;\quad -713,1;\quad -1082,6;\quad -1432,5;\quad -1750,0.$$

Les plus fortes sont la bande 283 (largeur, 3,5 Å) et la raie 1083.

II. *Étude de la dépolarisation des raies secondaires.* — Soient trois axes rectangulaires $Oxyz$ (Ox, rayon incident; Oy, rayon diffusé). J'ai éclairé en lumière d'abord naturelle, puis polarisée, suivant Oy ou Oz, le cristal de spath; j'ai orienté l'axe du cristal suivant Ox, Oy, puis Oz. Dans chaque cas, j'ai analysé avec un spectrographe la lumière diffusée; un wollaston, placé contre la lentille collimatrice, séparait le spectre relatif à la vibration d'intensité I, parallèle à Oz, du spectre relatif à la vibration i, parallèle à Ox.

Il est commode, pour interpréter les résultats, de considérer chaque raie

([1]) J. Cabannes, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 249.

secondaire comme émise par des *oscillateurs virtuels*. L'ensemble de ces oscillateurs possède les éléments de symétrie du cristal et l'on peut calculer, à l'aide des neuf clichés obtenus, pour cet ensemble d'oscillateurs, le carré moyen du déplacement électrique suivant chacun des trois axes $Oxyz$.

J'ai ainsi étudié les deux principales raies secondaires du spath.

a. Radiation $\pm 280 \text{ cm}^{-1}$. — Une vibration incidente *extraordinaire* ne produit pas de déplacement suivant l'axe ternaire; elle donne le même carré moyen a suivant une direction quelconque du plan normal à l'axe. Une vibration *ordinaire* donne le carré moyen c suivant l'axe et b suivant une direction *quelconque* du plan normal. J'ai obtenu $a = 4,6\,b$ et $c = 3,6\,b$ [1].

Nous trouvons là des relations inattendues entre la direction de la vibration lumineuse excitatrice et le déplacement des oscillateurs. Pour obtenir un déplacement suivant l'axe ternaire, il faut une vibration excitatrice perpendiculaire à cet axe. D'autre part l'intensité b est la même dans la direction de la vibration excitatrice et dans la direction perpendiculaire, au lieu d'être trois fois plus grande dans le premier cas.

Il faut admettre que les oscillateurs, dont l'ensemble est symétrique par rapport à l'axe ternaire, oscillent d'une manière *incohérente*, et qu'ils prennent la même amplitude quelle que soit leur orientation par rapport à la vibration excitatrice. Ce dernier résultat semble en contradiction avec les idées de Raman qui, reprenant une théorie bien connue [2], attribue à chaque oscillateur trois directions principales suivant chacune desquelles il projette la vibration lumineuse incidente pour avoir l'amplitude du déplacement correspondant [3].

b. Radiation $- 1083 \text{ cm}^{-1}$. — Le déplacement de l'ensemble des oscillateurs qui diffusent cette radiation est toujours parallèle à la vibration incidente, que celle-ci soit *parallèle* ou *perpendiculaire* à l'axe ternaire. Il en

---

(1) On vérifiera facilement, à partir de ces données, que, dans un cristal éclairé en lumière naturelle, le facteur de dépolarisation $\frac{i}{I}$ vaut 3,6 (axe parallèle à Ox); ou 1,5 (axe parallèle à Oz); ou 1 (axe parallèle à Oy). On vérifierait aussi que la dépolarisation de la lumière diffusée varie avec l'orientation (suivant Ox ou Oz) de la vibration incidente lorsque l'axe du cristal est parallèle à Oz; qu'elle ne varie pas lorsque l'axe du cristal est parallèle à Ox.

(2) Cf, par exemple, F. PERRIN, *Journal de Physique*, 7, 1926, p. 390.

(3) C.-V. RAMAN et K.-S. KRISHNAN, *Proceedings of the royal Society*, 122, 1929, p. 32. En réalité, les auteurs ne font pas intervenir les oscillateurs virtuels, mais les « energy transitions », ce n'est qu'une différence de langage; elle ne supprime pas la contradiction.

résulte que la dépolarisation est nulle dans les 9 clichés. Le carré moyen du déplacement est 4 fois plus grand dans le second cas que dans le premier.

La raie 1083 est donc émise soit par des oscillateurs en concordance de phase dont l'ensemble a la symétrie du cristal (1); soit par des oscillateurs qui oscilleraient sans relation de phase définie, chacun d'eux possédant dans ce cas la symétrie du cristal. La raie 1083 pourrait provenir, par exemple, des vibrations de l'atome de carbone à l'intérieur des ions CO^3 (2).

RADIOACTIVITÉ. — *Sur les groupements d'atomes radioactifs.* Note (3) de M. **H. Jedrzejowski**, présentée par M. Jean Perrin.

Dans leur travail sur le recul radioactif, Russ et Makower (4) ont suggéré que les groupements d'atomes radioactifs, dont l'existence vient d'être mise en évidence dans de belles expériences de Mlle Chamié (5), doivent jouer dans les phénomènes du recul radioactif un rôle important. Plus tard ce point de vue a trouvé un appui dans des expériences de Lawson (6). Dans la Note ci-après, M. Wertenstein (7) a émis l'hypothèse que l'amélioration des conditions au recul β qu'on obtient en préparant la source par distillation s'explique probablement par la destruction des groupements d'atomes dans ce procédé.

En partant de ces points de vue je me suis proposé : 1° d'étudier la distribution de la matière radioactive dans une source préparée par distillation; 2° de mettre en évidence le transport des groupements d'atomes dans le phénomène du recul radioactif, et 3° d'obtenir quelques informations sur

---

(1) C'est l'hypothèse que nous avions suggérée dans le cas des radiations 467 et 208 du quartz. Elle n'est pas nécessaire si l'on admet que *chaque* oscillateur possède les éléments de symétrie du cristal et qu'il n'est pas assujetti à osciller dans une direction unique.

(2) Nous avons pu étudier aussi deux autres radiations secondaires du spath, moins intenses que 280 et 1083. Les raies ± 155 donnent en lumière naturelle $\rho = 1$ (axe ternaire parallèle à Oz) et $\rho = \infty$ (axe ternaire parallèle à Ox). La raie -713 paraît donner $\rho = \infty$ (axe ternaire parallèle à Oz) et $\rho = 0$ (axe ternaire parallèle à Ox).

(3) Séance du 11 mars 1929.

(4) *Phil. Mag.*, 6e série, **19**, 1910, p. 100.

(5) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1243; **185**, 1927, p. 170 et 1277; **186**, 1928, p. 838. Voir aussi Harrington, *Phil. Mag.*, 7e série, **6**, 1928, p. 685.

(6) *Wien. Ber.*, **178**, 1929, p. 795.

(7) Voir page 1045

les conditions restées obscures jusqu'à présent dans lesquelles ces groupements se forment et se détruisent.

J'ai adopté la méthode photographique de Mlle Chamié, comme donnant l'avantage de constatations individuelles de groupements d'atomes. Suivant sa technique, j'activais de minces lamelles de mica que je pressais ensuite sous un poids de 10kg environ entre deux plaques photographiques.

J'utilisais quatre modes d'activation : 1° activation directe dans le radon pour obtenir une base de comparaison avec les autres cas; 2° activation dans le vide par le recul α du RaB projeté dans la transformation du RaA; 3° activation dans le vide par le recul β du RaC projeté dans la transformation du RaB; 4° activation par distillation du Ra(B + C). Dans les cas 2, 3 et 4 la source primaire était constituée par une feuille de platine activée dans le radon. La distillation a été conduite dans certains cas dans le vide, dans d'autres cas sous la pression atmosphérique.

Dans le cas d'activation directe j'ai obtenu des images, caractéristiques des groupements, analogues à celles trouvées par Mlle Chamie. Les deux variétés de l'activation par recul ont donné, sur un fond attaqué à peu près uniformément par l'action des atomes isolés, des images des groupements d'atomes. Pour recueillir le produit du recul α je disposais le mica dans le vide à une petite distance et en face de la feuille de platine activée.

L'exposition durait 3 minutes. Pour le recul β j'ai utilisé la même source primaire, mais l'exposition durait cette fois 35 minutes et était commencée 45 minutes après la fin de l'exposition.

Dans le cas du recul α, des groupements nombreux ont été emportés sur le mica. Le recul β donne des groupements plus rares, néanmoins très nets.

Les images obtenues avec les sources préparées par distillation ont un aspect tout à fait différent. On n'y voit qu'un fond uniformément attaqué par des atomes dispersés, les groupements étant détruits au cours de l'évaporation du dépôt actif. Et cela a lieu aussi bien pour les sources préparées par distillation dans le vide que pour celles préparées sous la pression atmosphérique.

Dans ce dernier cas la distance entre la source primaire et secondaire a varié de 3 à 5; les atomes ne pouvaient donc atteindre le mica qu'après avoir subi de nombreuses rencontres entre eux-mêmes et avec les molécules d'air. Ce fait semble indiquer que les groupements une fois détruits n'ont pas de tendance à se reformer rapidement.

---

(1) *Loc. cit.*

Avec des sources très fortes on peut trouver sur le fond continu caractéristique des sources obtenues par distillation, quelques groupements isolés probablement emportés dans le recul. Cette manière de voir est confirmée par le fait que de rares groupements se détachent d'un support même sous pression atmosphérique et sans chauffage. Ils montrent une tendance bien marquée à tomber dans le champ de pesanteur. Je rappellerai que Lawson expliquait les pertes de polonium par le recul des groupements.

Pour étudier l'influence de la température sur les groupements j'ai placé dans un tube de verre une lamelle de mica activée directement dans le radon et une autre activée par distillation. Le tube a été ensuite vidé et porté pendant 15 minutes, à une température de 350°. Les photographies prises ensuite ont montré que l'aspect des images n'a pas changé. L'élévation de température n'a donc pour effet ni de faciliter la formation des groupements ni de détruire les groupements existants.

La destruction des groupements par distillation ne peut donc être due qu'à l'évaporation successive des atomes extérieurs des groupements.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le recul* β. Note (¹) de M. L. **Wertenstein**, présentée par M. Jean Perrin.

L'énergie d'un atome radioactif subissant le recul β est de l'ordre de grandeur de l'énergie moyenne de translation d'un atome à 1000°. Il y a donc lieu de s'attendre à ce que, dans ce recul, l'arrachement et la fixation d'un atome radioactif dépendent essentiellement des surfaces émettrice et réceptrice, par analogie avec les phénomènes d'évaporation et d'adsorption.

Dans l'étude du recul β on emploie généralement la méthode de Mlle Muszkat (²), qui consiste à préparer les sources (RaB, ThB) par distillation dans le vide et à éviter le contact de ces sources avec l'air entre le début de la distillation et la fin de l'exposition au recul.

Je me suis proposé de mettre en évidence le rôle des actions de surface dans le phénomène du recul et à cet effet j'ai fait varier le mode de préparation des sources, ainsi que la nature et la température des surfaces émettrice et réceptrice. La méthode de Mlle Muszkat force à préparer les sources

(¹) Séance du 11 mars 1929.

(²) A. Muszkat, *Phil. Mag.*, 6e série, 39, 1920, p. 690.

dans l'appareil même où l'on étudie ensuite le recul. Dans mes expériences on transporte dans cet appareil les sources après leur préparation. Le rendement du recul est alors diminué, probablement par suite de l'adsorption de l'air sur les sources, mais ce désavantage est compensé par la simplicité des opérations et par l'élimination de toute possibilité d'infection radioactive.

Je me suis occupé du recul β du RaC expulsé par le RaB et j'ai préparé mes sources : 1° par activation directe dans le radon; 2° par recul α du RaB à partir du RaA ; 3° par distillation dans le vide du dépôt recueilli sur une surface de platine. Je déposais les sources, et je recueillais le produit du recul sur des métaux différents. Dans quelques expériences j'ai porté la source avant l'exposition au recul à une température de 250° environ. J'ai étudié aussi l'effet de température sur la fixation des atomes radioactifs en refroidissant le récepteur à la température de l'air liquide. Enfin, j'ai étudié l'effet du vieillissement des sources en faisant des expositions répétées dans les mêmes conditions avec la même source.

I. J'ai trouvé que, contrairement à l'opinion générale, le mode de préparation des sources n'influe pas sensiblement sur le rendement. Seul le traitement thermique préalable de la source l'abaisse notablement. Ce fait explique probablement le très faible rendement obtenu par Russ et Makower [1] qui ont généralement chauffé leurs sources afin de chasser le radon occlus.

L'effet du mode de préparation des sources ne se manifeste clairement que dans la pureté du produit recueilli par recul. Seules les sources préparées par distillation donnent du RaC pur, dans les autres cas, on obtient sur le récepteur une certaine proportion du RaB qui varie de $\frac{1}{10}$ (sources préparées par recul) à $\frac{1}{3}$ (sources activées dans le radon). En faisant des expositions répétées avec la même source, on constate que le rendement diminue avec le temps d'une manière notable. Il est naturel d'attribuer, comme Russ et Makower, la présence du RaB sur le récepteur à la projection des amas atomiques présents initialement sur la source, et détachés par suite de la transformation α d'un atome faisant partie de l'amas. (Amas dont l'existence, soupçonnée depuis longtemps par Mme Curie, puis Debierne, a été établie récemment dans de belles expériences de Mlle Chamié.)

La pureté du produit obtenu avec les sources préparées par distillation

---

(1) W. Makower and S. Russ, *Phil. Mag.*, 6e série, 19, 1910, p. 100.

s'interprète si l'on admet que les groupements se vaporisent sous forme atomique. Ces considérations viennent d'être confirmées expérimentalement par M. Jedrzejowski.

II. J'ai trouvé que le rendement du recul est déterminé essentiellement par la nature des surfaces émettrice et réceptrice. On peut mettre le rendement sous forme d'un produit ab, où a représente le rôle de la source, b celui du récepteur. Pour Al, Cu, Pb, Fe, laiton, a est proportionnel respectivement à 3, 1, 1, 1, 0,75; pour Bi, laiton, Al, b est proportionnel à 2, 1,8, 1. Il convient de signaler la haute réceptivité de Bi pour Ra C qui est son isotope, et de noter que Al, qui est la meilleure substance pour les sources, constitue le plus mauvais récepteur.

La propreté des surfaces réceptrices facilite la fixation des atomes de recul. Mes récepteurs étaient des disques rafraîchis au tour immédiatement avant chaque expérience. Sans cette précaution le rendement tombe à 40 pour 100 de la valeur obtenue avec des surfaces fraîches.

La valeur maximum du rendement obtenue avec Bi comme récepteur et Al comme source était égale à 20 pour 100 environ. Ce résultat est en désaccord avec ceux de Barton (¹) et de Donat et Philipp (²) qui ont obtenu un rendement compris entre 2 pour 100 et 6 pour 100, malgré une technique très perfectionnée.

Pour expliquer ce désaccord il peut être utile de remarquer que dans ces dernières expériences les durées d'exposition au recul étaient de l'ordre de 1 heure et dans les miennes de l'ordre de quelques minutes. Or comme il vient d'être signalé le rendement tombe rapidement avec le temps par suite du vieillissement des sources.

J'ai trouvé que le rendement *ne change pas* si l'on abaisse la température du récepteur jusqu'à celle de l'air liquide. Sur ce point encore mes expériences sont en désaccord avec celles de Donat et Philipp.

CHIMIE MINÉRALE. — *Le système ternaire : eau, sulfate de sodium, nitrate de sodium.* Note de M. **André Chrétien**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons résumé (³) les résultats obtenus, en collaboration avec M. Cornec, dans l'étude des équilibres entre l'eau, le nitrate et le chlorure

(¹) A. W. Barton, *Phil. Mag.*, 7e série, 1, 1926, p. 835.
(²) K. Donat et K. Philipp, *Zeitschr. für Phys.*, 45, 1927, p. 512.
(³) A. Chrétien et E. Cornec, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 628.

de sodium. On sait que la connaissance de ces équilibres est à la base d'une étude scientifique de l'industrie du nitrate du Chili. Pour se rapprocher de la réalité, il est nécessaire de ne point faire abstraction du sulfate. La connaissance complète des phénomènes d'équilibre dans le système : eau, sulfate de sodium, nitrate de sodium, est de toute première importance pour l'étude du système quaternaire : eau, nitrate, sulfate, chlorure de sodium.

Nous nous sommes trouvé, en abordant ce travail, en présence de deux études partielles dont les résultats sont notoirement en désaccord :

1° Une table de solubilité publiée en 1908 par Jörgensen (1) indique les quantités de nitrate et de sulfate de sodium qui se dissolvent dans un litre d'eau entre 0° et 100°. Cette table ne met en évidence aucun sel double;

2° Un travail de Massink (1918) (2), limité à l'intervalle de température 10°-35°, signale trois sels doubles de formule :

$$SO^4Na^2, NO^3Na, H^2O; \quad 2\,SO^4Na^2, 3\,NO^3Na; \quad 4\,SO^4Na^2, 3\,NO^3Na.$$

Nous avons été amené à faire une étude complète du système dans tout l'intervalle de température accessible sous la pression atmosphérique, les résultats obtenus au-dessus de 35° n'ayant pas été ceux que l'examen du travail de Massink faisait prévoir.

Les phases solides ont été déterminées par différentes méthodes graphiques d'analyse indirecte, dont la méthode des restes. Le microscope polarisant nous a été très utile pour identifier ces phases.

Il résulte des nombreuses expériences effectuées qu'un sulfonitrate de sodium hydraté peut exister comme phase solide à toutes les températures comprises entre 13° et 74°. Sa composition correspond à la formule

$$SO^4Na^2, NO^3Na, H^2O.$$

Ce sel double est identique à la darapskite, espèce naturelle trouvée au Chili. Aucun autre sel double ne s'est jamais formé au cours de nos expériences.

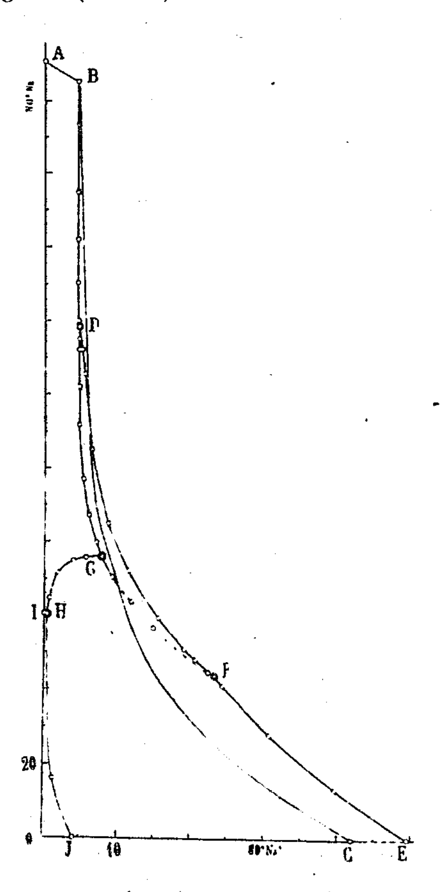
La surface de cristallisation est formée de cinq nappes. La projection orthogonale de cette surface sur le plan des concentrations donne la figure ci-contre (concentration pour 100g d'eau). Pour plus de clarté, seules les lignes correspondant aux solutions saturées de deux phases solides sont

(1) Voir *Caliche*, II, 5, 1924, p. 500.

(2) A. Massink, *Zeitschrift für physikalische Chemie*, 92, 1918, p. 351.

représentées car les isothermes — qui se projettent en vraie grandeur — se coupent et l'ensemble est très confus.

La région du plan comprise entre les axes et les lignes d'ébullition des solutions saturées (AB et BC) représente le domaine des solutions; elle est partagée en cinq régions correspondant aux cinq solides possibles : nitrate (ABDGHI), sulfate anhydre (BCEFD), Darapskite (DFG), sel de Glauber (EFGHJ), glace (OIHJ).



On voit que la presque totalité de la nappe du sulfate anhydre recouvre partiellement la nappe du sel double et celle du sel de Glauber, donc la solubilité du sulfate anhydre dans une solution de nitrate diminue lorsque la température s'élève, comme dans l'eau pure, mais ce phénomène cesse de se produire pour les solutions riches en nitrate.

La solution saturée de nitrate et de sulfate anhydre, qui ne peut exister qu'au-dessus de 74° (ligne DB), garde une concentration en sulfate indé-

pendante de la température. Entre 74° et 120°,3 (température d'ébullition) la concentration du nitrate passe de 138,5 à 205,2, tandis que celle du sulfate reste égale à 4,60. La solubilité du sel de Glauber dans une solution saturée de nitrate (ligne GH) diminue, au contraire, rapidement avec la température; la concentration du sulfate tombe de 7,80 à 0,18 entre 13° et — 17°,8, température d'eutexie ternaire (phases solides : sel de Glauber, nitrate, glace; point H).

La température de transition du sulfate est abaissée, par additions successives de nitrate, de 32°,4 à 24°,3. A cette dernière température, une solution est saturée de trois solides : SO^4Na^2, $SO^4Na^2 10H^2O$, darapskite. Le point de transition est passé de E en F; la ligne EF correspond aux solutions en équilibre avec les deux sulfates.

Le système comporte deux autres équilibres en présence de trois solides :

NO^3Na, SO^4Na^2, Darapskite. température 74° (point D),
$SO^4Na^2.10H^2O$, NO^3Na, Darapskite, temp. 13° (point G).

Dans toutes les isothermes que nous avons déterminées, la branche du sel double et celle du sulfate anhydre se raccordent sans brisure bien visible.

La darapskite est toujours à solubilité *non congruente*. En présence d'une petite quantité d'eau, ce sel double se décompose en laissant un excès de sulfate de sodium solide.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur l'existence en Provence d'une ligne de rivage* $+ 6^m$, *du Quaternaire récent*. Note (¹) de M. **H. Parent**, présentée par M. Ch. Barrois.

J'ai constaté, en de nombreux endroits du littoral provençal, la présence d'importants témoins d'une ligne de rivage d'altitude maximum $+ 6^m$, bien inférieure par conséquent au niveau Monastirien ($+ 15\text{-}20^m$); elle est caractérisée aussi bien par son altitude constante que par l'uniformité de sa composition : on trouve partout à cette hauteur un *grès extrêmement calcaire* en bancs épais de 3 à 6^m, surmontant un conglomérat variant de 1 à 2^m d'épaisseur; à ces couches gréseuses marines s'ajoutent en plusieurs points des formations éoliennes (dunes consolidées en grès), qui terminent ces appareils littoraux.

(¹) Séance du 15 mars 1929.

Cette formation gréseuse a d'abord été étudiée à Bandol par Mlle J. Pfender (1); j'ai rangé au même niveau la partie inférieure des grès calcaires de la Pointe du Tuf, de Port-Cros et de l'anse des grottes, de l'île du Levant, qui avaient été classés par MM. Léger et Blanchet (2), d'après leur altitude $+30^m$, dans le Tyrrhénien, mais qui sont presque entièrement d'origine éolienne (3); (le dépôt marin n'y dépasse pas l'altitude $+5\text{-}6^m$).

Mlle J. Pfender (4) a classé la formation gréseuse de Bandol, d'après son altitude, à la partie supérieure du Quaternaire proprement dit = Quaternaire moyen; je suis arrivé l'an dernier à la même conclusion (5) pour les dépôts quaternaires marins des îles d'Hyères.

Depuis cette époque, au cours de nouvelles recherches, j'ai été amené à modifier cette interprétation. J'ai reconnu la ligne de rivage $+6^m$: sur la côte nord de l'île de Port-Cros (calanque de la Marma, anse au nord de la pointe du Moulin), sur la côte nord de l'île de Porquerolles (anse au sud-ouest de la pointe des Mèdes, pointe au sud de la batterie de Léquin), sur le littoral toulonnais (pointe entre Méjean et Magaud et à Saint-Elme, dans l'anse des Sablettes), dans la baie de Sanary (pointe de Sauviou), à l'ouest de Bandol (anse à l'est de l'île Rousse), dans la baie de La Ciotat (rivage au nord de la pointe Grenier, Madrague de Saint-Cyr).

J'ai constaté qu'en trois endroits de la côte provençale : à la Madrague de Saint-Cyr, à Sauviou et à Saint-Elme, la formation marine *recouvre* une terrasse fluviatile composée d'un cailloutis surmonté d'une épaisse couche de limon; ces alluvions visibles sur une épaisseur d'environ 3^m ont leur base à $1\text{-}2^m$ au-dessus du niveau actuel de la mer et appartiennent à la Basse Terrasse, de la fin du Quaternaire moyen.

La ligne de rivage $+6^m$ daterait donc du début du Néolithique = Quaternaire récent.

On admet généralement que les lignes de rivage de la Méditerranée occidentale correspondent à quatre oscillations verticales principales, à som-

---

(1) J. Pfender, *Sur une formation quaterndire marine des côtes de Provence* (*B. S. G. F.*, 4e série, 24, 1924, p. 193-197).

(2) L. Léger et F. Blanchet, *Sur l'existence de plages fossiles aux îles d'Hyères* (*Travaux du Lab. d'Hydrobiologie et de Pisciculture de l'Université de Grenoble*, XII, 19, 1927, p. 126 à 138).

(3) H. Parent, *Une formation éolienne fossilifère à Port-Cros* (*îles d'Hyères*) (*B. S. G. F.*, 4e série, 28, 1928) (sous presse).

(4) J. Pfender, *op. cit.*

(5) H. Parent, *op. cit.*

mets d'altitudes décroissantes : 90^m, 55^m, 30^m, 15^m [1], allant du Quaternaire ancien = Pliocène supérieur, au milieu du Quaternaire moyen = Quaternaire proprement dit. Il convient d'y ajouter une cinquième ligne de rivage, que nous venons de décrire, ligne de rivage + 6^m, datant du Quaternaire récent = Néolithique. On peut désigner ce niveau, par suite de sa fréquence le long des côtes de Provence, sous le nom de *niveau provençal*.

Il nous est donné de fixer par cette étude la date approximative de la séparation des îles d'Hyères du continent et de la réalisation du littoral provençal actuel : 1° par l'indication de l'absence en Provence des différents niveaux de 15 à 90^m qui commencent à s'étager graduellement vers l'Est à partir de l'Estérel et dont les termes supérieurs n'apparaissent que sur le littoral niçois; 2° par la présence en Provence du niveau unique + 6^m, qui s'observe à la fois sur les côtes méridionales et septentrionales des îles de Port-Cros et de Porquerolles, ainsi que sur le rivage continental situé en face de ces îles. Il faut donc placer cette date un peu avant l'établissement de la ligne de rivage + 6^m (du début du Néolithique), c'est-à-dire vers la fin du Quaternaire moyen.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur l'origine des poussières tombées en Pologne du 26 au 29 avril 1928*. Note [2] de MM. **Henryk Arctowski** et **Edward Stenz**.

L'année dernière, nous avons communiqué à l'Académie [3] certaines informations sur la remarquable chute de poussière, observée dans le midi de la Pologne du 26 au 29 avril 1928, et sur la nature de cette poussière en particulier. Il y a lieu d'ajouter que nous devions les résultats de l'analyse des poussières à M. Tokarski.

Au sujet de la question de l'origine des poussières, se basant sur les résultats de son analyse, M. Tokarski a déduit la conclusion qu'il s'agissait d'une matière terreuse et que dans sa composition elle présente une analogie avec certains sols des environs de Saratov (*Kosmos*, série B, 53, III, Lwow, 1928).

Peu après, l'examen des cartes synoptiques, ainsi que les maigres informations télégraphiques concernant l'ouragan observé le 25 dans la région

(1) C. Depéret, *Les anciennes lignes de rivage de la côte française de la Méditerranée* (*B. S. G. F.*, 4e série, 6, 1906, p. 207-230).

(2) Séance du 2 avril 1929.

(3) H. Arctowski et E. Stenz, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1639 et 1858.

au nord de la mer d'Azof, nous avaient forcé de supposer que le vrai lieu d'origine des poussières devait être cherché dans l'Ukraine centrale. Cette supposition se trouve entièrement confirmée à présent par les informations parues dans le périodique astronomique russe *Miroviédiénye* (17, 1928, p. 317-319. Voir aussi E. STENZ, *Meteor. Zeitschr.*, IV, 1929). Parmi les faits indiqués notons que : à la station Dolinskaya (district de Krivoy Rog) les poussières et les sables chassés par le vent le 26 avril produisirent de petites dunes de 50^{cm} de hauteur et que la lumière du jour était notablement affaiblie. Dans la station Alexandrovsk l'obscurité était telle qu'à 10^{h} du matin il a fallu allumer les lampes. M. Pachtchenko écrit de Solenoye (district de Dniepropietrovsk) que là l'ouragan transportait de grandes masses de poussière de terre emportée de la surface du sol, que les toitures étaient arrachées des chaumières par le vent et que les champs récemment labourés furent transformés dans la désolation d'un paysage de dunes. Là on observa également de fortes décharges électriques.

A Rubanovka (district de Mélitopol) le 26 à partir de $9^{h}30^{m}$ il a fallu allumer les lampes faute de lumière du jour. La respiration était difficile à cause de la poussière et là le dépôt des poussières forma une couche de 35 à 40^{cm} d'épaisseur. Ailleurs, par contre, le sol labouré et les semences étaient complètement enlevées.

Les renseignements fournis par le correspondant du district de Mélitopol, du journal *Krasnaya Gaziéta*, permettent de se rendre encore mieux compte de la catastrophe. Vers 10^{h} du matin, alors que la fureur de l'ouragan était à son maximum, on observa des trombes atmosphériques anéantissant tout sur leur passage; peu après survint un orage avec une pluie battante boueuse. De plus le phénomène, si rare, du feu de Saint-Elme était très intense. Ces phénomènes produisirent sur la population l'impression de la fin du monde.

Ces citations suffisent pour ne laisser aucun doute que l'Ukraine était le lieu d'origine des poussières tombées en Roumanie et en Pologne, à l'état sec ou sous forme de pluie boueuse, produisant en même temps l'obscurcissement de la lumière du jour et des phénomènes optiques particuliers.

Il est intéressant de noter que, pour autant que l'analyse chimique de la poussière et son examen pétrographique ont permis à M. Tokarski de décider de suite sa nature terrigène, excluant l'hypothèse d'une origine volcanique, une étude minéralogique même très détaillée, publiée récemment par M. S. Kreutz (*Ann. de la Soc. Géol. de Pologne*, 5, Cracovie, 1928), ne permet pas de localiser d'une façon précise le lieu d'origine des poussières,

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Étude actinométrique de la pénétration du flux énergétique solaire à l'intérieur de quelques glaciers pyrénéens.* Note de M. **Joseph Devaux**, présentée par M. Ch. Fabry.

But. — Dans une précédente Note, j'ai dit que les valeurs relativement faibles, trouvées pour le facteur d'absorption de la surface des glaciers, devaient, avant tout, être attribuées à l'altération superficielle de ces glaciers.

Pour préciser le rôle des radiations solaires dans cette altération, j'ai tenté de déceler et de mesurer ce rayonnement à différentes profondeurs.

Appareil. — L'actinomètre, que j'ai construit dans ce but, est constitué de sept couples thermo-électriques linéaires, en série, placés dans un tube en verre de 7^{mm} de diamètre; les soudures paires forment une petite lame noircie, exposée au rayonnement qui traverse le verre; les soudures impaires sont pratiquement à l'abri de ce rayonnement. L'appareil était relié, par deux fils souples, à un galvanomètre à cadran de Chauvin et Arnoux, placé sur une marche taillée dans la glace. J'enfonçais cet actinomètre dans un trou creusé dans la glace à l'aide d'une vrille de 1^{m} de long; l'appareil étant plongé dans l'eau, qui remplissait le trou, son enveloppe en verre était pratiquement maintenue à 0° : c'est pourquoi le principe même de l'appareil me paraît assez satisfaisant.

Définition. — Soit un élément de surface ds de position quelconque, situé à la profondeur l dans la masse du glacier. Cet élément est traversé dans un sens par un flux $d\varphi_1$ et dans l'autre sens par un flux $d\varphi_2$. J'appelle $\frac{d\varphi_1 + d\varphi_2}{ds}$ l'éclairement total intérieur du glacier pour l'élément considéré. Si E est l'éclairement énergétique superficiel, primaire solaire et secondaire céleste, et e l'éclairement énergétique secondaire total pour l'élément ds, j'appelle $T = \frac{e}{E}$ le *facteur d'affaiblissement global pour la profondeur l* et pour l'orientation choisie pour ds. Dans les circonstances où j'ai fait les mesures, on peut admettre que la composition du flux E ne variait pas beaucoup d'une mesure à l'autre.

Résultats. — J'ai pu mesurer approximativement les valeurs de e jusqu'à près de 1^{m} de profondeur.

J'ai constaté que la déviation du galvanomètre ne changeait pratiquement pas, quand je faisais tourner l'actinomètre autour de son axe. J'en conclus que *la valeur de* T *est indépendante de l'orientation de ds.* D'ailleurs, pour comparer entre eux les résultats obtenus pour les divers glaciers, on peut, je crois, admettre que T est également indépendant de l'incidence des

radiations solaires (on pourrait dire que ces glaciers sont « intérieurement orthotropes » pour le flux énergétique solaire).

En mesurant T à diverses profondeurs l, j'ai constaté que les courbes logarithmiques $\tau = -\log_{10} T = f(l)$ peuvent, en première approximation, *être assimilées à des droites Δ à partir de* $l = 5^{cm}$. J'ai été conduit à penser que la pente k des droites Δ dépendait *surtout* de la nature de la glace bulleuse considérée et peu de l'altération de la surface; c'est pourquoi j'appelle k le pouvoir d'affaiblissement dans la masse pour l'épaisseur 1. Je pense aussi que l'ordonnée τ_0, où Δ coupe l'axe des τ, dépend *surtout* de l'altération superficielle (τ_0 est très faible pour un glacier dont la surface est très peu altérée), c'est pourquoi j'appelle τ_0 le « pouvoir d'affaiblissement par transmission » de la surface altérée ou salie.

Voici les valeurs de k et de τ_0 pour les principales mesures. L'unité de longueur est le centimètre.

Glaciers.	Date.	k.	τ_0.
Glacier du Casque (Massif du Mont Perdu)..	15 juillet 1928	0,024	0,6
Glacier nord du Taillon » ..	6 août 1928	0,015	0,5
Glacier nord du Marboré » :			
Affleurement supérieur Ouest....	8 »	0,019	0,2
Affleurement supérieur Est..................	9 »	0,032	0,3
Affleurement inférieur central...............	10 »	0,014	0,06
Glacier d'Ossoue (Massif du Vignemale) :			
Base extrême..............................	27 »	0,013	0,5
Premier plateau...........................	31 »	0,030	0,7

On voit que les pouvoirs d'affaiblissement sont relativement faibles. La plus forte valeur trouvée pour τ_0 est relative au premier plateau du glacier d'Ossoue, dont la surface était recouverte d'une couche de grêle. La plus faible valeur trouvée pour τ_0 est relative à la base du glacier nord du Marboré, dont je venais de débarrasser la surface des nombreux cailloux qui la recouvraient; cette surface, ainsi nettoyée, n'était presque pas altérée.

Conclusion. — Les radiations solaires pénètrent dans la masse des glaciers : lorsque la glace est à 0°, l'énergie absorbée est utilisée à produire une fusion partielle de la glace, surtout au voisinage de la surface, qui devient poreuse. J'ai montré que, lorsque la surface était ainsi altérée, le facteur d'affaiblissement T pour une profondeur déterminée, était bien plus grand que lorsque la surface n'était pas altérée.

Le processus même de la destruction des glaciers par les radiations solaires constitue une protection de leur surface contre lesdites radiations.

C'est pourquoi j'appelle ce phénomène la *défense radiothermique des glaciers.*

CRYPTOGAMIE. — *Sur le mécanisme de la séparation des périthèces chez des Érysiphacées et le rôle des fulcres.* Note ([1]) de M. **Yossifovitch Mladen**, présentée par M. L. Mangin.

P. W. Neger, seul, paraît avoir étudié méthodiquement le mécanisme de la séparation des périthèces chez des Érysiphacées et le rôles des fulcres ([2]). Les conclusions de ce savant allemand sont admises par la plupart des auteurs. Après l'étude des périthèces d'*Uncinula spiralis* ([3]), *U. aceris, U. clandestina* (*U. bivoniæ*), *Microsphæera quercina, M. Berberidis, M. Loniceræ et de Podosphæra oxyacanthæ*, nous ne pouvons nous ranger à la manière de voir de Neger.

1. *Mécanisme de la séparation des périthèces.* — Les feuilles portant des périthèces complètement développés des espèces citées ont été desséchées : les unes au soleil, les autres à l'exsiccateur pendant 24 heures. Les périthèces que nous détachions ensuite de ces feuilles avaient leur partie inférieure plus ou moins concave. Dans ces conditions, ces conceptacles auraient dû, d'après Neger, être libérés des attaches mycéliennes et se séparer du substratum, même sous l'action d'une simple secousse.

Or, cela ne s'est pas produit. Bien au contraire, ces périthèces sont demeurés solidement fixés par des filaments mycéliens, quoique ceux-ci fussent desséchés. Et, de plus, ni par des secousses des plus brusques, ni par des courants d'air, produits par une pompe électrique, correspondant par leur puissance à des vents très violents, nous ne sommes arrivés à détacher ces conceptacles.

Ainsi, la concavité de la paroi inférieure des périthèces, bien qu'existant, n'a pas été suffisante pour rompre les liens qui attachaient ces conceptacles à leur mycélium. Des périthèces, que nous avions abandonnés dehors sous l'abri d'un simple toit ont résisté plus de 16 mois (du 13 septembre 1927 au 28 janvier 1929) à des vents de 24 et de 27^m de vitesse à la seconde, qui avaient soufflé à plusieurs reprises à Belgrade. Ces conceptacles n'avaient pas bougé bien qu'ils ne fussent attachés au substratum que par des filaments mycéliens morts.

([1]) Séance du 25 mars 1929.

([2]) F. W. Neger, *Ueber einige neue Gesichtspunkte zur Frage der praktischen Bekämpfung der schädligen Mehltaupilze* (*Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten*, 11, 1901, p. 207-212.)

([3]) Yossifovitch, *Contribution à l'étude de l'Oïdium de la Vigne et de son traitement* (Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Toulouse, janvier 1923, p. 28-34).

Par conséquent, contrairement aux vues de Neger, le jeu de la diminution de la turgescence, provenant de la mort du mycélium nourricier, qui entraîne la concavité de la paroi inférieure du périthèce, ne produit pas la rupture des filaments mycéliens et n'a pas pour effet de déterminer le détachement des conceptables ascogènes des espèces étudiées.

D'autre part, les vents, même fort puissants, ne détachent pas les périthèces de leur support.

Au contraire, battus par des gouttes d'eau fournies par la pluie, un robinet, un pulvérisateur, les conceptacles sont plus ou moins rapidement détachés de leur mycélium, déplacés et entraînés hors des feuilles sur lesquelles ils avaient pris naissance. Les expériences faites aussi bien au laboratoire qu'en plein air nous ont montré que dans la nature la pluie seule est, d'une façon normale, capable de séparer les périthèces de leurs hyphes, et c'est par l'action mécanique de ses gouttes qu'elle agit.

2. *Rôle des fulcres.* — Chez les espèces étudiées les fulcres ne se sont pas révélés susceptibles de faciliter la dispersion des périthèces par le vent. Ces appendices ont une direction plus ou moins verticale. C'est leur position normale et qui ne change pas tant qu'ils restent à sec. Mais une fois mouillés par la pluie, la rosée ou autrement, cette direction primitive est modifiée. Exception doit être faite pour les fulcres de l'*U. aceris*. Chez toutes les autres espèces examinées, au contraire, lorsqu'on mouille les périthèces, leurs fulcres se recourbent en cercle autour d'eux, et, une fois l'eau évaporée, se collent au substratum auquel ils adhèrent fermement tant qu'ils ne sont pas de nouveau mouillés. Le même phénomène se produit également avec des périthèces de l'*U. aceris* détachés et renversés par la pluie. Les fulcres qui touchent le substratum s'y collent et, ainsi, fixent le conceptable après l'évaporation de l'eau. Ainsi, les vents n'ont pratiquement aucune action notable sur la dispersion des périthèces.

En somme, les fulcres, non seulement ne favorisent pas la dissémination des périthèces par le vent, comme l'a prétendu Neger, mais bien au contraire ils annulent cette dispersion anémophile. Aussi, nous paraît-il plus naturel de conclure que ces appendices sont des organes qui ont plutôt pour rôle de maintenir les périthèces, formes de conservation du champignon, le plus près possible de la plante hôte et de placer au printemps les ascopores à proximité du végétal nourricier.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Rôle du cytoplasme dans l'amylogénèse.* Note de M. A. **Maige**, présentée par M. Marin Molliard.

J'ai fait remarquer [1] « qu'il existe une liaison intime entre l'activité locale amylogène des plastes et la physiologie du reste de la cellule (comme le prouve d'ailleurs le fait que l'on n'est jamais parvenu à faire produire de l'amidon à un plaste en dehors de la cellule vivante) », et j'en tirais cette conclusion « qu'il n'est pas possible dans une conception saine de la fonction amylogène de confiner en quelque sorte artificiellement cette fonction uniquement dans les plastes, mais qu'il est nécessaire de regarder l'activité physiologique de ces corpuscules comme solidaire de celle de tout le reste de la cellule ». J'ajoutais enfin que l'on ne pouvait actuellement apporter de précisions sur la forme sous laquelle intervenait la partie non plastidale du protoplasme. J'ai tenté d'éclaircir quelque peu ce problème.

L'action du protoplasme non plastidal sur la fonction amylogène du plaste est clairement prouvée par l'étude du passage de la période de synthèse à la période d'hydrolyse dans les cotylédons de Légumineuses évoluant dans le fruit. J'ai montré en effet, antérieurement, que les plastes amylifères tardifs, de forme sphérique, que renferment leurs cellules et qui apparaissent vers la fin de la synthèse, ont une excitabilité amylogène plus accusée que les gros plastes ovoïdes primitifs, et que, parmi eux, les plastes petits ou moyens sont les plus excitables. Or le passage à l'hydrolyse se fait, comme on peut l'observer, en même temps pour tous les plastes.

Cette évolution simultanée de plastes, dont le stroma présente des différences d'excitabilité amylogène, ne peut être causée par une variation lente du taux de sucre, car le passage des divers plastes à l'hydrolyse devrait être alors successif, elle ne peut s'expliquer que par une variation générale des écorces plastidales défavorable à l'activité physiologique des plastes, et cette variation d'ensemble ne peut se comprendre que comme le résultat d'une modification correspondante du milieu dans lequel ils sont plongés, c'est-à-dire du cytoplasme non plastidal. J'ai d'ailleurs montré antérieure-

---

(1) A. Maige, *Remarques au sujet de l'intérêt physiologique des variations du seuil de condensation amylogène dans les cellules végétales* (*C. R. Soc. Biol.*, **92**, 1924, p. 365.

ment que cette évolution des plastes se traduit par une déchéance physiologique passagère ou définitive de leur stroma, de sorte que la variation du protoplasme non plastidal qui la détermine, doit être considérée comme agissant essentiellement sur le métabolisme vital du plaste.

Le cytoplasme non plastidal peut donc agir indirectement sur le phénomène de l'amylogénèse en influençant défavorablement le métabolisme vital du plaste, mais il peut aussi exercer une action différente et plus immédiate.

J'ai montré antérieurement que l'état uniloculaire et l'état pluriloculaire des plastes correspondaient à des états d'équilibre physico-chimique différents de la substance plastidale. Or il est à remarquer que le passage de l'état uniloculaire à l'état pluriloculaire s'effectue très fréquemment simultanément pour les plastes de la cellule, aussi bien pour les plastes non amylifères qui n'ont pas encore fonctionné, que pour les plastes amylifères qui, ayant déjà produit de l'amidon, ont acquis une constitution physiologique différente. C'est ce que l'on peut observer dans la germination des cotylédons frais de Légumineuses, dans mes expériences antérieures sur l'action d'une solution de glucose à 5 pour 100 sur des axes embryonnaires secs de Haricot, dans l'évolution amylifère des cellules de rejets de pomme de terre verdissants, etc. Cette évolution identique et simultanée de plastes physiologiquement distincts ne peut s'expliquer que comme le résultat d'une variation concomitante du cytoplasme non plastidal, et l'on est conduit ainsi à regarder celui-ci comme exerçant sur la constitution du plaste une influence susceptible de déterminer dans ce dernier les états physico-chimiques correspondant soit à la réaction uniloculaire, soit à la réaction pluriloculaire. Comme cette dernière exige pour se déclencher un taux de sucre inférieur à la première ou une excitabilité de la cellule plus basse, on voit que la cellule pourra, après avoir accumulé de l'amidon pendant un certain temps sous forme uniloculaire, continuer à en accumuler sous forme pluriloculaire en même temps que son excitabilité amylogène s'abaissera. C'est évidemment la suite de phénomènes qui se passe dans mes expériences antérieures, que j'ai rappelées plus haut, sur l'influence d'une solution de glucose à 5 pour 100 sur un axe embryonnaire sec de Haricot.

En résumé le cytoplasme non plastidal est susceptible par ses variations physico-chimiques d'exercer sur le phénomène de l'amylogénèse une action :

1° Défavorable, en agissant d'une manière nocive, sur l'activité physiologique vitale du plaste ;

2° Favorable, en déterminant une modification physico-chimique du stroma plastidal correspondant pour ce stroma à la réaction pluriloculaire qui exige pour l'amylogénèse un taux de sucre moins élevé ou une excitabilité amylogène moindre.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Résistance au froid des descendants de l'*Artemisia Absinthium *greffée sur le* Chrysanthemum frutescens. Note de M. **Lucien Daniel**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Depuis longtemps, l'on a signalé des cas d'augmentation de la résistance au froid à la suite de greffages appropriés chez le Néflier du Japon, le Pistachier, le Chêne, l'Oranger, etc. Personne ne s'était demandé si ce supplément de rusticité se retrouvait aussi chez les descendants des associés, en un mot s'il y avait ou non hérédité de ce caractère acquis.

Il y a 26 ans déjà ([1]), je montrais que, en greffant sur des boutures racinées jeunes du *Chrysanthemum frutescens* des pousses également jeunes d'Absinthe et d'autres Composées radiées voisines à appareil aérien annuel, celui-ci devenait persistant et vivait trois à quatre ans sur son support. Des modifications des feuilles et des tiges accompagnaient cette augmentation de la durée de la vie. Poursuivant mes études sur l'influence de l'hypobiote sur la postérité de l'épibiote, je semai des graines d'Absinthe récoltées sur des tiges âgées de trois ans. J'obtins des jeunes plantes très différentes à la fois comme feuillage, développement des tiges et rythmes de végétation ([2]). Les unes fournirent un appareil aérien annuel comme chez les témoins; les autres des tiges bisannuelles, mourant après la première floraison ; d'autres fleurirent la deuxième année et persistèrent quatre ans; d'autres enfin présentèrent des tiges annuelles et des tiges bisannuelles ou vivaces, montrant ainsi que l'action de la symbiose s'exerçait de façon inégale sur l'espèce, sur les individus et même parfois sur les parties d'un même individu. Ayant bouturé des éclats de ces trois types nouveaux, j'ai constaté qu'ils conservaient leurs caractères tandis que leur greffage introduisait de nouvelles variations.

([1]) Lucien Daniel, *La théorie des Capacités fonctionnelles*, p. 247, Rennes, 1902.

([2]) Lucien Daniel, *L'hérédité de l'Absinthe greffée sur* Chrysanthemum frutescens (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1064, et *Recherches sur l'hérédité des symbiomorphoses* (*Revue bretonne de Botanique*, 23, I, 1928, p. 50).

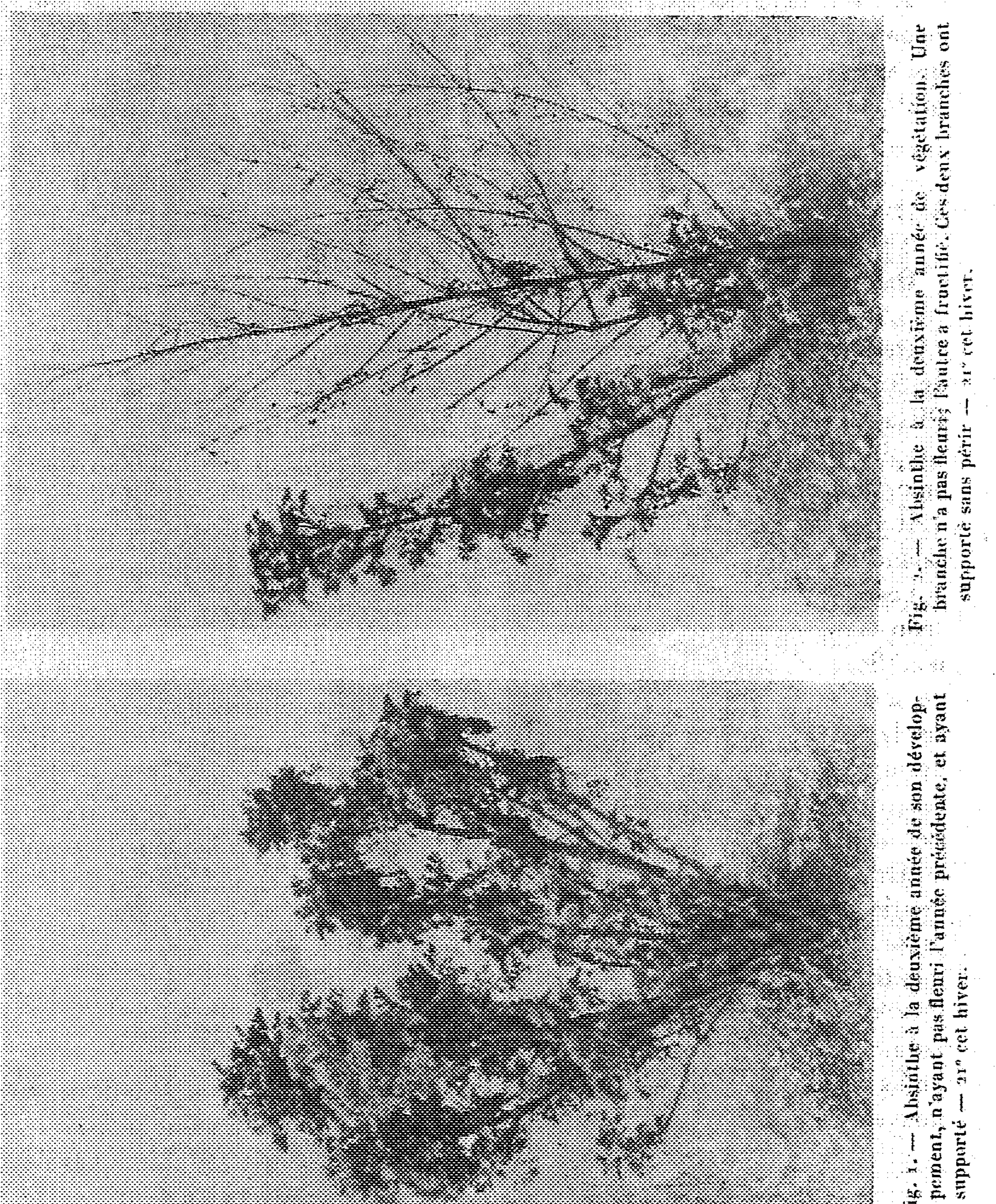


Fig. 1. — Absinthe à la deuxième année de son développement, n'ayant pas fleuri l'année précédente, et ayant supporté — 21° cet hiver.

Fig. 2. — Absinthe à la deuxième année de végétation. Une branche n'a pas fleuri; l'autre a fructifié. Ces deux branches ont supporté sans périr — 21° cet hiver.

L'hiver très rigoureux que nous venons de subir m'a permis de faire une expérience inattendue sur la rusticité relative de mes variétés nouvelles par rapport aux témoins. A Rennes, à un moment donné, le thermomètre a enregistré un froid de — 21°. Nombre d'espèces acclimatées qui passent normalement nos hivers en pleine terre sans souffrir comme l'*Evonymus japonicus*, le *Prunus Laurocerasus*, etc., ont été gelées en partie ou en totalité; même une espèce indigène rustique, l'*Ulex europœus*, a eu son appareil aérien détruit presque partout dans notre contrée.

Mes Absinthes ont naturellement perdu leurs feuilles cet hiver, mais leurs tiges ont résisté et, au début d'avril, toutes ont donné de nouvelles pousses feuillées comme le montrent les photographies ci-dessus. La figure 1 représente un exemplaire dont l'appareil aérien à sa deuxième année de développement n'a pas encore fleuri; la figure 2, un type portant à la fois des rameaux ayant fleuri l'an dernier et des rameaux qui fleuriront seulement cette année. Dans les deux cas, tout l'appareil végétatif aérien, normalement annuel, est devenu persistant puisque même les tiges qui ont fleuri fournissent des pousses nouvelles au-dessous de leur inflorescence desséchée.

M. Mangin a eu l'occasion d'examiner ces échantillons et il a trouvé le fait très intéressant. Il montre que l'influence symbiotique s'exerce à la fois sur l'Absinthe épibiote et sur sa descendance. Il y a, chez celle-ci, héritage d'un nouveau caractère acquis, c'est-à-dire de l'augmentation de rusticité de l'appareil aérien à la suite de son greffage, concurremment avec des changements du rythme de végétation. Ces faits permettent d'envisager une extension de l'aire d'acclimatation de l'Absinthe et probablement aussi d'autres espèces qui souffrent ou meurent sous notre climat par les froids rigoureux.

AGRONOMIE. — *Le diagnostic foliaire et son degré de sécurité.* Note [1] de MM. H. Lagatu et L. Maume, présentée par M. P. Viala.

Nous appelons *diagnostic foliaire à un instant donné* l'état chimique, à l'instant considéré, d'une feuille prise en place convenablement choisie; le *diagnotic foliaire annuel* est constitué par la série des états chimiques de cette feuille relevés par l'analyse à diverses époques réparties sur tout le cycle végétatif.

---

[1] Séance du 18 mars 1929.

La question se pose de savoir si, dans le cas d'un sol portant une culture d'apparence homogène, on trouve le même diagnostic foliaire en tous points de la surface de ce sol. A la vérité, la nature ne nous présente guère ni sols ni cultures absolument homogènes. Toutefois on doit bien admettre que des végétaux pratiquement pareils à un moment donné se sont développés dans des conditions de milieu et en particulier d'alimentation pratiquement identiques. Si le diagnostic foliaire est, comme nous le pensons, un test fidèle et sensible du mode d'alimentation, nous devons donc le trouver pratiquement identique en tous points de la culture préjugée homogène.

Pour établir expérimentalement ce fait essentiel, nous avons déterminé le diagnostic foliaire (azote, potasse, acide phosphorique), à mêmes dates, en des points suffisamment distants d'une même culture, de vigne d'une part, de pomme de terre d'autre part. L'analyse a porté pour la vigne sur l'ensemble des deux premières feuilles au-dessus de l'empattement des rameaux fructifères, et pour la pomme de terre sur l'ensemble des deux premières feuilles qui suivent la feuille caduque située tout à fait à la base des rameaux aériens. Les échantillons ont été pris tout venant sur chaque surface désignée.

POUR 100 DE MATIÈRE SÈCHE DE LA FEUILLE. ANNÉE 1928.

Vigne. Aramon. Coteau. — Pinet (Hérault).

	15 mai.			15 juin.			17 juillet.								
	N.	K^2O.	P^2O^5.	N.	K^2O.	P^2O^5.	N.	K^2O.	P^2O^5.	N	K^2O.	P^2O^5.	N.	K^2O.	P^2O^5.
Éch. n° 1...	3,20	1,54	0,71	1,99	1,12	0,45	1,88	0,89	0,34						
Éch. n° 2...	3,23	1,47	0,68	2,07	1,17	0,45	1,91	0,97	0,32						
Éch. n° 3..	3,41	1,49	0,73	2,02	1,19	0,48	1,90	1,01	0,32						

Vigne. Aramon. Plaine. — Montpellier (Pont-Trinquat).

	11 mai.			16 juin.			13 juillet.			11 août.		
Éch. n° 1...	3,03	1,96	1,02	2,48	1,47	0,59	2,10	1,41	0,41	1,65	1,11	0,42
Éch. n° 2...	3,00	1,94	1,04	2,40	1,32	0,56	2,04	1,52	0,51	1,68	1,19	0,40

Pomme de terre (Early rose). — Montpellier (École d'Agriculture).

a. Sans engrais.

	2 mai.			22 mai.			2 juin.			11 juin.			19 juin.		
Parc. n° 1...	3,45	5,60	0,88	2,56	4,61	0,77	2,22	4,72	1,04	1,98	4,62	0,82	1,92	5,01	0,87
Parc. n° 11..	3,20	5,34	0,86	2,57	4,82	0,85	2,17	4,48	0,92	1,86	4,21	0,97	1,85	4,77	0,90

b. Avec sulfate d'ammoniaque.

Parc. n° 8...	4,35	5,35	0,63	3,30	4,89	0,54	2,60	4,62	0,85	2,28	3,60	0,38	2,34	3,55	0,37
Parc. n° 18.	4,35	4,80	0,62	3,11	4,90	0,51	2,80	3,81	0,79	2,52	3,66	0,39	2,55	3,81	0,38

Éch. = Échantillon. — Parc. = Parcelle.

La traduction graphique de tous ces résultats fait naître la conviction que les différences observées entre échantillons d'une même culture sont négligeables devant les différences entre cultures différentes d'un même végétal. Le diagnostic foliaire présente donc une sécurité suffisante, et l'on peut admettre que, s'il présente des différences tant soit peu notables, elles doivent être attribuées à des modes d'alimentation différents.

Une telle démonstration, que nous avons fondée sur de plus nombreux exemples, est indispensable pour légitimer la méthode. Il faut en effet choisir entre les deux hypothèses suivantes :

1° Ou bien, *assuré* de la parfaite identité des facteurs du développement de deux échantillons, on trouve des diagnostics foliaires différents; *assuré* du taux d'absorption d'un aliment, on trouve dans la feuille un taux différent : et alors la méthode, infidèle, doit être abandonnée;

2° Ou bien toute différence, relevée sur des végétaux supposés identiques au début, est attribuée à une hétérogénéité du milieu et l'on se croit en droit d'admettre que le diagnostic foliaire révèle toujours le mode d'alimentation du végétal, même si l'on avait cru réaliser des influences inverses : et alors nous sommes en possession d'une méthode de contrôle susceptible de signaler des actions physiologiques autres que celles sur lesquelles nous pensions pouvoir compter; contrôle qui, rectifiant à l'occasion des vues inexactes, pourra être la source de perfectionnements dans la pratique agricole.

La présente Note et toutes nos observations antérieures [1], corroborées par le développement et le rendement des plantes, montrent que la vérité réside dans cette seconde hypothèse.

ZOOLOGIE. — *Propriétés des sécrétions cutanées de quelques rainettes des environs de Rio de Janeiro.* Note de M. J. **Vellard**, présentée par M. Caullery.

Les *Hylidæ*, ou rainettes, sont généralement dépourvues de glandes cutanées volumineuses et leurs téguments sont lisses ou simplement granuleux : quelques espèces du genre *Phyllomedusa* font exception et possèdent des parotoïdes analogues à celles des crapauds. Les propriétés de la

(1) *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 932; **180**, 1925, p. 1179; **182**, 1926, p. 653; **184**, 1927, p. 229. *Acad. d'Agriculture*, **13**, 6 avril 1927, p. 437, 18 mai 1927, p. 548; **14**, 13 juin 1928, p. 762. Etc.

sécrétion cutanée des *Hylidæ* n'ont été étudiées jusqu'ici que chez la rainette verte d'Europe. Continuant des recherches antérieures sur les venins des batraciens du Brésil, j'ai examiné à ce point de vue cinq rainettes des environs de Rio de Janeiro : *Hyla faber* Wied, *Hyla albomarginata* Spix, *Hyla crospedopsila* Lutz, dont les téguments dorsaux sont lisses; *Trachycephalus nigromaculatus* Tschudi, dont la surface dorsale granuleuse est parsemée de très nombreuses petites glandes acineuses simples, à granulations éosinophiles et sans canal excréteur différencié, et *Phyllomedusa burmeisteri* Blgr., dont les parotoïdes sont bien développées.

La sécrétion cutanée des quatre premières espèces s'obtient facilement par agitation de ces animaux dans un peu d'eau distillée ou de solution physiologique de NaCl; le venin de *Phyllomedusa* peut être recueilli directement en comprimant les parotoïdes avec une pince.

Les solutions ainsi obtenues sont très complexes, riches en mucus, opalescentes et, à l'exception de celle de *Phyllomedusa*, coagulent par la chaleur, l'alcool et les acides forts. Celles de *Tr. nigromaculatus* et de *Phyllomedusa* sont légèrement acides ($pH = 6,9$ et $6,7$); toutes deux donnent la réaction du biuret et la xanthoprotéique, mais non les réactions de Millon, de la ninhydrine et du ferrocyanure de K en liqueur acétique, ni celles propres au venin du *Bufo marinus* (molybdate d'ammonium + SO^4H^2, Liebermann, sulfate de Fe, acide azotique); seule, celle de *Phyllomedusa* donne un léger anneau bleu vert avec SO^4H^2.

Les sécrétions cutanées de *H. faber* et de *H. crospedopsila* se sont montrées complètement atoxiques; celle de *H. albomarginata* détermine chez le pigeon des contractions généralisées avec opisthotonos, mais les animaux se rétablissent habituellement. Au contraire, la sécrétion cutanée des deux autres rainettes est très toxique.

Celle de *Tr. nigromaculatus* agit surtout sur les centres bulbaires (bradypnée énorme, presque immédiate et parfois syncope respiratoire rapide; bradycardie considérable, avec arythmie et dissociation auriculo-ventriculaire complète); ensuite, apparaît une paralysie flasque, à début postérieur, avec abolition de la sensibilité et des réflexes; le cœur s'arrête toujours après la respiration. A l'autopsie, prédominent des lésions d'œdème hémorragique des poumons et des lésions cardiaques (hémorragies sous-endothéliales et dans l'épaisseur du muscle cardiaque). Les mammifères, oiseaux, batraciens et reptiles sont également sensibles à ce venin, mais la difficulté de doser les solutions employées ne permet pas d'établir des doses minima mortelles (D. M. M.) exactes.

Le venin parotoïdien de *Ph. burmeisteri* possède les mêmes propriétés que la sécrétion cutanée totale de cette rainette; son action se distingue de celle du venin précédent par une phase initiale de contractures générales et de convulsions toniques très violentes avec hyperesthésie, opisthotonos et spasmes de la musculature intestinale et vésicale; la paralysie flasque avec anesthésie survient ensuite; on observe également une bradypnée précoce avec bradycardie, remplacée bientôt par une tachycardie intense avec extrasystoles nombreuses et finalement fibrillation ventriculaire. A l'autopsie, existent des hémorragies disséminées dans tous les viscères. Les D. M. M. suivantes ont été établies : par voie veineuse : pigeon, $0^{mg},15$; chien (6-8^{kg}), $1^{mg},8$; lapin (1500^{g}), $0^{mg},5$; par voie intramusculaire : pigeon, 3^{mg}; cobaye (de 400^{g}), 4^{mg}; par voie gastrique, pour la *Lachesis jararaca* (ophidien), $0^{mg},5$ (venin parotoïdien desséché à l'étuve et redissous dans une solution de NaCl à 8 pour 1000).

L'injection intrarachidienne est beaucoup plus sévère que celle par les autres voies et détermine, avec les deux venins précédents, un syndrome typique de section transversale de la moelle (paralysie flasque postérieure et rigidité antérieure); ces lésions sont définitives et les animaux succombent plus ou moins rapidement, par suite de paralysies viscérales. Ces deux venins, par voie gastrique, provoquent des symptômes identiques à ceux observés par voie parentale; par injection sous-cutanée, ils occasionnent un fort œdème local, hémorragique (*Trachycephalus*), ou suivi de nécrose blanche et d'escharre (*Phyllomedusa*); l'application sur le globe oculaire est suivie de conjonctivite, œdème palpébral et d'ulcérations de la cornée. Ces deux venins sont fortement hémolytiques et celui de *Phyllomedusa* est anticoagulant *in vitro* : les variations d'activité hémolytique des solutions accompagnent celles de la toxicité. Tandis que le venin de *Trachycephalus*, chauffé 30 minutes à 45°, perd presque toutes ses propriétés, celui de *Phyllomedusa* n'est que légèrement atténué après 15 minutes d'ébullition. Ils paraissent dépourvus de propriétés antigéniques, les animaux d'expérience (chiens, lapins) succombant rapidement à l'injection répétée de petites doses de venin, sans que leur sérum présente des anticorps fixateurs ou antitoxiques.

Ces résultats, avec ce que l'on savait déjà de la toxicité de la rainette verte d'Europe, montrent que la fonction venimeuse est aussi fréquente dans le groupe des *Hylidæ* que chez les autres anoures, et qu'elle s'y présente avec des caractères très variables suivant les espèces.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIQUE. — *Sur le ferment producteur d'acide allantoïque par hydratation de l'allantoïne. Sa présence dans le règne animal* [1]. Note [2] de MM. **R. Fosse** et **A. Brunel**, présentée par M. Émile Roux.

1. *Transformation de l'allantoïne en acide allantoïque par l'action du Soja et de divers Phaseolus, avec et sans carbonate de calcium ou d'ammonium.* — Tandis qu'en présence de ces sels la réaction

$$NH^2.CO.NH - \underset{\displaystyle CO - NH}{CH - NH}\!\!>\!CO + H^2O = NH^2.CO.NH - \underset{\displaystyle COOH}{CH} - NH.CO.NH^2$$

peut devenir totale, en leur absence elle est, au contraire, très limitée.

Expériences. — On place dans un bain à 40°, pendant des laps de temps croissants :

	E_1.	E_2.	E_3.	T_1.	T_2.	T_3.
Allantoïne à $\frac{1}{1000}$	100^{cm^3}	100^{cm^3}	100^{cm^3}	100^{cm^3}	100^{cm^3}	100^{cm^3}
Graine finement broyée	1^g	1^g	1^g	0^g	0^g	0^g
Même graine portée à 100°	0	0	0	1	1	1
Carbonate de calcium	0	–	0	0	–	0
Carbonate d'ammonium	0	0	1	0	0	1
Chloroforme (gouttes)	20	20	20	20	20	20

A 5^{cm^3} de liquide filtré ajouter HCl N pour amener le titre à N/10 ; chauffer 30 minutes à 60° ; alcaliniser ; déféquer par de l'iodomercurate ; appliquer au filtrat la méthode de dosage pondéral de l'urée dans le sang. Les milieux E_1, E_2, E_3 donnent un précipité de xanthylurée que l'on recueille après 4 heures de condensation, les témoins T_1, T_2, T_3 restent limpides. Les graphiques I, II, III et IV résument les résultats obtenus.

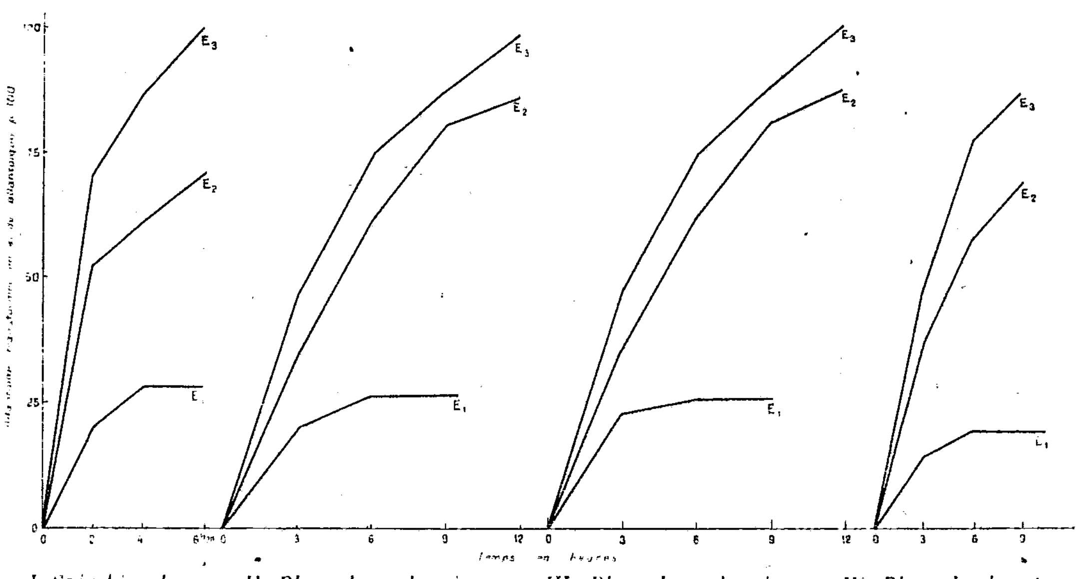
2. *Les végétaux ne sont pas les seuls êtres vivants capables de transformer l'allantoïne en acide allantoïque, cette faculté appartient aussi à certains animaux.* — Przylecki [3] trouve chez la grenouille une oxydase l'allantoïnase qui scinderait l'allantoïne en trois corps : ammoniac, urée et acide oxalique.

---

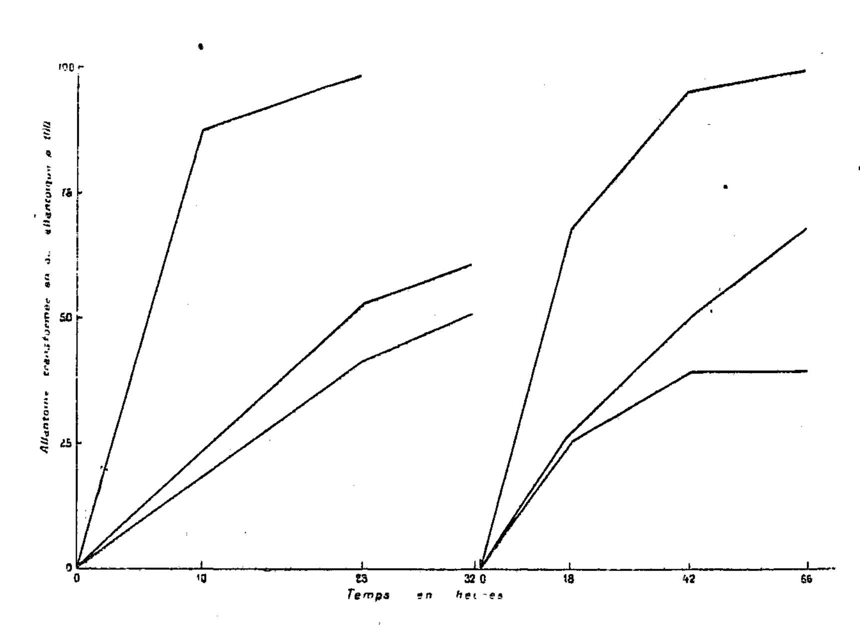
(1) R. Fosse et A. Brunel, *Un nouveau ferment* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 42).

(2) Séance du 2 avril 1929.

(3) St. J. Przylecki, *Archives internat. Physiol.*, 24, 1925, p. 317. — Oppenheimer, *Die Fermente und ihre Wirkungen*, 2, 1926, p. 1735.



I. *Soja hispida.* II. *Phaseolus vulgaris.* (Haricot flageolet.) III. *Phaseolus vulgaris.* (Pois de sucre.) IV. *Phaseolus lunatus.*



V. *Rana viridis.* (Grenouille.) VI. *Clupea harengus.* (Hareng.)

Démonstration de la transformation de l'allantoïne en acide allantoïque par l'extrait glycériné de grenouillé. — A. Après 30 minutes à 40°, le mélange, extrait allantoïne, développe la réaction colorée glyoxylique de l'acide allantoïque.

B. *Identification de l'acide allantoïque ainsi formé.* — Micro-Dumas :

	N pour 100.
Trouvé	10,34
Calculé pour $[O(C^6H^4)^2 CH.NH.CO.NH]^2 CH.COOH$	10,44

C. *Dosage de l'acide allantoïque.* — En opérant comme dans les expériences décrites pour les végétaux, on voit (graphique V) qu'après 23 heures à 40°, en présence de carbonate d'ammonium, 97^g,6 pour 100 de l'allantoïne se trouvent transformés en acide allantoïque.

3. Les mêmes méthodes démontrent la présence de ce ferment chez de nombreux *poissons :* anguille, brochet, carpe, chevaine, congre, hareng (graphique VI), limande, merlan, plie, raie, roussette, saumon; chez les *crustacés :* araignée de mer, crabe, crevette, homard, écrevisse, et les *Échinodermes :* étoile de mer, oursin, *Ophiura texturata*.

MICROBIOLOGIE. — *La stérilisation de l'eau et des liquides par les circuits en métal en contact direct avec le liquide.* Note de M. **Georges Lakhovsky**, présentée par M. d'Arsonval.

Le pouvoir bactéricide de l'argent est connu depuis longtemps [1]. Désireux de vérifier l'action des métaux sur les microbes selon ma théorie de l'oscillation cellulaire, suivant laquelle j'ai assimilé le noyau de chaque cellule ou microbe à un circuit oscillant à très haute fréquence [2], et sachant que la fréquence d'oscillation de chaque circuit est altérée par le contact d'une masse métallique, j'ai conclu que l'action bactéricide du métal est purement physique et due à l'altération de l'oscillation du noyau en contact direct avec le métal.

Nous avons commencé avec l'argent en raison de son inoxydabilité et de son inaltérabilité à la températeure ambiante.

(1) R. Doerr, *Zur Oligodynamie des Silbers* (*Biochemische Zeitschrift*, 107, 23 avril 1920, p. 207, Berlin).

(2) G. Lakhovsky, *L'Origine de la Vie, l'Universion, Contribution à l'Étiologie du Cancer.* Gauthier-Villars, éditeurs.

Cette vérification a été faite en collaboration avec M. Sesari.

I. *Coli B.* — Le 22 mars, émulsion du 3 öses Coli B sur gélose, 24 heures dans 1 litre d'eau de fontaine.

Titrage départ :

10^{-2} émulsion = 11280 colonies = 1128000 par centimètre cube.

Répartition de l'émulsion dans trois verres avec :
A. Témoin.
B, Circuit 7 spires plates (surface 119$^{cm^2}$).
C. Circuit 9 spires rondes de 3^{cm} de diamètre (surface 72$^{cm^2}$)
Le tout ensemencé dans trois boîtes Pétri 10$^{cm^3}$ gélose.

		Nombre de colonies titrées après :	
		18 heures.	25 heures.
Coli B par centimètre cube	Témoin...............	»	43680000
	Circuit B...........	171200	0
	Circuit C...........	73600	0

II. Les mêmes résultats ont été obtenus avec le bacille typhique. Cependant la stérilisation de l'eau est, dans ce cas, légèrement plus longue.

III. Pour vérifier qu'il n'y a pas action chimique, mais physique du métal, nous avons fait les nouvelles expériences suivantes :

Le 22 mars 1929, après avoir mélangé l'eau ainsi stérilisée après 25 heures de traitement avec les tiges en argent dans les expériences B et C du 22 mars, nous avons partagé ce liquide en trois verres *a*, *b*, *c* : *a*, tel que; *b*, chauffé entre 101° et 115°: *c*, filtré sur Chamberland F. Ces trois liquides ont été ensemencés à nouveau sans les tiges avec le Coli B, ainsi qu'un verre témoin d'eau de fontaine. Le titrage à 10^{-1} : cm³ au bout de 24 heures de traitement a donné les résultats suivants :

Témoin	10^{-1}..................................	946 colonies.
a	10^{-1}..................................	12 »
b	10^{-1}..................................	13 »
c	10^{-1}..................................	1474 »

On remarque que les liquides *a* et *b*, contenant les Coli B détruits par le traitement ont eu une action immunisante sur le nouvel ensemencement, tandis que dans l'eau filtrée le microbe s'est normalement développé.

Dans une autre expérience où l'ensemencement a été fait dans une eau de fontaine où l'on avait plongé préalablement le circuit pendant 24 heures avant l'ensemencement, le développement des microbes a été normal.

Nous avons répété ces mêmes expériences avec le métal blanc appelé

platonix, également inoxydable et nous avons obtenu des résultats analogues.

Il importe de ne pas chauffer le métal auparavant, car il perd son pouvoir bactéricide en raison de la mince couche gazeuse composée d'azote et d'oxygène qui se forme dans l'air sur le métal en refroidissant et l'isole du microbe. D'autre part le pouvoir bactéricide est atténué au bout de quelques expériences, à cause du dépôt des calcaires et matières organiques contenues dans l'eau à la surface du métal par polarisation électrique, ce qui l'isole du contact avec le microbe. Ce pouvoir bactéricide est rétabli par lavage du métal avec une base ou un acide très dilués et rinçage ne laissant plus trace ni d'acide ni de base.

Peut-être trouvera-t-on d'autres explications, mais, quoi qu'il en soit, les faits demeurent et, au point de vue de l'hygiène, on aurait ainsi un nouveau procédé pour la stérilisation de l'eau, sans avoir recours à l'ébullition qui la rend indigeste et la prive de certains sels minéraux, ni à l'emploi de substances chimiques qui altèrent sa pureté dans une certaine mesure, ni aux filtres qui ne sont pas toujours efficaces.

Ce nouveau procédé pourrait rendre d'importants services en dehors des grandes agglomérations, où l'on commence à pratiquer la verdunisation, en particulier aux colonies, à la campagne (eau de puits, de rivières, sources contaminées, etc.).

La séance est levée à $15^h 45^m$.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 4 mars 1929.)

Note de M. *D. Rosenthal*, Assemblages soudés par cordons latéraux essayés en traction et en compression :

Page 693, ligne 2, le renvoi (1) est à supprimer; ligne 9, *au lieu de* l'ordre de 3 pour 100, *lire* 30 pour 100.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 22 AVRIL 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIF.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation des éthers-oxydes des alcools aromatiques par l'action catalytique des bisulfates alcalins.* Note de M. **Jean-Baptiste Senderens.**

I. Dans ma dernière Note (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1102), j'annonçais que les bisulfates alcalins agissaient catalytiquement sur les alcools pour les déshydrater, et comme premier exemple de cette déshydratation je donnais les cyclanols, alcools *hydroaromatiques* qui sont transformés en carbures tétrahydroaromatiques.

$$C^nH^{2n-1}OH = C^nH^{2n-2} + H^2O.$$

Avec les alcools *aromatiques* les choses se passent autrement; les carbures n'interviennent que comme produits secondaires, le plus souvent insignifiants, et les vrais termes de la déshydratation de ces alcools par les bisulfates alcalins sont les éthers-oxydes.

II. *Alcool benzylique* $C^6H^5CH^2OH$ (phénylcarbinol). — J'ai obtenu son éther-oxyde $C^6H^5CH^2-O-CH^2-C^6H^5$ en chauffant à l'ébullition cet alcool avec 2 à 3 pour 100 de bisulfate de potassium, et mieux, de bisulfate de sodium fondu ou cristallisé, dans un ballon communiquant avec un réfrigérant descendant et muni d'un thermomètre dont le réservoir plongeait dans le liquide.

Avec le bisulfate de sodium l'ébullition commence vers 140°, et l'on peut la porter à 180° sans avoir la réaction explosive qui se produit au voisinage de cette température lorsqu'on se sert de l'acide sulfurique comme catalyseur [1].

---

(1) J.-B. Senderens, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1412.

En se maintenant à 145-150°, la déshydratation de 100ᵍ d'alcool benzylique par 2ᵍ de SO^4HNa est terminée en une demi-heure; il distille de l'eau et l'oxyde de benzyle reste dans le ballon, mêlé d'une faible proportion de carbures liquides condensés. Le mélange est neutre, tandis que le gâteau solide qui se réunit au fond du ballon fait une vive effervescence avec le carbonate de soude. Le bisulfate de sodium est donc resté jusqu'à la fin le pivot de la déshydratation catalytique qui correspondrait aux deux phases suivantes :

$$(a)\quad SO^2\langle{}^{OH}_{ONa} + C^6H^5CH^2OH = SO^2\langle{}^{OCH^2C^6H^5}_{ONa} + H^2O.$$

$$(b)\quad SO^2\langle{}^{OCH^2C^6H^5}_{ONa} + C^6H^5CH^2OH = {}^{C^6H^5CH^2}_{C^6H^5CH^2}\rangle O + SO^2\langle{}^{OH}_{ONa}.$$

III. *Alcool phényléthylique* $C^6H^5.CH^2.CH^2OH$ (benzylcarbinol). — J'avais préparé son éther-oxyde $(C^6H^5.CH^2.CH^2)^2O$ en employant comme catalyseur l'acide sulfurique dont l'action sur le benzylcarbinol s'était montrée moins facile que sur l'alcool benzylique [1].

Il en est de même avec les bisulfates alcalins : pour bien déshydrater 100ᵍ d'alcool phényléthylique il ne faut pas moins de 10ᵍ de bisulfate de sodium en se maintenant 2 heures à 160°-170°.

La déshydratation est beaucoup plus lente avec le bisulfate de potassium, ce qui pourrait tenir, comme il a été dit, à son peu d'avidité pour l'eau laquelle, au contraire, est rapidement absorbée par le bisulfate de sodium [2].

Ce n'est pas qu'avec ce dernier sel l'eau soit retenue ou que, selon le dédoublement signalé en présence de l'eau,

$$2SO^4HNa = SO^4Na^2 + SO^4H^2,$$

il y ait mise en liberté d'acide sulfurique qui interviendrait pour son compte comme catalyseur. On retrouve, en effet, l'eau de la réaction dans le distillat et, d'autre part, le liquide du ballon est neutre tandis que le bisulfate de sodium inaltéré conserve son acidité.

A défaut d'hydrates stables, on pourrait concevoir que l'eau forme avec SO^4HNa des hydrates temporaires [3] de telle sorte que, — lorsque sur-

(1) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 612.

(2) *Ibid.*, 187, 1928, p. 1104.

(3) Cf. J.-B. Senderens, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8ᵉ série, 25, avril 1912, p. 526 et suiv.

tout ce bisulfate est employé en quantité notable comme dans le cas du benzylcarbinol, — à la réaction catalytique provoquée par la combinaison temporaire phényléthylique

$$SO^2\begin{cases}O.CH^2.CH^2.C^6H^5\\ONa\end{cases}$$

s'adjoindrait la catalyse résultant de la formation d'un hydrate $SO\begin{cases}(OH)^3\\ONa\end{cases}$, instable à la température de la réaction

$$SO^2\begin{cases}OH\\ONa\end{cases} + \begin{matrix}C^6H^5.CH^2.CH^2OH\\C^6H^5.CH^2.CH^2OH\end{matrix} = SO\begin{cases}OH\\OH\\OH\\ONa\end{cases} + \begin{matrix}C^6H^5.CH^2.CH^2\\C^6H^5.CH^2.CH^2\end{matrix}\Big>O.$$

Quant au bisulfate de potassium, son peu d'avidité pour l'eau semblerait exclure cette seconde interprétation et borner sa catalyse déshydratante à la combinaison temporaire phényléthylique.

IV. *Éthers mixtes.* — En chauffant au voisinage de 125° un mélange d'alcool benzylique et d'alcools forméniques en présence de 10 pour 100 en volume de l'hydrate sulfurique $SO^4H^2 + 2H^2O$ j'avais obtenu, en même temps que de l'oxyde de benzyle, l'éther benzylforménique correspondant. Le butanol, par exemple, donnait

$$C^4H^9OH + 3C^6H^5CH^2OH = (C^6H^5CH^2)^2O + \begin{matrix}C^6H^5CH^2\\C^4H^9\end{matrix}\Big>O + 2H^2O.$$

La même réaction se produit en prenant comme catalyseurs les bisulfates alcalins et de préférence le SO^4HNa à la dose de 10 pour 100 du mélange alcoolique et à la température de 125° à 130°.

Avec l'éthanol cette température n'est pas atteinte; il y a simple distillation de l'alcool et production d'oxyde de benzyle.

L'ébullition se fait au contraire aux températures ci-dessus avec les alcools butylique *n*, isobutylique, isoamylique qui donnent, conformément à l'équation posée plus haut, l'oxyde de benzyle et l'éther mixte de l'alcool forménique. Dans aucun cas, je n'ai observé l'éther oxyde de ce dernier alcool.

C'est également un éther mixte et l'oxyde de benzyle que fournit le mélange des alcools hydroaromatiques et de l'alcool benzylique.

Le cyclohexanol par exemple et l'alcool benzylique, chauffés à l'ébullition avec un vingtième en poids de bisulfate de sodium donnent :

$$C^6H^{11}OH + 3C^6H^5CH^2OH = \begin{matrix}C^6H^5CH^2\\C^6H^{11}\end{matrix}\Big>O + (C^6H^5CH^2)^2O + 2H^2O.$$

Il importe de maintenir l'ébullition au voisinage de 135° pour diminuer la production de cyclohexène qui accompagne toujours les deux éthers et en proportion d'autant plus grande que la température est plus élevée [1].

M. **Louis Roy** fait hommage à l'Académie de ses *Problèmes de statique graphique et de résistance des matériaux à l'usage des élèves de l'Institut électrotechnique et de mécanique appliquée et des candidats au Certificat de mécanique appliquée*.

CORRESPONDANCE.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques propriétés des propositions vraies et leurs applications*. Note de M. **J. Herbrand**, présentée par M. Hadamard.

Pour les termes et les symboles utilisés, ainsi que pour les règles permettant de les combiner, nous renvoyons à une Note antérieure [2]. Nous rappelons que toute proposition dont on a réussi à démontrer qu'elle est vraie, grâce aux règles qui y sont indiquées, est dite une *identité*; que l'on appelle *variables apparentes* celles qui figurent dons un symbole tel que (x) ou $(\mathrm{E}x)$; *variables réelles*, les autres. Enfin, nous appellerons *matrice* d'une proposition (où l'on supposera toutes les variables désignées par des lettres différentes) la proposition sans variables apparentes obtenue en enlevant de celle-là tous les symboles de variables apparentes, de forme (x) ou $(\mathrm{E}x)$. Nous pouvons supposer dans ce qui suit que les propositions peuvent contenir des fonctions descriptives (c'est-à-dire des individus qui peuvent figurer comme arguments dans les propositions-éléments et qui sont fonctions d'autres individus, pouvant à leur tour être de telles fonctions, ou des variables; un exemple de fonction descriptive est la fonction $x+1$ en Arithmétique). Cette extension nécessite évidemment une modification aisée à imaginer dans les règles 2 et 3 de la Note citée plus haut.

---

[1] Cf. J.-B. Senderens et J. Aboulenc, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 831.

[2] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1274. Notons au sujet des règles du raisonnement énumérées dans cette Note qu'il ne faut utiliser les propositions primitives de la théorie des identités propositionnelles de la première espèce, qu'en y remplaçant les lettres qui y figurent par des propositions *sans variables apparentes*.

Il est aisé d'étudier les propositions dans des champs finis, c'est-à-dire en supposant que les variables qui y figurent ne peuvent prendre qu'un nombre fini de valeurs $a_1, a_2, \ldots, a_n$ de sorte que l'on considérera que $(\mathrm{E}x).\Phi x$ est mis pour $\Phi a_1 \curlyvee \Phi a_2 \curlyvee \ldots \curlyvee \Phi a_n$ et $(x).\Phi_x$ pour $\Phi a_1 . \Phi a_2 \ldots \Phi a_n$ (¹). Nous avons par contre cherché à les étudier dans des champs composés d'un nombre infini d'individus $a_1, a_2, \ldots, a_p, \ldots$ (champs infinis). Nous avons réussi à donner une définition précise de la notion de « proposition vraie dans un champ infini » (qui n'est d'ailleurs pas la plus naturelle de celles auxquelles on pourrait penser) et à démontrer les deux théorèmes suivants :

Théorème I. — *Si la proposition* P *est une identité,* $\sim$ P *ne peut être vraie dans un champ infini.*

Théorème II. — *Si une proposition* P *n'est pas une identité, on peut fabriquer un champ infini où* $\sim$ P *est vraie.*

Des considérations analogues avaient été développées par Löwenheim (²) mais d'une manière qui nous semble insuffisante ; en effet, il a donné à la notion de vérité dans un champ infini un sens intuitif, ce qui fait que sa démonstration du théorème II n'atteint pas, nous semble-t-il, une rigueur suffisante ; quant au théorème I, il paraît l'admettre comme évident ; or, c'est précisément ce théorème dont la démonstration nous a offert les plus grandes difficultés, et qui nous conduira d'ailleurs aux conséquences les plus importantes.

Pour arriver à ce résultat, nous avons été obligés d'étudier d'une manière approfondie certaines propriétés des propositions conduisant à des formes canoniques de démonstration ; entre autres conséquences, on déduit de ces considérations les résultats suivants :

1° Le résultat de Löwenheim (*loc. cit.*) d'après lequel on pouvait toujours ramener la résolution de l'*Entscheidungsproblem* (c'est-à-dire du problème consistant à trouver une méthode pour s'assurer si une proposition donnée est ou non une identité), au cas des propositions ne contenant que des propositions-éléments à deux arguments et dont la démonstration s'appuie au fond sur les théorèmes I et II, est complètement justifié par nos résultats. On peut même aller plus loin, et démontrer qu'on peut se ramener au cas où il n'y a plus qu'une proposition-élément à trois arguments, ou encore trois à deux arguments.

(¹) $p.q$ signifie : p et q (c'est-à-dire $\sim . \sim p \curlyvee \sim q$).

(²) *Ueber Möglichkeiten im Relativkalkül* (*Math. Annalen*, **76**, 1915, p. 447).

2° Outre les cas déjà connus de l'*Entscheidungsproblem*, nous avons résolu celui des propositions dont la matrice est une disjonction dont les termes sont des propositions-éléments, ou des négations de propositions-éléments (même dans le cas où ces propositions contiendraient des fonctions descriptives).

3° On peut supprimer la règle d'implication parmi les règles du raisonnement (voir notre Note indiquée plus haut) à condition de remplacer la règle 3 par la suivante :

Si à l'intérieur d'une proposition vraie on remplace $P \vee P$ *par* P , *on a une autre proposition vraie.* Nous voyons donc que la règle d'implication (qui provenait au fond de la théorie classique du syllogisme) est inutile en logique, mais elle reste indispensable dans les théories mathématiques (où il y a des hypothèses).

4° Le théorème I nous fournit une méthode générale pour étudier la non-contradiction des théories mathématiques, en particulier de celles qui sont vérifiables dans des champs dénombrables. C'est ainsi que la non-contradiction des axiomes arithmétiques [1] en est une conséquence immédiate. On démontre également que l'Arithmétique reste non contradictoire quand on admet l'emploi des définitions par récurrence; quant à l'axiome d'induction totale, qui conduit à considérer comme vraies toutes les propositions de forme

$$\Phi 0 : (y).\Phi y \supset \Phi y+1 : \supset .(x).\Phi x,$$

nous n'avons réussi à démontrer qu'on peut l'admettre sans risque de contradiction, qu'à condition que Φx ne contienne pas de variables apparentes.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les équations de Moutard à intégrales quadratiques.* Note de M. **Bertrand Gambier.**

1. J'ai montré dans une Note précédente (188, 1929, p. 605) comment on trouve les intégrales quadratiques de l'équation E_n de Moutard

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u\, \partial v} + \frac{n(n+1)\theta}{(u-v)^2} = 0,$$

où n désigne un entier positif : toutes ces équations s'intègrent explici-

(1) Voir à ce sujet notre Note des *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 303.

tement. Un autre type intéressant est l'équation

$$A_{m,n} \equiv \frac{\partial^2 \theta}{\partial u\, \partial v} + \left[\frac{m(m-1)}{(u-v)^2} - \frac{n(n-1)}{(u+v)^2}\right]\theta = 0,$$

où m, n sont des entiers que l'on peut, sans restreindre, supposer positifs; $A_{m,n}$ admet deux couples quadratiques $\frac{\theta_1+\theta_2}{2}$ et $\frac{1}{2i}(\theta_1-\theta_2)$, où θ_1 et θ_2 signifient soit

$$[(u-v)^m(u+v)^n,\ (u-v)^{1-m}(u+v)^{1-n}],$$

soit

$$[(u-v)^{1-m}(u+v)^n,\ (u-v)^m(u+v)^{1-n}].$$

Les méthodes de M. Demoulin permettent d'en déduire des systèmes de 4, 6, ..., $2p$, ... intégrales quadratiques; $A_{m,n}$ admet aussi des systèmes de $2p+1$ intégrales quadratiques en nombre impair, p étant supérieur à une certaine valeur fonction de m et n; d'ailleurs, si $m=n$, $A_{m,n}$ se réduit à E_{m-1} en prenant $u^2=U$, $v^2=V$ pour nouvelles variables; si $m \neq n$, l'échange de v en $-v$ permute m et n; on peut donc supposer $m>n$ sans égalité; la transformée de $A_{m,n}$ relativement à la solution $(u-v)^{1-m}(u+v)^{1-n}$ est $A_{m-1,n-1}$, de sorte que, de proche en proche, on ramène $A_{m,n}$ à $A_{m-n+1,1}$ ou E_{m-n} et que l'intégrale générale θ_1 de $A_{m,n}$ s'écrit explicitement au moyen de u, v et de deux fonctions U_1 de u, V_1 de v avec leurs dérivées jusqu'à l'ordre $(m-1)$ inclus; la formule indiquée par Darboux (*Théorie des Surfaces*, 2, p. 163)

$$(u-v)^2=\alpha, \qquad (u+v)^2=\beta,$$
$$\theta=(u-v)^m(u+v)^n\frac{\partial^{m+n}}{\partial\alpha^m\,\partial\beta^n}[\varphi(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})-\psi(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})]$$

a l'inconvénient de faire intervenir les fonctions arbitraires φ et ψ jusqu'à l'ordre différentiel $m+n$.

L'intégrale générale de $A_{3,2}$ est

$$\theta=\frac{vV_1''-V_1'}{v^2}-\frac{uU_1''-U_1'}{u^2}+\frac{4U_1'v(2u+v)+4V_1'u(2v+u)}{uv(u-v)(u+v)}+\frac{24(V_1-U_1)}{(u-v)^2(u+v)^2}$$

et ne change pas si l'on augmente U_1 de l'expression

$$u_1 \equiv Au^6+Bu^4+Cu^2+D+Eu^3,$$

où A, B, C, D, E sont constants et V_1 de $v_1 \equiv u_1(v)$. Pour ne pas allonger, je me borne à cette équation $A_{3,2}$ qui correspond au minimum 2 de n et 3 de m.

2. L'idée directrice pour l'obtention des intégrales quadratiques est d'introduire les *invariants différentiels* relatifs à une somme $\theta_1^2+\theta_2^2+\ldots+\theta_p^2$; chaque couple (U_i, V_i) relatif à θ_i peut être modifié comme nous l'avons dit, ce qui laisse inaltéré $\mathfrak{U}_i \equiv u\left(\frac{U_i}{u}\right)^{(4)} - \left(\frac{U_i}{u}\right)'''$ et $\mathfrak{V}_i \equiv v\left(\frac{V_i}{v}\right)^{(4)} - \left(\frac{V_i}{v}\right)'''$; ensuite $A_{m,n}$ ne change pas de forme si l'on remplace u et v par λu, λv où λ est constant; enfin une même substitution orthogonale effectuée sur les U_i d'une part, les V_i de l'autre, ne change pas $\Sigma\theta_i^2$; l'invariant (*relatif*) différentiel le plus simple $I \equiv \sum_1^p \mathfrak{U}_i \mathfrak{V}_i$ égalé à zéro est la première condition *nécessaire* pour obtenir $\sum_1^p \theta_i^2 \equiv U + V$. Ces remarques bien simples auraient beaucoup simplifié la tâche des premiers géomètres qui ont abordé cette étude pour E_n ou $A_{m,n}$. La relation $I = 0$ permet de réduire le tableau des U_i, V_i à l'une des deux formes

$$(1)\qquad \begin{vmatrix} U_1 & U_2 & \ldots & U_h & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & V_{h+1} & V_{h+2} & \ldots & V_p \end{vmatrix},$$

$$(2)\qquad \begin{vmatrix} U_1 & i(U_1+u_1) & U_3 & i(U_3+u_3) & \ldots & U_{2k-1} & i(U_{2k-1}+u_{2k-1}) & U_{2k+1} & \ldots & U_h & 0 & \ldots & 0 \\ V_1 & iV_1 & V_3 & iV_3 & \ldots & V_{2k-1} & iV_{2k-1} & 0 & \ldots & 0 & V_{h+1} & \ldots & V_p \end{vmatrix}.$$

Par un passage à la limite on déduit aisément du tableau (1) les résultats relatifs à (2); comme pour $k=0$ ce second tableau comprend le premier, je me contente de donner les formules relatives à (2); $u_1, u_2, \ldots, u_{2k-1}$ sont les polynomes du type explicité plus haut. P_6, P_3, P_2, P_0 étant des polynomes arbitraires entiers en x, de degré marqué par leur indice, il est nécessaire et suffisant d'avoir les relations [v_q signifie $u_q(v)$] :

$$(3)\qquad \left\{\begin{aligned} & -2U_1u_1 - 2U_3u_3 - \ldots - 2U_{2k-1}u_{2k-1} + U_{2k+1}^2 + U_{2k+2}^2 + \ldots + U_h^2 \\ & \qquad = -[P_6(u^2) + u^3P_3(u^2)], \\ & -2U'_1u'_1 - 2U'_3u'_3 - \ldots - 2U'_{2k-1}u'_{2k-1} + U'^2_{2k+1} + U'^2_{2k+2} + \ldots + U'^2_h \\ & \qquad = -\left[\frac{6}{5}u^2P''_6(u^2) + u^2P_2(u^2) + 6u^3P'_3(u^3)\right], \\ & 2V_1v_1 - v_1^2 + 2V_3v_3 - v_3^2 + \ldots + 2V_{2k-1}v_{2k-1} - v_{2k-1}^2 + V_{h+1}^2 + V_{h+2}^2 + \ldots + V_p^2 \\ & \qquad = P_6(v^2) + v^3P_3(v^2), \\ & 2V'_1v'_1 - v'^2_1 + 2V'_3v'_3 - v'^2_3 + \ldots + 2V'_{2k-1}v'_{2k-1} - v'^2_{2k-1} + V'^2_{h+1} + V'^2_{h+2} + \ldots + V'^2_p \\ & \qquad = \frac{6}{5}v^2P''_5(v^2) + v^2P_2(v^2) + 6v^3P'_3(v^2). \end{aligned}\right.$$

Ces conditions remplies, on a, pour la somme $\sum_1^p \theta_i^2 = U + V$,

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} U = {} & \frac{1}{u^2}[-2U_1'' u_1'' - 2U_3'' u_3'' - \ldots - 2U_{2k-1}'' u_{2k-1}'' + U_{2k+1}''^2 + U_{2k+2}''^2 + \ldots + U_h''^2] \\ & + \frac{8}{5} u^2 P_6^{(4)}(u^2) + \frac{12}{5} P_6'''(u^2) + \frac{6}{5u^2} P_6''(u^2) + 10 P_2'(u^2) + \frac{P_2(u^2)}{u^2} \\ & + 24 u P_3''(u^2) + \frac{12}{u} P_3'(u^2) + P_0, \\ V = {} & \frac{1}{\varphi^2}[2V_1'' \varphi_1'' - \varphi_1''^2 + 2V_3'' \varphi_3'' - \varphi_3''^2 + \ldots + 2V_{2k-1}'' \varphi_{2k-1}'' - \varphi_{2k-1}''^2 + V_{h+1}''^2 + \ldots + V_p''^2] \\ & - \frac{8}{5} \varphi^2 P_6^{(4)}(\varphi^2) - \frac{12}{5} P_6'''(\varphi^2) - \frac{6}{5\varphi^2} P_6''(\varphi^2) - 10 P_2'(\varphi^2) - \frac{P_2(\varphi^2)}{\varphi^2} \\ & - 24 \varphi P_3''(\varphi^2) - \frac{12}{\varphi} P_3'(\varphi^2) - P_0. \end{aligned}\right.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une formule générale de moyenne.* Note de M. **Ragnar Frisch**, présentée par M. Hadamard.

Au cours d'une recherche sur l'approximation des intégrales définies, j'ai obtenu une formule de moyenne qui paraît susceptible d'une application assez générale dans le domaine des problèmes qui comportent l'évaluation d'un reste. La formule contient, par exemple, comme cas très particuliers, le théorème de Rolle, la formule de moyenne pour les différences divisées de Newton, etc.

Soit $a_0(x)$, $a_1(x)$, …, $a_n(x)$ une suite de fonctions réelles de la variable réelle x, possédant des dérivées jusqu'à l'ordre n, et telles que les quantités

$$H_k(x) = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \ldots & a_k \\ a_0' & a_1' & \ldots & a_k' \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_0^{(k)} & a_1^{(k)} & \ldots & a_k^{(k)} \end{vmatrix}, \quad \text{où} \quad a_h^{(k)} = \frac{d^k a_h}{dx^k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

ne s'annulent pas dans un certain intervalle (i). Soit $f(x)$ une fonction possédant des dérivées jusqu'à l'ordre n dans (i). Enfin, soit x_0, x_1, …, x_n un système de $(n+1)$ valeurs de x dans (i). Il existe au moins une valeur $x = \xi$

dans l'intervalle (1) *telle que l'on ait*

$$(1)\quad \frac{\begin{vmatrix} a_0(x_0) & a_1(x_0) & \dots & a_{n-1}(x_0) & f(x_0) \\ a_0(x_1) & a_1(x_1) & \dots & a_{n-1}(x_1) & f(x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_0(x_n) & a_1(x_n) & \dots & a_{n-1}(x_n) & f(x_n) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_0(x_0) & a_1(x_0) & \dots & a_{n-1}(x_0) & a_n(x_0) \\ a_0(x_1) & a_1(x_1) & \dots & a_{n-1}(x_1) & a_n(x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_0(x_n) & a_1(x_n) & \dots & a_{n-1}(x_n) & a_n(x_n) \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{n-1} & f \\ a'_0 & a'_1 & \dots & a'_{n-1} & f' \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_0^{(n)} & a_1^{(n)} & \dots & a_{n-1}^{(n)} & f^{(n)} \end{vmatrix}(\xi)}{\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ a'_0 & a'_1 & \dots & a'_{n-1} & a'_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_0^{(n)} & a_1^{(n)} & \dots & a_{n-1}^{(n)} & a_n^{(n)} \end{vmatrix}(\xi)}$$

Le dénominateur du premier membre de (1) *est différent de zéro tant que les valeurs* $x_0, \ldots, x_n$ *sont distinctes.*

Pour la démonstration, posons

$$\alpha_{k+1}(x) = \mathrm{D}_k \frac{a_{k+1}}{a_0}, \qquad \varphi_k(x) = \mathrm{D}_k \frac{f}{a_0},$$

D_k désignant l'opération $\mathrm{D}_k = \frac{d}{d\alpha_k}\frac{d}{d\alpha_{k-1}}\cdots\frac{d}{d\alpha_1}$. A l'aide du théorème de Sylvester relatif aux mineurs d'une matrice on démontre par récurrence la formule explicite

$$\alpha_{k+1}(x) = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{k-1} & a_{k+1} \\ a'_0 & a'_1 & \dots & a'_{k-1} & a'_{k+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_0^{(k)} & a_1^{(k)} & \dots & a_{k-1}^{(k)} & a_{k+1}^{(k)} \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{k-1} & a_k \\ a'_0 & a'_1 & \dots & a'_{k-1} & a'_k \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_0^{(k)} & a_1^{(k)} & \dots & a_{k-1}^{(k)} & a_k^{(k)} \end{vmatrix}.$$

La formule explicite pour φ_k s'en déduit en remplaçant a_{k+1} par f. A l'aide du même théorème, on démontre aussi la formule

$$\alpha'_{k+1} = \frac{d\alpha_{k+1}}{dx} = \frac{\mathrm{H}_{k+1}\mathrm{H}_{k-1}}{\mathrm{H}_k^2} \qquad (k = 1, 2, \ldots, n-1).$$

Les dérivées α'_{k+1} sont donc finies et différentes de zéro dans l'intervalle (i). Posons encore

$$\mathrm{A}_{n-k}(y_0, y_1 \ldots y_{n-k}) = \begin{vmatrix} \left(\mathrm{D}_k \frac{a_k}{a_0}\right)y_0 & \left(\mathrm{D}_k \frac{a_{k+1}}{a_0}\right)y_0 & \dots & \left(\mathrm{D}_k \frac{a_n}{a_0}\right)y_0 \\ \left(\mathrm{D}_k \frac{a_k}{a_0}\right)y_1 & \left(\mathrm{D}_k \frac{a_{k+1}}{a_0}\right)y_1 & \dots & \left(\mathrm{D}_k \frac{a_n}{a_0}\right)y_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left(\mathrm{D}_k \frac{a_k}{a_0}\right)y_{n-k} & \left(\mathrm{D}_k \frac{a_{k+1}}{a_0}\right)y_{n-k} & \dots & \left(\mathrm{D}_k \frac{a_n}{a_0}\right)y_{n-k} \end{vmatrix}.$$

D'une façon analogue, désignons par $\mathrm{F}_{n-k}(y_0 \ldots y_{n-k})$ le déterminant obtenu en remplaçant a_n par f dans A_{n-k}.

S'il existe un système de $(n-k+1)$ valeurs distinctes $y_0, \ldots, y_{n-k}$ dans (i) tel que $A_{n-k}(y_0 \ldots y_{n-k}) = 0$, il existe aussi au moins un système de n valeurs distinctes $\eta_0, \ldots, \eta_{n-k-1}$ dans (i) tel que $A_{n-k-1}(\eta_0 \ldots \eta_{n-k-1}) = 0$. Cette proposition est démontrée par une application répétée de la formule classique de la moyenne, combinée avec un procédé de division par les quantités α'_{k+1} pour des valeurs de x convenablement choisies.

Puisque $A_0(y_0) = D_n \frac{a_n}{a_0} = \frac{d\alpha_n}{d\alpha_n} = 1$, nous voyons que toutes les fonctions $A_{n-k}(k = 0, 1, \ldots, n-1)$ sont toujours différentes de zéro tant que les arguments qui y figurent sont distincts.

Cela étant, considérons le rapport $F_{n-k}(y_0 \ldots y_{n-k}) : A_{n-k}(y_0 \ldots y_{n-k})$. Si les $(n-k+1)$ arguments $y_0 \ldots y_{n-k}$ dans (i) sont distincts, il existe un système de $(n-k)$ arguments distincts $\eta_0 \ldots \eta_{n-k-1}$ tel que

$$F_{n-k}(y_0 \ldots) : A_{n-k}(y_0 \ldots) = F_{n-k-1}(\eta_0 \ldots) : A_{n-k-1}(\eta_0 \ldots).$$

La démonstration repose sur une modification du procédé ci-dessus.

Dans le cas où les valeurs $x_0, x_1, \ldots, x_n$ sont distinctes, nous trouvons ainsi de proche en proche

$$\frac{F_n(x_0 \ldots x_n)}{A_n(x_0 \ldots x_n)} = \frac{F_0(\xi)}{A_0(\xi)} = \left(D_n \frac{f}{a_0}\right)_\xi = \varphi_n(\xi).$$

La formule (1) est donc exacte dans le cas où les valeurs $x_0, \ldots, x_n$ sont distinctes; et l'on conclut par un passage à la limite qu'elle l'est encore si quelques-uns des x_k viennent à coïncider.

La formule (1) peut être prise comme point de départ d'un développement de la fonction $f(x)$ suivant le système de fonctions données a_0, $a_1, \ldots$.

Soit $B_n(x_0 \ldots x_n)$ l'expression obtenue en remplaçant dans $A_n(x_0 \ldots x_n)$ les fonctions $a_0, a_1, \ldots$ par une nouvelle suite de fonctions $b_0, b_1, \ldots$. Considérant la fonction $A_n(x_0 \ldots).B_n(y_0 \ldots) - A_n(y_0 \ldots).B_n(x_0 \ldots)$ on démontre par une simple application de la formule classique de la moyenne que le rapport $A_n(x_0 \ldots) : B_n(x_0 \ldots)$ satisfait à une formule de moyenne où figurent $(n+1)$ valeurs $\xi_0, \ldots, \xi_n$. Cette formule contient comme cas particulier la formule de Schwarz [1]. Le point essentiel de la formule (1) est qu'il suffit de considérer une seule valeur ξ.

---

[1] H. A. SCHWARZ, *Verallgemeinerung eines analytischen Fundamentalsatzes* (*Ges. Math. Abh.*, **2**, 1880, p. 301).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classe de fonctions analytiques.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Hadamard.

Les questions, auxquelles touche ma Note du 7 janvier 1929, me paraissant susciter chez les analystes plus d'intérêt que je ne le supposais, je désire indiquer brièvement les raisonnements dont je me suis servi.

Soit E l'ensemble des fonctions $f(z)$ holomorphes, avec $|f| \leqq 1$, à l'intérieur du cercle $|z| = 1$ ou C. Soit $r' e^{-i\beta} = f(r e^{-i\alpha})$ (α, β, r, r' réels, $r < 1$, $r' < 1$). Posons

$$(1) \qquad \frac{r' - f e^{i\beta}}{1 - r' f e^{i\beta}} = \frac{r - z e^{i\alpha}}{1 - r z e^{i\alpha}} \, \frac{r r' - f_1 e^{i\gamma}}{1 - r r' f_1 e^{i\gamma}}.$$

1° On déduit de (1) que

$$\frac{1 - |z|}{1 - |f|} < \frac{1 - |f(0)|}{1 - |f(0)|} = \frac{1}{M}.$$

2° Quand z tend vers $e^{-i\alpha}$, supposons que $\frac{1 - |z|}{1 - |f|}$ *ne tende pas vers la limite unique* 0, et soient $\lambda < M$ sa plus grande limite, $e^{-i\beta}$ une des limites correspondantes de f. On déduit de (1), dérivé logarithmiquement en r' pour $r' = 1$, qu'il existe une fonction de E, f_1 (ou $f_1 e^{i\gamma}$), telle que

$$(2) \qquad \frac{1}{1 - f e^{i\beta}} = \frac{\lambda}{1 - z e^{i\alpha}} + \frac{1 + \lambda}{1 - f_1} - \lambda.$$

Observons que la partie réelle de $\frac{1}{1 - f_1}$ est au moins $\frac{1}{2}$. Donc, si $z = \rho e^{-i\alpha}$ et si ρ tend vers 1 :

a. f tend vers $e^{-i\beta}$. Ceci montre que, *si pour une suite de points* $z_n = r_n e^{-i\alpha_n}$ *tendant vers* $e^{-i\alpha}$, $f = r'_n e^{-i\beta_n}$ *tend vers* $e^{-i\beta'}$: *ou bien* $\beta' = \beta$, *ou bien* $\frac{1 - r_n}{1 - r'_n}$ *tend vers zéro.*

b. $\frac{1 - \rho}{|1 - f e^{i\beta}|}$ a sa plus petite limite au moins égale à λ, mais comme sa plus grande limite est au plus $\lambda = \overline{\lim} \frac{1 - |z|}{1 - |f|}$, $\frac{1 - \rho}{1 - f e^{i\beta}}$ *tend vers* λ.

3° Avec les mêmes hypothèses, faisons tendre arbitrairement z vers $e^{-i\alpha}$: ou bien f_1 n'admet pas la valeur limite 1 ; alors f est continue au point $z = e^{-i\alpha}$ et $f(z) e^{i(\beta - \alpha)}$ y possède (à l'intérieur de C et sur C) la dérivée $\frac{1}{\lambda}$. Ou bien f_1 admet la valeur limite 1 ; mais alors $\frac{1 - |z|}{1 - |f_1|}$ tend vers zéro quand z tend

vers $e^{-i\alpha}$; sinon, on appliquerait à f_1 une transformation analogue à (3) et, dans (3), λ serait remplacé par un nombre plus grand, ce qui est impossible d'après 2°, *b*.

Donc, $fe^{i(\beta-\alpha)}$ *admet au point* $e^{-i\alpha}$ *la dérivée* $\frac{1}{\lambda}$ *suivant tout chemin d'incidence aiguë.*

Autres conséquences. — D'après $\frac{1}{\lambda} = \underline{\lim} \frac{1-|f|}{1-|z|}$ pour $\lim z = e^{-i\alpha}$, *la dérivée normale* $\frac{1}{\lambda}$ de $f(z)e^{i(\beta-\alpha)}$ au point $z = e^{-i\alpha}$ où f tend radialement vers $e^{-i\beta}$, *est une fonction semi-continue inférieurement du point* $e^{-i\alpha}$ parcourant C. (On la remplace par ∞ aux points de C où $|f|$ ne tend pas radialement vers 1.) En particulier elle est *continue* en tous les points où elle est *infinie*. L'ensemble des points où elle vaut au plus $k > M$ est fermé.

2° Considérons les points $\zeta = e^{-i\alpha}$ où $\varphi(\alpha) = e^{i(\beta-\alpha)} f'(e^{-i\alpha}) \leqq 1$ avec $f(e^{-i\alpha}) = e^{-i\beta} = \eta$ (normalement). Dans la formule (2), $\lambda \geqq 1$.

Si $|u| < 1$, la racine v, unique dans C, de $z - uf(z) = 0$ tend vers ζ quand u tend vers $e^{-i\alpha}$. Si v décrit dans C un domaine D de frontière G, les ζ sont les points communs à C et à G, et les arguments $\beta - \alpha$ de u et $-\alpha$ de ζ *varient dans le même sens*. Si $\varphi(z) = e^{i(\beta-\alpha)} f(z)$, l'équation $\varphi(z) = z$ n'a pas de racine intérieure à C et les itérées successives de $\varphi(z)$ tendent vers $e^{-i\alpha}$. Le point $e^{i(\beta-\alpha)} f(z)$ est dans le cercle passant par z et tangent à C au point $\zeta = e^{-i\alpha}$. On en conclut aussitôt que, si $\zeta' = e^{-i\alpha'}$, $f(e^{-i\alpha'}) = e^{-i\beta'} = \eta'$ (normalement), l'arc géométrique $\eta\eta'$ est inférieur à l'arc géométrique $\zeta\zeta'$.

Plus précisément, la formule (2) donne pour $f_1(e^{-i\alpha'})$ une valeur $e^{-i\omega}$, et si l'on dérive (2) (suivant le rayon) en posant

$$e^{i(\beta'-\alpha')} f'(e^{-i\alpha'}) = \frac{1}{\lambda'}, \qquad e^{i(\omega-\alpha')} f_1(e^{-i\alpha'}) = \frac{1}{\lambda'_1},$$

la condition $\lambda'_1 > 0$ donne

$$|\zeta' - \zeta| > \sqrt{\lambda\lambda'}\,|\eta' - \eta|.$$

$|z' - z| > |\eta' - \eta|$ entraîne que *tous les points* η *sont sur un même arc inférieur à* π *de la circonférence* $|f| = 1$.

D'où cette application aux fonctions $y = Ax + B + \sum \frac{A_n}{x_n - x}$ (de MM. Fatou et Nevanlinna) où tous les A sont positifs, les x_n et x réels.

L'ensemble des nombres y tels que $\frac{1+x^2}{1+y^2}\left(A+\sum\frac{A_n}{(x_n-x)^2}\right)\leqq 1$ *est ou bien intérieur à un intervalle* $\mu, -\frac{1}{\mu}$ *ou bien extérieur à un tel segment.*

Pour le problème de la détermination de f connaissant $f(a_n)$, $(a_n \neq 0)$, on trouve (voir ma Note du 7 janvier 1929), $f=\frac{P_n+R'_n f_{n+1}}{R_n+P'_n f_{n+1}}$, $P_n(z)$ et $R_n(z)$ sont deux polynomes de degrés $n-1$ et n au plus. $P'_n(z)=z^n\overline{P}_n\left(\frac{1}{z}\right)$, $R'_n(z)=z^n\overline{R}_n\left(\frac{1}{z}\right)$, si $\overline{P}(z)$ est le polynome $P(z)$ où le signe de i est changé dans tous les coefficients. f_{n+1} est une fonction de E. $P'_n(z)$ s'annule avec z, on a $\left|\frac{P_n}{R_n}\right|<1$ dans et sur C, $|P'_n|=|P_n|$, $|R'_n|=|R|$ sur C. La condition de détermination de f pour $z=0$ est $\lim\frac{R'_n(0)}{R_n(0)}=0$, c'est la divergence de $\sum\frac{1-r_n}{1-r'_n}$. Il en résulte que $f-\frac{P_n(z)}{R_n(z)}$ tend vers o. Car, pour $|z|\leqq r$, $|P'_n|<r|R_n|$, d'où $\left|f-\frac{P_n}{R_n}\right|<\frac{|P_nP'_n-R_nR'_n|}{|R_n|^2(1-r)}$. Or $\frac{P_nP'_n-R_nR'_n}{R_n^2}$ (de module inférieur à 4 dans C) a pour zéros a_m, $\frac{1}{\overline{a}_m}$ $(m=1, \ldots, n)$, tous non nuls. Pour $z=0$, cette suite converge vers zéro. Il en est donc de même en tout point intérieur à C.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur la rotation de l'amas local.*

Note [1] de M. H. **Mineur**, présentée par M. Deslandres.

1. Nous avons considéré [2] la vitesse radiale moyenne V des étoiles situées dans une direction de cosinus α, β, γ; nous avons développé V suivant les puissances de α, β, γ et nous avons étudié les termes du second degré de ce développement

Cette étude nous avait conduit à la conclusion que l'ensemble des étoiles visibles à l'œil nu tourne autour d'un axe situé dans la constellation de la Carène.

2. Nous considérons maintenant le développement de V en série de fonctions sphériques et nous nous attachons à l'étude des termes du troisième

---

[1] Séance du 15 avril 1929.

[2] *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 236.

degré φ_3. La détermination numérique de ces termes au moyen des 2100 vitesses radiales d'étoiles visibles à l'œil nu tirées du catalogue de l'Observatoire Lick donne le résultat suivant :

$$\begin{aligned}\varphi_3 = {} & + 0{,}227(2\gamma^3 - 3\gamma\alpha^2 - 3\gamma\beta^2) - 0{,}208(4\gamma 2\alpha - \alpha^3 - \alpha\beta^2) \\ & + 0{,}926(4\beta\gamma^2 - \alpha^2\beta - \beta^3) + 2{,}499(\gamma\alpha^2 - \gamma\beta^2) + 0{,}850\,\alpha\beta\gamma \\ & + 0{,}318(\alpha^3 - 3\alpha\beta^2) + 0{,}388(3\alpha^2\beta - \beta^3) \quad \text{(axes équatoriaux)}.\end{aligned}$$

3. Ce calcul nous a conduit incidemment à la position suivante de l'apex solaire :

$$A = 274^\circ 19', \qquad D = + 29^\circ 32'.$$

La vitesse de translation du Soleil est : 19,49 km/sec.

4. Soient Ox' la perpendiculaire abaissée du Soleil sur l'axe de rotation et Oz' la parallèle à cet axe. L'étude théorique du problème montre que φ_3 rapporté à ces axes doit avoir pour expression

$$\varphi_3 = c_3(4\beta'\gamma'^2 - \alpha'^2\beta' - \beta'^3) + 2c_5\alpha'\beta'\gamma' + c_7(3\alpha'^2\beta' - \beta'^3),$$

les autres termes étant nuls.

Adoptons pour Ox' la direction du centre de l'amas local

(Ox) $\qquad G = 244^\circ, \qquad g = -4^\circ$ (coordonnées galactiques),

et pour Oz' la direction du pôle de cet amas

(Oz') $\qquad G = 165^\circ, \qquad g = 77^\circ,$

et calculons l'expression de φ_3 par rapport à ces axes :

$$\begin{aligned}\varphi_3 = {} & 0{,}289\,(2\gamma'^3 - 3\gamma'\alpha'^2 - 3\gamma'\beta'^2) - 0{,}407\,(4\gamma'\alpha'^2 - \alpha'^3 - \alpha'\beta'^2 \\ & - 0{,}305\,(4\beta'\gamma'^2 - \alpha'^2\beta' - \beta'^3) - 0{,}354\,(\gamma'\alpha'^2 - \gamma'\beta'^2) \\ & + 1{,}748\,\alpha'\beta'\gamma' + 0{,}840\,(\alpha'^3 - 3\alpha'\beta'^2) - 1{,}218(3\alpha'^2\beta' - \beta'^3).\end{aligned}$$

Les termes du troisième degré de V, sans établir nettement la rotation de l'amas local, confirment donc dans une certaine mesure les résultats de notre précédente Note.

5. Oort (¹) et Plaskett (²) avaient étudié les vitesses radiales des étoiles situées dans le plan galactique et avaient développé la fonction V suivant les sinus et cosinus des multiples de la longitude galactique G. Si G_0 désigne la longitude du point où l'axe de rotation perce le plan galactique,

---

(¹) OORT, *Bulletin of the astronomical Institutes of the Netherlands*, n° 132, 1927, p. 79 à 89, et n° 133, 1928, p. 91 à 94.

(²) PLASKETT, *Monthly Notices of the royal Society*, 88, 1928, p. 395.

V_0 la vitesse du Soleil et λ la longitude de l'apex, V a pour expression

$$V = K - V_0 \cos(G - \lambda) + A \sin 2(G - G_0) + \dots.$$

Ces auteurs avaient déterminé A et G_0.

Mais le problème ainsi posé admet quatre solutions. Si A, G_0 est l'une d'elles, les autres sont :

$$\begin{matrix} -A. & A. & -A. \\ G_0 + 90°, & G_0 + 180°, & G_0 + 270°. \end{matrix}$$

Par malheur, le centre de la galaxie est à la longitude 323° alors que le centre de l'amas local se trouve à la longitude 244°, presque à 90° du premier.

Aussi est-on en droit de se demander si la rotation mise en évidence par ces astronomes est celle de la galaxie ou celle de l'amas local.

6. Pour trancher la question, nous avons divisé les valeurs de G_0 obtenues par ces auteurs en deux groupes et nous nous sommes livré à l'étude statistique de ces valeurs.

Le premier groupe comprend les vingt-quatre valeurs de G_0 déterminées au moyen d'étoiles situées à moins de 600 parsecs du Soleil, donc intérieures à l'amas local. Ces vingt-quatre valeurs sont réparties suivant une loi de Gauss avec :

$$\overline{G}_{0,1} = 334°, \qquad \sigma_1 = 16°,2.$$

Le second groupe comprend les neuf valeurs de G_0 déterminées au moyen des étoiles situées à plus de 600 parsecs, donc extérieures à l'amas local, la loi de Gauss correspondante est définie par

$$\overline{G}_{0,2} = 321°,5, \qquad \sigma_2 = 5°,4.$$

Ces deux courbes de répartition sont nettement distinctes. La longitude du centre de l'amas local augmentée de 90° est 334°, celle du centre de la galaxie est 323°.

7. Nous en concluons que les étoiles voisines du Soleil tournent autour du centre de l'amas local et que les étoiles éloignées tournent autour du centre de la galaxie. L'amas local lui-même doit participer à cette rotation autour du centre de la galaxie.

Le mouvement du Soleil dans la galaxie est donc analogue au mouvement de la Lune dans le système solaire.

ASTRONOMIE. — *Sur un chronographe enregistrant le dix-millième de seconde, et son application à la mesure des irrégularités des pendules astronomiques.* Note [1] de M. **P. Lejay**, présentée par M. Deslandres.

J'ai décrit précédemment [2] une méthode permettant d'enregistrer les passages des pendules par la verticale, en leur faisant établir à cet instant une liaison par capacité entre un émetteur et un amplificateur radio-électriques. Je signalais que la précision qu'il était possible d'obtenir par ce procédé dépassait notablement celle des chronographes courants à inscription directe. D'autre part, l'enregistrement sur bandes photographiques à déroulement rapide est très onéreux, et les relevés sont rendus fastidieux par la nécessité de compter les oscillations du diapason qui servent de repères.

Le chronographe qui fait l'objet de cette Note permet de faire près d'une minute d'enregistrement sur un papier photographique de dimension réduite (40×60^{cm}), la vitesse du spot lumineux étant de 120^{cm} par seconde; il présente de plus l'avantage de permettre les relevés au dix-millième de seconde par une simple lecture sur une règle graduée une fois pour toutes; la numération des oscillations du diapason de référence est, de plus, instantanée. Tous les éléments qui composent le chronographe sont d'un emploi courant dans les laboratoires; enfin tout l'appareillage électrique peut être alimenté par le secteur d'éclairage. Ce chronographe pourrait donc être utilisé commodément dans toutes les mesures de durée de haute précision.

L'image d'une fente verticale, éclairée par une lampe à incandescence, est renvoyée par le miroir d'un oscillographe, type Blondel, sur une fente horizontale placée devant le cylindre enregistreur. Un prisme, interposé sur le trajet du faisceau lumineux tourne lentement, de telle sorte qu'en l'absence de tout courant dans l'oscillographe, le spot décrive sur le cylindre une hélice, dont le pas peut être réglé par la vitesse de rotation du prisme. On évite ainsi de faire mouvoir le cylindre parallèlement à son axe, ce qu'il est toujours difficile de réaliser correctement, avec des cylindres de grande dimension.

---

(1) Séance du 15 avril 1929.

(2) P. Lejay, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1827; *Journal des Observateurs*, 11, XII, 1928, p. 205.

Un diapason entretenu électriquement faisant 100 oscillations par seconde est placé devant la fente et l'obture pendant un certain temps très court à chaque oscillation. L'enregistrement est ainsi coupé d'interruptions régulières et rapprochées qui servent de repères pour les relevés.

La vitesse de rotation du cylindre est réglée au moyen d'un régulateur à force centrifuge, de telle sorte que le cylindre fasse à peu près un ou deux tours, à volonté, en cent oscillations du diapason. A cet effet une roue dentée, portant cinquante dents, disposée sur l'axe du cylindre, permet l'observation du diapason par stroboscopie.

Il en résulte deux avantages essentiels pour la rapidité des relevés des enregistrements :

1° Le cylindre et le diapason étant synchrones, la distance qui sépare sur le papier photographique deux interruptions successives de la lumière est constante, et le relevé d'une déviation intermédiaire du spot, due au phénomène étudié, peut être fait, exprimée en centièmes de vibration de diapason (sensiblement en dix-millièmes de seconde), à l'aide d'une règle graduée une fois pour toutes.

2° Le numérotage des oscillations du diapason est très rapide, puisqu'il suffit de compter les tours du cylindre pour avoir les centaines, et que, par suite de la constance de la rotation, les unités se retrouvant toujours les mêmes et sur une même génératrice du cylindre, peuvent également être marquées une fois pour toutes sur le bord du papier photographique.

Pour transformer les relevés exécutés par rapport au diapason en dix-millièmes de seconde, il suffira d'enregistrer les tops d'un garde-temps et de calculer de combien la période du diapason diffère d'un centième de seconde. L'expérience montre que cette correction reste toujours très petite et sensiblement constante; des tables peuvent être construites qui dispensent de tout calcul. L'évaluation des relevés en secondes de temps demande alors une lecture dans la table et une addition.

Des recherches actuellement poursuivies sur des diapasons spéciaux dont la durée d'oscillation serait absolument constante pourraient faire supprimer dans l'avenir l'intermédiaire du pendule astronomique de référence.

Application à la mesure des irrégularités des pendules astronomiques. — J'ai entrepris avec ce chronographe l'étude des irrégularités des pendules du Bureau International de l'Heure, en enregistrant simultanément les tops des pendules et ceux d'un pendule libre muni du dispositif radioélectrique cité plus haut.

Les premiers enregistrements ont montré immédiatement que le cylindre du chronographe, le diapason et le pendule libre restaient absolument synchrones. La somme des erreurs dues au diapason, au pendule, aux relevés, aux déformations du papier photographique, n'a en aucun cas dépassé 5 dix-millièmes de seconde. Les irrégularités des pendules à contacts sont sensiblement plus grandes. Ainsi la longueur des différentes secondes d'une même minute de la pendule Leroy 1229, généralement réputée bonne, varie de 4 à 5 millièmes de seconde en plus ou en moins; celle des secondes de la pendule Riefler D, généralement réputée médiocre, varie de 5 à 6 centièmes de seconde.

Une partie de ces irrégularités se retrouve systématiquement à chaque minute et tient aux irrégularités des rouages; une autre partie semble accidentelle et doit être due à l'établissement du contact.

On peut conclure de ces premiers essais :

1° Qu'il est possible de prétendre avec le système de pendule préconisé et le chronographe décrit plus haut à la précision du dix-millième de seconde;

2° Qu'une étude préalable des pendules à contacts s'impose pour les mesures au millième; que des mesures au dix-millième avec ces instruments seraient tout à fait illusoires.

GÉOGRAPHIE. — *Le Badakchan*. Note de M. **J. Barthoux**, présentée par M. L. Mangin.

Le Badakchan est la province afghane encerclée par la boucle que fait l'Ab-i-Pandj (partie haute de l'ancien Oxus) à sa sortie des Pamirs et du Ouakhan. Il est limité au Sud par un important affluent du fleuve, la Koktcha et un tributaire de ce dernier, le Ouardoudj et sa limite extrême est marquée par la ville de Zébak située à 30 kilomètres de l'Oxus. Il mesure donc 200 kilomètres du Nord au Sud, et seulement 100 kilomètres de l'Est à l'Ouest.

Avant d'être incorporé dans les limites actuelles de l'Afghanistan, le Badakchan débordait vers l'Est et le Nord, au delà de l'Oxus, englobant les villages échelonnés sur la rive droite de ce dernier ou dans les vallées y aboutissant. Il est divisé en quinze districts imposés par le groupement naturel des villages et les difficultés des communications. Ce sont :

1° Le long de l'Oxus, et de l'amont à l'aval : l'*Ichkachim* avec un village

de ce nom, siège d'une petite garnison, position qui commande les vallées de l'Oxus et du Ouardoudj et surveille les routes du Turkestan chinois, de l'Afghanistan et du Tchitral; le *Ghâran*, le *Chighnan*, le *Rouchan*, le *Daouraz*.

L'Ab-i-Pandj doit son nom à ces cinq districts impraticables : *eau* (rivière) *des cinq* [districts, gorges]. Passé le sommet de la courbe, se succèdent : le *Ragh* et le *Daoung*, pays des orpailleurs de l'Oxus et de la Koktcha, puis sur le *Roustâk*. Entre les deux derniers a été créé le *Tchaï-âb*.

2° Le long du Ouardoudj : le *Zébâk*, le *Ouardoudj*, le *Barak* et le *Djerm*. Le Barak tient son nom de la vallée qu'il encercle, tributaire, r. d., du Ouardoudj.

3° Le long de la Koktcha : *Faïzâbâd*, la capitale et l'*Haftal* par lequel on rejoint le Roustâk.

4° A l'intérieur le *Chioua*.

Le pays montagneux est très accidenté et dénudé; les points culminants du Darouaz et du Rouchan dépassent 4000^{m}. Il est d'un accès d'autant plus difficile que les neiges le recouvrent près de huit mois de l'année. Le chemin le plus praticable suit l'Oxus, et pendant la mauvaise saison, le fleuve congelé constitue la seule voie de communication en usage.

Vers l'Ouest, il s'abaisse sur la plaine turkestane qu'amorce le Roustâk.

L'Oxus y coule entre des berges profondes et abruptes. Du Ouakhan au Daoung, il descend de 2600^{m} à 900^{m}, et à l'embouchure de la Koktcha, son altitude est 400^{m}. Jusqu'au Daoung, il porte le nom d'Ab-i-Pandj, et en aval celui de Daria-i-Amou, imposé par une ancienne ville dont la situation est perdue; son cours est alors maîtrisé par la plaine, et son débit en cet endroit est sensiblement celui du Danube.

La Koktcha est torrentielle sur presque toute sa longueur; avec un cours plus rapide, on peut lui attribuer l'importance de la Seine. Dans sa partie basse sur un quart de sa longueur, son lit encaissé dans des berges abruptes plongeant à 50° est inaccessible, même aux piétons.

Les cours d'eau de l'intérieur, à l'exception du Chioua et du Dargo (Darouaz), n'ont qu'une faible importance. Leur embouchure est toujours marquée par un modeste village s'étalant sur leurs cônes de déblais. Dans leur partie haute, leurs eaux s'écoulent lentement en méandres compliqués fixés par un feutrage de courts herbages constituant au fond de chaque vallée un ruban marécageux apprécié comme pâturage. En approchant de l'Oxus, la pente s'accroît et ils deviennent rapidement torrentiels.

Les habitants sont en majorité Tâdjiks. Le Roustâk est peuplé d'Uzbeks. La population de l'Est est chiite; elle parle divers dialectes indo-iraniens variant d'un district à l'autre, et ne comprend pas le persan en usage dans

le reste du pays. A l'exception de Faïzâbâd, dont la population atteint 15000 habitants, le Badakchan est dépourvu de villes. Les seuls villages importants de Tchaï-âb, Roustâk et Djerm n'ont guère que 200 à 300 maisons.

La population est rare le long de l'Oxus, l'intérieur du pays est dépeuplé. Le Ouardoudj et le Barak dont les villages verdoyants sont enfouis dans des vergers où dominent les noyers, les abricotiers et les mûriers sont les districts les plus peuplés. Ils peuvent mobiliser trente mille soldats.

Le Badakchan est gneissique au Centre et à l'Est, constituant ainsi le prolongement de l'Hindou-Kouch. Les gneiss s'étendent à l'Ouest jusqu'à Kâlâ-Yaoun et au Nord, ils ne dépassent pas Kâlâ-Ouamâr. Leur bordure Nord et Ouest est formée de schistes verdâtres azoïques, mais dans le Daoung se retrouve le dévonien du col d'Hadjikak. De là et sur la bordure occidentale du Roustâk s'étendent les grès redressés du Sioualik (miocène), grès grisâtres, *sel et poivre*, avec intercalations fréquentes de conglomérats. Ces grès sont très relevés, jusqu'à 70°, de direction N 75° Est et pendent au SSE. Dans le Tchâï-âb, ils deviennent horizontaux. Aux environs de Roustâk, ils couronnent stratigraphiquement des formations anciennes dont je n'ai pu déterminer l'âge.

Dans les gneiss apparaissent de grands bancs de cipolins très minéralisés et qui suivent les plans de gneissification. On y trouve généralement des spinelles et de la phlogopite en abondance. A l'embouchure du Siz, dans le Ghâran, se trouve, à mi-flanc de la montagne, un de ces bancs qui constitue le gisement de rubis balais, le seul connu jusqu'au moment où furent découverts les gîtes de Ceylan. Le gîte du Siz est rive droite du fleuve; il m'était donc inaccessible en raison des événements politiques qui interdisent aux étrangers l'accès du territoire soviétique, à ce moment-là (1926).

C'est des montagnes s'élevant à l'ouest du Ghâran, que provenaient les améthystes et le grenat almandin connus sous le nom persan de *lâl*.

Dans la haute Koktcha, en aval de Robât, j'ai revu le gîte de lapis-lazuli dont Marco Polo nous a signalé l'existence et que le voyageur anglais Wood a repéré voici un siècle. L'entrée de la galerie, aussi bien que celle du gîte de rubis, avait été murée. Le lapis-lazuli imprègne le cipolin au point de se substituer à lui, donnant ainsi une pierre d'un bleu uniforme tachetée de pyrite, ce qui, joint à sa couleur d'une pureté unique, le fait rechercher par tous les lapidaires orientaux.

Il ne m'a pas été possible de retrouver les mines d'argent (galène argentifère?) que Marco Polo prétendait exploitées dans cette province; mais, rubis et lapis-lazuli mis à part, il est évident que le pays est loin d'avoir la richesse que lui attribue le célèbre voyageur vénitien.

PHYSIQUE THÉORIQUE, — *Les pellicules sphériques électrisées et l'effet Stark.* Note de M. L. **Décombe**, présentée par M. Ch. Fabry

1. Désignons par p_1, p_2, p_3 les trois nombres entiers qui, dans la théorie de l'effet Stark, se rapportent respectivement aux deux paramètres paraboliques et au paramètre azimutal servant à définir la position de l'électron. La quantité $p=p_1+p_2+p_3$ représente le rang de l'orbite. Soient $\mathcal{N}_1$, $\mathcal{N}_2$, $\mathcal{N}_3$ les fréquences de variation de chacun de ces paramètres. En l'absence de champ électrique l'orbite est fermée et les trois quantités $\mathcal{N}_1$, $\mathcal{N}_2$, $\mathcal{N}_3$ se confondent avec la fréquence $\mathcal{N}$ de la révolution orbitale.

Soient de plus, en l'absence de champ, $\mathcal{W}$ l'énergie de cet électron sur l'orbite de rang p et $\mathcal{W}'$ ce qu'elle devient lorsque le champ est établi. Si l'on s'en tient aux termes contenant la première puissance du champ F ces quantités satisfont, comme on le sait, aux relations suivantes :

$$(1)\qquad \frac{\mathcal{N}_1-\mathcal{N}_3}{p}=\frac{\mathcal{N}_2-\mathcal{N}_3}{-p}=\frac{\mathcal{N}_3-\mathcal{N}}{p_1-p_2}=\frac{\mathcal{W}'-\mathcal{W}}{hp(p_1-p_2)}=f,$$

f désignant la quantité $\frac{3hF}{8\pi_2 mE}$.

Introduisons les fréquences pulsatoires n_p et n'_p de l'électron orbital de rang p, en présence et en l'absence du champ. Nous avons $\mathcal{W}=h(n_p-n_0)$ et $\mathcal{W}'=h(n'_p-n_0)$, n_0 désignant la fréquence pulsatoire d'un électron libre et au repos. En combinant ces relations avec (1) on obtient les énoncés suivants :

Sur l'orbite de rang p la variation de la fréquence pulsatoire de l'électron ($\Delta n_p=n'_p-n_p$) *due au champ est égale à p fois la variation de la fréquence azimutale de révolution. Elle est aussi égale à* (p_1-p_2) *fois la différence qui existe entre la fréquence azimutale et l'une ou l'autre des fréquences paraboliques. Elle est encore égale à* $p(p_1-p_2)$ *fois la fréquence fondamentale f.*

Si l'on admet que les pulsations harmoniques de la pellicule sphérique électrisée à laquelle nous assimilons l'électron soient analogues à celles des cloches [1] on obtient encore l'énoncé suivant :

Sur l'orbite de rang p la variation de la fréquence azimutale de révolution due au champ est égale à p fois la variation de fréquence du $p^{\text{ième}}$ *harmonique de la pulsation électronique.*

---

(1) Voir *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 823.

2. Considérons maintenant deux orbites distinctes, l'une de rang $p(=p_1+p_2+p_3)$, l'autre de rang $q(=q_1+q_2+q_3)$. En l'absence de champ, la fréquence d'émission lumineuse ν est égale à $n_p - n_q$. En présence du champ, elle devient, par exemple, $n'_p - n'_q$ et l'effet Stark se mesure par la variation $\Delta\nu = n'_p - n_q - (n_p - n_q) = \Delta n_p - \Delta n_q$.

Comme pour l'effet Zeeman, la variation de fréquence $\Delta\nu$ est donc conditionnée par les battements *secondaires* d'origine pulsatoire déterminés par la présence du champ, la fréquence f jouant le rôle de la fréquence de la précession orbitale dans l'effet Zeeman. Toutefois, la relation qui rattache entre elles ces deux quantités est ici plus générale [1].

3. Dans une Note récente [2], M. Sevin propose, du spectre X continu, une explication qu'il considère comme différant complètement de mes conceptions personnelles antérieurement exposées [3]. Le seul point cependant sur lequel le mécanisme de M. Sevin diffère du mien n'est pas explicité dans sa Note. Par fréquence propre de l'électron M. Sevin entend, en effet, *une fréquence de vibration dans une quatrième dimension réelle*, tandis que je désigne sous ce nom *une fréquence de pulsation dans l'espace euclidien ordinaire*. Mais pour tout le reste (freinage de l'électron par l'anticathode, modification concomittante et progressive de la fréquence entre deux limites déterminées dont l'une est égale à zéro et, finalement, production de battements identifiables au spectre X continu avec sa limite bien connue du côté des hautes fréquences), le développement de M. Sevin est identique au mien.

Une autre Note du même auteur sur l'interprétation ondulatoire de l'effet Compton [4] appelle aussi quelques remarques.

On sait que l'effet Compton peut être directement rattaché à l'effet Doppler moyennant l'attribution d'une valeur convenable à la vitesse de l'électron diffuseur. Tout revient à interpréter ondulatoirement cette condition. Pour cela M. Sevin écrit que « le chemin parcouru par l'électron pendant le temps $\frac{1}{\nu'_1}$ est égal à un nombre entier n de longueurs d'onde $c\tau_1$ ». A la notation et aux termes en $\frac{v^2}{c^2}$ près, finalement négligés par M. Sevin, cet

---

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 865. Lorsque la raie primitive ne subsiste pas, il y a lieu d'envisager les battements secondaires de fréquence 2ν qui se produisent entre deux radiations symétriquement déplacées par rapport à la raie primitive.

(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 911.

(3) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1263.

(4) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 986.

énoncé, lorsqu'on y fait avec l'auteur $n = 1$, est équivalent à la condition de résonance (seconde forme) que j'ai explicitée dans ma Note sur la question [1]. Il ne saurait d'ailleurs en être autrement. Du moment où l'on cherche à déterminer la vitesse de recul par une relation entre la vibration incidente et la fréquence électronique on ne peut que retrouver, sous une forme ou sous une autre, les résultats que j'ai obtenus.

PHYSIQUE. — *Sur le calcul des machines électrostatiques.* Note de M. **Henri Chaumat**, présentée par M. d'Arsonval.

Il est un fait frappant : c'est l'ignorance où nous sommes du fonctionnement des machines électrostatiques.

Dans le calcul des machines dynamo-électriques, des alternateurs ou des transformateurs, on part de lois fondamentales bien établies; on peut étudier des formes, déterminer des dimensions pour une puissance déterminée à vitesse donnée; on peut précalculer les pertes et le rendement.

Dans le domaine des machines électrostatiques, qu'elles soient à frottement ou à influence, il y a toujours, soit constamment, soit au début, pour l'amorçage, un développement d'électricité par le frottement. Or il n'y a rien de plus mal connu et de plus mystérieux encore que ce phénomène.

Laissons de côté les machines à frottement qui ont un rendement forcément très mauvais, pour ne retenir que les machines modernes dites à multiplication et à influence. Dans la plus réussie d'entre elles, la machine de Wimshurst, on peut faire une ébauche de théorie et se rendre compte de ce qu'on a appelé l'*effet de multiplication*. Il suffit, dit-on, d'une trace d'électricité pour concevoir que la machine s'amorce. On peut dire qu'on *multiplie une quantité inconnue par un facteur indéterminé*. Il n'est pas possible d'avouer plus complètement que l'empirisme règne ici en maître.

Il paraît cependant possible de calculer une machine électrostatique avec la même rigueur et la même précision qui sont de règle dans tout le domaine de l'Électrotechnique actuelle. Il faudra répudier tout frottement et prendre comme point de départ une source à potentiel constant qui sera par exemple une batterie d'éléments de piles ou d'accumulateurs jouant le rôle d'une *excitatrice*.

Chargeons un condensateur de capacité C avec cette source. Son énergie

---

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1607.

sera

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C},$$

Q désignant, suivant la terminologie habituelle, la valeur absolue de la charge de chacune des armatures.

Si l'on imagine que la capacité varie *à charge constante* (le condensateur étant isolé de la source) l'énergie électrique variera et l'on aura une machine.

Si la capacité diminue, l'énergie électrique augmente et l'on a une *génératrice*. Si la capacité augmente, l'énergie électrique diminue et l'on a un *moteur*.

Les deux machines sont évidemment réversibles et l'on conçoit le mécanisme de la mise en jeu de l'énergie mécanique. Pour faire varier la capacité, il faudra faire varier la distance entre les armatures chargées d'électricités de noms contraires et, pour cela, dépenser, contre les forces électriques, un travail positif ou négatif dans lequel on trouve l'équivalent de la variation d'énergie électrique.

On pourrait imaginer que l'on fasse varier la capacité de condensateurs immobiles par le jeu de commutateurs tournants qui modifient simplement les connexions. A coup sûr, il n'y a pas ici mise en jeu de travail mécanique et l'on peut affirmer *a priori* que la charge varie et que c'est l'énergie électrique qui se maintiendra constante aux pertes près. Nous aurons ici un *transformateur*. C'est à ce type d'appareils qu'appartient la machine autrefois célèbre créée par Gaston Planté sous le nom de machine rhéostatique.

Revenons aux machines proprement dites. On conçoit qu'il soit possible de réaliser des capacités de valeur variable à l'aide de pièces conductrices tournantes. Si l'on fait diminuer la capacité en fonction du temps suivant une loi quelconque fixée *a priori*, comme on a toujours :

$$Q = CU$$

et que la charge est constante, on pourra réaliser une génératrice donnant une tension variable, en fonction du temps, suivant une loi quelconque fixée *a priori*. On pourra réaliser une tension sinusoïdale et construire des génératrices monophasées, diphasées, triphasées.

On conçoit l'infinie variété des machines que l'on pourrait construire en

s'inspirant des idées générales qui précèdent. On pourrait réaliser des tensions variant, en fonction du temps, suivant des lois nouvelles et jusqu'ici sans applications et qui peuvent avoir des propriétés inattendues.

ÉLECTRICITÉ. — *Force électromotrice réversible d'électrolyse.* Note de M. J. **Vuillermoz**, présentée par M. A. Cotton.

La différence de potentiel existant entre une solution 2N. SO^4H^2 et une électrode de platine polarisée négativement avec une densité de courant de 0,2 à 2 mA par centimètre carré a été observée à l'instant de la rupture du courant et pendant la première demi-seconde de dépolarisation spontanée.

1° La rupture simple du courant ne se traduit pas par une variation instantanée de la différence de potentiel.

2° La rupture du courant accompagnée d'une décharge statique à travers le contact électrode-électrolyte provoque une variation instantanée de la différence de potentiel. En employant des décharges mettant en jeu des quantités d'électricité croissantes q_1, q_2, ..., la variation instantanée u_1, u_2, ... est de plus en plus en grande.

3° Les décharges étant de sens inverse au courant polarisant, l'ensemble des courbes de dépolarisation consécutives à cette variation instantanée représente un réseau pouvant être divisé en deux parties par une certaine droite de faible coefficient angulaire et d'ordonnée à l'origine voisine de — 0^v,49 [1].

Toutes les courbes paraissent tendre asymptotiquement vers cette droite, les unes par valeurs croissantes de la différence de potentiel, les autres par valeurs décroissantes. Pour une décharge déterminée q_n ayant provoqué une variation instantanée u_n, la courbe de dépolarisation se confond avec cette droite.

Ces résultats s'expliquent par l'assimilation du contact électrode-électrolyte à deux portions de circuit en parallèle, l'une comportant un condensateur, l'autre la résistance de passage et la force électromotrice réversible.

Normalement, la dépolarisation serait la superposition d'une dépolarisation électrostatique et d'une dépolarisation chimique.

---

(1) Valeur notée par rapport à l'électrode | Hg | HgCl | K Cl sat. |.

Les décharges envoyées à travers le contact agiraient sur le condensateur électrode-électrolyte. Le rapport $C = \frac{q_1}{u_1} = \frac{q_2}{u_2} = \ldots$ représenterait la capacité vraie. On trouve $C = 10$ à 40 microfarads par centimètre carré.

Dans les courbes de dépolarisation consécutives aux décharges statiques, seule la dépolarisation électrostatique serait modifiée. Après la décharge q_n la dépolarisation électrostatique ne se manifesterait plus.

— $0^v,49$ serait la force électromotrice réversible d'électrolyse.

u_n variable de $0^v,1$ à $0^v,5$, serait la chute de potentiel due à la résistance de passage pendant l'électrolyse.

PHYSIQUE. — *Mesure de la tension interfaciale entre les huiles minérales et les solutions aqueuses. Influence du degré de raffinage et du degré d'altération des huiles.* Note [1] de MM. **H. Weiss** et **E. Vellinger**, présentée par M. A. Rateau.

Nous avons vu [2] comment la tension interfaciale d'un système d'huile minérale — solution aqueuse d'électrolyte était susceptible de varier sous l'influence du pH et de la nature des électrolytes de la phase aqueuse. Nous avons appliqué cette technique à l'étude du degré de raffinage des huiles minérales et de leur altération en service.

Lorsqu'on examine la tension interfaciale d'huiles ayant subi un raffinage plus ou moins poussé, on constate que la courbe de la tension interfaciale en fonction du pH peut prendre toutes les formes intermédiaires comprises entre les deux catégories indiquées dans notre précédente Note. Les huiles donnant une courbe rentrant dans la catégorie I peuvent se distinguer, en outre, par la valeur absolue de la tension interfaciale maximum, comme le montre la figure 1. Ces courbes se classent dans le même ordre que le degré de raffinage des huiles. La courbe 207 correspond à une huile surraffinée parfaitement incolore, la courbe 206 à une huile légèrement jaune d'un degré de raffinage moindre, enfin la courbe 205 correspond à une huile jaune brun dont le degré de raffinage est encore moindre. Ces trois huiles sont obtenues à partir du même brut. Lorsque le raffinage est

(1) Séance du 15 avril 1929.

(2) H. Weiss et E. Vellinger, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 901.

encore moins poussé, on obtient des courbes rentrant dans la catégorie II, c'est-à-dire dont l'extrémité correspondant aux forts pH plonge rapidement vers l'axe des pH. Cependant nous avons rencontré certaines huiles, dites surraffinées, qui présentaient également une courbe avec chute

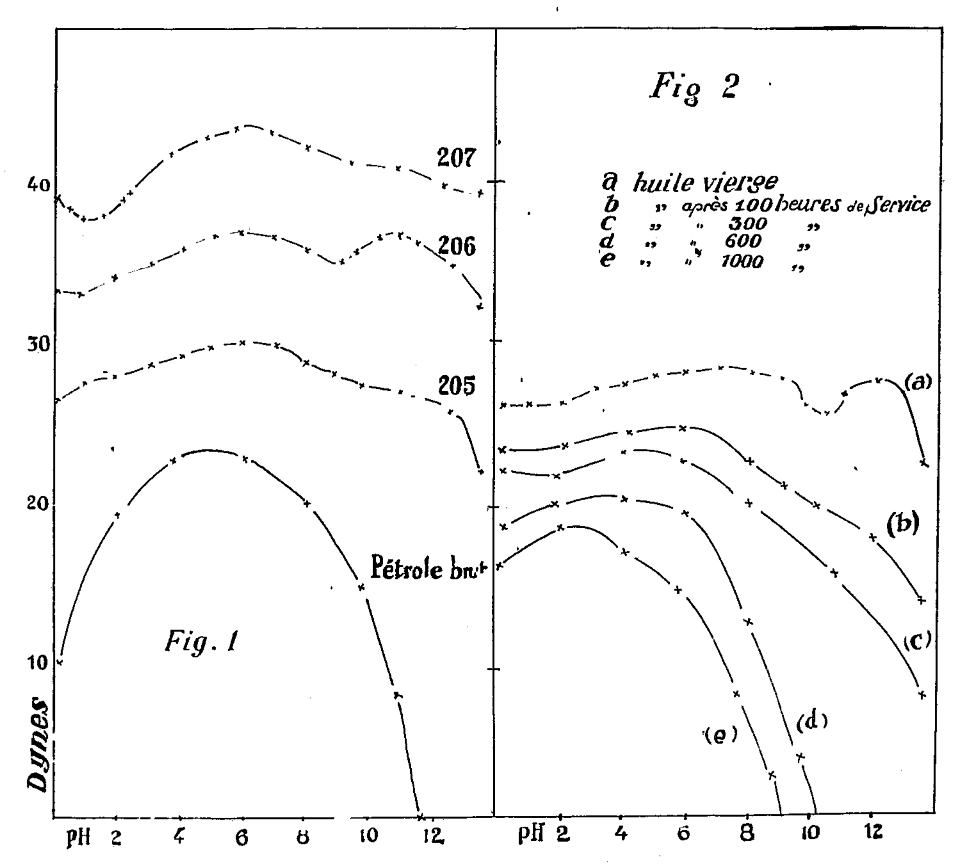


Fig. 1. — Influence de raffinage sur la forme des courbes de tension interfaciale entre les huiles minérales et les solutions aqueuses de pH divers.

Fig. 2. — Influence de l'altération en service sur la forme des courbes de tension interfaciale entre les huiles minérales et les solutions aqueuses de pH divers.

rapide aux forts pH. Ces huiles semblent contenir un constituant qui possède une action dépressive sur la tension interfaciale aux deux extrémités de l'échelle des pH, mais plus spécialement pour la région des pH élevés, et dont la présence semble liée à l'origine de l'huile, au mode de raffinage et au degré d'altération.

Les courbes des fractions légères extraites du pétrole brut se placent dans la même région de tension interfaciale que les huiles blanches surraffinées. Dans ce cas également, elles semblent se suivre au point de vue tension interfaciale décroissante dans l'ordre du degré de raffinage des fractions correspondantes, c'est-à-dire : essence normale, éther de pétrole, essence tourisme, lampant.

Réciproquement, l'altération des huiles minérales en service a pour résultat l'abaissement de la tension interfaciale. Dans une même huile, et pour des degrés d'altération croissante, les courbes de la tension interfaciale en fonction du pH de la solution aqueuse sont décalées dans le sens d'une diminution des tensions (voir *fig.* 2). L'extrémité des courbes correspondant aux forts pH plonge progressivement. Cette disposition des courbes traduit l'altération chimique des huiles avec une grande sensibilité. L'abaissement de la tension interfaciale ne se poursuit pas indéfiniment. Si l'on représente la tension interfaciale pour un pH déterminé en fonction des heures de service (ou des heures de chauffage lorsqu'il s'agit d'une altération artificielle), l'on obtient une courbe présentant d'abord une chute rapide qui tend ensuite vers un palier.

Pour des temps de service ou de chauffage identiques, la tension interfaciale de diverses huiles ne décroît pas dans la même proportion. Cette décroissance, qui se fait plus ou moins rapidement, nous donne des indications sur la vitesse d'altération de l'huile.

Il ressort de ce qui précède que la tension interfaciale des huiles altérées tend de plus en plus vers la tension des huiles insuffisamment raffinées, l'altération pouvant être considérée comme un processus inverse du raffinage.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre d'arc du samarium. Mesures faites à la pression normale entre* $\lambda = 2750$ I. A. *et* $\lambda = 2200$ I. A. Note (1) de M. **S. Piña de Rubies**, présentée par M. G. Urbain.

Dans une Note précédente nous avons arrêté les mesures des raies nouvelles du samarium vers la longueur d'onde de 2750 I. A.; nous les poursuivons dans le présent travail jusqu'à 2200 I. A. environ.

---

(1) Séance du 15 avril 1929.

Spectre d'arc du samarium à pression normale.

Longueur d'onde.	Intensité.	Longueur d'onde.	Intensité.	Longueur d'onde.	Intensité.	Longueur d'onde.	Intensité.
2748,73	1	2704,82	1	2646,7	1 a??	2558,51	1
47,8	0	03,58	1	44,1	1 ?	54,87	1
46,87	1	02,49	1 dif. r.	42,83	1+	50,2	1 ?
45,74	1	01,79	1	40,27	3	44,66	2
45,33	1	01,3	0	40,11	1	38,08	1+
44,91	1	2700,69	1+	38,03	1	36,18	1+
44,59	1 Fe?	2698,28	2	36,30	1	22,2	0
44,07	1 Fe?	98,08	2	33,3	1	16,81	1
42,46	2 Fe?	96,13	2	31,80	1 a	15,35	1
41,22	1	93,93	1	30,22	1+?	09	1
40,60	1	93,74	1+	29,66	1	07,22	1
40,12	1	93,35	3	28,16	2+	02,27	1
39,90	1+	〃 91,9	0	27,99	1	2501,88	1
37,95	1	90,89	2	27,77	1	2488,8	1
37,66	1	89,37	1	24,47	1+	84,96	1+
35,8	1 d	88,61	1+	22,92	2	80,62	1
34,8	1	87,03	1	21,20	1+	75,41	1+
34,43	1+	85,25	1+	16,35	1	73,94	1
32,42	2	84,59	1	10,04	2	71	1
31,5	0	83,39	1	09,26	1+	41,16	1+
31,10	1	80,78	1	08,26	1	16,01	1
〃 29,69	1	80,15	1	04,44	1+ad	2413,94	1
29,1	1	〃 77,7	0	02,46	1	〃2398,58	1 Ca?
28,38	2	77,07	1+	2601,31	0	〃 97,14	1
27,16	1+	75,15	3	2597,9	0 ?	〃 90,69	1
26,24	1 Fe?	72,39	1	97,11	1	〃 89,38	1
24,3	1	71,01	1	96,12	1 ?	〃 83,48	1
23,1	1	69,40	1	90,2	0 a	77,68	1
〃 22,01	1	〃 68,82	1	89,50	1 a	57,9	1
18,15	1	66,0	1+d	88,67	2	31,28	1+
17,27	1 d?	63,4	1	83,9	1	27,16	0
〃 15,72	1	62,43	2	80,5	1	20,58	0
14,78	1	59,0	1 ?	77,27	2	2319,00	1+
13,48	1+a	58,5	1 ?	〃 74,34	1	2288,84	1+
12,49	1 a	57,66	2	72,21	1+	88,46	1+
12,09	1 ad	55,27	1 a	69,73	1	87,52	1
〃 09,42	1	53,95	1 a	66,40	1+	84,98	1+
〃 07,96	3	〃 52,0	1	65,31	1		
~~05,66~~	~~1~~	~~50,73~~	~~1 ?~~	~~59,5~~	~~1+~~		
05,54	1	49,15	3	58,70	1		

a, bords pas nets; d, double; dif, diffuse; r, vers le rouge; ?, raies coïncidant avec d'autres éléments; 〃, raies n'ayant été l'objet que d'une seule mesure.

SPECTROSCOPIE. — *Séparation des divers spectres d'étincelle de l'antimoine.* Note de M. R. **Soulillou**, présentée par M. Ch. Fabry.

L'étude spectroscopique de la décharge sans électrodes permet de séparer le spectre d'un élément en plusieurs groupes sensiblement homogènes, dont les caractères (intensité et longueur des raies) dépendent de la pression du gaz et du régime de la décharge. Dans un grand nombre de cas (néon, mercure, phosphore, etc.), ces groupes ont été identifiés avec les spectres correspondant aux étapes successives de l'ionisation.

Cette méthode a été appliquée à l'antimoine, purifié avec soin et introduit par distillation lente dans un tube cylindrique de silice fondue transparente. Le champ spectral étudié s'étend de 3800 à 1900 Å, et la classification obtenue porte sur près de 300 raies, comprenant un grand nombre de raies nouvelles.

Le spectre de moindre excitation ne renferme que les raies d'arc indiquées dans les tables classiques, ainsi que les raies ayant pour longueurs d'onde : 2858,04; 2073,06; 1989,96 et 1970,50, déjà signalées par Malurkar (¹).

Les raies d'étincelle peuvent être réparties dans trois groupes E_1, E_2 et E_3 (vraisemblablement Sb II, Sb III et Sb IV), correspondant à des excitations d'intensité croissante. Les deux derniers sont parfaitement homogènes, mais le spectre E_1, qui est le plus riche en raies, semble constitué par deux sous-groupes E_1 et E'_1 (la discrimination entre ces deux types d'évolution est d'ailleurs très difficile, ou même impossible, pour un grand nombre de raies). A part quelques exceptions, cette classification est en bon accord avec les observations de Kimura et Nakamura (²) relatives aux longueurs relatives des raies dans le spectre de l'étincelle.

Les spectres de raies sont accompagnés d'une émission continue peu intense qui, pour les faibles excitations, est localisée dans une région annulaire, au voisinage de l'enroulement du tube. On obtient ainsi, sur les spectrogrammes, deux bandes symétriques dont l'intensité diminue vers le centre du champ. Pour les tensions plus élevées, le spectre continu est émis par la région centrale du tube et se traduit alors par un trait axial. En aucun cas, le raccordement du spectre continu aux raies des divers spectres d'étincelle n'a été observé.

(¹) *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 24, 1928, p. 85.
(²) *Scient. Pap. Inst. Phys. Chem. Res. Tokyo*, 3, 1924, p. 50.

Dans les tableaux suivants sont mentionnées quelques raies intenses caractéristiques des divers groupes du spectre d'étincelle. Les longueurs d'onde ont été mesurées directement sur les clichés (à quelques centièmes d'angström près), en utilisant comme étalons les raies du fer ou du cuivre, suivant la région étudiée.

Groupe E_1 ([1]).				Groupe E_2.		Groupe E_3.	
Int.	λ.	Int.	λ.	Int.	λ.	Int.	λ.
4.....	3719,60*	5.....	2889,93*	6	3738,58	8.....	3687,01
4.....	3691,48*	6	79.62*	5.....	3651,68	10.....	3425,89
6.....	29,88*	5.....	62,84*	8.....	3566,40	4.....	3374,60
5.....	03.17*	5.....	26,60*	8.....	59,23	4.. .	3288,17
8.....	3597,53	5.....	2797,74*	7.....	33,58	4.....	87,70
8.....	3498,50	4.....	88,93*	7.....	19,20	6.....	3024,62
8.....	73,63	5.....	75,80*	8.....	04,30	6....	2857,07
4.....	59,22*	5.....	64,68*	8.....	3336,90	10.....	2740,99
5.....	3366,90*	7.....	2656,60	7.....	2913,27	5.....	14,96
5.....	33,19*	5.....	10,47	10.....	2790,39	5.....	14,70
4.....	07,23*	5.....	2571,35	6.....	86,00	5.....	00,11
5.....	04,10	5.....	67,76	8.....	2669,52	6.....	2681,77
8.....	3241,30	6.....	65,37	10.....	17,28	5.....	66,80
8.....	3040,75	4.....	57,45*	10.....	2590,20	10.....	32,10
7.....	21,90	7.....	43,82	8,....	07,72	6.....	2594,10
7.....	11,04	6.....	2296,01	5.....	2482,60	4.....	14,08
7.....	2981,08	7.....	03,66	5.....	79,17	6.....	2195,46
7.....	66,12	6.....	2190,95			5.....	2087,95
4,....	23,10*	8.....	70,21			5....	76,37
6.....	2891,37	8.....	2054,01				

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre continu du tube à hydrogène.* Note de MM. **D. Chalonge** et **M. Lambrey**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans une précédente Note ([2]) nous avons décrit un modèle de tube à décharges permettant de produire avec une grande intensité le spectre continu de l'hydrogène ([3]). Nous résumons ici les premiers résultats d'une

([1]) Le signe * indique les raies E_1, dont l'excitation semble nécessiter des tensions un peu plus élevées.

([2]) Lambrey et Chalonge, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1057.

([3]) Bay et Steiner (*Zeitschrift für Physik.*, **45**, 1927, p. 337) ont décrit depuis un tube analogue.

nouvelle étude des conditions de fonctionnement et de la constitution du spectre d'un certain nombre de ces tubes.

Ils sont tous constitués essentiellement par un tube étroit ayant une longueur de 5 à 12^{cm} et un diamètre intérieur de 2 à $4^{mm},5$ prolongé par deux parties plus larges renfermant ou supportant les électrodes. Une fenêtre de quartz permet l'observation en bout. Avant scellement ils sont remplis d'hydrogène pur et sec sous quelques millimètres de pression au moyen d'un osmorégulateur. Au point de vue de l'excitation électrique, les uns, à électrodes intérieures, utilisent un courant de basse fréquence (50 périodes) de 10 à 150 milliampères sous 1000 à 2500 volts, les autres, à électrectrodes extérieures, (bagues de cuivre enroulées sur les extrémités) sont alimentés par le courant de haute fréquence (500000 périodes) fourni par le générateur d'ondes entretenues Beaudouin.

1° *Influence de la pression d'hydrogène.* — Lorsque la pression croît l'intensité du spectre continu passe par un maximum pour une pression comprise entre 2 et 3^{mm}. D'ailleurs la variation de l'intensité entre $1^{mm},5$ et 4^{mm} est très lente.

2° *Influence du régime de la décharge.* — Pour une pression donnée, les intensités des diverses radiations croissent proportionnellement entre elles et à peu près proportionnellement à l'intensité du courant de décharge. La répartition de l'énergie dans le spectre ne subit donc pas de modification sensible.

3° *Comparaison des spectres émis par les différents tubes.* — Nous avons photométriquement comparé trois tubes très différents : l'un [1] (A) à électrodes d'aluminium (pression 3^{mm}) fonctionnant sous une différence de potentiel de 1150 volts avec un courant de 41 milliampères l'autre (B) à petites électrodes de tungstène (pression $4^{mm},5$ fonctionnant sous 2600 volts avec 10 milliampères, le troisième (C) à électrodes extérieures (pression $2^{mm},5$). La répartition de l'énergie dans le spectre des deux tubes A et B est exactement la même entre 2300 et 4500 A. Le spectre de C s'écarte légèrement de celui des deux autres, mais la majeure partie de la différence peut s'expliquer par l'absorption d'une partie du rayonnement de ce tube par l'ozone qu'il crée en abondance (tube entièrement en silice fondue).

Il semble donc que la répartition de l'énergie dans les spectres continus émis par des tubes très différents, diffère extrêmement peu.

4° *Comparaison du spectre continu de l'hydrogène à celui du cratère posi-*

(1) Modèle Dunoyer.

tif de l'arc au charbon. — La comparaison a été faite photographiquement entre 2200 et 4400 Å. Supposant que le cratère positif de l'arc rayonne comme un corps noir à 3750°, nous avons calculé la répartition de l'énergie entre les diverses radiations du spectre de l'hydrogène. Voici en unités relatives les valeurs obtenues :

λ.	Intensité.	λ.	Intensité.	λ.	Intensité.	λ	Intensité.
2200....	23,0	2800....	14,6	3400....	5,4	4000....	2,8
2400....	22,0	3000....	10,4	3600....	4,2	4200....	2,4
2600....	19,0	3200....	7,1	3800....	3,4	4400....	2,1

La précision de ces déterminations n'est pas très grande surtout pour les longueurs d'onde les plus courtes. Il apparaît cependant que l'intensité du spectre croît régulièrement depuis 4400 Å et très probablement depuis le rouge jusqu'à 2200 Å, où elle semble atteindre un maximum. (Ces résultats sont naturellement rapportés à une courbe de dispersion normale.)

L'ensemble de ces observations : allure de la répartition énergétique, intensité lentement variable avec la longueur d'onde, similitude des spectres obtenus dans des conditions très différentes, suggère l'emploi possible de ces tubes comme étalons d'intensité dans l'ultraviolet.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur une nouvelle méthode d'étude du comportement électrochimique des corps en solution très diluée.* Note de M. **F. Joliot**, présentée par M. Perrin.

Pour déterminer le potentiel du dépôt électrochimique d'un corps sur une électrode inattaquable (or ou platine) on mesure le courant d'électrolyse i correspondant à différents potentiels de l'électrode E. On constate un accroissement brusque de ce courant à partir d'un certain potentiel et simultanément le corps apparaît sur l'électrode. Le point de rencontre du prolongement de la partie rapidement ascendante de la courbe $i = f(E)$ avec l'axe des potentiels détermine le potentiel de dépôt du corps étudié dans les conditions de l'expérience. Il est impossible d'employer cette méthode lorsque la concentration de la solution est très faible; le courant dû la décharge des ions du métal étudié devient une très petite fraction du courant total correspondant en majeure partie au transport des ions hydrogènes. Dans le cas des radioéléments qui sont présents en solution en quantité minime (10^{-16} à 10^{-6} gr) on mesure la vitesse du dépôt de

l'élément sur l'électrode maintenue à potentiel constant. La courbe obtenue en portant en ordonnées les vitesses de dépôt et en abscisses les potentiels correspondants présente une montée brusque permettant la détermination du potentiel critique de dépôt. Le dosage des quantités déposées s'effectue par la mesure de la radioactivité du corps. Dans une Note précédente [1] j'ai décrit un appareil permettant l'étude de ces phénomènes d'une façon continue et éliminant les manipulations des électrodes. Le but de la présente Note est de décrire une méthode semblable applicable aux corps ordinaires inactifs en solution très diluée.

Principe. — On détermine la vitesse de dépôt du corps étudié par la mesure de l'augmentation de la densité optique d'une électrode d'or ou de platine transparente à la lumière sur laquelle s'effectue le dépôt. A cet effet, l'électrode est constituée par une glace de verre sur laquelle on a déposé par projection cathodique une couche très mince (20 à $40^{\mu\mu}$) d'or ou de platine. Cette électrode s'applique par un rodage sur un petit orifice percé dans la paroi du récipient à électrolyse. On place derrière une cellule photoélectrique qui ne peut recevoir que la lumière transmise par l'électrode et issue d'une source lumineuse placée derrière un deuxième orifice percé dans la paroi vis-à-vis de l'électrode. Le courant i donné par la cellule employée était proportionnel au flux lumineux. On a la relation $\log i = \mathrm{A} - \mathrm{B}x$, x étant l'épaisseur du métal déposé, A et B deux constantes. Au début de l'électrolyse $x = 0$, $i = i_0$ par suite $\log i_0 = \mathrm{A}$ d'où $\log \frac{i_0}{i} = \mathrm{B}x = \frac{\mathrm{B}}{s\delta} \times m$ en posant s surface de l'électrode, δ densité du corps étudié, m la masse correspondante à l'épaisseur x. La vitesse de dépôt pour chaque potentiel d'électrode se déduit de la courbe représentant la variation de $\log \frac{i_0}{i}$ en fonction du temps. La mesure des densités optiques des lames métalliques minces montre qu'il est possible de déterminer leur épaisseur à environ deux couches atomiques près. On peut donc prévoir une très grande sensibilité pour la mesure de la variation des masses déposées sur une électrode de petite surface. Les détails du montage et les diverses précautions à prendre feront l'objet d'une publication ultérieure. En premier lieu, j'ai repris la détermination du potentiel de dépôt du bismuth sur électrode d'or, d'une solution de nitrate en milieu nitrique 0,5 normale. La surface de l'électrode était de 3^{mm^2} et le volume de la solution 5^{cm^3}. Les résultats obtenus furent les suivants :

[1] *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1325.

1. Solution Bi	$1,15 \times 10^{-4} n$	$t = 18°$	pot. de dépôt...	$-0^v,130$/HgKCl 1 n	
2. »	$5 \times 10^{-4} n$		»	$-0^v,115$	»
3. »	$10^{-6} n$		»	$-0^v,160$	»

qui donneraient respectivement pour le potentiel normal $-0^v,052$; $-0^v,051$; $-0^v,044$ par rapport à l'électrode au calomel. Dans ces mesures les quantités déposées n'ont pas dépassé 10^{-5} gr. La méthode permet de déceler avec facilité l'arrivée ou le départ de 10^{-7} gr de matière sur l'électrode.

Dans une deuxième expérience j'ai étudié le potentiel de dépôt du tellure sur électrode d'or à partir d'une solution 10^{-3} normale d'acide tellureux dans l'acide nitrique 0,2 normale. Ce potentiel a été trouvé égal à $-0^v,11$/HgKCl 1 n (cathode); on n'a observé aucun dépôt à l'anode à moins de 10^{-7} gr près. Cette méthode permet en outre de suivre d'une façon continue la réaction des ions étudiés avec des réactifs que l'on ajoute à la solution. En électrolysant une solution sulfurique contenant 10^{-6} gr de tellure, la cathode étant au potentiel de $-0^v,130$/HgKCl 1 n, on constate une augmentation progressive de la densité optique de l'électrode au cours du temps. On ajoute à la liqueur agitée une solution saturée de SO^2 et on observe un ralentissement de la vitesse de dépôt qui après quelques instants tombe à zéro. En outre on ne peut plus déposer le tellure en modifiant le potentiel de l'électrode. Ce phénomène correspond bien à la réduction chimique de l'acide tellureux en tellure par l'acide sulfureux suivi de précipitation visible si la quantité de tellure est suffisante.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Équilibre à l'état liquide entre le potassium, le sodium et leurs bromures.* Note de M. **E. Rinck**, présentée par M. H. Le Chatelier.

J'ai précédemment étudié soit en collaboration avec M. Hackspill [1], soit seul [2], les réactions d'équilibres suivantes :

$$\mathrm{Na + KCl \rightleftharpoons K + NaCl},$$
$$\mathrm{Na + KOH \rightleftharpoons K + NaOH}.$$

Avec les bromures tout se passe comme avec les chlorures et les mêmes appareils ont pu être utilisés. J'ai donc chauffé en tube de fer scellé un

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 463,
(2) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 43, 1928, p. 812.

mélange, soit de sodium et de bromure de potassium, soit de potassium et de bromure de sodium.

Après avoir agité le tube en position horizontale pendant 30 minutes, on le laissait reposer en position verticale pour assurer la séparation complète des deux phases. Pendant toutes ces opérations la température était maintenue constante et égale à 800° ± 10° C; c'est-à-dire bien au-dessus de la température de fusion du bromure de potassium 740°C et du bromure de sodium 765°. On refroidit brusquement le tube.

L'analyse des deux phases : alliage : potassium-sodium et sels : bromures de potassium et de sodium était faite par les méthodes usuelles.

Voici les résultats obtenus :

État initial. Poids en grammes des substances mises en présence.				État final (équilibre à 800° C.). Substances pour 100 (poids) dans chaque phase.				
Na.	K.	Na Br.	K Br.	K.	Na.	K Br.	Na Br.	Constante *c*.
21	–	–	7	7,2	92,8	58,0	42,0	26,1
10	–	–	7	10,2	89,8	69,8	30,2	29,8
8	–	–	8	11,2	88,8	69,0	31,0	25,9
–	5,5	16,5	–	13,95	86,05	78,7	21,3	33,4
8	–	–	16	14,2	85,8	76,15	23,85	28,3
10	–	–	20	14,67	85,33	80,0	20,0	34,1
7	–	–	20	16,03	83,97	78,35	21,65	27,8
7	–	–	20	17,4	82,6	80,2	19,8	28,2
5	–	–	20	18,95	81,05	82,8	17,2	30,2
5	–	–	20	20,8	79,2	83,0	17,0	27,3
3	–	–	20	30,2	69,8	87,3	12,7	23,3
–	8	16	–	36,1	63,9	93,0	7,0	34,5
–	7,2	11,0	–	48,4	51,6	94,9	5,1	29,1
–	7,5	7,0	–	76,7	23,3	98,2	1,8	24,3
–	16,5	5,5	–	89,3	10,7	99,8	0,2	–

On constate, d'après les chiffres obtenus, que la loi d'action de masse $\frac{(\mathrm{Na})(\mathrm{KBr})}{(\mathrm{K})(\mathrm{NaBr})} = c$ est vérifiée et que c est une constante égale à 28,8 avec écart maximum de 20 pour 100.

Quelques essais à 900 et 1000° C. ont montré que la constante c ne varie pas sensiblement avec la températeure. L'effet thermique de la réaction $\mathrm{Na} + \mathrm{KBr} \rightarrow \mathrm{K} + \mathrm{NaBr}$, qui à température ordinaire est de $-9^{\mathrm{cal}},5$, doit donc être voisin de zéro entre 800 et 1000° C., comme c'est le cas pour les équilibres déjà étudiés.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination cryoscopique des équilibres moléculaires de la résorcine dans les solutions aqueuses de chlorure de potassium.* Note de MM. **F. Bourion** et **Ch. Tuttle**, présentée par M. G. Urbain.

Dans le but de compléter l'étude que nous avons faite antérieurement [1] de la détermination cryoscopique des équilibres moléculaires de polyphénols en solution aqueuse et de la détermination ébullioscupique de ces équilibres, dans les solutions de chlorures de potassium, sodium et lithium, que l'un de nous a publiée en collaboration avec M. Rouyer [2], nous avons examiné par voie cryoscopique les solutions de résorcine dans les solutions de ClK.

Nous avons étudié les deux séries 0,5M, et 1,225M ClK. On sait, que dans une même série, le rapport de la masse de ClK à la masse d'eau contenue dans le mélange ternaire est déterminé, et en particulier, égal à celui qu'il possède dans le mélange eau-ClK, dont la composition définit la série. On a

$$K_n = \frac{c^n}{c'},$$

n, c et c', désignant le degré d'association, et les concentrations des molécules simple et triple. On a

$$K_n = \frac{n.C^{n-1}(n \times 110\,\Delta C - ak)^n}{(n-1)^{n-1}a^{n-1}(nak - n \times 110\,\Delta C)},$$

C étant la concentration totale de la résorcine exprimée en molécules simples, a la masse de ce corps se trouvant en présence de 100^g d'eau, k et ΔC les constantes et abaissement cryoscopique. On obtient k par l'équation

$$\frac{C_2^{n-1}(n \times 110\,\Delta C_2 - a_2 k)^n}{a_2^{n-1}(na_2 k - n \times 110\,\Delta C_2)} - \frac{C_1^{n-1}(n \times 110\,\Delta C_1 - a_1 k)^n}{a_1^{n-1}(na_1 k - n \times 110\,\Delta C_1)} = 0,$$

a_1 et a_2, ΔC_1 et ΔC_2 correspondant aux concentrations ΔC_1 et ΔC_2.

On résout cette équation par la méthode des premiers passages par zéro

---

(1) F. Bourion et Ch. Tuttle, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1124, et *Journ. de Chim. phys.*, 25, 1928, p. 485-496.

(2) F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 941 et 1064; 186, 1928, p. 82, et 188, 1929, p. 626; *Journ. de Chim. phys.*, 24, 1927, p. 437-469, et 25, p. 234-248.

modifiée sous la forme de méthode d'encadrement plus rapide que la primitive. Les mesures ont été faites par la méthode de Raoult à peine modifiée.

1. Les solutions de ClK, définies par un rapport donné ClK-eau, constituent un milieu possédant une constante cryoscopique déterminée. Pour chaque série, la résorcine dissoute dans les solutions de ClK donne lieu, selon la concentration, à des équilibres entre molécules simples et doubles, ou entre molécules simples et triples, alors que dans l'eau pure, on n'observe que des équilibres entre molécules simples et triples, dans les deux séries, les équilibres entre molécules simples et doubles, s'étend jusqu'à la concentration 0,5M en résorcine, tandis que l'équilibre entre molécules simples et triples, va de la concentration 1,00M aux concentrations 1,750 et 1,875.

On a obtenu les valeurs suivantes pour k, K_2 et K_3 :

	Eau pure.	0,5M ClK.	1,225M ClK.
k	18,4	22,3	25,0
K_2	»	env. 0,9	1,00
K_3	»	1,50	1,37

La constante cryoscopique, sensiblement plus élevée dans les solutions de ClK que dans l'eau, croît avec la concentration en chlorure.

La constante K_3, pour les deux séries, est notablement plus faible que dans l'eau; elle semble décroître, quand la concentration en chlorure augmente; les écarts, toutefois, n'excèdent pas les erreurs d'expériences.

3. Des considérations thermodynamiques montrent que si le chlorure possède la même pression osmotique dans l'eau que dans le mélange ternaire à la même concentration et si la résorcine obéit à la loi de Van't Hoff, relative aux solutions diluées, les solutions de ClK devaient satisfaire, comme milieu, aux lois de la cryoscopie, avec une constante cryoscopique sensiblement égale à celle de l'eau pure. Ce résultat est en contradiction avec l'expérience. On trouve une interprétation de cette divergence en admettant une adsorption de l'eau par les ions et les molécules du sel.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la corrosion de l'aluminium.* Note de M. **Jean Calvet**, présentée par M. C. Matignon.

L'aluminium très pur, obtenu dans le procédé Hoopes par affinage électrolytique, présente dans l'acide chlorhydrique 2,5 N à 24° une période de

passivité extrêmement longue : 2 ou 3 jours au lieu de quelques minutes pour un aluminium ordinaire [1].

Dans les essais de corrosion en milieu chlorhydrique étendu, on doit s'attendre à trouver une différence considérable entre cet aluminium extra-pur et les aluminiums ordinaires. Il est probable que, même dans une attaque très prolongée l'aluminium pur ne sera pas sorti de la période de passivité alors que les autres aluminiums seront très profondément attaqués.

Pour vérifier ce fait nous avons comparé l'attaque d'un aluminium extra-pur avec l'attaque du meilleur métal fabriqué en France par le procédé ordinaire [2] et d'un aluminium de titre courant. Les métaux d'où l'on a tiré les échantillons pour essais étaient sous forme de lingots. L'analyse, faite sur des prises d'essais très importantes, jusqu'à 20^{g} dans le cas du métal pur, nous a donné les résultats suivants :

	Si pour 100.	Fe pour 100.	Cu pour 100.	Al par différence.
Al Hoopes..........	0,019	0,015	0,022	99,943
Al pur.............	0,09	0,16	néant	99,75
Al ordinaire........	0,036	0,46	néant	99,18

Nous avons pris de grandes précautions dans la préparation et le nettoyage des échantillons. Nous avons employé des métaux bruts de coulée, l'expérience nous ayant montré qu'un laminage dans les conditions habituelles fait facilement disparaître la passivité remarquable de l'aluminium extra-pur par introduction d'impuretés. Par exemple il a été mis à notre disposition un échantillon d'aluminium raffiné, laminé dans une usine, et donné comme dosant 99,87 d'aluminium : il ne présentait pas de résistance remarquable à l'action de l'acide chlorhydrique. Un autre lingot de même origine, laminé par nous et qui nous a donné à l'analyse 99,90 pour 100 de pureté était remarquablement résistant aussi bien avant qu'après laminage.

Les essais ont été effectués sur des morceaux de mêmes dimensions, attaqués par une seule face et placés dans des fioles coniques de Pyrex munies d'une soupape de Bunsen pour éviter l'introduction des poussières. Chaque fiole contenait 500$^{cm^3}$ de la liqueur d'attaque.

Les échantillons étaient sortis des liquides après des périodes plus ou

(1) C. MATIGNON et J. CALVET, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 909 et J. CALVET, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 369.

(2) On est arrivé à obtenir sans raffinage un métal titrant 99,75.

moins longues au cours de la corrosion, la température ambiante variant sensiblement pendant ces périodes successives. Les aluminiums étudiés parallèlement subissaient d'ailleurs les mêmes variations de température.

Liqueur d'expérience teneur par litre.	Durée en jours.	Perte de poids par centimètre carré de surface. Al. : 99,94.	99,75.	99,18.
		mg	mg	mg
$\frac{HCl}{2}$	11	1,4	34	
	17	3,3	162	
$\frac{SO^4H^2}{2}$	20	2,9	5,9	10,4
$\frac{NO^3H}{1}$	20	18	26	44,4
$\frac{SO^4H^2}{2}$	32	4,1	13	30,7
$\frac{NO^3H}{1}$	32	18,2	59	70,2
$50^g PO^4H^3$	4	2,7	4,9	7,4
	13	11,8	25,2	41,5
	20	12,8	48,1	66,5

Pour l'acide chlorhydrique, la comparaison n'a pu être continuée après 17 jours car les échantillons à 99,75 étaient traversés de part en part. Toutes les conditions de l'attaque : température, durée, étaient les mêmes pour les solutions des acides sulfurique et azotique. Les nombres du tableau montrent que l'attaque est beaucoup plus importante pour une solution normale d'acide azotique que pour une solution normale d'acide sulfurique. Dans l'attaque par l'acide phosphorique, la dissolution de l'aluminium extra-pur se produit avec un fort dégagement d'hydrogène dès que l'échantillon est immergé. Malgré l'absence de période de passivité, les nombres du tableau montrent que l'attaque est moins rapide pour l'aluminium raffiné que pour les deux autres.

Avec les trois aluminiums étudiés il n'y a pas eu d'attaque appréciable au bout de 61 jours dans des solutions d'acides citrique et tartrique, à 50^g par litre. Après 51 jours d'immersion dans l'acide acétique à 50^g par litre, l'attaque est restée extrêmement faible pour les trois aluminiums : moins de $0^{mg},8$ par centimètre carré pour le métal très pur, $1^{mg},6$ environ pour les autres métaux.

Dans un thermostat réglé à 24°, après un séjour de 56 jours dans une solution de sel marin à 30^g par litre, l'aluminium raffiné reste inaltéré et montre à peine un léger brunissement en quelques points de la surface. Les

échantillons d'aluminium aux teneurs de 99,75 et 99,18 ont tous été fortement corrodés. Il n'a d'ailleurs pas été possible de traduire cette attaque en perte de poids par unité de surface, la pellicule recouvrant les morceaux étant très adhérente et donnant tantôt une perte, tantôt une augmentation de poids.

En résumé dans tous les acides utilisés de même que dans une solution de sel marin, l'aluminium extra-pur a toujours marqué une grosse supériorité sur les autres aluminiums conformément à la théorie électrochimique de l'attaque des métaux.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Une méthode pour sonder l'atmosphère à l'aide des perturbations du champ électromagnétique au passage de l'anneau crépusculaire.* Note de M. **Jean Lugeon**, présentée par M. G. Ferrié.

Au cours des périodes anticycloniques, principalement, il se produit en permanence, dans les couches basses de la troposphère des zones stratifiées d'inversion de température, dont la plus remarquable donne lieu à la mer de brouillard siégeant parfois plusieurs semaines à un niveau constant. Mais l'altitude moyenne mensuelle de cette couche nuageuse, qui correspond avec l'altitude maximum de la vase ou plancton atmosphérique, où vraisemblablement planent la majeure partie des corpuscules et poussières détachées du sol et les gros ions, varie au cours de l'année. Son maximum dépasse 2500^{m} en août et son minimum oscille entre 700 et 900^{m} en février, sur le plateau suisse. En hiver, la température sur le plafond de la couche — dont l'épaisseur varie de quelque 10 à 500^{m} — est parfois de 10° supérieure à celle de la plaine.

Si cette couche d'air pollué est thermodynamiquement stable, il n'en est certainement pas de même de son *état électrique*, par quoi j'entends son ionisation et d'une manière générale tous les agents susceptibles de donner lieu à des variations de la conductibilité, du champ électrique, du courant vertical et enfin des atmosphériques. Cet état électrique subit une variation journalière très importante qui fait changer du tout au tout les *propriétés électromagnétiques* de la couche d'inversion de température entre le jour et la nuit. Cette variation est le produit direct de la radiation solaire. Elle est surtout remarquable à l'aurore où elle entraîne une extinction rapide et même l'annulation de la fréquence des trains d'oscillations parasites et de leur intensité. Le régime des parasites nocturnes, par contre, s'établit beaucoup

plus lentement, après le passage de l'anneau crépusculaire. La couche est donc douée d'une *inertie électromagnétique post-crépusculaire nocturne* qui semble être fonction de la durée de l'éclairement diurne et, en une certaine mesure, de l'intensité de cette radiation, qui, par ailleurs, est en rapport étroit avec la pureté et la température des masses d'air superposées à la couche. C'est ainsi que, si des cirrus d'un front ou la marge d'un système nuageux masquent un instant les rayons solaires, les parasites débuteront d'une part plus rapidement après le coucher, d'autre part ils seront plus faibles qu'au cas où le ciel serait resté pur pendant la journée. L'examen du diagramme permet donc de déceler, sous la mer de brouillard, la présence de nuages supérieurs, invisibles à l'œil.

Ces constatations s'appliquent surtout aux parasites locaux (clicks, fritures sèches, courtes longueurs d'ondes) que l'on reconnaît, parce qu'ils ne donnent aucune préférence radiogoniométrique. Mais elles sont aussi l'apanage des parasites lointains (grinders, décharges lentes des fronts froids, quasi stationnaires, polaires, de grandes longueurs d'ondes), radiogoniométrables, et qui se prolongent alors inchangés dans la phase diurne, à l'inverse des précédents.

La couche d'inversion aurait donc un double rôle électromagnétique. Elle serait d'une part productrice de parasites dits locaux, de très faible portée et essentiellement nocturnes, disparaissant sous l'action photoélectrique des premiers rayons solaires, d'autre part elle serait, pendant la nuit seulement, le siège d'une réfraction, voire même d'une réflexion totale, pour des vibrations hertziennes très amorties et impures, d'origine proche ou lointaines, ayant pu prendre naissance hors de la périphérie de la couche, même à un niveau supérieur, l'onde s'étant alors frayé un chemin sous la couche après avoir rebondi une première fois sur le sol.

On peut calculer directement, à l'aide des courbes d'enregistrement de la fréquence des atmosphériques, la hauteur et l'épaisseur de la mer de brouillard et d'autres plafonds nuageux stratifiés, jouissant des mêmes propriétés électromagnétiques, tels que certains cirrus, des brumes sèches ou bancs ionisés et la couche dite de Heaviside, qui forment dans le zénith du récepteur ou à son proche voisinage un *écran électrique* temporaire sur le passage des rayons du soleil levant. Car à l'instant précis où ces rayons percent un de ces écrans, il se produit une discontinuité et un maximum très net sur le diagramme, suivis d'un abaissement progressif de la fréquence et de l'intensité des parasites. L'accélération de cet abaissement est intimement liée à la distance et à la température du milieu compris entre deux

écrans successifs, ainsi qu'il ressort d'une année et demie d'enregistrement à Zurich et de comparaisons journalières avec les températures connues jusqu'à l'altitude de 3450^{m}.

On peut construire un abaque astronomique donnant l'altitude des écrans et approximativement leur température, pour toute durée mesurée sur le diagramme depuis le point singulier en question à une origine fixe : l'instant du lever du soleil, et correspondant à un angle de dépression connu de l'astre, sous l'horizon de l'antenne.

L'analyse des nombreuses particularités du dernier maximum nocturne des parasites permet ainsi de faire une diagnose, non seulement de la troposphère, mais également de la stratosphère et de calculer l'altitude de la couche de Heaviside, qui est donnée par la pointe du dernier maximum, si la circulation générale est régulière et homogène, ou par le minimum qui le précède, si la troposphère est troublée. Cette couche, dont l'épaisseur vaudrait 5 à 30^{km} serait soumise à une véritable *marée*, indépendante de son oscillation journalière et qui se tiendrait entre 9 et 12 jours. L'amplitude de cette marée varierait assez lentement entre les altitudes de 70 et 150^{km}.

Si l'on admet que le pouvoir réflecteur de la couche de Heaviside disparaît pendant la phase d'obscurité totale, on peut calculer d'après les mêmes diagrammes que les oscillations parasites sont alors réfléchies par une seconde couche variant entre les altitudes de 250 et 750^{km}. Enfin on retrouve presque chaque jour une singularité d'inscription au cours du crépuscule astronomique matinal, qui implique l'existence d'une épaisse couche d'inversion de température oscillant entre les altitudes de 31 et 62^{km}, probablement la couche d'ozone de Fabry, où la température atteindrait celle du corps humain, d'après les expériences récentes sur la propagation des ondes sonores.

PALÉONTOLOGIE. — *Découverte d'ossements de Poissons dans le Dévonien du Boulonnais*. Note (¹) de M. **A.-P. Dutertre**, transmise par M. Barrois.

J'ai découvert dans le calcaire de Ferques (Frasnien), à Beaulieu commune de Ferques (Pas-de-Calais), un ossement d'un grand poisson attribuable à une nouvelle espèce du genre *Ganorhynchus* (*G. Rigauxi* n. sp.).

(¹) Séance du 15 avril 1929.

Cet ossement, de forme semi-lunaire, mesure environ $0^m,16$ de largeur maximale et $0^m,07$ de longueur maximale et comprend la portion antérieure du museau avec une portion de la surface frontale ainsi que la surface labiale dont la partie latérale droite est brisée; postérieurement la surface labiale présente à sa partie médiane une indentation correspondant à l'axe du museau; de chaque côté de cette indentation se trouve une plaque dentaire saillante s'allongeant latéralement et s'élevant pour former une sorte de crête émoussée et usée; la surface labiale est échancrée postérieurement de chaque côté par l'encoche nasale conservée seulement du côté gauche.

La surface de cet ossement est lisse et brillante et offre de petits trous clairsemés paraissant correspondre aux orifices de petits canaux pénétrant dans l'os.

Cet ossement est comparable à celui qui a été décrit et figuré par R.-H. Traquair (1) sous le nom de *Ganorhynchus Woodwardi; Gan. Rigauxi* s'en distingue par sa taille qui est à peu près double et surtout par les plaques dentaires disposées en une rangée de six de chaque côté de l'indentation médiane chez *Gan. Woodwardi;* l'âge et la provenance de ce dernier fossile sont inconnus.

Un fragment de museau de poisson découvert dans le *Chemung group* (Dévonien supérieur) à Warren (Pennsylvanie) a été décrit par J.-L. Newberry (2) sous le nom de *Ganorhynchus Beecheri*. Un museau de poisson avec la plupart des plaques craniennes restées en connexion découvert dans le Dévonien de Murrumbridgée river (Nouvelles-Galles du Sud) a été décrit par R. Etheridge (3) sous le nom de *Ganorhynchus Sussmilchi*, mais ces deux pièces ne montrent pas de saillies dentaires à la partie postérieure de la surface labiale.

Gan. Rigauxi est actuellement, à ma connaissance, le seul représentant du genre *Ganorhynchus* en Europe; il est possible toutefois que les ossements désignés sous ce nom appartiennent à des genres de Dipneustes dont le museau est encore inconnu; la vaste aire de répartition des *Ganorhynchus* est, dans tous les cas, un fait curieux à noter.

Le Dévonien moyen et supérieur du Boulonnais a livré aussi quelques autres rares plaques dermiques de poissons comparables à celles qui ont été décrites en Angleterre, au Canada et aux États-Unis sous les noms de *Holonema* et *Aspidichthys*.

En outre de ces ossements attribués à des Dipneustes, le Frasnien du Boulonnais renferme des dents de *Ptyctodus*, poissons arthrodères signalés en Russie, dans l'Eifel, en Belgique ainsi qu'au Canada et aux États-Unis;

---

(1) *Geol. Magaz.*, 114, x, 1873, p. 552-553, pl. XIV, fig. 1-5.

(2) *Monogr. U. S. Geol. Surv.*, 16, 1889, p. 95-97, pl. XIX, fig. 2.

(3) *Rec. Austral. Mus.*, 6, III, 1906, p. 129-131, pl. XXVIII, fig. 1-5.

d'après M. Leriche (1), ces poissons vivaient dans les mers qui, aux temps méso et néo-dévoniens, bordaient le grand continent de l'Old Red Sandstone.

Les affinités que présentent les faunes ichthyologiques méso et néo-dévoniennes du Boulonnais et de la région atlantique de l'Amérique du Nord révèlent des relations entre les mers qui baignaient ces contrées à ces époques; l'étude comparative des faunes d'invertébrés confirme cette remarque.

BIOLOGIE. — *La symbiose bactérienne et l'immunité humorale chez les Aphides.* Note (2) de M. **A. Paillot**, présentée par M. P. Marchal.

Depuis longtemps déjà, on a signalé la présence, dans le corps de certains Insectes, les Aphides en particulier, de cellules singulières ou amas de cellules remplies d'inclusions arrondies ressemblant à du vitellus. Ce n'est qu'en 1910 (Pierantoni et Sulc) qu'on a reconnu la nature organisée des inclusions arrondies remplissant les cellules. Ces inclusions ont été considérées comme de véritables Champignons (Levures) vivant en symbiose avec l'Insecte-hôte. Les cellules renfermant les symbiotes ont été désignées sous le nom de mycétocyte, et les amas de mycétocytes sous le nom de mycétome. Büchner a confirmé, en les complétant, les conclusions de Pierantoni et Sulc.

Chez certains Aphides, le Puceron lanigère en particulier, on observe la présence simultanée de formes levures et de filaments bactériens; il s'agit là, pour Büchner, d'une symbiose double. Peklo, en 1916, montra au contraire que formes levures et bacilles ne représentaient en réalité que deux aspects morphologiques différents d'un même bacille appartenant au groupe de l'*Azotobacter*, le seul, d'après cet auteur, qui soit caractérisé par son extraordinaire polymorphisme. Peklo aurait même observé, en culture en goutte pendante, la genèse des filaments bactériens aux dépens des formes levures arrondies.

Nous avons repris cette étude de la symbiose chez les Aphides; l'examen de frottis colorés au Giemsa de Pucerons lanigères dilacérés sur lames de verre nous a permis de reconnaître l'existence de formes de passage très

(1) *Bull. Soc. belge Géol. Paléont. et Hydrol.*, 35, 1925, p. 84-88.

(2) Séance du 8 avril 1929.

caractéristiques entre les formes levures arrondies et les filaments bactériens; ces formes de passage sont représentées par des bacilles renflés dans la partie moyenne ou à une des extrémités; on rencontre même quelques formes levures avec prolongement filiforme en voie de régression. Nos observations propres paraissent confirmer entièrement celles de Peklo. Remarquons toutefois que les formes de passage dessinées par Peklo ont été observées en culture en goutte pendante et ont été interprétées par lui comme des stades de germination des formes levures, alors que celles représentées ici (*fig.* 1) peuvent être observées dans l'organisme même du Puceron.

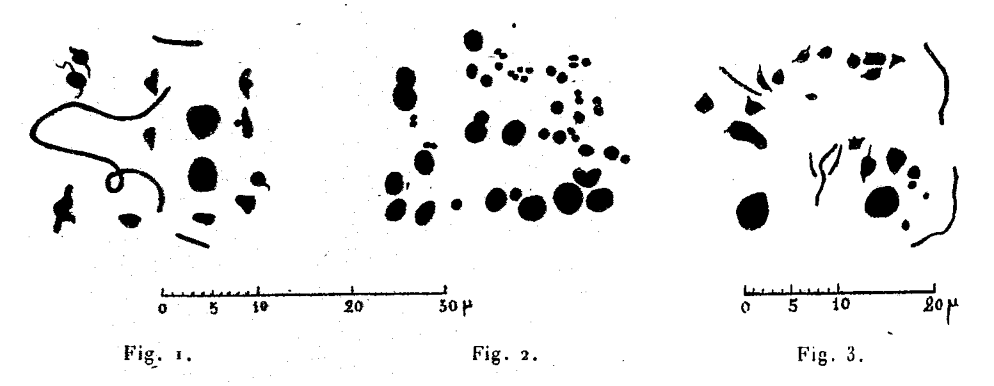


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Fig. 1 et 2. — 1, Bactéries symbiotiques du Puceron lanigère avec formes de passage et masses géantes (formes levures); 2, Bactéries symbiotiques du Puceron du rosier, cocci, diplocoques, formes de passage et masses géantes, partie d'un champ microscopique dessiné à la chambre claire.
Fig. 3. — Transformation du *B. pieris non liquefaciens* en formes de croissance dans le sang de chenille de *Lymantria dispar* en état d'immunité; frottis de sang prélevé 17 heures après l'inoculation de microbes de culture.

Le cas du Puceron vert du Rosier (*Aphis rosæ*) est plus intéressant encore que celui du Puceron lanigère. Les micro-organismes symbiotiques bactériens sont représentés ici par des cocci semblables à ceux du Staphilocoque; on observe, sur frottis colorés au Giemsa, la présence simultanée de cocci isolés et de diplocoques, de masses arrondies et de formes de passage constituées par des cocci de plus en plus volumineux. L'identité d'origine entre toutes les formes observées ne fait aucun doute, ainsi qu'on peut s'en convaincre par l'examen de la figure 2 représentant une partie de champ microscopique dessinée à la chambre claire.

Les faits observés chez le Puceron lanigère, le Puceron du Rosier et d'autres espèces voisines en cours d'étude, confirment les conclusions de Peklo sur la nature bactérienne des symbiotes d'Aphides. Contrairement à ce que pense cet auteur, les Bactéries symbiotiques qui donnent naissance

aux soi-disant formes levures, appartiennent aux groupes les plus divers et non seulement à celui de l'*Azotobacter*. Nos observations sont à rapprocher des faits que nous avons mis en évidence en étudiant les maladies bactériennes des Insectes. Nous avons montré en particulier que l'inoculation de cultures pures de Coccobacilles divers dans la cavité générale de certaines chenilles déterminait la formation, dans le sang, de formes microbiennes géantes dites formes de croissance, aux dépens des microbes inoculés. Ces masses géantes, et les formes de passage dont nous avons décrit et figuré un grand nombre d'exemples dans notre travail d'ensemble sur les maladies microbiennes des Insectes ([1]), présentent les plus grandes analogies avec les éléments des micro-organismes symbiotiques observés chez les différentes espèces d'Aphides étudiées (comparer les figures 3 et 1). Nous avons montré que la production des formes de croissance aux dépens des Bacilles entomophytes devait être considérée comme un phénomène d'immunité humorale; la cause de ce phénomène doit être cherchée bien plus dans une action directe du milieu sanguin sur la cellule bactérienne que dans une propriété particulière de cette cellule.

La symbiose chez les Aphides, tout au moins chez certaines espèces de ce genre, nous paraît devoir être considérée comme un cas particulier d'immunité antimicrobienne déterminant un état d'équilibre stable entre l'Insecte et son parasite. Cette conception nouvelle laisse supposer que l'équilibre peut être rompu et que des cas d'infection par la Bactérie symbiotique peuvent accidentellement se produire. Certains faits observés récemment tendent à le prouver; de nouvelles observations nous fixeront bientôt sur ce point très important pour la thèse que nous soutenons.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Application de la vision binoculaire au repérage d'une direction.* Note de M. **Armand de Gramont**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans un plan perpendiculaire au rayon visuel d'un observateur, supposons un premier vecteur orientable à volonté par rapport à un limbe gradué et un deuxième vecteur pouvant prendre une position quelconque dans son plan. Si nous amenons au moyen d'un système optique les deux vecteurs dans le plan focal d'un oculaire, nous pourrons, grâce au vecteur orien-

([1]) *Annales des Épiphyties*, 8, 1922, p. 95-293.

table, mesurer l'angle du deuxième vecteur par rapport à une origine donnée.

Mais il n'est pas toujours facile d'observer deux objets différents dans une même lunette, en particulier si leurs éclairements ne sont pas de même ordre ; il est possible, dans ce cas, d'amener les éléments à comparer dans les plans focaux respectifs des deux oculaires d'un instrument d'observation binoculaire : les deux images sont fusionnées dans le cerveau par une opération psychique ; l'image fournie par une des branches de l'appareil peut être repérée dans l'autre branche au moyen d'un réticule mobile.

Helmholtz a examiné le problème dans son *Optique physiologique* (détermination des points correspondants des deux champs visuels) ; il se borne au cas de lignes verticales et horizontales observées à l'œil et cite les mesures de Volkman d'après lequel les lignes qui paraissent verticales font en réalité un angle de 2°,5 environ (en se rapprochant vers le haut) et les lignes semblant horizontales font un angle de 0°,5, les parties externes de chaque horizon rétinien étant les plus basses.

Pour les lignes verticales, Helmholtz utilisait des traits de couleurs différentes. Nous avons effectivement reconnu qu'il était impossible d'orienter deux fils réticulaires identiques de façon à les rendre parallèles. Aussitôt que les directions des fils sont assez voisines, il se fait une série de coïncidences successives qui sont très fatigantes pour l'observateur, et l'expérience ne peut être continuée.

Il n'en est pas de même si l'une des images est constituée par une silhouette d'une certaine épaisseur et présentant en quelque endroit une portion rectiligne qui servira au repérage de la direction. La silhouette utilisée dans les essais que nous allons rapporter était constituée par un diapositif d'avion en vol, et la direction à déterminer était le bord d'attaque de l'aile ; l'image de cet avion était amenée au moyen d'un dispositif optique au voisinage du centre du champ d'une lunette ; dans une deuxième lunette était envoyée l'image d'un fil diamétral tendu sur fond clair. Les oculaires des deux lunettes étaient exactement mis à l'écartement pupillaire de l'observateur ; celui-ci pouvait, pendant la visée, orienter d'une main le fil diamétral, et de l'autre déplacer l'image de l'avion parallèlement à elle-même pour l'amener au voisinage du fil.

Nous avons dans ces conditions fait une série de mesures avec la collaboration de sept observateurs doués de vues normales. La ligne à repérer était successivement verticale, à 45° vers la droite, à 45° vers la gauche et, enfin, horizontale. Les moyennes des erreurs relatives à cinq mesures effectuées par chacun des observateurs ont été les suivantes (exprimées en degrés) :

Observateurs.	Direction verticale.	A 45° (droite).	A 45° (gauche).	Direction horizontale.
1	0°,5	0°,5	0°,5	0°,5
2	1	1,5	1	0,5
3	1,5	3	2	1
4	1,5	4	1	2,5
5	2	4	1	0,5
6	3	2	3	2
7	4,5	5	3	1
Moyenne	2	2,8	1,6	1,1

Les erreurs sont toujours telles que les lignes correspondantes convergent vers le haut; on voit qu'elles sont très variables d'un sujet à un autre et nous avons remarqué qu'une mesure répétée dans les mêmes conditions par un observateur donné fait apparaître des erreurs de même ordre; il est donc possible d'introduire une correction systématique dépendant de l'observateur et fonction de l'angle mesuré.

Enfin, si un tel dispositif est utilisé comme instrument de mesure, il y a intérêt à ramener, quand cela est possible, la direction cherchée à l'horizontale, qui se trouve être pour tous les observateurs l'orientation la plus facile à comparer.

BIOCHIMIE. — *Action du brome sur les huiles d'insectes.* Note (¹) de M. **Jean Timon-David**, présentée par M. M. Caullery.

Les recherches que je poursuis sur les graisses des insectes montrent la très grande variété que présentent ces composés.

J'ai signalé (²) la curieuse constitution d'un beurre fourni par des Aphidiens cécidogènes du genre *Pemphigus*, produit remarquable par sa richesse en acides saturés de faible poids moléculaire.

L'attention n'avait pas encore été attirée sur les valeurs élevées qu'atteignent les indices d'iode chez certaines huiles d'insectes, particulièrement chez les Lépidoptères; en voici quelques exemples :

(¹) Séance du 15 avril 1929.

(²) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 104.

		Indices d'iode (Wijs).
Vanessa urticæ L.	(Chenilles)	159,7
Pieris brassicæ L.	»	149,9
Saturnia Pernyi Guer.	»	140,4
Arctia caja L.	»	133,3
Malacosoma franconica Esp.	»	133,0

Parmi les Coléoptères, c'est la famille des Chrysomélides qui m'a fourni les indices d'iode les plus élevés :

Colaspidema atra Ol. (Larves)	113,4
Leptinotarsa decemlineata Say (Imagos)	108,6
Galerucella luteola Mull	118,2

En présence de ces indices d'iode élevés, il était intéressant d'étudier l'action du brome et de déterminer les indices d'hexabromures.

J'ai utilisé, dans ce but, la technique de Hehner et Mitchell (*The Analyst*, 1898, p. 313) : les huiles, en solution éthérée et acétique refroidie à 0°, ont été traitées par le brome, goutte à goutte, jusqu'à coloration brune persistante. Dans ces conditions, quelques-unes n'ont donné aucun précipité, aucun trouble, même au bout de plusieurs heures (*Ergates faber* L., *Pyrausta nubilalis* Hübn.).

D'autres huiles ont fourni un précipité plus ou moins abondant, qui, après 3 heures de repos, a été recueilli sur un creuset de Gooch et lavé à l'éther glacé. J'ai obtenu les chiffres suivants :

	Pour 100.
Saturnia Pernyi Guer	14,7
Pieris brassicæ L	14,3
Thaumetopœa pityocampa Sch	2,1
Leptinotarsa decemlineata Say	3,1
Colaspidema atra Oliv	6,3

On note des écarts assez considérables.

J'ai pu établir la présence d'acide linolénique chez *Colaspidema atra* Oliv. en isolant son dérivé bromé : les acides liquides, séparés par le procédé Tortelli-Ruggieri, ont été traités par le brome et ont fourni un précipité cristallin, insoluble dans l'éther et dans l'éther de pétrole, soluble dans le benzène. Il s'agissait d'acide hexabromostéarique, ainsi que le prouvent les chiffres suivants :

Point de fusion	178°,5 (trouvé)	177 à 180° (Lewkowitsch)
Brome, pour 100	62,9 (observé)	63,3 (calculé pour $C^{18}H^{30}O^{2}Br^{6}$)

La présence d'acide linolénique constitue un fait nouveau qui méritait d'être signalé.

On voit que l'action du brome sur les huiles d'insectes permet de les classer en plusieurs catégories :

1° Huiles donnant des indices d'hexabromures élevés (*Saturnia Pernyi* Guer., *Pieris brassicæ* L.).

2° Huiles donnant des indices plus faibles (*Colaspidema atra* Oliv., *Leptinotarsa decemlineata* Say., *Thaumetopœa pityocampa* Sch.).

3° Huiles ne fournissant pas d'hexabromures (*Ergastes faber* L., *Pyrausta nubilalis* Hübn.).

Ces différences sont conditionnées par de nombreux facteurs physiologiques, dont les actions se superposent et s'ajoutent. On peut penser que l'alimentation joue un rôle d'une certaine importance, et, à cet égard, il est curieux de constater que les Chrysomélides, mangeurs de feuilles vertes comme beaucoup de Lépidoptères, se rapprochent d'eux par leurs indices d'iode et leurs hexabromures, tandis que les Cérambycides s'en éloignent. D'autres facteurs, tels que la nymphose et la température du milieu, doivent aussi intervenir : il sera intéressant de déterminer la part qui revient à chacun.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Nouvelles observations sur le métabolisme de l'*Ustulina vulgaris *L.* Note de MM. **H. Wünschendorff** et **Ch. Killian**, présentée par M. A. Desgrez.

Nos cultures antérieures d'*Ustulina vulgaris* L. n'ayant présenté aucun rapport entre le poids sec du champignon et l'ammoniac qu'il dégage, nous avons attribué ce fait aux variations de température (1). Aussi, dans une nouvelle série d'essais, nous avons maintenu une température constante de 25°, pendant le développement de ces cultures et pendant l'analyse de l'atmosphère (15 heures). Celle-ci a été renouvelée par un courant d'air régulier de $2^l,4$ par heure. Nous avons pris pour chaque culture 50^{cm^3} de milieu liquide renfermant, comme précédemment, 1 pour 100 de peptone, mais sans coton. Trois semaines après l'inoculation se sont présentées des colonies flottantes dont nous avons déterminé le poids sec de l'azote; quant au milieu, il ne donnait, à ce moment, plus ou très faiblement la réaction

(1) H. Wünschendorff et Ch. Killian, *Observations sur le métabolisme de l'*Ustulina vulgaris *L.* (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 572).

du biuret et plus du tout les caractères de la cystine, de la tyrosine et du tryptophane. Il semble donc que le champignon commence par disloquer les molécules biurétiques de peptone, pour les ramener à des molécules moins grosses, abiurétiques. Parmi les acides aminés produits, il s'attaque électivement aux noyaux dont il rompt l'anneau; il assimile rapidement la cystine. En ce qui concerne la production de NH^3, elle est demeurée, comme dans nos essais précédents, indépendante du poids sec du champignon. Il y a plutôt, selon toute évidence, rapport entre la *surface* du champignon et la quantité de NH^3, comme dans tout phénomène d'excrétion. Mais il y a d'autres relations, plus précises. démontrées par le Tableau I.

TABLEAU I.

Culture.	Date de départ (2-12).	Champignon. NH^3 dégagé pendant 15 heures en mm-g.	Poids sec à 100° en mm-g.	Azote total exprimé en NH^3 en mm-g.	Liquide de culture. Acidité exprimée en H^2SO^4 en mm-g.	Azote total exprimé en NH^3 en mm-g	Sels ammoniacaux exp. en NH^3 en mm-g.	Acides aminés exp. en NH^3 en mm-g.	$\frac{\text{Azote fixé}}{\text{Poids champ.}}$ %.	NH^3 dégagé depuis le départ en mm-g.
Tém...	27-12		–	–	22,70	90,10	0,85	11,64	–	–
1....	22-12	0,44	490,4	38,77	9,24	43,28	5,00	12,95	6,5	8,05
2....	23-12	0,30	411,0	32,85	12,30	49,18	2,95	17,02	6,5	7,07
3....	24-12	0,43	509,0	40,88	7,05	42,53	6,60	10,16	6,6	6,69
4....	25-12	0,49	389,4	31,28	12,60	48,39	2,80	19,62	6,6	10,43
5....	28-12	0,54	445,8	35,87	11,70	44,94	3,18	18,80	6,5	7,29
6....	27-12	0,40	467,8	36,80	11,50	45,86	4,10	13,90	6,5	7,44
7....	28-12	0,22	402,4	32,25	12,50	50,75	2,98	17,50	6,6	7,10
8....	29-12	0,42	377,8	29,82	12,60	51,30	2,84	17,80	6,5	8,98

Donc :

1° Le poids de l'ammoniac total produit (NH^3 gazeux + sels ammoniacaux) est fonction du poids du champignon. Plus ce dernier augmente, plus augmente aussi l'ammoniac total, sans qu'il y ait cependant une relation mathématique; 2° à l'augmentation du poids du champignon correspond une diminution de l'acidité du milieu; 3° un rapport constant (6,5-6,6 pour 100) existe entre l'azote fixé sur le champignon et son poids sec et cela seulement lorsque 50 pour 100 environ de l'azote total du départ ont disparu, le développement du champignon étant alors optima; 4° au contraire, lorsqu'il pousse dans des conditions moins favorables, les résultats sont différents. Ceci est le cas sur des milieux renfermant trop peu (0,3 pour 100) ou trop (3 pour 100) de peptone, qui retardent sa croissance, ou bien avec peptone à 1 pour 100, lorsque le mycélium, pour des raisons inconnues, reste à l'état submergé. Ainsi les cultures à 0,3 pour 100 de peptone, donnent faiblement les réactions du biuret, glyoxylique de

Millon et les caractères de la cystine; la dégradation de la peptone y est donc moins avancée, malgré la plus longue durée de la culture (24 jours). Quant aux cultures à 3 pour 100, leur développement est encore bien plus lent; le liquide ayant servi à la culture présente fortement toutes les réactions précédentes. Les observations sur la culture submergée sur peptone à 1 pour 100 sont non moins intéressantes. Tous ces résultats sont consignés dans le Tableau II.

Tableau II.

Culture.	Date.	Champignon. NH³ dégagé pendant 15 heures en mm-g.	Champignon. Poids sec à +100° en mm-g.	Champignon. Azote total exprimé en NH³ en mm-g.	Liquide de culture. Acidité exprimée en mm-g.	Liquide de culture. Azote total exprimé en NH³ en mm-g.	Liquide de culture. Sels ammoniacaux exprimés en mm-g.	Liquide de culture. Acides aminés exprimés en mm-g.	Azote fixé / Poids sec champ. %.	NH³ dégagé depuis le départ en mm-g.
				A. Cultures à 0,3 % (départ 9,1).						
Tém....	11-2	-	- -	-	26,07	27,12	0,24	5,85	-	-
1.....	3-2	0,07	18,00	3,52	20,58	23,10	0,95	15,45	16,1	0,5
2.....	4-2	0,09	30,80	4,14	17,15	22,20	3,09	12,48	12,4	0,78
3.....	6-2	0,14	35,20	4,92	15,18	20,90	3,20	13,46	11,5	1,30
				B. Cultures à 3 % (départ 9,1).						
Tém....	20-2	-	-	-	59,90	269,8	1,95	27,90	-	-
1.....	27-2	0,05	25,30	3,70	54,70	265,4	2,14	49,10	12,00	0,7
2.....	5-3	0,07	25,70	3,72	54,70	265,3	2,12	50,00	11,91	0,6
3.....	7-3	0,05	25,10	3,70	54,20	265,5	1,97	35,60	12,13	0,6
				C. Culture submergée à 1 % (départ 21,1).						
1.....	19-2	0,02	51,4	6,50	32,27	83,3	2,78	29,75	10,29	0,30

SÉROLOGIE. — *Sur quelques propriétés comparées des sérums antirabiques d'animaux vaccinés et celles des sérums antirabiques naturels.* Note de Mme **Phisalix**, présentée par M. L. Bouvier.

On sait que le sérum des animaux vaccinés, soit au moyen du virus rabique, soit au moyen du venin des Serpents, est doué de propriétés à la fois antirabiques et antivenineuses, ayant pour origine la présence simultanée et indépendante dans le virus, comme dans les venins, d'un antigène rabique et d'un antigène venimeux. Il existe d'autres sérums, que nous avons démontrés être antirabiques : ils appartiennent à des espèces animales réfractaires aux venins et au virus rabique. Citons parmi ces espèces l'Anguille, la Vipère aspic, quelques Couleuvres Aglyphes, le Hérisson; leur sérum est également antivenimeux. Dans ces sérums naturels, comme dans ceux

qu'on obtient par la vaccination, nous avons mis en évidence la présence simultanée de deux antigènes distincts, l'un rabique, l'autre venimeux.

Ainsi tous les sérums antirabiques susmentionnés sont également antivenimeux; mais la réciproque n'est pas vraie, car, pour n'en citer qu'un exemple, le sérum de la couleuvre à échelons, espèce réfractaire aux venins et au virus rabique, est antivenimeux à un haut degré, mais nullement rabicide.

Il nous a paru intéressant de comparer les sérums naturels au sérum des animaux vaccinés avec le virus rabique même, et dont les propriétés biologiques ont été les premières établies, en raison de ses applications éventuelles à la vaccination et à la sérothérapie antirabique.

Le pouvoir antivenimeux de tous ces sérums naturels, ou expérimentalement préparés, est bien connu; nous avons surtout à en considérer le pouvoir rabicide.

Pouvoir rabicide in vitro. — Il peut être mesuré par la quantité de sérum qui suffit à neutraliser, *in vitro*, 1^{cm^3} d'émulsion centésimale de virus fixe. Cette quantité est en moyenne de 1^{cm^3} pour le sérum de Mouton vacciné avec le virus, pour les sérums naturels de Vipère, de Couleuvre à collier; de $0^{cm^3},50$ pour le sérum d'Anguille, de Couleuvre d'Esculape; de $2^{cm^3},50$ pour le sérum de Hérisson. A ce propos, une remarque s'impose : tandis que le pouvoir rabicide du sérum de mouton vacciné est sujet à des variations étendues et brusques, sans rapport avec les quantités d'antigène employé, comme l'ont signalé MM. A. Marie et P. Remlinger, nous n'avons rien observé de tel avec les sérums naturels dont le pouvoir rabicide s'est montré constant, quelles qu'aient été la saison et les circonstances de son prélèvement.

Pouvoir rabicide in vivo. — Tandis que les divers sérums antirabiques suffisent, *employés seuls,* à prévenir et à guérir l'envenimation, leur efficacité contre le virus dans les mêmes conditions est plus limitée *in vivo* que *in vitro*; inoculés avant ou après le virus, ils n'ont effectivement sur son évolution qu'un *effet retardant*. Avec des doses de 6 à 10^{cm^3} de sérum chauffé de Vipère ou de Couleuvre, inoculées dans les veines du lapin, nous n'avons obtenu qu'un retard de 6 à 8 jours sur la durée d'évolution de la rage, et aucune survie. Ces résultats sont conformes à ceux que l'on obtient avec le sérum de mouton vacciné.

L'action du sérum naturel se montre plus effective quand on associe ce dernier au virus; il se comporte encore exactement comme le sérum de mouton vacciné.

Si le mélange virus-sérum de vipère *est neutre* pour l'encéphale du lapin

qui le reçoit, l'animal n'est pas pour autant vacciné; éprouvé 20 à 30 jours après par introduction de virus fixe sous la dure-mère, il succombe à la rage dans les délais normaux. Le sérum de Hérisson fait exception à cette règle, son mélange neutre avec le virus rabique vaccine le lapin par la voie cérébrale.

Lorsque dans le mélange virus-sérum *le virus est en excès*, l'inoculation sous la peau du lapin vaccine fortement l'animal et d'une manière durable contre l'épreuve intra-cérébrale de virus fixe. Ce résultat est encore conforme à ceux obtenus par M. A. Marie avec les mélanges virus-sérum de mouton vacciné.

Rôle des sérums dans l'immunité. — Les propriétés antirabiques et antivenimeuses du sang des animaux vaccinés et des animaux doués d'immunité naturelle antivenimeuse et antirabique semblent suffisantes à justifier cette double immunité; il en est ainsi pour l'Anguille, la Vipère aspic, certaines Couleuvres; toutefois dans l'un, comme dans l'autre cas, ce processus d'immunité antitoxique ou humorale prédominant n'est pas unique, ni général : le sérum du Hérisson, qui le protège efficacement contre le venin de Vipère, ne l'empêche pas de succomber à la rage inoculée dans 80 pour 100 des cas; chez les Batraciens, réfractaires aux venins et au virus, le sérum n'est ni antivenimeux, ni rabicide; chez la Couleuvre à échelons, le sérum antivenimeux n'est pas rabicide. Ces quelques exemples suffisent à montrer que chez des animaux d'un même groupe zoologique, l'immunité peut, comme on le savait d'ailleurs, relever de processus divers.

De tous ces faits nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° Tous les sérums antirabiques sont en même temps antivenimeux et doivent ce double pouvoir à l'existence de deux antigènes, l'un venimeux, l'autre rabique; existant également dans le virus et les venins; les sérums antivenimeux naturels ne sont pas tous antirabiques.

2° Ils se comportent tous comme le sérum des animaux vaccinés au moyen du virus rabique : ils sont antitoxiques, préventifs et curatifs vis-à-vis des venins de Serpents, antirabiques et seulement retardants vis-à-vis de l'évolution du virus.

3° Pour un certain nombre d'espèces, mais non pour toutes, ils constituent les facteurs principaux, et non les seuls, de l'immunité antivenimeuse et antirabique.

M. H. Barjot adresse une Note *Sur la transmission de l'électricité dans les régions arctiques*.

La séance est levée à 16h30m.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 29 AVRIL 1929.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur les tourbillons alternés de M. H. Bénard dans un canal de largeur finie.* Note de M. **Henri Villat**.

On connaît les belles expériences de M. H. Bénard sur les tourbillons alternés qui peuvent se présenter à l'arrière d'un cylindre solide en mouvement de translation dans un fluide. En raisonnant sur un fluide supposé illimité dans tous les sens, on sait qu'on obtient pour la résistance (théorique) moyenne éprouvée par l'unité de longueur du cylindre l'expression suivante :

$$W_m = \frac{\rho J^2}{2\pi l} + \rho J(V - 2v_0)\frac{h}{l}, \tag{1}$$

où V représente la vitesse du cylindre, v_0 la vitesse propre des tourbillons, J leur intensité en valeur absolue; ρ est la densité du fluide, l désigne l'équidistance des tourbillons dans chaque file derrière l'obstacle; h la distance des deux files (cf. Th. von Karman et Rubach, *Physikalische Zeitschrift*, 1912, p. 49).

Il est possible de construire la théorie des expériences de M. Bénard en serrant la réalité de plus près, et en supposant que le cylindre soit mobile dans un canal à bords parallèles (dont la distance mutuelle sera désignée par ω_1). Il convient tout d'abord, à cet effet, de savoir représenter le mouvement de deux files de tourbillons, indéfinies dans les deux sens; on y parvient en utilisant une méthode qui a été indiquée par M. G. Jaffé (*Annalen der Physik*, 61, 1920, p. 173). Si nous désignons par $\frac{2\omega_3}{i}$ l'équidistance des tourbillons, et si nous prenons des axes Oxy, dont le pre-

mier passe par un tourbillon, et dont le second soit l'axe de symétrie du canal parallèle à ses parois, on trouve aisément que la vitesse complexe en un point non tourbillonnaire sera donnée par

$$(2)\qquad \frac{2i\pi(u-iv)}{J}=\zeta(z+\delta)-\zeta_1(z-\delta)+\zeta_2(z+\delta)-\zeta_3(z-\delta)-\frac{4\eta_1\delta}{\omega_1}.$$

Les fonctions ζ_α sont celles de la théorie des fonctions elliptiques, construites avec les demi-périodes ω_1 et ω_3; 2δ désigne ici la distance des deux files tourbillonnaires. On trouve que la vitesse propre de déplacement des deux files est la même, et qu'elle est égale à

$$(3)\qquad v_0=\frac{J}{2\pi}\left[\zeta_1(2\delta)+\zeta_3(2\delta)-\frac{4\eta_1\delta}{\omega_1}\right].$$

La fonction de courant ψ est définie par la formule

$$(4)\qquad \frac{2\pi}{J}\psi=\log\left|\frac{\sigma_1(z-\delta)\sigma_3(z-\delta)}{\sigma(z+\delta)\sigma_2(z+\delta)}\right|+\frac{4\eta_1\delta x}{\omega_1}.$$

Il est très important de remarquer qu'elle possède la propriété suivante : on a l'égalité

$$(5)\qquad \psi\left(\frac{\omega_1}{2},y\right)-\psi\left(-\frac{\omega_1}{2},y\right)=0,$$

quel que soit y.

Examinons maintenant l'expérience de M. Bénard, et supposons réalisé dans le canal le régime périodique alterné connu, de sorte qu'à partir d'une certaine distance à l'arrière, nous avons la disposition régulière des deux files de tourbillons de sens contraires, le détachement des tourbillons se faisant alternativement d'un côté et de l'autre du solide. Considérons à un instant quelconque la masse comprise dans le canal entre deux sections droites, l'une à l'avant, dans la région non encore troublée, l'autre à l'arrière, entre deux tourbillons, dans la région où ceux-ci sont bien réguliers. Appliquons à cette masse le théorème des quantités de mouvement sur Oy, pendant le temps T d'une période, défini par

$$T(V-v_0)=\frac{2\omega_3}{i}.$$

En faisant un usage convenable de la propriété exprimée par l'équation (5), on est ainsi conduit à la formule suivante

$$(6)\qquad W_m=-\frac{\rho J^2}{8\pi^2}\varkappa\int_{-\frac{\omega_1}{2}}^{+\frac{\omega_1}{2}}S^2\,dx,$$

où S désigne la fonction $u - iv$, envisagée pour $z = \frac{\omega_3}{2} + x$. Des calculs que je ne reproduis pas fournissent en définitive le résultat ci-dessous :

$$(7)\qquad W_m = \frac{\rho J^2}{8\pi^2}\Bigg\{4\omega_1\Bigg[-\left(\zeta(2\delta) - \frac{2\eta_1\delta}{\omega_1}\right)^2 + \wp(2\delta) + \zeta(2\delta)\left(\zeta_1(2\delta) + \zeta_3(2\delta) - \frac{4\eta_1\delta}{\omega_1}\right)\Bigg] - 8\eta_1\delta\left[\zeta_1(2\delta) + \zeta_3(2\delta) - \frac{4\eta_1\delta}{\omega_1}\right] + 4\eta_1\Bigg\}.$$

Proposons-nous d'étudier ce qui se passe si l'on revient au fluide illimité, en faisant croître ω_1 indéfiniment. Les formules de la théorie des fonctions elliptiques permettent de s'assurer que la fonction de courant ψ définie par (4) devient à la limite, à une constante près, la fonction

$$\psi' = \frac{J}{2\pi}\log\left|\frac{\operatorname{ch}\frac{\pi(z-\delta)}{l}}{\operatorname{sh}\frac{\pi(z+\delta)}{l}}\right|$$

qui convient au problème du fluide indéfini dans toutes les directions. Mais la formule (6) qui définit W_m devient à la limite

$$W'_m = \frac{\rho J^2}{2\pi l}\left(1 - \frac{\pi h}{l}\operatorname{th}\frac{\pi h}{l}\right)$$

et ce résultat diffère de celui fourni par l'équation (1) *par la théorie directe effectuée en fluide indéfini.*

Si l'on analyse de plus près les calculs relatifs au cas général et au cas limite, on constate que la différence provient exactement de la circonstance suivante : tant que ω_1 est fini, c'est-à-dire tant qu'on se trouve dans un canal, même large, la différence $\psi\left(\frac{\omega_1}{2}, y\right) - \psi\left(-\frac{\omega_1}{2}, y\right)$ est toujours nulle, tandis que dans le cas limite, l'expression $\psi'(+\infty, y) - \psi'(-\infty, y)$ *a une valeur finie*. Plus précisément encore, tout revient à ce fait, implicitement contenu dans les calculs, que dans le canal, le débit est forcément le même à l'amont et à l'aval du solide ; tandis qu'il n'y a pas de condition de ce genre si le fluide est réellement indéfini dans tous les sens.

Comme, en fait, on opère nécessairement dans un espace fini, il est permis de se demander si l'on obtient toujours une représentation correcte d'un phénomène concernant un milieu continu, en établissant les formules de ce phénomène dans un fluide illimité, et en admettant *a priori* qu'on parvient

ainsi à une bonne approximation pour l'expérience réalisée physiquement.

Nous pensons être bientôt en mesure de donner des indications expérimentales sur la concordance de notre formule (7) avec l'expérience.

ELECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Contribution à l'étude de la matière fulminante. Ses deux modes de décomposition.* Note [1] de M. **E. Mathias**.

La décomposition explosive de la matière fulminante est de notoriété publique; la détonation produite est habituellement d'une extraordinaire intensité. Voici trois exemples caractéristiques :

a. « Le jour même (1772)... les révérends MM. Wainhouse et Pitcairn, qui se trouvaient dans une pièce du presbytère, virent tout à coup apparaître, à la hauteur de leur figure et à environ un pied de distance, un *globe de feu* de la grosseur du poing. Le globe était entouré d'une fumée noire. En éclatant, il fit un bruit comparable à celui d'un grand nombre de pièces de canon qui partiraient à la fois... [2]. »

b. « Lorsque le navire anglais *Le Montague* fut frappé par un globe de feu, le 4 décembre 1749, avec une détonation que le master Chalmers assimila à celle qui résulterait de *l'explosion simultanée de plusieurs centaines de canons...* [3]. »

c. Dans l'ouragan qui, le 19 février 1860, causa des dommages très graves en Belgique, où la foudre incendia 18 clochers et beaucoup de maisons, les paysans de Beleghem, près de Courtrai, virent « un brillant globe de feu, gros comme la Lune, qui persista pendant plusieurs minutes, et éclata en faisant explosion avec un bruit comparable à celui des plus violents coups de tonnerre [4]. »

La décomposition spontanée et sans bruit appréciable de la foudre globulaire est beaucoup moins connue. En voici un exemple simple :

d. Un soir, à l'île de France, en 1770, les nuages, comme on pouvait en juger par les montagnes du port, descendirent jusqu'à la faible hauteur de 400^m. La pluie fut très abondante. « Il éclairait beaucoup, mais les

---

(1) Séance du 15 avril 1929.

(2) F. Arago, *Œuvres complètes*, 2e édition, *Notices scientifiques*, 1, p. 44, Paris, Legrand, Pomey et Crouzet, libraires-éditeurs.

(3) F. Arago, *loc. cit.*, p. 91.

(4) Cosmos, *Revue des Sciences et de leurs applications*, 16, 1860, p. 281.

éclairs, dit l'académicien Le Gentil, loin de ressembler aux éclairs ordinaires, n'étaient autres que *de très gros globes de feu*, qui paraissaient subitement et disparaissaient de même sans explosion ([1]). »

Dans ce qui précède, la décomposition, le plus souvent explosive, plus rarement fusante, de la matière fulminante, se produit sur des *restes d'éclair* d'origine différente. Dans l'exemple suivant, qui n'est autre que celui du coup de foudre remarquable observé à Amiens, le 24 février 1884, par le professeur Decharme et décrit par lui, les deux modes de décomposition s'observent sur des matières fulminantes qui ont une origine commune et qui, *à un certain moment, étaient reliées toutes ensemble d'une manière continue;* d'où il s'ensuit que, s'il n'y a pas identité absolue entre elles, la différence n'en saurait être que très faible.

Ce coup de foudre « représente un cas beaucoup plus général que ne paraît le penser l'auteur du récit. Une particularité que le narrateur n'a pas soulignée est la suivante : dans six des sept endroits où elle est tombée, la foudre globulaire a explosé. Au contraire, la *petite flamme bleue* qui, dans un restaurant situé à 500^m du théâtre, paraît être entrée par la cheminée et a couru avec une très grande vitesse au-dessus de la table où un employé prenait son repas, *s'est dissipée sans bruit*. On vérifie donc, dans ce cas particulier, ... que la matière fulminante peut, suivant les cas, se décomposer spontanément d'une manière *progressive* ou *explosive* » ([2]).

Si démonstratifs que soient les cas précédents, ils le sont moins que ceux qui vont intervenir maintenant et dans lesquels la même foudre globulaire présente successivement les deux modes de décomposition spontanée : d'abord le mode progressif et silencieux, et, pour terminer, le mode bruyant et explosif.

e. « L'autre cas (de globe très petit) fut observé à Flensburg, une nuit d'août 1891. L'obscurité produite par l'orage n'aurait pu être plus noire, et, pendant qu'il pleuvait diluviennement, apparut une petite boule rouge, ... se diffusa dans tout l'air une lumière rosée qui crût beaucoup pendant environ deux secondes, et elle s'évanouit rapidement avec éclair et tonnerre. » (*Das Wetter*, septembre 1891.)

f. Le marquis Scipion Maffei, en conversant avec le marquis Louis Malaspina et avec sa mère dans une salle du château de Fosdinovo pendant que sévissait une tempête, vit sur le pavé « un feu très vif, en partie blan-

---

([1]) ARAGO, *loc. cit.*, p. 41.
([2]) E. MATHIAS, *La foudre*, etc. (*Ann. des P. T. T.*, 16, novembre 1927, p. 989).

châtre, en partie comme azuré, tourner sans déplacement, puis s'approcher *et grandir*, puis s'élever et pénétrer à travers la voûte de l'étage supérieur où il détona et produisit les effets de la foudre ... » ([1]).

g. La scène suivante est racontée par l'abbé Spallanzani dans une lettre au P. Barletti; elle s'est passée près de Ginepreto, non loin de Pavie, le 29 avril 1791, pendant un violent orage avec éclairs et tonnerre.

A 150 pas d'une ferme, paissait dans un pré un troupeau d'oies; une jeune fille de douze ans et une autre plus jeune accoururent de la ferme pour faire rentrer les oies. Dans le même pré se trouvaient un jeune garçon de neuf à dix ans et un homme qui avait dépassé la cinquantaine.

Tout à coup apparut sur le pré, à 3 ou 4 pieds de la jeune fille, *un globe de feu*, de la grosseur des deux poings, qui, glissant sur le sol, courut rapidement vers ses pieds nus, s'insinua sous ses vêtements, sortit vers le milieu de son corsage, tout en gardant la forme globulaire, et s'élança dans l'air avec bruit. Au moment où le globe de feu pénétra sous les jupons de la jeune fille, ils s'élargirent comme un parapluie qui s'ouvre ([2]).

Le mécanisme identique de ces trois derniers exemples nous paraît être le suivant. La décomposition spontanée de la matière fulminante débute sur le mode calme; la vitesse de décomposition, modérée au commencement, s'accélère peu à peu; elle finit par être très grande, la décomposition devenant alors explosive.

Remarque. — Notre manière de faire, qui consiste à étudier les observations recueillies dans les différents pays et à en déduire les propriétés de la matière fulminante, est absolument l'inverse de la méthode *a priori* suivie par M. Lartigue, qui pose en principe que la foudre se comporte toujours comme un explosif brisant, s'interdisant ainsi la possibilité d'expliquer la décomposition tranquille, puisqu'un explosif brisant détone toujours.

([1]) I. Galli, *I principali caratteri dei fulmini globulari*, § 5, p. 15 (Estratto dalle *Mem. d. Pont. Acc. Rom. dei Nuovi Lincei*, 28, 1910).

([2]) F. Sestier, *De la foudre, de ses formes, de ses effets*, I, p. 119. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1866.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° 16 brochures contenant les adresses présentées à l'*Institut Franklin*, à l'occasion du centenaire de sa fondation, le 17-19 septembre 1924.

2° *Leçons de mécanique rationnelle*, par François Bouny. Tome II : *Dynamique du point. Dynamique des systèmes.* (Présenté par M. Paul Appell.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur la signification géométrique de la propriété semi-symétrique d'une connexion intégrale, qui laisse invariant le tenseur fondamental.* Note (1) de M. **J. A. Schouten**.

Une connexion métrique et intégrale dans une variété de Riemann peut être caractérisée par des systèmes orthogonaux de vecteurs avec une longueur d'une unité dans chaque point, qui sont libres d'exécuter des rotations synchrones. Dans une Note antérieure j'ai démontré que la condition nécessaire et suffisante pour que les systèmes $\underset{j}{i}^{\nu}$ forment dans toutes leurs situations possibles des systèmes orthogonaux, soit que la connexion est semi-symétrique, c'est-à-dire que la quantité $S_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu} = \Gamma_{[\lambda\mu]}^{\nu}$ a la forme

$$S_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu} = S_{[\lambda} A_{\mu]}^{\lambda}. \tag{1}$$

Maintenant nous déduisons la signification géométrique du vecteur S_λ. La V_n contient des systèmes orthogonaux dans toute direction et M. Struik et moi avons démontré (*Versl. Kon. Akad. v. Wet.*, 28) qu'elle doit être conforme euclidienne. Alors la quantité de courbure a la forme

$$K_{\omega\mu\lambda\nu} = \frac{4}{n-2} g_{[\omega[\lambda} L_{\mu]\nu]}, \tag{2}$$

et il existe une transformation

$$'g_{\lambda\mu} = \sigma g_{\lambda\mu}, \tag{3}$$

(1) Séance du 22 avril 1929.

où σ est une solution de l'équation différentielle

$$(4) \qquad \frac{4}{n-2}\,\mathcal{L}_{\lambda\mu} = 2\nabla_\mu s_\lambda - s_\mu s_\lambda + \frac{1}{2} s_\alpha s^\alpha g_{\mu\lambda}; \qquad s_\mu = \partial_\mu \log\sigma,$$

ainsi que la connexion du tenseur fondamental $'g_{\lambda\mu}$ est euclidienne.

Maintenant on peut démontrer aisément que

$$(5) \qquad \frac{4}{n-2}\,\mathcal{L}_{\mu\lambda} = 4\nabla_\mu S_\lambda - 4 S_\mu S_\lambda + 2 S_\alpha S^\alpha g_{\mu\lambda},$$

d'où suit que

$$(6) \qquad s_\lambda = 2 S_\lambda$$

est une solution de (4). Quand on prend cette solution, le système orthogonal des $\underset{j}{i}^\nu$ est un système cartésien dans la géométrie euclidienne de $'g_{\lambda\mu}$ et les vecteurs $\sigma^{-\frac{1}{2}}\underset{j}{i}^\nu$ sont les vecteurs de longueur un dans ce système. D'où résulte le théorème :

Les systèmes orthogonaux, qui se conservent dans toutes les rotations synchrones, ne peuvent exister que dans une V_n conforme euclidienne. Chaque système correspond à une connexion semi-symétrique, qui reste invariante dans toutes les rotations synchrones. Il existe une transformation conforme et une seulement, qui transforme en même temps la V_n en une V_n euclidienne et le système orthogonal en un système cartésien. Le gradient du logarithme du facteur scalaire σ de cette transformation est la moitié du vecteur S_λ de la connexion semi-symétrique.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur une manière de concevoir la théorie des enveloppes.* Note de M. **Georges Durand**.

A côté de la théorie classique des enveloppes, on peut se proposer d'en édifier une autre en donnant à l'idée d'enveloppe un sens différent, mais très étroitement apparenté à la signification intuitive de ce terme. Étant donnée une famille de domaines bornés δ, du plan euclidien, nous appellerons ENVELOPPE DE LEURS FRONTIÈRES f *la frontière* F *du domaine* Δ *réunion des* δ.

Pour obtenir une propriété de contact des enveloppes, dans cette nouvelle acception, nous restreindrons la généralité au moyen de l'hypothèse suivante :

Par chaque point de la fonction f d'un δ, on peut mener une circonférence contenue dans $\delta + f$ et dont le rayon soit au moins égal à une longueur donnée ρ (la même pour tous les δ).

Alors il existe un ensemble e de points du plan tels qu'en faisant la construction de Cantor-Minkowski, c'est-à-dire en prenant l'enveloppe (au sens précédent) de tous les cercles de rayon ρ centrés sur e, on trouve un système de lignes comprenant f. Il résulte d'une proposition, due à M. Georges Bouligand [1], qu'un tel système est de longueur totale finie. Il en est donc de même de f.

Cela posé, tout point de l'enveloppe F (qui peut comprendre plusieurs courbes séparées) sera point frontière de l'un des δ. Le cercle de rayon ρ, passant par ce point et contenu par hypothèse dans ce δ, sera également dans Δ. En vertu du lemme précédent, la longueur totale des courbes F sera donc aussi bornée. Nous savons dès lors, par un théorème classique de M. Henri Lebesgue, que ces courbes possèdent une tangente, sauf en des points formant un ensemble de mesure nulle. Soient M un point où cette tangente existe, MT et MT′ les deux demi-droites dont elle est formée; il est impossible qu'un cercle γ de rayon $\geqq \rho$, passant par M et contenu dans $\Delta + F$, soit sécant à TMT′, car cela entraînerait l'existence de points de F infiniment voisins de M et intérieurs à γ. Donc, en un point tel que M, la tangente à F coïncide avec la tangente au cercle de rayon ρ mené par M à l'intérieur du domaine, et ce cercle est unique (sauf en cas d'une frontière F se touchant elle-même). De l'unicité de ce cercle découle pour l'enveloppée f, qui passe en M, la propriété d'avoir une tangente en ce point, confondue avec TMT′.

Il est intéressant de citer une application particulière de ce qui vient d'être dit :

Considérons un ensemble E de courbes fermées convexes γ dont le rayon de courbure reste continu et compris entre deux longueurs fixes a et b. L'enveloppe de ces courbes est une ligne rectifiable Γ, par chaque point de laquelle (en dehors d'un ensemble de mesure nulle) il passe une courbe γ tangente en ce point à Γ. Notamment on pourra supposer que les γ sont des cercles inégaux de rayons compris entre a et b.

On peut chercher à généraliser ce qui précède à plus de deux dimensions.

---

[1] *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, 52, 1928, p. 326. En réalité, le théorème cité établit la quarrabilité dans l'espace : on le transpose aisément en géométrie plane.

Pour $n = 3$, le même procédé conduit à la génération de surfaces enveloppes. Il suffit de réunir des domaines tels que par tout point de la frontière de chacun d'eux, il passe une sphère intérieure et de rayon supérieur à une longueur fixe. Les enveloppées et l'enveloppe sont simultanément quarrables. Mais on n'a plus ici un théorème analogue à celui de M. Lebesgue [1] et la discussion du contact est rendue plus difficile. Toutefois, si en un point M de l'enveloppe, il existe un plan tangent et si, de plus, ce plan est tout entier recouvert par le faisceau limite des droites issues de M, il coïncide avec le plan tangent à la sphère menée par M à l'intérieur du domaine et avec le plan tangent à l'enveloppée passant en M.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains systèmes d'équations linéaires et sur une propriété intégrale des fonctions de plusieurs variables.* Note de M. **D. Pompeiu**.

1. Soient

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_n,$$

n nombres réels liés par n relations linéaires de la forme suivante :

$$(1) \qquad \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_n a_n = \mathrm{A}.$$

On suppose (et c'est là le caractère spécial du système considéré) que, dans chacune des équations (1), p des coefficients λ sont égaux à *un* et les autres égaux à *zéro*. Ainsi, dans chacune des équations (1) n'entrent effectivement que p des n nombres a. Je suppose, bien entendu, que le déterminant du système ainsi défini est différent de zéro.

Cela posé, je dis que le second membre A est le même pour toutes les équations (1), les quantités a_k elles-mêmes sont des nombres égaux.

En effet, passant dans le premier membre de (1) le nombre A, changé de signe, ou plutôt la somme (changée de signe) de p nombres, chacun égal à $\frac{\mathrm{A}}{p}$ et posons

$$x_k = a_k - \frac{\mathrm{A}}{p}.$$

(1) M. R. Caccioppoli a donné un exemple de surface quarrable dépourvue de plan tangent sur un ensemble de points d'aire positive (*Rendiconti dei Lincei*, 7, 1928, p. 901).

On voit que le système (1) devient

$$\lambda_1 \alpha_1 + \lambda_2 \alpha_2 + \ldots + \lambda_n \alpha_n = 0, \tag{2}$$

c'est-à-dire un système d'équations linéaires et homogènes à déterminant non nul. On en conclut

$$\alpha_k = 0 \qquad (k = 1, 2, \ldots, n)$$

ou

$$a_k = \frac{A}{p},$$

ce qu'il fallait établir.

2. Cela étant établi, supposons maintenant que les a_k soient des nombres attachés aux points d'un plan. D'une façon précise, supposons tracé dans le plan xOy un réseau à mailles carrées obtenu par des parallèles aux axes coordonnés. Délimitons, dans le plan, une région contenant n nœuds du réseau et à chacun de ces nœuds attribuons un nombre a.

Le système (1) peut alors être interprété de la façon suivante : par un contour fermé C on renferme, dans une région partielle, p seulement des nœuds du réseau et l'on fait la somme des a_k correspondants. Cette opération variée et répétée n fois nous donnera le système (1).

Si l'on enclôt chaque fois, dans C, p des n nœuds et si la somme des a est toujours le même nombre A, le résultat du numéro précédent (la condition du déterminant étant supposée vérifiée) s'applique et les a ont même valeur.

3. Cette manière d'interpréter le résultat du n° 1 conduit naturellement à passer à la limite, en considérant des intégrales au lieu de sommes discrètes. On est amené ainsi à considérer une fonction continue $\varphi(x, y)$ supposée (pour simplifier) exister dans tout le plan et des contours fermés C *tous de même aire*. Si l'intégrale double

$$I = \iint_{(C)} \varphi \, dx \, dy$$

conserve, quel que soit C dans le plan, *la même valeur*, φ se réduit nécessairement à une constante.

Pour le cas particulier où les C sont des cercles de même aire j'ai donné une démonstration directe (elle paraîtra ailleurs) indépendante des considérations développées ici, ces considérations n'ayant en somme que le rôle d'*expliquer* le résultat trouvé.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines fonctions associées aux fonctions de Legendre*. Note de M. **René Lagrange**, transmise par M. Émile Borel.

Étant donnés deux trinomes

$$P(t) \equiv at^2 + 2bt + c, \qquad b^2 - ac = 1,$$
$$Q(t) \equiv a't^2 + 2b't + c', \qquad b'^2 - a'c' = 1,$$

désignons les quatre zéros par

$$\tau_1 = \frac{-b+1}{a}, \qquad \tau_2 = \frac{-b-1}{a}, \qquad \sigma_1 = \frac{-b'+1}{a'}, \qquad \sigma_2 = \frac{-b'-1}{a'},$$

et posons $ac' + ca' - 2bb' = -2z$.

ξ étant un rapport anharmonique de t avec trois des quatre zéros, et m un nombre complexe quelconque, on peut écrire

$$(1) \qquad \left(\frac{Q(t)}{P(t)}\right)^m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_m^n(z)\xi^n,$$

pourvu que z et t aient des valeurs convenables. Les coefficients $L_m^n(z)$ dépendent du choix de ξ et de la situation de z. On peut toujours supposer que t est le premier des quatre éléments du rapport ξ, et que le trinome dont les deux zéros se trouvent dans ξ est $P(t)$. Les deux seuls cas essentiellement distincts que l'on peut se borner à considérer sont donc ceux relatifs [1] à $\xi = R(t, \sigma_2, \tau_1, \tau_2)$ et à $\xi = R(t, \tau_1, \tau_2, \sigma_2) = -R(t, \sigma_2, \tau_1, \tau_2)$.

J'ai étudié précédemment [2] le premier cas et montré que les coefficients $J_m^n(z)$ fournis par (1) pour $\mathfrak{R}(z) > 0$ se rattachent étroitement aux fonctions de Legendre de première espèce. Si l'on avait pris $\mathfrak{R}(z) < 0$, on aurait été conduit aux coefficients semblables

$$L_m^n(z) = (-1)^m \left(\frac{z+1}{z-1}\right)^n J_m^{-n}(z) = (-1)^m J_m^{-n}(-z).$$

Il restait donc à étudier ce que donne le deuxième choix de ξ, et j'ai pu obtenir le résultat intéressant que les coefficients $J_m^{-n}(z)$ auxquels on est alors conduit s'expriment linéairement à l'aide des dérivées des fonctions de Legendre des deux espèces, Ici le développement n'existe, quel que soit m,

---

(1) Remplacer σ_2 par σ_1 revient à changer z en $-z$.

(2) *Journ. de Math.*, 6, 1927, p. 165-227.

que pour $|z+1|<2$, et son domaine de validité est

$$1<|R(t, \tau_1, \sigma_2, \tau_2)|<\frac{2}{|z+1|}.$$

Avec $P \equiv 2t-2z$, $Q \equiv t^2-1$, on obtient l'expression

$$J^m(z)=\frac{(z+1)^n}{2^{m+1}\pi i}\int \frac{(t-1)^m(t+1)^{m-n-1}}{(t-z)^m}\,dt,$$

le contour d'intégration partant de $-\infty$, tournant dans le sens direct autour de -1 et de z et revenant à $-\infty$. Cette intégrale est une fonction de z holomorphe dans le plan coupé par la portion $1 \leqq z$ de l'axe réel, et l'on précisera sa valeur par les conditions initiales

$$\arg(-\infty-1)=\arg(-\infty+1)=\arg(-\infty-z)=\pi.$$

On vérifie immédiatement que

$$\bar{J}_m^n(z)=e^{2m\pi i}\left(\frac{z+1}{2}\right)^n \bar{J}_{-m}^{-n}(z),$$

et qu'au voisinage de $z=-1$

$$\bar{J}(z)\sim\begin{cases} e^{\pi i(m+n)}\dbinom{m}{n}\left(\dfrac{z+1}{2}\right)^n & (n \geqq 0), \\ e^{\pi i(m+n)}\dbinom{-m}{-n} & (n \leqq 0). \end{cases}$$

De même que $J_m^n(z)$, $\bar{J}_m^n(z)$ admet un développement en série entière de $\frac{z+1}{z-z_0}$, z_0 étant un paramètre arbitraire $\neq -1$, les coefficients étant des polynomes hypergéométriques d'argument $\frac{1-z_0}{2}$. Je signalerai seulement deux formes auxquelles il se réduit pour $z_0=1$ et $z_0=\infty$, savoir

$$\bar{J}_m^n(z)=\binom{m}{n}\left(\frac{z-1}{2}\right)^{-m}\left(\frac{-z-1}{2}\right)^n F\left(m,\, m+1,\, n+1;\, \frac{z+1}{z-1}\right),$$
$$=(-1)^{m+n}\binom{m}{n}\left(\frac{z+1}{2}\right)^n F\left(m,\, n-m,\, n+1;\, \frac{z+1}{2}\right).$$

On en déduit que

$$\frac{\bar{J}_{n+m}^n(z)}{n-m}=e^{\pi i(1-2m)}\frac{\bar{J}_m^n(z)}{m},$$

et que $\bar{J}_m^n(z)$ vérifie l'équation différentielle

$$(1-z^2)\frac{d^2y}{dz^2}-(n-1)(1-z)\frac{dy}{dz}+m(m-n)y=0.$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une relation entre des résultats de MM. Minetti et Valiron.* Note de MM. **E. Hille** et **J. Tamarkin**, transmise par M. Émile Borel.

M. Minetti (¹) vient d'annoncer le résultat que la série $\sum \frac{1}{r_n^{\rho+\varepsilon}}$ et l'intégrale $\int_0^\infty \frac{\mathfrak{M}_r}{r^{\rho+1+\varepsilon}}dr$ sont égales au facteur constant $(\rho+\varepsilon)^2$ près. La démonstration de M. Minetti n'est pas tout à fait claire, car le nombre s, introduit par lui, n'est pas constant ; au contraire, s tend vers ∞ avec t. Heureusement le résultat de M. Minetti est néanmoins exact et s'obtient comme une conséquence immédiate de la formule

$$(1)\qquad \int_\alpha^r \frac{\mathfrak{M}_x}{x^{\rho+1+\varepsilon}}dx = \frac{1}{\rho+\varepsilon}\left\{\frac{\mathfrak{M}_\alpha}{\alpha^{\rho+\varepsilon}} - \frac{\mathfrak{M}_r}{r^{\rho+\varepsilon}} + \int_\alpha^r \frac{n(x)}{x^{\rho+1+\varepsilon}}dx\right\}$$

donnée par M. Valiron (²). En choisissant α au-dessous du plus petit module des zéros de la fonction entière $f(x)$ et en supposant $f(0)=1$, nous trouvons $\mathfrak{M}_\alpha = 0$. L'intégrale du deuxième membre de (1) peut s'écrire

$$(2)\qquad \int_\alpha^r \frac{r(x)}{x^{\rho+1+\varepsilon}}dx = \frac{1}{\rho+\varepsilon}\left\{-\frac{n(r)}{r^{\rho+\varepsilon}} + \int_\alpha^r \frac{dn(x)}{x^{\rho+\varepsilon}}\right\}.$$

En observant que $\int_\alpha^\infty \frac{dn(x)}{x^{\rho+\varepsilon}} = \sum \frac{1}{r_n^{\rho+\varepsilon}}$, la série supposée convergente, et que les termes $\frac{\mathfrak{M}_r}{r^{\rho+\varepsilon}}$ et $\frac{n(r)}{r^{\rho+\varepsilon}} \to 0$ quand $r\to\infty$, nous voyons que le résultat de M. Minetti se trouve démontré.

(¹) S. Minetti, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 372-374. Pour la notation, nous renvoyons à cette Note et aux Notes de MM. Hadamard et Landau, citées par M. Minetti.

(²) G. Valiron, *Lectures on the general theory of integral functions*, Toulouse, 1923, p. 183.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Il y a trois dynamiques distinctes et trois seulement correspondant aux trois espaces d'Euclide, de Riemann et de Cartan*. Note de M. ALEX. VÉRONNET, transmise par M. P. Appell.

Nous avons montré dans une Note précédente (25 mars 1929) que la multiplicité la plus générale correspondait à l'espace de Cartan et qu'elle pouvait se réduire à celle de Riemann, comme celle-ci à celle d'Euclide, en multipliant le nombre des variables. Tant que l'on ne considère que des nombres abstraits, on n'a qu'une construction mathématique d'analyse pure. Il n'y a aucune difficulté de transformation.

Si nous choisissons comme unités des unités de longueur, nous introduisons une métrique, nous faisons de la multiplicité un espace et de l'analyse une géométrie. Les unités, bien que concrètes, sont encore toutes de même nature, et nos trois espaces peuvent se transformer l'un dans l'autre en multipliant simplement le nombre des dimensions ou des unités. On a encore trois sous-groupes d'un même groupe. C'est pour cela que la géométrie analytique possède la même extension que l'analyse et peut la traduire exactement et la même réciproque est vraie.

En introduisant dans notre multiplicité une nouvelle unité concrète, une unité de temps, on obtiendra la cinématique, puis la dynamique en introduisant l'unité de masse. La physique ne nous fournit que ces trois unités fondamentales et elle exprime toutes les autres au moyen de celles-ci. Tout ce qui n'y rentre pas n'a pas actuellement de réalité physique. Nous en déduirons donc trois dynamiques distinctes correspondant aux trois espaces et trois seulement.

Nous avons vu que l'espace euclidien est caractérisé par ce fait que toutes les unités de mesure peuvent y être prises partout égales et invariables. Dans l'espace de Riemann elles sont variables, mais avec une variation du premier ordre, correspondant à la courbure d'une ligne sans torsion. Dans l'espace de Cartan elles ont une variation du second ordre, correspondant à la torsion d'une courbe gauche. Il en sera de même pour les unités dynamiques.

On est donc amené à définir non seulement les unités fondamentales elles-mêmes, mais encore les variations de chacune d'elles par rapport aux autres variables. Or précisément les dérivées premières $\frac{\partial \xi_i}{\partial x_k}$ des unités ξ_i

définissent le vecteur de Cartan et les dérivées secondes $\frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x_k \partial x_l}$ le vecteur de Riemann, ainsi que les géométries correspondantes. Ces dérivées premières et secondes des unités physiques définissent de même les trois dynamiques.

Or les dérivées premières correspondent à la vitesse, les dérivées secondes à l'accélération en mécanique. Elles permettent donc, au moins théoriquement, de déterminer et de suivre complètement le mouvement et la variation du système des unités dans tous les points d'univers, et par conséquent la variation et l'étude de toute grandeur physique mesurée avec ces unités variables. La *mécanique généralisée*, dérivée de l'analyse de Cartan, fournira donc la solution complète du problème de physique le plus général. Nous voyons par là aussi qu'il n'y a pas d'analyse ni de dynamique plus générale au moins pour notre logique actuelle. La mécanique de la relativité généralisée en est un cas particulier.

La mécanique de la relativité restreinte rentre de même dans la dynamique de Riemann et la mécanique de Newton correspond bien aux unités absolues, invariables, de la géométrie d'Euclide.

Mais les unités physiques de longueur, de temps, de masse restent irréductibles les unes aux autres. Il en sera de même de la variation des unes par rapport aux autres, de la variation de la masse par rapport à l'espace et au temps, de la variation spatiale du temps, etc. On aurait beau multiplier les unités de mesure que l'on ne pourrait pas les réduire à l'unité, ni réduire nos trois mécaniques à une seule. Elles sont irréductibles.

Toutes les entités physiques, et par conséquent toutes les lois physiques, seront nécessairement exprimées par des *tenseurs*, tels que nous les avons définis, comprenant à la fois les variables fondamentales et leurs unités de mesure. Ce sont donc bien des invariants, indépendants du système d'analyse, de géométrie ou de dynamique choisi, le plus simple et le plus commode dans chaque cas.

DYNAMIQUE. — *Sur quelques applications des systèmes pfaffiens* Note [1] de M. LUCIEN FÉRAUD.

Après avoir envisagé les systèmes pfaffiens [2] en m'attachant aux propriétés qui résultent de la nature analytique, je me propose ici

(1) Séance du 8 avril 1929.

(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1029.

d'énoncer quelques résultats relatifs à leur application à des problèmes de dynamique ([1]).

On peut d'abord obtenir très simplement, comme illustration des avantages attachés à la considération des systèmes pfaffiens, l'ordre final (après la plus grande réduction possible) dans différents problèmes classiques : trois corps dans un plan, trois corps, *n* corps.

Un des problèmes fondamentaux qui se posent en dynamique, eu égard aux systèmes pfaffiens, est celui de leur réduction à la forme hamiltonienne *au voisinage d'un point d'équilibre*. La méthode ([2]) de M. Birkhoff ne considère que le point de vue *formel* et par suite laisse de côté la question de la convergence des séries.

J'ai étudié cette réduction en me plaçant au point de vue *actuel*, c'est-à-dire en lui imposant d'être réalisée à l'aide de fonctions analytiques. Dans le cas de deux degrés de liberté on part du changement de variables ([3])

$$\xi_i = \bar{\xi}_i, \qquad \eta_i = \bar{\eta}_i + G_i(\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2, \bar{\eta}_1, \bar{\eta}_2) \qquad (i = 1, 2) \tag{1}$$

et du système

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \xi_1} &= S_1 \frac{\partial G_1}{\partial \xi_1} + S_2 \frac{\partial G_2}{\partial \xi_1} + R_1, \\ \frac{\partial E}{\partial \xi_2} &= S_1 \frac{\partial G_1}{\partial \xi_2} + S_2 \frac{\partial G_2}{\partial \xi_2} + R_2, \end{aligned}\right. \tag{2}$$

où E représente une fonction inconnue des variables ξ_1, ξ_2, η_1, η_2. On commence par établir pour le système simultané (2) l'existence d'une solution holomorphe au voisinage de $\xi_1 = \xi_2 = \eta_1 = \eta_2 = 0$ et telle que lorsqu'on donne ces valeurs initiales aux variables, G_1 et G_2 soient nulles ainsi

---

([1]) On aura une idée de l'importance de ces applications en se reportant à M. G. D. BIRKHOFF, *Dynamical Systems* (*American Math. Soc. Colloq. Publ.*, 9, New-York, 1927).

([2]) *Stability and the Equations of Dynamics* (*American Journal of Mathematics*, 49, 1, 1927, p. 1).

([3]) Nous empruntons les notations du Mémoire de M. Birkhoff (*loc. cit.*) et en même temps la forme particulière sous laquelle est écrite, en tenant compte des hypothèses, l'expression ω qui définit le système pfaffien.

On peut encore remarquer, avec M. Birkhoff, que le procédé formel qui ne fait pas intervenir de *petits diviseurs* suggère la possibilité d'établir la réduction au sens actuel quel que soit le nombre des degrés de liberté. Nous nous bornerons ici à remarquer que la démonstration dont nous indiquons les grandes lignes pour $n = 2$ ne s'étend pas au cas général.

que toutes leurs dérivées premières. On remarque dans ce but que ce système d'équations linéaires aux dérivées partielles simultanées se présente sous la forme *canonique* considérée par C. Bourlet (¹) :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_k} = a_{00}^{ik} + \sum_{j>i} a_{jk}^{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \sum_{h>k} a_{sh}^{ik} \frac{\partial u_s}{\partial x_h}.$$

Si on lui adjoint sa condition d'intégrabilité et si l'on introduit $\frac{\partial G_1}{\partial \xi_1}$, $\frac{\partial G_1}{\partial \xi_2}$ comme nouvelles fonctions inconnues il conserve cette forme canonique et se trouve être de plus complètement intégrable. Il suffit maintenant d'appliquer au système ainsi transformé le théorème de C. Bourlet établissant pour un système canonique complètement intégrable, dans le voisinage de valeurs initiales nulles, l'existence d'une solution holomorphe que l'on obtient en prenant toutes les *dérivées paramétriques* égales à o.

A la condition de déterminer G_1 et G_2 à l'aide de la solution holomorphe dont on a établi l'existence pour le système (2), il est aisé de montrer qu'en effectuant après le changement de variables (1) le suivant :

$$\eta_i = \bar{\eta}_i,$$

$$S_1 \frac{\partial G_1}{\partial \eta_1} + S_2 \frac{\partial G_2}{\partial \eta_1} + S_1 - \frac{\partial E}{\partial \eta_1} = \bar{\xi}_1,$$

$$S_1 \frac{\partial G_1}{\partial \eta_2} + S_2 \frac{\partial G_2}{\partial \eta_2} + S_2 - \frac{\partial E}{\partial \eta_2} = \bar{\xi}_2,$$

on transforme l'expression ω qui définit le système pfaffien en une nouvelle forme différentielle linéaire qui correspond à un système hamiltonien.

Ainsi, dans le cas particulier de deux degrés de liberté, est établie *par l'intermédiaire de fonctions analytiques* la réduction d'un système pfaffien à la forme hamiltonienne, *dans le voisinage d'un point d'équilibre*.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Remarque sur les équations de l'électromagnétisme*. Note de M. **René Lucas**, présentée par M. Jean Perrin.

La mécanique ondulatoire étend au cas des corpuscules matériels en mouvement la double représentation corpusculaire et ondulatoire suggérée par les diverses propriétés de la lumière.

(¹) *Thèse* et aussi *Annales de l'École Normale supérieure*, 3ᵉ série, 8, 1891, supplément, page 1.

(²) *Loc. cit.*, théorème VIII, p. 35.

Dans le cas de la lumière une représentation de l'onde pilotant le photon est fournie par la théorie électromagnétique qui prévoit la vitesse de propagation de l'onde lumineuse mais qui n'indique rien au sujet des ondes de phase.

Si l'on veut étendre à la matière les propriétés de la lumière on peut se demander si les équations de l'électromagnétisme dans le cas de charges en mouvement ne sont pas compatibles avec l'existence d'ondes de phase.

Envisageons les équations de Lorentz donnant les champs électrique h et magnétique H en fonction des charges (densité ρ), des vitesses (v) et des propriétés du milieu (K_0 et μ_0 constante diélectrique et perméabilité du vide).

$$\operatorname{div} h = \frac{4\pi\rho}{K_0}, \qquad \operatorname{div} H = 0.$$
$$\operatorname{rot} h = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}, \qquad \operatorname{rot} H = 4\pi\rho v + K_0 \frac{\partial h}{\partial t}.$$

L'évaluation des champs peut se faire par l'intermédiaire des potentiels scalaire U et vecteur $\vec{F}$ de Lorentz. Toutefois la prévision des champs électromagnétiques selon cette voie se heurte à des contradictions vis-à-vis de l'expérience quand il s'agit de mouvements accélérés, alors que l'accord semble parfait tant qu'il s'agit d'états stationnaires (circuits parcourus par des courants permanents, charges en mouvements uniformes).

Nous ne retiendrons donc les résultats que strictement pour le cas précédent.

Les expressions de U et $\vec{F}$ de Lorentz et les champs h et H sont ($d\omega$ élément de volume)

$$U = \int \rho \frac{d\omega}{K_0 r} \qquad \text{et} \qquad h = -\mu_0 \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + \operatorname{grad} U.$$
$$\vec{F} = \int \rho \frac{v}{r} d\omega \qquad \text{et} \qquad H = \operatorname{rot} \vec{F}.$$

Au cas d'une particule animée d'une vitesse v constante nous avons entre U et $\vec{F}$ la relation

$$\vec{F} = K_0 \vec{v} U.$$

On peut se demander si, en dehors des expressions précédentes de U et $\vec{F}$, on ne peut envisager d'autres expressions U′ et $\vec{F}'$ que l'on pourrait superposer aux précédentes sous la condition que h et H *ne soient pas modifiés*. Pour que la relation $\frac{\vec{F}}{K_0 U} = \vec{v}$ se transforme de la même manière en super-

posant F′ et U′ nous poserons aussi

$$\frac{\vec{F}'}{K_0 U'} = \vec{v}.$$

En tenant compte de ces deux conditions nous avons

$$o = -\mu_0 \frac{\partial \vec{F}'}{\partial t} + \operatorname{grad} U', \qquad o = \operatorname{rot} \vec{F}' \quad \text{et} \quad \vec{F}' = K_0 v U',$$

d'où

$$o = -K_0 \mu_0 v \frac{\partial U'}{\partial t} + \operatorname{grad} U'$$

qui admet comme solution

$$U' = \Phi\left(t - \frac{x v_x + y v_y + z v_z}{c^2}\right)$$

et par suite

$$\vec{F}' = K_0 v \Phi\left(t - \frac{x v_x + y v_y + z v_z}{c^2}\right)$$

(v_x, v_y, v_z, composantes de v, c vitesse de la lumière, Φ fonction arbitraire).

On vérifie de suite que ni h ni H ne sont changés ($\operatorname{rot} v U' \equiv o$). En résumé, on voit que l'on peut, sans changer la valeur des champs électrique et magnétique, superposer aux potentiels scalaire et vecteur classiques deux nouvelles expressions qui présentent de manière remarquable la propriété de vérifier pour la vitesse de phase V la relation fondamentale $Vv = c^2$ établie par M. Louis de Broglie par d'autres considérations.

Dans la mesure où ces expressions U′ et $\vec{F}'$ pourraient représenter l'onde de phase, celle-ci apparaîtrait avec un double caractère scalaire et vectoriel.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur la loi de l'attraction.* Note (¹) de M. **Neronoff.**

Supposons la loi d'attraction dont la forme comporterait que le potentiel de la force d'attraction agissant entre deux points matériels de masses M et m s'exprime par la série

(1) $$U = fmM\left(\frac{1}{\rho} + \frac{\lambda}{\rho^2} + \frac{\mu}{\rho^3} + \frac{\nu}{\rho^4} + \ldots\right), \qquad \rho \geqq \rho_0 \geqq o,$$

où ρ est leur distance et f une constante. La force d'attraction est $\frac{dU}{d\rho}$.

(¹) Séance du 22 avril 1929.

Les coefficients λ, μ, ν, ... de la série (1) peuvent être déterminés, si nous prenons pour la fonction F une forme particulière admettant un développement suivant les puissances de $\frac{1}{\rho}$.

Déterminons la position d'une planète dans l'espace par le procédé employé en Mécanique céleste. Mais dans ce cas le plan de l'équateur du Soleil jouera le rôle du plan de l'écliptique au 1er janvier 1850. Conservons aussi la terminologie correspondante [1].

Considérons la planète comme un point matériel de masse m et le Soleil comme un corps continu de masse M dont les moments d'inertie principaux par rapport à son centre de gravité sont $A = B$ et C.

Le potentiel de la force d'attraction se présente sous la forme de la série

$$(2) \qquad U = fm\left\{\frac{M}{r} + \frac{\lambda M}{r^2} + \frac{2\mu' M + 3i\sin^2(\bar{\nu} - \theta)\sin^2\varphi}{2r^3} + \ldots\right\},$$

$$\mu' = \mu - \frac{i}{2M}, \qquad i = A - C,$$

où r désigne la distance de la planète au centre de gravité du Soleil, θ la longitude du nœud ascendant du plan de l'orbite par rapport au plan de l'équateur du Soleil, φ l'inclinaison de l'orbite par rapport au même plan et $\bar{\nu}$ la longitude de la planète dans son orbite.

En appliquant la méthode des fonctions majorantes, on peut montrer que la série (2) sera convergente, si $r > \rho_0 + \delta_{max}$, où δ_{max} désigne le maximum de la distance du centre de gravité du Soleil à sa surface.

La force d'attraction n'est pas centrale. Elle sera centrale, si nous supposons que le Soleil est limité par la surface d'une sphère et que sa densité en chaque point ne dépend que de la distance de ce point au centre de la sphère ($i = 0$).

Dans le cas général nous considérons les éléments du mouvement elliptique a (le demi-grand axe de l'orbite), e (l'excentricité), φ, θ, $\bar{\omega}$ (la longitude du périhélie) et ε (la longitude moyenne de l'époque) comme des fonctions inconnues du temps t prenant les valeurs initiales a_0, e_0, φ_0, θ_0, $\bar{\omega}_0$, ε_0 pour $t = t_0$.

Comme la masse m est très faible par rapport à M, nous négligeons l'influence de la planète sur le mouvement du Soleil.

Déterminons les fonctions a, e, φ, θ, $\bar{\omega}$, ε par le système connu d'équations

(1) TISSERAND, *Traité de Mécanique céleste*, 1, p. 31-32.

différentielles ([1]), en présentant la fonction perturbatrice R sous la forme d'une série entière ordonnée suivant les puissances de l'excentricité e.

Employons pour l'intégration de ce système la méthode des approximations successives et trouvons l'intervalle de temps (t_0, t_0+h) pour lequel le procédé sera convergent, en supposant, pour simplifier les formules, la force d'attraction comme centrale. Cette restriction n'aura pas lieu dans la suite.

Quand le temps reçoit l'accroissement $T = \frac{2\pi}{n_0}$, où $n_0 = ka_0^{-\frac{3}{2}}$ et $k = \sqrt{fM}$, égal à la durée de la révolution de la planète sur son orbite, nous avons, pour les accroissements des fonctions inconnues présentées, les séries

$$(3)\quad \begin{cases} a\Big|_{t_0}^{t_0+T} = 0, \qquad \theta\Big|_{t_0}^{t_0+T} = \dfrac{3\pi i \cos\varphi_0}{Ma_0^2} + \ldots, \\ \bar{\omega}\Big|_{t_0}^{t_0+T} = \dfrac{2\pi\lambda}{a_0} + \dfrac{6\pi\mu'}{a_0^2} + \dfrac{15\pi i \sin^2\varphi_0}{4Ma_0^2}[2 - \cos 2(\bar{\omega}_0 - \theta_0)] + \ldots, \\ e\Big|_{t_0}^{t_0+T} = \dfrac{15\pi e_0 i \sin^2\varphi_0 . \sin 2(\bar{\omega}_0 - \theta_0)}{4Ma_0^2} + \ldots, \\ \varphi\Big|_{t_0}^{t_0+T} = -\dfrac{15\pi e_0^2 i \sin 2\varphi_0 . \sin 2(\bar{\omega}_0 - \theta_0)}{8Ma_0^2} + \ldots, \\ \varepsilon\Big|_{t_0}^{t_0+T} = \dfrac{8\pi\lambda}{a_0} + \dfrac{12\pi\mu'}{a_0^2} + \dfrac{3\pi i \sin^2\varphi_0}{2Ma_0^2}\left[7 - \operatorname{tang}^2\dfrac{\varphi_0}{2} - 3\cos 2(n_0 t_0 + \varepsilon_0 - \theta_0)\right] + \ldots. \end{cases}$$

Le déplacement du périhélie à chaque révolution de la planète a la forme

$$(4)\quad (\bar{\omega} - \theta)\Big|_{t_0}^{t_0+T} = \frac{2\pi\lambda}{a_0} + \frac{6\pi\mu'}{a_0^2} + \frac{3\pi i}{4Ma_0^2}\{5\sin^2\varphi_0[2 - \cos 2(\bar{\omega}_0 - \theta_0)] - 4\cos\varphi_0\} + \ldots.$$

Les premiers termes des séries (3) et (4) montrent que :

1° La variation des angles θ et φ dépend du coefficient i caractérisant la distribution de la masse du Soleil. C'est à cause de la variation de ces angles qu'a lieu le mouvement des nœuds du plan de l'orbite.

2° La variation de l'excentricité e dépend du même coefficient i.

3° Le déplacement du périhélie dépend en même temps du coefficient i et des coefficients λ, μ de la série (1).

Si le coefficient λ est différent de zéro, nous ne retenons dans la série (4) pour les valeurs $\frac{1}{a_0}$ et e_0 suffisamment petites que le premier terme. La com-

---

([1]) Tisserand, *loc. cit.*, Chap. IX, X.

paraison avec l'expression d'Einstein (¹), déduite de la théorie de la Relativité,

$$\frac{24\pi^3 a^2}{T^2 c^2(1-e^2)} = \frac{2\pi}{p}\cdot\frac{3fM}{c^2}, \qquad p = \frac{b^2}{a}, \tag{5}$$

où c désigne la vitesse de la lumière et pour les orbites presque circulaires $p = a_0$, donne la valeur approximative de λ :

$$\lambda = \frac{3fM}{c^2}. \tag{6}$$

La valeur plus exacte de λ et celles des coefficients μ, ν, ... ne peuvent être reçues que des calculs astronomiques.

MAGNÉTISME. — *Diamagnétisme de quelques composés binaires halogénés.* Note (²) de M. **R. Hocart**, transmise par M. P. Weiss.

Malgré le grand nombre de déterminations relatives aux coefficients d'aimantation des diamagnétiques, on ne possède pas les données de haute précision nécessaires pour le contrôle des théories. Je me suis proposé de déterminer *très exactement* un petit nombre de ces coefficients.

J'ai étudié les solutions par la méthode d'ascension (³) et les solides et les solutions avec la méthode du pendule de translation (⁴), (⁵); j'ai apporté mes soins à la purification et aux analyses des substances; le contrôle magnétique de la pureté des substances a également été fait. Les ascensions ont été mesurées sous une atmosphère d'hydrogène et pour les mesures faites avec l'appareil de translation la correction du diamagnétisme de l'air a été calculée à partir du coefficient $\chi_{sp.} = 1{,}077 \times 10^{-4}$ (⁶) pour l'aimantation spécifique de l'oxygène à 20° C. Le calcul relatif aux solutions aqueuses a été mené en admettant l'additivité des diamagnétismes de l'eau et du corps dissous.

La précision des expériences est, dans le cas des solutions (méthode d'as-

(¹) Einstein, *Sitzungsberichte der Preuss. Akad. der Wiss.*, 1915, p. 831.
(²) Séance du 22 avril 1929.
(³) A. Piccard, *Arch. Sc. phys. et nat.*, 35, 1913, p. 343.
(⁴) P. Weiss et G. Foëx, *J. Phys.*, 5, 1911, p. 1, 275, 744, 895.
(⁵) G. Foëx et R. Forrer, *J. Phys.*, 7, 1926, p. 180.
(⁶) A. Piccard et Edm. Bauer, *Arch. Sc. phys. et nat.*, 46, 1918, p. 337.

cension), d'au moins 1 pour 1000, dans le cas des solides (pendule de translation) d'au moins 3 pour 1000.

Les nombres obtenus reposent sur le coefficient d'aimantation spécifique de l'eau : $\chi_{sp.} = -0,7199 \times 10^{-6}$ à 20° C. rapporté au vide [1].

Les valeurs numériques citées ci-dessous correspondent, bien entendu, à des séries de mesures entièrement indépendantes.

I. — *Acide chlorhydrique.*

Coefficient d'aimantation moléculaire χ_{mol}.	Concentration %.	Méthode P [2] ou A [3].	Coefficient d'aimantation moléculaire χ_{mol}.	Concentration %.	Méthode P [2] ou A [3].
$-22,3_4 . 10^{-6}$ ...	7,35	P	$-22,0_8 . 10^{-6}$ ...	15,68	A
$-22,1_6$ » ...	7,35	A	$-22,0$ » ...	15,77	A
$-22,0_5$ » ...	12,96	A	$-21,9_6$ » ...	26.85	A
$-21,6_7$ » ...	14,3	A	$-21,5_2$ » ...	29,54	P
$-22,2_3$ » ...	14,3	P	$-20,8_0$ » ...	36,55	P

En attribuant un poids plus grand aux déterminations faites par la méthode d'ascension nous prendrons

$$\chi_{mol} = -22.0 . 10^{-6} \quad \text{à} \quad 0,5 \text{ pour 100 près.}$$

II. — NaCl.

Sel solide.	Solution aqueuse.		
χ_{mol}.	χ_{mol}.	%.	
$-30,0_7 . 10^{-6}$	$-30,7_5 . 10^{-6}$	22,1	A
$-30,1$ »	$-30,8_5$ »	22,15	A
$-30,1_3$ »	$-31,1_6$ »	26,4	P
	$-30,6_2$ »	26,5	P
$\chi_{mol} = -30,1 . 10^{-6}$	$\chi_{mol} = -30,8 . 10^{-6}$		

---

[1] A. PICCARD et A. DEVAUD. *Arch. Sc. phys. et nat.*, 2, 1920, p. 455.

[2] Pendule de translation.

[3] Ascension.

III. — KCl.

Sel solide.	Solution aqueuse.		
χ_{mol}.	χ_{mol}.	%.	
$-39,0_3 . 10^{-6}$	$-39,7 . 10^{-6}$	19,72	A
$-38,4_3$ »	$-40,0_5$ »	22,26	P
$-39,2_7$ »	$-39,4_8$ »		A
$-39,1_4$ »	$-39,6_7$ »	22,77	P
$-39,0$ »	$-39,6_0$ »		A
$-39,1$ »	$-39,3_2$ »	23,0	P
$-38,9_2$ »	$-39,5_8$ »		A

$\chi_{mol} = -39,1 . 10^{-6}$ pour le sel solide.

$\chi_{mol} = -39,60 , 10^{-6}$ à $\frac{1}{300}$ près pour le sel en solution aqueuse aux concentrations voisines de 20 pour 100.

Pour ces deux substances (NaCl et KCl) le coefficient d'aimantation à l'état dissous est supérieur à celui de la même substance en solution; l'écart n'est pas dû à une erreur expérimentale, les résultats obtenus par les deux méthodes étant concordants; pour NaCl l'écart est de 2,3 pour 100, pour KCl de 1,4 pour 100.

Le diamagnétisme des ions n'est donc pas rigoureusement additif.

Ce défaut d'additivité est confirmé par des mesures relatives au chlorure de calcium en solution sursaturée, puis sur le même échantillon pris en masse; dans le premier cas j'ai obtenu : $\chi_{mol} = -55,6 . 10^{-6}$ et dans le second cas $\chi_{mol} = -54,45 . 10^{-6}$, soit un écart de 2,1 pour 100.

A côté des valeurs numériques précédentes je rassemble ci-dessous les résultats de quelques mesures moins nombreuses dont la précision atteint encore 1 pour 100.

χ_{mol} de quelques combinaisons halogénées à l'état solide :

KBr.....	$-49,1_5 . 10^{-6}$;	KI......	$-63,8 . 10^{-6}$;	$MgCl^2$...	$-47,4_5 . 10^{-6}$;
$CaCl^2$...	$-54,4_5 . 10^{-6}$;	$SrCl^2$...	$-63,0 . 10^{-6}$;	$BaCl^2$...	$-72,6 . 10^{-6}$.

En résumé, il n'est pas possible à cause du *défaut d'additivité* de décrire les propriétés diamagnétiques des corps au moyen d'un seul coefficient. Sous cette réserve, les nombres que j'ai obtenus sont, parmi les valeurs très divergentes des autres auteurs, en accord satisfaisant avec celles de Pascal [1].

---

[1] P. Pascal, *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 1895; 173, 1921, p. 144.

MAGNÉTISME. — *Le diamagnétisme du cristal d'azoxyanisol et la précession de Larmor.* Note [1] de M. G. **Foëx**, transmise par M. Pierre Weiss.

Les mesures ont porté sur deux beaux cristaux de para-azoxyanisol préparés par Mlle Zadoc-Kahn [2].

Les valeurs trouvées pour les coefficients principaux d'aimantation sont :

Suivant l'axe de symétrie .... $\chi_1 = -6,65.10^{-7}$.

Dans le plan de symétrie .... $\chi_2 = -6,34.10^{-7}$, $\chi_3 = -4,08.10^{-7}$ [3].

Entre la température ordinaire et -79° la variation de χ_3 est inférieure à 1 pour 100 de sa valeur.

On peut déduire de ces données un certain nombre de renseignements :

1° On interprète l'ensemble des propriétés de la phase nématique en admettant que les molécules, de forme très allongée, possèdent une orientation commune [4]. En particulier, dans un champ magnétique intense, elles se disposent toutes avec leur grand axe parallèle au champ. Toutefois, comme le montre la variation de χ avec la température dans la phase nématique, l'agitation thermique empêche l'orientation d'être complète.

Dans cette phase, en opérant à la plus basse température qu'il soit possible de maintenir sans provoquer la fin de la surfusion, j'ai trouvé

$$\chi = -4,52.10^{-7},$$

c'est-à-dire une valeur supérieure à χ_3.

L'orientation des molécules dans le cristal est donc plus complète que dans la substance nématique soumise à un champ intense. On peut admettre qu'elles sont toutes parallèles, leur grande dimension coïncidant avec la direction principale 3 du plan de symétrie.

La différence des coefficients χ_1 et χ_2 montre que ces molécules ne sont pas de révolution.

---

(1) Séance du 22 avril 1929.

(2) Mlle Zadoc-Kahn, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1138.

(3) Le cristal est monoclinique; la position des directions principales dans le plan de symétrie sera indiquée dans une publication plus étendue.

(4) G. Friedel, *Ann. de Phys.*, 9e série, 18, 1922, p. 380.

2° Le coefficient moyen dans le cristal a pour valeur

$$\chi_m = \frac{\chi_1 + \chi_2 + \chi_3}{3} = -5,69.10^{-7}$$

et le rapport

$$\delta = \frac{\chi_m - \chi_3}{\chi_m}$$

est égal à 0,283. Les théories du diamagnétisme basées sur le théorème de Larmor (précession de l'électron autour du champ) attribuent comme limite supérieure à ce rapport la valeur 0,25.

Le théorème de Larmor ne s'applique donc pas à la molécule d'azoxyanisol.

Ce résultat, prévu par quelques théoriciens [1], n'est pas surprenant, le théorème de Larmor n'étant valable en toute rigueur que pour des particules (atomes ou ions) contenant un seul noyau atomique.

La structure de la molécule d'azoxyanisol étant inconnue, les résultats actuels ne permettent pas d'affirmer que les orbites électroniques s'y comportent, au point de vue du diamagnétisme, comme des *circuits fixes*. La valeur trouvée par δ est, en effet, compatible avec l'existence de précessions partielles.

Toutefois il y a lieu de remarquer que si les précessions des orbites existaient elles seraient probablement beaucoup plus marquées autour du grand axe de la molécule qu'autour d'un axe perpendiculaire. Avec la précession théorique autour du grand axe et une précession très faible autour de tout autre, le diamagnétisme serait plus grand pour les molécules orientées par le champ que pour les molécules réparties au hasard. L'expérience donne le résultat contraire avec une augmentation relative de 19 pour 100 du diamagnétisme au passage de la phase nématique orientée au liquide isotrope.

Il paraît légitime d'admettre que dans l'azoxyanisol les orbites se comportent comme des circuits fixes. Les lois d'additivité de Pascal montrent alors qu'il en est de même dans les autres molécules organiques et aussi dans les éléments polyatomiques.

3° Les molécules étant complètement orientées et les orbites fixes, les valeurs des coefficients principaux donnent une mesure de la dissymétrie de la molécule. Les aires totales des projections des orbites sur les trois

---

(1) HERTZFELD, *Phys. Zeitsch.*, 26, 1925, p. 824.

plans principaux (¹) sont entre elles comme les coefficients χ_1, χ_2 et χ_3, c'est-à-dire, dans l'azoxyanisol, comme les nombres 6,65, 6,34 et 4,08. Les orbites situées dans des plans parallèles à l'axe de la molécule sont prépondérantes, mais la surface projetée sur un plan perpendiculaire à l'axe est loin d'être négligeable.

PHYSIQUE. — *Sur la loi fondamentale de l'aimantation paramagnétique d'un cristal et sur la loi de dispersion rotatoire paramagnétique.* Note [2] de MM. **Jean Becquerel** et **W.-J. de Haas**, transmise par M. Pierre Weiss.

On sait que le pouvoir rotatoire paramagnétique de la *tysonite* varie, en fonction de $\frac{H}{T}$ (H champ magnétique, T température absolue), suivant une loi représentée par une tangente hyperbolique [3].

Le moment magnétique qui détermine le phénomène a été trouvé, dans les limites de précision sur l'estimation de très basses températures, égal à un magnéton de Bohr.

Comment une loi simple peut-elle exister pour une substance aussi complexe, contenant trois ions paramagnétiques (Ce^{+++}, Pr^{+++}, Nd^{+++}) de moments magnétiques différents? La réponse est donnée par l'étude de la dispersion rotatoire, qui prouve qu'un seul ion est actif.

Dans un travail très important, M. R. Ladenburg [4] a établi une formule théorique qui, abstraction faite de la rotation diamagnétique (négligeable dans la tysonite vis-à-vis de l'énorme rotation paramagnétique), peut s'écrire

$$\rho = \frac{l}{4\pi c^2}\,\frac{(n^2+2)^2}{9n}\sum_s \frac{\lambda_s^3}{\lambda^2-\lambda_s^2}(\varepsilon_{s_-}-\varepsilon_{s_+});$$

les λ_s sont les longueurs d'onde des bandes d'absorption actives; les $\varepsilon_{s_\mp}$ sont proportionnels aux nombres des oscillateurs (au sens de la théorie classique) en mouvement circulaire de sens négatif ou positif.

Si nous supposons une seule bande active, les mesures que nous avons

(¹) Ce sont les plans qui, dans le cristal, sont perpendiculaires aux trois directions principales; deux d'entre eux passent par l'axe de la molécule et sont rectangulaires; le troisième est perpendiculaire à l'axe.

(²) Séance du 11 mars 1929.

(³) Jean Becquerel et W.-J. de Haas, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1720.

(⁴) R. Ladenburg, *Zeitschrift für Physik.*, 46, 1927, p. 168.

faites avec la tysonite, aux températures de 4°,21 K. et de 1°,95 K., vérifient cette formule *au millième près*.

Voici, comme exemple, quelques chiffres se rapportant à la température de 1°,95 :

$T = 1°,95$, $H = 26,73$ kilogauss, $l = 1^{mm}$, $\lambda_s = 2371$ Å, $\varepsilon_{s-} - \varepsilon_{s+} = 2,9613.10^{29}$.

λ.....	3831.5	3865.3	4079,8	4117,7	4224,1	4346,0	4565,6	4743.9
n ad...	1,6389	1,6379	1,6328	1,6318	1,6298	1,6278	1,6247	1,6227
ρ mes..	18,265π	17,728	15,043	14,506	13.431	12,357	10,746	9,672
ρ calc..	18,256	17,732	14·042	14,510	13.436	12.358	10,743	9,672

L'indice de réfraction *n* n'étant connu qu'à la température ordinaire et seulement pour les radiations 5350 et 5893 Å, nous avons admis ici la même loi de dispersion que celle d'un verre ayant sensiblement, entre l'orangé et le vert, la dispersion de la tysonite. En adoptant toute autre loi de dispersion dans des limites admissibles, la vérification de la formule reste aussi bonne; cela change seulement un peu les valeurs trouvées pour λ_s et pour $\varepsilon_{s-} - \varepsilon_{s+}$.

A la température de 4°,21 K. nous avons étendu la vérification jusqu'au rouge. Aux températures de 20°,4 K. et de 77°,5 K. les écarts entre valeurs mesurées et valeurs calculées restent, comme aux températures plus basses, de l'ordre de grandeur des erreurs expérimentales.

La formule a été vérifiée aussi pour la *parisite*; on trouve une valeur de λ_s voisine de celle de la tysonite.

On est tenté de conclure que le très grand pouvoir rotatoire paramagnétique de ces cristaux n'est dû qu'à une seule bande d'absorption active. Cependant on peut constater que l'accord reste dans les limites de précision des mesures si l'on admet plusieurs bandes; mais l'expérience prouve, d'une part que le rapport des rotations pour deux longueurs d'onde données quelconques est indépendant de H et T, d'autre part que la *rotation à saturation*, pour la tysonite, est fonction de T (¹); il est facile de voir, d'après la formule de Ladenburg, que ces résultats entraînent des variations proportionnelles, lorsque la température varie, des nombres d'oscillateurs produisant les bandes; par suite, s'il y a plusieurs bandes, elles ne sont pas indépendantes, elles doivent appartenir à un même ion.

L'énorme pouvoir rotatoire paramagnétique de la tysonite peut donc être pratiquement considéré comme provenant d'un seul ion actif. Cet ion

(¹) JEAN BECQUEREL et W.-J. de HAAS, *loc. cit.*

paraît être l'ion Ce^{+++}; car d'une part la tysonite contient une forte proportion de cérium, d'autre part un verre au cérium donne une forte rotation paramagnétique tandis que les verres au néodyme et au praséodyme ont un pouvoir rotatoire beaucoup plus petit.

La loi en tangente hyperbolique est l'indice d'un renversement de sens du moment magnétique ; son importance est grande, car elle précise la voie dans laquelle il faut chercher le mécanisme élémentaire de l'aimantation paramagnétique des cristaux.

Ce résultat soulève les questions suivantes : s'agit-il d'un renversement du sens du mouvement orbital d'un électron ? s'agit-il d'un simple retournement de l'électron, qui possède un moment magnétique propre (électron magnétique) ? ou enfin est-ce le moment résultant qui subit l'inversion de sens ?

On doit enfin se demander si le moment magnétique qui intervient dans la loi de rotation paramagnétique est déterminé uniquement par l'état initial ou s'il est fonction à la fois de l'état initial et de l'état final de l'ion qui absorbe la lumière.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la trajectoire* 3*d dans les atomes ionisés* P II, S II, S III *et* Cl III. *Quadruplets de* Cl III. Note de M. **J. Gilles**, transmise par M. Cotton.

Ingram (¹) a établi un multiplet ^4D ^4F dans S II qui montre que la trajectoire $3d$ est très voisine de la trajectoire $4s$. Mes publications sur S III (²) établissent également qu'à cette orbite $3d$ correspondent, dans S III, des termes ^3P et ^3D dont les valeurs comprennent celles des termes $4s\,^3P$. Dans l'atome ionisé P II, qui précède S III dans le tableau périodique, ce fait ne se produit pas (³); la trajectoire $3d$ est à une distance normale de l'orbite $4s$. J'ai établi les quadruplets suivants de Cl III (⁴) :

$$a3d\,^4P - a4p\,^4S, \qquad a3d\,^4P - a4p\,^4P \quad \text{et} \quad a3d\,^4P - a4p\,^4D,$$

afin de situer cette trajectoire $3d$, dans l'élément qui suit S dans le tableau

(¹) I. Ingram, *Phys. Rev.*, 32, 1928, p. 172.

(²) J. Gilles, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 63 et 320; *Bulletin de la Société de Physique*, Section de Nancy, du 1er février 1929.

(³) I.-S. Bowen, *Phys. Rev.*, 29, 1927, p. 510.

(⁴) Raies attribuées à Cl III par L. et E. Bloch, *Annales de Physique*, 7, 1927, p. 397.

périodique. Le terme $3d\,^4P$ est inversé, comme dans O II et S II. Les valeurs des termes sont déduites de celles des termes publiés par Bowen [1].

$3d\,^4P - 4p\,^4S$.

$4p\,^4S_{\frac{3}{2}}$ 115997,5		168,4	1 3804,80 26275,16	118,3	1 3822,01 26156,85
	$3d\,^4P_{\frac{5}{2}}$ 142440,8		$3d\,^4P_{\frac{3}{2}}$ 142272,5		$3d\,^4P_{\frac{1}{2}}$ 142154,4
$4p\,^4P_{\frac{1}{2}}$			9 4104,22 24358,31	118,2	3 4124,24 24240,1
			102,5		102,8
$4p\,^4P_{\frac{3}{2}}$	2 4059,07 24629,25	168,4	6 4087,01 24460,88	117,5	4106,82 24342,90
	416,8		416,9		
$4p\,^4P_{\frac{5}{2}}$	10 3991,32 25046,06	168,3	8 4018,53 24877,72		

$3d\,^4P - 4p\,^4P$.

$4p\,^4D_{\frac{1}{2}}$ 120862,6			[ ]	118	1 4695,33 21291,8
			258		238
$4p\,^4D_{\frac{3}{2}}$ 120604	[ ]	168	[ ]	118	[ ]
	433		433		
$4p\,^4D_{\frac{5}{2}}$ 120171	2 4489,21 22269,4	168,3	5 4523,38 22101,18		
	602,8				
$4p\,^4D_{\frac{7}{2}}$ 119568,4	8 4370,92 22872,27				
	$3d\,^4P_{\frac{5}{2}}$ 142440,8		$3d\,^4P_{\frac{3}{2}}$ 142272,5		$3d\,^4P_{\frac{1}{2}}$ 142154,4

(1) I. S. Bowen, *Phys. Rev.*, 31, 1928, p. 35.

De plus, les raies 3779,35, 3720,46 et 4047,87 semblent appartenir aux multiplets $3d\,^4D - 4p\,^4P$ et $3d\,^4D - 4p\,^4D$, ce qui donnerait à $3d$ D une valeur voisine de 144300.

De l'ensemble de ces remarques, on peut donc déduire que la trajectoire $3d$ tend à s'intercaler entre les trajectoires $4s$ et $4p$ quand on passe de P à Cl. A remarquer que les écarts des termes $3d$ semblent être normaux, les uns par rapport aux autres, dans P et Cl, et qu'au contraire, ils ne le sont pas dans S III où la trajectoire $3d$ chevauche sur l'orbite $4s$.

OPTIQUE. — *Nouvelle méthode pour la reproduction des couleurs.* Note (1) de M. **Charles Nordmann**, présentée par M. d'Arsonval.

Les travaux que je poursuis au moyen de mon photomètre stellaire hétérochrome m'ont amené à faire diverses recherches au sujet de la reproduction trichromatique des couleurs qui comporte, elle aussi, l'emploi de trois écrans sélecteurs.

Tous les procédés trichromes sont fondés sur la théorie de Young-Helmholtz selon laquelle toute couleur naturelle peut être reproduite par la superposition, en proportions convenables, de rayons rouges, verts et bleu violet. D'après Maxwell les trois sensations fondamentales sont celles qui correspondent aux longueurs d'onde 6300, 5280 et 4570. Mais dans la pratique, et parce que l'emploi de trois écrans parfaitement monochromatiques ne laisserait passer que très peu de lumière, on s'arrange de telle sorte que les courbes de transparence des trois écrans se juxtaposent de manière que leurs ordonnées zéro coïncident à peu près.

Or en admettant l'exactitude de la théorie trichromatique des sensations colorées, il est facile de montrer que son application à la reproduction par projections des couleurs naturelles ne peut donner que des résultats imparfaits. En effet si cette théorie énonce que toute couleur naturelle peut être reproduite par un mélange en proportions convenables de trois couleurs fondamentales, elle n'énonce nullement que les proportions nécessaires de ces couleurs soient précisément celles qu'elles possèdent dans la lumière venant de l'objet à reproduire, ce qui devrait être le cas pour que les procédés trichromes donnent des résultats rigoureusement exacts. Bien au contraire on peut démontrer que tel n'est nullement le cas.

(1) Séance du 22 avril 1929.

En outre de cet inconvénient qualitatif, la trichromie intercepte notablement la partie la plus lumineuse du spectre, les rayons jaunes, qui se trouvent précisément à l'intersection des courbes de transparence de deux des écrans trichromes.

D'ailleurs la théorie trichromatique des sensations colorées a été battue en brèche par de nombreux physiologistes.

Le mieux serait, pour la reproduction des couleurs, de s'affranchir de toute théorie, quelle qu'elle soit, sur les sensations colorées et de s'en tenir aux faits seuls. Nous pensons y être parvenu au moyen du procédé que nous allons décrire :

De la lumière provenant d'un arc est divisée en deux faisceaux. Le premier, dispersé par un appareil spectroscopique, donne un spectre dont on isole, au moyen d'une fente mobile F_1, telle ou telle région déterminée.

Le second, après avoir traversé un système permettant de régler et de connaître son intensité, traverse un écran coloré dont on peut varier la composition, et vient éclairer une fente F_2 identique et juxtaposée à F_1. Un oculaire convenable permet d'observer en même temps F_1 et F_2. Ayant isolé dans le spectre, au moyen de la fente F_1, une région bien délimitée, par exemple dans l'indigo, on modifie, par tâtonnements et expérimentations successives, la composition de l'écran coloré jusqu'à ce que les sensations colorées simultanées, reçues par l'œil de F_1 et F_2 soient identiques et indiscernables.

L'expérience prouve que la composition de l'écran coloré qui correspond à cette identité est la même pour des observateurs différents.

On a réalisé ainsi un certain nombre d'écrans colorés différents correspondant à l'ensemble du spectre et dont chacun, lorsqu'il est traversé par la lumière de l'arc, donne une sensation colorée identique à celle d'une région déterminée de son spectre.

Au moyen des mélanges de substances colorées correspondant aux divers écrans ainsi déterminés, on colore des gélatines dont on découpe des bandes de largeurs appropriées que l'on accole entre deux plaques de verre. En projetant ensuite, à travers celles-ci, la lumière de l'arc, on aura sur un écran blanc une image teintée des diverses régions du spectre, et constituant ce que j'appelle un « spectre factice ».

Il est évident que si l'on projette sur une toile blanche l'image d'un point coloré quelconque au moyen d'un objectif muni de l'écran polychrome à « spectre factice » ainsi constitué, on aura une image du point coloré reproduisant sa tonalité exacte.

Cela résulte du principe suivant, que nous avons posé à la base de tout ceci, et qui exprime une vérité d'évidence :

Étant données deux séries de sensations élémentaires simultanées dont chacune correspond à une sensation identique de l'autre série, il y aura identité entre les deux sensations composites résultant de la combinaison des sensations élémentaires de chacune des deux séries.

Le procédé qui vient d'être décrit évite les inconvénients qualitatifs de la trichromie. En outre l'expérience prouve que l'écran à « spectre factice » laisse passer beaucoup plus de lumière que les écrans trichromes. Cela résulte de ce qu'il n'intercepte pas le jaune. Cela résulte aussi et surtout de ce que, tandis que les écrans trichromes sont construits de manière à être sélectifs pour certaines longueurs d'onde, on ne se préoccupe nullement d'une telle sélection dans le présent procédé.

En fait, chacune des bandes colorées de l'écran à « spectre factice » laisse passer en abondance des longueurs d'onde très différentes et éloignées de celles qui, dans le spectre, donneraient la même sensation élémentaire. On produit donc cette sensation élémentaire, cette sensation monochromatique, au moyen d'une bande colorée polychromatique. Les sensations élémentaires produites par l'écran à spectre factice sont des sensations de couleurs saturées, ce qui n'est pas et ne peut pas être le cas des écrans trichromes.

L'application de la nouvelle méthode à des procédés où l'on appliquait jusqu'ici la trichromie et notamment aux films gaufrés de M. R. Berthon, a démontré l'exactitude des conclusions précédentes.

En outre l'expérience prouve qu'on obtient déjà une amélioration notable de la luminosité et de l'exactitude des couleurs reproduites, en projetant avec l'écran à spectre factice des photographies prises par la trichromie. Cela est compréhensible, car si l'on construit la courbe de luminosité, en fonction des couleurs spectrales, de l'image d'un point coloré quelconque, photographiée par la trichromie et projetée de même, on voit que les points figuratifs se placent moins près de la courbe de luminosité de l'objet même, que les points figuratifs de cette même image projetée le procédé qui vient d'être décrit.

COLLOÏDES. — *Sur la structure des solutions de gélatine.*
Note de M. **Marinesco**, présentée par M. Jean Perrin.

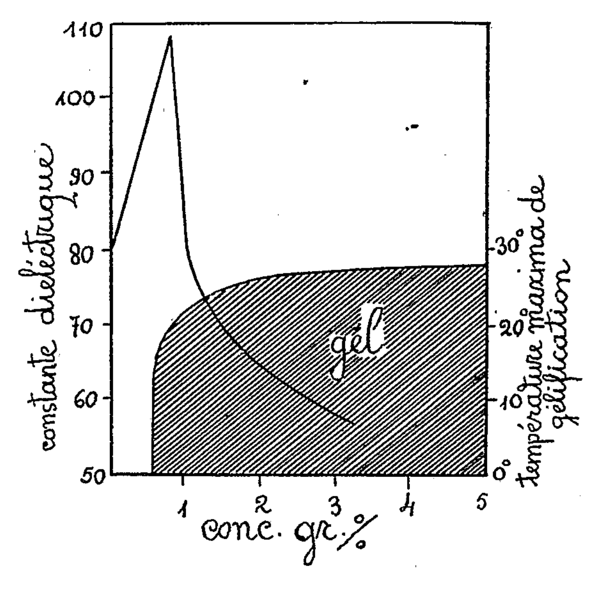
J'ai montré que l'étude des constantes diélectriques d'un colloïde donne des indications utiles à la connaissance de la structure des micelles et en particulier sur leurs liaisons avec le milieu dispersant ([1]). En effet, de la chute du pouvoir inducteur spécifique en fonction de la concentration, on déduit la quantité *d'eau diélectriquement saturée* adsorbée par gramme de colloïde solide.

Les mesures de constante diélectrique que j'ai faites avec une gélatine commerciale (4 pour 1000 de cendre), pour une longueur d'onde de $6^m,50$ et à 20°, présentent une autre particularité intéressante. Pour des concentrations comprises entre 0 et 0,75 pour 100, le pouvoir inducteur croît linéairement et très rapidement avec le poids dissous (exactement comme dans le cas des vraies solutions des corps polarisés), passe par un maximum très pointu correspondant à une constante diélectrique $\varepsilon = 108$, pour diminuer ensuite brusquement. La pente de la courbe en milieu dilué, jusqu'au point de $\varepsilon = 108$, indique que la molécule de gélatine possède un moment électrique très fort et beaucoup plus grand que celui de la molécule d'eau qui est déjà très polarisée. Quand le nombre de dipôles de gélatine par unité de volume atteint une concentration critique, l'attraction diélectrique les oblige à des couplages deux à deux, de manière que le moment électrique de l'ensemble est nul, ce qui fait diminuer le pouvoir inducteur du système plus bas que celui de l'eau. Une fois dépassé ce point d'association, le sol se comporte comme tout autre colloïde hydrophile ([1]).

Smith ([2]) avait déjà montré par des mesures de polarisation rotatoire que dans une solution de gélatine il doit y avoir deux formes moléculaires différentes, en équilibre reversible avec la température, la réaction étant bimoléculaire. La gélatine A stable au-dessus de 33° (et même au-dessous pour une concentration plus petite que 0,6 pour 100), peut se combiner en raison de deux molécules pour donner une autre molécule de la forme B stable seulement en dessous de 15° et pour des concentrations plus grandes que 0,6 pour 100. Le même auteur montre que seulement la forme B peut donner des gels.

([1]) N. Marinesco, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 718.
([2]) Smith, *J. Am. Chem. Soc.*, 41, 1919, p. 143.

J'ai confronté la courbe de la constante diélectrique à 20° avec la courbe de gélification (diagramme). Il est remarquable que la pente correspondante au dipôle simple coïncide avec la région de stabilité de la forme A et que



dépassé le point d'association ($\varepsilon = 108$), la micelle de moment électrique nul corresponde à la forme B.

On voit donc ainsi qu'une gélatine peut donner des solutions avec des propriétés entièrement différentes suivant qu'on utilise des concentrations du côté droit ou du côté gauche du maximum de pouvoir inducteur spécifique.

La molécule de gélatine est fortement polarisée à l'état permanent rappelant ainsi ses deux fonctions acides et basiques qui ne sont pas disposées autour d'un centre de symétrie.

Il est facile à constater que du côté gauche du point de pouvoir inducteur maximum (avant l'association), la solution de gélatine est optiquement vide à l'ultramicroscope, ne présente pas la rigidité viscosimétrique et a un pouvoir protecteur très grand vis-à-vis des colloïdes hydrophobes.

Pour obtenir le gel il est indispensable d'avoir une concentration plus grande que celle du maximum de pouvoir inducteur, c'est-à-dire avoir des molécules doublement associées (les dipôles se présentant les pôles de signe contraire); dans ce cas les solutions de gélatine protègent très mal les colloïdes hydrophobes.

Enfin la méthode que j'ai précédemment indiquée permet de déterminer

que du côté droit du point d'association (pour des concentrations de 2 pour 100 à 3 pour 100) 1^g de gélatine solide fixe diélectriquement en moyenne 9^{cm^3} d'eau.

RADIOACTIVITÉ. — *Évaluation du rayonnement* α *du dépôt actif de l'actinium par la mesure de son rayonnement* β. Note de M. **Nahmias**, présentée par M. Jean Perrin.

Il arrive fréquemment dans les mesures d'activité, nécessaires pour suivre les traitements chimiques, que l'on soit gêné à la fois par la trop grande intensité du rayonnement α et par l'impossibilité d'étaler le produit en couches infiniment minces, de sorte que les rayons α sont absorbés par la matière elle-même ce qui donne aux mesures une valeur uniquement comparative. On essaye en pareil cas d'utiliser la mesure du rayonnement β ou γ. Une pareille difficulté se présente pour la mesure du rayonnement α des dérivés de l'actinium.

La mesure du rayonnement α étant le seul moyen d'atteindre la signification absolue des mesures — le poids des substances — Mme Curie m'a proposé d'établir la relation entre les mesures par le rayonnement β dans les conditions définies et le rayonnement α total des dérivés de l'Ac.

Une lame activée dans l'actinon (émanation d'actinium) se recouvre d'Ac. A qui se détruit immédiatement, puis d'Ac. B (période 36 minutes) d'Ac. C (période 2,16 minutes) et d'A. C″ (période 4,76 minutes). C'est à l'Ac. C qu'est attribuable le rayonnement α du dépôt actif et à l'Ac. C″ la presque totalité du rayonnement β. L'activité du dépôt actif évolue après un certain temps suivant la période la plus longue, celle de l'Ac. B. Un produit actinifère contenant tous les dérivés de l'Ac. n'émet sensiblement pas de rayonnement β autre que celui de l'Ac. C″, sauf des rayons β très peu pénétrants.

Nous appellerons $\mathcal{I}_\beta$ le courant d'ionisation produit dans la chambre à rayons pénétrants. Cette chambre est cylindrique, avec une électrode centrale isolée; la base inférieure est constituée par une feuille d'Al de $\frac{2}{100}$ de millimètre. Une plaque de $3^{cm},5$ de diamètre bien planée et bien polie, activée à saturation sous tension négative dans de l'Actinon, est placée sur un support à 5^{cm} de la feuille d'Al [1].

[1] Pour la description détaillée de cette chambre voir Irène Curie. *J. de Ch. Phys.*, **22**, VII, 1925.

De même nous appellerons $\mathcal{J}_\alpha$ le courant de saturation produit par les rayons α de l'Ac. C dans une chambre où ils sont absorbés intégralement. Il s'agissait de déterminer le rapport numérique R' entre $\mathcal{J}_\beta$ et $\mathcal{J}_\alpha$ à un certain moment durant la décroissance du dépôt actif et passer ensuite au rayonnement α total de la famille de l'Ac.

Nous mesurions d'abord $\mathcal{J}_\beta$ puis lorsque celui-ci devenait assez faible, (environ $\frac{1}{20}$ de sa valeur initiale), nous passions à la mesure de $\mathcal{J}_\alpha$. Nous n'avions qu'à extrapoler la courbe donnée par $\mathcal{J}_\alpha$ et faire le rapport entre $\mathcal{J}_\beta$ et $\mathcal{J}_\alpha$ après que l'état de régime fut pratiquement atteint, soit après 50 minutes de désactivation.

Nous avons tenu compte de l'ionisation due aux rayons β lors de la mesure de $\mathcal{J}_\alpha$. Voici comment : La lame était recouverte d'un écran d'Al de $\frac{6}{100}$ de millimètre arrêtant tout rayonnement α et l'on mesurait à la chambre à rayons α alternativement avec et sans l'écran l'ionisation $\mathcal{J}'_\beta$ produite par les rayons β (correction faite de l'absorption de l'écran) ou celle due aux rayons α plus les rayons β.

Nous avons trouvé ainsi que cette correction était égale au $\frac{13}{1000}$ du courant $\mathcal{J}_\alpha$ mesuré.

Le rapport numérique R' donné par l'expérience et relatif à l'équilibre de régime radioactif est un peu supérieur au rapport R existant à l'équilibre vrai.

En effet à l'équilibre vrai on a

$$(1) \qquad \lambda_1 \mathcal{J}_\beta = \lambda_3 \mathcal{J}_\alpha \qquad \text{ou} \qquad \lambda_3 = R\lambda_1,$$

(λ_3 constante radioactive de l'Ac. C., λ_1 celle de l'Ac. C''), tandis qu'à l'équilibre de régime radioactif on a

$$(2) \qquad R' = \frac{\lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \qquad \text{ou} \qquad \lambda_3 = R'(\lambda_1 - \lambda_2);$$

on a trouvé R' moyen $= 0{,}0043$ (moyenne obtenue avec des laves activées en Cu, Al, Ni). En égalant (1) et (2) on tire

$$R = \frac{R'(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1} = \frac{0{,}0043(0{,}00211)}{0{,}00243} = 0{,}0037,$$

où

$$\mathcal{J}_\alpha = 270\,\mathcal{J}_\beta$$

(dans les conditions normales de température et de pression).

Pour évaluer le rayonnement α total de tous les corps de la famille

de l'Ac. en équilibre vrai avec l'Ac. C. nous n'avons qu'à faire intervenir le rapport de la somme de leurs rayonnements α respectifs au rayonnement dû uniquement à l'A. C. mesuré [1].

On trouve

$$\mathcal{J}_\alpha \text{ total} = \mathcal{J}_\alpha \times 4{,}89 = 1320\,\mathcal{J}_\beta.$$

Le dosage des préparations d'Ac. par leur rayonnement β est généralement fait au laboratoire Curie en recouvrant le produit par une lamelle étanche à l'actinon. Le rapport R' est alors inférieur à celui relatif à nos expériences d'activation. Ainsi pour une lamelle de verre de $\frac{12}{100}$ de millimètre, un cinquième du rayonnement β est absorbé. Toute correction faite R devient dans ce cas $R_1 = 0{,}0030$ et partant le rayonnement total devient

$$\mathcal{J}_{1\alpha} \text{ total} = 333 \times 4.89 . \mathcal{J}_{1\beta} = 1630 . \mathcal{J}_{1\beta}.$$

RADIOACTIVITÉ. — *Sur les conditions de formation des groupements d'atomes radioactifs.* Note [2] de MM. **H. Herszfinkiel** et **H. Jedrzejowski**, présentée par M. Jean Perrin.

Dans une Note récente [3] l'un de nous a montré que les groupements d'atomes radioactifs s'évaporent sous forme atomique de sorte que le produit préparé par distillation ne contient plus que des atomes dispersés. Ceci étant donné, nous nous sommes proposé de chercher dans quelles conditions ces groupements pourraient se reformer à nouveau. Notre but était de jeter un peu de lumière sur la question restée obscure de la formation des groupements d'atomes radioactifs.

Les expériences de M. H. Jedrzejowski ont déjà démontré que les atomes dispersés par la distillation sur le mica ne se rassemblent plus sur sa surface, même sous l'action d'une température élevée. Nous avons donc distillé les atomes du dépôt actif sur la surface de certains liquides notamment de l'eau, de l'acide chlorhydrique et du mercure, afin d'obtenir des atomes dispersés au sein d'un milieu qui pourrait favoriser la formation des groupements.

Nous avons adopté deux méthodes d'expérimentation. Dans l'une d'elles, le dépôt actif a été distillé directement sur une goutte de liquide à étudier,

---

(1) Kovarik and McKeehan, *Radioactivity*, p. 68. Ces nombres sont calculés à partir de l'énergie initiale.

(2) Séance du 11 avril 1929.

(3) H. Jedrzejowski, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 135.

posée sur une mince lamelle de mica. Après la distillation on évapore à sec la solution sur le mica, soit dans un courant d'air chaud, soit dans le vide à température ordinaire. Les micas étaient ensuite photographiés par le procédé de M[lle] Chamié ([1]). Dans la seconde le distillat était rassemblé sur une lamelle de mica. La moitié de celle-ci, lavée plusieurs fois par le liquide, donne une solution de dépôt actif qui est évaporée ensuite à sec sur place. L'autre moitié sert de témoin.

Dans le cas de l'eau distillée et de l'acide chlorhydrique les deux méthodes ont été appliquées et ont donné des résultats semblables.

Les groupements d'atomes radioactifs ont apparu immédiatement dans les cas où nous avons pris le mica sans précautions spéciales. Ceux obtenus avec de l'acide chlorhydrique avaient des formes en général moins nettes que ceux provenant de l'eau distillée. Les lamelles-témoins ont montré toujours les atomes dispersés.

Nous avons pensé que la formation des groupements pourrait être facilitée par les impuretés de la surface de mica et nous avons cherché à avoir une surface très propre. Le clivage du mica, donnant des surfaces fraîches immédiatement avant distillation, a donné les meilleurs résultats. La pureté des surfaces alors obtenues a été si grande, qu'une goutte d'eau, même très petite, posée sur le mica s'y est immédiatement étalée.

Les photographies obtenues pour le cas de l'eau ne montrent plus de groupements d'atomes. Le cas de l'acide chlorhydrique est moins net. On voit, dans la majorité des cas, des amas des atomes radioactifs, n'ayant pas des formes caractéristiques en étoile, mais quand même montrant l'existence de certaines fluctuations marquées dans la distribution de dépôt actif.

Il semble résulter de nos expériences que :

1° La formation des groupements d'atomes radioactifs est facilitée par la présence des impuretés. Il paraît probable que ces groupements se forment autour des noyaux des impuretés. Le cas de l'acide chlorhydrique donne un appui à ce point de vue. L'acide ayant un grand pouvoir solubilisateur contient souvent des impuretés, par exemple silicates du verre, qui flottent sans formes bien définies;

2° Dans certains cas de travail très propre, il est possible d'avoir une solution atomique du dépôt actif sans groupements.

Ayant trouvé un moyen d'obtenir les solutions atomiques du dépôt actif, nous avons cherché à appliquer notre méthode à deux problèmes relatifs à

([1]) M[lle] C. Chamié, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1243. Voir aussi E. L. Harrington, *Phil. Mag.*, 7[e] série, **6**, 1928, p. 685.

l'état de dispersion de radioéléments. En premier lieu, nous nous sommes occupé du prétendu état colloïdal des radioéléments dans l'eau [Godlewski [1], Lachs (*C. R. Soc. Sc. Varsovie*, 1917, p. 78), Lachs et Herszfinkiel [2]].

Les expériences antérieures de Lachs et Herszfinkiel sur la filtration de solutions ordinaires, donc contenant des groupements ont montré que le dépôt actif reste en grande partie dans le papier buvard.

Dans nos expériences (faites avec une solution exempte de groupements) nous avons trouvé des résultats analogues, il semble donc que les groupements d'atomes existants dans la solution ne sont pas la cause de l'activation du filtre et qu'il s'agit là d'une adsorption directe de la matière radioactive à l'état atomique.

En second lieu nous avons soumis à une vérification expérimentale les conclusions de Dorn [3] qui affirme que les groupements d'atomes radioactifs peuvent pénétrer, par suite du recul, dans le corps solide servant de support. Cette pénétration nous ayant paru invraisemblable nous avons activé dans le radon des lamelles de mica abandonnées ensuite pour 10 minutes, afin que le recul puisse se manifester notablement.

Des lamelles étaient ensuite lavées soit dans HCl, soit dans l'eau distillée chaude, soit enfin frottées légèrement par un morceau de peau de chamois de manière à enlever la moitié du dépôt et à ne laisser subsister que la partie du dépôt formé par le recul radioactif et enfoncé dans le mica.

Dans tous ces cas les photographies ont montré l'absence des groupements d'atomes. Ces groupements sont donc fixés sur la surface du mica et ne peuvent pas être enfoncés dans le mica sous l'action de recul radioactif.

RADIOCHIMIE. — *Irradiation de l'ergostérol : action des rayons ultraviolets du quartz et des rayons X mous.* Note [4] de MM. **René Delaplace** et **G. Rebière**, présentée par M. Jean Perrin.

Plusieurs auteurs ont montré que le spectre d'absorption de l'ergostérol était susceptible de présenter des variations importantes suivant que ce corps avait subi ou non l'action des rayons ultraviolets du quartz. Cette modification du spectre est attribuée à l'apparition de la vitamine D douée

(1) T. Godlewski, *Kolloid Zeitsch.*, 14, 1914, p. 229 et 240.
(2) H. Lachs et H. Herszfinkiel, 6e série, 2, 1921, p. 319.
(3) Cité d'après Kohlrausch, *Radioaktivität*, Leipzig, 1928, p. 721.
(4) Séance du 15 avril 1929.

de propriétés antirachitiques, parce que l'ergostérol irradié favorise la fixation du calcium dans le système osseux. Nous avons cherché à déterminer le plus exactement possible les modifications qui se produisent dans l'ergostérol, au fur et à mesure de son irradiation par les rayons ultraviolets du quartz et les rayons X mous.

Action des rayons ultraviolets du quartz. — Une solution alcoolique d'ergostérol à $\frac{1}{4000}$ est placée dans une cuve de quartz à faces parallèles sous une épaisseur de 5^{mm}.

Cette cuve est irradiée à une distance de 25^{cm} par une lampe de quartz ayant atteint son régime de stabilité.

L'irradiation dure des temps connus dans lesquels entrent les temps de pose de 20 secondes nécessaires pour la prise du spectrogramme. Le cliché est ensuite examiné au microphotomètre enregistreur de Lambert et Chalouge; la comparaison des différents spectres dans la région 3200 Å à 2200 Å permet de tirer les conclusions suivantes :

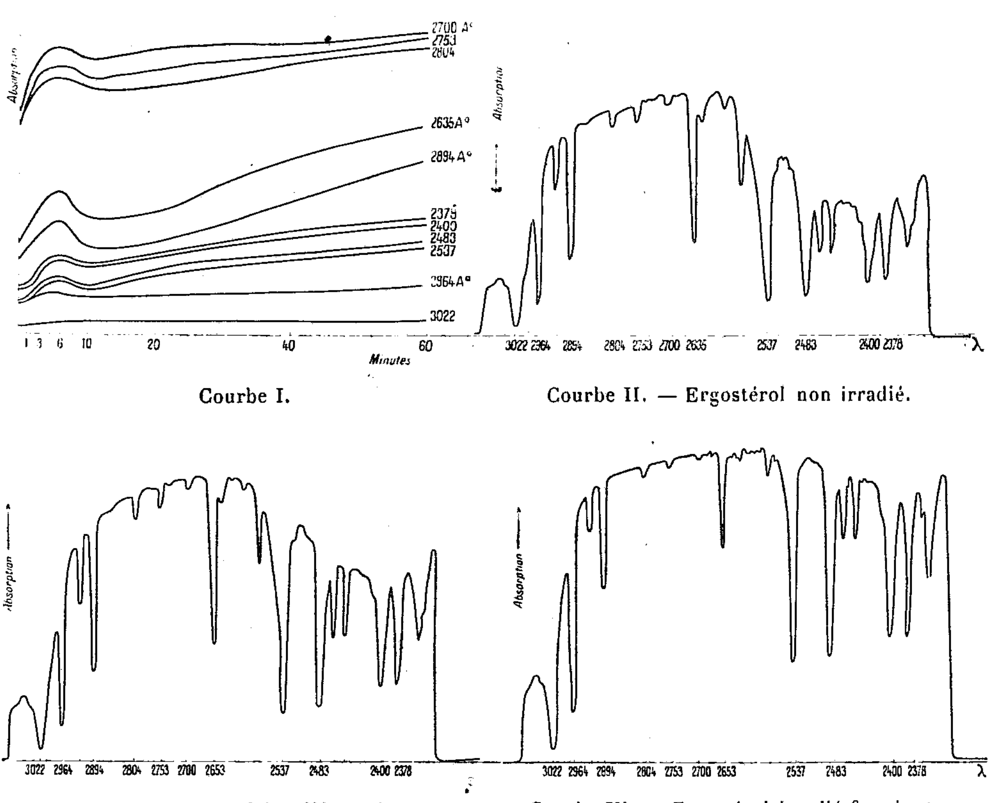
1° Pour des temps d'irradiation qui vont de 1 minute à 6 minutes, la solution devient plus absorbante qu'avant l'irradiation.

2° Pour des temps d'irradiation voisins de 10 minutes, la solution devient plus transparente sans atteindre la transparence de la solution non irradiée.

3° Pour des temps d'irradiation supérieurs à 11 minutes, la solution devient régulièrement plus absorbante.

La courbe I donne l'allure du phénomène pour les différentes raies du spectre et fait apparaître nettement un premier maximum d'absorption dans les premières minutes d'irradiation suivi d'un minimum d'absorption. Les différentes raies du spectre ne sont pas influencées de façon comparable : la différence entre le maximum d'absorption et le maximum de transparence est très accusée pour les raies 2635 et 2894 Å; ces raies sont d'ailleurs plus absorbées quand l'irradiation se prolonge. L'examen des courbes II et IV enregistrées au microphotomètre montre très nettement la variation de l'absorption dans la région 2600 à 2378 Å. Après 1 heure d'irradiation la bande principale d'absorption de l'ergostérol comprise entre 3022 et 2600 Å est devenue plus opaque mais moins rapidement que la région 2600 à 2378 Å; cette nouvelle bande d'absorption a été attribuée à la vitamine D. Nous croyons devoir faire des réserves à ce sujet, car l'expérience montre que biologiquement l'ergostérol a son maximum d'activité avant d'avoir atteint son maximum de transparence; sur nos courbes il se place dans la région comprise entre 7 et 10 minutes d'irradiation; à ce

moment la courbe d'absorption comprise entre 2894 et 2378 Å est sensiblement parallèle à celle de l'ergostérol non irradié; il faut irradier 40 minutes pour que la bande d'absorption attribuée à la vitamine D se différencie nettement de celle de l'ergostérol non irradié, c'est-à-dire bien



Courbe I. Courbe II. — Ergostérol non irradié.

Courbe III. — Ergostérol irradié 10 minutes. Courbe IV. — Ergostérol irradié 60 minutes.

après l'apparition du maximum de transparence de la solution et au moment où l'activité biologique diminue fortement.

Activation de l'ergostérol par les rayons X mous. — Nous avons soumis de l'ergostérol en poudre cristalline enfermé dans du papier filtre à l'action des rayons X émis par une anticathode de cuivre, pendant des temps qui furent 1 minute, 10 minutes et 1 heure. L'ergostérol était alors dissous dans l'alcool et examiné au spectrographe. Nous avons constaté pour la raie 2700 Å après 1 minute d'irradiation une augmentation de l'absorption; puis dans l'intervalle 10 minutes à 1 heure, une augmentation de la transparence; la solution d'ergostérol irradiée 1 heure était moins transparente que celle

irradiée 10 minutes. Le phénomène apparaît donc comme semblable à celui que l'on observe avec les rayons ultraviolets et il nous est apparu que certaines raies sont plus sensibles que d'autres au phénomène d'irradiation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'isomérisation de quelques carbinols acétyléniques en cétones éthyléniques.* Note de M. **Antoine Willemart**, transmise par M. Charles Moureu.

Ayant préparé quelques carbinols acétyléniques nouveaux du type

$$\begin{matrix} R^1 \\ R_2 \end{matrix}\!\!>\underset{\displaystyle OH}{\overset{}{C}} - C \equiv C - R_3,$$

je les ai transformés en cétones éthyléniques

$$\begin{matrix} R_1 \\ R_2 \end{matrix}\!\!> C = CH - CO - R_3$$

1° par isomérisation du carbinol par chauffage de ce carbinol en présence d'alcool éthylique et d'acide sulfurique;

2° par transformation de ce carbinol en éther chlorhydrique

$$\begin{matrix} R_1 \\ R_2 \end{matrix}\!\!>\underset{\displaystyle CL}{C} - C \equiv C - R_3,$$

lequel, chauffé en présence d'alcool éthylique, donne la même cétone éthylénique que précédemment.

Divers auteurs avaient déjà signalé de semblables transformations dans le cas de carbinols où les groupements R_1, R_2 et R_3 étaient seulement des radicaux phénylés (cas de diphényl-phényléthinyl-carbinol ([1]), cas du diparachlorophényl-phényléthinyl-carbinol ([2]), cas du phénylparatolyl-phényléthinyl-carbinol ([3]).

Les expériences relatées ci-dessous incitent à penser que ces transforma-

(1) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et C. Mackall, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 33, 1923, p. 934. — Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et H. Blatt, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 35, 1924, p. 1412.

(2) K. Meyer et K. Schuster, *D. Ch. Ges.*, 55, 1923, p. 819.

(3) M. Badoche, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 43, 1928, p. 337.

tions sont générales et ne dépendent pas de la nature des trois groupements R_1, R_2, ou R_3.

Le diphényl-heptinyl-carbinol

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix}\!\!> \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}} - C \equiv C - (CH^2)^4 - CH^3$$

(groupements benzéniques en R_1 et R_2, groupement gras en R_3), liquide jaune clair bouillant à 179°-180° sous 1mm, a donné par isomérisation le diphényl-caproyl-éthylène

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix}\!\!> C = CH - CO - (CH^2)^4 - CH^3,$$

liquide jaune paille se solidifiant à + 7° + 8° et bouillant à 173° sous 1mm. Par l'action du pentachlorure de phosphore sur ce carbinol, il n'a pu être préparé l'éther chlorhydrique correspondant.

Le diphényl-paratolyléthinyl-carbinol

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix}\!\!> \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}} - C \equiv C - C^6H^4 . CH^3$$

(groupements aromatiques en R_1, R_2 et R_3), cristaux blancs fondant à 68°-69°, a donné le diphényl-paraméthylbenzoyl-éthylène

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix}\!\!> C = CH - CO - C^6H^4 . CH^3,$$

cristaux jaunes fondant à 74°-75° par les deux procédés indiqués précédemment.

Le phényl-α-naphtyl-phényléthinyl-carbinol

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^{10}H^7 \end{matrix}\!\!> \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}} - C \equiv C - C^6H^5$$

(groupements benzéniques en R_1 et R_3, groupement naphtalénique en R_2), cristaux blancs fondant à 137°-138°, n'a pu fournir par isomérisation directe la cétone éthylénique. Par contre, à partir de son éther chlorhydrique, il a été obtenu le phényl-α-naphtyl-benzoyl-éthylène :

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^{10}H^7 \end{matrix}\!\!> C = CH - CO - C^6H^5,$$

cristaux jaunes fondant à 107°-108°.

L'αα'-dinaphtyl-phényléthinyl-carbinol

$$\begin{matrix} C^{10}H^7 \\ C^{10}H^7 \end{matrix} > \underset{OH}{C} - C \equiv C - C^6H^5$$

(groupement benzénique en R_3, groupements naphtaléniques en R_1 et R_2), cristaux blancs fondant à 70°-71°, a donné par les deux procédés indiqués l'αα'-dinaphtyl-benzoyl-éthylène :

$$\begin{matrix} C^{10}H^7 \\ C^{10}H^7 \end{matrix} > C = CH - CO - C^6H^5,$$

cristaux jaunes fondant à 170°-171°.

Le diphényl-β-naphtyléthinyl-carbinol

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix} > \underset{OH}{C} - C \equiv C - C^{10}H^7$$

(groupements benzéniques en R_1 et R_2, groupement naphtalénique en R_3), cristaux blancs fondant à 99°-100°, a donné par les deux procédés indiqués le diphényl-β-naphtoyl-éthylène :

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix} > C = CH - CO - C^{10}H^7,$$

cristaux jaunes fondant à 168°-169°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du bromure d'éthylmagnésium sur la tetréthyldiamide succinique*. Note (1) de M. **Huan**, présentée par M. A. Béhal.

Parmi les travaux analogues à celui qui fait l'objet de la présente Note, nous nous bornerons à rappeller ceux de M. Blaise et de Mlle Montagne (*Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1345) et de M. Barré (*Ibid.*, 185, 1927, p. 105). Nous avons nous-mêmes entrepris l'étude de l'action des dérivés organomagnésiens sur des diamides du groupe succinique.

Dans l'action du bromure d'éthylmagnésium sur la tetréthyldiamide succinique, on constate la formation presque exclusive d'une cétone-amide.

$$C^2H^5 - CO - CH^2 - CH^2 - CO - N(C^2H^5)^2.$$

(1) Séance du 22 avril 1929.

Le dipropionyléthane ne se forme qu'avec un rendement de 3 pour 100. Le produit principal de la condensation est la diéthylamide β-propionylpropionique $C^2H^5COCH^2CH^2CON(C^2H^5)^2$, obtenue, en milieu éthéré, avec un rendement de 63 pour 100. Elle constitue un liquide bouillant à 142-143° sous 12^{mm} (semicarbazone F = 138°, phénylhydrazone F = 107°, *p*-nitrophénylhydrazone F = 165°). Une ébullition de quelques heures avec l'acide bromhydrique à 48 pour 100 la transforme en acide β-propionylpropionique.

Si on soumet la diéthylamide β-propionylpropionique à l'action d'un excès de bromure d'éthylmagnésium, on observe, en partie, une attaque normale des deux fonctions; mais le γ-cétol qui en résulte n'est pas stable; il perd une molécule d'eau et se transforme en α-éthyl-α'-diéthyldihydrofurfurane bouillant à 55-56° sous 11^{mm}. La semicarbazide, en milieu hydroalcoolique, réagit sur ce corps pour donner naissance à la semicarbazone du γ-cétol correspondant, fondant à 95°. Lipp (¹) puis Wohlgemuth (²) ont montré antérieurement la tendance à la déshydratation que possèdent les γ-cétols.

On isole également 5 pour 100 de dipropionyléthane dans les produits de la condensation, mais le corps principal est la diéthylamide γ-oxy-γ-éthylcaproïque.

$$C^2H^5C(OH)(C^2H^5)\text{-}CH^2CH^2CON(C^2H^5)^2$$

bouillant à 166-168° sous 13^{mm} provenant de l'action sélective du dérivé organomagnésien sur la fonction cétone de la diéthylamide β-propionylpropionique.

L'action de l'anhydride acétique sur la diéthylamide γ-oxy-γ-éthylcaproïque est très curieuse, et due probablement à la position γ, particulièrement favorable à la lactonisation, occupée par l'hydroxyle tertiaire. Une molécule de diéthylamine est arrachée par l'anhydride acétique, et il se forme la diéthylamide acétique, bouillant à 185°, et la γ-diéthylbutyrolactone bouillant à 107-109° sous 10^{mm}, déjà préparée par Hepworth (³); et caractérisée par nous par le composé d'addition, fondant à 78°, qu'elle donne avec l'hydrate d'hydrazine, suivant le procédé indiqué par

(¹) Lipp, *Berichte d. d. C. G.*, 22, 1889, p. 1199.
(²) Wohlgemuth, *Comptes rendus*, 159, 1914, p. 80.
(³) Hepworth, *Chem. Soc.*, 115, 1919, p. 1203.

M. Blaise (¹)

$$(C^2H^5)^2\underset{\displaystyle OH}{C}CH^2CH^2CON(C^2H^5)^2 + \begin{matrix}CH^3CO\\CH^3CO\end{matrix}\!\!>\!O \;\rightleftarrows\; CH^3CON(C^2H^5)^2$$

$$+ CH^3COOH + (C^2H^5)^2 = \underset{\displaystyle O\rule{3em}{0.4pt}}{C - CH^2CH^2CO}$$

Le diéthylamide-succinate d'éthyle, condensé avec le bromure d'éthylmagnésium, donne naissance aux mêmes corps, avec des rendements peu différents.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur la dissymétrie possible des figures de corrosion obtenues par un liquide isotrope actif.* Note de M. **L. Royer**, présentée par M. Pierre Termier.

Jusqu'à ces dernières années on admettait que la symétrie des figures de corrosion dépendait uniquement de la symétrie de la face en expérience.

Mais Hettich (²), dans son travail sur les figures de corrosion de KCl, pense avoir démontré que l'on peut faire apparaître une dissymétrie des figures de corrosion en ajoutant à la solution qui leur donne naissance certaines substances organiques actives, et qu'une solution exempte des moindres traces de substances actives produit des figures de corrosion parfaitement symétriques.

La conclusion qui se dégage de ces expériences et qui a été précisée par G. Friedel (³) est « que ce qui intervient dans la détermination des formes cristallines (croissance ou corrosion), ce n'est pas la seule symétrie du cristal, mais bien la combinaison des deux symétries du cristal et de la solution ».

Il m'a paru utile de rechercher d'autres exemples capables d'appuyer cette nouvelle manière de voir qui jusqu'ici se base uniquemnt sur les observations faites par Hettich sur quelques sels cubiques du type KCl.

J'ai été ainsi conduit à constater quelques faits nouveaux; je résume ci-dessous les résultats obtenus dans l'attaque d'une face de clivage de calcite par des solutions d'acides organiques.

(¹) Blaise et A. Luttringer, *Comptes rendus*, 140, 1905, p. 790.
(²) Hettich, *Zeitschr. f. Krist.*, 64, 1926, p. 265-295.
(³) G. Friedel, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 789-791.

Essais avec les divers acides tartriques. — On sait depuis fort longtemps que lorsqu'on attaque une face de clivage de calcite à cassure bien plane et parallèle au plan réticulaire *p* (100) par une solution d'acide chlorhydrique, les figures de corrosion triangulaires que l'on observe sont symétriques par rapport à la trace du plan de symétrie P normal à la face en expérience.

Quand on répète ces essais avec des solutions concentrées à chaud d'acide tartrique droit, gauche, racémique (inactif par compensation) et antitartrique (inactif par nature), les figures de corrosion sont :

1° Symétriques par rapport à la trace de P avec les acides racémique et antitartrique (inactifs tous deux);

2° Dissymétriques par rapport à la trace du plan P avec les acides droit et gauche (actifs tous deux).

Dans le cas de l'acide droit ou gauche, la dissymétrie de la figure de corrosion est sur toute l'étendue d'une même face *p* (100) toujours de même sens pour un acide donné, de sorte que l'on peut distinguer des figures droites obtenues toujours avec de l'acide droit et des figures gauches résultant uniquement de l'action de l'acide gauche.

En faisant agir l'acide droit et l'acide gauche sur des portions différentes d'un même plan *p* (100), on constate que les deux sortes de figures ainsi obtenues sont énantiomorphes : elles sont symétriques, mais non superposables, l'une de l'autre par rapport à la trace du plan de symétrie P de la calcite.

Les figures de corrosion résultant de l'attaque par l'acide droit sur les six faces d'un même rhomboèdre de calcite sont les mêmes pour deux faces opposées telle que (100) et ($\bar{1}00$); la dissymétrie y est de même sens. Il en est de même avec l'acide gauche. Il y a donc dans la corrosion symétrie par rapport aux axes de symétrie L^2 de la calcite.

Sur le simple vu des figures de corrosion produites par les acides tartriques actifs, on serait tenté d'attribuer à la calcite, comme seuls éléments de symétrie, ceux de l'hémiédrie holoaxe $\Lambda^3, 3L^2$; les figures obtenues par contre avec les acides tartriques inactifs sont en accord avec l'holoédrie ternaire Λ^3, $3L^2$, C, 3P.

La symétrie réelle de la calcite étant celle de l'holoédrie ternaire, l'exemple des acides droit et gauche montre bien que la symétrie de la figure de corrosion n'est pas déterminée par le cristal seul, mais qu'en plus la symétrie du liquide intervient.

Ainsi, si le cristal possède normalement à la face en expérience un plan de symétrie P et que le liquide qui attaque admette un centre de symétrie

et par là même une infinité de plans de symétrie (cas de la face p de calcite et des acides tartriques inactifs), les figures de corrosion sont symétriques par rapport à la trace du plan P : tout se passe comme si la symétrie du cristal seul intervenait.

Mais si le cristal possède normalement à la face en expérience un plan de symétrie P et que le liquide qui l'attaque soit dépourvu de centre de symétrie et par là même de tout plan de symétrie (cas de la face p de calcite et des acides tartriques actifs), les figures de corrosion peuvent être dissymétriques par rapport à la trace du plan P : tout peut se passer comme si celui-ci n'existait pas. Il n'intervient que pour fixer le plan de réflexion par rapport auquel les figures droites sont symétriques des figures gauches.

Les conditions sont identiquement les mêmes dans les nombreux essais de corrosion sur un clivage de calcite que j'ai effectués avec les divers acides maliques, aspartiques, glucosiques, camphoriques, les acides glycérique, pyruvique et mucique, les amines-acides alanine et leucine.

Toutes les fois que la solution de ces différents corps était active, les figures de corrosion étaient dissymétriques par rapport à la trace du plan de symétrie P; quand par contre le liquide était inactif, les figures étaient parfaitement symétriques.

GÉOLOGIE. — *Les conglomérats cristallophylliens du Mayombe, au Congo français.* Note de M. **A. Amstutz**, présentée par M. H. Le Chatelier.

J'ai donné [1] un bref aperçu des observations géologiques que j'ai faites au Congo français en 1928. Le profil suivant est en quelque sorte le complément de cette Note et résume les caractères essentiels des diverses unités géologiques que j'ai eu l'occasion d'étudier.

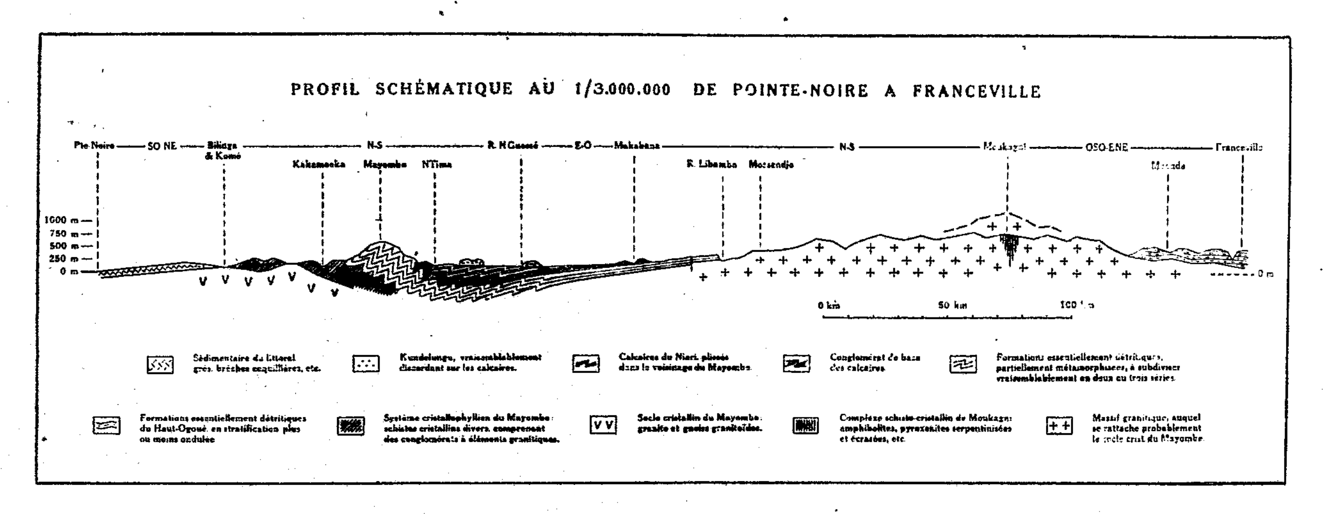
Je me propose de préciser ici la nature des schistes cristallins à faciès conglomératique que j'ai signalés dans les environs de MBoulou. Leur intérêt principal est d'établir une solution de continuité fondamentale entre ces deux complexes : le socle cristallin du Mayombe et l'ensemble des formations dites cristallophylliennes.

Ces dernières sont caractérisées par des micaschistes, des quartzites plus ou moins micacées, des amphibolites, et des roches qui ont gardé un caractère détritique assez net en dépit de leur métamorphisme régional accentué.

---

(1) *C. R. somm. Soc. Géol. Fr.*, n° 4, 18 février 1929, p. 48.

Leurs plis sont généralement déversés au Nord-Est, phénomène que l'on sait être général dans le Mayombe; mais il faut noter que dans la partie occidentale de leur zone d'extension l'allure des plis ne répond pas à cette règle. En certains points du Mayombe français, des affleurements de roches gneissiques ou granitiques surgissent au milieu de cette zone cristallophyllienne, sans que l'on puisse toutefois observer directement leur contact. Ces roches sont évidemment d'une classe toute différente et l'on pourrait



supposer au premier abord qu'il s'agit là d'une intrusion de magma, mais j'ai été amené à considérer ces roches comme appartenant à un substratum primordial que j'ai appelé le socle cristallin du Mayombe. Cette conception me semble avoir trouvé une base assez solide dans la découverte des conglomérats de MBoulou, qui doivent représenter les niveaux inférieurs du complexe cristallophyllien et qui ont sans doute emprunté leurs éléments à ce socle cristallin.

Ces conglomérats me sont apparus sur le tracé du chemin de fer en construction, de part et d'autre de MBoulou. Vers le Km 102,4 notamment, affleurent des roches micacées en mauvais état de conservation, dans lesquelles on observe de nombreuses inclusions ovoïdes. Ces roches présentent sous le miscroscope les caractères suivants : quartz en lentilles écrasées ou en traînées de grains polyédriques mêlés de biotite, muscovite, épidote et zircon. Entre ces traînées, des plages d'orthose et plagioclase acide fortement kaolinisés. Fait important, ces feldspaths semblent primordiaux dans la roche et devaient être à l'origine des éléments détritiques. Les phénomènes d'écrasement semblent avoir puissamment agi sur la roche,

que l'on peut en somme qualifier de gneiss détritique écrasé. Les inclusions, qui s'y trouvent en grand nombre, sont *indubitablement d'anciens galets roulés*, atteignant un ou plusieurs centimètres. L'examen microscopique de ces galets ne laisse subsister aucun doute sur leur origine : ce sont des *fragments de granite* plus ou moins porphyroïde, ayant également subi un certain écrasement. On observe généralement des plages de feldspath alcalin moulant des plagioclases acides, des lamelles de biotite ou chlorite et quelques plages de quartz écrasé. Une inclusion granitique dont la dimension dépasse un peu celle des précédentes présente de l'orthose, du microcline avec filonnets d'albite, du quartz et du mica blanc originel.

Vers le Km 96,7 du tracé on remarque également des galets granitiques dans les schistes amphiboliques que la tranchée du chemin de fer a mis à nu. Ces galets peuvent atteindre la grosseur du poing et constituent des nodules blanchâtres dans la roche foncée. Leur examen microscopique révèle les mêmes caractères que précédemment. Quant à l'amphibolite, on peut la qualifier de feldspathique et micacée. Elle est faite de hornblende, biotite, feldspath, quartz, épidote, calcite, et d'un minéral cubique à fort relief. En inclusion dans les micaschistes qui constituent les strates voisines, j'ai également recueilli un galet d'origine granitique.

Les gneiss qui affleurent en strates puissantes sur les bords de la rivière Lukunéné, vers le kilomètre 98, résultent vraisemblablement d'un métamorphisme d'injection et se distinguent ainsi du complexe cristallophyllien, qui n'a apparemment subi qu'un simple métamorphisme régional. Leur cristallisation est, en effet, d'un type tout différent et il est plus que probable qu'ils appartiennent au socle granito-gneissique, que l'érosion a fait apparaître ici au travers de la couverture cristallophyllienne. Quant aux gneiss granitoïdes qui constituent un petit affleurement sur le tracé, un ou deux kilomètres à l'ouest de Bilinga, ils doivent également se rattacher au socle en question. De même, les affleurements granitiques ou gneissiques que l'on rencontre sur la piste de Mavouadi à Kakamoeka, et près de Kidoumba dans le Mayombe portugais.

Sur les rives du Kouilou, en aval de Kakamoeka, s'étendent des strates plus ou moins ondulées de roches cristallophylliennes, qui sont, en de nombreux points, identiques à celles du tracé. Je n'ai pas rencontré de véritables conglomérats parmi ces roches, mais certains spécimens de quartzites feldspathiques ou de gneiss porphyroblastiques montrent nettement qu'ils dérivent d'arènes granitiques. Ces caractères se retrouvent d'ailleurs dans certaines roches cristallophylliennes du Mayombe belge, qui témoignent également de leur origine granitique.

HYDROLOGIE. — *Propriétés antitoxiques du calcium vis-à-vis du sulfate de spartéine.* Note de MM. **P.-L. Violle** et **A. Giberton**, présentée par M. A. Desgrez.

Dans une précédente Note (¹), nous avons mis en évidence que le calcium présente, vis-à-vis du cuivre, une propriété antitoxique considérable et constante, que n'expliquent ni son signe électrique ni sa valence.

Il était dès lors intéressant de rechercher si le calcium possédait ce pouvoir antitoxique vis-à-vis d'autres poisons.

Billard a montré que certaines eaux minérales ont un pouvoir anagotoxique sur certains alcaloïdes et certaines toxines. Nos recherches pouvaient, entre autres buts, permettre de mettre en évidence l'élément qui conférait à ces eaux cette propriété. Nous avons réalisé nos expériences avec la spartéine et nous avons pris le cobaye comme animal réactif. Nous nous sommes tout d'abord assurés de la dose mortelle du sulfate de spartéine employé : elle est de 10^{mg} pour 100^{g} de cobaye, et, à cette dose, la mort survient en 45 minutes.

Technique expérimentale. — Peser la dose de sulfate de spartéine, calculée d'après le poids du cobaye; la dissoudre soit dans 5^{cm^3} d'eau distillée, soit dans 5^{cm^3} d'une solution de chlorure de calcium contenant $0^{g},40$ de calcium par litre ($0^{mg},4$ par centimètre cube).

Préparer, d'autre part, une solution isotonique de chlorure de calcium, c'est-à-dire à 4^{g} de calcium par litre, soit 4^{mg} par centimètre cube.

Résultats expérimentaux. — Nos recherches sont faites *in vivo* et *in vitro*.

In vitro. — Le sulfate de spartéine, dissous dans 5^{cm^3} de la solution de chlorure de calcium à 0,40 pour 1000, est injecté sous la peau de l'abdomen du cobaye.

Résultats : survie indéfinie.

In vivo. — Le sulfate de spartéine, mélangé avec 5^{cm^3} d'eau distillée, est injecté comme précédemment. Aussitôt après l'injection de spartéine, il est pratiqué une injection intra-cardiaque de 2^{cm^3} de la solution isotonique de chlorure de calcium.

Résultats : survie indéfinie; survie de 48 heures dans un cas.

Ayant à notre disposition des cobayes qui ont reçu, quelques semaines auparavant, des injections de sels de calcium, nous avons recherché si ce calcium n'aurait pas une action préventive sur la toxicité de la spartéine :

Dans un cas, nous notons une survie de 4 jours. Dans les autres cas, il se produit une légère survie de quelques heures.

Il est à noter que la survie de 4 jours s'est produite chez un cobaye qui

(¹) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 409.

avait reçu des doses fortes et répétées de calcium, tant sous-cutanées qu'intra-cardiaques.

Ainsi l'action antitoxique du calcium vis-à-vis de la spartéine est évidente. Elle peut expliquer l'action « anagotoxique » de certaines eaux minérales sur cet alcaloïde, telle que l'avait montrée Billard.

Les recherches que nous avons faites d'autre part sur l'action du calcium sur la toxine diphtérique ont, par contre, été toujours négatives.

Ces résultats montrent que le pouvoir anagotoxique des eaux minérales n'est pas toujours dû à la même substance, ce qui était, du reste, à prévoir, puisque telle eau minérale, qui a une action antitoxique vis-à-vis de tel poison, ne l'a pas vis-à-vis de tel autre.

Il est donc intéressant de rechercher quel est l'élément actif, dans chaque eau minérale, qui s'est montré antitoxique pour un poison défini. Cela peut avoir de l'importance dans d'autres questions que l'étude des eaux minérales.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur les variations de coloration des plantes au cours de leur dessiccation. Le glucoside du* Lathræa clandestina *L. est l'aucuboside (aucubine).* Note de M. **Marc Bridel**, présentée par M. L. Mangin.

On sait qu'un grand nombre de plantes ont la propriété de subir, au cours de leur dessiccation, des changements de coloration, noircissement, etc. Le processus de ces changements n'est pas le même pour toutes les plantes, comme j'ai déjà eu l'occasion de le faire remarquer.

1° Oxydation d'un composé phénolique par un ferment oxydant : tyrosine et tyrosinase, par exemple.

2° Hydrolyse d'un glucoside et polymérisation du composé non glucidique : aucuboside et aspéruloside qui donnent une matière colorante noire; méliatoside et monotropéoside qui donnent une matière colorante bleu foncé.

3° Hydrolyse d'un glucoside et oxydation ultérieure du produit non glucidique, de nature phénolique : arbutoside.

4° Oxydation directe d'un glucoside sans hydrolyse préalable : orobanchoside.

J'ai montré : que le *Menyanthes trifoliata* L. devait son verdissement que connaissent bien tous les Botanistes à la présence du méliatoside (1912); que les Mélampyres et les Rhinanthes noircissent à cause de l'aucuboside qu'ils renferment (1923); que le monotropéoside est la cause du noircisse-

ment du *Monotropa hypopitys* L. (1923), et que l'orobanchoside est celle du noircissement des Orobanches (1924). En 1924 M. Goris, dans une courte Note sur la composition chimique du *Lathræa clandestina* L. (1) a indiqué que le glucoside de cette plante était très vraisemblablement la méliatine (méliatoside). Les résultats que j'ai obtenus sont tout différents. Le méliatoside n'existe pas dans le *Lathræa clandestina* L., qui renferme un glucoside connu, dont la présence explique les phénomènes de noircissement de cette plante par dessiccation. Ce glucoside, c'est l'aucuboside.

La méthode biochimique de Bourquelot, appliquée à cette plante fraîche, y indique la présence d'un glucoside hydrolysable par l'émulsine avec formation d'un précipité noir abondant. Dans les plantes entières, le changement de déviation a été de 2°34′ et il s'est formé $0^g,367$ de sucre réducteur, exprimé en glucose pour 100^{cm^3}. Dans les fleurs fraîches le changement est de 2°27′ pour $0^g,277$ de sucre réducteur et, dans les parties souterraines, de 3°32′ pour $0^g,569$ de sucre réducteur. Les indices de réduction enzymolytique sont respectivement de 143, 113, 161 (aucuboside, 144).

Après de très nombreux essais infructueux, le procédé suivant a permis d'obtenir le glucoside à l'état cristallisé :

3120^g de plantes fleuries, récoltées le 3 avril 1929, ont été traitées par 8500^{cm^3} d'alcool à 85^c bouillant, puis, après avoir été hachées, par 3^l de nouvel alcool à 85^c.

Les solutions alcooliques, réunies et filtrées, ont été distillées au bain-marie. Le résidu aqueux a été concentré à 600^g. Par addition de 240^g de magnésie, on a fait une pâte homogène qu'on a desséchée dans le vide sulfurique. La poudre a été épuisée à l'alcool à 98^c, à l'ébullition. On a concentré la solution alcoolique en sirop épais qui s'est pris en quelques heures, en une masse de cristaux. Ces cristaux essorés ont été purifiés par cristallisation dans l'acétone à 2 pour 100 d'eau.

Rendement : $1^g,66$ par kilogramme de plante fraîche.

Le tableau suivant indique les constantes du glucoside du *Lathræa clandestina* L. et celles de l'aucuboside de l'*Aucuba japonica* L. :

	Aucuboside de l'*Aucuba*.	Glucoside du *Lathræa*.
Forme cristalline	aiguilles	aiguilles
Teneur en eau	5,36 à 5,90	5,16
Pouvoir rotatoire (hydraté)	−164°,9	−164°,72 et −165°,53
» » (anhydre)	−174°,4	−173°,66 et −174°,53
Glucose pour 100	56,00	53,80
Indice de réduction	144	141
Réaction de Charaux	positive	positive

(1) *Sur la composition chimique de la Clandestine* (*Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1203).

L'identité des deux glucosides ne fait aucun doute.

La découverte de l'aucuboside dans le *Lathræa clandestina* L., plante de la famille des Orobanchacées, vient encore élargir sa répartition dans le règne végétal, puisqu'on l'a extrait de plantes appartenant aux familles suivantes :

Dialypétales : Cornacées.

Gamopétales : Plantaginacées, Scrofulariacées, Orobanchacées.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la pigmentation du* Sterigmatocystis nigra *cultivé sur milieux gras*. Note de M. **Charles Pontillon**, présentée par M. Molliard.

Le *Sterigmatocystis nigra* V. Tgh. cultivé sur milieu minéral neutre et gélosé, additionné comme source de carbone de matières grasses diverses, présente dans certains cas une pigmentation jaune déjà signalée par Roussy [1]. Comme dans son développement normal cette Mucédinée ne présente jamais une telle pigmentation, et comme par contre elle en présente souvent une semblable dans les cas de développement sur milieux déséquilibrés, il était intéressant de savoir si la pigmentation observée sur milieux gras était due à la présence des graisses ou à un déséquilibre accidentel du milieu, déséquilibre dû à son mode de préparation.

Pour cela, après avoir à nouveau vérifié que le *Sterigmatocystis nigra* ne pouvait se développer sur un milieu minéral gélosé sans source de carbone assimilable, j'ai effectué des séries de cultures sur le milieu de Molliard [2] exactement neutralisé par la potasse, gélosé et contenant comme source de carbone assimilable du saccharose, de l'huile d'olives et de la matière grasse brute extraite du *Sterigmatocystis*; ces trois dernières substances étant ajoutées en quantité telle que la moisissure ait toujours la même quantité de carbone à sa disposition. Or, suivant le mode de préparation de ces milieux, les résultats furent tout à fait différents.

Ayant en effet remarqué que les milieux minéraux stérilisés présentent généralement un trouble assez intense, j'ai préparé dans certains cas le milieu de culture gélosé en mélangeant en proportion convenable les sels minéraux en solution concentrée, la gélose solubilisée et filtrée et la source

(1) A. Roussy, *Comptes rendus*, 149, 1909, p. 482; et 151, 1911, p. 884.

(2) M. Molliard, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 41.

de carbone assimilable, le mélange étant ensuite stérilisé et homogénéisé par une agitation énergique. Dans ces conditions je n'ai jamais obtenu de pigmentation jaune. Mais par contre, dans les autres cas, quand le milieu de culture était préparé suivant la technique habituelle de préparation des milieux solidifiés : préparation du milieu liquide, addition d'agar-agar, solubilisation des parties solubles de celui-ci à l'ébullition puis à l'autoclave, filtration à chaud, répartition et stérilisation, j'ai très généralement observé la formation du pigment jaune, même sur milieu au saccharose. Il en résulte que le pigment jaune provient d'un déséquilibre du milieu, déséquilibre dû aux sels restés sur le filtre.

Pour confirmer cette conclusion j'ai préparé des milieux de culture neutres au saccharose et filtrés après ébullition prolongée. Dans ces conditions, le pigment jaune s'est encore formé et a diffusé dans le liquide de culture, ce qui a permis de l'étudier. Ce pigment s'est montré comme présentant de grandes analogies avec le chromogène de Frey ([1]).

J'ai recherché en quoi pouvait consister le déséquilibre du milieu. L'analyse d'un milieu filtré a conduit à cette conclusion que dans le liquide de Molliard, rigoureusement neutralisé par la potasse et filtré après ébullition prolongée, on constate : une diminution de l'azote ammoniacal de 10,4 pour 100; une diminution du phosphore de 25,8 pour 100; une diminution du magnésium de 85,5 pour 100; la disparition presque complète du zinc; la disparition presque complète du fer.

Enfin, au point de vue morphologique, le *Sterigmatocystis* présente, ce qui confirme les résultats d'analyse des caractères correspondant à l'inanition en ces divers aliments : anneaux de Liesegang au début du développement, croissance très lente, pigmentation anormale, sporulation tardive et irrégulière, filaments superficiels recouvrant les conidies. Ces modifications morphologiques doivent être accompagnées de modifications dans le chimisme du Champignon, mais je ne les ai pas étudiées.

En résumé, la pigmentation parfois observée chez le *Sterigmatocystis nigra* cultivé sur milieux gras est la conséquence d'un déséquilibre du milieu de culture dû au mode même de préparation du milieu minéral gélosé.

([1]) A. Frey, *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1552.

BIOPHYSIQUE. — *Un dérivé du glucose constituant de l'équilibre d'oxydo-réduction des cellules.* Note [1] de MM. **René Wurmser** et **Jean Geloso**, présentée par M. Jean Perrin.

La valeur du potentiel, par rapport à l'électrode normale d'hydrogène, d'une solution de glucide maintenue à l'abri de l'oxygène, est donnée par la relation

$$E_h = -0,00020\,T\,pH - 0,00088\,T + 0,50 \pm 0,02,$$

soit, à 20° et à pH = 7,

$$E_h = -0,16 \text{ volt},$$

c'est-à-dire rH = 8,2 [2].

Ce potentiel est dû, ainsi que nous l'avons suggéré dans un travail précédent [3], à l'existence d'un équilibre

$$G \rightarrow \ldots G' \rightleftharpoons A + H^2.$$

Dans une solution de glucose en milieu alcalin et maintenue sous huile de vaseline, il se développe effectivement, au bout d'un temps qui varie beaucoup avec la température et la concentration en ions OH, une substance identifiable avec le corps G′ capable de s'oxyder rapidement à froid par déshydrogénation, soit en présence d'un accepteur tel que le bleu de méthylène, soit en présence d'oxygène moléculaire. On constate en effet que si l'on fait passer un courant de O^2 dans une telle solution, elle ne décolore plus très rapidement le bleu de méthylène. Si on la laisse alors reposer un certain temps sous huile de vaseline, elle récupère toutes ses propriétés réductrices, ce qui montre que le corps G′ s'est rapidement régénéré aux dépens d'un précurseur G_1 qui s'était développé et maintenu en grande quantité dans la solution. Le schéma de réaction doit donc être complété ainsi :

$$G \rightarrow G_1 \rightleftharpoons G' \rightleftharpoons A + H^2_h.$$

L'un de ces corps G_1 ou G′ est vraisemblablement une forme diénolique du glucose [4].

---

(1) Séance du 22 avril 1929.

(2) $rH = \log \frac{1}{p_{H_2}}$, p_{H_2} étant la pression d'hydrogène moléculaire intervenant dans l'équation de l'électrode d'hydrogène.

(3) Aubel, Genevois et Wurmser, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 407. — R. Wurmser et J. Geloso, *J. Ch. phys.*, 25, 1928, p. 348.

(4) Armstrong et Hilditch, *J. Ch. Soc.*, 115, 1919, p. 1410; 117, 1920, p. 1086.

On peut titrer électrométriquement la solution contenant le corps G′ suivant la méthode de Clark : par le ferricyanure en partant de la solution réduite, par l'hydrosulfite et par le trichlorure de titane en partant de la solution oxydée. Nous avons obtenu une courbe en S de la forme

$$E = K \log \frac{\alpha}{1-\alpha},$$

α étant la fraction du corps G′ à l'état réduit. La forme de cette courbe démontre l'existence d'un équilibre réversible et permet de calculer le potentiel normal E'_0 du système, correspondant à un mélange moitié réduit, moitié oxydé. La valeur trouvée pour E'_0 à pH = 7 et à 20°C. correspond à rH = 15.

La corrélation entre la longueur de la zone horizontale de la courbe et la quantité de bleu de méthylène décolorable rapidement montre que le pouvoir réducteur et le pouvoir tampon de la solution sont bien dus à un même système.

Enfin, on constate que la réapparition du corps G′ provenant du précurseur G_1 est suffisamment rapide par rapport à la vitesse d'oxydation de G′ pour que, même dans un courant d'oxygène, une solution de glucose où se sont développées ces substances, conserve un potentiel qui n'est jamais supérieur à une valeur voisine de rH = 24.

Or les déterminations du potentiel d'oxydo-réduction à l'intérieur des cellules vivantes (¹) ont montré que le rH des milieux cellulaires varie, suivant l'aération, entre les valeurs 14 et 22, et que ces milieux présentent vis-à-vis des indicateurs d'oxydo-réduction un effet tampon marqué (poising action). On est conduit à se représenter le mécanisme de régulation du potentiel intracellulaire de la manière suivante :

Il existe dans les cellules une certaine quantité de corps G′ dérivé des glucides, en équilibre avec le milieu. Ce corps G′ tend à donner au milieu un potentiel correspondant à rH = 8,2 à 20°C. Ce potentiel serait atteint si la cellule était dans des conditions d'anaérobiose parfaite, mais l'accès de O^2 fait rapidement monter la valeur du rH jusqu'à des valeurs comprises entre 14 et 22. Cette valeur maxima ne peut être dépassée par suite de la reformation rapide du corps G′ aux dépens du précurseur G_1. En outre, comme le potentiel normal du système formé par le corps G′ et son produit d'oxy-

---

(¹) Clark, *Studies on oxydation-reduction*, Washington, 1928, p. 145. — J. et D. Needham, *Protoplasma*, 1, 1926, p. 255-291. — Rapkine et Wurmser, *Proc. Roy. Soc.*, B, 102, 1927, p. 128. — E. Aubel et Aubertin, *C. R. Soc. Biol.*, 98, 1928, p. 589. — Cohen, Chambers et Reznikoff, *J. Gen. Physiol.*, 11, 1928, p. 585.

dation correspond à rH = 15, qui est précisément compris entre les valeurs limites du potentiel des cellules aérobies, on conçoit que le pouvoir tampon des cellules doit être attribué principalement à ce système.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Rôle primordial de l'équilibre alimentaire dans l'utilisation du lactose*. Note de Mme **L. Randoin** et M. **R. Lecoq**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Au cours d'une étude comparative concernant l'influence des différents glucides sur l'évolution de l'avitaminose B totale du Pigeon, nous avons constaté que ces glucides (entrant au taux de 66 pour 100 dans un régime artificiel uniquement privé de vitamines B) sont loin d'être tous équivalents [1]. Le galactose déterminait une rapidité surprenante dans l'évolution de la polynévrite (9-13 jours); puis venaient le glucose et le maltose (15-20 jours), le saccharose (16-25 jours), le lévulose (22-28 jours); quant au *lactose*, il semblait exercer une influence retardatrice, les accidents nerveux et la mort s'étant produits du 35e au 50e jour.

De plus, avec le galactose, — fait qui nous a semblé exceptionnel —, l'addition de levure de bière apportant les vitamines B indispensables n'empêche ni les accidents nerveux ni la mort au bout de 15-20 jours [2].

En est-il de même avec un régime dans lequel les glucides sont représentés uniquement par du lactose? Nous nous le sommes demandés. Une ration composée de : *caséine*, 6; *fibrine*, 5; *ovalbumine*, 5; *graisse de beurre*, 4; *lactose pur*, 66; *mélange salin*, 4; *agar-agar*, 8; *papier filtre*, 2, pouvait-elle être rendue satisfaisante par addition de vitamines B?

Pour répondre à cette question, nous avons soumis à un tel mélange des lots de Pigeons adultes, la ration quotidienne (20^g) étant additionnée de $0^g,20$, $0^g,50$, 1^g ou 2^g de levure de bière sèche.

Des témoins recevaient le régime à base de lactose, sans levure.

D'autre part, des régimes analogues étaient préparés en employant, au lieu du lactose pur, soit ses éléments constitutifs (glucose et galactose purs cristallisés à parties égales), soit du lactose pur convenablement hydrolysé au préalable. Ces rations étaient administrées : d'une part, sans aucune addition; d'autre part, avec 2^g de levure de bière sèche par jour.

Tous les Pigeons utilisés au cours de ces divers essais sont morts au bout de peu de temps (18-40 jours). En ce qui concerne la durée de chaque expérience, nous avons obtenu les résultats suivants :

---

(1) Mme L. Randoin et R. Lecoq, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1347.
(2) Mme L. Randoin et R. Lecoq, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1068.

Régime à base de lactose : 66 % (sans levure)...........	Mort du 18e au 40e jour
Même régime + 0g,20 levure de bière par jour..........	Mort du 18e au 30e jour
Même régime + 0g,50 levure de bière par jour..........	Mort du 18e au 30e jour
Même régime + 1g levure de bière par jour..........	Mort du 18e au 30e jour
Même régime + 2g levure de bière par jour..........	Mort du 20e au 30e jour
Régime à base de glucose (33 %) + *galactose* (33 %).....	Mort du 20e au 30e jour
Même régime + 2g levure de bière par jour..........	Mort du 20e au 30e jour
Régime à base de lactose hydrolysé (66 %).............	Mort du 20e au 30e jour
Même régime + 2g levure de bière par jour..........	Mort du 20e au 30e jour

De ces premiers essais, nous pouvons tirer les conclusions ci-après :

1° Le régime à base de lactose pur (sans levure) ne possède pas constamment une influence retardatrice sur l'évolution de la polynévrite.

2° Un régime uniquement privé de vitamines B ne peut être rendu satisfaisant par addition de levure de bière lorsque les glucides qu'il renferme au taux de 66 pour 100 sont du lactose pur, ou un mélange de glucose et de galactose purs à parties égales, ou encore du galactose pur (ainsi que nous l'avons prouvé antérieurement).

Comment interpréter ces résultats ? Il ne pouvait être question de toxicité, au moins en ce qui concerne le lactose, ce sucre étant le seul glucide existant dans le lait, nourriture exclusive des Mammifères nouveau-nés.

Nous avons donné à des Pigeons du lait de Vache desséché (qui renferme évidemment des vitamines B). Additionné d'agar-agar et de papier filtre (lest indispensable), ce lait s'est montré un excellent aliment pour le Pigeon.

Il nous restait à constituer un régime artificiel, dans lequel le *lactose*, et les autres constituants, se trouvent dans des proportions analogues à celles du lait de Vache, afin d'en comparer les effets avec ceux de notre régime artificiel, renfermant 66 pour 100 de lactose. C'est ce que nous avons fait.

Lait desséché (renfermant les vitamines B) pour 90g de matières sèches.		Régime artificiel (dépourvu de vitamines B) analogue au lait.			Régime artificiel (dépourvu de vitamines B) à base de lactose (66 pour 100).		
Protides.........	24	Protides (24)	Caséine	8	Protides (16)	Caséine.....	6
			Fibrine.....	8		Fibrine.....	5
			Ovalbumine.	8		Ovalbumine.	5
Lipides..........	26	Lipides (26)	Graisse de beurre ...	8	Lipides (4)	Graisse de beurre ...	4
			Saindoux...	18			
Glucides (*lactose*).	**35**	Glucides (*lactose pur*).		**35**	Glucides (*lactose pur*).		**66**
Matières salines...	5	Mélange salin		5	Mélange salin		4
	90	Matières encombrantes	Agar-agar...	8	Matières encombrantes	Agar-agar...	8
			Papier filtre.	2		Papier filtre.	2

Donné à des Pigeons, le régime artificiel de composition analogue à celle du lait, mais privé de vitamines B, provoque des crises de polynévrite et la mort au bout de 35 à 50 jours.

Mais ce même régime se trouve nettement amélioré lorsqu'il est additionné d'une faible dose de levure de bière (0^{g},20 par jour) puisqu'il permet aux Pigeons de vivre 90 jours environ. Complété par une dose plus forte de levure (0^{g},50 par jour), il entretient les animaux pendant 150 jours.

Conclusions. — I. Un régime artificiel complet (avec levure de bière) renfermant, comme seule source de glucides, 66 pour 100 de lactose pur, n'assure nullement l'entretien du Pigeon (mort du 18e au 30e jour).

II. En modifiant les proportions des principes nutritifs de ce régime, on peut obtenir un équilibre alimentaire permettant une meilleure utilisation du lactose pur par le Pigeon : un régime artificiel de composition analogue à celle du lait naturel (contenant seulement 35 pour 100 de lactose), et complété par 0^{g},50 de levure de bière, permet l'entretien du Pigeon pendant cinq mois.

III. L'utilisation du lactose n'est donc pas uniquement conditionnée par la présence, dans le régime, d'une quantité suffisante de vitamines B, mais elle exige encore la réalisation d'un équilibre alimentaire assez strict.

CYTOLOGIE. — *Les infraciliatures et la continuité génétique des systèmes ciliaires récessifs.* Note de MM. **Édouard Chatton**, **André Lwoff** et Mme **Marguerite Lwoff**, présentée par M. F. Mesnil.

On sait que la frange aborale des Vorticellides n'est développée et fonctionnelle qu'aux stades vagiles, et que, de cette frange, il persiste toujours un anneau ectoplasmique, squelettique pour nos prédécesseurs, pour nous constitué par une chaîne de blépharoplastes qui régénèrent les cils. Étranglée avec le corps à la division, elle fournit au bourgeon la matrice de sa frange aborale. Tandis que la ciliature adorale est permanente, la ciliature aborale est périodiquement récessive, mais génétiquement continue.

Nous allons ajouter à cet exemple ancien, mais quelque peu méconnu, d'autres exemples de systèmes de blépharoplastes plus ou moins occultes et capables à cet état de se transformer par foisonnement, déplacement ou résorption de leurs éléments et de se transmettre totalement ou en partie aux produits de la division.

Mais, dès maintenant, et tant pour la mise en lumière de ces notions que pour la commodité de notre exposé, nous nommerons ces systèmes *infraciliatures*.

Tout d'abord des exemples d'infraciliatures entièrement récessives, mais

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 273-275.

capables aussi de régénérer sur toute leur étendue des ciliatures fonctionnelles ; nous les nommons *infraciliatures hologènes.*

La *Fœttingeria actiniarum,* parasite gastrovasculaire des Actinies, se multiplie par palintomie sous un kyste. Nous avons montré ([1]) qu'au moment de l'enkystement la ciliature hélicoïdale décidue, mais que les lignes de blépharoplastes, révélables seulement par imprégnation argentique (méthode de Klein), persistent sur toute son étendue. Entre l'enkystement et le début de la multiplication, le système infraciliaire hélicoïdal se transforme par raccourcissement et détorsion des chaînes de blépharoplastes en système méridien, lequel se conserve pendant toute la multiplication. Celle-ci terminée, il fait retour au plan hélicoïdal et régénère les cils.

La *Synophrya hypertrophica,* autre Fœttingeriidé, installé sous l'hypoderme des Crabes, ayant résorbé ses cils et s'étant considérablement accru et déformé, demeure en cet état jusqu'à la mue de l'hôte qui se peut faire attendre des mois. L'infraciliature ne s'en conserve pas moins et se comporte comme chez la *Fœttingeria* ([1]).

Voici maintenant deux exemples d'*infraciliatures mérogènes* dont une partie seulement est capable de germination ciliaire.

La *Sphenophrya dosiniæ,* Thigmotriche très régressé, porte, comme les Hypocomidés dont il dérive, deux systèmes de stries ciliaires mais dépourvus de cils. Au moment du bourgeonnement, un petit segment de chacun des systèmes passe sur le bourgeon, et régénère des cils qui disparaîtront dès que l'embryon sera fixé ([2]).

Tout récemment, Chatton, A. et M. Lwoff et L. Tellier ([3]) ont mis en évidence l'existence chez les Acinétiens d'une infraciliature qui est aussi mérogène, mais en outre dispersée. En effet, les formes tentaculées et atriches, qui alternent dans le cycle avec les formes embryonnaires ciliées, ne portent aucune trace de système infraciliaire défini. Elles montrent simplement, comme beaucoup d'Infusoires (Klein), un réseau ectoplasmique imprégné en brun, constellé de granules fort irrégulièrement répartis, mais également calibrés et imprégnés en noir. Mais, quand s'annonce le bourgeonnement, on voit, au pôle apical, se constituer, par alignement d'un certain nombre de ces granules en sept rangées subparallèles, l'ébauche infraciliaire des stries embryonnaires. Celles-ci s'achèvent par la multiplication rapide de leurs blépharoplastes. Quand poussent les cils, il apparaît au contact de chaque blépharoplaste une sphérule satellite que ne montrent

---

([1]) E. Chatton, M. et A. Lwoff, *loc. cit.*

([2]) E. Chatton et A. Lwoff, *Comptes rendus,* 175, 1922, p. 1444-1447.

([3]) *C. R. Soc. Biol.,* Strasbourg, séance du 12 avril 1929 (*sous presse*).

jamais les blépharoplastes dispersés. Ces satellites, disparaissant en même temps que les cils, représentent sans doute la base de ceux-ci. Toute cette ciliature passe du parent à l'embryon, et, avec elle, une partie de l'infraciliature dispersée et inerte. Aussitôt après la fixation de celui-ci, les cils et les satellites blépharoplastiques sont résorbés et les granules infraciliaires se dispersent sur le réseau ectoplasmique.

Les Vorticellides, les Fœttingériides ont des systèmes infraciliaires définis quoique plastiques. La *Podophrya fixa* nous offre une infraciliature dispersée et probablement mouvante, mais partiellement et périodiquement regroupée.

Entre ces regroupements périodiques, dont il est difficile de dire s'ils sont dus au déplacement des grains sur la trame plutôt qu'aux mouvements propres de celle-ci, et ceux qui, selon les partisans de la continuité génétique des chromosomes, reconstituent à chaque prophase ces éléments dans leurs nombres constants et leurs formes définies à partir des chromomères dispersés sur la trame lininienne, il y a les plus grandes analogies. Mais leurs causes restent aussi mystérieuses dans un cas que dans l'autre.

Ce que, cependant, nous pouvons dégager de nos observatioms, c'est *la notion d'infraciliature impliquant celle de continuité génétique des blépharoplastes.* Nous la rapprocherons de celle acquise par les protistologues et les cytologistes de l'origine centrosomienne des éléments flagellaires ou ciliaires des Trichonymphines, des anthérozoïdes de certains Cryptogames vasculaires et Gymnospermes et des éléments tissulaires vibratiles des animaux.

Ainsi prend corps une doctrine suivant laquelle, tout blépharoplaste provenant d'un blépharoplaste ou d'un centrosome préexistant, le système cinétique (cinétide) se comporterait dans l'énergide — bien des exemples tendent à le prouver (¹) — comme un système relativement autonome.

M. **Léon David** adresse une Note *Sur le nombre d'isomères possibles des hydrocarbures saturés.*

A $15^h 50^m$, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 30^m$.

E. P.

(¹) E. Chatton, Pansporella perplexa. *Réflexions sur la biologie et la phylogénie des Protozoaires* (*Ann. Sc. nat., Zoologie*, 10ᵉ série, 8, 1925, p. 5).

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 MAI 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

La mort continue à nous éprouver. Aujourd'hui c'est M. le Dr **Trabut**, correspondant pour la section d'Économie rurale, que nous avons la douleur de perdre.

Né à Chambéry (Savoie), le 12 juillet 1853, le Dr Trabut qui était professeur à la Faculté de médecine d'Alger et directeur du Service botanique du Gouvernement général de l'Algérie, a fait toute sa carrière dans l'Afrique du Nord.

Avec Battandier, il commençait, il y a plus de 50 ans, l'exploration méthodique de l'Algérie pour dresser l'inventaire de la végétation, commencée par Cosson et Pomel; ainsi est née la *Flore de l'Algérie*, si appréciée des explorateurs des pays limitrophes : Maroc, Sahara, Sud Algérien, et qui valut à leurs auteurs le prix Jérôme Ponti.

L'autorité scientifique de Trabut l'avait désigné à l'attention du Gouvernement général qui le chargea en 1893 du Service de la Botanique dans la colonie. Préoccupé des perfectionnements à introduire dans une agriculture encore empirique, Trabut créa un certain nombre de stations botaniques : Rouiba pour la viticulture, les céréales, les plantes fourragères; Maison Carrée pour la culture des Orangers, une station saharienne pour la culture du Dattier, etc.

Désormais les Mémoires se succèdent, ouvrant la voie à des améliorations agricoles importantes. Son étude sur l'Alfa, fruit de ses observations sur

les Hauts Plateaux en Oranie, a servi de guide pour la réglementation officielle de la cueillette de l'Alfa. Dans sa monographie de l'Olivier, il a étudié les régions les plus favorables à cette culture, les variétés qu'il convient de choisir ainsi que les meilleurs procédés de multiplication; il a ainsi favorisé la reconstitution et l'extension des Oliveraies en Algérie. L'introduction des Eucalyptus en 1862 a été l'occasion d'une étude complète des espèces introduites et de la sélection des formes naturelles ou hybrides les mieux adaptées au sol et au climat.

La sélection des variétés de Figuier de la Kabylie lui a permis de choisir la variété dite d'Isly, la meilleure pour la production des figues séchées pour l'exportation; il a publié à cette occasion un remarquable Mémoire sur la caprification. Rappelons ses études sur le Chanvre Sisal produit par un Agave; sur un hybride du Mandarinier et du Bigaradier, aux fruits dépourvus de pépins.

Il a montré l'importance, pour le tannage, d'une galle, le « *Takaout* », produite sur les *Tamarix* par la piqûre d'un insecte qu'il a déterminé et dont la propagation a, par ses soins, rendu un grand service à l'industrie.

C'est enfin par une étude sur le coton en Algérie qu'il a pu provoquer la culture de certaines races dans la région de Bône, de Philippeville ainsi qu'en Oranie, dont les rendements ont été aussi élevés et ont fourni un produit aussi estimé que dans les meilleures cultures égyptiennes.

L'œuvre de Trabut qui a marqué d'une si forte empreinte l'agriculture algérienne préservera son nom de l'oubli.

J'adresse à sa famille au nom de l'Académie l'expression de notre vive sympathie.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Rolf Nevanlinna**, professeur à l'Université d'Helsingfors, qui assiste à la séance.

GÉOLOGIE. — *Conditions de la mer silurienne à Graptolites en Normandie.* Note de M. **L. Cayeux**.

Bien qu'elle ait fait l'objet de nombreuses observations, la question du milieu générateur des schistes et calcaires ampéliteux est loin d'être élucidée de façon satisfaisante. Ch. Lapworth, dont la compétence en matière de dépôts à Graptolites était universellement appréciée, estimait que les boues

à Graptolites pouvaient s'accumuler loin des côtes, dans des eaux relativement profondes (Ex. schistes à Graptolites de la région de Moffat en Écosse), ou près des rivages, mais toujours dans des eaux tranquilles.

Peu à peu, l'opinion que les schistes à Graptolites représentent des dépôts de très faible profondeur a prévalu, mais en même temps on a fait intervenir, à plusieurs reprises, la notion de *lagunes* pour expliquer la formation de certains dépôts à Graptolites.

C'est ainsi qu'en 1917, Grabau et O'Connell (1) voyaient dans des schistes à Graptolites du Sud de l'Écosse, passant latéralement à des assises torrentielles, le produit, notamment, d'une sédimentation dans les lagunes d'un grand delta ou d'une série de deltas. Pareillement, en 1923, W. B. R. King (2) invoquait l'existence d'un régime lagunaire pour expliquer les changements qui affectent à la fois la nature des dépôts et la faune du Caradocien supérieur au Sud-Ouest des Monts Berwyn (Nord du Pays de Galles). Mais le mot ne crée pas la chose, et rien dans les données exposées ne justifie l'emploi du terme lagune, pour caractériser un régime qui, dans la pensée des auteurs, est celui d'une mer très calme et de profondeur très réduite.

Sans prétendre résoudre un problème général par l'analyse d'un cas particulier, je crois pouvoir poser en principe qu'une étude pétrographique, non seulement des schistes ampéliteux mais des formations qui leur sont intimement associées, peut fournir d'utiles éléments d'appréciation. Dans l'espoir de contribuer à la mise au point du sujet, j'ai étudié le Silurien supérieur rencontré dans un sondage profond exécuté à Danneville (Calvados), en 1911, pour la recherche du minerai de fer ordovicien. Quoique incomplète, la série traversée s'est montrée très riche en calcaires ampéliteux, alternant avec des schistes pétris de Graptolites sur une grande épaisseur.

Ceci dit, observons qu'il existe dans le gisement plusieurs types de calcaires ampéliteux, tous généralement très charbonneux, et passant rapidement aux schistes avec lesquels ils sont entremêlés. Ce sont :

1° Des *calcaires très pyriteux*, les moins chargés de tous en matières charbonneuses et fournissant quelques Radiolaires dans chaque préparation.

---

(1) A. W. GRABAU and M. O'CONNELL, *Were the Graptolite Shales, as a Rule, deep or shallow Water Deposits?* (*Bull. Soc. Geol. of America*, 28, 1917, p. 959-964).

(2) W. B. R. KING, *The Upper ordovician Rocks of the South-Western Berwyn Hills* (*Q. J. G. S.*, 79, 1923, p. 487-507 et p. 541-545, pl. XXVI).

2° Des *calcaires à Ostracodes*, assez riches pour qu'on en puisse compter plus d'une centaine dans chaque coupe mince, sans faire état des nombreuses valves isolées accompagnant les individus complets.

3° Des *calcaires à Radiolaires* très clairsemés ou d'un degré de fréquence tel que chaque préparation en contient plusieurs centaines. Ce sont des Radiolaires en forme de sphères, d'ellipsoïdes et de cloches appartenant aux deux grands groupes des *Sphærellaria* (*Sphæroïdea* et *Prunoïdea*) et des *Cyrtoïdea*. Les moins riches en Radiolaires renferment quelques Ostracodes, quelques spicules d'Éponges calcifiés qui peuvent manquer, et jamais de Foraminifères.

Dans toutes ses modalités, la fossilisation des Radiolaires fait jouer à la matière charbonneuse un rôle capital. Règle générale, la silice a disparu intégralement. Tantôt, le test a fait place à de la matière charbonneuse qui en conserve parfaitement le dessin, alors que l'intérieur est occupé par de la calcite. Tantôt, la coquille devenue calcaire est remplie de charbon. Tantôt, enfin, le Radiolaire entièrement calcifié plonge dans une trame noire qui le fait ressortir avec tous les détails de sa morphologie. Les individus, suffisamment bien conservés pour qu'on en puisse reconstituer l'architecture avec une suffisante précision, appartiennent au groupe des Radiolaires pélagiques (1).

En résumé, les calcaires gothlandiens de Danneville renferment des Radiolaires, et il en est qui représentent d'anciennes vases à Radiolaires profondément modifiées, qui, sans être des radiolarites à proprement parler, ne sont pas loin d'en réaliser le type.

4° Des *calcaires à cristaux de gypse calcifiés* dont la présence est pour le moins inattendue. Dans le complexe observé s'intercale un calcaire ampéliteux de faible puissance (environ 1^{cm}), littéralement pétri de cristaux microscopiques de calcite, dans lesquels on reconnaît immédiatement d'anciens cristaux de gypse. Les uns sont lenticulaires; les autres, en très grande minorité, ont des formes monocliniques distinctes passant aux premières par tous les intermédiaires. Sauf qu'ils sont plus petits, ces cristaux rappellent à s'y méprendre ceux du Tertiaire lagunaire des environs de

(1) Il n'est pas inutile d'ajouter que j'ai retrouvé des Radiolaires de même type, mais avec une moindre fréquence, dans des calcaires ampéliteux de Feuguerolles (Calvados), recueillis par M. Bigot. M. Y. Milon avait déjà observé ces Radiolaires, en compagnie d'Ostracodes, mais sans pouvoir en fixer la véritable nature, en raison de leur état de conservation défectueux (Y. Milon, *Recherches sur les calcaires paléozoïques et le Briovérien de Bretagne*, 1928, p. 69).

Paris, et principalement des silex nectiques de l'horizon de Saint-Ouen. Leur plus grand axe, qui mesure en moyenne $0^{mm},05$, atteint au plus $0^{mm},07$. Il est à noter que dans toutes les coupes minces qui en sont formées nulle trace organique ne peut être observée.

En raison du grand intérêt qui s'attache à ces calcaires subordonnés à des dépôts franchement pélagiques, je crois devoir souligner le fait que le diagnostic ne comporte pas la plus petite réserve. On ne peut songer, par exemple, à voir, dans les milliers de cristaux reconnus, le produit de la décomposition de la pyrite qui fait partie intégrante de tous les calcaires ampéliteux, car la forme même des éléments exclut la possibilité d'une semblable origine. Et d'ailleurs, ce minéral ne trahit jamais la moindre tendance à l'altération. Bref, le Gothlandien à Graptolites de Normandie fournit un témoignage irrécusable en faveur d'un phénomène d'évaporation lagunaire aboutissant à la formation d'un lit de gypse. En l'espèce, on peut donc parler de lagune sans abus de langage.

A quelque catégorie qu'ils appartiennent, les calcaires ampéliteux se font remarquer par leur extrême pauvreté en minéraux clastiques, dont on n'aperçoit jamais un seul représentant dans les nombreuses coupes minces analysées. Au surplus, les dimensions des granules extraits par décalcification sont des plus réduites. Ceux que j'ai mesurés comptent parmi les plus gros avec un diamètre de 12 et 15^{μ}, et encore leur origine détritique n'est-elle pas certaine.

Pour donner au complexe de dépôts étudiés sa véritable physionomie, il faut ajouter qu'un des horizons calcaires est nettement raviné à sa partie supérieure sur 2^{cm} de profondeur, sans que sa composition enregistre le moindre changement dans les rapports du milieu avec la terre ferme. En outre, des surfaces de bancs sont recouvertes de nombreuses pistes de vers.

L'image qui paraît se dégager des faits observés est celle d'une *mer de profondeur extrêmement faible, caractérisée par un plankton d'exceptionnelle richesse, ne recevant de la côte que des apports véritablement négligeables, et susceptible d'engendrer des produits d'évaporation.* Tout bien considéré, le régime répondant à cet ensemble de conditions, qu'on ne s'attend pas à trouver réunies dans une même formation, ne peut être réalisé qu'au large, loin de la côte, ce que démontrent la faune de Radiolaires, l'insignifiance du résidu de quartz et, d'une manière générale, tous les caractères des sédiments passés en revue. Autrement dit, l'épisode lagunaire et le ravinement du calcaire sont des phénomènes localisés en pleine mer, dans des eaux si peu profondes qu'une très faible rupture d'équilibre suffit pour

créer localement un milieu lagunaire et entraîner le ravinement d'un banc qui vient de se déposer.

Les calcaires ampéliteux se signalent encore par les importantes transformations minérales dont ils ont été le siège. La genèse en grand de la pyrite cubique, la disparition complète de la silice des Radiolaires et la calcification de tous les cristaux de gypse représentent une somme de métamorphoses incomparablement supérieure à la moyenne observée dans les terrains siluriens.

PHYSIOLOGIE. — *Action accélérante des sels de lanthane à dose très faible sur la fermentation.* Note de M. **Charles Richet** et Mme **L. Braumann**.

Nous avons étudié l'action des doses faibles du sulfate de lanthane sur la fermentation lactique (1).

L'un de nous avait établi, dans une série prolongée d'expériences, que la plupart des sels métalliques (zinc, argent, or, platine, thorium, vanadium, etc.) à dose minuscule agissent sur la fermentation lactique en l'accélérant quelque peu, ainsi qu'on peut le constater facilement par le titrage acidimétrique de la liqueur après 48 heures de fermentation.

Or nulle recherche à notre connaissance n'avait été tentée encore sur le rôle (en biologie ou en bactériologie) des sels de lanthane. Nous avons donc cherché à savoir si le lanthane à dose minuscule se comportait comme les autres métaux.

Voici les chiffres portant sur 80 dosages.

La quantité d'acide formé dans les tubes témoins est supposée égale à 100 :

Liqueur contenant	10^{-7}	de SO^4La (2)	par litre	....	129
»	10^{-8}	»	»	....	133
»	10^{-9}	»	»	....	96

Ainsi le lanthane se conforme à la loi générale : accélération par les doses minuscules de métal.

Si faible que soit cette proportion d'un dix-millième de milligramme par

(1) Comme dans nos précédents essais le bouillon de culture était une dissolution de caséine digérée par la pancréatine et additionnée de lactose (40g par litre). Le ferment était un ferment lactique pur, habitué à ce milieu de culture.

(2) Poids évalué en La^2O^3.

litre, elle répond cependant à une énorme quantité de molécules, ce qui rend le fait moins invraisemblable qu'il ne paraît tout d'abord.

Quoique nous n'ayons ici étudié que la fermentation lactique, il est probable que ces phénomènes d'accélération sont applicables à d'autres fermentations.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le titane dans les plantes phanérogames.* Note de M. **Gabriel Bertrand** et Mlle **C. Voronca-Spirt**.

Le titane, si fréquent dans les roches et dans le sol, a déjà été reconnu en petites proportions, à plusieurs reprises, dans des cendres végétales, notamment par Geilmann (1) et par Headden (2). Il semble, d'après les résultats publiés, que cet élément n'existe dans les plantes que d'une façon irrégulière, peut-être accidentelle. Headden pense même qu'il est introduit dans les cendres sous la forme de poussières minérales, déposées à la surface des tiges et des feuilles.

Étant donné le rôle joué par le silicium dans le règne végétal, d'une part, la parenté chimique du titane et du silicium, d'autre part, nous avons cru devoir reprendre l'étude de la question, rechercher et doser le titane dans un nombre de cas assez grand pour être en droit d'en tirer de premières indications générales.

Les plantes ou parties de plantes, le plus souvent alimentaires, que nous avons analysées ont toujours été soigneusement purifiées des parties terreuses et des poussières qui pouvaient en souiller la surface, desséchées et calcinées, suivant une technique plusieurs fois exposée à l'occasion de recherches analogues sur d'autres éléments : manganèse, zinc, nickel, cobalt, sodium, etc. Les cendres ont été débarrassées de la silice par un chauffage avec de l'acide fluorhydrique en présence d'un peu d'acide sulfurique, amenées ensuite en dissolution dans ce dernier acide à la concentration de 5 pour 100.

La recherche et le dosage du titane dans la solution ainsi obtenue ont été effectués d'après la méthode colorimétrique de Weller (3), méthode basée sur la réaction de Schönn (4), c'est-à-dire sur la transformation du titane en

(1) *Journ. f. Landwirschaft*, 68, 1920, p. 107.
(2) *Bull.* 267 de l'*Agric. Experim. Station of the Colorado Agric. College*, 1921.
(3) *Ber. d. d. chem. Ges.*, 15, 1882, p. 2592.
(4) *Zeits. f. anal. Chem.*, 9, 1871, p. 41 et 330.

acide pertitanique, de couleur jaune orangé intense, à l'aide du peroxyde d'hydrogène [1].

Dans les conditions où nous nous sommes placés, cette méthode permettait de reconnaître et de doser le titane contenu dans une prise d'essai à partir de la quantité minima de $0^g,00005$ et parfois même de $0^g,000025$. Nous avons presque toujours opéré sur des poids de substance végétale correspondant à 10, à 20 ou à 50^g de matière sèche, selon la teneur présumée en titane. Comme l'intensité de la réaction est légèrement amoindrie par la présence de l'acide phosphorique, nous avons toujours évalué cette combinaison dans les cendres, sur une seconde prise d'essai, afin de pouvoir en tenir compte au moment du dosage, en même temps que de la quantité d'acide phosphorique nécessaire à la transformation du fer en complexe incolore.

De plus d'une centaine d'analyses ayant porté sur 55 espèces de Monocotylédonées et de Dycotylédonées, originaires de régions et de terrains différents, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° Le titane se rencontre dans toutes les plantes phanérogames et il y en a généralement assez pour que l'on puisse le doser dans les divers organes (sauf exception, entre quelques centièmes de milligramme et 5 à 6^{mg} par kilogramme de matière fraîche).

Les précautions prises et surtout la présence du titane dans certains tissus ou organes protégés, comme les graines, écartent l'objection, au premier examen acceptable, d'une contamination des matériaux étudiés par des poussières.

Les quelques résultats négatifs que nous avons enregistrés proviennent de parties spéciales de plantes (pulpe de banane, jus de citron, fond d'artichaut, germes de cacao et de blé, riz poli) dont nous n'avons pas toujours pu, dans ces premières recherches, examiner une prise d'essai suffisante (10^g et au-dessous), mais qui, en tout cas, appartiennent à des espèces dans les autres parties desquelles nous avons réussi sans difficulté à doser le titane.

2° Comme dans le cas du fer, du manganèse, du zinc, etc., ce sont les parties vertes et surtout les feuilles qui sont les plus riches en métal [2].

---

(1) Pour les détails de la technique et le tableau des résultats, consulter le Mémoire qui paraîtra prochainement : *Bull. Soc. chim.* ou *Ann. Inst. Past.*

(2) Geilmann (*loc. cit.*) avait déjà remarqué la richesse relative des feuilles en titane.

Lorsqu'on analyse séparément les feuilles vertes et les feuilles étiolées d'une même plante, par exemple les feuilles extérieures et les feuilles intérieures d'un chou, on trouve que les premières contiennent deux fois plus de titane que les secondes ($0^{mg},2$ au lieu de $0^{m},1$ par kilogramme frais). La relation entre la teneur des feuilles en chlorophylle et leur teneur en métal est aussi générale dans le cas du titane que dans celui du zinc récemment signalé par l'un de nous en collaboration avec B. Benzon [1]. C'est ainsi que les bractées extérieures, moyennes et intérieures du capitule comestible de l'artichaut, de moins en moins riches en chlorophylle, contiennent respectivement $0^{mg},5$, $0^{mg},4$ et $0^{mg},1$ de titane par kilogramme de matière fraîche; que les feuilles extérieures de la laitue pommée en renferment $1^{mg},8$ et celles du cœur seulement $0^{mg},6$; que des feuilles vertes de poirier, de prunier, de vigne, de carotte, de mâche, d'amandier, de navet, de lilas, de haricot, de figuier ont présenté des teneurs allant de $4^{mg},6$ à $2^{mg},5$, tandis que des feuilles de pissenlit presque étiolées ne contenaient plus que $0^{mg},4$ et des feuilles d'endive entièrement étiolées que $0^{mg},18$, chiffres toujours rapportés au kilogramme de matière fraîche.

3° Les graines donnent lieu, au sujet de leur richesse relative en titane, à des observations tout à fait comparables à celles qui ont été faites au sujet du zinc [2]. Dans les céréales, par exemple (seigle, froment, orge, avoine, maïs), où il y a de $0^{mg},7$ à $1^{mg},5$ de titane par kilogramme de grains entiers, presque tout le métal est localisé dans les téguments. Le son de froment renferme $4^{mg},5$ de titane, tandis que la farine (à 76,5 pour 100 d'extraction) n'en contient plus que $0^{mg},3$. Le son de riz offre une teneur de 25^{mg} de titane par kilogramme, mais l'amande de riz préparé, le riz poli, est si pauvre qu'il ne nous a pas donné de réaction positive en opérant sur 50^{g}.

Le sarrazin ($2^{mg},7$), les légumineuses (pois, haricot, lentille, vesce, jusqu'à 3^{mg}) sont plus riches que les céréales. Par contre, nous avons trouvé très peu de titane dans l'arachide, dans la noisette ($0^{mg},3$ et $0^{mg},4$, téguments compris) et nous n'avons pu le déceler dans les cotylédons de la noix ou du cacao.

4° Les parenchymes, qui servent surtout à l'emmagasinement des réserves, sont assez pauvres en titane. C'est ainsi que dans les racines alimentaires du radis rose, de la carotte, du panais et du navet, il n'y a que

---

(1) Gab. Bertrand et B. Benzon, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1098, ou (avec tableau des résultats) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 45, 1929, p. 168.

(2) Gab. Bertrand et B. Benzon, *loc. cit.*

de $0^{mg},3$ à $0^{mg},5$ de titane par kilogramme frais; dans le tubercule de la pomme de terre de Hollande $0^{mg},06$, dans la chair comestible de l'orange, de la poire, de la prune, de la pomme, de l'abricot, que de $0^{mg},06$ à $0^{mg},3$, toujours par kilogramme de substance fraîche.

Cependant les bulbes de l'oignon et de l'ail, formés il est vrai de feuilles modifiées, ont présenté des teneurs de $0^{mg},8$ et de $2^{mg},2$.

5° Dans la partie aérienne de plantes annuelles entières, récoltées au moment de la floraison, la proportion de titane est voisine du milligramme par kilogramme à l'état frais; par exemple, dans le trèfle rouge, le maïs et le colza $0^{mg},4$, dans le pois $0^{mg},6$, dans la luzerne $0^{mg},7$, dans l'avoine et le sarrazin $0^{mg},8$, dans l'oseille $1^{mg},0$, dans le froment $1^{mg},3$.

Si donc le titane est un élément physiologique, comme le fer et le manganèse, c'est à la concentration du millionième environ du poids de la matière vivante qu'il intervient dans les phénomènes nutritifs des plantes phanérogames.

GÉOGRAPHIE. — *Antarctide Sud-Américaine.* Note (1) de M. **J.-B. Charcot.**

L'aviation a transformé l'exploration polaire et en particulier celle de l'Antarctique; les résultats que l'on est en droit d'escompter sont incalculables.

Ceux obtenus par l'Américain Byrd qui hiverne actuellement dans la région de la barrière de Ross, illustrée par ce navigateur anglais, ses compatriotes Scott et Shackleton et le Norvégien Amundsen, sont déjà remarquables et ouvrent la porte à toutes les espérances.

De son côté l'Australien Sir Hubert Wilkins prenant pour base l'île Deception, centre baleinier des Shetlands du Sud, effectua récemment deux vols aussi hardis qu'admirablement conçus et exécutés.

Le premier eut lieu le 20 décembre 1928, dura 5 heures et 25 minutes et couvrit 1200 milles; le second, accompli le 10 janvier 1929, permit de vérifier et de compléter le premier.

Ces exploits intéressent tout particulièrement notre pays. En effet la région à laquelle s'est adressé Wilkins est l'Antarctide Sud-Américaine ou Terre de Graham, explorée en 1838 par l'expédition de Dumont-d'Ur-

(1) Séance du 29 avril 1929.

ville, puis en 1903-1905 et 1908-1910 par celles du *Français* et du *Pourquoi-Pas ?* patronnées par l'Académie des Sciences, qui continuèrent les remarquables travaux du navigateur belge A. de Gerlache, précurseur de toutes les explorations antarctiques modernes.

Les cartes ci-après montrent suffisamment la suite historique des recherches effectuées dans cette région et les modifications qui en résultèrent. Nous nous contenterons de souligner que, grâce aux vols récents de Wilkins, on voit un chenal qui aboutit à notre baie Matha puis un détroit dont la rive droite débouche à 30 milles au sud du cap Sud de la Terre Fallières, tandis que sa rive Sud se continue avec la Terre Charcot ; ainsi se trouvent formées la Terre de Graham Nord et la Terre de Graham Sud.

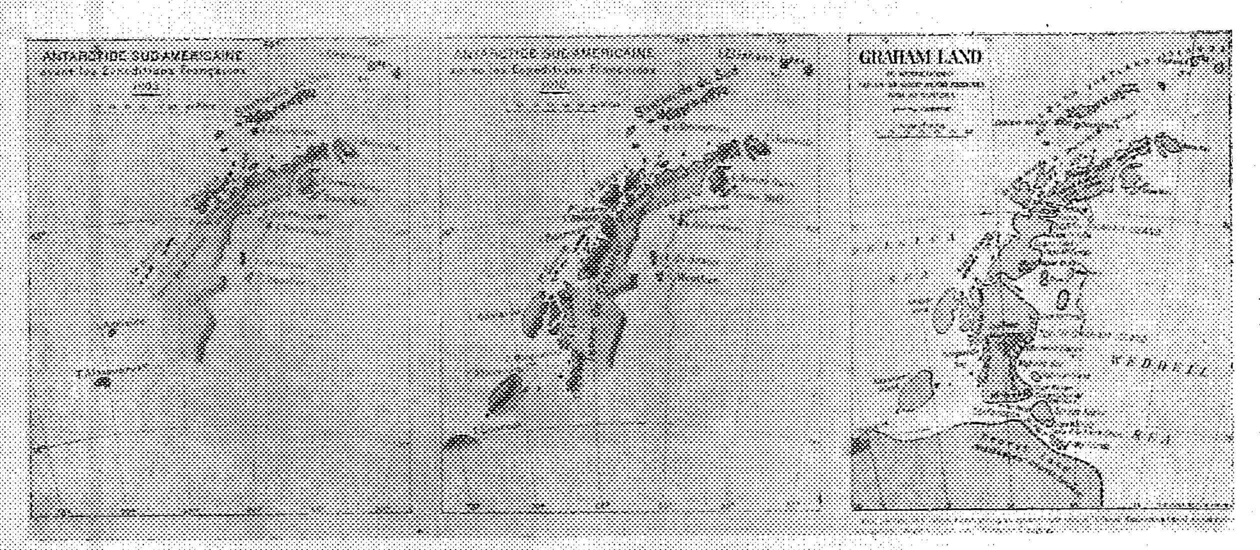


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Mais comme « on ne doit pas défendre aux gens de bien d'espérer honneurs de leurs vertueux faits » (¹), surtout lorsque la réputation de leur pays en bénéficie, nous remarquons avec satisfaction que l'exactitude des cartes rapportées par notre expédition est non seulement incontestée, mais encore confirmée.

Le mérite en revient aux officiers de la Marine nationale, MM. Matha et Rey, secondés par leurs camarades de l'État-Major Pléneau, Gourdon, Turquet en 1903-1905, et MM. Bongrain, Godfroy et Rouch, secondés par Gain, Gourdon, Liouville, Senouque en 1908-1910 et des équipages

(¹) Amyot.

d'élite. La cartographie est complétée par des plans, des sondages et une suite ininterrompue de vues des côtes.

Un publiciste de notre pays reproduit dans un important et sérieux hebdomadaire illustré deux cartes montrant la Terre de Graham avant, puis après l'exploration de Wilkins; il a effacé tous les noms français donnés par les récentes expéditions françaises à leurs découvertes et en a même écarté une des plus importantes. Cette conception un peu spéciale de la vérité et de la fierté nationale ne sera vraisemblablement pas adoptée par nos géographes qualifiés.

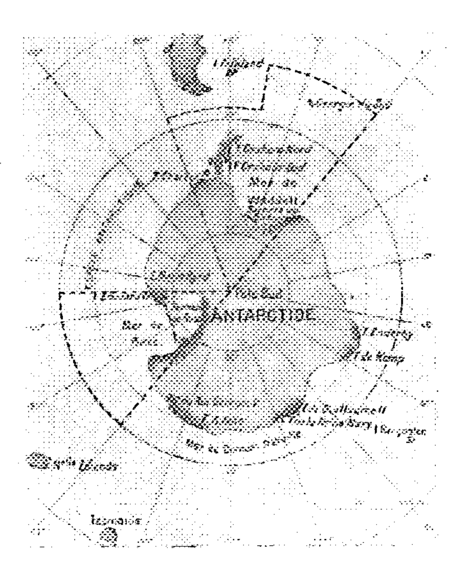


Fig. 4.

Il est en tous les cas agréable de constater que déjà les Américains nous rendent justice en reconnaissant définitivement les découvertes de notre pays. La *Geographical Review de New-York* (¹) va même plus loin en disant que les résultats obtenus par Wilkins permettent une conclusion inattendue : les Anglais jusqu'alors avaient le droit de considérer que la priorité de la découverte du Continent Antarctique revenait à leur compatriote Bransfield qui avait relevé le nord de la Terre de Graham; mais puisque cette terre est maintenant séparée du Continent, cet honneur revient au

(¹) *Geographical Review Published by the American Geographical Society of New-York*, avril 1929, p. 307.

navigateur qui releva la Terre Adélie ([1]), y débarqua et même adoptant le protocole classique, en prit possession au nom du roi de France.

Dumont-d'Urville, explorateur et amiral français, deviendrait ainsi le « découvreur » du Continent Antarctique.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur les essais de traction à chaud.*
Note ([2]) de MM. **Léon Guillet, Jean Galibourg** et **Michel Samsoen.**

Nous exposons dans cette Note les premiers résultats de nos recherches sur la résistance à la traction des aciers, à température élevée.

Cette première série a été effectuée à 450°. Le dispositif adopté est une modification de l'élasticimètre à miroirs de Martens. La modification consiste à rejeter hors de la partie calibrée de l'éprouvette et hors du four entourant cette partie calibrée la petite pièce prismatique à angles vifs portant les miroirs.

La figure 1 représente l'élasticimètre en place sur l'éprouvette. La figure 2 montre une variante de la forme de l'éprouvette nécessitant moins de métal. Les quatre tiges verticales sont en alliage nickel-chrome-fer. Les couteaux terminant ces tiges à leur partie supérieure sont en acier à coupe rapide ainsi que les ressorts serrant ces couteaux contre les repères tracés sur l'éprouvette à 70^{mm} l'un de l'autre.

L'élasticimètre multiplie les allongements par 500. On peut aisément apprécier dans les lunettes le demi-millimètre lu, la précision des mesures est donc de l'ordre du millième de millimètre, c'est-à-dire $\frac{1}{700}$ pour 100.

L'éprouvette est fixée par un joint à rotule sur un chevalet en fer assemblé scellé au mur du laboratoire. La tête inférieure de l'éprouvette est attachée en un point d'un levier s'appuyant à une extrémité sur le bâti de la machine et portant à l'autre extrémité des masses déterminées par pesées.

Le levier multiplie les charges par 10. L'éprouvette est chauffée au moyen d'un four électrique à résistance d'une longueur égale à trois fois environ la longueur de la partie calibrée de l'éprouvette. La température est maintenue constante au moyen d'un régulateur automatique de courant commandé par un couple thermo-électrique placé dans le four. En outre, trois autres

---

([1]) L'explorateur australien Sir Douglas Mawson, lors de sa magnifique expédition dans cette région, a rendu pleine justice à Dumont-d'Urville.

([2]) Séance du 29 avril 1929.

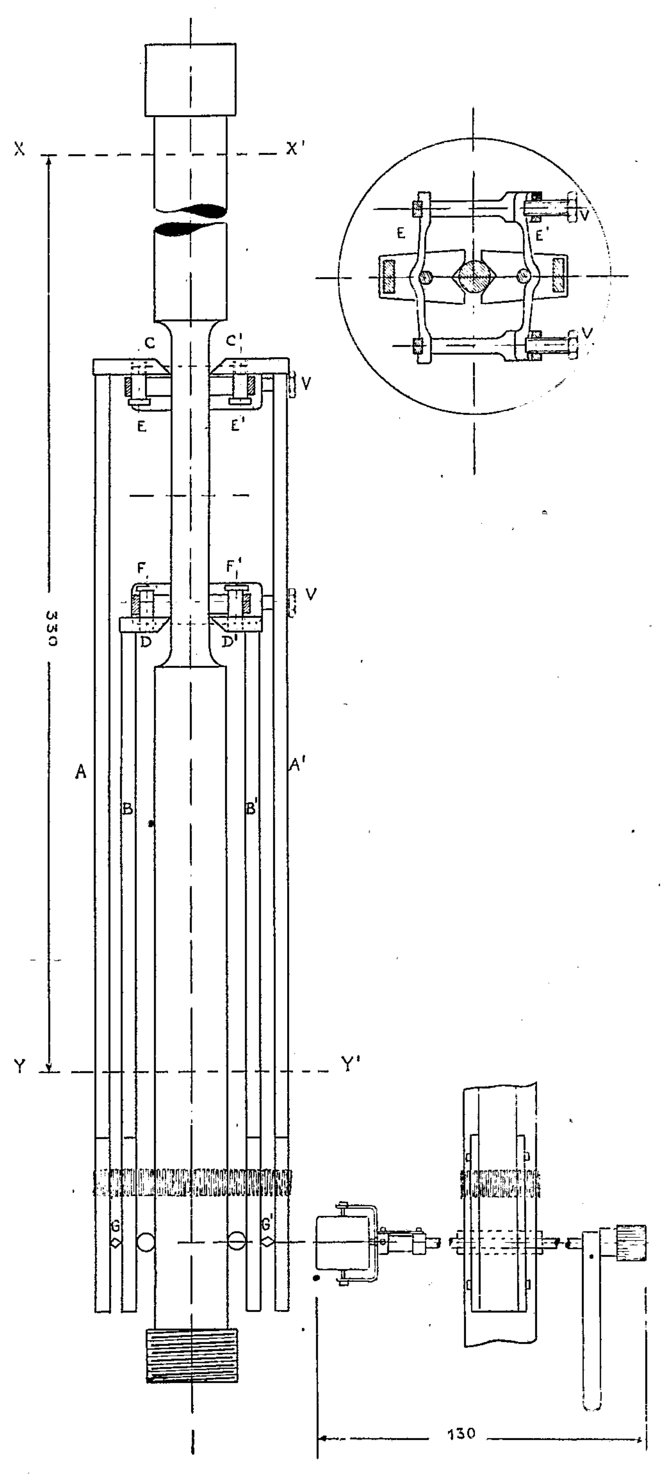


Fig. 1.

couples thermo-électriques ont été placés à des hauteurs différentes de la partie calibrée de l'éprouvette.

Dans ces conditions la température oscillait entre 450° + 3° et 450° — 3°. Les lectures de l'élasticimètre étaient effectuées quand le four passait par la température maximum.

On a procédé par charges croissantes, chaque charge étant maintenue constante pendant un temps suffisant pour vérifier qu'aucun allongement

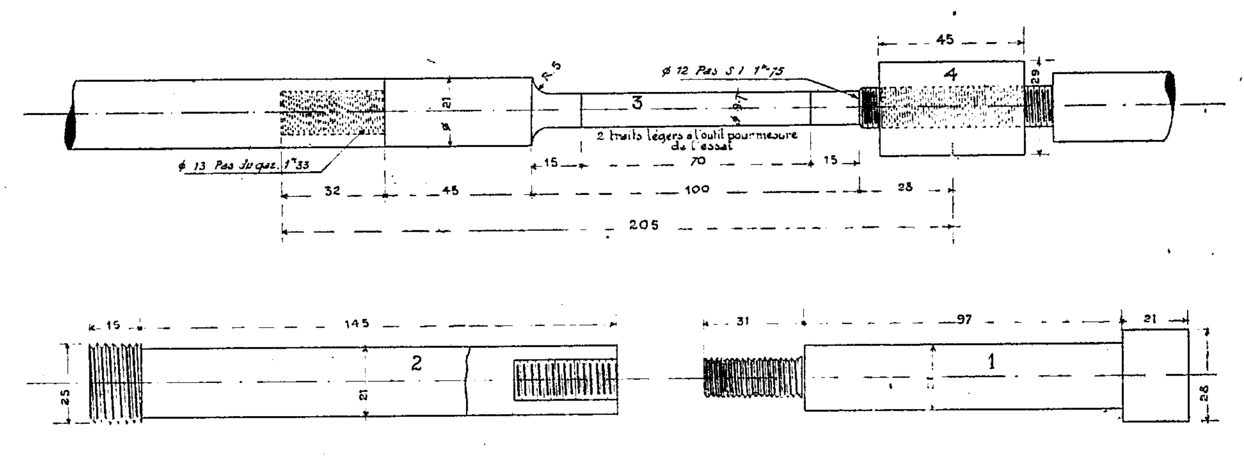


Fig. 2.

ne se produit en fonction du temps ou que la vitesse d'allongement devient nulle ou prend une valeur constante.

Les essais effectués ont permis de déterminer :

1° La limite des allongements instantanés proportionnels aux efforts.

En passant d'une charge à une charge plus élevée, on observe un allongement instantané, qui, pour des charges comprises entre zéro et une certaine limite, est proportionnel à la surcharge qui vient d'être appliquée, et n'est plus proportionnel pour des charges supérieures à cette limite.

2° La limite des allongements instantanés sans écoulement en fonction du temps.

Après l'allongement instantané, si la charge est supérieure à une valeur limite, et qu'on laisse l'éprouvette sous cette charge, l'allongement se poursuit pendant quelque temps puis s'arrête.

3° La limite des écoulements limités.

L'éprouvette, maintenue sous une charge supérieure à cette limite, s'allonge indéfiniment.

4° Le module d'élasticité.

Le tableau résume les résultats obtenus sur une série d'aciers au carbone. Chaque limite est représentée par deux nombres; le nombre minimum pour lequel la limite n'était certainement pas atteinte, le nombre maximum pour lequel cette limite était certainement dépassée.

On voit que la première limite de déformation rencontrée, quand on fait croître les charges, varie pour les aciers ordinaires forgés dans le même sens que la teneur en carbone.

L'acier coulé à 0,28 pour 100 de carbone possède une limite élastique plus élevée que les trois aciers forgés, peut-être en raison de sa plus forte teneur en silicium.

Nous comptons exposer ultérieurement les résultats des essais en cours sur les aciers spéciaux.

Désignation arbitraire des aciers.	Composition chimique.					Limite des allongements instantanés proportionnels aux efforts.		Limite des allongements instantanés sans écoulements.		Limite des écoulements limités.		Dureté Brinell Δ.	
	C.	Mn.	S.	P.	Si.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	d (mm).	Δ.
A....	0,115	0,56	0,030	0,022	0,06	9,05	10,75	5,60	6,48	8,15	10,75	5,65	110
B....	0,22	0,63	0,034	0,018	0,20	6,77	10,23	6,77	10,23	10,23	13,68	5,19	131
C....	0,42	0,58	0,032	0,025	0,018	8,50	9,52	8,50	10,23	10,23	13,00	4,76	159
D....	0,28	0,55	0,030	0,028	0,35	11,20	12,50	9,05	10,10	15,95	pas atteinte	5,11	137
						11,80	12,50	9,05	9,50	15,95	19,40	-	-

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Contribution à l'étude de la matière fulminante : son explosion par choc.* Note [1] de M. E. **Mathias.**

La matière fulminante étant endothermique, à l'exemple de Marcelin Berthelot, on doit pouvoir prouver son pouvoir explosif par un simple choc, dans des conditions convenables.

Cas de gros globes. — *a.* « Au rapport de Jos.-Mar. Bachetonus, un violent orage éclata sur Bologne, le 21 juillet 1745, et la foudre frappa une tour attenant à un monastère de femmes. Or, suivant plusieurs témoins dignes de foi, la foudre sortit d'une excavation souterraine où se rendaient les eaux de la voie publique sous la forme d'*un énorme globe de feu* qui prit

(1) Séance du 29 avril 1929.

sa course au-dessus de la surface du sol *et se jeta bientôt avec furie sur la tour mentionnée dont une grande partie s'écroula* » (¹).

b. « Vers 2ʰ de l'après-midi du 12 mars 1909, à Sermoneta, entre Velletri et Terracina, *un globe rouge d'environ* 40ᶜᵐ *se lança* contre la tour du château Caetani et y fit une crevasse de 10ᵐ ... » (²).

Cas de globes plus petits. — Récit du docteur Mario Otto.

c. « Le temps était à l'orage. De larges gouttes de pluie commençaient à tomber. Mon père et ses amis déjeunaient dans une des salles de l'*Hôtel des Gorges-du-Loup*, près de Nice, dont la fenêtre était ouverte. Soudain, poussé par une rafale, *un globe de feu de* 20ᶜᵐ *environ de diamètre* pénétra dans la pièce où étaient les convives. Pareil à une bulle de savon légère, le globe de feu se balançait doucement et paraissant flotter dans l'atmosphère fit le tour de la pièce sans toucher à aucun objet. Emporté par le courant d'air, il ressortit par la fenêtre avant que mon père et ses amis, en proie à une émotion bien légitime, aient pu essayer de fuir. L'apparition avait duré cependant 10 secondes. Les convives suivirent du regard la boule mystérieuse. Chassée par le vent, elle franchit, en une minute, la distance qui sépare l'hôtel des rochers à pic qui surplombent le torrent du Loup. *Une explosion formidable retentit au moment où le météore heurta les rochers* » (³).

d. « M. Geoffroy Le Cadet apprit à l'Académie que, le 4 janvier (1717), en Quesnoy, le temps étant fort couvert, les nuages baissèrent au point qu'ils paraissaient toucher les maisons, qu'un tourbillon ou globe de feu parut dans le nuage au milieu de la place, *alla avec l'éclat d'un coup de canon se briser contre la Tour de l'Église* et se répandit sur la place comme une pluie de feu, après quoi *la même chose arriva encore au même lieu* » (⁴).

e. Le 17 septembre 1919, vers 21ʰ, M. Joseph Bouget, regardant de la rive droite de l'Adour, à Montgailhard, vers l'Ouest, aperçut un globe rouge cuivre, de la grosseur du verre dépoli d'une forte lampe à arc, à 50ᵐ au-dessus du sol, illuminant fortement les arbres, le sol et les objets environnants. Il descendit vers la vallée de l'Adour jusqu'à la rive ouest du fleuve, bordé d'une rangée d'arbres ; à ce moment, il tourna brusquement

(¹) F. Sestier, *De la foudre, de ses formes, de ses effets*, 1, p. 122, Paris, J.-B. Baillière et fils, 1866.

(²) I. Galli, *Gli effetti fisici e chimici*, etc., § 20, p. 52 (Estratto dalle *Mém. d. Pont. Acc. Rom. d. Nuovi Lincei*, 30, 1912).

(³) *La Nature*, 29, 1901, 2ᵉ semestre, p. 361-362.

(⁴) *Histoire de l'Académie*, 1717, p. 8-9.

à angle droit vers le Sud. S'abaissant constamment, *il finit par heurter* la cime d'un arbre; à ce moment il éclata avec un bruit formidable, comparable à celui de l'explosion d'une bombe.

f. De la description de M. Decharme du remarquable coup de foudre d'Amiens (24 février 1884), nous détachons le passage suivant :

« Dans une autre maison, ... une domestique qui se trouvait au moment de l'éclair devant la porte ouverte de la cuisine donnant sur une cour, a vu une flamme de couleur blanc bleuâtre, *à contours peu nettement définis*, qui, venant du Sud-Ouest, s'est précipitée sur un tuyau de gouttière contigu à la porte. C'est donc à ses pieds que cette femme a vu tomber *la boule de feu*, dont la grosseur ne lui parut pas supérieure à celle d'un œuf. En atteignant le tuyau, la flamme a fait entendre un bruit aussi fort que celui d'un coup de fusil, ou mieux d'un coup de gros pétard. Il est à remarquer que du tuyau s'écoulait en ce moment une très grande quantité d'eau qui se rendait dans la rue par une longue conduite en fonte (¹). »

Remarque. — Dans les exemples précédents, la détermination de l'explosion par le heurt qui l'a précédée n'est pas douteuse. On peut expliquer de deux façons l'explosion, ou bien en assimilant le choc à celui de deux solides, ce qui n'est guère satisfaisant vu que la matière fulminante est un explosif gazeux, d'une masse faible sensiblement égale à celle de l'air qu'elle déplace.

Il semble plus satisfaisant de remarquer que le choc d'un globe fulminant contre un obstacle solide grossièrement plan *aplatit* le globe contre l'obstacle, d'autant plus complètement que le choc est plus violent, c'est-à-dire que la vitesse est plus grande. Il se produit alors, par contact direct de la matière incandescente avec un corps à la température ordinaire, un refroidissement intense d'un nombre énorme de molécules, qui, descendues au-dessous de la température de stabilité sous la pression atmosphérique, explosent toutes à la fois. Si le globe est gros, la température centrale est peu différente de la température superficielle et l'ébranlement d'un nombre immense de molécules superficielles détermine de proche en proche celui des molécules profondes, en faisant exploser le tout dans un temps très court.

Si le globe est petit, la température centrale peut être très différente de la température superficielle, les molécules centrales étant en état de stabilité. Alors, les molécules refroidies par le choc explosent *et font rebondir*, par réaction, la foudre globulaire sans déterminer son explosion totale.

(¹) E. MATHIAS, *La foudre*, etc. (*Ann. des P.T.T.*, 16, nov. 1927, p. 987.

Autre remarque. — Si vraiment un choc convenable peut amener à exploser une matière fulminante déjà un peu refroidie et qui commence à se décomposer, il y a un moyen simple de la détruire à distance : *c'est de tirer dessus avec une arme à feu*, par exemple avec un fusil de chasse chargé avec du gros plomb.

Considérons, en particulier, le cas des grosses foudres qui, sorties de la mer, viennent fondre sur les vaisseaux et terrifier leurs équipages. Ces foudres ont au moins cette particularité qu'on les voit venir de loin et qu'elles sont aussitôt signalées par *l'homme ou l'officier de quart*. Si elles se dirigent sur le navire, rien n'empêche, selon leur grosseur, de tirer dessus avec des canons-revolvers ou des mitrailleuses, c'est-à-dire de les traiter comme des trombes dangereuses.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Sur un nouveau spirochète d'un cas de fièvre récurrente du Maroc.* Note de MM. **Charles Nicolle**, **Charles Anderson** et **Pierre Hornus**.

Ce nouveau spirochète récurrent a été isolé du sang d'un Européen de Bou Znika.

1° L'infection, présentée par le malade, a revêtu les caractères ordinaires aux spirochétoses transmises par les tiques : longue durée, nombre des accès (huit), résistance au traitement arsenical.

2° Le nouveau spirochète est pathogène pour le cobaye auquel il donne une récurrente fébrile. La présence des spirochètes dans le sang ne dépasse pas cependant d'ordinaire une vingtaine de jours. En dehors du cobaye, animal qui convient le mieux pour assurer l'entretien du virus, le spirochète est pathogène pour le rat blanc, la souris blanche, *Mus spretus* et pour le singe.

3° Par son fort pouvoir pathogène vis-à-vis du cobaye, le nouveau spirochète appartient au groupe dans lequel nous avons rangé déjà *Sp. hispanicum* de la récurrente d'Espagne, *Sp. hispanicum* variété *marocanum*, isolé par nous d'ornithodores du Maroc capturés à Mansouria, et aussi un spirochète dont l'aire géographique est éloignée, *Sp. sogdianum* du Turkestan russe, transmis par *Orn. papillipes*.

4° Une première atteinte de spirochétose due au nouveau spirochète laisse à sa suite une immunité, vis-à-vis de lui-même, d'une durée d'un mois au moins. Elle confère, vis-à-vis du virus espagnol, une immunité complète

pour quinze jours et presque complète pour un mois; par contre, le spirochète espagnol ne confère tout au plus qu'un certain degré de résistance contre le nouveau spirochète. Ce dernier ne vaccine pas contre celui de Mansouria et celui de Mansouria ne vaccine pas contre lui.

5° Le sérum des animaux guéris de l'infection due au nouveau spirochète agglutine fortement ce spirochète; il agglutine incomplètement l'espagnol et pas le spirochète de Mansouria. Le sérum des animaux, guéris du virus espagnol, agglutine fortement le spirochète espagnol et nettement le nouveau spirochète; il est sans action sur celui de Mansouria. Le sérum Mansouria agglutine fortement le spirochète de Mansouria, incomplètement le nouveau spirochète, non l'espagnol.

6° Par ces réactions croisées, le nouveau spirochète s'apparente nettement au spirochète espagnol, tandis qu'il se montre plus éloigné du spirochète de Mansouria. Le fait paraîtra singulier si l'on remarque que ces deux derniers spirochètes ont été isolés de localités marocaines voisines d'une douzaine de kilomètres.

7° Il n'est pas douteux que l'agent de transmission naturel du nouveau spirochète soit *Ornithodorus marocanus*. On sait que le spirochète espagnol est susceptible expérimentalement d'une adaptation incomplète au pou. Nous n'avons pu, dans une expérience unique, obtenir avec le nouveau spirochète une adaptation pareille. Même résultat négatif avec le spirochète de Mansouria.

8° Nous connaissons déjà trois spirochètes récurrents marocains transmis par les Ornithodores, les deux dont nous venons de parler et un autre échantillon que P. Delanoë a isolé d'un terrier de porc-épic et dont il fait présentement l'étude. Or ces trois spirochètes d'une même région, transmis dans la nature par une même tique et appartenant au même groupe, ne se montrent cependant pas rigoureusement identiques; bien plus, l'un d'eux, le spirochète qui fait l'objet de cette Note, s'apparente plus avec le spirochète espagnol qu'avec son voisin de Mansouria.

Cette tendance à l'individualisation, qui est générale chez les spirochètes et que nous retrouvons si bien marquée chez ceux du Maroc, comporte un double enseignement.

a. Dans les recherches qui seront faites ultérieurement sur les spirochètes récurrents du Maroc, on ne devra attacher qu'une importance très secondaire aux différences que pourront indiquer entre eux les réactions sérologiques et d'immunité. La constatation de réactions communes n'aurait guère plus de signification. Il est bien évident que tous les spirochètes

récurrents, transmis par *Orn. marocanus* et que caractérise d'autre part un pouvoir hautement pathogène pour le cobaye, appartiennent à un même groupe. Pousser plus loin ne serait d'aucune utilité pratique et risquerait de conduire à des conclusions tendancieuses.

b. Pour la même raison, nous estimons vaine toute étiquette donnée à un spirochète récurrent marocain particulier du même groupe. Aussi, rangeant tous les spirochètes récurrents marocains pathogènes pour le cobaye et que nous transmet *Orn. marocanus* sous le vocable commun *Sp. hispanicum*, nous désignerons simplement le spirochète des Ornithodores de Mansouria sous le nom de variété *marocanum* de Mansouria et le nouveau spirochète sous le nom de variété *marocanum* de Bou Znika.

Si l'on ne se résout pas à cette simplification, la nomenclature des spirochètes marocains deviendra vite une collection d'étiquettes sans nombre et derrière lesquelles il n'y aura rien, un musée réduit aux étiquettes; et, ce que nous disons des spirochètes du Maroc est également vrai de tous (ou presque tous) les spirochètes. Il faut reconnaître ce que nous montre la nature, la tendance générale de ces êtres à former autant de types que d'individus. Considérons donc les spirochètes comme constituant des *groupes* naturels et ne cherchons plus, avec eux, les limites illusoires des espèces.

M. P. **Janet** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Cérémonies à l'occasion de la prise de possession de la maison de* A.-M. Ampère *à Poleymieux, par la* Société française des Électriciens, *le 2 juin* 1928.

M. J.-B. **Charcot** fait hommage à l'Académie de l'Ouvrage qu'il vient de publier sous le titre *La mer du Groenland. Croisières du « Pourquoi-Pas »*.

NOMINATIONS.

M. **Charles Richet** est désigné pour représenter l'Académie au premier *Congrès international d'Aviation sanitaire*, qui se tiendra à Paris du 14 au 19 mai de cette année, sous la présidence d'honneur du Maréchal *Lyautey*.

PLIS CACHETÉS.

M. **Marcel Jobelot** demande l'ouverture de trois plis cachetés reçus dans les séances du 24 septembre et 15 octobre 1928, 28 janvier 1929 et inscrits sous les nos 10049, 10056, 10113.

Ces plis, ouverts en séance par M. le Président, renferment des Notes intitulées :

— *Méthode d'évolution en groupements.*

— *La méthode d'évolution.*

— *La vie atmosphérique. Répartition des pluies à Paris en 1928. Hauteur d'eau en une minute des pluies d'altostratus (pluies continues et pluies intermittentes), des averses orageuses, des ondées, d'après l'évolution des nuages.*

(Renvoi à l'examen de M. M. Brillouin.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Flore complète illustrée en couleurs de France, Suisse et Belgique (comprenant la plupart des plantes d'Europe)*, par Gaston Bonnier. Tome dixième, par Robert Douin. (Présenté par M. M. Molliard.)

2° *Esquisse géologique du Congo occidental. Étude du système schisto-calcaire*, par F. Delhaye et M. Pluis. Carte de $122^{cm} \times 126^{cm}$.

3° *Précis d'analyse chimique*, par Marcel Boll et Jacques Leroide. Tome III. *Recherche et dosage des anions.* (Présenté par M. G. Urbain.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur des formes d'extension du critérium de Bienaymé-Tchebycheff.* Note de M. **Constant Lurquin**, transmise par M. Émile Borel.

1. En 1867, Tchebycheff a donné un critérium de probabilité [1] simple et fécond se rapportant aux limites entre lesquelles reste comprise une

[1] Tchebycheff, *Des valeurs moyennes* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 2e série, 12, 1867, p. 177).

somme de variables éventuelles. Mais, dès 1853, Bienaymé avait fait connaître la méthode des valeurs moyennes; son important Mémoire [1] contient implicitement le théorème de Tchebycheff.

Le critérium de probabilité de Bienaymé-Tchebycheff a été généralisé dans plusieurs voies. Il a été étendu aux écarts moyens de degré supérieur; d'autre part, l'intervalle $\left[1-\frac{1}{\lambda^n}, 1\right]$ $(\lambda > 1)$ qu'il assigne et auquel appartient la probabilité qu'une valeur du module des écarts simples pour les variables éventuelles reste inférieure ou égale à un multiple de l'écart moyen de degré n a été considérablement réduit. Enfin, une limite supérieure a été calculée pour la probabilité au sens de Tchebycheff donnant ainsi un nouvel intervalle pour sa mesure approximative.

2. Mais la généralisation peut être envisagée d'une manière toute différente. On peut concevoir une structure spéciale dans la répartition des valeurs possibles pour les variables éventuelles en jeu. Considérons d'abord la forme binaire d'extension. Soient m variables éventuelles $x_1, x_3, \ldots, x_m$ susceptibles de prendre chacune une série de couples de valeurs.

$$[\alpha(i)\beta(i)] \qquad (i=1, 2, \ldots, m)$$

avec leurs probabilités respectives. S'il est logique de supposer que les séries sont indépendantes entre elles, il convient, par contre, de considérer la double hypothèse de l'indépendance et de la dépendance des couples de valeurs d'une même série. L'ensemble des nouvelles variables éventuelles

$$\alpha = \sum_1^m {}_i\,\alpha(i), \qquad \beta = \sum_1^m {}_i\,\beta(i)$$

donne lieu à une interprétation géométrique commode. Le calcul des valeurs moyennes A_α, A_β, B_α, B_β, $C_{\alpha\beta}$ de α, β, α^2, β^2, $\alpha\beta$ ne présente aucune difficulté. Il en résulte pour l'extension du critérium de Bienaymé-Tchebycheff un donble énoncé algébrique et géométrique dont voici la seconde partie.

Considérons, d'accord avec les données et hypothèses antérieures, une variable $x = \sum_1^m {}_i\, x_i$ relative au point somme $O = \Sigma O_i$ de coordonnées α et β

[1] Bienaymé, *Considérations à l'appui de la découverte de Laplace sur la loi de probabilité dans la méthode des moindres carrés* (*Comptes rendus*, **37**, 1853, p. 309, et réimpression dans le *Journal de Mathématiques pures et appliquées de Liouville*, 2e série, **12**, 1867, p. 158). — C. Lurquin, *Sur une proposition fondamentale de probabilité* (*Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 306).

avec leurs séries correspondantes de couples de valeurs. La probabilité que le point O soit à l'intérieur de l'ellipse

$$\begin{aligned} L(\alpha - A_\alpha)^2 + 2M(\alpha - A_\alpha)(\beta - A_\beta) + N(\beta - A_\beta)^2 \\ = \lambda^2[L(\beta_\alpha - A_\alpha^2) + N(B_\beta - A_\beta^2)] \end{aligned}$$

est plus grande que $1 - \frac{1}{\lambda^2}$.

Les conditions $L > 0$; $LN - M^2 > 0$; $\lambda > 1$ sont implicitement remplies. Si les valeurs des α et β sont dépendantes, il en résulte une déformation correspondante de l'ellipse par la présence d'un terme constant additionnel. Si $L = N = 1$ et $M = 0$ l'ellipse devient un cercle.

3. On passe logiquement à une généralisation totale qu'on peut indiquer comme suit.

Si m variables éventuelles x_i $(i = 1, 2, \ldots, m)$ sont susceptibles de prendre chacune une série de valeurs formée de n éléments $\alpha, \beta, \ldots, \omega$ de la forme $[\alpha(i)\beta(i)\ldots\omega(i)]$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ avec leurs probabilités respectives et si $A_\alpha, \ldots, B_\alpha, \ldots, C_{\alpha\beta}, \ldots$ sont les valeurs moyennes de $\alpha, \beta, \ldots$ de leurs carrés et de leurs produits, la probabilité pour que la somme $\alpha + \beta + \ldots + \omega$ soit comprise entre les limites

$$A_\alpha + A_\beta + \ldots + A_\omega + t\sqrt{B_\alpha + \ldots + B_\omega - A_\alpha^2 - \ldots - A_\omega^2}$$

et

$$A_\alpha + A_\beta + \ldots + A_\omega - t\sqrt{B_\alpha + \ldots + B_\omega - A_\alpha^2 - \ldots - A_\omega^2}$$

est supérieure à

$$1 - \frac{1}{t^2} \qquad (t > 1).$$

Quant à la variété géométrique correspondante elle se présente comme une surface normale du second degré dans l'espace à n dimensions.

GÉOMÉTRIE. — *Un problème de couvercle*. Note de M. J. **Favard**, présentée par M. Hadamard.

Il s'agit du problème suivant :

Quel est le plus petit cercle à l'intérieur duquel on puisse mettre toutes les courbes planes convexes fermées de longueur L *et de surface* S *données ?*

La réponse est la suivante : *le cercle demandé est circonscrit à la lentille symétrique (figure commune à deux cercles sécants de rayons égaux) de longueur* L *et de surface* S $(4\pi S \leq L^2)$.

Soit (C) une courbe convexe fermée dont le cercle circonscrit a pour rayon R ; si ce cercle a seulement deux points communs avec (C), ces deux points sont diamétralement opposés, s'il en a plus de deux ; on peut en déterminer trois au moins qui forment un triangle non obtusangle. Soit ρ le rayon d'un cercle concentrique et non intérieur au cercle circonscrit ($\rho \geqq R$) : nous allons d'abord chercher le minimum de la quantité

$$\rho L - S.$$

Supposons d'abord que (C) soit un polygone dont le contour n'a que deux points communs α et β avec le cercle circonscrit ; la droite $\alpha\beta$ divise le plan en demi-plans que nous appellerons l'un demi-plan supérieur, l'autre le demi-plan inférieur ; la longueur d'un côté du polygone sera désignée par a et h désignera la distance de ce côté au centre du cercle de sorte que $\Sigma a = L$ et $\frac{1}{2}\Sigma ha = S$.

Cela posé, faisons subir à chaque côté situé dans le demi-plan supérieur (inférieur), perpendiculairement à la direction $\alpha\beta$, une translation qui amènera la droite qui le porte à être tangente au cercle de rayon ρ en un point situé dans le demi-plan supérieur (inférieur). Au cours de ce déplacement le côté a balayé un parallélogramme d'aire $(\rho - h)a$ et l'aire de la nouvelle figure non convexe obtenue est

$$\Sigma(\rho - h)a + S = \rho L - S.$$

Cette aire est certainement supérieure à l'aire $A(\rho)$ découpée dans le cercle de rayon ρ par les deux tangentes au cercle de rayon R en α et β.

Si le polygone a trois points communs α, β, γ avec son cercle circonscrit qui forment un triangle acutangle, nous ferons subir à chaque côté situé dans le demi-plan déterminé par $\alpha\beta$ ($\beta\gamma$; $\gamma\alpha$) qui ne contient pas γ (α ; β) une translation de direction perpendiculaire à $\alpha\beta$ ($\beta\gamma$; $\gamma\alpha$) de façon à amener la droite qui le porte à être tangente au cercle de rayon ρ en un point qui n'est pas du même côté que γ (α ; β) par rapport à $\alpha\beta$ ($\beta\gamma$; $\gamma\alpha$). La nouvelle aire obtenue aura aussi pour valeur $\rho L - S$ et elle sera supérieure à une aire facile à calculer quand on connaît les trois points α, β, γ ; on montre d'ailleurs que cette aire est toujours supérieure à $A(\rho)$.

Dans le cas général où (C) n'est pas un polygone il suffira de déplacer chaque droite d'appui de (C) parallèlement à elle-même de façon à l'amener à être tangente au cercle de rayon ρ et de déplacer aussi son point d'appui suivant les règles précédentes.

Pour toutes les courbes (C), on a donc,

$$\rho L - S \geqq A(\rho)$$

et l'on voit que l'égalité ne peut avoir lieu que si (C) est la lentille commune à deux cercles de rayons ρ et de diamètre 2π.

Entre le rayon du cercle circonscrit à une courbe convexe, sa longueur et sa surface on parvient ainsi à l'inégalité

$$(1) \qquad f(R, L, S, \theta) = (\sin 2\theta + 2\theta) R^2 - \sin\theta RL + S \sin^2\theta \leqq 0$$

valable quel que soit θ compris entre o et $\frac{\pi}{2}$ (¹) $\left(0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}\right)$. On se rend d'autre part aisément compte que la quantité $\frac{L}{2\pi}$ $(\leqq R)$ est toujours comprise entre les racines de l'équation du second degré en R : $f(R, L, S, \theta) = 0$. Si L et S sont données, R ne dépassera donc pas le minimum de la plus grande racine de cette équation lorsque θ varie de o à $\frac{\pi}{2}$, ce minimum est déterminé par

$$R^2 = \frac{L^2 \sin^2\theta}{16\theta^2} = \frac{LS \sin^2\theta}{2\theta - \sin 2\theta}$$

et la lentille symétrique de longueur L et de surface S a effectivement pour diamètre le double de ce minimum.

Remarquons maintenant que les mêmes constructions sont valables dans toute bande indéfinie déterminée par deux droites parallèles qui s'appuient sur une courbe convexe : on peut donc remplacer dans (1) R par $\frac{B}{2}$, B désignant une largeur de (C), mais seule a de l'intérêt l'inégalité obtenue en prenant pour B le diamètre de la courbe, ainsi :

La plus petite bande dans laquelle on puisse faire tourner toutes les courbes convexes de longueur L *et de surface* S *données a pour largeur le diamètre de la lentille symétrique de longueur* L *et de surface* S.

M. Bonnesen a résolu (*loc. cit.*) le problème qui consiste à trouver le plus grand cercle qui peut être recouvert par toutes les courbes convexes de longueur et de surface données, ou bien la plus large bande telle qu'on puisse jouer avec une quelconque de ces courbes à un jeu analogue à celui

(¹) Pour $\theta = \frac{\pi}{2}$, une conséquence de cette inégalité est l'inégalité isopérimétrique classique et le procédé de démonstration est celui de M. Bonnesen [*Ueber eine Verschärfung des isoperimetrischen Ungleichheit des Kreises* ... (*Math. Annalen*, 84, 1921, p. 216-227)].

de l'aiguille de Buffon en étant sûr de gagner : la figure correspondante est le rectangle coiffé de deux demi-cercles.

Le maximum du rayon du cercle inscrit à une courbe convexe est évidemment $\frac{S}{2L}$; j'ai pu déterminer aussi le minimum de R en fonction de L et de S. Le résultat est le suivant : lorsque le rapport $\varepsilon = \frac{S}{L^2}$ est compris entre les rapports ε_{n-1} et $\varepsilon_n (\varepsilon_{n-1} < \varepsilon \leqq \varepsilon_n)$, relatifs aux polygones réguliers à $n-1$ et n côtés (un diamètre étant considéré comme un polygone régulier à deux côtés), la figure qui fournit le minimum de R est un polygone à n côtés, parmi ceux-ci $n-1$ au moins sont égaux et ce sont les plus grands.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Groupes de transformation et théorèmes géométriques*. Note de M. **Bertrand Gambier**.

1. Le but de cette Note est d'indiquer comment de simples énumérations permettent de prévoir certains théorèmes de géométrie; il faut remarquer que cette énumération ne suffit pas pour obtenir la démonstration; il peut même arriver qu'elle n'indique que le nombre des théorèmes et non leur énoncé; les exemples que je donne montrent néanmoins l'aide qu'elle apporte aux recherches.

2. Soit un ensemble E d'êtres mathématiques e_1, e_2, ... à p paramètres s'échangeant entre eux par les transformations d'un groupe G continu à h paramètres; si $p \geqq h$, l'échange de e_1 en e_2 par les opérations de G n'est possible que s'il existe $p-h+k$ relations entre les paramètres de e_1 et ceux de e_2 et il y a, pour $k=0$, un nombre fini de tels passages et, pour $k>0$, ∞^k passages; à chaque élément e_1 sont attachés $p-h+k$ *invariants* et le nombre k peut s'obtenir en cherchant les passages de e_1 à e_1 lui-même; la discussion met en évidence certains éléments *exceptionnels* pour lesquels les $p-h+k$ invariants ne sont pas distincts. Si $p<h$, il y a de e_1 à e_2 ou de e_1 à e_1 ∞^{h-p+k} passages et c'est encore l'entier k qu'il faut déterminer. Nous verrons que le cas $k>0$ n'est pas plus intéressant nécessairement que $k=0$.

3. G étant le groupe des homographies de l'espace ($h=15$), e_1 un système de quatre droites ($p=16$), on a $k=1$, les éléments exceptionnels étant les systèmes de droites tangentes à une même quadrique ou génératrices d'une même quadrique. Les courbes unicursales de degré m n'ayant que quatre points à plan osculateur stationnaire, chacun de ces plans

coupant la courbe en m points confondus, forment un autre ensemble E' avec $p=16$, $k=0$; le *seul* invariant d'une telle courbe est le birapport ρ des t des points remarquables en jeu; mais le système des quatre tangentes remarquables (à supposer qu'elles ne soient pas génératrices d'une même quadrique) a *deux* invariants I_1, I_2; pour *m impair*, les quatre tangentes ne sont pas sur une même quadrique, donc $I_1 \neq I_2$ et ces deux invariants sont liés par *une* relation puisqu'ils sont fonctions du seul ρ : on a donc retrouvé ce résultat que j'ai déjà indiqué par une voie moins rapide mais plus instructive (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 391 et 749) : *bien que la donnée* a priori *des quatre tangentes remarquables équivaille à* 16 *conditions et que la courbe dépende aussi de* 16 *paramètres, il n'y a de solution effective que si la quatrième tangente appartient à un complexe particulier défini par la connaissance des trois premières. Pour m pair, les quatre tangentes en jeu sont génératrices d'une même quadrique*.

4. G étant toujours le groupe des homographies de l'espace, e_1, e_2, ... sont chacun le total d'une quadrique Q et de deux coniques C, C' tracées sur Q; $h=15$. *Pour évaluer k j'ai le droit de prendre comme e_1 particulier une quadrique de révolution et deux parallèles;* les rotations autour de l'axe donnent $k=1$; il y a donc *un* invariant. Je prends un autre ensemble E', l'élément e'_1 s'obtenant en adjoignant à e_1 une génératrice g de Q, $h=16$, $k=0$ (par le même procédé); il y a *un* invariant I qui est le *même* pour e_1 ou e'_1; or pour e_1, il est clair que cet invariant est le birapport des plans de C et C' et des plans tangents à Q menés par la droite commune aux plans de C et C'; pour e'_1, c'est le birapport des plans tangents à Q aux points où g perce C et C' et des plans contenant g et les points communs à C et C'; ces deux birapports sont dans une relation simple (égalité). Si l'on prend le système e''_1 formé de C, C' et d'un point M *totalement arbitraire*, on a $h=17$, $k=0$; il y a *deux* invariants I_1, I_2, à savoir les birapports sur l'un ou l'autre cône de sommet M et directrice C ou C' des quatre génératrices communes; si M décrit la quadrique Q, il y a nécessairement une relation entre I, I_1, I_2 (à savoir $I = I_1 : I_2$). Nous avons ainsi retrouvé, *quantitativement*, les résultats élégants signalés par M. E. Halphen, puis par MM. Hadamard, Lévy et De Franchis (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 844 et 1026).

5. Avec le même G, e_1 est formé d'une quadrique Q, d'une cubique gauche Γ tracée sur Q et d'un point M de Γ; $p=15$, $k=0$. *Il n'y a aucun invariant.* En M passe sur Q une génératrice g qui recoupe Γ en M' : les plans osculateurs à Γ en M et M', joints à Q, donnent l'invariant de M. E.

Halphen : *cet invariant est numérique; les deux plans sont conjugués par rapport à* Q. Ceci est lié à la propriété suivante : Γ *se conserve dans* ∞^3 *homographies, dont* ∞^2 *sont involutions biaxiales; sur chacune des* ∞^2 *quadriques contenant* Γ *on marque les deux génératrices* G *et* G′ *tangentes à* Γ *en* P *et* P′, *puis les génératrices de système opposé*, G_1 *et* G'_1 *issues de* P *et* P′; *l'involution biaxiale d'axes* G_1 *et* G'_1 *transforme* Γ *en elle-même, les droites joignant les points homologues engendrant* Q.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème de Dirichlet généralisé; compléments relatifs au cas linéaire et au cas non linéaire.* Note de M. **Georges Giraud**.

Le système de Fredholm auquel une Note récente ([1]) ramenait la solution du problème de Dirichlet généralisé pour les équations linéaires, donne à lui seul la solution générale dans tous les cas, même si les valeurs données sur S sont nulles, sans intervention du système de Fredholm relatif au problème de Neumann extérieur; celui-ci et les systèmes analogues relatifs à l'équation adjointe n'interviennent que dans la démonstration. Un résultat de cette étude est que l'équation donnée et son adjointe admettent toujours le même nombre de solutions linéairement indépendantes nulles sur S et régulières dans D.

Ces résultats ont une répercussion immédiate sur l'étude des équations non linéaires ([2]). On peut supposer que l'opération $F(u)$ elle-même, ainsi que les valeurs données sur S, contiennent le paramètre t. Comme conditions de régularité ([3]), on suppose que les dérivées jusqu'au huitième

---

([1]) *Compets rendus*, **188**, 1929, p. 976. Voir aussi même volume, p. 765, où il y a lieu de faire la correction suivante :

Définition de Ψ, remplacer le second membre par $F\left[\sqrt{\frac{H(X, A; k)}{\Delta(A; k)}}\right]\frac{1}{\sqrt{\Delta(A; k)}}$.

([2]) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 632; s'y reporter pour la notation (proposition III).

([3]) Ces hypothèses, plus restrictives qu'il n'était dit dans le passage cité, ont pour cause la nécessité de prolonger quelque peu les $a_{\alpha,\beta}$ hors de D en respectant la continuité (L) de leurs dérivées jusqu'au troisième ordre; ce prolongement se fait à l'aide de polynomes du troisième degré en t_m, où t_m est une variable nulle sur S, les coefficients de ces polynomes dépendant des paramètres des points de S; cela exige, dans ces conditions, la continuité des dérivées sixièmes des $a_{\alpha,\beta}$ dans D, au moins aux points de S. Même observation pour les propositions II et V de la Note citée et pour les cas de simplification.

ordre de F, des coordonnées des points de S et des valeurs données sur S, par rapport aux variables autres que t, sont continues (L), ainsi que les fonctions elles-mêmes, par rapport à ces variables; par rapport à l'ensemble de ces variables et de t, il y a continuité; les déterminants fonctionnels des coordonnées des points de S ne s'annulent ensemble nulle part sur S. On suppose que l'on connaît une solution u_0, relative à la valeur $t=t_0$, et continue dans $D+S$ ainsi que ses dérivées jusqu'au huitième ordre. Si l'on calcule, pour $u=u_0$ et $t=t_0$, les $a_{\alpha,\beta}$, b_α, c par les formules

$$a_{\alpha,\beta}=\frac{1}{2}\frac{\partial F}{\partial p_{\alpha,\beta}}(\alpha\neq\beta),\qquad a_{\alpha,\alpha}=\frac{\partial F}{\partial p_{\alpha,\alpha}},\qquad b_\alpha=\frac{\partial F}{\partial p_\alpha},\qquad c=\frac{\partial F}{\partial u},$$

et si l'équation

$$(1)\qquad \Sigma_{\alpha,\beta}\, a_{\alpha,\beta}\frac{\partial^2 v}{\partial x_\alpha\, \partial x_\beta}+\Sigma_\alpha\, b_\alpha \frac{\partial v}{\partial x_\alpha}+c v=0.$$

n'a pas d'autre solution nulle sur S que la solution zéro, le problème relatif aux valeurs de t suffisamment voisines de t_0 a une solution u et une seule telle que $u-u_0$ et ses dérivées jusqu'au huitième ordre tendent vers zéro quand t tend vers t_0.

Dans certains cas, ce théorème permettra d'affirmer la solubilité du problème pour des valeurs de t non infiniment voisines de t_0 : il suffit pour cela qu'on soit dans un cas où l'hypothèse relative à l'équation (1) est toujours satisfaite (par exemple le cas $c\leqq 0$, $a_{\alpha,\alpha}>0$) et qu'en outre on ait des limitations de u et de ses dérivées jusqu'au huitième ordre, ces limitations étant indépendantes de t et étant telles que l'on ne sorte pas d'une région bornée d'un champ où soient remplies les hypothèses sur F.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains polynomes de Tchebycheff.* Note de M. **A. Angelesco**, transmise par M. Émile Borel.

Dans un problème d'interpolation, Tchebycheff a rencontré une suite finie de polynomes, qu'il a étudiée dans un grand nombre de Mémoires. Ce sont les polynomes

$$P_n(x)=x^n+c_1x^{n-1}+c_2x^{n-2}+\ldots+c_n,$$

définis par les conditions

$$\lambda_1 a_1^i P_n(a_1)+\lambda_2 a_2^i P_n(a_2)+\ldots+\lambda_p a_p^i P_n(a_p)=0,$$

où $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ sont des coefficients positifs, $n<p$ et $i=0, 1, \ldots, n-1$.

Tchebycheff démontre que ces polynomes ont leurs racines réelles, mais en supposant $a_1 < a_2 < \ldots < a_n$, on peut préciser que dans un intervalle (a_k, a_{k+1}) il ne peut y avoir qu'une racine au plus de l'équation $P_n(x) = 0$. En effet, on a la proposition suivante, facile à établir :

$f(x)$ étant une fonction continue qui satisfait aux n conditions

$$\lambda_1 a_1^i f(a_1) + \lambda_2 a_2^i f(a_2) + \ldots + \lambda_p a_p^i f(a_p) = 0 \qquad (i = 0, 1, \ldots, n-1),$$

où $n < p$, l'équation $f(x) = 0$ a au moins n racines réelles, distinctes et comprises dans n intervalles différents (a_k, a_{k+1}).

Les polynomes orthogonaux sont des cas limites des polynomes précédents.

Nous allons résumer ici ce qui correspond, pour la suite de polynomes de Tchebycheff, au problème des quadratures mécaniques par les polynomes orthogonaux.

Posons

$$Q_n(x) = \sum_{k=1}^{k=p} \lambda_k \frac{P_n(x) - P_n(a_k)}{x - a_k} \qquad (n < p),$$

et soit $R(x)$ un polynome quelconque de degré $2n - 1$ au plus. On voit alors sans difficulté que

$$\sum_{k=1}^{k=p} \lambda_k R(a_k) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i R(x_i),$$

où $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sont les racines du polynome $P_n(x)$ et où

$$(1) \qquad p_i = \frac{Q_n(x_i)}{P'_n(x_i)}.$$

On peut donner encore aux coefficients p_i les deux formes suivantes

$$(2) \qquad p_i = \left[\frac{1}{P'_n(x_i)}\right]^2 \left[\sum_{k=1}^{k=p} \lambda_k \frac{P_n(a_k)}{a_k - x_i}\right]^2$$

et

$$(3) \qquad p_i = \left[\sum_{k=1}^{k=p} \lambda_k P_{n-1}^2(a_k)\right] \frac{1}{P'_n(x_i) P_{n-1}(x_i)}.$$

La formule (2) nous montre que les coefficients p_i sont tous positifs.. Par suite, il résulte de (1) que le polynome $Q_n(x)$ a toutes ses racines réelles et séparées par les racines du polynome $P_n(x)$ et de (3), que les racines de $P_{n-1}^{(x)}$ sont séparées par les racines du polynome $P_n(x)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème d'interpolation.* Note de M. **Rolf Nevanlinna**, présentée par M. Hadamard.

1. Étant données deux suites de nombres $z_1, z_2, \ldots, (|z_\nu| = r_\nu \leqq 1)$ et $w_1, w_2, \ldots$, considérons le problème suivant :

1° Trouver les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'il existe une fonction $f(z)$, holomorphe et bornée pour $|z| < 1 (|f| \leqq 1)$, telle que $f(z_\nu) = w_\nu (\nu = 1, 2, \ldots)$.

2° Quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour que la fonction $f(z)$ soit univoquement déterminée?

3° Dans le cas d'indétermination, trouver l'expression générale des solutions f.

Il y a certains cas-limites intéressants. Si deux des points donnés z_ν se confondent, on suppose connue, outre la valeur $f(z_\nu) = w_\nu$, la valeur de la dérivée $f'(z_\nu) = w'_\nu$. Dans le cas extrême où tous les points z_ν coïncident avec un point donné intérieur au cercle-unité, on est ramené à un problème connu de M. Carathéodory, concernant les coefficients d'une série qui représente une fonction bornée.

Si $|z_\nu| = 1$, on admettra que $|w_\nu| = 1$, et l'on se donne aussi la valeur de la dérivée normale de la fonction f, valeur supposée finie. Enfin, si tous les points z_ν se confondent en un point de la circonférence $|z| = 1$, on est conduit à considérer une fonction bornée f admettant un développement asymptotique donné en ce point. Dans ce cas, le problème ci-dessus est équivalent au problème des moments de Stieltjes [1].

2. Dans le cas où le nombre n des z_ν est fini, la solution complète a été donnée par MM. Carathéodory, Pick, J. Schur et l'auteur. Par application itérée du lemme de Schwarz (ou, si $|z_\nu| \equiv r_\nu = 1$, de l'extension de ce lemme, due à M. Julia), on déduit de f une suite de fonctions bornées $f_1, \ldots, f_n$. Les valeurs $f_\nu(z_\nu) = \rho_\nu e^{i\beta_\nu}$ se calculent à l'aide des valeurs données; si $r_\nu = 1$, la dérivée normale de f_ν aura une valeur c_ν finie bien déterminée. Il faut et il suffit pour l'existence d'une fonction f satisfaisant aux conditions données, que

$$\lambda_\nu = \frac{1-\rho_\nu}{1-r_\nu} \geqq 0 (\nu = 1, 2, \ldots),$$

---

(1) Voir mon article : *Asymptotische Entwicklungen beschränkter Funktionen und das Stieltjessche Momentenproblem* (*Annales Academiae Scientiarum Fennicae*, série A, 18, v, 1922, p. 1-52).

résultat qui subsiste aussi dans le cas général où le nombre n des valeurs données est infini. Si $r_\nu = 1$, on doit poser $\lambda_\nu = c_\nu$.

En supposant n fini, on sait que le problème est déterminé si, parmi les nombres non négatifs λ_ν, il y en a un, λ_m $(m \leqq n)$, qui s'annule. La solution unique f se réduit alors à une fonction rationnelle d'ordre m. Si $\lambda_\nu > 0$ pour $\nu = 1, \ldots, n$, on aura une infinité de solutions, dont l'ensemble est donné par une expression de la forme

$$f = \frac{A_n + B_n \varphi}{C_n + D_n \varphi}, \tag{1}$$

où A_n, B_n, C_n, D_n sont des fonctions rationnelles d'ordre n bien déterminées, tandis que φ désigne une fonction arbitraire assujettie à la seule condition de rester holomorphe et bornée $(|\varphi| \leqq 1)$ pour $|z| < 1$.

3. Dans le cas où le nombre des valeurs données est infini, on n'avait trouvé la solution complète du problème que dans des cas particuliers [1].

Dans une Note récente, M. Denjoy [2] a indiqué une solution générale très élégante de la question d'unicité : Pour que le problème soit déterminé, il faut et il suffit que la série

$$\sum \frac{1}{\lambda_\nu} \tag{2}$$

soit divergente. Ce résultat renferme un théorème connu de M. Blaschke (*loc. cit.*), d'après lequel la divergence de la série $\Sigma(1 - r_\nu)$ suffit pour déterminer sans ambiguïté la fonction f.

Dans le cas d'indétermination, il reste à trouver la solution générale. Voici le résultat auquel on sera conduit en supposant que la série (2) soit convergente.

Les fonctions rationnelles A_n, B_n, C_n, D_n, figurant dans la formule (1), convergent vers des fonctions A, B, C, D holomorphes à l'intérieur du cercle-

---

(1) Abstraction faite de certains cas où l'unicité de la solution est évidente, ces cas spéciaux sont :

1° $w_1 = w_2 = \ldots = 0$. — Le problème a été résolu dans ce cas par W. Blaschke : *Eine Erweiterung des Satzes von Vitali über Folgen analytischer Funktionen* (*Leipz. Ber.*, **67**, 1915, p. 194-200).

2° $z_1 = z_2 = \ldots = z_0$ et $|z_0| = 1$. — Comme nous l'avons remarqué plus haut, le problème est alors équivalent au problème des moments de Stieltjes.

(2) A. Denjoy, *Sur une classe de fonctions analytiques* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 140). Voir aussi sa Note supplémentaire (*Ibid.*, p. 1084).

unité. L'ensemble des f est donné par

$$f = \frac{A + B\varphi}{C + D\varphi}$$

où φ désigne une fonction arbitraire, bornée pour $|z| < 1$.

En supposant $w_1 = w_2 = \ldots = 0$, on aura $A \equiv D \equiv 0$, $C \equiv 1$ et

$$B = \prod_{1}^{\infty} \frac{r_\nu - z e^{i\alpha_\nu}}{1 - r_\nu z e^{i\alpha_\nu}}.$$

On retrouve donc un résultat connu de M. Blaschke (*loc. cit.*).

4. Il n'est pas sans intérêt d'observer que le théorème de M. Denjoy conduit à une nouvelle extension du théorème de Stieltjes-Vitali sur la convergence d'une suite de fonctions bornées. En effet, étant donnée une suite de fonctions $f_\nu(\nu = 1, \ldots)$, bornées dans leur ensemble pour $|z| < 1$, si elles convergent en une infinité de points $z_\nu(|z_\nu| < 1)$, on détermine, à l'aide des valeurs z_ν et $w_\nu = \lim_{\mu=\infty} f_\mu(z_\nu)$ les nombres λ_ν. Si la série (2) diverge, les fonctions f_ν convergent uniformément dans tout cercle $|z| \leq r < 1$.

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX. — *Sur le flambement des pièces rectilignes soumises à une force de compression excentrée.* Note de M. **R. Chambaud**, présentée par M. Mesnager.

Les équations approchées de la flexion, c'est-à-dire celles qu'on obtient en remplaçant la courbure par la dérivée seconde du déplacement, permettent d'obtenir la valeur exacte de la charge de flambement, dans le cas d'une pièce rectiligne à compression centrée. C'est le problème bien connu d'Euler. La charge de flambement y apparaît comme une valeur critique rendant indéterminée l'intégrale d'une équation différentielle linéaire du second ordre, assujettie à passer par deux points donnés.

Quand on veut étudier le même phénomène dans le cas d'une charge excentrée, on s'aperçoit très vite que les équations approchées ne peuvent plus conduire à une théorie correcte. Elles feraient croire notamment que la déformation croît au delà de toute limite quand on s'approche de la valeur critique d'Euler, alors qu'en réalité pour cette valeur de la force (et à moins de rupture préalable par dépassement de la limite élastique, ce qui peut toujours être évité pour un élancement suffisant de la pièce), la

déformation reste finie et déterminée, et même aussi petite qu'on le veut si l'excentricité est elle-même assez petite.

La généralisation que nous avons en vue doit donc être entreprise au moyen des équations complètes de la flexion qui, comme l'on sait, introduisent les fonctions elliptiques. Nous avons reconnu qu'avec un choix convenable des variables et des paramètres, le problème pouvait être traité sans difficultés sérieuses jusqu'aux calculs numériques complets. En raison de la lumière que sa solution projette sur les phénomènes de flambement, nous présentons ici un résumé de la méthode suivie et des résultats obtenus.

Exposé de la méthode. — Les coordonnées de l'élastique s'expriment comme l'on sait par des fonctions elliptiques de la longueur d'arc, ou par leurs intégrales. Ceci nous permet d'exprimer la charge, l'excentricité et la fatigue élastique de flexion en fonctions de deux paramètres, le module et l'argument des fonctions de Jacobi. En éliminant ces deux paramètres entre ces trois équations, on obtient la relation cherchée entre les trois grandeurs ainsi définies. Bien entendu il ne s'agit pas d'une élimination formelle qui serait impraticable, mais les tables de Legendre nous permettent de construire par points la famille de courbes représentant la fatigue de flexion en fonction de la charge quand l'excentricité est prise comme paramètre.

Considérant alors comme acquis qu'en matière de flambement la rupture suit nécessairement le dépassement de la limite élastique, en raison de la chute brusque du coefficient d'élasticité, il suffira. pour obtenir la limite de résistance de la pièce, d'écrire que la fatigue totale (flexion et compression) ne peut pas dépasser la limite élastique. Cette condition fournit un nouveau réseau de courbes où l'élancement joue le rôle de paramètre; les intersections des deux réseaux donnent la limite de résistance en fonction de l'élancement et de l'excentricité. Nous avons construit des abaques permettant de retrouver sans calculs tous les résultats.

Résultats. — I. En considérant tout d'abord le phénomène comme indéfiniment élastique nous ferons les constatations suivantes :

Si l'on prend comme critérium du flambement cette discontinuité soudaine qu'on observe dans le cas d'Euler, et qui fait sauter brusquement de zéro à l'infini la dérivée de la déformation par rapport à la charge au moment du passage par la valeur critique, il n'y a plus ici à proprement parler de flambement. Cette dérivée part d'une valeur finie, croît d'abord, passe par un maximum également fini pour une charge inférieure à la valeur d'Euler, puis décroît lentement pour des valeurs de la charge de plus en plus grandes

au delà de la charge critique. Naturellement la croissance est d'autant plus soudaine et le maximum plus accusé que l'excentricité est plus faible, et à la limite on tend vers le cas d'Euler. Quant à la déformation, elle est finie et déterminée pour toutes valeurs de la charge et en particulier quand on franchit la valeur d'Euler qui ne correspond plus à aucune discontinuité caractéristique.

II. En ce qui concerne maintenant les conditions de la rupture, on est conduit à classer les pièces en trois catégories :

1° *Pièces courtes.* — La rupture de la pièce centrée survient par simple écrasement avant que la charge n'atteigne la limite d'Euler. L'excentrement de la charge avance la rupture dans une proportion que nos graphiques déterminent.

2° *Pièces moyennement élancées.* — La pièce centrée se rompt en flambant sous une charge pratiquement confondue avec celle d'Euler, mais théoriquement supérieure (de quelques dix millièmes pour des élancements de 50 à 100). L'excentrement avance la rupture (de 20 pour 100 par exemple pour un élancement de 100, avec une excentricité égale à $\frac{1}{200}$ de la portée).

3° *Pièces très élancées* (lames de ressorts, etc.). — La pièce centrée se rompt après flambement, sous une charge supérieure à celle d'Euler (de 15 pour 100 par exemple pour une lame d'acier dur d'élancement 500). L'excentrement avance la rupture (de 30 pour 100 par exemple pour cette même lame d'acier quand l'excentricité est égale au dixième de la longueur). La charge de rupture peut ainsi être supérieure, égale ou inférieure à celle d'Euler.

La théorie précédente permet d'apprécier pour les arcs dans quelle mesure l'excentricité résultant du raccourcissement élastique avance la limite théorique du flambement. Dans un arc à deux articulations dont l'épaisseur est le centième de la portée et la flèche le dixième, cette limite qui correspond à celle d'Euler pour une demi-longueur d'arc environ serait réduite de 10 à 15 pour 100 du fait de l'excentricité.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un type nouveau de ressort.* Note de M. D. **Wolkowitsch**, présentée par M. M. d'Ocagne.

Si, dans un ressort, les déplacements des diverses sections étaient des translations, toutes les fibres éprouveraient la même fatigue, et l'on arriverait ainsi à la meilleure utilisation possible de la matière; malgré cela, les

ressorts couramment employés sont des ressorts de *flexion* (à lame) ou de *torsion* (à boudin). Cela tient à ce que les dimensions d'un ressort de traction directe, constitué par une tige rectiligne, seraient prohibitives, et pourtant c'est dans un tel ressort que l'énergie absorbée par unité de volume est la plus grande.

L'objet de cette Note est de montrer la possibilité de construire des ressorts de *glissement* dans lesquels les déplacements des sections les unes par rapport aux autres, sont des *glissements*, au sens accordé à ce mot dans la théorie de l'élasticité.

On enseigne d'ordinaire dans la résistance des matériaux qu'une poutre rectiligne de section constante travaille à la flexion quand elle est sollicitée par des forces dont les lignes d'action rencontrent l'axe de la pièce (lieu du centre de gravité de l'aire de la section transversale); mais cette proposition est en désaccord avec l'expérience quand les forces ne se trouvent pas dans un plan de symétrie de la pièce.

Ainsi une poutre en U mise de champ, appuyée à ses deux extémités, et soumise à son propre poids, semble se voiler au point que, si la portée est suffisante, la poutre bascule autour d'un axe parallèle à la ligne des appuis; c'est un fait d'expérience courante.

Dans des expériences méthodiques effectuées sur une pareille poutre, C. Bach a étudié l'action de deux charges symétriquement placées par rapport au milieu de la portée et dont les verticales rencontrent l'axe longitudinal de la pièce.

Il a constaté que la section médiane était déversée comme s'il y avait torsion, et que cette torsion cessait quand le plan vertical des deux charges se trouvait, par rapport à l'âme de la poutre, du côté opposé à l'axe longitudinal, et à une distance *d* de cette âmé, fixe quelle que soit la position des charges dans ce plan. La parallèle à l'axe longitudinal menée à la distance *d* de celui-ci, dans le plan de symétrie du profil, est appelée axe de glissement.

Notre théorie générale des mouvements en un point d'un corps élastique à trois dimensions ([1]) nous a permis d'interpréter les expériences de Bach ([2]) et d'en prévoir le résultat, non encore vérifié, pour un profil absolument quelconque ([3]); cette théorie conduit à la réalisation suivante du *ressort de glissement :*

([1]) *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 1198.
([2]) *Génie civil*, 88, 1926, p. 502.
([3]) *Génie civil*, 90, 1927, p. 172.

Un profil à un seul axe de symétrie, un fer en U par exemple, est enroulé sur un cylindre de révolution dont le rayon est la distance *d* précédemment rencontrée; l'âme du profil est tangente au cylindre le long d'une génératrice, les ailes sont normales et à l'extérieur. On obtient ainsi une sorte de ressort à boudin, mais qui ne travaille pas à la torsion; une force dirigée suivant l'axe du cylindre d'enroulement donne lieu, dans les diverses sections, à des translations de glissement.

Avec les valeurs généralement admises, d'une part pour le rapport des deux coefficients d'élasticité $\frac{G}{E}$, et d'autre part pour les limites d'élasticité de traction et de glissement, on trouve qu'un *ressort de glissement* serait, pour une même énergie à absorber, plus léger même que le ressort de traction directe.

ACOUSTIQUE. — *Phénomènes produits par l'interposition d'une lame métallique dans un faisceau d'ondes ultrasonores.* Note (¹) de M. **P. Biquard**, présentée par M. Jean Perrin.

1° *Production des ultrasons et mesure de l'intensité du rayonnement.* — La source employée est un quartz piézo-électrique oscillant sur sa vibration fondamentale ou sur un harmonique de celle-ci. Les principales mesures ont été effectuées aux fréquences suivantes $N_1 = 9 \times 10^5$ et $N_2 = 1,36 \times 10^6\ s^{-1}$. Suivant une méthode indiquée par M. Langevin l'intensité du rayonnement se propageant dans l'eau est mesurée par sa pression de radiation. Celle-ci s'exerce sur une boîte plate renfermant de l'air et son action est compensée par une action de torsion.

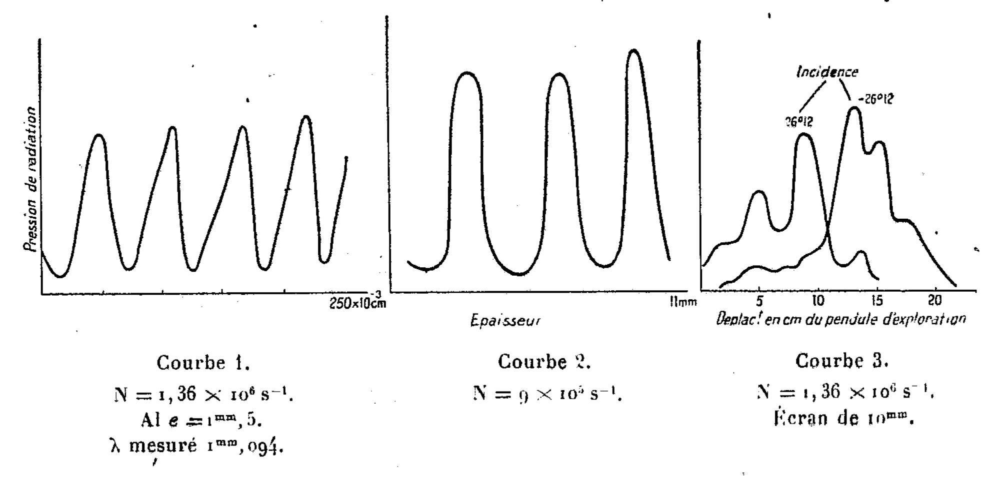
2° *Influence d'une lame métallique.* — Une lame métallique (aluminium), intercalée dans le faisceau, produit deux phénomènes suivant qu'elle est parallèle ou oblique au plan de l'onde.

A. *Lame parallèle au front de l'onde.* — Lorsque l'on déplace la lame d'un mouvement de translation suivant la direction de propagation, l'intensité du faisceau qui émerge de la lame varie périodiquement comme l'indique la courbe (1). La distance entre deux points pour lesquels, par exemple, la transparence est maximum est égale à la demi-longueur d'onde du rayonnement dans l'eau. Comme on peut facilement compter un grand nombre de demi-longueurs d'onde on peut mesurer ainsi soit la vitesse du son, soit la fréquence du rayonnement. L'intensité du courant dans le quartz

(¹) Séance du 29 avril 1929.

dépend de sa résistance de rayonnement, laquelle est fonction de l'état vibratoire de la colonne d'eau située entre le quartz et l'écran.

L'expérience permet en effet de constater que lorsque l'on déplace celui-ci l'intensité du courant qui traverse le quartz varie périodiquement, les maxima d'intensité coïncidant avec les minima d'intensité du faisceau émergent. Une méthode de mesure de la vitesse du son dans les liquides, basée sur ce phénomène, a été indiquée par Hubbard et Loomis (¹).



Courbe 1. $N = 1,36 \times 10^6 s^{-1}$. Al $e = 1^{mm},5$. λ mesuré $1^{mm},094$.

Courbe 2. $N = 9 \times 10^5 s^{-1}$.

Courbe 3. $N = 1,36 \times 10^6 s^{-1}$. Écran de 10^{mm}.

Voici les résultats numériques obtenus dans une autre mesure que celle de la courbe (1) : fréquence, $1,36 \times 10^6 s^{-1}$; distance entre le 1er et le 11e maximum, $0^{cm},546$; longueur d'onde dans l'eau, $\lambda = 0^{cm},1092$; vitesse du son $1,485,10^5$ cm.

Si l'on reproduit ces expériences avec des lames d'épaisseurs croissantes, on constate que les absorptions maxima et minima observées précédemment varient périodiquement avec l'épaisseur, les maxima et minima de transparence se retrouvant pour des épaisseurs différant entre elles de la demi-longueur d'onde du son dans le métal. Dans les courbes (2) on a porté en abscisses les épaisseurs et en ordonnées les pressions de radiation maxima observées lors de la translation de la lame parallèlement au plan de l'onde. Des mesures plus précises en cours permettront de déterminer par ce procédé la vitesse du son dans le métal.

B. *Lame non parallèle au front de l'onde.* — L'interposition d'une lame placée obliquement produit d'une part une légère déformation du faisceau, et d'autre part une variation compliquée de l'intensité du faisceau

(¹) *A sonic interferometer for liquids* (*Nature*, **120**, 1927, p. 189).

émergent. Pour mettre en évidence la déformation du faisceau, il suffit de déplacer perpendiculairement à la direction de propagation un pendule de mesure de petites dimensions.

Dans les courbes de la figure 3 on a intercalé dans le faisceau une lame d'aluminium de 10^{mm} d'épaisseur sous des incidences de $\pm 26°12'$.

Pour étudier la transparence en fonction de l'angle d'incidence il suffit de mesurer l'intensité du faisceau émergent pour des angles croissant très lentement. Des mesures ont été faites pour des lames d'aluminium à la fréquence 6×10^5 s^{-1} et aux deux autres indiquées plus haut. On obtient une série de maxima et de minima très aigus. Voici deux exemples :

1° Lame Al de $8^{mm},5$. $N = 1,36 \times 10^6$ s^{-1}. Position des maxima de transparence :

Incidences.............	± 6°.50′	11°.46′	16°.21′	20°. 5′	23°.35′	25°.55′
Torsion du fil.......	72.48	26.47	70.10	67.30	52.32	32. 2
»	74. 8	27.46	71.15	67.45	52.17	32. 6

Le faisceau reçu directement nécessite une torsion de 132°7′.

2° Lame Al de $1^{mm},5$, $N = 1,36 \times 10^6$ s^{-1}

Incidences.....................	9°45′	18°12′	32°45′
Torsion.......................	15°	24°30′	27°30′

ÉLECTRICITÉ. — *Comparaison entre les machines électrostatiques et les machines dynamo à courant continu.* Note de M. **Henri Chaumat**, présentée par M. d'Arsonval.

Une idée très répandue qui a certainement paralysé les efforts dans la réalisation des machines électrostatiques est que les machines électrostatiques ont une résistance intérieure considérable (et même infinie si l'isolement est parfait). Il s'ensuit que, en débit, comme il faut bien que le courant se ferme, nous aurons des chutes de tension absolument inadmissibles. Nous allons voir qu'il n'en est rien.

Les courants de convection, dont on doit la notion au génie de Maxwell, ne sont pas des courants comme les autres. Ce sont des véhicules d'énergie potentielle et non des courants qui, comme dans une résistance, consomment de l'énergie bientôt dissipée dans le milieu sous forme de chaleur. Et la notion de chute ohmique ne peut leur être appliquée.

Considérons une machine électrostatique de Wimshurst, par exemple, en

débit. Dans une atmosphère sèche, la vitesse étant constante, on ne peut pas ne pas être frappé du rythme régulier des étincelles. Nous sommes en présence d'un phénomène bien déterminé et fini. Or, si la résistance intérieure (ou son équivalent) était infinie, la différence de potentiel aux bornes serait nulle et nous ne saurions obtenir un débit d'énergie électrique fini.

Dans une machine électrostatique, il y a, qu'on le veuille ou non, les éléments d'un condensateur plus ou moins bien défini, plus ou moins mal réalisé, en dehors des condensateurs que l'on place souvent en dérivation aux bornes de la machine pour des buts particuliers.

Quand un condensateur est en charge, le courant est à tout instant défini par les conditions extérieures au condensateur (force électromotrice de la source, résistance du circuit de charge, source comprise) et sa résistance propre est constamment nulle. Pour le circuit extérieur, le condensateur se comporte comme un appareil sans force contre-électromotrice et dont la résistance x serait croissante, en fonction du temps, suivant la loi.

$$x = \mathrm{R}\left(e^{\frac{t}{\mathrm{CR}}} - 1\right),$$

de telle façon que le courant de charge ait à chaque instant sa valeur vraie.

Mais une telle assimilation n'est aucunement l'image de la réalité.

Dans un condensateur en décharge sur une résistance extérieure, la différence de potentiel et le courant varient suivant les lois connues

$$\mathrm{U} = \mathrm{E}e^{-\frac{t}{\mathrm{CR}}}, \qquad i = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R}}e^{-\frac{t}{\mathrm{CR}}},$$

et l'on pourrait dire que tout se passe comme si l'on avait une machine de force électromotrice constante et dont la résistance intérieure x, équivalente au point de vue du débit, serait variable, en fonction du temps, suivant la même loi que précédemment.

Mais une telle résistance fictive, fonction de la capacité et de la résistance R du circuit extérieur, ne saurait caractériser ou définir le condensateur.

Si l'on considère la charge ou la décharge dans un intervalle de temps fini τ, cette résistance intérieure fictive a une valeur moyenne, dans l'intervalle τ, donnée par

$$\frac{\mathrm{CR}^2}{\tau}\left(e^{\frac{\tau}{\mathrm{CR}}} - 1\right) - \mathrm{R},$$

valeur qui est loin d'être infinie.

On pourrait imaginer qu'après l'intervalle τ, par le jeu même de la machine, le condensateur se recharge au potentiel initial et se décharge

à nouveau pendant le temps τ, et ainsi de suite. Le courant moyen sera

$$i_{moy} = \frac{EC}{\tau}\left(1 - e^{-\frac{\tau}{CR}}\right).$$

On aura une machine qui débitera sous tension variable mais d'autant moins variable que l'intervalle τ sera plus petit. Nous laissons de côté, pour l'instant, la question de la puissance massique de la machine.

La valeur moyenne de la chute de tension sera

$$E\left[1 - \frac{CR}{\tau}\left(1 - e^{-\frac{\tau}{CR}}\right)\right]$$

et la résistance intérieure équivalente sera donnée par

$$x = \frac{\tau}{C\left(1 - e^{-\frac{\tau}{CR}}\right)} - R.$$

Si l'intervalle τ est assez petit pour qu'on puisse confondre la courbe exponentielle avec sa tangente à l'origine on aura

$$i_{moy} = \frac{E}{R}\left(1 - \frac{\tau}{2CR}\right),$$

et tout se passe comme si l'on avait une dynamo à excitation constante dont la résistance intérieure serait donnée par

$$x = R\,\frac{\tau}{2CR - \tau}.$$

On pourrait déterminer les conditions de fonctionnement de la machine pour que la chute relative de tension entre la marche à vide et la pleine charge soit inférieure ou au plus égale à une fraction donnée à l'avance, $\frac{a}{100}$ par exemple.

On trouverait

$$\tau \leqq \frac{2a}{100}\,CR.$$

On peut dire aussi que l'intervalle τ étant fixé, pour toute valeur de R telle qu'on ait

$$R \geqq \frac{50\tau}{aC},$$

la machine électrostatique débitera un courant moyen sous une tension comprise entre E à vide et E $\frac{100 - a}{100}$ à pleine charge.

Une telle machine serait réalisable.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la constante diélectrique des gaz ionisés.* Note [1] de M. **Henri Gutton**, présentée par M. G. Ferrié.

Nous avons décrit [2] des expériences relatives aux propriétés des gaz ionisés dans un champ de haute fréquence et avons montré l'existence d'une période de résonance du gaz. Nous nous proposons de montrer que ces expériences permettent, au moins en dehors de la bande d'absorption qui correspond à la résonance, de déterminer la constante diélectrique en fonction du nombre d'ions par centimètre cube et de trouver le nombre d'ions pour lequel le gaz est en résonance sur une fréquence donnée.

L'ionisation du gaz est mesurée par l'intensité i du courant qui passe entre deux électrodes maintenues à une différence de potentiel constante. Cette intensité est proportionnelle à la conductivité du gaz dans un champ constant et par suite au nombre d'ions par centimètre cube. Nous avons obtenu d'autre part, pour diverses ionisations, la longueur de résonance, sur la longueur d'onde $248^{\text{cm}},7$, d'une ligne fermée à son origine par un pont et terminée par un condensateur entre les armatures duquel est disposé le tube à gaz ionisé.

Assimilons ce condensateur à deux condensateurs en série, dont l'un a pour diélectrique le gaz ionisé, de constante diélectrique K, et a pour capacité KC_0, l'autre a pour diélectrique l'air atmosphérique et a pour capacité C. En dérivation sur cet ensemble, on doit imaginer un condensateur C_1, afin de tenir compte de la capacité correspondant au flux de force qui ne rencontre pas le gaz ionisé. La capacité γ de cet ensemble est donnée par la relation

$$\gamma = C_1 + \frac{1}{\frac{1}{KC_0} + \frac{1}{C}}. \tag{1}$$

En nous servant des équations de propagation le long de la ligne, nous trouvons la relation qui relie la capacité γ à la longueur L de résonance de la ligne sur une longueur d'onde λ

$$\frac{\gamma}{c}\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{tang}\frac{2\pi L}{\lambda} = 1, \tag{2}$$

c étant la capacité par unité de longueur de la ligne.

---

[1] Séance du 29 avril 1929.

[2] *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 156 et 385.

Cette relation qui ne tient pas compte de l'amortissement de la ligne n'est valable qu'en dehors de la bande d'absorption du gaz ionisé.

Nous éliminons les capacités C_1, C_0, C en mesurant les longueurs de la ligne L_0, L_1, L_2, lorsque le gaz n'est pas ionisé, lorsqu'il est très ionisé et assez conducteur pour que le champ ne pénètre plus à l'intérieur du tube, lorsque le tube est rempli de benzine dont on connaît la constante diélectrique 2,26. Les valeurs des capacités correspondantes satisfont aux relations

$$(3)\qquad \gamma_0 = C_1 + \frac{1}{\frac{1}{C_0} + \frac{1}{C}}, \qquad \gamma_1 = C_1 + C, \qquad \gamma_2 = C_1 + \frac{1}{\frac{1}{2,26\,C_0} + \frac{1}{C}}.$$

A l'aide de ces relations et en tenant compte du fait que les variations de longueur de ligne sont petites, on trouve

$$(4)\qquad K = \frac{L_0 - L_1}{L - L_1}\left\{1 - \frac{L - L_0}{L_2 - L_0}\left(1 - 2,26\,\frac{L_2 - L_1}{L_0 - L_1}\right)\right\}.$$

Cette formule, pour les ionisations inférieures à celles pour lesquelles l'absorption devient très grande, nous permet de connaître les valeurs numériques de K, en fonction de l'intensité i qui mesure la conductivité du gaz.

La théorie montre que la constante diélectrique K d'un gaz ionisé pour une pulsation ω_0 correspondant à la période propre du gaz ionisé et hors de la bande d'absorption est

$$(5)\qquad K = 1 + \frac{4\pi N \frac{e^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2},$$

ω étant la pulsation des ondes excitatrices, N le nombre d'électrons par centimètre cube du gaz ionisé, e et m leur charge et leur masse.

Nous avons montré, par l'expérience, que $\omega_0^2 = a N^{0,75}$, a étant une constante indépendante de la pulsation ω. D'autre part N est proportionnel au courant i, $N = ih$.

De sorte que la formule (5) peut s'écrire

$$(6)\qquad K = 1 + \frac{4\pi \frac{e^2}{m} ih}{a(ih)^{\frac{3}{4}} - \omega^2}.$$

Nous avons une première équation permettant de déterminer a et h

$$(7)\qquad a(i_0 h)^{\frac{3}{4}} = \omega^2,$$

i_0 étant la valeur de i correspondant à la résonance du gaz ionisé sur la période du champ de pulsation ω, i_0 est déterminé par expérience.

Une seconde équation nous est donnée en égalant la pente pour $i = 0$ de la courbe représentant les variations de K en fonction de i, et la pente de la courbe déterminée par l'expérience, soit p cette pente

$$p = \frac{4\pi h e^2}{m\omega^2}. \tag{8}$$

Les équations (7) et (8) donnent les valeurs de a et h

$$\begin{cases} a = 35,5 \times 10^{10}, \\ h = 0,34 \times 10^{7}. \end{cases} \tag{9}$$

L'équation représentant les variations de la constante diélectrique en fonction du nombre d'ions pour une pulsation ω est

$$K = 1 + \frac{0,278 \times 10^{10} N}{35,5 \times 10^{10} N^{\frac{3}{4}} - \omega^2}. \tag{10}$$

Cette formule permet de trouver la valeur de l'ionisation correspondant à la résonance sur toute pulsation ω. Pour la longueur d'onde utilisée $\lambda = 248^{cm},7$, la résonance se produit pour une ionisation $N = 1,9 \times 10^8$ électrons par centimètre cube.

ÉLECTRICITÉ. — *Potentiels électrolytiques de quelques métaux.* Note de M. L. **Bouchet**, présentée par M. A. Cotton.

Habituellement on définit le potentiel électrolytique d'un métal par la différence de potentiel entre le métal et la solution normale d'un des sels du métal.

En me basant sur cette définition, j'ai déterminé les potentiels électrolytiques du magnésium, du zinc pur, du cuivre recouvert d'une couche de cuivre électrolytique et de l'argent par la méthode d'opposition, avec comme appareil de zéro, un galvanomètre sensible à 2×10^{-8} ampère. J'ai par suite réalisé une série de piles dont l'une des électrodes comprenait le métal plongeant dans une solution normale d'un de ses sels et dont l'autre électrode était représentée soit par l'électrode normale au calomel, soit par l'électrode normale à hydrogène. J'opposais à ces piles un accumulateur préalablement comparé à un élément Weston. Les durées des mesures

variaient entre trois et quatre minutes. L'eau utilisée pour les solutions était de l'eau bi-distillée conservée dans des vases en verre pyrex. J'ai employé des sels, chimiquement purs, de la maison Poulenc. Les solutions, renfermant des masses connues de sels cristallisés dans un volume d'eau déterminé, ont été préparées avec l'aide obligeante de M. Dorier. Les métaux, frottés à la toile émeri, puis lavés à l'alcool absolu, finalement séchés à l'air, séjournaient pendant, au moins, un jour dans une enceinte désséchante avant de les expérimenter.

L'électrode à hydrogène était une électrode de Sörensen plongeant dans une solution normale titrée soit d'acide chlorhydrique soit d'acide sulfurique et le gaz hydrogène, très pur, était fourni par un appareil de Kipp.

J'ai mesuré les forces électromotrices dont voici deux types :

$$E = Hg \mid Hg^2Cl^2, KCl + KCl \mid SO^4Zn + SO^4Zn \mid Zn.$$
$$E' = H \mid HCl + HCl \mid SO^4Zn + SO^4Zn \mid Zn.$$

Les résultats obtenus, pour les potentiels électrolytiques, sont indiqués ci-dessous; ils se rapportent à l'électrode normale soit au calomel, soit à hydrogène. Le signe + indique que dans les piles, où les sels dissous sont des sulfates, l'électrode positive est le métal. A cette liste j'ai ajouté le potentiel électrolytique de l'hydrogène déduit de la comparaison des deux électrodes normales :

	Potentiels électrolytiques	
Métaux.	l'électrode au calomel étant prise = à 0.	l'électrode à hydrogène étant prise = à 0 à la pression de 730mm.
Mg	−1,766	−1,485
Zn	−1,052	−0,771
H	−0,281	....
Cu	+0,041	+0,324
Ag [1]	+0,502	+0,788

Ces nombres correspondent à des températures comprises entre 18° et 24°;

[1] Pour l'argent les solutions étaient centinormales et les potentiels déduits indirectement par rapport à l'électrode au calomel et directement par rapport à l'électrode à hydrogène, mais en employant une solution normale d'acide sulfurique, en constituant les chaînes suivantes :

$$\begin{cases} Hg \mid SO^4Hg^2, SO^4H^2 \mid KCl, Hg^2Cl^2 \mid Hg. \\ Hg \mid SO^4Hg^2, SO^4H^2 \mid SO^4Ag^2 \mid Ag. \end{cases}$$
$$Ag \mid SO^4Ag^2 \mid SO^4H^2 \mid H.$$

ils ont été obtenus en tenant compte des différences de potentiel liquide/liquide calculés d'après la formule d'Henderson [1].

J'ai aussi opéré avec le chlorure, l'acétate et l'azotate de zinc ainsi qu'avec le chlorure au magnésium en employant l'électrode au calomel. J'ai obtenu pour le chlorure et l'acétate de zinc les nombres représentés respectivement par : (— 1,049) et (— 1,056) peu différents de celui se rapportant au sulfate ; pour le chlorure de magnésium, j'ai trouvé le nombre (— 1,768) très voisin de celui correspondant au sulfate. Quant à l'azotate de Zn, le potentiel (— 0,99) est notablement inférieur. Ce gros écart peut être dû à une oxydation très rapide du métal. Si le dernier résultat concorde qualitativement avec celui de Neumann [2], les autres diffèrent beaucoup comme le montrent les nombres suivants extraits du Mémoire de cet auteur et se rapportant à des sulfates, l'électrode normale au calomel étant prise égale à zéro :

$$Mg = -1,799;\quad Zn = -1,084;\quad H = -0,328;$$
$$Cu = +0,045;\quad Ag = +0,414.$$

Plusieurs causes peuvent expliquer la divergence entre les résultats de Neumann et les miens, en particulier cet auteur ne tient pas compte des différences de potentiel liquide/liquide.

MAGNÉTISME. — *Propriétés magnétiques du sesquioxyde de fer et de quelques ferrites au-dessus de leur point de Curie; conservation du paramagnétisme constant dans ces combinaisons.* Note [3] de Mlle **A. Serres**, transmise par M. Pierre Weiss.

1. *Sesquioxyde de fer.* — Les mesures de K. Honda et T. Soné [4] permettent d'attribuer à la variété stable du sesquioxyde de fer, au-dessus de son point de Curie ($\theta = 690^\circ$) un paramagnétisme indépendant de la température $\chi = 14,7 \cdot 10^{-6}$. Le sesquioxyde de fer étudié par Chaudron et Forestier [5] se comporte de même ($\theta = 675^\circ$).

J'ai mesuré la susceptibilité du sesquioxyde de fer entre 700 et 750° C. environ.

---

(1) *Zeitsch. f. phys. Chem.*, **59**, 1907, p. 118, **63**; 1908, p. 325.
(2) *Zeitsch. f. phys. Chem.*, **14**, 1894, p. 193.
(3) Séance du 29 avril 1929.
(4) K. Honda et T. Soné, *Sc. Rep. Tohoku Imp. Univ.*, **3**, 1914, p. 223.
(5) Chaudron et Forestier, *Comptes rendus*, **183**, 1927, p. 787.

I. Fe^2O^2 pur, pour analyse, Kalhbaum :

A 714°,5 .... $\chi = 19,75.10^{-6}$
A 765°,0 .... $\chi = 19,74.10^{-6}$.

II. Fe^2O^3 pur, préparé au Laboratoire de M. Abraham :

A 699°,8 .... $\chi = 19,63.10^{-6}$
A 749,1 .... $\chi = 19,62.10^{-6}$
A 701,5 .... $\chi = 19,62.10^{-6}$

J'adopterai la valeur moyenne :

$$\chi = 19,70.10^{-6} \quad \text{(à 3 pour 1000 près)},$$

soit par gramme de fer :

$$\chi_{1\text{g de fer}} = 28,17.10^{-6}.$$

Il est intéressant de rapprocher cette valeur de celles mesurées pour le fer dans la région γ où la susceptibilité a été trouvée par différents auteurs sensiblement indépendante de la température :

D'après P. Curie (¹), $\chi = 28,4.10^{-6}$ à 940°, $\chi = 23,9.10^{-6}$ à 1280°.

D'après P. Weiss et G. Foex (²), $\chi = 28.10^{-6}$ à 940°, $\chi = 24,15.10^{-6}$ à 1356°.

D'après Terry (³), $\chi = 26,95.10^{-6}$ à 929°, $\chi = 24,30.10^{-6}$ à 1374°.

La valeur donnée par le sesquioxyde de fer se place donc entre les valeurs extrêmes mesurées pour le fer γ. Il semble que le paramagnétisme du fer γ se conserve en combinaison.

II. *Ferrites.* — Les mesures ont porté sur quatre des ferrites préparés par MM. Chaudron et Forestier (⁴).

J'ai étudié pour ces corps la variation de la susceptibilité magnétique, dans la région paramagnétique jusqu'à une température voisine de 700 à 750° C.

On ne trouve pas une variation linéaire de l'inverse de la susceptibilité magnétique en fonction de la température. Les résultats des mesures sont indiqués par les courbes de la figure 1, fortement concaves vers l'axe des températures. Ces courbes rappellent les résultats trouvés par Kopp (⁵) sur la magnétite qui est un ferrite de fer.

(¹) P. Curie, *Ann. Chim. Phys.*, 7ᵉ série, 5, 1895, p. 289.
(²) P. Weiss et G. Foex, *Archives des Sc. phys. et nat.*, 31, 1911, p. 24.
(³) Terry, *Phys. Rev.*, 2ᵉ série, 9, 1917, p. 394.
(⁴) Chaudron et Forestier, *Comptes rendus*, 182, 1927, p. 777.
(⁵) Kopp, *Thèse*, Zurich, 1919.

En admettant que le sesquioxyde de fer conserve en combinaison le paramagnétisme constant $\chi_m = 1573 . 10^{-6}$ qu'il possède à l'état libre, et en retranchant ce paramagnétisme du nombre mesuré pour la combinaison, on trouve les courbes de la figure 2.

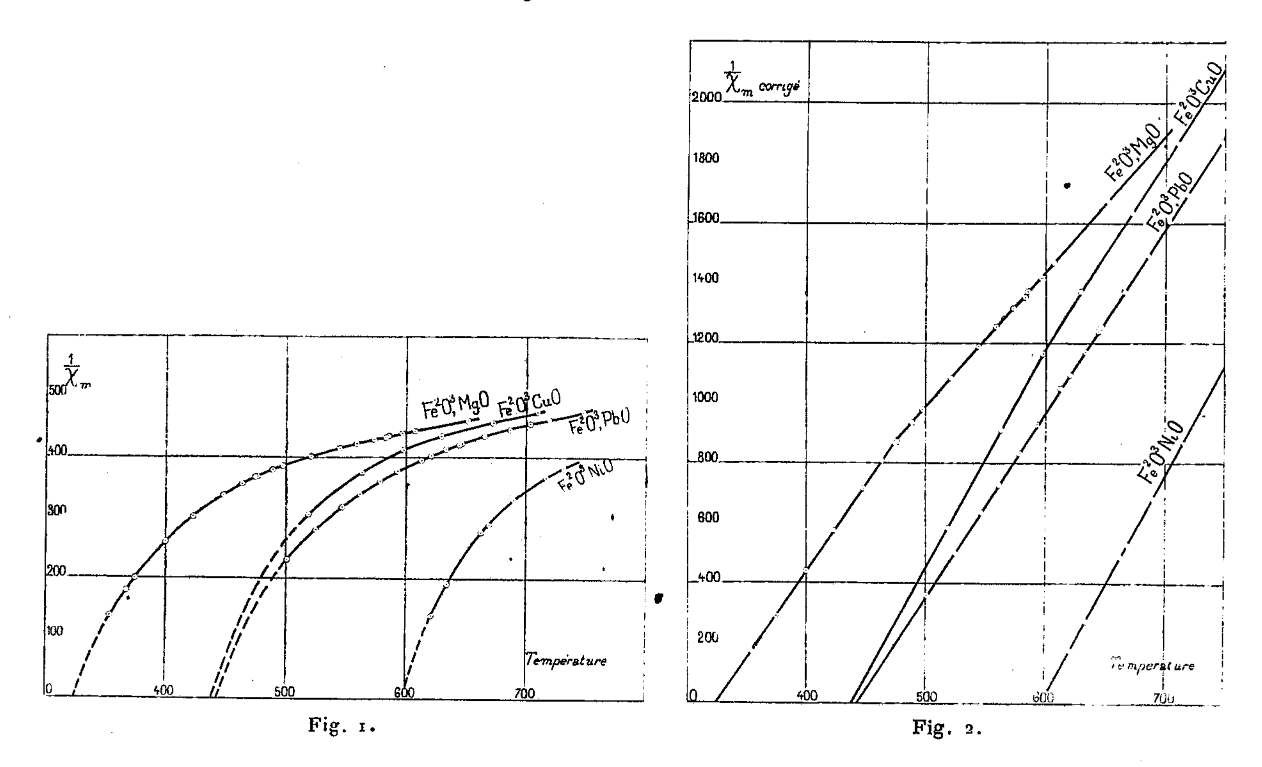


Fig. 1. Fig. 2.

La variation de l'inverse de la susceptibilité ainsi corrigée, en fonction de la température est linéaire, ce qui est la loi habituelle du paramagnétisme; pour le ferrite de plomb on obtient une seule droite, pour le ferrite de magnésie une droite coudée vers 475°, pour le ferrite de cuivre une droite coudée vers 610°C.; pour le ferrite de nickel une légère courbure subsiste qui peut être due au paramagnétisme de NiO. La même correction apportée aux mesures de Kopp sur la magnétite semble également insuffisante : le paramagnétisme de FeO doit aussi subsister en combinaison.

Il semble donc bien que l'hypothèse faite sur la superposition du paramagnétisme constant et du paramagnétisme variable soit justifiée dans les cas étudiés.

MAGNÉTISME. — *Les deux Points de Curie, ferromagnétique et paramagnétique.* Note (¹) de M. **Robert Forrer**, transmise par M. Pierre Weiss.

L'aimantation des ferromagnétiques décroît, quand la température s'élève et s'annule pour une certaine température, le Point de Curie. Désignons le point ainsi défini comme Point de Curie ferromagnétique Θf. Expérimentalement ce point s'obtient par extrapolation de l'aimantation spontanée ou à son défaut de l'aimantation rémanente vers l'axe des températures.

D'autre part, les mêmes corps deviennent paramagnétiques, quand on élève encore davantage leur température. Ils obéissent, dans de grands intervalles de température, à la loi de Weiss qui s'écrit $\chi(T-\Theta)=C$, où C est la constante de Curie et Θ le Point de Curie. Appelons le point ainsi déterminé point de Curie paramagnétique Θp.

Ce Point de Curie paramagnétique est situé environ 15 à 40° au-dessus du Point de Curie ferromagnétique. D'après l'hypothèse du champ moléculaire de P. Weiss les deux Points de Curie devraient se confondre. Jusqu'à présent on a expliqué cette distance des deux Points de Curie par un glissement du Point de Curie avec l'élévation de température.

Par un traitement spécial on peut donner au nickel un cycle d'hystérèse presque rectangulaire. La presque totalité de l'aimantation irréversible est renversée par une seule valeur du champ, appelée champ critique. La forme de ce cycle et le rapport entre l'aimantation rémanente et la saturation a suggéré l'hypothèse que la moitié des moments est parallèle, l'autre moitié perpendiculaire au champ. Le champ critique est donc le champ nécessaire pour le renversement des moments parallèles au champ.

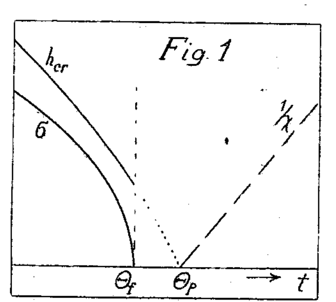
J'ai déterminé la variation thermique de ce cycle. Le résultat est le suivant : Quand la température s'élève, le cycle devient plus petit, mais il garde sa forme caractéristique, qui permet de déterminer avec précision, même au voisinage immédiat du Point de Curie, l'aimantation rémanente et le champ critique.

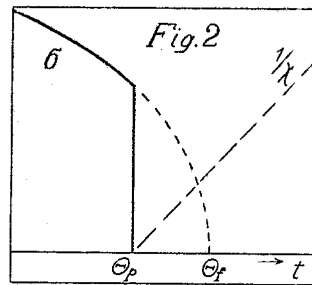
Pour Θ_f, déterminé par la disparition de l'aimantation rémanente, le champ critique ne s'annule pas, il tend vers une limite inférieure finie

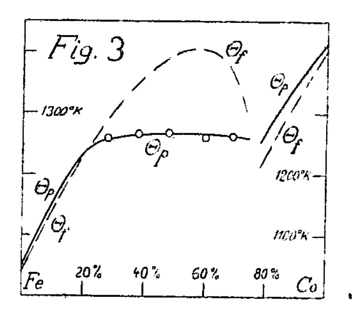
(¹) Séance du 29 avril 1929.

(voir *fig.* 1). Au voisinage de Θ_f sa variation est sensiblement rectiligne, ce qui permet son extrapolation vers l'axe des températures. Ce point extrapolé se trouve à peu près à 14° au-dessus de Θ_f. Il se confond sensiblement avec le Point de Curie paramagnétique Θ_p.

L'existence des deux Points de Curie Θ_f et Θ_p déterminés, comme nous l'avons vu par la même région des températures, révèle la coexistence de deux propriétés différentes : La région au-dessous du Θ_f est caractérisée par l'existence d'une orientation spontanée. Mais la région de l'hystérèse s'étend jusqu'à Θ_p : dans cette région le renversement des moments magnétiques







demande un certain champ fini; ce renversement devient *spontané* pour Θ_p et au-dessus de Θ_p. La même région est le domaine du paramagnétisme. Cette identité rend plausible un mécanisme du paramagnétisme basé sur le renversement des moments.

On peut partager les propriétés ferromagnétiques en deux catégories suivant qu'elles sont en relation avec Θ_f ou avec Θ_p. Le champ coercitif du nickel et du fer s'annule pour Θ_p. Les coefficients a et b dans l'équation de l'aimantation initiale $I = aH + bH^2$ jouent des rôles différents. Pour le fer et le nickel $\frac{1}{a}$ tend vers zéro pour Θ_p, $\frac{1}{b}$ pour Θ_f. L'inverse du paramagnétisme superposé au ferromagnétisme tend vers zéro pour Θ_f.

Pour le nickel, le fer et le cobalt Θ_p est situé au-dessus de Θ_f. C'est le cas normal, $\Theta_p - \Theta_f$ est positif. La plupart des alliages ferromagnétiques rentrent dans cette catégorie (Ni-Cu, Fe-Ni, Ni-Co).

Si les deux Points de Curie sont l'expression de deux propriétés différentes, on peut se demander si $\Theta_p - \Theta_f$ peut être négatif, c'est-à-dire si Θ_p peut être situé au-dessous de Θ_f. Si Θ_p n'est pas seulement le résultat d'une extrapolation de la région de la loi de Weiss, mais en même temps la limite inférieure du renversement spontané, une aimantation spontanée n'est plus

possible au-dessus de cette température : on doit trouver une chute verticale de l'aimantation au Θ_p (voir *fig*. 2).

Et en réalité, les ferrocobalts (étudiés par Preuss) entre 30 et 70 pour 100 de Co montrent cette chute verticale. Et ce qui confirme tout particulièrement notre point de vue, dans ces alliages le Θ_p, établi par le paramagnétisme, est situé à la température de cette chute verticale. Dans la figure 3 sont représentées la variation de Θ_f et de Θ_p dans les ferrocobalts en fonction de la teneur en cobalt. La température de la chute verticale de l'aimantation spontanée est représentée par des petits cercles. On voit qu'ils se placent exactement sur la courbe des Θ_p.

La conclusion de cette étude est importante : pour obtenir une aimantation spontanée, l'existence d'un moment magnétique et une orientation spontanée ne suffisent pas; il faut en plus de l'hystérèse. Le ferromagnétisme n'existe donc qu'au-dessous des deux points de Curie. Par contre le paramagnétisme est limité uniquement par Θ_p.

OPTIQUE. — *Description de la figure de diffraction au foyer moyen d'un faisceau astigmate*. Note de M. **A. Couder**, présentée par M. A. Cotton.

1. Depuis que Lord Rayleigh a énoncé la règle empirique bien connue qui assigne la limite des aberrations pratiquement tolérables, dans un système optique, en fixant à un quart d'onde les écarts qui ne doivent pas être dépassés, de nombreux auteurs ont étudié, par le calcul ou l'expérience, les modifications de la figure de diffraction focale qui résultent de cette différence de marche, lorsqu'elle est introduite par des aberrations de forme géométrique simple. On dispose actuellement de données complètes relatives aux aberrations sphériques du troisième et du cinquième ordre et de la coma.

Le cas de l'astigmatisme mérite la même attention : c'est cette aberration qui limite le champ de netteté dans une combinaison aplanétique. Son étude a été abordée théoriquement par M. A. Buxton. A ces calculs, il m'a paru utile de joindre la description des figures de diffraction observées.

2. Le dispositif qui m'a servi à produire un astigmatisme pur, facilement calculable, est le suivant : une lentille étroitement diaphragmée sert d'objectif pour observer une source de grand éclat et d'aspect stellaire; cette lentille est portée par l'alidade d'un cercle divisé, qui permet de la faire tourner d'un angle connu autour d'une droite perpendiculaire à l'axe optique. La puissance de la lentille est 0,75 dioptrie, son indice vaut 1,52

pour la lumière verte isolée par le filtre employé. Un diaphragme fixe, circulaire, de $1^{mm},757$ de diamètre limite le faisceau. Un oculaire faible vise le plan équidistant des deux lignes focales qu'on détermine, pour chaque valeur de l'inclinaison de la lentille, en employant momentanément un diaphragme de 10^{mm}. Les angles de rotation mesurés vont de 20 à 50°.

Je prends pour mesure de l'astigmatisme la différence ε des flèches de courbure des méridiens principaux de la surface d'onde. Cette valeur est comparée à la longueur d'onde λ de la lumière employée.

3. Lorqu'on fait croître l'astigmatisme à partir de zéro, on observe les changements suivants :

Pour $\lambda : \varepsilon = 6,5$, la tache de diffraction est parfaitement ronde, mais la répartition de la lumière dans le premier anneau brillant est visiblement irrégulière : quatre faibles accroissements d'éclat sont perceptibles dans les azimuts principaux.

Pour $\lambda : \varepsilon = 4,4$, la tache centrale reste circulaire; le premier anneau se partage en quatre arcs brillants séparés par des intervalles obscurs. Entre chaque arc brillant et la tache centrale, il subsiste un minimum de lumière, mais ce minimum n'est plus nul. Une aberration astigmatique d'un quart d'onde est donc très sensible sur une image stellaire parfaite par ailleurs; toutefois, la tache centrale n'étant pas apparemment changée, le pouvoir séparateur ne doit pas être pratiquement diminué.

Pour $\lambda : \varepsilon = 2,5$, les arcs brillants se fondent avec la tache centrale; on ne voit plus trace du premier minimum, et l'image présente l'aspect d'une croix le long des bras de laquelle la lumière décroît régulièrement. Sur les bissectrices de ceux-ci, à 45° des azimuts principaux, on observe quatre faibles points lumineux qui sont les restes du deuxième anneau brillant.

PHYSIQUE. — *Sur les théories du spectre X continu et du phénomène de Compton.* Note de M. **E. Sevin**, présentée par M. d'Ocagne.

Les remarques formulées par M. Décombe [1], au sujet de ce que nous avons dit, dans les *Comptes rendus*, du spectre X continu et du phénomène de Compton [2], appellent quelques commentaires de notre part.

Il est bien connu qu'un même phénomène peut être décrit d'une infinité

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1095.
(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 911 et 986.

de manières différentes et que l'intérêt de chacune d'elles ne peut être évalué que relativement aux conceptions générales que les divers auteurs placent à la base des logiques qu'ils entendent développer.

Or il résulte de l'étude des diverses Notes publiées aux *Comptes rendus* par M. Décombe, que les *conceptions*, qui forment le point de départ de ses travaux, diffèrent complètement des nôtres et qu'elles l'ont conduit à des vues tout à fait distinctes de celles que nous avons exposées. Néanmoins, comme sur un point — celui du spectre X continu — le *résultat*, auquel nous sommes parvenu, s'est trouvé avoir la même forme mathématique que dans le développement de M. Décombe, nous avons pensé qu'il convenait d'engager nos lecteurs à en faire le rapprochement (¹).

En ce qui concerne le phénomène de Compton, aucun rapprochement ne nous a paru utile : M. Décombe a signalé des résonances, faisant intervenir l'une ou l'autre des composantes spéciales qu'il attribue à la radiation incidente, alors que, dans le mécanisme que nous avons décrit, seule la fréquence de cette radiation intervient. Nous devons toutefois préciser que, d'après notre théorie, la vitesse de l'électron se trouve déterminée en tenant compte de $\frac{v^2}{c^2}$ et que la longueur d'onde a exactement l'expression qui résulte du premier postulat de M. L. de Broglie.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur les phénomènes d'orientation et de pseudo-cristallisation, résultant de l'action de la traction dans les gels colloïdaux.* Note de M. **Jean-Jacques Trillat**, présentée par M. M. de Broglie.

On sait que des films de cellulose, de nitro ou d'acétate de cellulose sont susceptibles de devenir biréfringents lorsqu'on exerce une traction à une de leurs extrémités. Nous avons cherché à étudier ce phénomène d'une façon quantitative au moyen des diagrammes de rayons X.

Dans ce but, une série de films, préparés de façon à présenter des taux d'étirement rémanent variables, a été examinée dans trois directions perpendiculaires, de façon à localiser dans l'espace les orientations des molécules.

Les poses étaient prises en 45 minutes, au moyen d'un tube démontable fonctionnant sous une tension constante de 40000 volts, avec un courant de

(¹) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 912.

40 milliampères (rayons K du cuivre); le fond continu émis par le tube ne modifie pas l'aspect des diagrammes, comme on l'a vérifié au moyen d'une filtration par l'aluminium.

Les diagrammes obtenus avec les échantillons témoins (non étirés) consistent en halos amorphes réguliers.

Résultats. — 1° A mesure que le degré d'étirement croît, il apparaît une anisotropie moléculaire, caractérisée par l'apparition sur les halos, de renforcements situés sur la ligne équatoriale. Ces renforcements n'apparaissent que dans deux directions sur les trois étudiées, et prouvent que les longues chaînes moléculaires tendent à s'orienter suivant la direction de traction.

2° Il est possible, par la mesure de la longueur des secteurs renforcés, d'évaluer le degré d'oscillation moyen des molécules autour de cette direction; ce degré d'oscillation diminue avec une traction croissante. Pour l'acétate de cellulose par exemple, il passe de $\mp 40°$ (étirement 1200/1000) à $\mp 20°$ (étirement 2600/1000) suivant la surface du film, et de $\mp 55°$ (étirement 1200/1000) à $\mp 20°$ (étirement 2600/1000) suivant la tranche.

3° Pour les très forts étirements, le diagramme prend une apparence très remarquable (déformation des anneaux en ellipses). Il apparaît en outre de nouveaux renforcements, qui se précisent en finesse et en intensité, à mesure que le degré d'étirement augmente. Ces renforcements sont situés, comme le montrent les mesures, aux endroits exacts des raies les plus intenses des mêmes substances à l'état parfaitement cristallisé. La comparaison des clichés ne laisse subsister aucun doute sur ce point.

4° Le passage de l'état amorphe à un état voisin de l'état cristallin se fait donc par étapes graduelles dans le gel colloïdal. La structure finale obtenue est une structure pseudo-cristalline dans laquelle les molécules occupent sensiblement les positions qu'elles ont dans le réseau cristallin, mais où elles ne sont pas encore parfaitement alignées : d'où le jeu ou « battement » indiqué au paragraphe précédent. De plus, la subsistance d'une phase amorphe résiduelle s'oppose à la formation cristalline parfaite.

De tels échantillons sont naturellement très fortement biréfringents.

5° Ces phénomènes sont en bon accord avec l'hypothèse que nous avons émise antérieurement sur la structure des gels colloïdaux, suivant laquelle ceux-ci possèdent un arrangement moléculaire statistique analogue à celui d'un liquide qui aurait été figé brusquement. L'isotropie à l'instant t est ainsi conservée, et les diagrammes de rayons X sont, lorsqu'on ne fait pas agir d'influences extérieures telles que la traction, comparables à ceux d'un liquide.

Dans le cas des nitro ou acéto-celluloses, la forme allongée des molécules explique entièrement les effets observés.

6° La structure ainsi obtenue explique les propriétés mécaniques directionnelles des produits écrouis. Il est certain que les propriétés chimiques superficielles, telles que l'adsorption ou la teinture, doivent aussi subir de ce fait des variations, par suite de l'orientation des groupes actifs; ceci a été confirmé par ailleurs pour les soies artificielles. Ainsi diverses actions physiques, telles que traction, filage, laminage, flexion, etc., sont susceptibles de modifier la répartition superficielle de groupes actifs liés aux molécules capables de s'orienter. Il est ainsi possible de modifier les propriétés chimiques sans changer en rien la constitution des corps étudiés.

RADIOACTIVITÉ. — *Production des rayons H de désintégration sous l'action du rayonnement α du polonium.* Note [1] de M. C. **Pawlowski**, présentée par M. Jean Perrin.

a. Marche des expériences. — J'ai effectué l'étude de la désintégration de l'aluminium par la méthode des scintillations en employant le mode direct d'observations.

Comme source des rayons primaires, j'ai utilisé du Po déposé sur un support en argent circulaire de 3^{mm} de diamètre. L'activité de cette source, mesurée à l'aide d'un appareil absolu de Mme P. Curie [2], correspondait à un courant de saturation de 3020 U. E. S. La source a été enveloppée dans trois feuilles d'aluminium d'une épaisseur totale équivalente à $4^{cm},5$ d'air. J'ai employé tous les moyens possibles pour chasser les gaz et les vapeurs de la source et des feuilles.

Le radiateur d'aluminium ainsi obtenu a été placé dans un appareil à gaz comprimé [3]. J'ai observé les scintillations provenant de ce radiateur, en augmentant graduellement la pression du CO^2. Dans ces conditions, les expériences n'auraient pu être continuées que jusqu'à 20^{cm} de parcours des rayons H. Pour déterminer le rapport du nombre des particules H et du nombre des particules α, je me suis servi de la méthode de Yamada [4].

---

(1) Séance du 29 avril 1929.

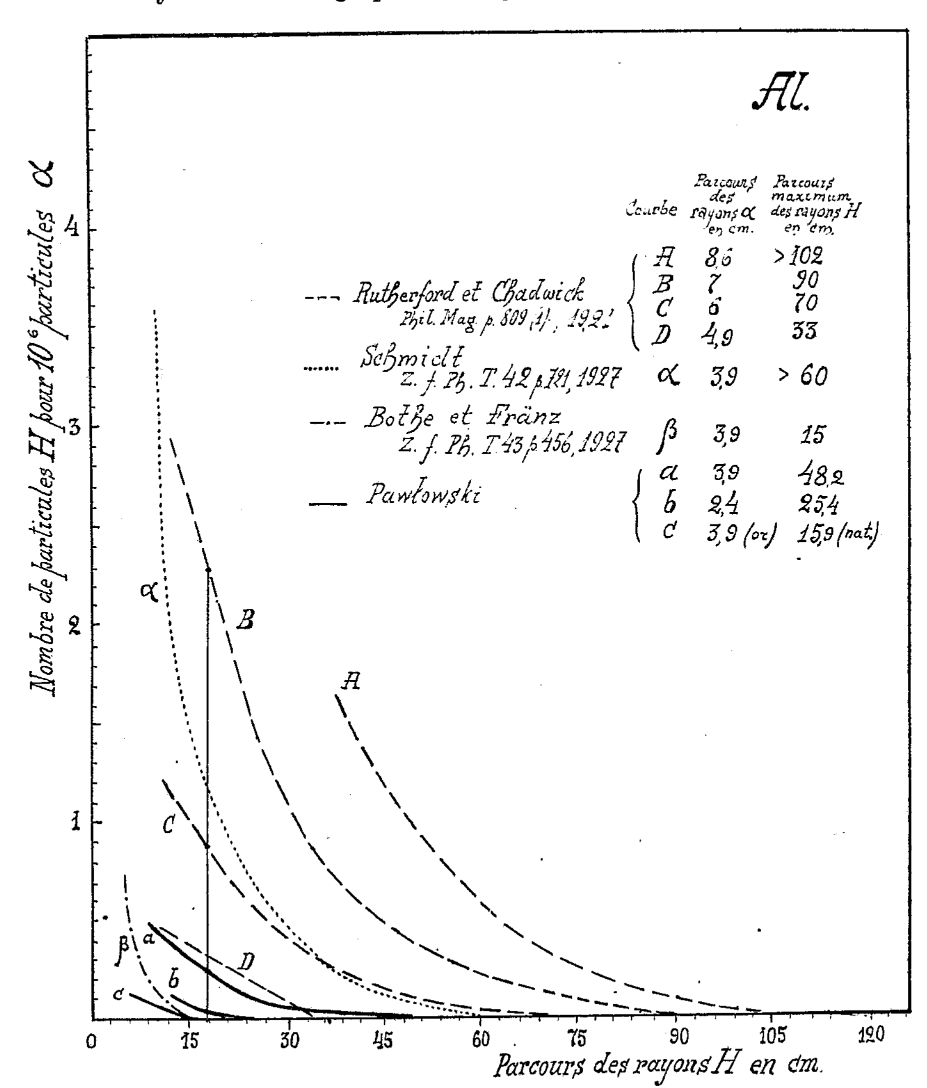
(2) Mme P. Curie, *Jour. de Chim. phys.*, 22, 1925, p. 142.

(3) I. Curie et N. Yamada, *Jour. de Phys.*, 6, 1925, p. 370.

(4) N. Yamada, *Jour. de Phys.*, 6, 1925, p. 380.

D'après ces mesures j'ai tracé une partie de la courbe d'absorption des rayons H.

Pour les rayons H de longs parcours, j'ai dû employer un autre appareil



permettant de placer le radiateur près de l'écran au ZnS, afin d'augmenter le nombre des scintillations observées par minute. Des feuilles d'aluminium ont été introduites, une à une, entre le radiateur et l'écran au ZnS, jusqu'à absorption complète. La forme de la courbe d'absorption obtenue pour l'angle solide de 2π a été peu altérée par l'obliquité des rayons; cette

courbe a conservé l'allure de la partie de la courbe d'absorption que j'ai obtenue pour les faibles absorptions.

Pour éliminer l'influence des rayons H provenant de la source sur les résultats obtenus pour l'aluminium, j'ai répété avec un radiateur d'or les mesures précédentes. J'ai obtenu la courbe d'absorption c (voir *fig.* 1), qui donne pour les rayons H un parcours maximum d'environ 16^{cm}.

Les résultats pour l'aluminium, après correction, sont représentés sur la figure 1 par la courbe a, qui indique que le parcours maximum des rayons H_{Al}, excités par les rayons α de Po, atteint $48^{cm},2$.

Une deuxième série d'expériences sur l'absorption des rayons H_{Al} a été effectuée pour les rayons du Po ayant traversé une feuille d'or d'une épaisseur équivalente à $1^{cm},5$ d'air. Dans ce cas, le parcours des rayons H_{Al} ne dépasse pas $25^{cm},4$ (voir la courbe b, *fig.* 1).

b. Discussion des résultats. — Afin d'établir la comparaison des résultats de mon travail avec ceux des travaux précédents, j'ai représenté sur la figure 1 ceux qui ont été obtenus à l'aide de la méthode directe.

Les résultats de mes mesures sont les suivants :

1° Les rayons α du Po sont capables de produire la désintégration de l'aluminium, ainsi que l'a montré Schmidt. Les rayons H_{Al} peuvent être produits non seulement par des rayons α d'un parcours de $3^{cm},9$, mais aussi par ceux d'un parcours de $2^{cm},4$.

2° Au point de vue du nombre de particules H_{Al}, mes résultats concordent mieux avec ceux que Rutherford a obtenu par l'emploi de rayons α de $4^{cm},9$ de parcours qu'avec ceux de Schmidt et de Bothe et Fränz, qui utilisaient les rayons du polonium.

3° L'allure des courbes a et b est presque semblable à celle des courbes A, B, C de Rutherford.

4° Le parcours maximum des particules H_{Al} émises sous l'action des rayons du Po est de $48^{cm},2$; Rutherford a trouvé 33^{cm} avec les rayons α de $4^{cm},9$ de parcours.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Équilibres entre l'eau, les nitrates et les sulfates de sodium et de potassium.* Note de MM. **E. Cornec**, **H. Krombach** et **A. Spack**, présentée par M. G. Urbain.

Les équilibres entre l'eau, les nitrates et les sulfates de sodium et de potassium, qui sont en relation avec l'industrie du nitrate de sodium du

Chili et avec l'industrie du nitrate de potassium de l'Inde, ont été étudiés en 1926 par M. A. Hamid ([1]) à deux températures : 90° et 25°.

Notre étude a porté sur tout l'intervalle de température compris entre 90° et — 2°. Les résultats obtenus à 90° et à 25° sont, même du point de vue qualitatif, en contradiction avec ceux de Hamid; en particulier nous n'avons pas retrouvé le sel triple que cet auteur fait intervenir à 25°, mais qu'il n'a pu isoler.

Nos mesures sont assez nombreuses pour pouvoir déterminer par interpolation, le diagramme correspondant à une température quelconque. On peut, à l'aide des figures schématiques ci-dessous, se faire une idée de la variété des phénomènes observés.

A température constante, les compositions des solutions saturées, abstraction faite de l'eau, peuvent être rapportées à un carré dont les sommets correspondent aux sels simples : NO^3Na, NO^3K, SO^4Na^2, SO^4K^2. La figure I correspond à 90°; sept lignes, qui représentent sept séries de solutions saturées de deux sels, divisent le carré en cinq domaines notés : NO^3Na, NO^3K, SO^4K^2, S_0 (sulfate de sodium anhydre) et G (sulfate double de K et de Na ou glasérite). Contrairement à l'opinion de Hamid, le NO^3Na et la glasérite ne peuvent coexister.

Lorsque la température s'abaisse, le diagramme se déforme d'abord sans changer de type. A 74°, le sel double SO^4Na^2, NO^3Na, H^2O ou darapskite, que nous représenterons par le symbole D, fait son apparition sur le côté SO^4Na^2 — NO^3Na; son domaine prend la forme d'un triangle très effilé (le schéma II représente la partie utile du diagramme) qui grandit et atteint le domaine du NO^3K à 60°, en un point représentant une solution saturée de quatre sels.

Le couple D - NO^3K, instable au-dessus de 60°, est stable au-dessous (schéma III). Les domaines des deux sels doubles D et G se rapprochent, puis se touchent à 44° en un point de quatre sels, qui, comme celui de 60°, est un point d'inversion.

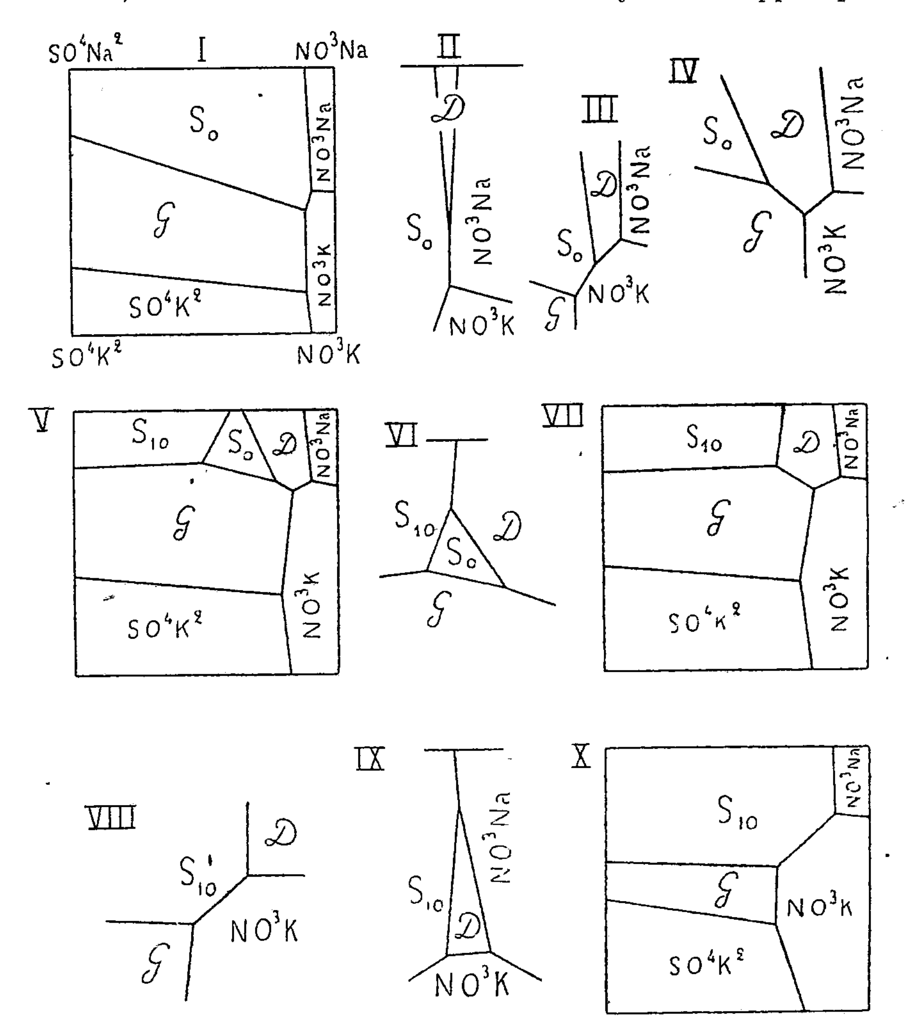
Au-dessous de 44°, les deux sels doubles peuvent coexister, comme on le voit sur le schéma IV. A 32°,4 le sel de Glauber, $SO^4Na^2 10H^2O$ (symbole S_{10}), fait son apparition, puis son domaine s'étend autour du sommet SO^4Na^2 et à 30°,9 il vient toucher le domaine de la glasérite sur le côté SO^4Na^2 — SO^4K^2.

Au-dessous de 30°,9, le diagramme est du type représenté en V et il

---

([1]) A. Hamid, *Chemical Society*, **129**, 1926, p. 199.

reste de ce type jusqu'à 24°,3. A cette température, les domaines du sel de Glauber et de la darapskite viennent en contact sur le côté SO^4Na^2—NO^3Na. Au-dessous, le domaine du sulfate de sodium anhydre ne s'appuie plus sur



le contour du carré (schéma VI). La température s'abaissant toujours, les sommets du triangle se rapprochent, puis se réunissent à 21°,8 en un point de quatre sels.

La figure VII se rapporte à une température inférieure à 22°. Le domaine du sel de Glauber, continuant à s'étendre, atteint le champ du NO^3K à 17°,6 en un quatrième point de quatre sels, au-dessous duquel les deux sels doubles ne peuvent plus coexister (schéma VIII).

Le domaine de la darapskite quitte le côté $SO^4Na^2 - NO^3Na$ à 13°; il prend une forme triangulaire (schéma IX) puis disparaît à 10°, température à laquelle on a une cinquième solution saturée de quatre sels.

Au-dessous de 10° la darapskite n'intervient plus dans les équilibres (*fig.* X). A 1°,8 le domaine du sel de Glauber atteint celui du SO^4K^2 sur le côté $SO^4Na^2 - SO^4K^2$. Le domaine de la glasérite prend dès lors une forme triangulaire et ce sel double disparaît à — 2°, température à laquelle on a une solution saturée de quatre sels.

Il y a lieu de signaler que le point représentatif de la solution saturée de S_{10}, NO^3K, G franchit la diagonale $SO^4Na^2 - NO^3K$ à + 1°,4; par suite, le système quaternaire $H^2O - NO^3 - SO^4 - Na - K$ se divise au-dessous de cette température en deux systèmes quaternaires

$$H^2O - NO^3Na - SO^4Na^2 - NO^3K \quad \text{et} \quad H^2O - SO^4K^2 - SO^4Na^2 - NO^3K.$$

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un nouveau mode de préparation du fluorure d'oxygène*. Note de MM. **P. Lebeau** et **A. Damiens**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons indiqué antérieurement (¹) qu'il se produisait, dans l'électrolyse d'un bain de fluorure acide de potassium contenant une petite quantité d'eau, un composé oxygéné du fluor répondant à la formule F^2O. Toutefois, ce nouveau gaz, dont nous avons pu établir la composition et faire connaître quelques propriétés, était toujours souillé d'oxygène, et sa proportion dans le mélange dépassait rarement 30 pour 100.

Un très grand nombre d'essais ont été depuis poursuivis par nous, afin d'arriver à la préparation du gaz pur.

La présence de l'oxygène est due à l'action du fluor sur l'eau, étant donnée la nécessité de recueillir le fluorure d'oxygène mélangé de fluor sur ce liquide. Pour diminuer la quantité d'oxygène, nous avons, tout d'abord, cherché à nous placer dans des conditions où la formation de l'eau oxygénée (deuxième terme d'action du fluor sur l'eau) pouvait être favorisée au détriment de la libération de l'oxygène. A cet effet, le gaz sortant de l'appareil à fluor (fluor et fluorure d'oxygène) a été mis en contact avec des solutions contenant différents acides, mais les résultats ont toujours été à peu près négatifs.

L'un de nous ayant eu autrefois l'occasion d'observer, au cours de recherches poursuivies dans le laboratoire d'Henri Moissan, la formation de solides de couleur jaune plus ou moins foncée dans l'action du fluor sur les solutions alcalines — combi-

(¹) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 652.

naisons considérées depuis comme se rapprochant des ozonates de Bayer [1] —, l'étude de cette réaction fut reprise avec le mélange de fluor et de fluorure d'oxygène : ces combinaisons jaunes pouvant, en effet, fixer sous forme d'ozone, ou même d'eau oxygénée, une partie de l'oxygène,

Les recherches ainsi conduites donnèrent immédiatement des résultats fort encourageants, et tout à fait imprévus. Nous avons, en effet, constaté que le gaz recueilli sur une lessive alcaline est plus riche en fluorure d'oxygène que lorsqu'il est dégagé sur l'eau, à partir d'un même mélange de fluor et de fluorure d'oxygène.

D'autre part, nous avons reconnu que le fluor pur traversant, dans des conditions bien déterminées, une solution alcaline de soude par exemple, donnait un mélange riche en fluorure d'oxygène.

Nous étions donc en présence d'un nouveau mode de formation de ce dernier composé.

A la suite d'essais méthodiques, il fut constaté que les meilleures conditions de production du fluorure d'oxygène correspondaient au passage rapide de petites bulles de fluor dans une solution de soude de concentration convenable, le titre en soude de la solution ayant une notable influence. Le gaz ainsi préparé pouvait renfermer jusqu'à 70 pour 100 du composé F^2O.

Les conditions reconnues jusqu'ici comme étant les plus favorables sont celles dans lesquelles le mélange gazeux est amené à la vitesse de 1^l à l'heure, par un tube de platine d'un diamètre intérieur de 2^{mm}, dans une solution de soude d'une concentration voisine de 2 pour 100 en OHNa, qu'il traverse sous une épaisseur de 1^{cm} environ.

Dans le dispositif employé, le gaz est aussitôt aspiré, de manière à être soustrait à l'action ultérieure de la solution alcaline. Dans le cas où l'on emploie du fluor pur, la moitié du fluor est retenue par la soude à l'état de fluorure alcalin. Il est à remarquer, toutefois, qu'une combinaison instable, à pouvoir oxydant marqué, se forme transitoirement dans cette réaction.

On peut exprimer l'action du fluor sur la lessive alcaline en tenant compte du résultat final, par l'équation suivante :

$$2F^2 + 2OHNa = 2FNa + F^2O + OH^2.$$

Le gaz est recueilli dans une cloche sur une cuve à eau, ce qui élimine la petite quantité de fluor qui a pu échapper à l'action de la soude, en raison du passage rapide du gaz. On opère ensuite la liquéfaction au moyen d'air liquide, et on procède au fractionnement.

---

(1) Fichter et Bladergroen, *Helvetica Chimica Acta*, 10, 1927, p. 550.

La température du mélange liquéfié étant, au début, environ — 190°, on laisse l'échauffement se produire très lentement; un arrêt dans l'élévation de la température a été constaté à — 167°, coïncidant vraisemblablement avec le point d'ébullition du corps pur.

Les diverses portions recueillies ont été analysées, et les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Numéro d'ordre.	Volume.	Température d'ébullition.	Titre en F^2O (pour 100).	Densité trouvée.	Densité calculée d'après le titre.
	cm³	°			
1	250	—190	12	»	»
2	250	—188	12,3	»	»
3	250	—186,5 à 177,5	21	»	»
4	250	—177,5 à 169,5	66	»	»
5	125	—169,5 à 167	88	»	»
6	150	—167	»	»	»
7	150	—167	90	»	»
8	150	—167 à 166	94,8	1,836	1,825
9	150	—166 à 165	96,1	1,835	1,834
10	20	»	>97	»	»

Dans cette nouvelle série de recherches, faites au moyen du fluorure d'oxygène presque pur, nous avons pu confirmer sa formule, vérifier quantitativement ses diverses réactions, mentionnées dans notre première Note, et déterminer son point d'ébullition, qui est voisin de — 167°; ce corps est encore liquide à — 190°.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la solubilité du silicium dans l'acide fluorhydrique.* Note de M. **Ch. Bedel** présentée par M. A. Behal.

Moissan et Siemens [1] ont montré que le silicium obtenu par cristallisation dans l'argent se dissolvait rapidement dans la solution d'acide fluorhydrique, alors qu'il était admis jusque-là que le silicium était insoluble dans un tel liquide. Ils pensaient être en présence d'une nouvelle variété de cet élément.

Lebeau [2], puis Philips [3], ont également rencontré du silicium soluble en petite quantité dans des cuivres siliciés.

---

(1) Moissan et Siemens, *Comptes rendus*, **138**, 1904, p. 1299.

(2) Lebeau, *Comptes rendus*, **142**, 1906, p. 154.

(3) Philips, *Metallurgie*, 4, 1907, p. 587, 613.

Manchot [1] et ses collaborateurs, par une étude systématique de la solubilité de ce corps simple, arrivent à la conclusion qu'il est toujours soluble dans l'acide fluorhydrique. Ils n'admettent pas l'existence de deux modifications allotropiques, et ils expliquent les différences de solubilité par l'état de division plus ou moins grand du produit.

Nous avons repris l'étude de cette solubilité du silicium dans l'acide fluorhydrique.

L'acide que nous avons employé était sensiblement pur. Il ne laissait, par évaporation, que $0^g,002$ pour 100 de résidu, et ne renfermait que des traces d'acide chlorhydrique. Il était exempt d'acide azotique et d'acide sulfurique.

Par contre, tous les échantillons de silicium contenaient de la silice et des traces de fer. Nous avons decelé en outre par des réactions microchimiques, la présence d'aluminium et de plomb dans le silicium à l'aluminium, de zinc et de plomb dans celui au zinc, de magnésium dans le silicium amorphe, et d'argent dans le silicium à l'argent.

Pour obtenir les résultats consignés dans le tableau suivant, nous avons attaqué le silicium dans un creuset de platine au bain de sable, puis pesé le résidu sur filtres tarés. Chaque prise d'essai a été traitée deux fois par l'acide fluorhydrique. Nous avons utilisé une solution de concentration voisine de la composition $HF\,2\,H^2O$, qui correspond à un liquide dont le point d'ébullition est fixe.

					Soluble.			
Silicium :	Teneur en Si.	Dimension des particules (en mm.).	Prise d'essai.	Durée d'attaque (en heures).	Par prise d'essai.	Par heure (en mg.).	Pour 100.	Pour 100 par heure.
A l'aluminium..	95,95	0,05 à 0,15	0,5096	11h	0,0302	2,74	5,92	0,53
			0,4512	8	0,0198	2,47	4,38	0,54
Au zinc.......	89,11	0,60 à 8	0,5685	9	0,0875	9,72	15,39	1,71
			0,4810	9	0,0577	6,41	11,99	1,33
A l'argent.....	78,77	0,02 à 0,04	0,4666	0.30m	0,1547	309,40	33,15	66,30
			0,2976	6	0,2016	33,60	67,74	11,29
Fondu........	94,83	»	0,4877	9	0,0138	1,53	2,83	0,31
			0,4726	9	0,0056	0,62	1,18	0,13
Amorphe......	94,82	0,01 à 0,15	0,3117	9	0,0411	4,56	13,18	1,46
			0,2575	9.30m	0,0179	1,88	6,95	0,73

[1] MANCHOT, *Z. anorg. Chem.*, **120**, 1921, p. 277; *Berichte*, **54**, II, 1921, p. 3107. — MANCHOT et FUNK, *Z. anorg. Chem.*, **122**, 1922, p. 22. — MANCHOT. *Z. anorg. Chem.*, **124**, 1922, p. 333.

La solubilité du silicium dans l'acide fluorhydrique varie avec la concentration en acide. Nous avons remarqué, en opérant à chaud, dans un creuset de platine sur du silicium à l'aluminium, qu'elle croît tout d'abord au fur et à mesure que le liquide s'enrichit en acide. Pour une teneur de 14 pour 100 d'acide environ, elle atteint 1,25 pour 100 par heure. Elle décroît ensuite : une solution voisine de 40 pour 100 d'acide fluorhydrique ne dissout plus que 0,3 pour 100 de silicium par heure. Lorsque la concentration augmente encore, la solubilité recommence à croître.

Ces résultats, qui ne permettent pas d'attribuer les variations de solubilité à des états de division différents du produit, montrent que la concentration est un facteur important de l'attaque du silicium par l'acide fluorhydrique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'hydrogénation des acétals forméniques.* Note (¹) de Mlle **M. Cabanac**, présentée par M. Paul Sabatier.

Je me suis proposé d'étudier l'hydrogénation des acétals suivant la méthode de MM. Sabatier et Senderens.

A cet effet, j'ai employé du nickel provenant de la réduction vers 300° d'un mélange d'oxalate et d'oxyde de ce métal.

L'activité de ce nickel ne commence à se manifester à l'égard des mélanges d'hydrogène et d'acétals qu'à partir de la température de 200°, et c'est vers 210° que j'ai obtenu les meilleurs résultats.

L'*hydrogénation de l'acétal diéthylique* ne m'a fourni aucun composé gazeux mélangé avec l'excès d'hydrogène. Ce dernier gaz, recueilli à la sortie de l'appareil de condensation soigneusement refroidi, brûlait avec sa flamme pâle ordinaire.

Par une longue série de distillations fractionnées, il m'a été possible de partager le liquide condensé en quatre portions.

1° Une portion qui passe à 34°-36° et qui représente environ le quart de la totalité du liquide. Cette portion est constituée par de l'éther ordinaire mélangé à des traces d'aldéhyde et d'alcool dont il est facile de le débarrasser par un contact prolongé avec de la potasse solide, qui résinifie l'aldéhyde, puis avec du sodium, qui décompose l'alcool.

Une nouvelle distillation fournit de l'éther passant à 35°.

(¹) Séance du 29 avril 1929.

2° Une portion passant à 76°-80° et constituant à peu près la moitié du volume des produits liquides. Cette portion est formée d'alcool éthylique, mélangé d'un peu d'eau et d'acétal, qu'il est aisé de purifier en le traitant par la baryte.

3° De l'acétal inaltéré, qui passe à 102°-103° parce qu'il est mélangé avec un peu d'alcool, facile d'ailleurs à éliminer par l'action du sodium.

4° Un résidu obtenu en trop petite quantité pour qu'il m'ait été possible de l'étudier.

Le mécanisme de cette hydrogénation de l'acétal peut être représenté par l'équation

$$CH^3CH\left\langle\begin{matrix}OC^2H^5\\OC^2H^5\end{matrix}\right. + H^2 = CH^3CH^2OC^2H^5 + C^2H^5OH.$$

Ce mécanisme est le plus simple que l'on puisse imaginer, mais il demandait à être vérifié pour d'autres acétals, car on peut faire plusieurs autres hypothèses logiques sur la formation d'éther et d'alcool à partir d'une molécule constituée seulement par des radicaux à deux atomes de carbone unis par de l'oxygène.

L'*hydrogénation de l'acétal dipropylique normal*, effectuée aussi vers 210°, a confirmé l'hypothèse la plus simple. J'ai obtenu, indépendamment d'un résidu lourd insignifiant, trois portions ayant à peu près le même volume :

1° Une portion passant à 64°-65°, qui est de l'oxyde d'éthyle et de propyle mélangé à des traces d'aldéhyde éthylique.

Après élimination de cet aldéhyde par un traitement au sodium suivi d'une distillation, j'ai obtenu cet éther à l'état de pureté, sous forme d'un liquide mobile bouillant à 64° et d'odeur analogue à celle de l'éther ordinaire.

2° Une portion bouillant à 97°-98° formée d'alcool propylique.

Et enfin 3° une portion bouillant à 146°-148° et constituée par de l'acétal propylique inaltéré.

L'hydrogénation de l'acétal dipropylique confirme donc l'hypothèse de la coupure de la molécule d'acétal en deux fragments, qui s'hydrogènent pour donner, l'un l'éther éthylpropylique, l'autre l'alcool propylique :

$$CH^3CH\left\langle\begin{matrix}OC^3H^7\\OC^3H^7\end{matrix}\right. + H^2 = CH^3CH^2OC^3H^7 + C^3H^7OH.$$

L'expérience m'a montré que je pouvais généraliser cette conception et l'appliquer à d'autres acétals, notamment à l'acétal dibutylique normal; tous m'ont fourni des produits analogues : oxyde mixte d'éthyle et du

radical de l'alcool générateur de l'acétal, cet alcool lui-même, et l'acétal inaltéré.

En résumé, l'hydrogénation des acétals forméniques s'effectuant par un mécanisme très simple, et qui paraît général, peut constituer une méthode de préparation des éthers oxydes symétriques ou mixtes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Décomposition thermique des alcoolates organo-magnésiens.* Note (1) de M. **D. Ivanoff**, transmise par M. V. Grignard.

J'ai cherché à préparer des éthers-oxydes, à partir des alcoolates magnésiens, en leur faisant subir une décomposition pyrogénée, d'après la réaction suivante :

$$\begin{matrix} R - O - MgX \\ R - O - MgX \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} R \\ R \end{matrix}\!\!>\!O + MgX^2 + MgO.$$

Or, cette réaction ne s'effectue pas, ou bien, dans quelques cas, elle se fait seulement dans une petite mesure. Les principaux produits de la décomposition sont : l'oxyde de magnésium, l'halogénure de magnésium, l'hydrocarbure éthylénique correspondant, ses polymères et l'alcool correspondant. A part ces produits, il se forme, en petites quantités, d'autres corps comme les dérivés halogénés des hydrocarbures éthyléniques et de l'alcool, l'aldéhyde correspondant, des hydrocarbures saturés et de l'hydrogène.

Le mécanisme principal de la réaction peut être exprimé par le schéma suivant :

$$\begin{array}{l} (R - CH = CH^2)x \\ \uparrow \\ R - CH = CH^2 + H^2O \\ \uparrow \\ R - CH^2 - CH^2 - OH + MgX^2 \\ \uparrow \\ R - CH^2 - CH^2 - O - MgX \\ R - CH^2 - C\begin{matrix} H \\ H \end{matrix} \quad O - MgX \\ \downarrow \\ R - CH = CH^2 + MgO \\ \downarrow \\ (R - CH = CH^2)x \end{array}$$

(1) Séance du 29 avril 1929.

A partir de deux molécules de magnésien, il se forme MgX^2 et MgO, puis un atome d'hydrogène d'une des molécules migre sur l'oxygène de l'autre et donne l'alcool, tandis que le radical alcoylidène se transpose en hydrocarbure non saturé. Une partie de l'alcool, de son côté, se déshydrate sur la masse solide, MgX^2, MgO, et donne l'hydrocarbure non saturé et de l'eau. Une petite quantité de l'hydrocarbure éthylénique se polymérise en hydrocarbures non saturés liquides. En réalité, l'identité de ces polymères n'a pas été établie, j'ai constaté seulement qu'ils fixent du brome.

La décomposition se fait entre 330-350°, pour les alcoolates magnésiens primaires, entre 190-220°, pour les alcoolates secondaires et hydroaromatiques et entre 140-160° pour les alcoolates tertiaires. Les alcoolates arylaliphatiques subissent cette décomposition, de 380 à 400°, et les phénolates vers 500°.

Cette réaction a été appliquée sur les alcoolates des dérivés halogénés suivants : C^2H^5-Br, *n*-C^3H^7-Br, *n*-C^4H^9Cl, *iso*-C^5H^{11}-Br, *iso*-C^3H^7-Br, *ter*-C^4H^9Br, C^6H^{11}-Br, C^6H^5-CH^2-Cl et C^6H^5-Br.

L'oxydation des magnésiens est faite en vase fermé [1]. Les alcoolates de *ter*-C^4H^9-Br et de C^6H^5-Br, à cause du faible rendement du magnésien, ont été préparés par double décomposition de l'alcool, ou du phénol correspondant, et de C^2H^5-MgBr. Après avoir chassé l'éther au bain-marie, et finalement, au bain d'huile, l'alcoolate solide est mis dans un long tube en pyrex et la décomposition est faite dans un four électrique.

Pour démontrer l'exactitude du mécanisme de cette décomposition, à la température indiquée ci-dessus, j'ai fait passer sur la masse solide, résultant d'une opération (MgX^2, MgO), les éthers-oxydes correspondant aux alcoolates ($C^2H^5.O.C^2H^5$ et *n*-$C^4H^9.O.C^4H^9$). Il y a eu une très faible décomposition en hydrocarbure et alcool, tandis que dans les mêmes conditions les alcools correspondants se déshydratent très facilement sur la même masse D'autres essais ont montré que *c'est l'halogénure de magnésium qui est le catalyseur de déshydratation.*

---

(1) D. Ivanoff, *Bull. Soc. chim.*, 39, 1926, p. 47.

GÉOLOGIE. — *Existence d'une formation marine éocène dans la dépression de Toulven (Finistère).* Note de M. Y. **Milon**, présentée par M. L. Cayeux.

Au sud de Quimper, s'étend sur 2000 hectares la dépression de Toulven. De forme triangulaire, elle se termine à l'Est près du bourg de Pleuven, et s'ouvre largement à l'Ouest dans la vallée maritime de l'Odet. Des argiles blanches, légèrement calcaires, tapissent le fond de cette cuvette, et passent latéralement à des sables.

Les bords du bassin de Toulven sont couverts, jusqu'à l'altitude de 30^m, par les débris d'une importante formation gréseuse démantelée rappelant les *grès à Sabalites* du Maine et de l'Anjou. Dans ces grès, H. du Laurens a découvert, en 1912 (1), des fragments de bois fossiles; et ses récoltes successives, mises en œuvre par M. Kowalewski et Mrs Reid, confirment l'âge éocène de la flore de Toulven. Ces grès à plantes étaient considérés jusqu'à présent comme des formations continentales ou lacustres. En réalité, l'histoire de la région est beaucoup plus complexe.

J'ai pu reconnaître, au microscope, dans les *formations à plantes* de Toulven, les types lithologiques suivants :

1° Des grès, à éléments anguleux, de dimensions très variables, cimentés par de la silice fibreuse (calcédonite). Ils renferment des fragments de végétaux, et sont exactement comparables aux grès à Sabalites.

2° Des calcaires durs, à cassure conchoïdale, formés par une fine boue de calcite, englobant quelques débris de plantes.

3° Des silex, de couleur claire, à patine blanche. Leur roche mère doit être le calcaire précité. L'un de ces silex, qui porte, incrusté dans sa patine, une empreinte de graine, se révèle, au microscope, comme extrêmement riche en microfossiles : Radiolaires, spicules de Spongiaires, Bryozoaires, Foraminifères (*Rotalia*, *Textularia*).

La découverte de ces organismes marins dans les *formations à plantes* de Toulven appelle les observations suivantes :

I. En ce qui concerne les méthodes de recherche, elle montre, une fois de plus, l'intérêt que présente l'étude des accidents siliceux, préconisée par M. Cayeux.

(1) H. du Laurens, *Sur un gisement de grès tertiaire fossilifère trouvé dans le Finistère* (*Bull. Soc. scientifique et médicale de l'Ouest*, **21**, 1912, p. 73-74).

II. La dépression de Toulven a été envahie par la mer à l'Éocène. Cette invasion marine a dû influer, par suite, d'une façon décisive, sur le tracé du réseau hydrographique.

III. Dans le sud du Massif armoricain, d'autres dépressions ont eu une évolution analogue : Bouin, Arthon, Grande Brière, estuaire du Blavet [1]. L'océan Atlantique a donc, dès l'Éocène, entamé en de nombreux points le rivage actuel. M. de Martonne [2] a indiqué que les échancrures, très découpées, du littoral sud-armoricain, sont très différentes des Rias de la côte nord. Ces différences doivent remonter à un passé lointain. Il est probable que toutes ces rivières digitées et petites mers intérieures (y compris le Morbihan) existaient déjà à l'Éocène, et ont été envahies par la mer dès le début de l'époque Tertiaire.

GÉOLOGIE. — *Sur un faciès particulier du Pliocène supérieur de la vallée de l'Aujon (Haute-Marne).* Note de M. **Bruet**, présentée par M. L. Cayeux.

Grâce à un puits et à une galerie d'âge Gallo-Romain (âge déterminé par une poterie), nous avons pu étudier un faciès particulier du Pliocène supérieur de l'Aujon, dans la coupe de bois n° 20, de la série dite de la vendue, de la forêt d'Arc. Un boisage effectué par nos soins permet, en effet, actuellement de relever la coupe suivante dans une fracture verticale de direction N 18° W de 1^{m} environ de largeur ouverte dans les calcaires du Bathonien supérieur à *Rhynchonella spathica* Lmk et à *Rhynchonella varians* Schlot.

De haut en bas (voir le schéma ci-contre) :

1° Un remplissage de gros éléments plus ou moins arrondis semblables comme nature de la roche au calcaire des épontes avec une masse d'ocre rouge de décalcification de 4^{m} environ d'épaisseur (hauteur dans la fracture).

2° Également sur la largeur de la fracture, une couche d'os fossiles broyés en petits éléments noyés dans l'argile, ayant de 0^{m},10 à 0^{m},20 d'épaisseur.

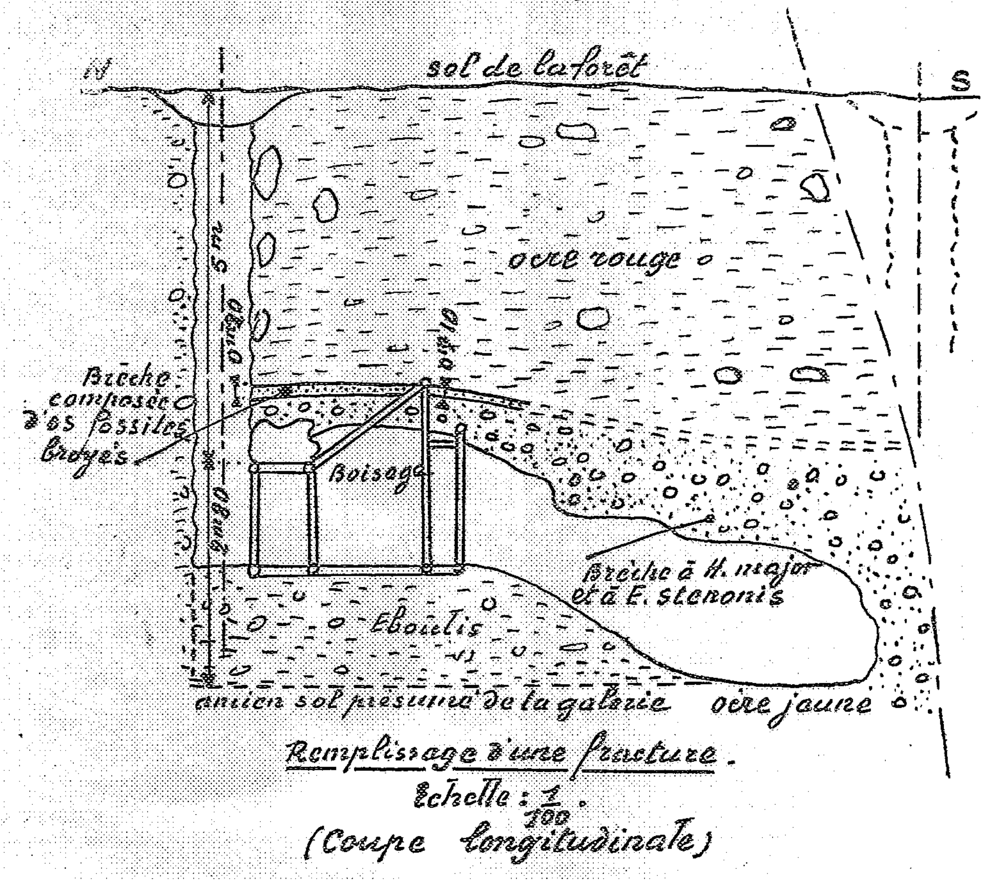
3° Une brèche composée d'éléments peu roulés voisinant avec des roches de toutes formes et dimensions, fortement cimentés, avec oolithes ferrugineuses et limonite, appartenant soit au Callovien à *Kepplerites calloviensis*

---

[1] L. Dangeard, *Sur un affleurement de sables à Nummulites près de Lorient* (*C. R. somm. Soc. Géol. Fr.*, 8 juin 1925, p. 151).

[2] E. de Martonne, *Le développement des côtes bretonnes et leur étude morphologique* (*Bull. Soc. scientifique et médicale de l'Ouest*, 12, 1, 1903, p. 11).

Sow., soit au Bathonien semblable aux épontes. Cette brèche très compacte a donné dans la partie abattue par nous des os divers et en particulier des dents qui sont caractéristiques de l'*Hippopotamus major* Cuvier et de l'*Equus Stenonis* Cocchi. Ces dents ont subi un transport très limité.



Remplissage d'une fracture.
Échelle : $\frac{1}{100}$.
(Coupe longitudinale)

Aucun galet siliceux autre que des silex du Bathonien n'a été relevé jusqu'ici dans ce remplissage (¹) du même âge que d'autres formations décrites par nous, au même niveau, sur un plateau voisin, renfermant notamment comme fossiles des dents caractéristiques du *Cervus* (*capreolus*) *cusanus* Croizet et Jobert, dont M. Depéret fait une espèce caractéristique du Villafranchien.

(¹) Nous avions un moment pris ces silex bien ronds du Bathonien pour des galets quartzeux semblables à ceux du gisement pliocène de la coupe de bois n° 14 ; un examen plus approfondi nous a révélé notre erreur.

Ce remplissage pourrait être comparé à des formations *sidérolithiques* classées par des auteurs dans les « dépôts remaniés et transportés ». Mais, en émettant les plus expresses réserves en ce qui concerne ce terme de *sidérolithique*, nous estimons qu'il conviendra dans une étude d'ensemble du Pliocène de cette région, de tenir compte de tous les faciès dont certains ont été mis déjà par nous en évidence.

CRYPTOGAMIE. — *Hyphomycète cultivable à grains blancs réniformes et durs* (Indiella americana). Note (¹) de MM. G. Delamare et C. Gatti, présentée par M. H. Vincent.

L'étude des grains d'un hyphomycétome du pied nous a permis de déceler un hyphomycète stérile, voisin d'*Indiella mansoni*, mais cultivable et susceptible d'être désigné sous le nom d'*Indiella americana*.

Les dimensions des grains sont de $0^{mm},25$ à $0^{mm},50$ de diamètre, exceptionnellement 1^{mm}, lorsque plusieurs éléments s'agglomèrent (*fig.* 1).

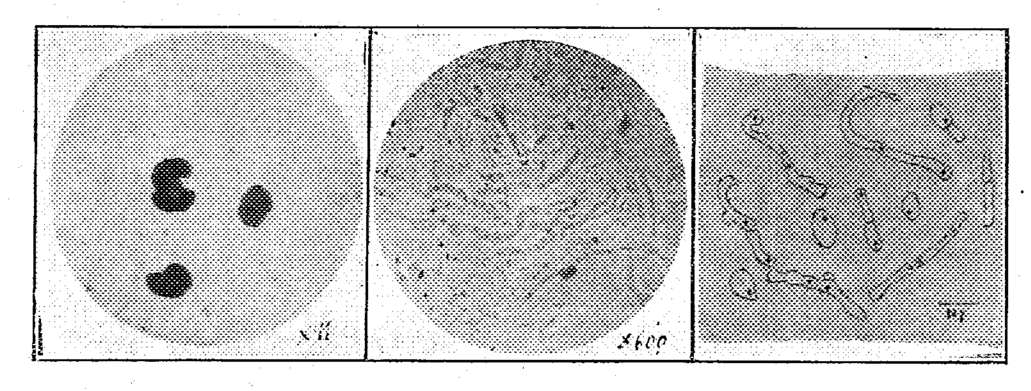


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Opaques, de teinte blanc-laiteuse, généralement réniformes, rarement ovoïdes, plus rarement multilobés, ils sont durs et fragiles, se fragmentent sans s'aplatir lorsqu'on les comprime.

La potasse à 40 pour 100 portée à l'ébullition, l'eau de Javel les ramollissent sans les dissoudre. Après traitement par l'éther et la potasse, on reconnaît l'existence : *a*. d'un *mycélium cloisonné et ramifié; b*. de *cellules claires*, ovoïdes ou piriformes; *c*. d'une *substance fondamentale apigmentaire*. Le

(¹) Séance du 29 avril 1929.

mycélium est constitué par des cellules rectangulaires, de 6 à 23$^{\mu}$ sur 0$^{\mu}$,5 à 4$^{\mu}$, à double contour et pourvues d'un protoplasme finement granuleux ainsi que de 1 ou 2 noyaux. Il se ramifie par bourgeonnement latéral. Les cellules claires, isolées au milieu du mycélium ou articulées avec lui sous forme de chlamydospores terminales, mesurent de 3 à 8$^{\mu}$ sur 7 à 11$^{\mu}$; ovoïdes ou piriformes, à double contour, elles possèdent un protoplasme hyalin et un noyau généralement excentrique.

Sur les coupes de grains fixés au liquide de Bouin, la surface de section, homogène ou très légèrement radiée est franchement réticulée. Les éléments Gram + ou acidorésistants font défaut. Avec le liquide de Giemsa, le centre est rose, la périphérie rouge violacée. Avec l'hématoxyline ferrique, la couronne cellulaire périphérique est composée de 2 ou 3 rangs de cellules piriformes ou ovoïdes, celles-ci plus profondes, celles-là plus superficielles.

Le réticulum montre de nombreux espaces clairs qui, par places, sont rectangulaires, disposés en série linéaire comme des articles mycéliens et, comme ces derniers, parfois bifurqués. Ailleurs, ils sont circulaires, de dimensions réduites, rappelant assez bien la coupe transversale d'un faisceau d'hyphes.

L'ensemencement de grains donne des cultures au bout de 3 à 5 jours. Dans l'*infusion de foin*, au 4e jour, les colonies sont petites, blanchâtres, rondes, peu nombreuses. Au 8e, leur diamètre mesure 1^{cm}. Elles présentent un point central jaunâtre, duquel irradient de délicats filaments blancs. Les 2e et 3e semaines, le milieu reste clair, sans dépôt, mais sa surface se recouvre d'une croûte blanchâtre, filamenteuse, aisément mobilisable. En *bouillon ordinaire*, évolution à peu près identique; colonies un peu plus grandes. En *gélose glucosée*, le grain ensemencé se couvre d'un duvet blanc. Le 8e jour, colonie circulaire, légèrement bombée et duvetée. Un mois plus tard, colonie étalée en nappe avec duvet sur les bords; centre humide, de couleur sucre brûlé; déprimé en cratère duquel partent des rides jusqu'à la périphérie de la culture. Celle-ci se dissocie mal avec l'anse de platine. Pas de grains. Odeur nulle. Développement analogue en *gélose lactosée* et *saccharosée* avec tournesol; le tournesol ne vire pas. Sur *gélose ordinaire*, développement plus lent : disparition du duvet; surface luisante, humide, jaunâtre. Dans le *lait*, développement lent; coagulation au bout d'environ 15 jours avec coloration brunâtre du sérum. En *gélatine*, culture en surface; liquéfaction tardive. En *sérum coagulé*, culture abondante, non duvetée; en vieillissant, la colonie disloque le milieu sans le liquéfier et forme un cratère central un peu duveté. Sur *carotte* et sur *pomme de terre glycérinée*, développement très lent; à la longue, les colonies ainsi que le milieu brunissent. Sur *patate*, développement facile; centre de la culture, un peu proéminent; duvet très net, d'un blanc crème. Au voisinage, la patate noircit légèrement. Sur *manioc*, culture maigre et de développement irrégulier, sans duvet. Le manioc noircit. Sur *lame sèche*, colonies blanchâtres rappelant celles de l'infusion de foin, mais sans duvet,

Le duvet montre de longs filaments cloisonnés qui se ramifient par bourgeonnement latéral. Les arthrospores rappellent celles des grains. L'examen direct du cratère des colonies en milieux solides et de la croûte des milieux liquides montre, parmi les filaments, de grandes cellules rondes ou polygonales, assez analogues aux cellules des grains traités par la potasse.

L'*inoculation*, dans la patte du pigeon, d'une culture en gélose glucosée de 8 jours (trois essais, suivant la technique de Pinoy) a été négative.

L'injection intradermique de III gouttes d'une culture en bouillon de 1 mois, chauffée à 120°, provoque, chez le porteur du mycétome, une réaction érythémateuse locale, au bout de 6 heures, et disparaissant après 48 heures. Chez huit témoins dont l'un était atteint d'un mycétome de provenance différente, la cutiréaction avec l'antigène susmentionné s'est montrée négative.

Par la morphologie de ses filaments, l'hyphomycète stérile rencontré dans notre mycétome rappelle les *Madurella* et les *Indiella*. La forme et la dureté de ses grains le distinguent d'*I. Reynieri* Brumpt, 1906 et d'*I. Brumpti* Da Silva, 1922; elles parlent, au contraire, en faveur d'une parenté avec *I. Mansoni* Brumpt, 1906 dont le différencient cependant la forme de ses chlamydospores terminales et sa facile cultivabilité. L'absence de pigment à la périphérie des grains est, par ailleurs, suffisante pour séparer *Indiella americana* de l'hyphomycète soudanais indéterminé de Guiart.

PHYSIOLOGIE. — *Le Tirage pulmonaire*. Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. d'Arsonval.

I. On a déjà pris en considération un certain *coefficient thoracique*, rapport de deux longueurs : buste à taille totale. Il marque l'importance relative du thorax, siège du cœur et des poumons.

Nous avions, en 1919, attribué plus de valeur à *l'indice respiratoire*, quotient de la « capacité vitale » par le poids du corps, ou le plus grand volume d'air que puissent déplacer les poumons entre une inspiration et une expiration très profondes, ce volume étant rapporté au kilogramme de poids humain [1].

Mais la « capacité vitale » est bien souvent trompeuse, difficile à fixer parce que très subjective; et l'on a pu s'assurer que nombre de gens pos-

[1] Voir les détails dans *Le moteur humain* et dans *Hygiène sociale* (chez Dunod).

sèdent un indice respiratoire élevé sans jouir de combustions actives, d'une puissance considérable au travail, ni dans les sports. C'est qu'il s'agit à vrai dire du *tirage limite* de la cheminée pulmonaire, et la question était mal posée. Il fallait un autre point de vue et d'autres données anthropométriques. C'est l'objet de cette Note.

II. Nous appelons *Tirage pulmonaire* (T P) un chiffre exprimant le pouvoir d'appel respiratoire du thorax. Celui-ci est mis en inspiration forcée, et l'on en mesure *le périmètre* sur la ligne des tétons; soit π ce périmètre. Multipliant π par la hauteur h du buste, on obtient la valeur du tirage, comme dans le cas d'une cheminée. Ce tirage $\pi.h$, on le rapportera au kilogramme du poids du corps p; d'où la formule générale

$$\mathrm{TP} = \frac{\pi h}{p};$$

π et h sont exprimés en centimètres.

Ainsi un homme de 70^{kg} a fourni : $\pi = 95^{\mathrm{cm}}$, et $h = 91^{\mathrm{cm}}$. Par suite

$$\mathrm{TP} = \frac{95 \times 91}{70} = 123,50.$$

Une femme de 57^{kg} a donné : $\pi = 73^{\mathrm{cm}}$, et $h = 83^{\mathrm{cm}}$. Donc

$$\mathrm{TP} = \frac{73 \times 83}{57} = 106,30.$$

Ailleurs, nous publierons la statistique des mensurations effectuées, dont voici les *moyennes chez les adultes :*

Homme................................	TP = 124
Femme................................	TP = 108

III. Le *tirage pulmonaire* résume la plupart des facteurs physiologiques de la puissance. Il est en effet démontré que celle-ci augmente avec l'intensité des combustions; et tous les zoologistes reconnaissent que cette intensité dépend du grand développement du thorax et de sa musculature.

Nous observons, d'autre part, que pour une même hauteur de buste, l'*activité respiratoire croît avec le périmètre thoracique;* et pour un même périmètre, *elle croît avec la hauteur du buste*. Elle est donc proportionnelle à leur produit $\pi\ h$.

En la rapportant au kilogramme de poids corporel, on en fait l'image de

l'intensité des combustions à leur niveau normal, comme dans leurs variations pathologiques ([1]).

Sur adultes de *races différentes* on trouve ceci :

Le TP est plus grand chez Anglais, Français, Espagnols, Siciliens, Marocains que chez Allemands, Américains, Portugais.

Le TP = 127 manifeste le maximum de puissance.

Des valeurs plus grandes que 127 accusent une lente évolution de la jeunesse, et chez les adultes : de la maigreur, cachexie, tuberculose. Un sujet tuberculeux de 48 kilogrammes, avec $\pi = 82^{cm}$ et $h = 90^{cm}$, donne : $TP = \frac{82 \times 90}{48} = 154$ environ.

Des valeurs inférieures à 100 trahissent au contraire *l'obésité*. Nous espérons que tant les médecins sportifs que ceux des conseils de révision voudront multiplier les statistiques concernant le tirage pulmonaire. Ceux des dispensaires antituberculeux y ont un intérêt encore plus grand. Toute l'organisation de l'éducation physique pourrait bien dépendre de cette enquête anthropométrique, surtout si l'on songe que *l'exercice modifie le corps*, physiologiquement et aussi anatomiquement.

PHYSIOLOGIE. — *Influence de la ration saline sur la grandeur de la rétention azotée au cours de la croissance.* Note ([2]) de M. **Émile-F. Terroine** et Mlle **Thérèse Reichert**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans un travail antérieur ([3]) l'un de nous a montré, en collaboration avec Mme Mahler-Mendler, le rôle considérable que joue la présence d'une ration minérale complète dans la rétention azotée au cours de la croissance. Chez le jeune porcelet, si l'on fait succéder à une alimentation surabondante à la fois comme valeur énergétique et apport protéique et riche en vitamines, mais aussi pauvre que possible en éléments minéraux, une alimentation identique par ailleurs mais contenant en outre une quantité suffisante

---

([1]) La loi de cette progression est très utile à préciser au cours de la *croissance* dont une anomalie fréquente, et redoutable, se révèle par un thorax réduit dans une grande taille.

([2]) Séance du 29 avril 1929.

([3]) E.-F. Terroine et Mme Mahler-Mendler, *Arch. int. Physiol.*, 28, 1927, p. 101-224.

d'un mélange salin complexe on voit toujours la fixation d'azote augmenter notablement, dans les cas les plus favorables passer du simple au double.

Mais il s'agissait alors d'un complexe minéral apportant simultanément Cl, S, P, Na, K, Ca, Mg et Fe. Il était donc indispensable de rechercher si l'action favorable exercée sur le métabolisme protéique nécessitait la présence de tous les sels administrés ou si au contraire elle était le fait de quelques-uns d'entre eux, alors seuls utiles dans l'alimentation. Une telle étude était en outre commandée par une autre catégorie de préoccupations : la rétention observée représentait-elle bien une meilleure utilisation de l'azote ingéré; traduisait-elle réellement une intensité plus grande de la néoformation des tissus? Ou bien, au contraire, était-elle temporaire, apparente, sans rapport avec les processus synthétiques de la croissance? N'était-elle que la conséquence d'un emmagasinement simultané, par les tissus, d'eau et de substances azotées excrémentitielles, provoqué, comme le croit Nonnenbruch, par l'administration d'un sel quelconque?

Nous avons donc repris l'étude systématique de l'action sur le métabolisme protéique de la croissance, des principaux éléments contenus dans le mélange préalablement étudié — NaCl, KCl, PO^4HK^2 et citrate de chaux — et cela en utilisant les quantités présentes dans le mélange actif.

La technique, dont nous ne rappellerons ici que les traits essentiels, est identique à celle employée dans toutes les études antérieures de l'un de nous sur le métabolisme protéique du jeûne. Elle consiste dans la détermination du bilan azoté, chez des porcelets d'une douzaine de kilogrammes, pendant trois périodes d'au moins une semaine. Pendant chaque période, l'animal reçoit 150^{cal} par kilogramme sous forme d'amidon, 12^g N sous forme de caséine, de l'extrait de malt, du jus de citron et de l'huile de foie de morue. Dans les première et troisième périodes (pré- et post-périodes) la ration est déminéralisée autant qu'il est possible, de telle sorte qu'elle apporte au maximum 2^g de cendres par jour. Dans la deuxième période (période fondamentale) on ajoute simplement le corps étudié.

Nous donnerons, dans un prochain Mémoire, l'ensemble des résultats expérimentaux. On trouvera ci-dessous, pour chaque cas, les valeurs moyennes de rétention azotée calculées en pour 100 des quantitées absorbées.

	Période sans sel.	Période avec sel.	Période sans sel.
I. — *Adjonction de* 10^g *par jour du mélange salin total, soit* 4,25 % *de cendres* (résultats des travaux de Terroine et de Mme Mahler-Mendler).			
Porc n° 1	41	57	48
Porc n° 2	31	61	42
II. — *Adjonction de* $1^g,16$ NaCl *par jour.*			
Porc n° 1	45	41	36
Porc n° 2	51	44	34
III. — *Adjonction de* $1^g,01$ KCl *par jour.*			
Porc n° 1	57	40	44
Porc n° 2	53	32	39
IV. — *Adjonction de* $2^g,32$ PO^4HK^2 *par jour.*			
Porc n° 1	61	59	49
Porc n° 2	53	46	44
V. — *Adjonction de* $3^g,4$ *de citrate de calcium par jour.*			
Porc n° 1	53	40	36
Porc n° 2	55	45	35

Sachant que, au cours de la croissance, la rétention azotée diminue régulièrement si aucune cause nouvelle ne tend à la modifier, la conclusion de fait se dégage avec la plus grande netteté des valeurs ci-dessus : alors que le mélange salin complexe provoque une augmentation considérable de la rétention azotée, fait pleinement confirmé par Garot, chacun des éléments qui le constituent n'exerce individuellement aucune action favorable.

Qu'en déduire en ce qui regarde les questions posées? Tout d'abord que la rétention traduit réellement une meilleure utilisation des substances protéiques alimentaires pour la formation des tissus et non une rétention temporaire d'un produit azoté excrémentitiel. Cette conclusion est d'ailleurs renforcée du fait que, dans l'alimentation minérale complexe, la rétention azotée est plus élevée dans la postpériode que dans la prépériode. L'inverse devrait s'observer s'il y avait rejet de la quantité abondante d'azote emmagasinée au cours de la période fondamentale.

D'autre part, nos résultats permettent d'affirmer que la présence d'un élément minéral seul ne peut suffire pour entraîner une néoformation plus

abondante, au cours de la croissance, des matières albuminoïdes qui entrent dans la composition des tissus. Il faut, pour cela, un complexe des éléments minéraux également nécessaires à la constitution des tissus. Une fois de plus est donc apportée la preuve de la liaison des divers métabolismes entre eux et de la nécessité d'un équilibre entre les divers constituants de la ration.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le* divinylglycol *considéré comme agent de la saveur amère, dans la maladie de l'amertume des vins.* Note de M. E. **Voisenet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Dans une précédente Note ([1]), j'ai indiqué comment j'avais pu extraire d'un vin de Bourgogne, authentiquement malade de l'amertume, un composé ternaire défini, à saveur *très amère*.

Son analyse élémentaire a donné les résultats suivants : substance employée, $0^g,3218$; anhydride carbonique, $0^g,7382$; eau, $0^g,2641$. Soit, en composition centésimale : *Carbone*, 62,55; *Hydrogène*, 9,11; *Oxygène*, par différence, 28,34.

Ce liquide bout à la température de 198°, sous la pression ordinaire, sans subir d'altération appréciable. La détermination de sa densité de vapeur par la méthode de V. Meyer, a donné le résultat suivant : substance employée, $0^g,1202$; volume de l'air déplacé, $26^{cm^3},5$; pression barométrique, 764^{mm}; température de l'eau pendant la lecture, 13°; *densité de vapeur*, 3,72.

Ce résultat et les précédents conduisent à la formule $C^6H^{10}O^2$. La densité de ce liquide à 15° est 1,0148; il est soluble dans l'eau, dans l'alcool et dans l'éther, en toutes proportions : ses solutions présentent une telle amertume qu'elle est encore manifeste à la dilution de $\frac{1}{20000}$ dans l'eau.

Ce composé s'oxyde lentement à l'air, à la température ordinaire, en répandant l'odeur atténuée de l'acroléine; il doit être conservé en tube scellé : son oxydation ménagée, sous l'action du permanganate de potassium, en solution acidulée par l'acide sulfurique, se produit dès la température ordinaire; elle est très vive, et fournit un dégagement abondant d'acroléine.

L'extrême solubilité de ce corps dans l'eau pure, le fait que sa solution alcoolique ne se trouble pas par addition d'eau, ne permettent pas de le classer dans la catégorie des résines.

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 941.

La recherche, en vue de son identification, parmi les dérivés de l'*acroléine* actuellement connus, m'a conduit au *glycol divinylique*, obtenu par Griner ([1]), dans l'*hydrogénation* de l'*acroléine* par le couple zinc-cuivre, suivant la réaction

$$\frac{CH^2 = CH - CHO}{CH^2 = CH - CHO} + H^2 = CH^2 = CH - CHOH - CHOH - CH = CH^2,$$

Acroléine. Glycol divinylique.

par un mode de formation analogue à celui de la *pinacone* par hydrogénation de la *propanone*.

Sa grandeur moléculaire; ses caractères et constantes physiques; son dédoublement en *acroléine* dans l'oxydation permanganique, absolument comme dans cette oxydation, les *pinacones* régénèrent les *acétones*, par une sorte de processus inverse de la réaction génératrice d'hydruration; son caractère organoleptique de saveur très amère; enfin, son origine même, dans un milieu de formation de l'acroléine et apte aux réactions réductrices, autorisent à identifier ce composé avec ce *glycol bi-secondaire*, identification qui aurait pu être plus complète par la reconnaissance de la fonction glycol, si j'avais pu disposer d'une quantité suffisante de substance.

La formation du *divinylglycol* dans les vins amers serait due à l'action hydrogénante exercée secondairement sur l'*acroléine* par les *réductases* présentes dans les vins, parfois en abondance, et secrétées par les levures pendant la fermentation du moût de raisin. Le pouvoir réducteur des levures est anciennement connu : en particulier, d'après Harden, ce pouvoir se manifeste dans le suc de levûre et dans la zymine qui contiennent une réductase; il subsiste en partie dans le liquide de fermentation où sa présence peut être mise en évidence par diverses actions réductrices, notamment la décoloration du bleu de méthylène et la réduction des aldéhydes. On peut même, après son isolement du milieu où la réductase a pris naissance, par précipitation par l'alcool, la faire agir sur un aldéhyde, en dehors de ce milieu.

Une telle *hydrogénase* pourrait d'ailleurs être secrétée par le ferment de l'*amer* lui-même : Mazé et Pacottet ont mis en évidence que ce ferment se comportait en milieux sucrés, comme un ferment *mannitique*.

L'oxydation facile de ce composé, isolé d'un vin amer, sous la simple influence de l'oxygène de l'air, à la température ordinaire, expliquerait

---

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 26, 1892, p. 367.

l'atténuation, parfois même la disparition, à la longue, du goût amer, fréquemment observée au cours de la maladie.

En raison de la saveur très amère du *divinylglycol*, on comprend que la formation de quelques centigrammes de ce corps, par litre de vin, puisse communiquer à ce liquide une amertume prononcée. Au moins pour le vin originel, l'existence de ce corps, dérivé direct de l'*acroléine*, aldéhyde dont la présence n'a été constatée que dans les vins amers, autorise à le considérer comme l'agent vraisemblablement principal de la saveur amère, relativement à d'autres, en particulier, la résine d'aldéhyde, à origine d'acroléine ou d'acétaldéhyde, cette dernière jusqu'ici généralement envisagée comme cause du goût amer.

La formation de ce glycol semble même appuyer l'objection faite relativement à cette dernière cause, sachant qu'on peut rencontrer dans des vins malades, ou même dans des vins sains très vieux, des doses d'aldéhyde acétique bien supérieures à celles contenues dans des vins atteints de l'amertume, sans qu'ils aient présenté, à aucun moment de leur existence, le goût amer.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Durée de conservation du virus de la dengue chez les Stégomyas. L'influence de la saison froide sur le pouvoir infectant.* Note de MM. **Georges Blanc** et **J. Caminopetros**, présentée par M. Roux.

Dans une précédente Note (¹), nous avons montré que la dengue était transmise en Grèce par le moustique *Stegomya fasciata* (*Ædes argenteus*), et que les diverses espèces de *Culex*, utilisées dans nos expériences, en particulier l'espèce la plus connue *Culex pipiens*, s'en montraient incapables. Nous avons montré aussi, dans un autre travail (²), que les faits épidémiologiques excluaient le rôle des Phlébotomes.

Des premières expériences que nous avions pu faire, nous établissions que les Stégomyas infectés sur un malade, transmettent la dengue, par piqûre, 9 jours après le repas infectant et restent infectants au moins 28 jours après ce repas; nous montrions aussi que les Stégomyas pris dans une maison où il y a eu de la dengue peuvent être infectés. Les expériences que nous avons poursuivies depuis ont porté sur la durée de l'infection chez les Stégomyas et sur l'influence que la température joue sur la conservation et sur le temps d'incubation du pouvoir infectant. Pour étudier ces divers

(¹) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1081.
(²) *Revue d'hygiène*, 50, 1929, p. 161-171.

points, il était nécessaire d'obtenir une longue survie de nos moustiques infectés. Nous y sommes heureusement arrivés puisque depuis sept mois nous conservons encore des Stégomyas vivants.

A. *Durée de l'infection chez les Stégomyas et influence de la température sur leur pouvoir infectant.* — A partir du moment où les Stégomyas, nourris sur un malade, sont devenus infectants, nous avons obtenu avec une régularité parfaite l'infection des sujets que nous faisions piquer par ces moustiques. Ce pouvoir infectant de nos moustiques a cessé brusquement dans la première quinzaine du mois de janvier. Tous les essais d'infection tentés, de cette époque jusqu'à la fin du mois de mars, sont restés infructueux.

Les sujets piqués n'ont pas été infectés et sont restés sensibles à une infection expérimentale par inoculation de sang virulent. A la fin de mars, exactement le 29, les Stégomyas sont redevenus infectants. Quatre essais, faits avec quatre élevages différents vieux, à ce moment, de 48, 103, 158 et 174 jours, ont donné quatre fois un résultat positif. Le tracé thermométrique de la température, relevé dans la chambre d'élevage des Stégomyas, donne l'explication du problème. Tant que la température s'est maintenue au-dessus de 18° (d'octobre 1928 à janvier 1929 elle a oscillé de 27° à 18° avec une moyenne de 22°) les moustiques Stégomyas ont été infectants. De janvier à la fin de mars la température est tombée, en moyenne, à 16°,4 avec un maximum de 20° et un minimum de 15°. En avril la moyenne est remontée à 22°,5 en même temps que réapparaissait le pouvoir infectant. Un exemple tiré de nos expériences précisera les détails : la cage B contient des Stégomyas qui sont nourris, le 9 octobre 1928, sur un malade atteint de dengue. A plusieurs reprises ces Stégomyas piquent des sujets neufs avec les résultats que donne le tableau suivant :

			Résultat.
		Température moyenne : 22°.	
1.	15 octobre,	soit après 6 jours	—
2.	18 »	» 9 »	+
3.	23 »	» 14 »	—
4.	27 »	» 18 »	+
5.	6 novembre,	» 28 »	+
6.	12 »	» 34 »	+
7.	22 »	» 44 »	+
8.	7 décembre,	» 53 »	+
9.	12 »	» 64 »	+
10.	20 »	» 72 »	—
11.	2 janvier,	» 85 »	+
		Température moyenne : 16°,4.	
12.	19 janvier,	soit après 102 jours	—
13.	22 »	» 105 »	—
14.	29 »	» 112 »	—
15.	12 février,	» 126 »	—
16.	16 »	» 138 »	—
17.	16 mars,	» 158 »	—
		Température moyenne : 22°,5.	
18.	1 avril,	soit après 174 jours	+

Les résultats que nous avons obtenus avec des Stégomyas infectés expérimentalement l'ont été aussi avec des Stégomyas infectés naturellement et capturés dans les maisons d'Athènes. Des Stégomyas, capturés le 27 octobre 1928 dans un quartier très infecté d'Athènes, transmettent la dengue à un volontaire, le 6 novembre 1929; ils ne sont plus infectieux pendant la période froide. Le 29 mars, soit après 153 jours de captivité, ils piquent un nouveau sujet qui fait une dengue typique.

B. *Influence de la température sur l'incubation du pouvoir infectant.* — Le 22 décembre des Stégomyas, nés au laboratoire, sont mis à piquer sur un malade atteint de dengue expérimentale. La température extérieure est à 15°C. et les moustiques supportent bien le voyage jusqu'à l'hôpital d'isolement qui est à 10km. Ils piquent et se gorgent bien. Le 1er mars, soit 69 jours plus tard, ils sont portés sur un sujet neuf qu'ils n'infectent pas; il en est de même le 11 mars, après 79 jours. Cependant le virus qu'ils ont absorbé n'est pas détruit puisqu'un troisième essai, cette fois le 5 avril, après 104 jours, donne un résultat positif.

Conclusions. — 1. Des Stégomyas infectés, soit dans les conditions naturelles, soit expérimentalement, de virus de dengue, peuvent vivre au moins 200 jours lorsqu'ils sont placés dans de bonnes conditions. Tant que la température est au-dessus de 18°C. ces moustiques gardent leur pouvoir infectant. Ils le perdent lorsque la température moyenne tombe au-dessous de 18°. Le virus n'est cependant pas détruit puisque ces Stégomyas redeviennent infectieux lorsque la température moyenne remonte au-dessus de 18°. Ces Stégomyas peuvent transmettre la dengue au moins 174 jours après s'être infectés, c'est-à-dire qu'ils peuvent maintenir le virus d'une année à l'autre.

2. Des Stégomyas qui s'infectent sur un malade atteint de dengue ne deviennent infectants que lorsque la température moyenne est au-dessus de 18°. L'incubation de leur pouvoir infectant, à basse température (16°), peut être d'au moins 104 jours.

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h30m.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 15 avril 1929.)

Rapport de M. *Emm. de Margerie* :

Page 1021, ligne 10, *au lieu de* seconde, *lire* troisième.

Page 1022, ligne 6, *au lieu de* amygdoloïdes, *lire* amygdaloïdes; ligne 9, *au lieu de* élémentaires, *lire* sédimentaires; ligne 11, *au lieu de* troisième, *lire* quatrième.

Note de MM. *R. Fosse* et *A. Brunel*, Sur le ferment producteur d'acide allantoïque par hydratation de l'allantoïne. Sa présence dans le règne animal :

Page 1067, tableau, ligne 4 relative au carbonate de calcium, *au lieu de* —, *lire* +.

Page 1068, figures V et VI, les courbes doivent porter les mêmes indications E_1, E_2, E_3 que dans les figures I à IV.

Page 1069, ligne 16, *au lieu de* erabe, *lire* crabe.

(Séance du 22 avril 1929.)

Note de M. *L. Décombe*, Les pellicules sphériques électrisées et l'effet Stark :

Page 1095, ligne 20, *supprimer* dont l'une est égale à zéro.

(Séance du 29 avril 1929.)

Note de M. *Nahmias*, Évaluation du rayonnement α du dépôt actif de l'actinium par la mesure de son rayonnement β :

Page 1166, ligne 26, formule (2), *au lieu de* $R' = \frac{\lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)}$, *lire* $R' = \frac{K\lambda_1}{(\lambda_1 - \lambda_2)}$; ligne 31, *au lieu de* $\mathcal{J}_2 = 270 \mathcal{J}_\beta$, *lire* $\mathcal{J}_\alpha = 270 \mathcal{J}_\beta$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 MAI 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de la Pentecôte la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 22 mai au lieu du lundi 20.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Serge Bernstein**, professeur à l'Université de Kharkoff, à M. **Bohuslav Hostinský**, professeur à l'Université de Brno, et à M. **Vilhelm Bjerknes**, professeur à l'Université d'Oslo, qui assistent à la séance.

M. **Charles Richet**, en présentant à l'Académie son *Apologie de la Biologie*, s'exprime ainsi :

Dans ce petit livre, qui ne s'adresse pas seulement aux biologistes, j'ai tâché de montrer le rôle prépondérant que jouent les sciences biologiques dans tous les domaines de notre civilisation : agriculture, industrie, commerce, sociologie, hygiène et médecine surtout.

C'est le premier volume d'une série d'Apologies des diverses sciences qui paraîtront à la librairie G. Doin. J'ai consacré quelques pages de préface à cette série en écrivant l'Apologie de la Science en général pour établir qu'elle est, et surtout qu'elle doit être, la reine du monde.

M. **Jules Richard** fait hommage à l'Académie des fascicules LXXV et LXXVI des *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par* Albert I[er], *prince souverain de Monaco : Ascidies*, par Hervé Harant, et *Copépodes Parasites de Poissons et d'Annélide*, par Alexandre Brian.

COMMISSIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **E. Picard**, **Ch. Fabry**, pour la Division des Sciences mathématiques; MM. **E. Roux**, **G. Urbain**, pour la Division des Sciences physiques; MM. **P. Janet**, **M. d'Ocagne**, pour la Division des Académiciens libres, sont élus membres de la Commission qui, sous la présidence de M. le **Président**, dressera une liste de candidats à la place vacante dans la Division des Académiciens libres par le décès de M. le Maréchal *Foch*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Henri de Varigny. *Essais sur la Mort. Mort Véritable et Fausse Mort.* (Présenté par M. Ch. Richet.)

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la représentation approchée des fonctions.* Note [1] de M. **Guido Ascoli**.

On connaît les résultats très simples qu'on a obtenus par la théorie des systèmes orthogonaux au sujet de l'approximation *en moyenne* d'une fonction $\varphi(x)$ par des agrégats linéaires de fonctions données $u_1(x)$, $u_2(x)$, ..., $u_n(x)$, ..., toutes ces fonctions appartenant au domaine (S) des fonctions sommables, ainsi que leurs carrés, dans l'intervalle (a, b) où elles sont définies. Ils se résument dans l'énoncé suivant : afin qu'une telle approximation soit possible, il faut et il suffit que toute fonction de (S) orthogonale aux $u_i(x)$ le soit également à $\varphi(x)$.

(1) Séance du 6 mai 1929.

On peut donner à cette condition une autre forme : *toute fonction linéaire de la forme*

$$(1)\qquad A(f)=\int_a^b f(x)\theta(x)\,dx \qquad [\theta(x) \text{ en } (S)],$$

qui s'annule pour $f=u_i$, *quel que soit* i, *doit s'annuler pour* $f=\varphi$.

On ne connaissait, je crois, aucun résultat correspondant pour l'approximation *uniforme;* dans ce cas, la condition précédente, toujours nécessaire, n'est plus suffisante. Je me suis occupé de cette question dans deux Notes récentes des *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei;* j'y parle de fonctions continues; des extensions sont aisées. Le résultat de mes recherches me paraît remarquable : l'énoncé rappelé ci-dessus pour l'approximation en moyenne vaut également pour l'approximation uniforme, *à condition que l'on remplace la fonctionnelle particulière* $A(f)$ *par la fonctionnelle linéaire (bornée) la plus générale.* C'est remplacer l'intégrale de Lebesgue (1) par l'intégrale de Stieltjès

$$O(f)=\int_a^b f(x)\,d\Theta(x),$$

$\Theta(x)$ étant une fonction à variable bornée.

En particulier toute fonction continue peut être approchée à moins de ε, si petit que soit ε, par des agrégats linéaires des $u_i(x)$, s'il n'existe pas de fonctionnelle linéaire $O(f)$, non identiquement nulle, qui s'annule pour $f=u_i$, quel que soit i.

La démonstration repose sur l'étude d'une certaine fonctionnelle $\Omega(f)$ que j'appelle *approximation limite* de $f(x)$ par les $u_i(x)$ et qui se définit ainsi : $\Omega(f)$ est la limite inférieure des nombres positifs λ tels que l'approximation de $f(x)$ à moins de λ par des agrégats linéaires des $u_i(x)$ est possible. En partant de l'hypothèse que pour une certaine fonction $\varphi(x)$ on a $\Omega(\varphi)>0$, par une sorte de différentiation indéfiniment répétée on construit une fonctionnelle linéaire $O(f)$ telle que $|O(f)|\leqq\Omega(f)$, $O(\varphi)=\Omega(\varphi)$, d'où s'ensuit sans difficulté la proposition annoncée.

Réciproquement, si les $O(f)$ non nulles pour lesquelles tous les $O(u_i)$ sont nuls (*fonctionnelles caractéristiques*) sont connues, on peut trouver la valeur de $\Omega(f)$ pour toute fonction déterminée $\varphi(x)$ par un procédé simple. Définissons d'abord une fonctionnelle linéaire *normée*. Pour toute fonctionnelle linéaire bornée $A(f)$ il existe, par définition, un nombre positif k de manière que, quelle que soit $f(x)$, on a $|A(f)|\leqq k\max(f)$. Il y a

pour k une limite inférieure $\mu(A)$; si $\mu(A)=1$, $A(f)$ est dite *normée* (1). Toute fonctionnelle linéaire non nulle peut se normer par multiplication par un facteur convenable. On a alors :

L'approximation limite d'une fonction $\varphi(x)$ est le maximum (qui existe toujours) des modules des valeurs prises par les fonctionnelles caractéristiques normées, pour $f=\varphi$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les transformations de Fredholm invariant une fonctionnelle quadratique.* Note de M. J. **Delsarte**, présentée par M. Goursat.

Désignons par $S[f]$ une transformation linéaire continue dans l'espace des fonctions de carré sommable, que nous supposerons de plus symétrique. Toute fonctionnelle quadratique continue dans cet espace se met sous la forme

$$[f.S[f]],$$

en posant

$$[\alpha.\beta]=\int_0^1 \alpha(s)\beta(s)\,ds.$$

Nous désignerons encore par le symbole $|K|$ la transformation de Fredholm de première espèce

$$g(s)=\int_0^1 K(st)f(t)\,dt$$

et par le symbole $\|K\|$ la transformation de Fredholm de seconde espèce

$$g(s)=f(s)+\int_0^1 K(st)f(t)\,dt$$

et nous nous proposons de déterminer le groupe des transformations $\|K\|$ invariant la forme quadratique

$$[f.S[f]].$$

On a les résultats suivants :

(1) Si l'on représente les fonctionnelles linéaires par la formule (2) de M. F. Riesz et qu'on ait soin d'éviter pour $\Theta(x)$, aux points de discontinuité, des sauts de signes contraires (ce qui est toujours possible), on trouve par un raisonnement facile que $\mu(A)$ *vaut la variation totale de* $\Theta(x)$.

I. *Quelle que soit la transformation linéaire continue de symbole* S *la transformation de symbole*

$$|K|.S$$

est une transformation de Fredholm de première espèce, et il en est de même de la transformation de symbole

$$S.|K|.$$

II. *Les noyaux des transformations du groupe cherché s'obtiennent, quelle que soit la transformation continue et symétrique* S, *en prenant la valeur pour* $\lambda = \frac{1}{2}$ *du noyau résolvant d'un noyau* $H(st)$, *tel que la transformation de première espèce*

$$|H|.S = |h|$$

ait un noyau $h(st)$ *symétrique gauche*.

Le problème est donc complètement résolu dans le cas très général d'une fonctionnelle quadratique continue.

Exemples. — 1° $S(st)$ désignant un noyau symétrique, on a pour $[f.S[f]]$ une forme quadratique de Fredholm de seconde espèce

$$\int_0^1 f^2(s)\,ds + \int_0^1\int_0^1 S(st)f(s)f(t)\,ds\,dt;$$

il faut alors prendre pour H un noyau tel que

$$H(st) + \int_0^1 H(su)S(ut)\,du$$

soit symétrique gauche. Il est nécessaire et suffisant pour cela que H soit de la forme

$$H(st) = h(st) + \int_0^1 S(su)h(ut)\,du,$$

h étant symétrique gauche. On obtient ainsi le groupe déjà étudié par nous dans le cas où la forme S est définie positive (il est nécessaire et suffisant pour cela que les valeurs singulières de S soient extérieures à l'intervalle (0, — 1). Nous avons montré alors que le groupe obtenu était un transformé du groupe des rotations fonctionnelles [1].

2° S (st) désignant toujours un noyau symétrique, envisageons encore le

---

[1] *Sur les rotations fonctionnelles non euclidiennes* (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 415).

cas où S est une forme de Fredholm de première espèce

$$[f.S[f]] = \int_0^1 \int_0^1 S(st) f(s) f(t)\, ds\, dt.$$

Il faut alors prendre H de telle sorte que

$$\int_0^1 S(su) H(ut)\, du$$

soit symétrique gauche. Le noyau H est alors symétrisable gauche à la Marty, cas qui n'avait pas été envisagé par cet auteur. On démontre par des raisonnements du type de ceux de Marty que ces noyaux ont des propriétés voisines de celles des noyaux symétriques gauches au point de vue des valeurs singulières et des fonctions fondamentales.

Un autre cas important est celui où le noyau H est symétrisable droit par composition avec un noyau symétrique gauche, lorsque le noyau

$$\int_0^1 h(su) H(ut)\, du,$$

où h est symétrique gauche, est symétrique droit. En prenant pour $\lambda = \frac{1}{2}$ le noyau résolvant de H, on obtient le noyau d'une transformation de Fredholm de seconde espèce qui invarie la fonctionnelle bilinéaire

$$\int_0^1 \int_0^1 h(st) f(s) g(t)\, ds\, dt,$$

extension, pour une infinité de variables, d'une forme grassmannienne du deuxième ordre.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une formule d'algèbre quantique.* Note de M. **Coulomb**, présentée par M. Hadamard.

M. Neal H. Mac Coy (1) donne la règle de commutation suivante, pour deux fonctions F, Φ des matrices canoniques P, Q

$$(1) \qquad F\Phi - \Phi F = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma^s s!} \left(\frac{\partial^s \Phi}{\partial Q^s} \frac{\partial^s F}{\partial P^s} - \frac{\partial^s F}{\partial Q^s} \frac{\partial^s \Phi}{\partial P^s} \right)$$

(1) Neal H. Mac Coy, *On Commutation Rules in the algebra of quantum mechanics* (*Proc. Nat. Ac. Sc. U. S. A.*, 15, III, 1929, p. 200).

avec

(2) $$\gamma(PQ - QP) = 1.$$

M. N.-H. Mac Coy se propose de démontrer cette formule pour des polynomes, et par récurrence. Or elle s'obtient aisément, en suivant les méthodes de M. H. Weyl [1], pour les fonctions les plus générales.

Soit $f(p, q)$ la fonction des variables classiques correspondant à $F(P, Q)$. H. Weyl donne la règle suivante pour passer de f à F. On développe f en intégrale de Fourier. Soit

$$f(p, q) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\gamma(p\sigma+q\tau)}\xi(\sigma, \tau)\,d\sigma\,d\tau,$$

on a

(3) $$F(P, Q) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\gamma(P\sigma+Q\tau)}\xi(\sigma, \tau)\,d\sigma\,d\tau.$$

Prenons F et Φ sous la forme (3). Le second membre de (1) s'écrit sous forme d'intégrale quadruple, et l'on est ramené immédiatement à démontrer la formule (1) pour les fonctions

$$E = e^{\gamma(P\sigma+Q\tau)}$$
$$E' = e^{\gamma(P\sigma'+Q\tau')}.$$

Elle s'écrit dans ce cas

$$EE' - E'E = \sum_{s=1}^{\infty}\frac{1}{\gamma^s s!}\left[(\gamma\tau')^s(\gamma\sigma)^s E'E - (\gamma\tau)^s(\gamma\sigma')^s EE'\right]$$
$$= [e^{\gamma\sigma\tau'} - 1]E'E - [e^{\gamma\sigma'\tau} - 1]EE'.$$

Il suffit de montrer que

$$e^{\gamma\sigma\tau'}E'E - e^{\gamma\sigma'\tau}EE' = 0,$$

ou enfin

$$EE'E^{-1}E'^{-1} = e^{\gamma(\sigma\tau'-\sigma'\tau)}.$$

Nous avons au premier membre le commutateur [2] des transformations représentées par les matrices E, E'. Considérons-les comme engendrées par des transformations infinitésimales. Leurs matrices sont

$$A = \gamma(P\sigma + Q\tau),$$
$$A' = \gamma(P\sigma' + Q\tau').$$

---

[1] H. Weyl, *Quantenmechanik und Gruppentheorie* (*Zs. f. Phys.*, **46**, 1927-1928, p. 1).

[2] H. Weyl, *loc. cit.*, p. 25.

Le commutateur est engendré [1] par la transformation infinitésimale de matrice

$$AA' - A'A = \gamma^2(PQ - QP)(\sigma\tau' - \sigma'\tau) = \gamma(\sigma\tau' - \sigma'\tau)\,1,$$

ce qui démontre la formule de M. N.-H. Mac Coy.

La formule relative au cas de $2n$ variables s'obtient par les mêmes procédés. Elle s'écrit

$$F\Phi - \Phi F = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma^s s!}[H^{(s)}(\Phi, F) - H^{(s)}(F, \Phi)],$$

avec

$$H^{(s)}(\Phi, F) = \sum \frac{s!}{\alpha!\,\beta!\,\ldots,\,\lambda!}\,\frac{\partial^s \Phi}{\partial Q_1^\alpha\,\partial Q_2^\beta\ldots\partial Q_n^\lambda}\,\frac{\partial^s F}{\partial P_1^\alpha\ldots\partial P_n^\lambda},$$

le signe $\sum$ étant étendu à toutes les valeurs entières, non négatives, de $\alpha, \beta, \ldots, \lambda$ satisfaisant à

$$\alpha + \beta + \ldots + \lambda = s.$$

C'est dire qu'on peut écrire, symboliquement, comme le suggère M. N.-H. Mac Coy,

$$H^{(s)}(\Phi, F) = \left[\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial\Phi}{\partial Q_i}\,\frac{\partial F}{\partial P_i}\right)\right]^s.$$

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Nouvelle détermination de l'épaisseur d'un film d'acide oléique à l'état de saturation sur l'eau et de la pression de saturation de ce film.* Note de M. **Fahir Emir**, présentée par M. Jean Perrin.

M. André Marcelin a fait remarquer [2], à propos de la compression des films de l'acide oléique sur l'eau, qu'il n'est pas indifférent que cette compression soit effectuée rapidement ou lentement : utilisant par exemple pour la mesure des pressions superficielles un appareil du type dit « anéroïde » on reconnaît : 1° qu'une compression effectuée assez rapidement donne une courbe régulièrement ascendante, présentant un point anguleux puis un palier de saturation (40 dynes/cm environ); 2° qu'une compression effectuée par bonds successifs suivis de temps morts donne une courbe en « dents de scie » dépourvue de palier; l'élément rectiligne vertical de chaque dent

---

(1) *Loc. cit.*
(2) *Annales de Physique*, 10e série, 4, 1925, p. 509.

met en évidence une déperdition de pression durant les temps morts; par exemple la pression tombe de 40 dynes/cm à 13 dynes/cm après une dizaine de minutes d'attente : « Tout se passe comme si nous nous efforcions de comprimer du gaz carbonique dans un corps de pompe qui ne tiendrait pas la pression. »

M. Marcelin attribue cette déperdition à une faible solubilité du produit, l'acide oléique se comportant un peu comme le camphre.

Si l'on fait correspondre la juxtaposition moléculaire, comme le propose M. Marcelin, au point anguleux qui précède le palier, il importe que les coordonnées de ce point soient déterminées avec le maximum de précision.

En vue de déterminer les conditions expérimentales les plus favorables M. Marcelin nous a proposé d'étudier en fonction de la température et de la nature du support (neutre ou acide) la vitesse avec laquelle diminue spontanément la pression superficielle d'un film d'acide oléique de surface bien délimitée; les résultats de cette étude sont les suivants :

	Sur eau distillée (en dynes/cm).		Sur HCl N/20 (en dynes/cm).	
Température..........	16°.	22°.	16°,5.	22°.
0 minute................	31	32	31	32
2 minutes..............	26,4	18,8	26,4	25,4
4 »	20,9	15,2	24,7	22,8
6 »	19,4	14,4	24,0	21,4
8 »	19,4	14	23,3	20,7
10 »	19,4	13,7	23,3	20,7

On lit dans ce tableau : 1° que le film est d'autant plus soluble que la densité superficielle est plus grande; 2° que la solubilité est plus grande sur l'eau neutre que sur l'eau acidulée; 3° que la solubilité augmente avec la température.

Tenant compte de ces résultats on peut fixer comme suit les conditions les plus favorables à la détermination précise de la surface d'un film saturé : support, eau acidulée (HCl N/20); température, 15°.

Mode opératoire. — On part d'un film monomoléculaire sous 1 dyne/cm de pression superficielle environ, déposé sur une surface connue à l'aide d'une solution titrée dans le benzène et l'on comprime en trois bonds successifs correspondant aux pressions 10, 20, 30 dynes/cm. L'opération complète, mesures comprises, est effectuée en 30 secondes. Les résultats des mesures peuvent être considérés comme exacts à 3 pour 100.

Résultats. — Nos expériences faites dans ces conditions conduisent à

attribuer au film saturé l'épaisseur 23 Å, au lieu de 25 Å, chiffre proposé par M. Marcelin. Cette épaisseur, en admettant l'hypothèse de Langmuir (molécules dressées sur la surface et juxtaposées lorsqu'un abaissement de pression devient sensible : 0,5 dyne/cm environ) modifiée par M. Marcelin (juxtaposition de ces molécules lors de la saturation), définit la longueur des molécules d'acide oléique; à cette épaisseur correspond pour la surface occupée par chaque molécule 21,5 Å^2.

Rappelons que les nombres proposés par divers auteurs pour l'épaisseur des molécules d'acide oléique sont les suivants :

Rayleigh 10; Devaux 11; Langmuir 11,2 Å (en faisant correspondre la juxtaposition moléculaire, non pas au palier, mais au début d'un abaissement de tension superficielle de l'eau, mesurable), J. Perrin 21 à 27 Å; Wells 22 (lames de savon); de Broglie et Friedel 22; Bragg 22 (spectrographie des rayons X). Notre nombre 23 Å est celui qui se rapproche le plus du résultat de la spectrographie par les rayons X.

Action de la température sur la pression de saturation. — La pression de saturation est mesurée lorsque le film est en équilibre avec des gouttelettes flottantes. Les résultats de ces mesures sont les suivants :

à 15°......	$p = 30,9$ dynes/cm	à 25°......	$p = 32,4$ dynes/cm
à 20°......	$p = 31,8$ »	à 30°......	$p = 32,7$ »

Il semble que la pression superficielle de saturation augmente avec la température; malheureusement l'intervalle de température dans lequel on peut opérer (15°-30°) est très restreint et l'imprécision des mesures augmente avec la température.

Remarques. — 1. Nos résultats s'accordent bien avec ceux de M. Marcelin en ce qui concerne l'épaisseur du film saturé (coordonnée surface); par contre nos chiffres en ce qui concerne la pression de saturation (30 à 33 dynes/cm) sont nettement inférieurs. Nous attribuons cette différence à deux causes : 1° différence d'origine des produits étudiés et 2° incertitude due à la longueur suivant laquelle la soupape porte sur son siège; nous avons pratiquement supprimé les perturbations provenant de ce fait en faisant appuyer la soupape sur deux petites saillies de 4^{mm} de largeur.

2. Nous avons vérifié que le film a même épaisseur sur l'eau distillée et sur l'eau acidulée.

3. Nous avons vérifié également que cette épaisseur, dans la limite de précision de nos expériences ne dépend pas de la température.

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Sur la théorie de l'effet photo-électrique.* Note de M. **Pierre Auger**, présentée par M. Jean Perrin.

L'étude expérimentale de l'effet photo-électrique, au point de vue de la répartition dans l'espace des directions initiales des électrons émis, a été abordée au cours de ces dernières années par divers auteurs, et principalement par F. W. Bubb, W. Bothe, F. Kirchner, Loughridge, E. J. Williams, et moi-même. Les résultats, qui demandent encore à être étendus et précisés, permettent sur certains points essentiels des conclusions fermes.

Définitions. — Un faisceau étroit de rayonnement polarisé traverse le gaz sur les atomes duquel se produit l'effet photo-électrique. Toute direction Δ, dans laquelle est émis un électron, sera définie par les angles ω et φ : ω est l'angle de Δ et de la direction de propagation du rayonnement, φ l'angle du plan qui contient Δ et le faisceau excitateur avec le vecteur magnétique de ce rayonnement.

Les résultats expérimentaux sont alors les suivants :

1° Lorsque la fréquence du rayonnement incident est peu élevée, la probabilité d'émission d'un photo-électron dans le voisinage d'une direction définie par les angles ω, φ, est proportionnelle à $\sin^2\omega \sin^2\varphi$ (P. Auger et F. Perrin). Cette loi représente les résultats obtenus par Bubb et par Kirchner avec des rayons X polarisés au sujet de la répartition en fonction de φ. Elle est également en bon accord avec les mesures de W. Bothe et P. Auger en ce qui concerne ω, si on les extrapole pour les basses fréquences.

2° Pour un rayonnement de fréquence élevée (rayons X pénétrants) la répartition en ω garde la même forme, mais subit un déplacement d'ensemble vers les petits angles (P. Auger, W. Bothe). On peut interpréter cela en admettant que la quantité de mouvement du quantum absorbé dans l'effet photo-électrique est transférée, individuellement ou en moyenne, à l'électron émis ; les mesures quantitatives du déplacement, effectuées avec des rayons X monochromatiques, ont donné des valeurs beaucoup trop grandes (50 pour 100) pour être interprétées de cette manière simple (Loughridge, E.-J. Williams, P. Auger).

3° Lorsque le photo-électron provient d'un niveau K dont la valeur énergétique est une fraction notable de celle du quantum excitateur : *a*) la répartition en ω garde la même forme que précédemment ; *b*) le déplacement vers

l'avant est diminué, et cela de telle sorte qu'il ne dépend finalement que de la vitesse des photo-électrons à leur sortie de l'atome (P. Auger).

4° Si c'est un niveau L qui fournit les électrons, la forme de la répartition en ω est changée. Une dispersion notable vient se superposer à la distribution en $\sin^2\omega$, et rapproche le résultat de l'isotropie. (Le même effet doit d'ailleurs se faire sentir sur la répartition en φ, qui était restée également invariable dans les trois premiers cas.)

L'interprétation théorique de cet ensemble a été tentée par l'application de diverses méthodes de calcul. Je rappelle les tentatives de F. W. Bubb et de W. Bothe qui rendaient compte qualitativement de la projection en avant, mais pas de la loi en $\sin^2$. Celle de P. Auger et F. Perrin qui interprétait cette loi, et aussi, mais qualitativement seulement, la projection en avant et l'influence des niveaux. L'application des nouvelles mécaniques a conduit G. Wentzel à la loi en $\sin^2$, mais non à la valeur exacte du déplacement.

Tout récemment, A. Sommerfeld (¹) a obtenu, par l'application des méthodes de la mécanique ondulatoire, une formule de répartition qui donne cette fois satisfaction à l'expérience. Elle n'est exacte qu'au premier ordre et ne s'étend pas, en particulier, aux rayonnements de très haute fréquence (rayons γ). La probabilité de sortie d'un photo-électron dans le voisinage d'une direction définie par ω, φ peut être mise sous la forme

$$P=\left[1+\frac{36}{5}\frac{v}{2c}\cos\omega\right]\sin^2\omega\sin^2\varphi,$$

où c est la vitesse de la lumière et v la vitesse avec laquelle l'électron quitte l'atome auquel il a été arraché. On voit de suite que cette formule satisfait à la loi en $\sin^2$ lorsque la fréquence du rayonnement excitateur est basse, car alors v est petit devant c. En ce qui concerne le déplacement vers l'avant, pour une fréquence plus élevée, la formule proposée par Sommerfeld conduit également à des valeurs en accord avec l'expérience. En effet, si l'on calcule l'angle de bipartition ω_b (valeur de ω qui divise la répartition en deux parties égales), on trouve $\cos\omega_b = 1,8\frac{v}{2c}$, tandis que les anciennes théories donnaient jusqu'ici $\cos\omega_b = \frac{v}{2c}$; or, les mesures de Williams et les miennes donnent des facteurs de $\frac{v}{2c}$ variant de 1,63 à 1,78. Enfin, la seule

(¹) *Atombau und Spectrallinien* (*Wellenmechanischer Ergänzungsband*, 1929).

grandeur, dans cette formule, qui dépende des conditions est v, vitesse des photo-électrons à la sortie des atomes, de telle sorte que l'influence de la valeur énergétique du niveau dont ils sont extraits est exactement celle exprimée au paragraphe 3°.

Il reste, en somme, le quatrième point, c'est-à-dire le comportement des électrons provenant d'un niveau L. Le calcul de Sommerfeld n'a pas été fait dans ce cas, mais on peut reconnaître facilement, au moins en première approximation, qu'il s'introduirait des termes nouveaux représentant une dispersion par rapport à la loi en $\sin^2$, comme l'expérience l'a montré.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la constante d'équilibre dans les doubles décompositions en solution aqueuse.* Note de Mme et M. **Lemarchands**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans deux précédentes Notes, nous avons exposé les résultats obtenus lors de l'application de la loi d'action de masse aux réactions des électrolytes. En introduisant la notion d'activité définie par Lewis, nous avons fixé pour la réaction

$$SO^4Ba + 2HCl \rightleftharpoons SO^4H^2 + BaCl^2,$$

effectuée à 100° en solution aqueuse, la valeur de la constante d'équilibre (1).

Nous nous sommes demandé, s'il ne convenait pas de recouper par une autre voie les valeurs trouvées et nous avons pensé à utiliser la valeur des constantes d'équilibre à 18 et 100°, de la réaction ci-dessous pour calculer d'après l'équation de Van 't Hoff, intégrée, la chaleur mise en jeu. La thermochimie permettant d'atteindre cette valeur, il était aisé de faire une vérification.

Nous avons indiqué précédemment (1) comment ont été déterminées les constantes d'équilibre à 100°. L'expérience faite à 18° consistait à précipiter une solution de chlorure de baryum par l'acide sulfurique, en présence d'un excès d'acide chlorhydrique. La précipitation fut opérée dans un ballon de quartz, les corps laissés en contact pendant 113 heures. Une agitation fréquente du mélange fut maintenue; la filtration eut lieu à 18°. L'opération a été contrôlée comme suit : deux pesées successives du SO^4Ba précipité furent faites, la seconde après dessiccation en présence d'acide sulfurique. Le même poids fut retrouvé à 0g,0002 près. La solution filtrée, séparée de $BaSO^4$ fut évaporée dans le ballon de quartz, puis dans une capsule de platine,

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 254.

préalablement tarée, le résidu après évaporation à sec en présence de SO^4H^2 fut calciné à 650° et pesé. Nous avons recueilli $0^g,2146$ de sulfate de baryum. Le poids de $BaSO^4$ correspondant au chlorure de baryum introduit était de $0^g,2350$. Il devait donc y avoir $0^g,0204$ de $BaSO^4$ en solution : l'expérience nous a donné $0^g,0202$.

A l'équilibre, nous avons obtenu pour 1000^g d'eau :

	Millimol.-gr. pour 1000^g d'eau.
$BaCl^2$	0,0962
H^2SO^4	0,1254
$BaSO^4$	0,01
HCl	285,2

D'après des déterminations récentes (1) à 17°,65 le coefficient d'activité pour HCl est 0,790, de sorte que la constante $K_{18} = \dfrac{C_{SO^4H^2} \cdot C_{BaCl^2}}{C_{BaSO^4} \cdot A^2_{HCl}}$ à 18° a pour valeur

$$K_{18} = \frac{0,0962 \times 0,1254}{0,01 \times (0,79 \times 285,2)^2} = 0,0000237.$$

En remplaçant dans l'équation de Van 't Hoff intégrée

$$\log K_{100} - \log K_{18} = \frac{Q}{R}\left(\frac{1}{373} - \frac{1}{291}\right),$$

K_{100}, K_{18} et R par leur valeur, il vient

$$Q = 4,571 \frac{\log 0,00127 - \log 0,0000237}{-82}(295 \times 373) = -10610 \text{ calories.}$$

Mesures thermochimiques. — Les chaleurs de formation des corps suivants, à l'état dissous, sont (2) :

Pour 2HCl	78800^{cal}
» H^2SO^4	210100
» $BaCl^2$	198000

A partir des éléments, $BaSO^4$ obtenu solide se forme avec un dégagement de 339400^{cal}.

La réaction

$$\underbrace{BaSO^4 + 2HCl}_{418200} = \underbrace{H^2SO^4 + BaCl^2}_{408100}$$

met en jeu -10100^{cal}.

Les nombres trouvés sont presque identiques, avec cependant un faible excès pour la chaleur de réaction déterminée par les études d'équilibre. La chaleur de dissolution de $BaSO^4$ — probablement positive — dont il n'est

(1) HERBERT, S. HARNED, HARRY SELTZ, *J. Amer. chem. Soc.*, 44, 1922, p. 1475.

(2) C. MATIGNON, *Tables de Constantes physiques de la Société française de Physique*.

pas tenu compte, dans la chaleur de réaction, calculée avec les données thermochimiques, déplacerait cette valeur dans le sens d'une absorption supérieure à 10100^{cal}. Autrement dit, aux erreurs d'expériences près, les nombres trouvés par l'une et l'autre méthode sont identiques; c'est plus qu'on ne peut espérer étant données l'approximation des mesures thermochimiques et l'hypothèse faite en supposant invariable la chaleur de réaction entre 18 et 100°.

Cela prouve que la constante d'équilibre, calculée à partir des résultats expérimentaux et de la nouvelle expression de la loi d'action de masse, permet de déterminer de façon satisfaisante, par le calcul, les concentrations réalisées dans les équilibres entre électrolytes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Concentration du sucre et vitesse d'hydrolyse en milieu acide*. Note de MM. **H. Colin** et **A. Chaudun**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dès 1897, Cohen avait constaté que, lors de l'hydrolyse du saccharose par les acides, la vitesse d'inversion n'était pas rigoureusement proportionnelle à la teneur en sucre; depuis lors, le fait a été confirmé maintes fois.

En 1922, Moran et Lewis (1) proposèrent l'explication suivante : la variation de la constante de Wilhelmy, k, avec la concentration en saccharose telle qu'on la définit habituellement (poids de saccharose dissous dans 100$^{cm^3}$ de solution) serait due à la variation du volume d'eau libre; on obtiendrait pour k des valeurs sensiblement constantes en multipliant les nombres trouvés expérimentalement par le rapport $\frac{V-v}{V}$, V étant le volume total de la solution, v le volume du saccharose dissous.

Cette interprétation est sans portée générale, les auteurs anglais s'en seraient vite aperçus s'ils n'avaient limité leurs expériences au seul acide chlorhydrique. Ainsi que nous l'avons établi, l'action de la teneur en sucre a sur la vitesse d'hydrolyse dépend essentiellement, *pour une dose déterminée d'acide*, de la nature de cet acide. Pour divers acides décinormaux, par exemple, k est fonction croissante de a ou fonction décroissante, selon qu'il s'agit de HCl $\left(\frac{k_{40}}{k_5} = 1,58\right)$ ou de CH^3COOH $\left(\frac{k_{40}}{k_5} = 0,80\right)$ (2).

(1) Th. Moran et W. C. Mc. Cullagh Lewis, *Journ. of Chem. Soc.*, 121, 1922, p. 1613-1624.

(2) H. Colin et A. Chaudun, *Bull. Soc. chim.*, 37, 1925, p. 1224.

Ces premiers résultats avaient besoin d'être généralisés ; rien ne prouve, en effet, que l'influence de la concentration des liqueurs sur la vitesse d'inversion doive s'exercer toujours dans le même sens pour un acide donné, quelle que soit la concentration de cet acide ; au contraire, les différences constatées d'un acide à l'autre, suivant le degré de dissociation, laissent supposer que le signe de la quantité $\frac{k_{40}}{k_5} - 1$ dépend, dans une large mesure, de la concentration du milieu en ions H.

C'est bien ainsi que les choses se passent : voici, pour quelques acides employés à doses variables, les valeurs du rapport $\frac{k_{40}}{k_5}$:

Nature de l'acide.	Concentration de l'acide. 2N.	N.	N/2.	N/10.	N/100.	N/250.	N/500.	N/1000.
Acide chlorhydrique.	-	1,74	1,61	1,58	1,30	1,18	1,00	0,54
» sulfurique....	-	1,45	1,36	1,32	1,20	1,03	0,96	0,51
» oxalique......	-	-	-	1,18	1,01	0,93	0,76	0,45
» acétique......	0,97	0,93	0,83	0,80	0,69	0,53	0,36	0,32

On voit que, quel que soit l'acide, la quantité $\frac{k_{40}}{k_5}$ diminue avec la dose d'acide et que, même dans le cas des acides forts, elle peut devenir inférieure à l'unité, pourvu qu'on pousse assez loin la dilution; de ce fait, la correction proposée par les auteurs anglais est encore plus arbitraire que nous ne l'avions cru tout d'abord. Du moins a-t-elle l'avantage de ne pas faire intervenir le saccharose en tant que prenant part à la réaction. On vérifie aisément, en effet, qu'un corps neutre quelconque, sans action directe sur le phénomène d'hydrolyse, la glycérine par exemple, se comporte, en l'espèce, exactement comme le saccharose.

Il n'est pas possible de rapporter de telles variations du rapport $\frac{k_{40}}{k_5}$ aux variations correspondantes du pH. En effet, chaque fois que l'expérimentation a pu être faite, nous avons constaté des divergences appréciables entre les valeurs de $\log \frac{k_{40}}{k_5}$ et celles de $(\text{pH})_5 - (\text{pH})_{40}$; c'est-à-dire qu'il n'existe pas de relation quantitative simple entre la vitesse d'hydrolyse et la concentration du milieu en ions H. Quant aux liqueurs faiblement acides, pour lesquelles le pH ne saurait être évalué avec précision, rien n'autorise à penser que leur teneur en ions H soit diminuée dans des proportions aussi considérables du fait de la concentration en sucre.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les propriétés ferromagnétiques des ferrites.* Note de M[lle] **Suzanne Veil**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons vu (¹) que lorsqu'on précipite à froid, par la soude, un sel ferrique souillé du sel nickeleux ou cobalteux de même anion, le précipité fournit, après calcination, un anhydride ferromagnétique. Les propriétés magnétiques de l'anhydride calciné sont particulièrement prononcées pour des proportions voisines de celles qui se rapportent à la composition du spinelle, où les oxydes constituants sont réunis molécule à molécule.

Dans le présent travail, nous avons étendu les observations au cas où le métal bivalent est, non plus le nickel ni le cobalt, mais le cuivre. Les mêmes particularités se manifestent. Les anhydrides calcinés sont ferromagnétiques. Dans un champ faible, leur coefficient d'aimantation, en fonction de la composition, croît considérablement, puis décroît. Le maximum, dans la région du spinelle, est du même ordre de grandeur que dans chacun des cas précédents.

D'ailleurs, dans le cas du cuivre, comme dans celui du nickel et du cobalt, les précipités eux-mêmes, préparés et desséchés à froid, ne sont que paramagnétiques, ainsi que le sont individuellement l'hydroxyde ferrique et les hydroxydes nickeleux, cobalteux et cuivrique. Avec le mode de préparation adopté, l'action chimique entre les oxydes constituants, origine présumée du ferromagnétisme des ferrites, interviendrait à la seule faveur de la calcination.

Cependant, si au lieu de précipiter entièrement à froid, on impose aux hydroxydes, en suspension, un séjour dans l'eau chaude, ils ne restent pas paramagnétiques, mais deviennent ferromagnétiques. L'expérience a été reprise en les abandonnant une douzaine d'heures au bain d'huile, à 120°, en tubes scellés. Au sortir des tubes scellés, avant toute calcination, les hydrates « modifiés » sont déjà attirables à l'aimant. Une température relativement basse suffit donc pour permettre aux produits en suspension de réagir mutuellement, tandis qu'à la température ordinaire, la réaction n'a pas lieu. Une calcination ultérieure ne modifie pas sensiblement l'ordre de grandeur du magnétisme : il reste voisin du magnétisme de l'anhydride, dérivant par calcination de la substance précipitée à froid.

Le ferromagnétisme des ferrites est-il lié de quelque façon au ferro-

(¹) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 330.

magnétisme du fer métal ? Dans cette voie, il était intéressant d'examiner ce que donne l'analyse magnétique quand on remplace le fer, comme cation trivalent, par un autre métal ferromagnétique, le nickel ou le cobalt.

Le cuivre a été choisi comme cation bivalent. Une solution équimoléculaire des sulfates nickeleux (ou cobalteux) et cuivrique a été traitée par l'hypochlorite de sodium, qui précipite le nickel et le cobalt sous forme de sesquioxydes. Les précipités en suspension ont été chauffés comme précédemment, en tubes scellés, à 120°. Mais ici, à la différence du cas où le cation trivalent est le fer, les substances qui ont subi le traitement à chaud, et qui contiennent les oxydes constituants dans les proportions correspondant au spinelle, n'accusent pas de ferromagnétisme.

Lorsqu'on passe des précipités obtenus à froid aux précipités obtenus à chaud, on n'observe qu'une légère exaltation. Le tableau suivant résume les résultats d'une expérience.

Coefficients d'aimantation en valeur relative
(rapportés à la substance calcinée).

	Préparation à froid.	Préparation à chaud (tubes scellés).
Précipité correspondant à Ni^2O^3CuO...	478	617
» » $Co^2O^3.CuO$..	278	398

Ces effets sont considérablement inférieurs à ceux qui se manifestent dans le cas correspondant du ferrite de cuivre. Ils se rangeraient parmi les phénomènes d'évolution, observés antérieurement sur les hydroxydes.

Le fer se distingue ainsi nettement des autres métaux ferromagnétiques nickel et cobalt.

CHIMIE MINÉRALE. — *Quelques conditions de solubilité du silicium dans l'acide fluorhydrique.* Note de M. **Ch. Bedel**, présentée par M. A. Béhal.

Nous avons indiqué ([1]) que le silicium à l'aluminium est peu soluble dans l'acide fluorhydrique à la concentration de 40 pour 100 environ. Une plus grande dilution ou, au contraire, des concentrations plus élevées favorisent son attaque.

([1]) Bedel, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1255.

Certaines autres conditions expérimentales interviennent également.

On sait que l'acide fluorhydrique additionné d'acide azotique a la propriété de dissoudre le silicium. Nous avons constaté que la présence d'autres oxydants conduisait au même résultat.

En ajoutant à de l'acide fluorhydrique froid des cristaux de permanganate de potassium, d'acide chromique ou une solution concentrée de chlorure ferrique, on dissout rapidement le silicium. Il en est encore de même si l'on mélange à l'acide fluorhydrique des solutions diluées de ces substances. A chaud, dans les deux cas, la solution est pour ainsi dire immédiate.

L'eau oxygénée à 10 volumes, ajoutée à cet acide, dissout aussi le silicium lorsqu'on élève légèrement la température.

La présence de l'air augmente également la solubilité, mais à un degré beaucoup moindre. Dans l'azote, l'acide fluorhydrique à 20 pour 100 environ, préalablement bouilli, ne dissout dans un creuset de platine que 0,40 pour 100 de silicium par heure, c'est-à-dire qu'il possède une action moitié moindre que dans l'air.

Nous avons recherché en outre quelle était l'influence des produits formés au cours de l'électrolyse de l'acide fluorhydrique à 36 pour 100. Lorsqu'on relie le creuset contenant le silicium au pôle positif, la solubilité est très importante. Nous avons constaté, sous une différence de potentiel de 4 volts, qu'elle atteignait 81,38 pour 100 pour le silicium à l'aluminium, après 6 heures 30 minutes, et 88,92 pour 100 pour le silicium au zinc après 9 heures.

Il s'agit encore, dans ce cas, d'un phénomène d'oxydation, car, si on place le silicium fondu à la cathode, il ne se dissout plus rien.

La solubilité du silicium est aussi en relation avec la force électromotrice développée entre ce métalloïde et les métaux en présence d'acide fluorhydrique.

Gore [1] a noté que, dans l'acide fluorhydrique à 30 pour 100, le silicium est électropositif par rapport au platine, à l'argent, au fer et au cuivre, et représente l'élément négatif en présence du zinc, du magnésium, de l'aluminium et du plomb. Nous avons remarqué, au contraire, que le silicium fondu dont nous disposions constituait, pour cette concentration, l'élément électronégatif vis-à-vis du platine, de l'argent et du cuivre. Il était, par contre, électropositif avec le plomb, le fer, le zinc, le magnésium, et l'aluminium.

---

[1] Gore, *J. of the Chem. Soc.*, **22**, 1869, p. 368.

Lorsque du silicium fondu est relié par un fil conducteur avec un creuset de substance plus électropositive que lui, contenant de l'acide fluorhydrique à 36 pour 100, la solubilité est sensible. Ainsi, avec le platine, il se dissout à chaud environ $0^{g},0014$ de silicium par heure et par centimètre carré. Au contraire, avec un creuset de métal moins électropositif, l'attaque est considérablement ralentie : pour le plomb, elle n'est plus que de $0^{g},0002$.

L'influence des forces électromotrices a encore pour conséquence de faire varier la solubilité du silicium avec la nature du métal dans lequel on effectue l'expérience. Le silicium à l'aluminium ne cède dans le platine à chaud que 0,53 pour 100 par heure à l'acide fluorhydrique à 36 pour 100, alors qu'on parvient dans un creuset de cuivre à en dissoudre 2,02 pour 100.

En résumé, on voit que la solubilité du silicium dépend non seulement de la concentration de l'acide fluorhydrique utilisé, mais qu'elle est encore notablement influencée par d'autres facteurs, aux premiers rangs desquels il faut placer les oxydations et la production de forces électromotrices.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la configuration de l'inosite inactive.* Note de MM. **Swigel Posternak** et **Théodore Posternak**, présentée par M. A. Desgrez.

L'inosite inactive, découverte par Scherer dans le muscle, en 1850, puis retrouvée un peu partout dans les règnes animal et végétal, possède, d'après les belles recherches de Maquenne, la constitution chimique d'un alcool cyclique hexatomique. Or, comme l'avait fait remarquer Bouveault, il y a déjà 35 ans, un cyclohexanehexol est susceptible de sept formes stéréoisomères symétriques, qu'à l'exemple de Maquenne, nous représenterons par les fractions :

$$\frac{123456}{0} \quad \frac{12345}{6} \quad \frac{1234}{56} \quad \frac{1235}{46} \quad \frac{1245}{36} \quad \frac{123}{456} \quad \frac{135}{246}.$$

A laquelle de ces formules répond l'inosite de Scherer ? La synthèse de celle-ci, réalisée par Wieland et Wishart [1], les expériences de Karrer [2], de Böeseken et de Julius [3] n'ont guère permis de résoudre cette question.

Les propriétés optiques de certains éthers inositophosphoriques naturels nous avaient déjà conduits à éliminer deux des sept formules prévues par la

(1) *Ber. d. deut. chem. Gesel.*, 47, 1914, p. 2082.
(2) *Helv. Chim. Acta*, 9, 1926, p. 116.
(3) *Rec. trav. chim. Pays-Bas*, 45, 1926, p. 489.

théorie. En effet, l'existence du tétraphosphate lévogyre, trouvé dans les germes de blé et reproduit *in vitro* par l'action de la phosphatase des germes sur l'hexaphosphate d'inosite ([1]), est incompatible avec la formule $\frac{123456}{0}$, de même que l'activité optique du diphosphate d'inosite, également lévogyre, que nous venons de préparer par la même méthode. D'autre part, l'inactivité du monophosphate cristallisé, isolé par Anderson ([2]) du son de froment, exclut la formule $\frac{1234}{56}$.

Pour trancher entre les cinq formules restantes, nous avons cherché à ouvrir le cycle par oxydation, en nous adressant d'abord aux éthers phosphorés inférieurs d'inosite. Des produits d'attaque, par l'acide nitrique fumant, d'un mélange de mono- et de diphosphate, nous avons retiré un corps ayant la composition d'un monophosphate d'acide tartrique, et qui, après hydrolyse, a fourni les acides tartrique racémique et mésotartrique; ce dernier fait permet d'écarter la formule $\frac{135}{246}$, dans laquelle tous les oxhydriles sont en position *trans*.

Ensuite, nous avons pu nous convaincre que, contrairement à l'opinion généralement admise, l'oxydation par le permanganate de potassium (du moins dans des conditions déterminées : milieu alcalin; 2,15 O pour 1^{mol} de substance; t^0 de 0°) ne détruit pas complètement l'inosite libre, mais la transforme en un mélange d'acides bibasiques. Les acides oxalique et tartrique en représentent environ 6 pour 100; près de 30 pour 100 de l'inosite mise en œuvre s'y retrouvent sous forme d'un mélange complexe d'acides trioxyglutariques et tétraoxyadipiques, d'où l'on a pu séparer, grâce à sa faible solubilité dans l'eau et l'alcool, 2 à 3 pour 100 d'acide *allomucique*.

Tablettes carrées, solubles dans un peu plus de 8^{vol} d'eau bouillante, fondant avec décomposition à 176° (chauffe rapide). Le mélange avec l'acide *dûment purifié* de Fischer ([3]) a le même point de fusion. L'acide allomucique ayant la configuration

$$CO^2H-\underset{\displaystyle OH}{\overset{\displaystyle H}{\underset{|}{\overset{|}{C}}}}-\underset{\displaystyle OH}{\overset{\displaystyle H}{\underset{|}{\overset{|}{C}}}}-\underset{\displaystyle OH}{\overset{\displaystyle H}{\underset{|}{\overset{|}{C}}}}-\underset{\displaystyle OH}{\overset{\displaystyle H}{\underset{|}{\overset{|}{C}}}}-CO^2H$$

on est conduit à attribuer à l'inosite de Scherer la formule $\frac{12345}{16}$.

([1]) S. et TH. POSTERNAK, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 261.

([2]) *J. of Biol. Chem.*, 18, 1914, p. 44.

([3]) L'acide allomucique, préparé d'après E. Fischer (*Ber. d. deut. chem. Gesel.*, 24, 1914, p. 2136), contient des quantités sensibles d'acide mucique. On le sépare en ajoutant à la solution aqueuse du sel ammoniacal 2^{vol} d'alcool; le mucate d'ammonium cristallise rapidement, l'allomucate reste en solution.

Il découle de l'ensemble de nos essais que, dans le monophosphate d'Anderson, le phosphoryle est attaché au carbone 3 ou 6 et que, dans le diphosphate lévogyre, le deuxième phosphoryle se trouve en position *ortho* ou *méta* par rapport au premier. Pour donner naissance à l'acide allomucique, l'ouverture du cycle a dû se faire entre les carbones 5 et 6 ou 6 et 1. Mais il est probable que l'oxydation rompt le cycle indifféremment entre les autres carbones, en produisant les acides talomucique et saccharique racémiques et, par dégradation, les trioxyglutariques correspondants.

A en juger, d'après ce qui se passe dans la graine, pendant la germination et le développement de la plantule, l'inosite est soumise à une décyclisation au cours du métabolisme. L'hexaphosphate d'inosite commence par perdre une grande partie de son acide phosphorique et les éthers inférieurs qui en résultent se transforment en d'autres composés, parmi lesquels l'acide nucléique occupe une place prépondérante. L'acide ribose-phosphorique des nucléotides semble être en filiation avec le monophosphate d'inosite, le diphosphate formerait de l'acide glucose-diphosphorique, etc.

L'inosite inactive de Scherer nous apparaît dès lors comme une matière de réserve hydrocarbonée, qui, grâce à sa configuration *spéciale*, est susceptible de donner naissance à des substances variées, suivant le mode et le lieu d'ouverture du cycle, ce lieu étant déterminé lui-même par la position des phosphoryles.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du chlorure, du bromure et de l'iodure de cyanogène sur le malonate d'éthyle sodé. Synthèse des éthers éthane et éthène tétracarbonique.* Note [1] de MM. **Georges Mignonac** et **Odd W. Rambeck**, présentée par M. Paul Sabatier.

En faisant agir le chlorure de cyanogène sur le malonate d'éthyle sodé en présence d'alcool A. Haller [2] a préparé pour la première fois le cyanomalonate d'éthyle.

Nous avons repris cette réaction et nous avons remarqué que si l'on dirige, dans la solution alcoolique du dérivé sodé, maintenue à la température ordinaire (12-15°), un courant très lent de chlorure de cyanogène, on

---

(1) Séance du 6 mai 1929.

(2) *Comptes rendus*, 95, 1882, p. 142; *Ann. Chim. Phys.*, 6e série, 16, 1889, p. 403.

observe une précipitation abondante de cyanate de sodium et l'on obtient surtout de l'*éther éthylmalonique*. Si l'on suit les indications de Haller, c'est-à-dire si l'on met en œuvre un courant rapide de chlorure de cyanogène, la température s'élève jusqu'au point d'ébullition de l'alcool et le *cyanomalonate d'éthyle* devient le produit prépondérant, mais celui-ci bout mal et est difficile à purifier.

Ces observations nous ont conduit à établir que le malonate d'éthyle sodé est, en solution dans l'alcool, partiellement dissocié :

$$NaCH(COOC^2H^5)^2 + C^2H^5OH \rightleftharpoons H^2C(COOC^2H^5)^2 + C^2H^5ONa.$$

Dans ce système en équilibre, le chlorure de cyanogène peut réagir soit sur l'éthylate de sodium

$$(1) \qquad C^2H^5ONa + ClCN = C^2H^5Cl + CONNa,$$

soit sur le malonate sodé

$$(2) \qquad (C^2H^5OOC)^2CHNa + ClCN = NaCl + (C^2H^5OOC)^2CHCN$$

dans le cas de la réaction (1) le chlorure d'éthyle formé peut à son tour se combiner au malonate sodé

$$(3) \qquad (C^2H^5OOC)^2CHNa + ClC^2H^5 = NaCl + (C^2H^5OOC)^2CHC^2H^5$$

et cette dernière réaction donne naissance à l'éthylmalonate d'éthyle.

A froid et par addition lente de chlorure de cyanogène on provoque surtout les réactions 1 et 3; à chaud et en présence d'un excès de chlorure de cyanogène c'est la réaction 2 qui devient prépondérante.

Cette manière de voir est encore confirmée par le fait qu'il est possible d'obtenir, presque exclusivement, la réaction 2, si l'on supprime l'alcool. En effet, en traitant le malonate d'éthyle sodé, soigneusement desséché, en suspension dans l'éther anhydre, par un courant de chlorure de cyanogène le rendement en éther cyanomalonique est considérablement augmenté (80-90 pour 100) et ne dépend pas, comme dans le cas précédent, de la vitesse du courant de chlorure de cyanogène et de la température. Au moyen de cette technique nous avons pu obtenir un produit *pur*, dont les constantes diffèrent très sensiblement de celles indiquées jusqu'ici :

Eb. 120-130° sous 25^{mm}; $d_4^{20} = 1,0931$; $n_D^{20°}$ 1,4203 (Haller).
Eb. 138-140° sous 14^{mm}; $d_4^{20} = 1,1128$; $n_D^{20°}$ 1,4295 (Mignonac, Rambeck).

Le *bromure de cyanogène* agit sur le malonate d'éthyle sodé d'une

manière très différente. Que l'on opère en solution éthérée ou alcoolique, il ne se forme que peu d'éther cyanomalonique; mais on remarque un dégagement d'acide cyanhydrique. Le produit de la réaction est en majeure partie constitué par de l'éthène tétracarbonate d'éthyle :

$$(C^2H^5CO^2)^2 : C = C : (CO^2 - C^2H^5)^2$$

mélangé d'un peu d'éthane tétracarbonate d'éthyle :

$$(C^2H^5CO^2)^2CH - CH(CO^2C^2H^5)^2.$$

C'est même là une excellente méthode de préparation de l'éthène tétracarbonate d'éthyle ($R' = 60$ pour 100).

Avec l'*iodure de cyanogène* on n'observe ni dégagement d'acide cyanhydrique ni formation d'éthène tétracarbonate d'éthyle, mais production presque exclusive d'éthane tétracarbonate d'éthyle.

Mécanisme. — Si nous comparons le caractère négatif de l'halogène à celui du groupement (C : N) dans les halogénures de cyanogène, celui du chlore est plus accentué, celui de l'iode moindre et celui du brome très voisin. On conçoit que l'addition de la molécule d'halogénure de cyanogène sur le malonate d'éthyle sodé, pris sous sa forme énolique (I), puisse être *orientée* par le métal alcalin. Le chlorure de cyanogène conduit au produit intermédiaire (II), le bromure à un mélange de (III) et de (IV), l'iodure à (V).

(I).	(II).	(III).	(IV).	(V).
$O - C^2H^5$	$O - C^2H^5$	$O - C^2H^5$	$O - C^2H^5$	$O - C^2H^5$
$C - ONa$	$C \begin{smallmatrix} ONa \\ Cl \end{smallmatrix}$	$C \begin{smallmatrix} ONa \\ Br \end{smallmatrix}$	$C \begin{smallmatrix} ONa \\ CN \end{smallmatrix}$	$C \begin{smallmatrix} ONa \\ CN \end{smallmatrix}$
$\Vert$ $C - H$	$CH - CN$	$CH - CN$	$CH - Br$	$CH - I$
$CO^2C^2H^5$	$CO^2C^2H^5$	$CO^2C^2H^5$	$CO^2C^2H^5$	$CO^2C^2H^5$

(II) et (III), par perte de NaCl et NaBr, conduisent au cyanomalonate d'éthyle.

(IV), par perte de NaCN, conduit au bromomalonate d'éthyle

$$(C^2H^5CO^2 - CHBr - CO^2C^2H^5),$$

mais, celui-ci, peu stable, est, en grande partie, détruit avec dégagement d'acide bromhydrique et formation d'éthène tétracarbonate d'éthyle [1].

---

[1] Si l'on substitue l'éther méthylique à l'éther éthylique, le dérivé bromé intermédiaire est stable et la réaction est orientée vers la production d'éthane tétracarbonate de méthyle.

Cependant, une faible partie réagit sur l'éther malonique sodé et donne lieu à la formation d'un peu d'éthane tétracarbonate d'éthyle.

V, par perte de NaCN, conduit à l'iodomalonate d'éthyle, celui-ci est stable, et, par action sur l'éther malonique sodé, conduit exclusivement à l'éther-éthane tétracarbonique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Stabilité comparée des isomères suivant leurs spectres d'absorption.* (*Déshydratation de glycols, isomérisation d'oxydes d'éthylène.*) Note de Mme **Ramart-Lucas** et M. **F. Salmon-Legagneur**, présentée par M. Georges Urbain.

Il a été établi [1] que la connaissance des spectres d'absorption dans l'ultraviolet permet généralement de prévoir les transpositions intramoléculaires quand elles sont déterminées par la chaleur.

Nous exposerons ici une étude sur la déshydratation de glycols et sur l'isomérisation d'oxydes d'éthylène. Dans le groupe (*a*) sont réunis des glycols bitertiaires et les oxydes d'éthylène correspondants; dans le groupe (*b*), des glycols primaires tertiaires.

(*a*)

$(C^6H^5)^2=C-C=(CH^3)^2$ (OH, OH) $\quad (C^6H^5)^2C—C=(CH^3)^2$ (O) $\quad \rightarrow \quad (C^6H^5)^2=C.CO.CH^3$ (1)

$C^6H^5-C(CH^3)(OH)-C(OH)(CH^3)-C^6H^5$ $\quad C^6H^5-C(CH^3)—C(CH^3)-C^6H^5$ (O) $\quad \rightarrow \quad C^6H^5-C(CH^3)^2.CO.C^6H^5$ (2)

Deux stéréoisomères (P.F. 122° et 117°). $\quad$ Deux stéréoisomères (P.F. 107° et 52°).

(*b*)

$C^6H^5-C(R)(OH)-CH^2OH \rightarrow C^6H^5-CH(R).CHO, \quad C^6H^5CH^2CO.R, \quad C^6H^5CO.CH^2.R$

$(R=CH^3, C^6H^5CH^2)$.

Par isomérisation des oxydes d'éthylène ou déshydratation des glycols du groupe (*a*), il ne peut se former que deux cétones : l'αα-diphénylbutanone (cétone 1) ou la diméthylphénylacétophénone (cétone 2). La déshydratation des glycols du groupe (*b*) peut conduire pour chacun d'eux soit à une aldéhyde, soit à deux cétones isomères (voir le schéma ci-dessus).

Nous avons mesuré l'absorption de tous ces composés. Les courbes d'absorption des cétones et des aldéhydes sont situées plus près du visible que celles des glycols et des oxydes d'éthylène dont elles dérivent. Dans le

---

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1301, 1848, 1626; 188, 1929, p. 636.

groupe (*a*), la courbe d'absorption de la cétone (2) est plus près du visible que celle de la cétone (1). Dans le groupe (*b*), les courbes d'absorption se déplacent vers le visible quand on passe des aldéhydes aux cétones.

D'après les règles données (¹), si à une certaine température à partir des corps du groupe (*a*) on obtient la cétone (1) et à partir des glycols du groupe (*b*), les aldéhydes, en élevant la température de transformation on doit avoir la cétone (2) comme produit de transposition des substances (*a*), et des cétones à partir des glycols (*b*).

Tous ces composés ont été distillés sur des agglomérés de terres d'infusoires entre 200° et 300° sous pression réduite.

Chaque corps du groupe (*a*) a donné surtout la cétone (1); les glycols (*b*) seulement des aldéhydes.

Nous avons effectué ensuite la transformation à des températures comprises entre 400° et 500°. Nous avons ainsi obtenu avec tous les composés du groupe (*a*) en majeure partie un carbure qui prend également naissance quand on chauffe chacune des cétones (1) et (2) à la même température, et dont la courbe d'absorption est très près du visible. Les glycols (*b*) donnent des cétones ou des carbures.

L'ensemble de ces résultats (dont le détail paraîtra prochainement) et de ceux que nous avons obtenus antérieurement rend très vraisemblables les conclusions suivantes :

I. *Si plusieurs isomères* A_1, A_2, A_3, ... *sont soumis à une température croissante, et qu'il se fasse, par transposition, des corps* B, C, D, ..., *ces corps apparaissent dans un ordre tel que la branche ascendante de leurs courbes d'absorption dans l'ultraviolet se déplace vers le visible* (à condition qu'il n'y ait pas de décomposition entraînant l'élimination de radicaux carbonés : CN, CO, CO^2).

II. *La formation de l'un ou l'autre de ces corps* B, C, D, ... *dépendra moins de la structure des composés* A *que de la température à laquelle a lieu la transformation.*

Citons seulement deux exemples parmi les nombreux cas par nous observés :

Les trois glycols et les trois oxydes du groupe (*a*) chauffés à 200°-300° donnent la même cétone (1); ces mêmes glycols, oxydes, ainsi que les cétones (1) et (2), conduisent à un carbure unique quand on les chauffe à 500°.

Les glycols $(C^6H^5)^2C.OH.CH^2OH$ et $C^6H^5.CHOH.CHOH.C^6H^5$

(¹) *Loc. cit.*

chauffés à 200°-300° donnent tous deux $(C^6H^5)^2.CH.CHO$; ces mêmes glycols, ainsi que la diphénylacétaldéhyde à 500° donnent tous trois la désoxybenzoïne.

On peut prévoir des résultats différents quand au lieu de déterminer ces transpositions par la chaleur on les détermine par un réactif. En effet, ce dernier, susceptible de donner un composé d'addition intermédiaire avec les glycols et les oxydes, peut agir sélectivement sur l'une des fonctions OH dans les glycols, ou provoquer l'ouverture d'une des liaisons C—O de préférence à l'autre dans l'oxyde. C'est effectivement ce que nous avons observé. Les produits de transformation des glycols et des oxydes (*a*) sont différents suivant qu'on les traite par SO^4H^2 concentré ou par $(CH^3.CO)^2O$ + trace de SO^4H^2; ce que nous résumons dans le schéma :

$(C^6H^5)^2=C-C=(CH^3)^2$, avec OH OH ; $(C^6H^5)^2=C \quad C=(CH^3)^2$ — avec O pontant } $\xrightarrow{(CH^3CO)^2O + \text{trace } SO^4H^2}$ $(CH^3)^2, C^6H^5 > C-CO.C^6H^5$; $\xrightarrow{SO^4H^2 \text{ conc.}}$ $(C^6H^5)^2, CH^3 > C.CO.CH^3$

$C^6H^5-C-C-C^6H^5$, avec CH^3 OH OH CH^3 ; $C^6H^5-C-C-C^6H^5$ avec CH^3 O CH^3 } $\xrightarrow[SO^4H^2 \text{ conc.}]{(CH^3CO)^2O + \text{trace } SO^4H^2}$ $(C^6H^5)^2, CH^3 > C.COCH^3$

Donc si au lieu de déterminer les transformations par simple échauffement elles se font sous l'influence d'un réactif, la formation de tel ou tel isomère dépend de la nature et de la concentration du réactif.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur la corrosion d'un cristal de dolomie par un liquide isotrope actif.* Note de M. L. **Royer**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai décrit récemment ([1]) une série d'essais qui montrent qu'un cristal holoèdre peut prendre dans la corrosion par un liquide isotrope actif des formes hémièdres holoaxes.

([1]) L. Royer, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1176-1178.

Depuis j'ai répété ces mêmes essais sur la dolomie dont la symétrie n'est n'est plus holoèdre, mais seulement parahémièdre.

Dans la dolomie, le plan d^1 $(01\bar{1})$, normal à la face (100) du rhomboèdre *p*, n'est plus comme dans la calcite un plan de symétrie P. En accord avec cela les figures de corrosion obtenues sur la face *p* (100) de la dolomie avec l'acide chlorhydrique ou l'acide azotique sont dissymétriques par rapport au plan d^1 $(01\bar{1})$.

Il en est de même pour les figures résultant de l'attaque de la face *p*(100) aussi bien par des acides organiques *inactifs* que par des acides *actifs* : dans l'un comme dans l'autre cas les figures de corrosion sont dissymétriques.

Si on limite donc ces observations à une seule face *p*, on ne constate aucune différence entre la corrosion en milieu actif et celle en milieu inactif. Tout se passe toujours comme si la symétrie de la face *p*(100) en expérience intervenait seule dans la détermination des figures de corrosion.

Une différence apparaît par contre d'une manière bien frappante quand on examine les résultats de l'attaque sur les six faces d'un même rhomboèdre de clivage.

1. *Essais avec des acides organiques inactifs.* — L'attaque a été faite avec des solutions concentrées à chaud des acides inactifs suivants : tartrique racémique, antitartrique, malique, glycérique, pyruvique, mucique, lévulinique et camphorique.

Les trois faces (100), (010), (001) aboutissant à une des extrémités de l'axe ternaire ont des figures de corrosion identiques entre elles; il en est de même pour les figures des trois faces opposées $(\bar{1}00)$, $(0\bar{1}0)$, $(00\bar{1})$ aboutissant à l'autre extrémité de l'axe ternaire.

Mais les figures des faces (100) et $(\bar{1}00)$ sont différentes : elles sont énantiomorphes l'une de l'autre par rapport au plan d^1 $(01\bar{1})$ normal à la face (100).

Ces conditions sont en accord avec l'existence dans la dolomie des éléments de symétrie A^3C, et de ceux-là seuls.

Ces essais avec les acides organiques inactifs mènent aux mêmes conclusions que celles que Garrabos [1] avait tirées de ses expériences sur la dolomie.

2. *Essais avec des acides organiques actifs.* — La corrosion a été obtenue

---

[1] GARRABOS, *Bulletin Soc. franç. de Minéralogie*, 49, 1926, p. 111-127.

avec les formes actives des acides suivants : tartrique, malique, aspartique, glucosique et avec les amines-acides alanine et leucine.

Comme dans les essais précédents, les figures de corrosion sont toujours identiques entre elles, d'une part sur les faces (100), (010), (001) et d'autre part sur les faces opposées $(\bar{1}00)$, $(0\bar{1}0)$, $(00\bar{1})$.

De même les figures de la face (100) sont différentes de celles de la face opposée $(\bar{1}00)$; mais contrairement à ce qui a lieu avec les acides inactifs, ces deux sortes de figures ne sont plus énantiomorphes l'une de l'autre.

Elles sont totalement dissemblables quant à leurs contours et à leurs positions.

Ainsi l'acide glucosique actif donne sur la face p (100) des figures qui ont la forme d'un trapèze à contours bien rectilignes et dont les bases ont même direction que la trace du plan d^1 $(01\bar{1})$. Sur la face opposée $(\bar{1}00)$ ce même acide donne des figures en forme d'un arc limité d'un côté par une droite et de l'autre par un segment de cercle. Le côté rectiligne fait avec la trace de d^1 $(01\bar{1})$ un angle d'environ 23°.

Ainsi les figures de corrosion obtenues avec les acides actifs sur les deux faces opposées (100) et $(\bar{1}00)$ ne sont plus, comme ces faces elles-mêmes, symétriques par rapport à un centre de symétrie C. Il n'existe plus aucune relation de symétrie entre elles.

Sur le simple vu de ces figures produites par les acides actifs, on serait tenté d'attribuer à la dolomie comme seul élément de symétrie un axe ternaire A^3 et de classer ce minéral dans la tétartoédrie ternaire.

Les figures obtenues par contre avec les acides inactifs sont en accord avec la parahémiédrie ternaire.

La symétrie réelle de la dolomie étant celle de la parahémiédrie ternaire, ces essais mettent en évidence qu'un cristal parahémiédre décroissant dans un milieu actif peut parfaitement bien prendre des formes tétartoèdres.

C'est un exemple de plus qui montre que « ce qui intervient dans la détermination des formes cristallines, c'est la combinaison des deux symétries du cristal et de la solution » (¹).

(¹) G. Friedel, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 789-791.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Variation diurne du potentiel électrique de l'air et déperdition électrique pendant le mois de septembre 1928 à l'Observatoire de Ksara (Liban).* Note de M. **Jean Chevrier.**

Les mesures ont été effectuées au pavillon magnétique, construction peu élevée, dans les conditions suivantes : pente faible du terrain, air très sec. Collecteur : fil de cuivre de 15/10, de $19^{m},96$ de long, tendu par un ressort sous une traction d'une dizaine de kilogrammes suivant une horizontale sensiblement perpendiculaire à la direction des vents dominants. Hauteur au-dessus du sol à la sortie du pavillon : $2^{m},10$, à l'autre bout $2^{m},30$. Isolants : soufre paraffiné résistant à la chaleur, éloignant les araignées par leur odeur d'hydrogène sulfuré. Égaliseur de potentiel radioactif au milieu de l'antenne à $2^{m},10$ au-dessus du sol. Prise de terre : treillage en cuivre ($0^{m},80 \times 3^{m}$) enfoui à $0^{m},30$ au sud du pavillon. Électroscope de Wulff légèrement modifié. Constatation faite, j'ai diminué de moitié la vitesse de fuite en remplaçant par une douille de cuivre la vis molettée serrant sur la borne de l'électroscope le fil de liaison avec le collecteur.

Technique adoptée à défaut d'un enregistrement continu : autant que possible à toutes les heures et demi-heures du jour, j'ai fait dix lectures, chacune à 30 secondes d'intervalle; leur moyenne a été adoptée comme valeur du potentiel à l'heure et à la demi-henre correspondante.

H..........	0	0,30	1	1,30	2	2,30	3	3,30
V..........	76,6	62,4	60,4	54,4	50,9	49,0	48,0	49,8
H..........	4	4,30	5	5,30	6	6,30	7	8
V..........	44,8	42,1	36,8	40,2	51,1	49,9	99,2	139,5
H..........	8,30	9	9,30	10	10,30	11	11,30	12,30
V..........	114,0	111,4	111,2	107,1	107,5	107,5	103,4	108,9
H..........	13	13,30	14	14,30	15	15,30	16	16,30
V..........	100,7	108,9	112,7	129,2	121,3	121,1	126,8	128,3
H..........	17	17,30	18	18,30	19,30	20	20,30	21
V..........	130,3	126,0	124,8	121,0	95,1	93,6	108,4	111,8
H..........	21,30	22	22,30	23	23,30	24		
V..........	94,3	81,4	82,3	93,8	80,7	76,6		

Il y a deux minima, l'un d'environ 40 volts entre 4 et 6^{h}, l'autre moins accentué entre 12 et 14^{h}, ainsi que deux maxima, l'un très aigu de 140 volts à 8^{h}, l'autre moins net entre 16 et 18^{h}, autant que l'on puisse conclure d'une aussi courte période pendant laquelle je n'ai pu négliger les

jours agités au seul profit des jours calmes, sans risquer de réduire par trop le nombre des observations. Les écarts, différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs obtenues par les 10 lectures à l'heure et à la demi-heure, montrent : 1° une situation calme de 0 à 5^h; 2° un maximum d'agitation aux environs de 11^h; 3° un accord satisfaisant entre la variation diurne moyenne et la variation diurne pour les jours les plus calmes.

Déperdition électrique. — Conducteur : cylindre en aluminium de 45^{cm} de haut, de $0^{cm},5$ de diamètre muni à son extrémité inférieure d'une douille en cuivre permettant de le placer sur la borne de l'électroscope. Pour ces mesures, j'ai emprunté à M. Maurain technique et notations (Mathias, *Traité d'Électricité atmosphérique et tellurique*, Paris, 1924, p. 95). J'ai déterminé les quantités

$$a' = \frac{1}{t}\left(\log\frac{V_0}{V} - \frac{c'}{c+c'}\log\frac{V'_0}{V'}\right)$$

pour les charges positives et pour les charges négatives, aussi souvent que possible, en principe à l'heure et à la demi-heure, à l'angle nord-est du pavillon magnétique.

Charges positives

H.....	1	2	4,30	5	9	9,30	10,30	11	13,30	14
$a'.10^3$.	2,2	1,8	1,9	2,6	2,0	1,3	1,4	1,7	2,6	1,3
H.....	15	15,30	16	16,30	17	17,30	20,30	23		
$a'.10^3$.	1,1	1,0	0,9	1,5	1,0	1,1	1,2	1,8		

Charges négatives

H.....	0,30	1,30	4	8,30	9	9,30	10	18,30	11	11,30
$a'.10^3$.	2,3	2,9	2,7	1,3	2,0	1,8	1,7	1,1	1,6	1,1
H.....	13,30	14,30	15,30	16	16,30	17	17,30	21	22	23,30
$a'.10^3$.	1,5	1,3	2,1	1,9	1,8	1,2	1,9	1,7	2,6	2,6

La déperdition pour les deux sortes d'électricité passe par un maximum entre 4 et 6^h, c'est-à-dire au moment où le potentiel est minimum. Minima entre 15 et 17^h pour les charges positives, la déperdition ne paraît pas présenter un minimum aussi net pour les charges négatives. La valeur moyenne de a' pour les charges positives est 0,0016 et pour les charges négatives, 0,0018. Le rapport de cette dernière valeur à la première est 1,1, nombre trouvé en plaine par d'autres observateurs. A cause du petit nombre des observations, ces résultats appellent de plus nombreuses mesures.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La vie latente des grains de pollen dans le vide à 271° C. au-dessous de zéro.* Note de M. **Paul Becquerel**, présentée par M. Louis Mangin.

Nos dernières recherches sur la vie latente des graines desséchées dans le vide à la température de l'hélium liquide qui n'avait pas dépassé — 269°,2 C. ont établi qu'il était possible de suspendre la vie du protoplasme des cellules de leur embryon sans provoquer leur mort (1). Nous nous sommes alors demandé si dans les mêmes conditions le protoplasme des grains de pollen de certaines fleurs ne présenteraient pas les mêmes phénomènes.

On sait que la durée du pouvoir germinatif des grains de pollen est très courte. Les expériences de M. L. Mangin (2) et celles plus récentes de M. S. Nohara ont démontré que dans les conditions naturelles, à la température ordinaire et à l'obscurité, les grains de pollen, pour les espèces les plus résistantes, ne conservent leur pouvoir germinatif que de 70 à 80 jours.

D'après M. S. Nohara (3) c'est dans l'air sec que les grains de pollen gardent le plus longtemps leur vitalité.

En nous servant de la baryte caustique anhydre, nous avons desséché progressivement dans l'air sec des grains de pollen d'*Antirrhinum majus*, variété pourpre et de *Nicotiana tabacum*, variété Havane. Après avoir vérifié leur pouvoir germinatif au bout de deux mois, nous les avons placés dans des petits tubes de verre où nous avons réalisé le vide avec l'aide d'une pompe rotative de Gaiffe donnant le $\frac{1}{10000}$ de millimètre de mercure. Ce vide a été ensuite achevé par une pompe en quartz à condensation dite de Langmuir, jusqu'à ce que le vide ne fût plus mesurable à la nouvelle jauge Dunoyer qui marque la pression limite du $\frac{1}{100000}$ de millimètre de mercure. Le 11 décembre les tubes fermés à la flamme et détachés de l'appareil furent transportés au laboratoire cryogène de Leyde.

M. le professeur W.-J. de Haas les plongea dans l'hélium liquide pendant 7 heures, où la température passa de — 269° à — 271°,7 C. Les tubes m'ont été renvoyés ensuite et je les ai conservés dans mon laboratoire. Le 30 avril dernier j'ai ouvert deux tubes, conservant les autres pour des expé-

(1) Paul Becquerel, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 805.
(2) Louis Mangin, *Bull. Soc. Bot. France*, 33, 1886, p. 337.
(3) S. Nohara, *Japanese journal of Botany*, 2, 1923, p. 31.

riences ultérieures. J'ai ensemencé les grains de pollen sur de la gélose à 10 pour 100 de saccharose, dans des cellules humides van Tieghem stérilisées, que j'ai portées pendant 24 heures dans une étuve à la température constante de 25° C. J'ai ensuite examiné au microscope s'il y avait des germinations. Le tableau ci-dessous nous présente les résultats.

	Pollen d'*Antirrhinum*.		Pollen de *Nicotiana*.	
Date du contrôle du pouvoir germinatif.	Pouvoir germinatif pour 100 grains.	Longueur moyenne des tubes polliniques en micron.	Pouvoir germinatif pour 100.	Longueur moyenne des tubes polliniques. en microns.
		μ		μ
1er octobre grains fraîchement recueillis	87	250 à 480	90	960 à 1680
5 décembre après 2 mois dans l'air sec	35	200 à 500	42	960 à 2000
30 avril après 7 mois dans l'air sec.	0	0	0	0
30 avril après 5 mois dans le vide 7 heures à —269° C. et —271°,7.	36	260 à 500	42	1000 à 2000

On constate ainsi que le pouvoir germinatif des grains de pollen des deux espèces expérimentées s'est affaibli dans l'air sec à l'abri de la lumière. Il est tombé à 35 pour 100 pour l'*Antirrhinum* et à 42 pour 100 pour le *Nicotiana* au bout de deux mois. Mais à partir du 5 décembre où ils ont été placés dans le vide, pendant cinq mois leur pouvoir germinatif a cessé de décroître. Il s'est maintenu intégralement, la longueur des tubes polliniques restant la même dans les germinations. Par contre les grains de pollen témoins conservés dans l'air sec pendant ce temps avaient pour les deux espèces perdu leur faculté germinative.

D'autre part le séjour des grains de pollen, dans le vide pendant 7 heures dans l'hélium liquide à une température allant jusqu'à — 271°,7, n'a en rien altéré leur pouvoir germinatif.

Or comment expliquer la vie latente de ces grains de pollen dans le vide, pendant les 7 heures d'action de cette basse température, une des plus extrêmes que l'on ait pu réaliser?

A cette basse température il n'y a plus ni eau liquide, ni atmosphère gazeuse, ni réactions chimiques. Le protoplasma des cellules plus dur que le granit a perdu non pas sa nature colloïdale, mais son état colloïdal absolument nécessaire aux phénomènes physico-chimiques de l'assimilation et de la désassimilation. On ne peut pas parler, dans ces conditions exceptionnelles, d'une vie aussi ralentie que possible. Il s'agit donc d'une vie suspen-

due analogue à celle que nous avons déjà obtenue pour les spores des Bactéries, des Champignons et pour les graines.

Maintenant à la température ordinaire dans ce vide extrêmement élevé la vie a-t-elle été suspendue?

C'est ce qu'il est difficile d'affirmer: mais si la vie des grains de pollen n'a été que très ralentie, ce n'est plus la vie ralentie aérobie classique, mais bien une vie ralentie anaérobie intramoléculaire, comme celle que nous avons déjà mise en évidence pour les spores et les graines que nous avons conservées dans les milieux irrespirables, dépourvus d'oxygène. Nos expériences en cours sur la vie latente des grains de pollen dans les gaz inertes nous fixeront bientôt sur ce point.

La démonstration expérimentale, que nous apportons aujourd'hui, du fait que l'on peut dans certaines conditions suspendre la vie des grains de pollen, ou la ralentir presque indéfiniment, n'a pas seulement un intérêt biologique, elle peut aussi avoir des conséquences pratiques dans le domaine de l'horticulture, car elle permettra de conserver les grains de pollen autant de temps que l'on voudra pour obtenir des fertilisations ou des hybridations de certaines espèces, plantes qui vivent souvent très éloignées les unes des autres, comme les Palmiers, les Orchidées, etc.

PHARMACODYNAMIE. — *Applications pharmacologiques de la technique du rein transporté au cou.* Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Charles Richet.

Nous nous proposons aujourd'hui de montrer quel parti le pharmacologiste peut tirer d'une méthode qui, à notre connaissance du moins, n'est pas encore sortie du domaine de la physiologie. Cette méthode, dont Tournade[1] a, croyons-nous, le premier fait usage, mais dont malheureusement il n'a pas publié la technique détaillée, consiste à sectionner l'artère et la veine rénales et à anastomoser au moyen de tubes de Payr, celle-ci avec la jugulaire, celle-là avec la carotide. De ce rein, on enregistre ensuite les variations de volume avec l'oncographe de Hallion et Comte.

Au point de vue pharmacologique cette méthode peut être employée soit chez l'animal décapsulé seul, soit successivement sur deux animaux, l'un à surrénales intactes, l'autre surrénalectomisé.

---

(1) Tournade, *Ann. de Physiologie*, 1, 1925, p. 294. — Tournade et Hermann, *C. R. Soc. Biol.*, 94, 1926, p. 657.

I. *Recherches sur l'animal surrénalectomisé seul.* — Sur le rein préparé comme il vient d'être dit, tout comme sur celui perfusé avec la solution de Ringer (¹), l'adrénaline produit une forte diminution de volume. Comme de nombreux auteurs l'ont déjà établi, l'action vaso-constrictive de l'adrénaline est donc bien périphérique.

Les alcaloïdes de l'ergot, et en particulier l'ergotamine, provoquent eux aussi une forte diminution de volume du rein transporté au cou. Contrairement aux affirmations quelque peu téméraires de Heymans et Regniers (²) qui leur avaient attribué des effets vaso-dilatateurs, les alcaloïdes de l'ergot possèdent donc indubitablement une puissante action vaso-constrictive qui est périphérique et qui ne résulte pas d'une décharge d'adrénaline provoquée par cette substance.

Par contre, l'hordénine (³) ne provoque pas de vaso-constriction du rein transporté au cou. L'hypertension provoquée par cette substance s'accompagne toujours d'une augmentation passive du volume du rein.

Il en est de même des substances du groupe de la nicotine et en particulier de la cytisine, de la pelletiérine et de la pseudo-pelletiérine (⁴).

II. *Recherches comparatives sur l'animal décapsulé et sur l'animal à surrénales intactes.* — Pour savoir si une substance provoque ou non une décharge d'adrénaline, il suffit le plus souvent de comparer les variations de volume du rein transporté au cou, que cette substance provoque, d'une part chez l'animal à surrénales intactes, d'autre part chez l'animal ayant subi la décapsulation totale. Si la substance étudiée provoque une décharge d'adrénaline, le pléthysmogramme rénal de l'animal décapsulé montre seulement une expansion passive du rein en rapport avec l'hypertension produite par la substance, tandis que le pléthysmogramme rénal de l'animal à surrénales intactes présente,

---

(¹) F. Nakazawa, *Tohoku journ. of exp. med.*, 5, 1924, p. 304-310.

(²) C. Heymans et P. Regniers, *Arch. internat. de Pharmacodynamie*, 33, 1927, p. 236-249.

(³) Ayant constaté que l'action hypertensive de la tyramine et de l'hordénine est supprimée par la nicotine, Baehr et Pick (*Arch. f. exp. Pathol. u. Pharmakol.*, 80, 1916-1917, p. 161-163) en avaient déjà conclu que, contrairement à celle de l'adrénaline, l'action de ces amines sur la pression artérielle n'est pas une action périphérique.

(⁴) Hazard a attribué à la pseudo-pelletiérine des propriétés atropiniques mais nous avons déjà montré que, contrairement aux affirmations de cet auteur, la paralysie du vague produite par cette substance est du type nicotinique et non du type atropinique. Ajoutons que l'étude que nous avons faite de la pseudo-pelletiérine nous a montré que, comme la nicotine, elle provoque une forte vaso-constriction de la rate et une inhibition des contractions intestinales.

après une expansion passive et transitoire du rein, une diminution brusque et prolongée du volume de cet organe qui traduit l'effet périphérique de l'adrénaline déchargée. Cette méthode n'est peut-être pas aussi élégante et d'un usage aussi général que la technique de l'anastomose sur rénalo-jugulaire, mais elle présente sur celle-ci l'avantage d'être beaucoup plus facile.

Quoi qu'il en soit, la méthode qui vient d'être exposée nous a permis de vérifier l'action excitante de la sécrétion adrénalinique que possèdent la nicotine, la cytisine, la pelletiérine, la pseudopelletiérine et la lobéline.

Elle nous a permis en outre de constater que la choline [1], l'acétylcholine chez l'animal atropiné [2], enfin le sulfate d'hordénine [3] provoquent aussi une décharge d'adrénaline.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Étude physique et biologique du stérol dextrogyre isolé de la levure de bière.* Note de MM. **René Fabre** et **Henri Simonnet**, présentée par M. E. Leclainche.

A la suite des recherches d'Ida Smedley Maclean, ainsi que de H. Penau et G. Tanret, on sait qu'il existe dans la levure de bière un mélange de stérols, l'un lévogyre, l'ergostérol, et l'autre dextrogyre, le zymostérol. H. Penau et G. Tanret ont pu, en particulier, isoler à un état de pureté aussi parfait que possible le stérol dextrogyre, à la suite de très nombreux fractionnements [4]. Le point de fusion et le pouvoir rotatoire spécifique du produit finalement isolé demeurent parfaitement constants pour deux cristallisations successives, ce qui permettait d'étudier avec précision son absorption ultraviolette avant et après irradiation, et son activité antirachitique après l'action des rayons ultraviolets.

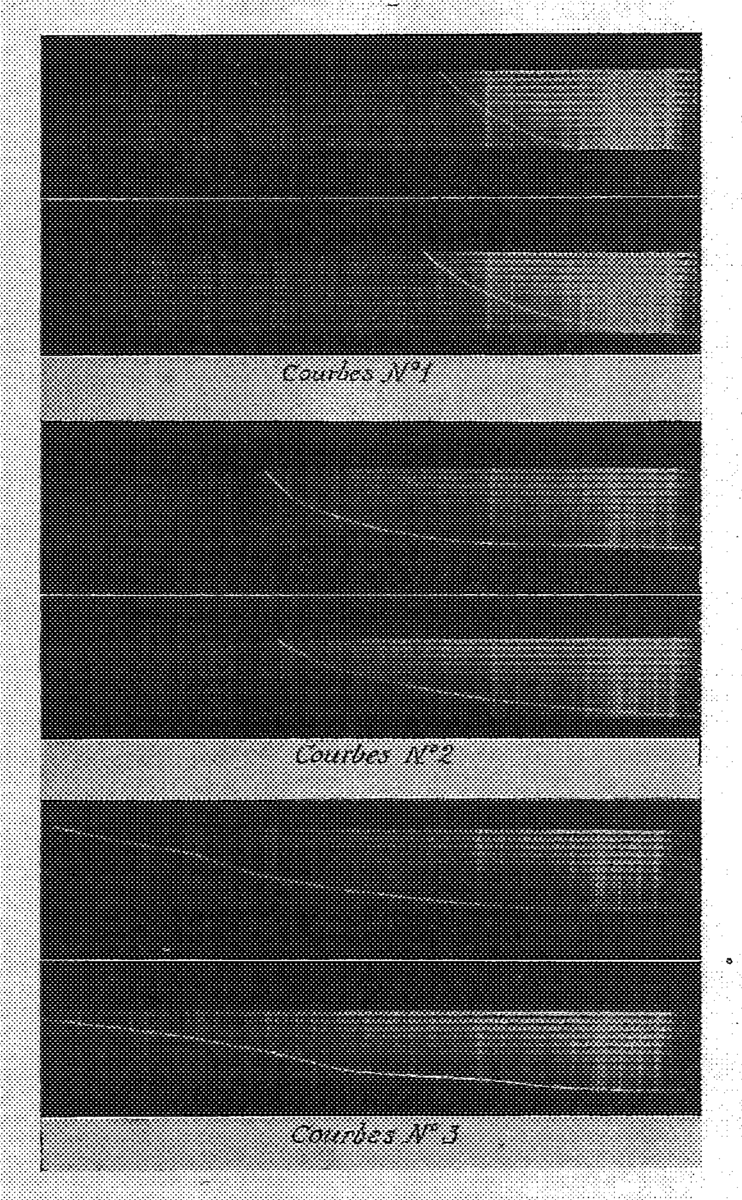
---

(1) Glaubach et Pick (*Arch. f. exp. Pathol. u. Pharmakol.*, 110, 1925, p. 212), l'hypertension provoquée par la choline est due en partie à l'action de celle-ci sur les surrénales.

(2) C'est par deux mécanismes bien distincts que l'acétylcholine excite la sécrétion adrénalinique chez l'animal normal et chez l'animal atropiné. Chez celui-là, la décharge d'adrénaline résulte de l'hypotension produite par l'acétylcholine (Molinelli, La secrecion de adrenalina, *Thèse méd. Buenos-Aires*, 1926, p. 278). Chez celui-ci, elle est due à une action directe du médicament.

(3) En employant la technique de l'anastomose surrénale jugulaire, Houssay et Molinelli (*Americ. Journ. of Physiol.*, 76, 1926, p. 551-576) n'ont pas pu déceler l'action excitante que le sulfate d'hordénine exerce sur la sécrétion d'adrénaline.

(4) H. Penau et G. Tanret, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1317.



Dans ces trois séries, la courbe supérieure représente l'absorption entre 4500 et 2500 U. A, du stérol irradié, et la courbe inférieure, celle du stérol non irradié.

Courbes n° 1. — Solution alcoolique à 1 pour 200. Cuve : 2cm.
Courbes n° 2. — Solution alcoolique à 1 pour 2000. Cuve : 1cm.
Courbes n° 3. — Solution alcoolique à 1 pour 5000. Cuve : 5mm.

1° *Étude de l'absorption ultraviolette du stérol dextrogyre isolé de la levure de bière.* — L'étude de l'absorption ultraviolette du zymostérol a été pratiquée suivant la technique des spectres imbriqués, utilisée dans des essais antérieurs [1].

Ainsi qu'il est possible de le constater sur les courbes ci-dessus, on n'observe aucun maximum de 4500 à 2500 U. A. D'autre part, alors que le stérol lévogyre présente en solution alcoolique une absorption notable à des dilutions du $\frac{1}{10000}$ à $\frac{1}{100000}$ en cuve de 5^{mm} d'épaisseur, le stérol dextrogyre doit être à une concentration de $\frac{1}{5000}$ pour qu'il soit possible de déterminer l'absorption dans la région 4500-2500 U. A. pour des temps de pose identiques. On savait que le produit dextrogyre était beaucoup moins absorbant que le produit lévogyre; mais aucune courbe d'absorption n'avait encore été tracée d'une façon précise.

L'irradiation pratiquée pendant 45 minutes en atmosphère inerte, et à basse température, sur la solution éthérée du zymostérol ne provoque aucune modification appréciable de la courbe.

2° *Essai biologique du stérol dextrogyre isolé de la levure de bière.* — L'essai biologique du stérol dextrogyre irradié a été effectué avec les précautions que nous avons précisées dans nos précédentes recherches sur la valeur antirachitique de l'ergostérol irradié [2].

On sait que cette technique permet d'apprécier des variations d'activité d'environ 10 pour 100 pour des dilutions de l'ordre du $\frac{1}{100}$ de milligramme. Par la méthode curative, aussi bien que par la méthode préventive, les résultats obtenus en opérant sur des animaux de même souche, sur plusieurs familles de rats blancs, conduisent aux conclusions suivantes :

1° Le zymostérol, obtenu selon la technique de H. Penau et G. Tanret, n'est pas entièrement dénué d'activité après irradiation dans les conditions indiquées.

2° Pour obtenir le même degré de guérison, vérifié par l'examen radiographique, il faut employer des doses de stérol droit au moins 100 fois plus élevées que celles d'ergostérol.

La réaction photochimique conduit donc à un produit faiblement antirachitique, à moins que des traces d'ergostérol, entraînées malgré tous les

---

(1) R. Fabre et H. Simonnet, *Journ. de Pharm. et de Chim.*, 8e série, 8, 1929, p. 489.

(2) R. Fabre et H. Simonnet, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 424.

soins apportés au fractionnement et non décelables à l'examen optique, soient suffisantes pour expliquer la valeur biologique du zymostérol irradié que nous avons étudié.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Les conditions de la conjugaison du* Glaucoma scintillans *en cultures léthobactériennes. Action directe et spécifique de certains agents zygogènes.* Note de M. **Édouard Chatton** et Mme **M. Chatton**, présentée par M. F. Mesnil.

Les faits de conjugaison induite chez les Infusoires par les facteurs externes, que nous avons exposés jusqu'ici ([1]) ont été acquis par l'expérimentation sur les cultures pures mixtes ou monomicrobiennes dans lesquelles le Cilié est entretenu aux dépens d'une seule espèce bactérienne *vivante*.

Elle nous a permis de montrer que, sur un même milieu de composition définie ou non, et tous les autres facteurs étant égalisés, la conjugaison d'Infusoires d'une même lignée est conditionnée par la nature de la bactérie, et que l'action du microbe est, avant tout, le fait des produits de son métabolisme agissant soit par des propriétés d'ordre général (concentration en ions H), soit par des propriétés spécifiques. Mais rien ne permet d'exclure une action plus directe des bactéries en tant qu'aliments libérant au cours de leur digestion par le Protozoaire certains de leurs constituants ([2]).

Faute d'avoir pu, jusqu'ici, déterminer la conjugaison du *Glaucoma piriformis* en cultures abactériennes ([3]), nous avons expérimenté avec les cultures léthobactériennes de *Glaucoma scintillans* où l'Infusoire est entretenu aux dépens de cultures monobactériennes vivantes de 3 jours tuées par chauffage à 70° avant l'ensemencement des Ciliés.

D'après notre expérience, les Ciliés ne s'entretiennent pas sur des bactéries tuées dans leurs cultures mêmes (sur gélose par exemple) et transportées dans le milieu neuf pour Infusoires. Il faut que ce milieu ait été

([1]) *Comptes rendus*, **176**, 1923, p. 1091 et 1262; **180**, 1925, p. 1137; **185**, 1927, p. 400; *C. R. Soc. Biol.*, **93**, 1925, p. 675.

([2]) Nous avons mis en évidence une action directe de cet ordre, non sur la conjugaison, mais sur la division du *Colpidium campylum*, qui se trouve inhibée quand l'infusoire ingère certain Colibacille qui ne diffère d'ailleurs des autres que par cette action (*Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1225).

([3]) Réalisées pour la première fois par A. Lwoff et jusqu'ici seulement avec cette espèce.

préalablement travaillé par les bactéries. Dans ces conditions, on n'élimine pas l'action des produits du métabolisme bactérien, dont certains peuvent être zygogènes. C'est ainsi que dans les cultures léthobactériennes à *Bacillus fæcalis alcaligenes* sur eau de foin, la zygose se produit régulièrement. Par contre nous ne la constatons jamais avec les autres bactéries que nous utilisons (Colibacilles, *B. fluorescens*, *B. prodigiosus*, etc.).

En expérimentant avec celles-ci, nous sommes au moins assurés que les substances ajoutées après la mort de la culture microbienne ne sont pas transformées par les bactéries. De plus nous avons porté notre choix sur une bactérie qui ne modifie pas sensiblement le pH du milieu de culture neuf : un *B. prodigiosus* de la collection de l'Institut d'Hygiène et de Bactériologie de Strasbourg, étiqueté Bühl. Elle constitue un excellent aliment aux dépens duquel l'Infusoire prolifère aussi activement et aussi régulièrement que dans les meilleures cultures à bactéries vivantes.

Nous avons essayé sur ce complexe la série des corps que nous avons reconnus comme les plus zygogènes dans les cultures monobactériennes du *Glaucoma scintillans* : $CaCl^2$, $FeCl^3$, l'acide pyruvique, le glucose.

Sans vouloir détailler pour l'instant nos résultats, nous indiquerons que les trois premières substances se montrent aussi activement zygogènes en cultures léthobactériennes qu'en cultures monobactériennes, tandis que la dernière y est complètement inerte.

Dans une Note précédente ([1]), nous n'avions pu que nous borner à constater l'inertie complète du glucose en cultures léthobactériennes et à émettre l'hypothèse que c'est par ses produits de transformation, et en particulier par l'acide pyruvique, qu'il exerce sa puissante action zygogène en présence de bactéries vivantes. L'action de l'acide pyruvique en cultures léthobactériennes étant dès maintenant démontrée, nous considérons l'hypothèse comme vérifiée et la donnons ici comme une des conclusions de nos nouvelles recherches.

Parmi les sels essayés comparativement à $FeCl^3$ et à $CaCl^2$, ceux-ci restent, comme dans l'expérimentation sur les cultures monobactériennes, les plus actifs. De même l'acide pyruvique est le seul à agir dans ces conditions à l'exclusion d'autres acides minéraux ou organiques. Ceci suggère l'idée que les propriétés zygogènes de ces corps sont le fait de leurs anions plutôt que de leurs cations. Organiques ou inorganiques, ces agents paraissent influencer les Infusoires, sans être transformés par les Bactéries.

([1]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 400.

Il convient cependant de se demander s'ils ne sont point adsorbés par elles.

Quoi qu'il en soit il est permis de parler de « substances zygogènes » pour une espèce infusorienne donnée, sous réserve que leur action zygogène est subordonnée aux autres conditions (crise culturale, pH) que nous avons définies antérieurement.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur un stérol dextrogyre de la levure, le zymostérol.* Note de MM. **H. Pénau** et **G. Tanret**, présentée par M. A. Desgrez.

L'ergostérine, isolée de l'ergot de seigle par Ch. Tanret (1889), fut retrouvée dans la levure de bière par E. Gérard (1895). Son haut pouvoir rotatoire lévogyre, sa faible solubilité dans la plupart des solvants organiques, rendent sa caractérisation et sa purification relativement faciles. Elle est accompagnée dans la levure par un autre stérol dextrogyre découvert en 1928 par Mrs Smedley Maclean (¹) et désigné par elle sous le nom de zymostérol. L'étude de ce dernier, en raison de sa difficulté, est restée jusqu'à présent peu avancée.

Préparation. — Après saponification des extraits alcooliques de levure, on isole, par les méthodes ordinaires, un résidu insaponifiable qui, par des traitements éthéro-alcooliques, est séparé en une fraction très lévogyre (qui sert à la préparation de l'ergostérine) et en une seconde fraction optiquement presque inactive. Celle-ci est dissoute à froid dans 15 à 20 volumes d'éther anhydre et fractionnée par concentrations successives; les premières cristallisations, plus dextrogyres que les autres, sont refractionnées à leur tour; par une longue série de cristallisations dans l'éther on obtient un stérol dextrogyre dont le pouvoir rotatoire ne varie presque plus d'un fractionnement à un autre : c'est le zymostérol.

Analyse. — Recristallisé dans l'alcool à 95°, le zymostérol se présente en lamelles cristallines, dont la composition centésimale, d'après nos analyses effectuées par la méthode de Dumas, correspond à la formule $C^{27}H^{42}O^{2}, H^{2}O$ qui est celle d'une oxyergostérine.

	Trouvé.			Calculé pour $C^{27}H^{42}O^{2}, H^{2}O$.
C	77,39	77,58	77,73	77,88
H	10,73	10,24	10,47	9,45

L'eau de cristallisation ne s'en va que partiellement à froid dans le vide

(¹) Ida Smedley Maclean, *Biochem. Journ.*, 22, 1928, p. 22.

sulfurique, la déshydratation totale n'ayant lieu qu'au delà de 80°. Le corps partiellement déshydraté reprend son eau à l'air libre. De son côté, et d'après une microanalyse portant sur un échantillon simplement séché dans le vide sulfurique, Mrs Smedley Maclean avait conclu à la formule $C^{27}H^{42}O$, identique à celle de l'ergostérine dont le zymostérol aurait été un simple isomère.

Propriétés physiques. — En tube effilé fermé, les cristaux fondent à 100-101° : après plusieurs solidifications successives, le point de fusion monte à 106-108°.

Beaucoup plus soluble que l'ergostérine, le stérol se dissout à 18° dans 18 parties d'alcool absolu, 26 d'alcool à 95°, 11 d'éther anhydre, 15 d'acétone. Alors que 1^g d'ergostérine n'est soluble à froid que dans 325 à 350$^{cm^3}$ d'huile (olives ou sésame), le zymostérol se dissout dans 80 volumes des mêmes huiles.

Le pouvoir rotatoire a été pris en solution chloroformique ($CHCl^3$ additionné de $\frac{1}{10}$ d'alcool absolu). A 16°, et par rapport aux raies indigo, verte et jaune de l'arc au mercure, on a eu $[\alpha]_{4360} = +60°,5$; $[\alpha]_{5461} = +39°,9$; $[\alpha]_{5780} = +34°,8$. Mrs Smedley Maclean a indiqué : $[\alpha]_{5461} = +34°$ (en solution éthérée). Le rapport de dispersion $\frac{\alpha I}{\alpha J}$ est ainsi de 1,73 et s'écarte notablement de celui de l'ergostérine qui est de 2,85. Ce même stérol donne $[\alpha]_D = +34°$.

Propriétés chimiques. — La détermination de l'indice d'iode selon la méthode de Hübl a été faite en mettant en présence pendant 18 heures, à $t = 18°$, le stérol cristallisé et un grand excès de réactif iodé. On a ainsi trouvé des nombres compris entre 190 et 201 qui confirment l'existence de trois liaisons éthyléniques déjà établie par Mrs Smedley Maclean : calculé 183,2 (pour le corps hydraté). Parallèlement, et pour l'ergostérine, on a trouvé 209,3 : calculé 190,5. Avec un temps de contact plus court et une quantité trop faible de réactif iodé, l'indice d'iode obtenu est bien moins élevé.

L'éthérification donne des produits assez pénibles à isoler. L'éther benzoïque n'a pu être obtenu cristallisé. L'éther acétique l'a été avec des rendements assez médiocres : ses cristaux fondent à 115° et ont $[\alpha]_D = +20°$. L'analyse élémentaire et la saponification de cette acétine lui assignent la formule $C^{27}H^{40}(C^2H^3O^2)^2$. Le zymostérol possède donc deux fonctions alcooliques. Dans ses réactions il se montre bien plus oxydable que l'ergostérine.

Comme dans le cas des autres stérols, une solution alcoolique de zymostérol précipite par addition de digitonine : obtenu dans les mêmes conditions expérimentales que l'un de nous a précisées avec Mlle Z. Hardy [1], le complexe formé renferme 28,6 pour 100 de zymostérol.

En présence d'anhydride acétique et de SO^4H^2 pur, le zymostérol donne la réaction verte de Liebermann, mais avec un stade d'arrêt au bleu, très caractéristique. La réaction de Salkowsky est négative. Avec $SbCl^5$ on a une légère coloration rose, soit que celle-ci soit caractéristique du zymostérol lui-même, soit qu'elle soit due aux traces d'ergostérine qui peuvent encore souiller le produit terminal. De même, le zymostérol donne encore faiblement la réaction de Rosenheim (coloration bleue avec l'hydrate de chloral fondu) si intense avec l'ergostérine.

Un kilogramme de levure fraîche contient environ 1^g à $1^g,50$ d'ergostérine et 1^g de zymostérol.

En résumé, la levure de bière contient au moins deux stérols: l'ergostérine lévogyre et le zymostérol dextrogyre. Bien qu'il soit difficile d'affirmer que ce dernier ait pu être isolé à l'état d'absolue pureté, on peut dire qu'entre les deux corps il existe non pas de simples dissemblances d'ordre stéréochimique, mais une différence plus profonde de constitution moléculaire, la formule du zymostérol concordant avec celle d'une oxyergostérine.

SÉROLOGIE. — *Préparation d'un sérum hyperactif contre la peste bovine.* Note [2] de M. **H. Jacotot**, présentée par M. Roux.

Le sérum antipestique, dont la préparation a été établie en 1897 par Kolle et Turner au Transvaal et presque simultanément par Carré et Fraimbault en Indochine, est un sérum d'activité relativement peu élevée : c'est par dizaines de centimètres cubes qu'il faut l'injecter pour préserver avec quelque certitude de la peste des animaux sensibles; à titre curatif, il n'agit qu'à dose massive et son emploi dans ces conditions ne peut être que rarement pratiqué; dans la méthode dite de séro-infection enfin, seule vaccination mise en œuvre jusqu'à présent contre la peste bovine, il ne faut pas moins de 50 à 100^{cm^3} de sérum par tête de bovidé, ce sont là du moins les doses recommandées par les établissements qui produisent ce sérum de façon suivie.

---

(1) H. Pénau et Z. Hardy, *J. Pharm. et Ch.*, 8e série, 9, 1929, p. 145.
(2) Séance du 6 mai 1929.

Il est à remarquer aussi que, quelle que soit la méthode adoptée pour la préparation des animaux fournisseurs — injections de sang ou de liquide de lavage péritonéal selon des modes variées — les divers sérums antipestiques sont, à égalité de prix, tout à fait comparables quant à leur activité.

Nous nous sommes demandé si l'emploi des pulpes organiques, qui sont utilisées déjà un peu partout à la préparation de vaccins sur lesquels des espoirs sérieux sont fondés, ne permettrait pas d'obtenir un sérum plus actif que ceux qu'on utilise actuellement.

Voici très succinctement le protocole de nos essais et les résultats qu'ils nous ont donnés.

Préparation du sérum. — Deux bœufs annamites adultes choisis dans le troupeau de nos fournisseurs de sérum et qui, six mois avant, avaient été immunisés par séro-infection, ont reçu chacun, sous la peau, en août 1928, d'une part 1 litre du sang virulent d'un veau de passage, et d'autre part 350^{cm^3} d'une pulpe obtenue par broyage de la rate et des poumons du même veau. On les a saignés ultérieurement et à cinq reprises 8, 15, 22, 29, et 36 jours après ces inoculations.

Leurs sérums mélangés ont été conservés depuis à la température ordinaire, dans une salle faiblement éclairée mais sans précautions spéciales; le produit date aujourd'hui de six mois et son activité environ quatre fois plus grande que celle des sérums antérieurement préparés par la méthode usuelle ne semble pas avoir diminué. Nous l'avons employé, à des doses diverses, comparativement avec des sérums préparés par injections aux bœufs fournisseurs, de sang virulent, de liquide de lavage virulent ou encore des deux à la fois [1].

Essais à titre préventif. — A quatre reprises nous avons essayé le sérum ainsi préparé; il s'est montré capable de préserver les animaux contre la peste, beaucoup plus efficacement, et à des doses beaucoup plus faibles que les sérums témoins.

Essais à titre curatif. — Cinq fois nous l'avons employé au traitement de jeunes animaux inoculés de virus pestique quelques jours avant et fébricitants depuis au moins 48 heures; il nous a donné quatre guérisons rapides, sans lésions ulcéreuses de la bouche, sans accidents digestifs chez les malades; le cinquième animal seul est mort; mais par contre des cinq sujets

---

(1) Nous avons, depuis, préparé d'autres bœufs par le même procédé; ils nous ont donné des sérums également très actifs.

traités comparativement avec des sérums ordinaires, quatre sont morts et le cinquième a fait une maladie grave.

Essais en séro-infection. — Nous avons essayé huit fois ce sérum dans la vaccination de jeunes ou d'adultes; il nous a toujours donné de meilleurs résultats que les sérums témoins, sa supériorité se traduisant notamment par l'absence constante d'accidents spécifiques chez les sujets et le plus souvent par l'absence de réaction thermique.

Conclusion. — De l'ensemble de ces résultats nous croyons pouvoir conclure qu'il est possible de préparer un sérum antipestique hyperactif en injectant aux animaux fournisseurs de sérum des pulpes d'organes prélevés chez des animaux atteints de peste bovine. Nous estimons que le pouvoir thérapeutique du sérum que nous avons employé est quatre fois supérieur environ à celui des sérums obtenus par les procédés ordinaires.

PATHOLOGIE COMPARÉE. — *Essai de sérothérapie chez* Galleria melonella. Note de M. **V. Zernoff**, présentée par M. F. Mesnil.

On sait, d'après les travaux de Métalnicov, que l'immunité active chez les chenilles de *Galleria melonella* commence à se manifester déjà 3 heures après la vaccination. Je me suis demandé quel était le temps nécessaire pour conférer l'immunité passive chez les chenilles de cette espèce. La technique que j'ai employée dans ces expériences a été indiquée dans une de mes publications précédentes [1]. En diminuant le laps de temps entre l'injection du sang des chenilles vaccinées et l'inoculation de microbes, j'ai constaté que l'immunité passive s'établit déjà de 2 à 4 heures après l'injection du sang. Ce fait a déjà été constaté par Aghar en 1928 [2]. Pour étudier si l'injection du sang de chenilles vaccinées peut avoir aussi un effet curatif, nous avons entrepris les expériences suivantes.

Nous avons inoculé un lot de chenilles avec une dose mortelle du microbe de Danysz. Pendant une heure, les chenilles sont restées à la température du laboratoire. Après ce temps :

1° Dix de ces chenilles ont reçu une injection du sang de chenilles préalablement vaccinées.

---

(1) *C. R. de la Soc. de Biol.*, **97**, 1927, p. 1697.

(2) *Contribution à l'étude de l'immunité chez les insectes* (*Thèse Fac. Pharmacie, Montpellier*, 1928).

2° Dix chenilles recevaient à leur tour une injection de vaccin du même microbe (culture de microbe Danysz, chauffée à 60° pendant 30 minutes).

3° Dix chenilles recevaient une injection du sang de chenilles non immunisées.

4° Dix chenilles, qui nous ont servi comme témoins, n'ont rien reçu.

Le tableau I montre les résultats obtenus.

TABLEAU I. — *Expérience* 132.

Nombre de chenilles en expériences.	Dose mortelle. 18 avril 17h.	Nature de l'injection. 18 avril 18h30m.	Nombre de chenilles vivantes.		
			19 avril.	23 avril.	25 avril.
10.....	Dose mortelle de bacilles de Danysz.	Sang de chenilles vaccinées.	10	10	8
10.....		Sang de chenilles normales.	0	»	»
10.....		Culture chauffée de bacilles de Danysz.............	0	»	»
10.....	—	»	0	»	»

Nous avons pu obtenir les mêmes résultats en injectant le sang des chenilles vaccinées, 2 à 3 heures après l'inoculation de microbes.

Dans l'expérience n° 134, nous avons injecté le sang de chenilles vaccinées 4 heures et demie après l'inoculation de microbes. Dans le tableau II, nous avons résumé les résultats obtenus.

TABLEAU II. — *Expérience* 134.

Nombre de chenilles en expérience.	Dose mortelle 22 avril 11h.	Nature de l'injection. 22 avril 16h30m.	Nombre de chenilles vivantes.		
			23 avril.	25 avril.	29 avril.
8.....	Dose mortelle de bacilles de Danysz.	Sang de chenilles vaccinées le 17 avril.	7	5	3
8.....	—	»	3	2	0

Dans les expériences suivantes, nous avons pu constater que le sang de chenilles vaccinées, qui a été conservé pendant 5 jours dans les tubes scellés, conserve sa propriété curative.

Les expériences avec la dose minima mortelle de la culture de Paratyphique B nous ont donné des résultats analogues, qui sont indiqués dans le tableau suivant :

TABLEAU III. — *Expérience* 126.

Nombre de chenilles en expérience.	Dose mortelle. 2 février 16h30m.	Nature de l'injection. 2 février 17h30m.	Nombre de chenilles vivantes. 3 fév.	6 fév.	23 février.
10...........	Dose mortelle de paratyphique B.	Sang de chenilles vaccinées.	10	9	8 papillons
6 témoins....	—	»	4	3	0 papillon

De ces expériences il ressort que :

1° L'injection de sang de chenilles vaccinées produit un effet curatif;

2° Cette propriété curative du sang des chenilles vaccinées peut se conserver pendant plusieurs jours *in vitro*.

La séance est levée à 16h20m.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 25 février 1929.)

Page 600, lignes 4 et 5 de la Correspondance, *au lieu de* Bernard J. Dubois, *lire* Bernard J. Dubos.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de mars 1929.

Institut international de Chimie Solvay. Troisième Conseil de Chimie, tenu à Bruxelles du 12 au 18 avril 1928. *Rapports et discussions sur des questions d'actualité.* Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 25^cm^,5.

Leçons sur la conductibilité des électrolytes, professées à la Sorbonne en 1927-1928, par E. Darmois. Paris, Vuibert, 1929; 1 vol. 25^cm^,5. (Présenté par M. Ch. Fabry.)

Regard dans la Physique. Nouvelles théories. La diffusion de la lumière, la concentration et la multiplication de la force, l'attraction du vide, l'immobilité de la lumière, considérations sur le temps et l'espace, par André Foussat. Alger, La Typo-Litho, 1929; 1 vol. 24^cm^,5.

Ente autonomo per l'acquedotto pugliese. *Seconda relazione sull' attività dell' ufficio speciale irrigazione.* Luglio 1925 (IV)-Giugno 1928 (VI). Bari, Gius. Laterza et Figli, 1928; 1 vol. 25^cm^.

Euclides Danicus Amsterdam 1672, par Georg Mohr. København, Andr. Fr. Høst at Søn, 1928; 1 vol. 23^cm^.

Les panoramas du mont Blanc, par Robert Perret. Chambéry, Dardel, 1929; 1 vol. 29^cm^,5. (Présenté par M. Termier.)

Notice sur seize mollusques nouveaux du Maroc, découverts en 1926-1927, par Paul Pallary. Paris, Fischer, 1928; 1 fasc. 23^cm^.

Sur trois petits Vertébrés du Maroc : le Xerus getulus, *l'*Eumeces algeriensis *et le* Lacerta perspicillata, par Paul Pallary, in *Bulletin de la Société d'histoire naturelle de l'Afrique du Nord.* Alger, La Typo-Litho, 1928; 1 fasc. 24^cm^,5.

Importancia social de la Farmacia, par Leopoldo Lopez Pérez. Madrid, Imprenta de Antonio Marzo, 1928; 1 vol. 22^cm^,5.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 22 MAI 1929.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Deux nouveaux deuils attristent l'Académie. C'est d'abord M. **Depéret**, Membre non résidant, qui a été frappé en pleine activité, au moment où il examinait les riches matériaux des fouilles de La Romieu (Gers).

Ch. Depéret, né à Perpignan le 25 juin 1854, fut d'abord médecin militaire. Sur les conseils d'Hébert, il abandonna l'armée pour la géologie. Chargé de cours à Marseille en 1886, il fut nommé deux ans après à la Faculté des Sciences de Lyon où la confiance de ses collègues lui conféra le Décanat qu'il conserva depuis 1896.

Il avait été nommé en 1898 Correspondant pour la Section de Minéralogie, et en 1913 il devint membre non résidant.

M. Depéret débute par une belle étude stratigraphique et paléontologique du Roussillon où il donne l'analyse d'une série de dépôts pliocènes, marins à la base, terrestres au sommet, en même temps qu'il reconstitue la faune de Vertébrés très riche et devenue classique pour les dépôts pliocènes. Désormais sa voie est tracée : stratigraphe et surtout paléontologiste, il poursuivra ses recherches dans cette double direction avec une rare persévérance.

Au point de vue stratigraphique Ch. Depéret a passé en revue tous les terrains tertiaires du bassin méditerranéen. Dans une Note fondamentale il a précisé les divers étages du Miocène et supprimé le désaccord qui existait entre les données des géologues français et les résultats de la magistrale étude de Suss. C'est lui qui rédigea, dans l'ouvrage de ce dernier, intitulé la *Face de la Terre*, le chapitre relatif à l'Histoire de la Méditerranée.

Signalons l'étude plus récente sur les terrains quaternaires où il a cherché à établir les étages par l'examen des terrasses marines ou fluviales et des moraines glaciaires; il se montre partisan de la théorie eustatique, c'est-à-dire des déplacements d'ensemble et par saccades, des mers, qui commandent les phénomènes d'érosion.

Plus importantes sont les recherches paléontologiques de Ch. Depéret où il a acquis une maîtrise incontestée. Ses études sur le Roussillon lui avaient démontré l'importance des Vertébrés pour la détermination de l'âge des couches tertiaires. La pauvreté des matériaux que l'on possédait l'incita à réunir une documentation aussi complète que possible sur les faunes des Vertébrés tertiaires et quaternaires; il entreprit des fouilles dans les régions les plus variées du Bassin du Rhône et des régions annexes. Ayant réussi, au prix d'efforts considérables, à réunir une abondante moisson, il se proposa d'établir, d'une manière rigoureuse, la succession chronologique et les caractères des diverses faunes, puis, à l'aide de ces documents, de faire l'histoire de l'évolution paléontologique de chacun des groupes, pour aboutir à la connaissance des lois générales de l'évolution.

Ostéologiste et anatomiste consommé, se réclamant de Cuvier, Ch. Depéret a exhumé et décrit une série de faunes de vertébrés réparties dans tous les terrains tertiaires et ses découvertes dans l'Éocène sont fondamentales.

Ces travaux ont fait de lui un des premiers paléontologistes actuels et consacré sa réputation mondiale.

Reprenant et complétant les idées émises avant lui sur ce qu'il appelle les lois de la Paléontologie, il a reconnu que les enchaînements sont souvent bien plus complexes qu'on ne l'avait pensé et que les familles naturelles sont composées de rameaux phylétiques délicats et minutieux à établir par suite de la spécialisation progressive, du rôle des migrations et des mutations.

L'histoire des Équidés est un exemple typique des généralisations trop hâtives. Tandis que dans le Nouveau Monde l'évolution du groupe est continue comme l'ont établi les Américains, il n'en est pas de même en Europe. D'après Ch. Depéret la souche est constituée des deux côtés par les Hyracothéridés de l'Éocène inférieur, elle se continue par les *Pachynolopus* et les *Lophiotherium*, puis ce rameau s'éteint en Europe. Plus tard l'*Anchitherium* y émigre sans laisser de descendance; plus tard encore les *Hipparions* émigrent à leur tour mais sans se perpétuer et nous arrivons au genre *Equus* qui émigre en Europe au moment où il s'éteint en Amérique.

Ainsi la série des formes discontinues d'Europe représente, suivant l'ex-

pression de Ch. Depéret, les mailles rompues et dispersées par l'émigration, d'une chaîne qui n'était continue que dans le Nouveau Monde.

Ch. Depéret a fondé à Lyon un laboratoire bien organisé et un musée unique en Europe, par le nombre et la variété des types de vertébrés exhumés dans ses fouilles.

Entraîneur d'hommes, il a groupé autour de lui une phalange de travailleurs et constitué une École de Géologie active et vivante où sa mémoire sera perpétuée.

J'adresse à sa famille au nom de l'Académie l'expression de notre vive sympathie.

M. **Cornet**, Correspondant étranger pour la Section de Minéralogie, est mort il y a quelques jours à Mons. Jules Cornet, né à Saint-Vaast, Hainaut (Belgique), le 4 mars 1865, était professeur à l'École des Mines de Mons. Fils d'un ingénieur éminent et géologue estimé, il consacra ses premières recherches au bassin de Mons, dont l'analyse, poursuivie en surface et en profondeur, lui permit de formuler des conclusions originales sur la transgression et la régression des mers, ainsi que sur les déformations subies au cours de son évolution.

Il réalisa ensuite l'étude de l'évolution des cours d'eau, et put expliquer les anomalies de certaines rivières belges.

Ses courageuses et pénibles expéditions au Congo belge dont il fut le premier explorateur, firent connaître la composition, la structure, les faunes anciennes d'un monde inconnu avant lui. Son Mémoire sur le Katanga, aux riches mines de cuivre, d'étain et de radium est devenu classique et les traits essentiels de la tectonique de cette partie de l'Afrique, ont été établis par J. Cornet d'une manière précise. Il avait été nommé Correspondant pour la Section de Minéralogie en 1923.

J'adresse à sa famille au nom de l'Académie l'expression de notre vive sympathie.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Friès**, membre de l'Académie de Stockholm, et à M. **Demetrios Lampadarios**, membre de l'Académie d'Athènes, qui assistent à la séance.

MÉTALLURGIE. — *Sur les essais de traction à chaud.*
Note (¹) de MM. **Léon Guillet, Jean Galibourg** et **Michel Samsoen.**

Poursuivant nos recherches sur la résistance des aciers à la traction à température élevée (²) nous avons effectué des essais de traction à 450° sur divers aciers au nickel et au nickel chrome. Nous avons déterminé les mêmes caractéristiques que dans les essais précédents.

Désignation arbitraire des aciers.	Nature du métal.	Limite proportionnelle dans les conditions de l'essai.		Limite des allongements instantanés sans écoulement.		Limite des écoulements limités.		Dureté Brinell. État de livraison.		Dureté Brinell. Recuit à 850° et refroidi à l'air.		Module d'élasticité.
		min.	max.	min.	max.	min.	max.	d (mm).	Δ.	d (mm).	Δ.	
E...	acier nickel-chrome demi-dur	13,68	15,00	15,00	16,00	17,00	18,00	4,79	156	4,69	163	17,600
		10,25	13,65	15,00	16,00	15,00	17,00	–	–	–	–	17,600
		10,23	13,68	–	–	–	16,00	–	–	–	–	17,740
F...	acier à 5 % de nickel	34,62	38,09	10,23	11,75	15,00	16,00	4,28	198	4,37	190	17,350
G...	acier à 5 % de nickel	34,62	38,09	10,23	12,00	13,77	15,15	9,87	244	4,33	193	17,135
H...	acier à 5 % de nickel	18,00	20,00	15,00	16,50	18,00	20,00	4,57	174	4,71	163	17,570
		20,60	24,05	15,00	16,50	20,60	24,05	–	–	–	–	17,280
I...	acier nickel-chrome dur	24,00	31,00	13,00	14,00	14,00	17,00	3,66	277	3,95	235	16,700
		31,00	38,00	11,50	12,80	13,77	17,50	–	–	–	–	17,070
J...	acier nickel-chrome-molybdène	53,10	pas atteinte	29,00	34,00	46,25	49,90	3,34	332	3,30	340	15,340
		65,95		35,05	38,50	41,95	50,65	–	–	–	–	15,160
K...	acier nickel-chrome-molybdène	38,45	41,90	26,55	28,65	35,00	38,45	–	–	–	–	17,360
L...	acier nickel-chrome-molybdène	27,56	31,15	18,60	20,64	22,20	24,71	3,51	300	3,90	241	17,700
		27,58	31,15	17,17	19,00	22,25	24,11	–	–	–	–	17,350
M...	acier nickel-chrome dur	34,36	37,81	9,00	10,25	10,23	12,00	3,50	302	2,69	516	15,230
		24,05	31,00	9,00	10,23	10,23	12,00	–	–	–	–	15,500

Le tableau résume les résultats obtenus suivant la nature du métal. Nous avons également porté dans ce tableau la dureté Brinell des éprouvettes dans l'état où elles nous ont été fournies et la dureté des mêmes éprouvettes après recuit à 850° et refroidissement à l'air calme. L'ensemble de ces résultats et des précédents montre qu'il n'apparaît aucune relation entre les

(¹) Séance du 13 mai 1929.
(²) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1205.

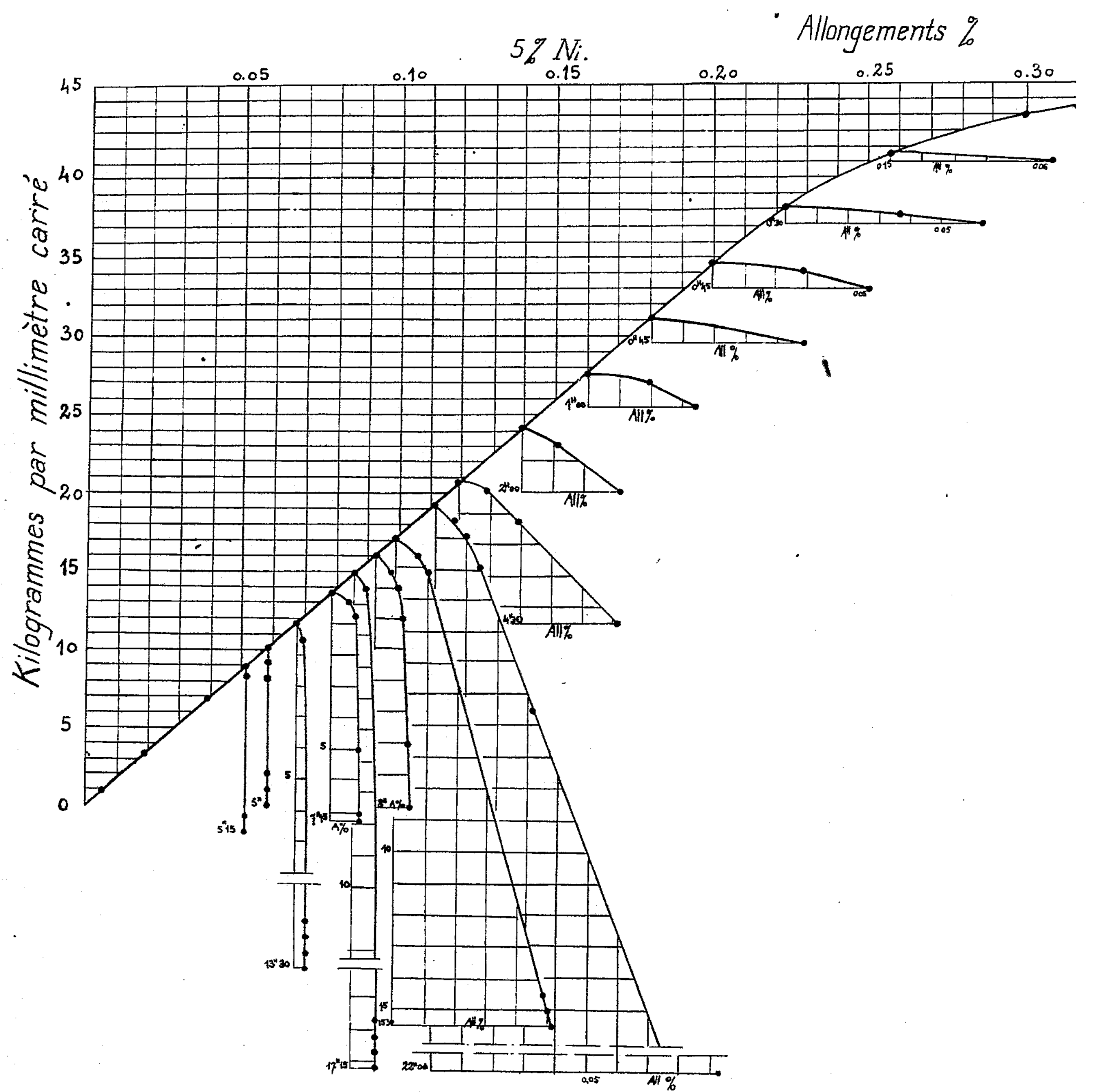


Diagramme XIII. Acier F.

diverses limites déterminées dans les conditions où nous avons opéré. Certains aciers (FGM) par exemple possèdent une limite de proportionnalité élevée alors que la limite des allongements instantanés sans écoulement est beaucoup plus faible.

Le traitement thermique a certainement une influence considérable sur les caractéristiques à chaud comme le montre la comparaison des éprouvettes J et K de même composition chimique. L'acier J a subi une trempe à l'huile et un revenu. L'acier K une trempe à l'air suivie d'un revenu. Le premier traitement confère au métal une limite d'allongement instantané sans écoulement nettement supérieure.

Par une composition de métal convenable (acier J au nickel-chrome-molybdène), et par un traitement approprié on peut élever la limite des efforts correspondant aux premières déformations permanentes à 450° jusqu'à une valeur d'au moins 29^{kg} par millimètre carré, c'est-à-dire jusqu'à une valeur représentant plus de cinq fois la limite correspondante ($5,6^{kg}$ par millimètre carré) des aciers doux utilisés généralement pour la construction des chaudières.

La figure montre à titre d'exemple un des diagrammes tracés pour l'un des aciers (F). Pour chaque charge d'épreuve on a indiqué sur le diagramme les allongements observés en fonction du temps quand on maintient la charge constante.

PLIS CACHETÉS.

M. Charles de Ripert d'Alauzier demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 14 janvier 1929 et inscrit sous le n° 10100.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée *Découverte scientifique faite sur l'Or, le Radium, l'Uranium.*

(Renvoi à la Section de Chimie.)

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats au poste de *Directeur de l'Observatoire de Paris.*

M. JEAN MASCART prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section d'Astronomie par le décès de M. *P. Puiseux*.

M. ANDRÉ KLING prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Division des Académiciens libres par le décès de M. le Maréchal *Foch*.

GÉOMÉTRIE. — *Quelques remarques relatives à la géométrie différentielle projective des surfaces.* Note (¹) de M. EDUARD ČECH.

1. Soit S une surface rapportée à ses asymptotiques u, v; soit

$$(\beta\, du^3 + \gamma\, dv^3) : 2\, du\, dv$$

l'élément linéaire projectif de S. Soient O un point arbitraire de S, ω le plan tangent, t_1, t_2 les deux tangentes asymptotiques, t_1 (t_2) touchant l'asymptotique $dv = 0$ ($du = 0$). Soit φ_0 une cubique rationnelle située dans le plan ω, possédant un point double en O, et telle que chaque branche ait en O un contact du second ordre avec une asymptotique; la cubique φ_0 possède trois points d'inflexion situés sur une droite p_0. Soit φ_1 une conique située dans le plan ω et ayant en O un contact du second ordre avec l'asymptotique $dv = 0$; la droite t_2 coupe φ_1 en O et en un point différent de O; soit p_1 la tangente à φ_1 en ce point. En échangeant les deux indices 1 et 2, on obtient encore une conique φ_2 et une droite p_2. Les courbes φ_i ($i = 0, 1, 2$) ne sont pas complètement déterminées, et précisément on pourrait encore prendre arbitrairement la position des droites p_i dans le plan ω; mais cela est sans importance pour notre but.

Or soit O′ un point de S infiniment voisin de O; pour $i = 0, 1, 2$, soit P_i (Q_i) l'intersection de la droite OO′ avec la droite p_i (avec la courbe φ_i).

(¹) Séance du 13 mai 1929.

Alors

$$(1)\qquad \begin{cases} (OP_0O'Q_0) = (\beta\, du^3 + \gamma\, dv^3) : 2\, du\, dv, \\ (OP_1O'Q_1) = \beta\, du^2 : 2\, dv, \\ (OP_2O'Q_2) = \gamma\, dv^2 : 2\, du. \end{cases}$$

On a ainsi une interprétation géométrique simple de l'élément linéaire projectif et des deux formes élémentaires $\beta\, du^2 : dv$, $\gamma\, dv^2 : du$ [1]. On peut généraliser les équations (1) en imposant aux courbes φ_i, au lieu du contact du second ordre avec l'asymptotique, un contact du premier ordre seulement et en fixant la valeur de l'invariant de contact (rapport de courbure) relatif. Alors, dans les seconds membres des équations (1), on doit remplacer β et γ par $k_1\beta$ et $k_2\gamma$, k_1 et k_2 étant les invariants de contact.

2. Comparée avec les autres interprétations géométriques des seconds membres de (1), la présente semble préférable parce qu'elle fournit immédiatement la propriété géométrique caractéristique des correspondances entre deux surfaces S, S' qui conservent la forme différentielle interprétée.

On voit sans peine que, une correspondance entre deux surfaces S, S' étant donnée, on peut, pour chaque couple de points correspondants, déterminer une homographie qui porte S' dans une surface Σ' ayant avec S un contact analytique du premier ordre. La correspondance étant supposée *asymptotique*, il résulte du n° 1 sans aucun calcul que la forme $\beta\dfrac{du^2}{dv}$, par exemple, est conservée si les asymptotiques $dv = 0$ de S et Σ' ont un contact du second ordre [2].

Or l'interprétation géométrique (1) a encore l'avantage de ne faire usage que des éléments situés dans le plan tangent. On en déduit qu'elle est valable non seulement pour l'élément linéaire projectif d'une *surface*, mais aussi pour celui d'un *réseau plan* [3].

3. Soit T un réseau conjugué sur la surface S. Pour chaque point O de S, soient : q_1 la droite qui joint les deux transformés de Laplace du réseau T, q'_2 l'intersection des plans osculateurs aux deux courbes passant par O du réseau T, q_2 l'intersection des plans osculateurs aux deux courbes du réseau T, q'_2 la droite qui correspond à q_2 dans la polarité de Lie, q_0 la

---

(1) Comparer avec la Note de M. B. SEGRE, *La cubique indicatrice de l'élément linéaire projectif d'une surface* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 729).

(2) V. E. ČECH, *Sur les correspondances asymptotiques entre deux surfaces* (*Lincei*, 6e série, 8, 1928, p. 484 et 552).

(3) V. E. ČECH, *Déformation projective des réseaux plans* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 291).

droite qui joint O au point d'intersection de q_1 et q'_2, q_0^* la conjuguée harmonique de q_0 par rapport au couple q_1, q'_2. Le réseau T est isotherme-conjugué si la congruence décrite par q_0^* est harmonique à la surface S, et dans ce cas seulement. Naturellement, on peut énoncer aussi la propriété corrélative.

4. En gardant les autres notations du n° 3, désignons par $\tau_i (i = 1, 2)$ les deux tangentes au réseau T et par $Q_i(Q'_i)$ l'intersection des droites $q_1(q'_2)$ et τ_i. Alors le réseau T est un réseau R si : 1° il est isotherme-conjugué; 2° l'intersection des droites $Q_1Q'_2$ et $Q_2Q'_1$ est située sur la (deuxième) directrice de Wilczynski et dans ce cas seulement [1]. Une autre caractérisation des réseaux R consiste en ce que les congruences décrites par les droites $Q_1Q'_2$ et $Q_2Q'_1$ sont harmoniques à la surface S.

5. Les réseaux de Jonas ont des propriétés semblables aux réseaux R. Le réseau T est un réseau de Jonas si : 1° il est isotherme-conjugué; 2° l'intersection des droites q_1 et q'_2 est située sur la (deuxième) arête de Green et dans ce cas seulement. Une autre caractéristique des réseaux de Jonas consiste en ce que les congruences décrites par les droites q_1 et q'_1 sont harmoniques à S.

6. En gardant les notations du n° 1, désignons par Γ_1, Γ_2 les deux branches de l'intersection de S avec le plan tangent ω, $\Gamma_i (i = 1, 2)$ touchant t_i en O. Le pôle de $t_2(t_1)$ par rapport à la conique osculatrice (en O) de $\Gamma_1(\Gamma_2)$ est situé sur la (deuxième) arête de Green g. La droite g est, outre les droites t_1, t_2, l'*unique* droite qui ne change pas si l'on effectue, dans le plan ω, les homographies conservant les éléments du troisième ordre de Γ_1 et de Γ_2.

7. Donnons le nom d'*élément complet du $n^{ième}$ ordre* d'une courbe gauche C (au point O de C) à l'ensemble de courbes qui ont en O un contact du $n^{ième}$ ordre, et qui jouissent de plus de la propriété corrélative. Relativement à chaque point O de la surface S, il existe des homographies qui conservent les éléments complets du troisième ordre des deux asymptotiques passant par O. Ces homographies conservent la position de quatre droites; ce sont les deux tangentes asymptotiques t_1, t_2 et les deux arêtes de Green.

---

(1) V. J. KANITANI, *On the projective deformation of curved surfaces* (*Memoirs of the College of Sciences, Kyôto Imperial University*, 6, 1922, p. 26).

RADIOACTIVITÉ. — *Remarques sur la désintégration de l'aluminium.* Note (1) de M. C. **Pawlowski**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai présenté (2) les résultats de mon étude sur les rayons H émis par l'Al sous l'action des rayons α du parcours de $3^{cm},9$ et $2^{cm},4$. Rutherford et Chadwick ont obtenu la désintégration de l'Al par des rayons α plus rapides. Mettant en regard mes résultats avec ceux de Rutherford obtenus pour les rayons α du parcours de 6 et de 7^{cm}, je suis arrivé aux deux conclusions suivantes concernant le parcours maximum et le nombre des particules H_{Al}.

a. Influence de la vitesse des rayons α sur le parcours maximum des particules H_{Al}. — La courbe L (*fig.* 1), tracée d'après les résultats des expé-

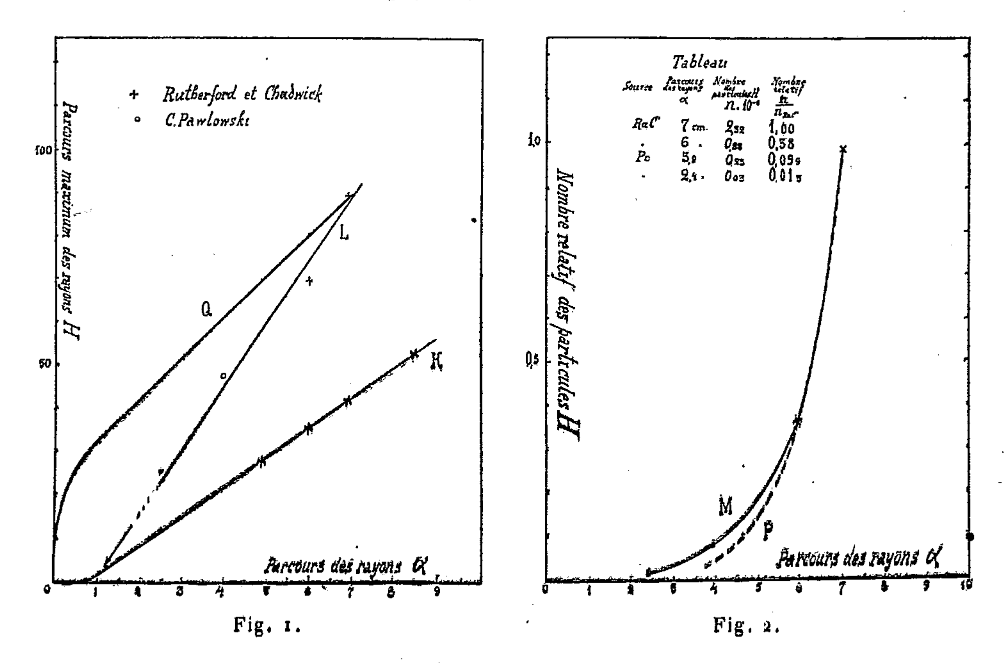


Fig. 1. Fig. 2.

riences, indique qu'il existe une proportionnalité approchée entre le parcours maximum des particules H_{Al} et le parcours des rayons α. L'extrapolation de cette courbe jusqu'à son intersection avec l'axe des abscisses montre que le parcours des particules α, capables de produire la désinté-

(1) Séance du 13 mai 1929.

(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1248.

gration de l'Al a une limite inférieure de 1cm environ. Cette conclusion est en accord avec le résultat de Schmidt [1] d'après lequel les rayons α d'un parcours de 1cm,1 peuvent provoquer des rayons H.

Dans un travail de Bothe [2] nous trouvons pour le parcours maximum des rayons H une formule, qui a été déduite des trois suppositions suivantes :

1° Pendant l'explosion du noyau la particule α reste dans l'atome ;

2° Au moment du choc la quantité de mouvement est conservée ;

3° Après le choc la somme des énergies cinétiques des mobiles n'est pas la même qu'avant. Dans certains cas, le noyau absorbe une partie de l'énergie de la particule α (par exemple N) ; dans d'autres cas, au contraire, le noyau frappé donne aux mobiles une partie de son énergie intérieure (par exemple Al).

Pour l'azote, Bothe a obtenu une concordance suffisante avec les résultats expérimentaux de Rutherford (voir la courbe K, *fig.* 1). On pouvait s'attendre à cette concordance, étant donnés les résultats des expériences de Harkins et de Blackett, établissant la captation de la particule α par l'atome de l'N pendant l'explosion de son noyau [3].

Pour m'assurer si la formule de Bothe est applicable à l'Al, j'ai calculé d'après cette formule les parcours maximums des rayons H pour les divers parcours des rayons α, et j'ai tracé la courbe théorique Q (*fig.* 1). En la comparant avec la courbe d'expériences L, nous voyons qu'elle ne coïncide pas avec celle-ci. On pourrait donc supposer que la production des rayons H_{Al} n'est pas accompagnée de la captation de la particule α. Cependant cette conclusion irait à l'encontre des considérations suivantes : d'une part, Pettersson [4] explique un déficit des particules α, réfléchies par l'Al en supposant qu'au moment du choc quelques-unes des particules α s'unissent aux noyaux frappés ; d'autre part, Kirsch [5], en comparant les résultats de Rutherford obtenus pour l'N et pour l'Al, conclut que le groupe principal des rayons H_{Al} est né par la synthèse atomique. La divergence constatée entre les valeurs théoriques et expérimentales du parcours maximum pourrait provenir de ce que les conditions, d'après lesquelles la

(1) SCHMIDT, *Zeit. f. Phys.*, 42, 1927, p. 721.

(2) BOTHE, *Zeit. f. Phys.*, 51, 1928, p. 615 [la formule (6)].

(3) La possibilité de la synthèse atomique pendant le choc a été signalée la première fois par M. J. Perrin.

(4) PETTERSSON, *Wien Berichte*, 133, 1924, p. 133.

(5) KIRSCH, *Phys. Zeits.*, 26, 1925, p. 26.

formule de Bothe a été obtenue, n'épuisent pas tous les phénomènes du mécanisme compliqué de la désintégration de l'atome de l'Al.

b. Influence de la vitesse des particules α sur le nombre des particules H_{Al} *par rayon α.* Pour établir cette dépendance, j'ai déterminé pour les diverses vitesses des particules α les valeurs du nombre de particules H, dont les parcours sont plus longs que 18^{cm} [voir *fig.* 1 (1)]. Ces nombres sont donnés dans le tableau sur la figure 2, où nous voyons également les nombres relatifs calculés par rapport aux nombres de particules H_{Al} obtenues par rayon α de RaC. La courbe M exprime la dépendance entre ces nombres relatifs et les parcours des rayons α et indique que le nombre de particules H_{Al} augmente très brusquement pour les rayons de grandes vitesses.

Gamow (2), appliquant les principes de la mécanique ondulatoire à la désintégration atomique, a obtenu une courbe P pour les nombres relatifs de particules H_{Al} (*fig.* 2). Nous devons signaler un certain écart entre la courbe théorique et les résultats expérimentaux. Bien que la théorie de Gamow ait une grande importance pour les recherches à venir sur la désintégration atomique, la forme, dans laquelle cette théorie a été exposée, ne peut encore être considérée comme définitive.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Chute d'un gaz lourd dans un gaz léger. Stabilité de l'ozone dans la haute atmosphère.* Note (3) de M. Y. **Rocard**, présentée par M. Ch. Fabry.

A la suite des déterminations expérimentales, de MM. Cabannes et Dufay notamment, qui ont permis de situer à une cinquantaine de kilomètres la hauteur de la couche d'ozone atmosphérique, on a pris l'habitude d'envisager cette couche comme absolument stable. Il reste cependant à chercher le mécanisme moléculaire qui rend compte de cette immobilité relative de l'ozone. Si ce gaz était un constituant permanent de l'atmosphère, pas plus sujet à se former qu'à disparaître, la seule répartition stable de l'ozone dans l'atmosphère isotherme serait donnée par la formule de Laplace : l'ozone étant un gaz lourd serait donc presque entièrement rassemblé au sol. Si cependant nous supposons qu'il se forme à une hauteur

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1248.
(2) Gamow, *Zeits. f. Phys.*, 51, 1928, p. 204; 52, 1928, p. 510.
(3) Séance du 13 mai 1929.

donnée, nous pouvons à l'aide de la théorie cinétique voir comment l'ozone va se répandre dans l'atmosphère. Malheureusement les méthodes classiques de la théorie de la diffusion des gaz ne nous sont d'aucun secours, car elles supposent qu'on part d'un état initial peu différent de l'état d'équilibre. Dans le cas présent, voici comment on peut sérier les difficultés : l'ozone, rassemblé en haut, va diffuser pour voir sa distribution tendre vers la loi de Laplace, la densité variant exponentiellement avec la hauteur, et variant si rapidement que presque toute la masse va se concentrer en bas. Considérons donc cette diffusion globale comme due à une chute globale de tout l'ozone vers le bas, superposée à une diffusion se faisant suivant les lois classiques, c'est-à-dire très lente si l'atmosphère est au repos. Il nous reste simplement alors à étudier cette chute de molécules lourdes (ozone) dans un gaz léger (air, azote, hélium, hydrogène).

Pour cela, nous considérons une molécule d'ozone, douée de sa vitesse d'agitation thermique, variable d'une molécule à l'autre, et dont la projection sur un axe quelconque est nulle en moyenne. Superposons-lui une vitesse de chute v, que nous allons déterminer. Les molécules du gaz ambiant, dans leurs chocs continuels sur la molécule d'ozone considérée lui communiquent des impulsions que nous avons appris à évaluer dans un travail précédent ([1]). Ces impulsions s'annulent exactement si v est nul, mais si v n'est pas nul elles créent une force vers le haut et proportionnelle à v; c'est la résistance à l'avancement. On aura l'état d'équilibre en écrivant que cette force est égale à la pesanteur de la molécule lourde, ce qui détermine v. Tous calculs faits, je trouve

$$(1) \qquad v = \frac{Mg}{Nr^2}\frac{\sqrt{RT}}{P}\frac{1}{\sqrt{M'}}\left[\frac{3}{8\sqrt{2\pi}}\sqrt{\frac{M+M'}{M'}}\left(\frac{M'+M}{M}\right)^2\frac{1}{2+\frac{M'}{M}+\frac{M}{M'}}\right]$$

M, masse moléculaire du gaz lourd; M′, celle du gaz léger; T, température absolue; R, constante des gaz parfaits; P, pression; N, nombre d'Avogadro; r, somme du rayon de la molécule du gaz lourd et du rayon de celle du gaz léger; g, accélération de la pesanteur.

Le calcul complet doit bien entendu tenir compte de la façon dont l'équilibre du gaz léger s'établit sous l'action de la pesanteur : les molécules venant frapper la molécule d'ozone sur sa partie supérieure arrivent moins nombreuses, parce qu'elles viennent de plus haut, mais avec une vitesse

([1]) *Ann. de Phys.*, 8, 1927, p. 1-120.

plus grande, parce que accélérées par la pesanteur. Celles venant frapper par en bas arrivent au contraire plus nombreuses et moins rapides. On peut d'ailleurs par un tel mécanisme dynamique retrouver rigoureusement la loi de Laplace.

Les conclusions numériques sont les suivantes : si le gaz léger est l'azote, on trouve pour la vitesse de chute de l'ozone 22^m *par jour;* si le gaz léger est l'hydrogène, on trouve 17^m *par jour*. De toute façon, l'ozone atmosphérique est pratiquement stable. Il faut chercher l'origine de ses variations en épaisseur et hauteur soit dans les causes qui le font naître ou disparaître, soit dans des mouvements généraux de l'atmosphère.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les variations de l'intensité respiratoire et de l'intensité de fermentation dans les tissus du Pois.* Note [1] de M. L. **Genevois**, présentée par M. Molliard.

Il est commode de considérer, chez les végétaux supérieurs, la respiration et la fermentation propre des cellules comme des phénomènes bien distincts, se poursuivant indépendamment l'un de l'autre [2]. Il est possible, en effet, de réaliser, sur les mêmes cellules (cellules des cotylédons de Pois; Pois demi-nain vert impérial, ou Pois nain hâtif d'Annonay), les expériences suivantes :

1° Activation spécifique de la fermentation;
2° Inhibition spécifique de la fermentation;
3° Activation spécifique de la respiration;
4° Inhibition spécifique de la respiration.

Par activation ou inhibition spécifique, nous entendons une variation positive ou négative de 40 à 100 pour 100 de l'intensité physiologique considérée, l'autre intensité ne subissant dans ces conditions qu'une variation inférieure à 12 pour 100.

1° *Activation spécifique de la fermentation.* — Elle s'obtient aisément par trempage des graines pendant 48 heures, avant la mise en germination au germoir. Les Pois sont stérilisés extérieurement au préalable, et placés sous 5^{cm} au moins d'eau stérilisée en milieu aseptique. Les Pois gonflent, la germination commence en anaérobiose, aux dépens de la fermentation.

---

(1) Séance du 13 mai 1929.

(2) L. Genevois, *Sur la fermentation et la respiration chez les végétaux chlorophylliens* (*Revue générale de Botanique*, 40, 1928, p. 53).

Pendant les premiers jours de la germination à l'air, l'intensité de fermentation des tissus $F^{N_2}_{CO_2}$ (mesurée dans l'azote, en millimètres cubes de CO^2 par milligramme de tissu sec et par heure à 28°,5) est beaucoup plus élevée dans les graines trempées que dans les graines témoins qui ont germé à l'air. Il apparaît, en présence d'air, une certaine fermentation $F^{O_2}_{CO_2}$; l'intensité respiratoire I_{O_2} varie peu. Voici un exemple :

	$F^{N_2}_{CO_2}$.	Δ %.	$F^{O_2}_{CO_2}$.	I_{O_2}.	Δ %.
Cotylédons ayant germé à l'air.........	+0,43		0,00	−0,35	
Cotylédons ayant germé sous l'eau......	+0,84	+95	+0,18	−0,40	+12

2° *Inhibition spécifique de la fermentation.* — Lorsque l'on compare l'intensité de fermentation en milieu liquide, dans une solution de Ringer, de cotylédons de Pois entiers ou coupés en tranches minces de $0^{mm},3$ à $0^{mm},6$ d'épaisseur, on constate que l'intensité de fermentation est beaucoup plus faible dans les cotylédons coupés en tranches minces que dans les cotylédons entiers :

	$F^{N_2}_{CO_2}$.	Δ %.	I_{O_2}.	Δ %.
Cotylédons entiers...............	+0,49		−0,53	
Cotylédons coupés	+0,35	−28	−0,57	−8

Des dosages de bicarbonate dans la solution ont montré qu'il n'y avait ni rétention du CO^2, ni formation d'acides fixes, dans l'un ou l'autre cas.

3° *Activation spécifique de la respiration.* — Si l'on compare, cette fois à sec, l'intensité respiratoire de cotylédons entiers et coupés, on constate une augmentation considérable de l'intensité respiratoire. Il s'agit bien d'une augmentation réelle d'intensité, car le quotient respiratoire de cotylédons normaux, étudiés dans ces conditions, est égal sensiblement à 1, et, en raison de la présence d'une atmosphère interne, les tissus sont entièrement saturés d'air. A condition d'opérer sur des germinations datant d'une huitaine de jours au moins, on ne constate aucune activation parallèle de la fermentation.

	$F^{N_2}_{CO_2}$.	Δ %.	I_{O_2}.	Δ %.
Cotylédons entiers.....	+0,41		−0,50	
Cotylédons hachés.....	+0,43	+5	−0,85	+70

4° *Inhibition spécifique de la respiration.* — KCN inhibe la respiration sans faire varier l'intensité de fermentation. Ce phénomène, connu depuis longtemps, a été redécrit en détail dans le Mémoire cité plus haut.

Lorsque l'on répète les expériences décrites ici sur des plantules de Pois, on constate que l'on obtient, dans les mêmes conditions, une inhibition de

la respiration ou de la fermentation, mais jamais d'activation de la respiration ou de la fermentation. Ces expériences s'interprètent en admettant que les cotylédons possèdent des réserves de ferment respiratoire et de zymase; suivant les conditions où se trouvent placées les cellules, excès d'oxygène ou anaérobiose, c'est l'un ou l'autre ferment qui passe de la forme inactive à la forme active. Dans les tissus en voie de croissance, les deux ferments seraient en pleine activité. Dans les tissus adultes ou en voie de sénescence, on constate une variation sensiblement parallèle des deux ferments [1].

PHYSIOLOGIE. — *Sur la respiration en milieux suroxygénés.* Note [2] de M. **Bounhiol**, présentée par M. Charles Richet.

Les belles expériences de Ch. Achard, Léon Binet et Albert Leblanc laissaient sans réponse la question du déterminisme exact de la mort rapide des animaux en milieux suroxygénés.

Nous avons repris ces expériences sur des cobayes en nous plaçant dans des conditions semblables à celles où se placèrent ces auteurs : dans une chambre respiratoire traversée par un courant permanent de O, la richesse oxygénée a été maintenue, sans élévation sensible de la pression générale du milieu respiratoire, à 80 pour 100 de O pur et s'est élevée, pour quelques expériences, à 85 et 90 pour 100.

La plupart de nos animaux sont morts dans un intervalle de deux à trois jours, dans une atmosphère renfermant 80 pour 100 de O, sensiblement plus tôt que les lapins de Achard, Binet et Leblanc. En atmosphère renfermant 85 à 90 pour 100 de O ils mouraient encore plus tôt et l'un d'eux, pesant 660^g, il est vrai, et vraisemblablement âgé, s'éteignit au bout de 16 heures seulement.

Dans le sang, chaque jour recueilli, ont été dosés l'urée et l'azote total, exprimé en urée. Les dosages ont porté sur le sang total et ont été faits par précipitation avec le réactif phosphotungstique, qui permet d'atteindre l'azote des grosses molécules polypeptiques.

---

(1) F. F. Blackmann, *Analytic studies in Plant Respiration* (*Proceedings of the Royal Society*, B, **103**, 1928, p. 491).

(2) Séance du 13 mai 1929.

	Numéro et poids.	Urée par litre.	Azote total par litre exprimé en urée.	Observation.
Cobayes en respiration normale.	1-3^g	0^g,40-0,45	1^g,60-0,65	
Cobayes en respiration suroxygénée à 80 pour 100	5:445	0,70	1,30	après 30 heures
	»	0,50	1,07	» 54 heures, mort
	6:445	0,49	1,06	» 60 heures, mort
	7:470	0,59	0,96	» 61 heures, mort
Cobayes en respiration suroxygénée à 85-90 pour 100	9:668	0,54	1,2	» 16 heures, mort

Les animaux sont donc morts d'une azotémie rapide et brutale.

Le phénomène initial qui vient troubler les anciens équilibres est l'offre faite au sang, dans les poumons, d'un air considérablement plus riche en O que l'ancien. Pour absorber cet oxygène, les globules se multiplient rapidement. C'est bien ce qu'ont constaté Achard et ses collaborateurs, comme nous l'avons constaté à notre tour. C'est bien ce qu'on constate, avec une moindre vitesse pour de moindres variations de la richesse oxygénée lorsque des poumons humains passent du régime de l'air urbain, pauvre et souillé, ou de l'air pauvre et humide des pays chauds, au régime de l'air frais, propre et riche de la montagne ou de la forêt.

Consécutivement, le cœur et la mécanique circulatoire se ralentissent. L'absorption d'oxygène se faisant, avec plus de facilité, en plus grande abondance, le renouvellement des surfaces d'absorption au niveau de l'épithélium pulmonaire est moins fréquemment nécessaire, pour des besoins restés sensiblement constants. De là une tendance aux congestions viscérales et aux œdèmes (poumon, foie, rein etc.) telles que nous les montrent les coupes histologiques des auteurs cités au début de cette Note et telles que la nécropsie attentive de nos animaux nous a permis de les constater.

Au début, les oxydations profondes se sont trouvées brusquement favorisées et amplifiées. L'oxygène a été fixé par les tissus en bien plus grande quantité qu'auparavant. La quantité des produits d'oxydation a également augmenté brusquement dans le sang. Et cette augmentation porte aussi bien sur les produits gazeux (CO^2), comme l'ont vu Achard, Binet et Leblanc, que sur les produits solubles, comme nous l'avons montré nous-même.

L'accumulation des produits d'oxydation gêne et ralentit, de plus en plus, les nouvelles fixations de O par le sang. Le milieu, malgré le O offert en abondance, *perd son oxydabilité*. En conformité de la loi de Le Chatelier, les produits de la réaction, non éliminés, ralentissent et limitent la réaction elle-même.

Paradoxalement, dans une atmosphère trop riche en O, les animaux sont asphyxiés parce qu'ils ne peuvent plus fixer cet oxygène. Et ils sont d'abord intoxiqués, non par l'oxygène lui-même qui ne saurait être qualifié de toxique, mais par les produits d'une oxydation trop intense que leur synergie physiologique est impuissante à éliminer assez rapidement.

Avec une fixation de O de plus en plus diminuée et tant que persiste l'activité des émonctoires, les décharges azotée et carbonique se poursuivent. Pendant cette phase, le sang contient de moins en moins de CO^2; et l'azotémie diminue aussi, comme nous le montrons nous-même, au fur et à mesure que l'asphyxie se prolonge.

Il semblerait donc qu'il dût arriver un moment où la fixation de O pourrait devenir de nouveau possible. Elle le devient en effet, pour des proportions de O ne dépassant pas 40 à 50 pour 100 dans l'atmosphère perturbatrice. Mais, pour des taux d'oxygène considérables, l'expérience nous a montré que cette reprise des oxydations est impossible.

Elle est alors *mécaniquement* impossible parce que l'air oxygéné à 80 pour 100 et au delà ne permet pas la reprise des vitesses circulatoires fonctionnelles normales ou subnormales qui dissiperaient les états congestifs correspondants. Ceux-ci persistant, la mort survient par asphyxie totale dans une atmosphère de O presque pur, parce que le sang d'abord, les tissus ensuite, ne peuvent plus le fixer.

Le traitement des états asphyxiques devra, dorénavant, s'inspirer de ce notions nouvelles et ne jamais comporter l'application prolongée, à la pression atmosphérique, de mélanges dont la teneur en O dépasse 40 ou 50 pour 100.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les ferments solubles sécrétés par les champignons hyménomycètes. Les alcaloïdes et la fonction anti-oxygène.* Note [1] de M. L. **Lutz**, présentée par M. L. Mangin.

Au nombre des principes actifs des végétaux dont le rôle biologique prête encore à discussion figurent les alcaloïdes. Les observations relatives au pouvoir anti-oxygène des composés phénoliques pouvaient *a priori* laisser supposer que ceux des alcaloïdes possédant cette fonction sont susceptibles de se conduire de la sorte, mais le problème reste, pour les autres, sans solution.

---

(1) Séance du 6 mai 1929.

J'ai donc choisi, parmi les alcaloïdes dont la constitution chimique est actuellement établie, un certain nombre de types possédant les principales fonctions et je les ai opposés, comme à l'ordinaire, aux actions oxydantes des mycéliums d'Hyménomycètes : 1° en présence de substances oxydables; 2° en présence d'un corps réductible.

Comme substances oxydables, le choix s'est arrêté sur le gaïacol et le naphtol α et, comme substance réductible, sur le bleu de méthylène.

Quant aux alcaloïdes, j'ai utilisé :

1° Série purique : caféine, théobromine;

2° Amino-phénol : adrénaline;

3° Base tertiaire avec une fonction phénol : morphine;

4° Bases tertiaires avec une fonction phénol éthérifiée : codéine, dionine;

5° Base bitertiaire non saturée avec un noyau quinoléique et une chaîne latérale doublement fermée : quinine;

6° Bases tropiques : atropine, cocaïne;

7° Amide interne d'un acide diamidé : strychnine;

8° Lactone (avec noyau glyoxylique méthylé à l'azote) : pilocarpine.

Ces divers corps ont été dissous dans l'eau stérilisée à la concentration de 1 pour 100 et il a été ajouté V gouttes de chacune de ces solutions aux milieux de culture correspondants. Ceux-ci ont été solidifiés : en position inclinée pour ceux qui comportent dans leur formule du gaïacol ou du naphtol; en position verticale pour les milieux au bleu.

L'ensemencement a été fait avec *Stereum purpureum, S. hirsutum* et *Polyporus versicolor*.

Les résultats ont été les suivants :

1° En présence de substances oxydables :

L'adrénaline (amino-phénol) a produit un retard sensible de l'oxydation du gaïacol et surtout du naphtol;

La morphine un léger retard avec le gaïacol (surtout dans le cas des *S. purpureum* et *S. hirsutum*); un retard à peine sensible avec le naphtol.

Aucun retard avec les éthers de la morphine (codéine, dionine);

Léger retard, comparable à celui de la morphine et surtout avec le *S. purpureum* et le *S. hirsutum* en présence de la quinine (noyau quinoléique);

Aucun retard avec les autres alcaloïdes.

2° En présence de bleu de méthylène :

Dès le cinquième jour, légère réduction verte en présence de morphine, s'accentuant lentement. Le huitième jour, la réduction est perceptible dans

le milieu additionné de quinine (surtout avec *S. hirsutum* et *P. versicolor*). Rien avec les autres milieux.

Dans les témoins, le début de la réduction ne s'est manifesté que vers la troisième semaine.

Les expériences, poursuivies pendant six semaines, n'ont montré aucune réduction nouvelle.

En résumé, les alcaloïdes possédant un noyau phénolique ou quinoléique libre ont manifesté un léger pouvoir anti-oxygène, bien moins accentué, d'ailleurs, que celui des phénols étudiés précédemment. Les autres alcaloïdes, et en particulier ceux possédant une fonction phénolique éthérifiée, se sont montrés inactifs vis-à-vis des phénomènes de catalyse oxydante provoqués par les Hyménomycètes. Ce n'est donc pas dans cette voie qu'il convient de chercher l'explication du rôle des alcaloïdes dans les végétaux et mes observations antérieures sur ce sujet ([1]) conservent toute leur valeur.

La séance est levée à 15h50m.

É. P.

([1]) L. Lutz, *Recherches sur la nutrition des végétaux à l'aide de substances azotées de nature organique* (*Ann. Sc. nat. Bot.*, 8e série, 7, 1898-1899, p. 1); *Sur le rôle des alcaloïdes envisagés comme source d'azote pour les végétaux* (*Bull. Soc. bot. Fr.*, 50, 1903, p. 118).

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 MAI 1929.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

OCÉANOGRAPHIE. — *Variations lentes du niveau moyen de la mer sur le littoral français.* Note de MM. **Ch. Lallemand** et **E. Prévot.**

Le niveau moyen de la mer, auquel, en principe, est rapportée l'altitude des repères dans les grands nivellements nationaux, n'est pas immuable, comme on pourrait le croire. Avec le temps, il subit de petites oscillations, dont, il est vrai, la répercussion sur la cote moyenne s'atténue progressivement, à mesure que s'allonge la période sur laquelle portent les observations.

En France, deux stations surtout se prêtent à l'étude du phénomène. Ce sont :

1° Sur l'océan Atlantique, Brest, où, depuis 1851, fonctionne un marégraphe du Service Hydrographique de la Marine;

2° Sur la Méditerranée, Marseille, où, depuis 1885, des observations régulières très précises se poursuivent au moyen d'un marégraphe totalisateur et de plusieurs medmarémètres installés dans ce port ou dans son voisinage.

Un premier examen des résultats obtenus en ces deux régions semblait accuser, pour le niveau moyen annuel, un exhaussement continu d'environ *trois quarts de millimètre par an* (1), imputable, croyait-on, à un lent affaissement du sol.

---

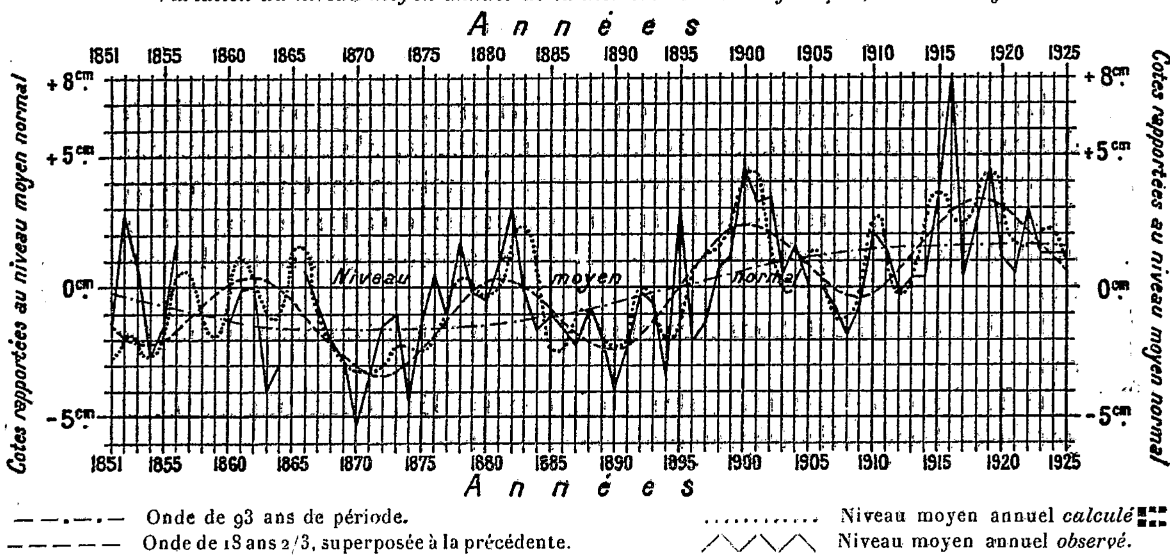
(1) *Rapport sur les travaux du Service de Nivellement général de la France de 1922 à 1924* (*Deuxième Congrès de l'Union internationale de Géodésie et de Géophysique*, Rapport 7 *b*, Madrid, 1924).

En vue de pouvoir mieux élucider la chose, M. E. Prévot a eu l'idée de juxtaposer au relevé des altitudes du niveau moyen de l'Océan à Brest, durant la période de 1851 à 1884, le diagramme des altitudes du niveau moyen annuel de la Méditerranée à Marseille pour la période de 1885 à 1925.

Entre les indications recueillies dans les deux stations, il existait, pour la période commune (1885 à 1906), un écart systématique de 26^{mm}, dû, sans doute, aux erreurs inévitables du nivellement qui relie les deux ports.

En éliminant cet écart, on a obtenu, pour figurer les variations du niveau moyen annuel de la mer sur le littoral français, durant la période considérée de trois quarts de siècle (1851 à 1925), la ligne brisée, en *trait plein*, du diagramme ci-après.

Variation du niveau moyen annuel de la mer sur le littoral français, de 1851 à 1925.



L'analyse de ce tracé a mis en évidence, non pas, comme on l'avait cru tout d'abord, un affaissement continu du sol, mais un mouvement oscillatoire complexe, résultant de la superposition de plusieurs ondes d'origine astronomique, définies dans le tableau suivant :

(1) Au moyen de la formule de prévision de M. Prévot (voir ci-après).

Tableau des ondes composantes du lent mouvement oscillatoire de la mer.

Origine présumée de chacune des ondes composantes.	Éléments caractéristiques. Période p.	Amplitude (calcul prov^{re}) $2a$.
	années	mm
1° Révolution de la ligne des nœuds de l'orbite lunaire..	18,6	35
2° Harmonique de un quart de l'onde précédente.......	4,65	12
3° Harmonique quintuple de la même onde (¹), correspondant à 93 révolutions de la Terre sur son orbite (93 années tropiques de 365, 242 jours)..........	93	33
4° Variation périodique du magnétisme terrestre et du déplacement en latitude des taches solaires.......	11,1	10
5° Harmonique moitié de l'onde précédente...........	5,55	8
6° Révolution du périgée de l'orbite lunaire...........	8,85	10
7° Harmonique moitié de l'onde précédente...........	4,425	10

Pour la prévision, à longue échéance, du niveau moyen annuel, M. Prévot a proposé la formule ci-après :

$$\mu = C + \Sigma a \frac{\sin 2\pi(B - A)}{p},$$

dans laquelle :

μ représente l'altitude cherchée du niveau moyen annuel pour l'année B ;
C, une constante locale, savoir : 21^{mm} pour Marseille ; 47^{mm} pour Brest;
a et p, respectivement la demi-amplitude et la période de chacune des sept ondes composantes ;
A, l'une des années où la branche ascendante de l'onde composante considérée recoupe l'axe de celle-ci.

La ligne tracée en *pointillé* représente les variations annuelles du niveau moyen de 1851 à 1925, calculées à l'aide de cette formule. Les écarts entre cette ligne pointillée et la ligne pleine donnent une idée du degré d'approximation susceptible d'être obtenu dans la prévision dont il s'agit.

Les écarts résiduels sont probablement imputables à des influences météorologiques.

En résumé, la preuve semble faite que *l'exhaussement du niveau de la mer, constaté sur notre littoral pendant les trois derniers quarts de siècle,*

(¹) Période déjà signalée, en 1921, par M. Joseph Lévine, dans son *Atlas météorologique*, à propos de la périodicité des minima barométriques à Paris.

reconnaît pour cause, non pas, comme on l'avait cru, un lent affaissement du sol, mais des phénomènes astronomiques de nature périodique.

L'amplitude totale de l'oscillation régulière serait d'environ $7^{cm},5$ (¹).

D'après l'examen du diagramme, l'onde lunaire précessionnelle (18,6 ans) paraissant être, de toutes les ondes en question, la mieux déterminée, il est intéressant d'en comparer l'amplitude réelle observée, avec l'amplitude théorique m déduite de la formule

$$m = 0,066, \qquad R\alpha_m\left(1 - \frac{3}{2}\cos^2 l\right),$$

autrefois établie par M. Ch Lallemand (²) et dans laquelle :

R désigne le ràyon terrestre moyen $= 6357^{km}$;

l, la latitude du lieu considéré ;

α_m, $\left(=\frac{1}{11\,600\,000}\right)$, l'aplatissement que prendrait la géoïde dans l'hypothèse d'une Terre absolument rigide soumise à l'attraction de la Lune supposée à sa moyenne distance de notre globe.

Pour Marseille ($l = 43°,3$), on trouve : $m = 7^{mm}$;

Pour Brest ($l = 48°,3$), on trouve : $m = 12^{mm}$.

Ces amplitudes supposent une Terre rigide, mais si l'on admet, comme cela paraît aujourd'hui accepté, que notre globe est élastique et présente seulement une rigidité comparable à celle de l'acier, les chiffres en question devraient être réduits d'un tiers et descendraient à environ 5^{mm} pour Marseille et 8^{mm} pour Brest; soit, respectivement, au septième et au quart de l'amplitude effective correspondante, 35^{mm}, ci-dessus calculée.

Les mêmes causes, qui amplifient parfois considérablement l'onde semi-diurne, sembleraient donc agir aussi, dans une certaine mesure, sur les ondes océaniques à très longue période.

SÉROTHÉRAPIE. — *Sur les résultats thérapeutiques donnés par un nouveau sérum antistreptococcique.* Note de M. **H. Vincent.**

Des tentatives nombreuses ont été faites en vue d'obtenir, par les méthodes usuelles, un sérum thérapeutique efficient contre les infections

(¹) Bien qu'on ait relevé un écart de plus de 13^{cm} entre le plus haut et le plus bas des niveaux moyens annuels observés.

(²) *Comptes rendus*, 149, 1909, p. 474, et *Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1910, Notice B, p. 31.

dues au streptocoque. Mais il ne semble pas qu'elles aient été couronnées de succès. S'il est vrai que, du point de vue immunologique, le streptocoque possède, en effet, un pouvoir antigénique manifestement moins actif que n'en ont d'autres agents infectieux, et si, pour cette raison, il n'éveille pas la formation d'anticorps à un degré aussi prompt ni aussi élevé, cependant ces propriétés n'en sont pas moins réelles lorsqu'on s'adresse à certaines races de streptocoques sélectionnées et entretenues dans des milieux où elles se développent en cultures très riches et où elles conservent une forte vitalité. De très faibles doses initiales de ces cultures peuvent alors déterminer la mort des chevaux ([1]).

J'ai préparé un sérum antistreptococcique dont les effets curatifs méritent d'être signalés. Ils se sont vérifiés par des guérisons inespérées dans certaines infections considérées comme très graves : érysipèle malin de l'adulte, érysipèle ombilical du nouveau-né, fièvre puerpérale et même septicémie streptococcique.

Dans l'érysipèle à forme maligne (hyperthermie, prostration, ataxo-adynamie, délire, albuminurie, hématurie), les doses moyennes et quotidiennes de 80^{cm^3} du sérum ont habituellement amené la chute brusque de la fièvre, en 24 heures ou 48 heures. L'érysipèle pâlit très rapidement; les phénomènes nerveux, le délire, l'albuminurie, l'anurie, etc., en un mot les symptômes qui caractérisent les formes sévères de cette infection cèdent en même temps que l'hyperthermie. Les essais faits dans un grand service de maladies contagieuses ont été pratiqués uniquement sur des malades dangereusement atteints. Ceux qui ont succombé n'avaient presque tous reçu que des doses très insuffisantes de sérum (une ou deux injections de 20^{cm^3} à 40^{cm^3}).

Voici des exemples d'action curative du sérum dans des cas considérés comme mortels.

Jeune homme de 20 ans atteint (1er juin 1926) d'érysipèle de la face s'étendant ensuite à la tête, à la nuque, au dos, aux membres supérieurs. Oligurie très prononcée, albuminurie, fièvre élevée. Quatre jours après,

---

([1]) J'ai publié, depuis l'année 1907 (*C. R. de la Société de Biologie*, 63, 1907, p. 623 et 695; 67, 1909, p. 679; 95, 1926, p. 1525. *Annales de l'Institut Pasteur*, 22, 1908, p. 341. *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1307; 184, 1927, p. 921; etc.), des travaux qui ont établi les fonctions antitoxiques et cryptotoxiques des sels sodiques de certains acides saturés ou non saturés appartenant à la série acyclique. Leur emploi m'a permis d'apporter, à la préparation des antigènes, des perfectionnements utiles, par l'atténuation de la toxicité de ces antigènes.

apparition de *signes de toxi-infection exceptionnellement grave :* prostration, perte de connaissance, faciès figé, fixité du regard; le malade, sidéré, conserve pendant plusieurs minutes les attitudes données à ses membres. Incontinence d'urine.

En même temps, l'*éruption s'étend au dos qu'elle envahit tout entier.* Le malade est profondément prostré et émacié. *Escarre sacrée. Myocardite,* dyspnée, *pouls accéléré, incomptable.*

Les divers traitements employés étaient demeurés sans effet. L'état du malade est désespéré.

Le 16 juin, injection intraveineuse du sérum antistreptococcique préparé suivant ma méthode. Le lendemain et le surlendemain, nouvelles injections sous-cutanées. « A partir de ce moment *arrêt brusque de la toxi-infection, amélioration très rapide, presque à vue d'œil.* » *Guérison en quelques jours* (Dr Christau).

L'exemple ci-après n'est pas moins démonstratif. Il concerne un nouveau-né atteint d'*érysipèle ombilical.* Cette infection entraîne presque toujours la mort (Trousseau, Tarnier, Maguillat). Chez un nouveau-né de l'Hôpital Claude-Bernard, atteint d'érysipèle de l'ombilic, *la température était montée à 42°.* L'état de cet enfant était extrêmement grave. On injecte 10^{cm^3} de sérum antistreptococcique de Vincent. Le soir même, la température descendait à 38°,5; le lendemain, apyrexie définitive. *Guérison en quelques jours* (Professeur P. Teissier).

Dans la *fièvre puerpérale* accompagnée de phénomènes généraux redoutables, le sérum rend de grands services. Il amène, le plus souvent, en 24 ou 36 heures, la disparition des symptômes infectieux et la défervescence complète.

La *septicémie* à streptocoques comporte un pronostic fatal. Il en est de même de l'endocardite lente maligne à *Streptococcus viridans.* Dans deux de ces cas, le sérum a amené une amélioration évidente et rapide, mais qui n'a pas persisté. Peut-être les doses de sérum ont-elles été insuffisantes.

Cependant, le même sérum a déterminé la guérison d'une jeune femme atteinte de *septicémie streptococcique* bactériologiquement vérifiée. Après l'accouchement, hémorragie massive, shock très marqué, pouls à 180, presque imperceptible. Fièvre (40°,2), violents frissons à récidives, dus à la septicémie puerpérale compliquée d'érysipèle de la fesse, puis de la cuisse, à point de départ génital. *Hémoculture positive* (S. hémolytique). *État extrêmement grave.*

L'injection quotidienne, pendant 10 jours, de sérum antistreptococcique a amené la *complète guérison* (Professeur Brindeau et Dr Guilmard).

Les localisations streptococciques traitées par le sérum régressent souvent avec une grande rapidité. Mais elles sont susceptibles de se rallumer après leur défervescence, si l'état d'immunité conférée par la sérothérapie n'est pas entretenu après la chute thermique. C'est pourquoi il est nécessaire de maintenir encore, pendant plusieurs jours, les malades sous l'influence des injections de sérum. L'expérience a montré, en particulier, la nécessité de cette précaution dans la fièvre puerpérale à streptocoques. Chez deux malades d'un service hospitalier de Paris, gravement atteintes de cette infection, la disparition complète, en 24 heures, sous l'influence de la sérothérapie, de la fièvre et des symptômes infectieux, avait fait croire à leur guérison définitive. Malgré mon conseil, la sérothérapie avait été suspendue. Or les deux malades — non traitées de nouveau — ont succombé à un retour brusque d'infection survenu 48 heures après cette rémission.

Par contre, lorsqu'on reprend sans tarder les injections de sérum antistreptococcique, la fièvre s'éteint de nouveau et la guérison est assurée.

La même constatation a été faite dans un cas d'érysipèle à pronostic très inquiétant (hyperthermie 41°,1, délire violent et tenace, alternant avec la stupeur, albuminurie intense, œdème de la glotte, etc.). Après la chute thermique et la disparition de tous ces symptômes à la suite des trois premières injections de sérum, on négligea de continuer la sérothérapie. Trente heures après, ascension fébrile très élevée, retour de l'éruption : une nouvelle injection de sérum arrêta net cette récidive. La guérison fut, cette fois, définitive (Professeur Pilod).

Ces faits ont la signification d'une contre-épreuve expérimentale. Ils confirment l'activité du sérum et mettent en évidence, d'une autre manière, l'influence spécifique de cette méthode thérapeutique sur les déterminations streptococciques.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les puissances et hormanances mutuelles des courants alternatifs non sinusoïdaux.* Note (1) de M. André Blondel.

On peut éclaircir la question très discutée du facteur de puissance dans les réseaux à courants alternatifs non sinusoïdaux en adoptant une meilleure

(1) Séance du 22 mai 1929.

terminologie et en faisant appel à la notion de puissance mutuelle, telle qu'elle résulte des travaux de Heaviside (*Electrical papers*, t. 2).

1° *Terminologie*. — Il est désirable de renoncer au vocable « puissance réactive » pour désigner le produit d'une tension par un courant déphasé d'un quart de période par rapport à elle; car ce produit a précisément pour caractéristiques qu'il ne contient pas de puissance et qu'il ne résulte pas d'une réaction dans le sens usuel (c'est-à-dire un effet opposé à l'action), mais bien d'un décalage de cette action qui ne lui permet pas de s'opposer à l'action (1). Plus choquant encore est le terme d' « énergie réactive » appliqué au produit de la puissance réactive par un temps; ce terme ne paraît même pas légal pour les contrats de vente de l'énergie, puisqu'il représente non une énergie, mais une « anergie », au sens privatif du préfixe *a*.

Il paraît donc nécessaire d'appliquer un nom approprié à tout phénomène de circulation de courant d'excitation, par opposition au courant de travail; et, dans ce qui suit, nous donnerons à tout produit sans puissance réelle d'une tension moyenne par un courant moyen, en courants alternatifs, le nom de *Hormanance* (du mot grec ὁρμαινω, exciter, dont les biologistes ont déjà tiré en français le mot hormone (par un solécisme, au lieu de hormane); et nous appellerons aussi *hormanergie* le produit d'une hormanance par un temps.

Puissances mutuelles. — Nous rappellerons que, dans tout circuit complexe, comprenant des mailles plus ou moins compliquées présentant des résistances R, des capacités C et des inductances L, en série, on peut distinguer à chaque instant les énergies potentielles électrostatiques W_e et électromagnétiques W_m

$$W_e = \frac{1}{2}\frac{\Sigma q_p^2}{C_p} + \Sigma\frac{q_p q_q}{C_{pq}}, \qquad W_m = \frac{1}{2}\Sigma L_p i_{p^2} + \Sigma L_{pq} i_p i_q,$$

et l'énergie consommée par effet Joule

$$W_j = \int(\Sigma R_p i_p^2 + 2\Sigma R_{pq} i_p i_q)\,dt,$$

équations dans lesquelles les q représentent les quantités d'électricité, les I les courants, C_{pq} les capacités mutuelles, L_{pq} les inductances mutuelles, R_{pq} les résistances mutuelles.

(1) C'est pour cette raison que les électriciens allemands ont rejeté l'expression puissance réactive au profit du mot *Blindleistung*, fourniture aveugle, par analogie avec l'épithète *aveugle* donnée par eux à la fausse fenêtre : « blindes Fenster ».

La puissance instantanée fournie par une source E à un tel réseau fait équilibre à la variation des énergies potentielles et aux pertes par effet Joule, ce qu'exprime l'équation

$$(1) \qquad ei = \Sigma R_p i_q^2 + 2\Sigma R_{pq} i_p i_q + \frac{dW_e}{dt} + \frac{dW_m}{dt}.$$

Si, à un tel régime, on superpose un autre régime entretenu par une autre source de courant alternatif (ou par le même), ce second régime peut donner lieu à une série d'équations semblables, mais les puissances de l'ensemble des deux régimes superposés contiennent, outre la somme des puissances séparées des deux régimes, des termes qu'on peut appeler des *puissances mutuelles*. Si, par exemple, on a deux régimes dont les variables sont distinguées par un ou deux accents respectivement, on aura pour la puissance totale instantanée (¹) :

$$(2) \qquad p = \frac{d}{dt} w'_e + \frac{d}{dt} w''_e + \Sigma R_p i_q^2 + 2\Sigma R_{pq} i_p i_q + \frac{d}{dt} w'_m + \frac{d}{dv} w''_m + \frac{d}{dt}[w_e]^{(m)} + \frac{d}{dt}[w_m]^m + p_j^m,$$

en posant

$$(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} p_j^{(m)} &= 2\Sigma R_q i'_q i''_q + \Sigma R_{pq}(i'_p i''_q + i''_p i'_q), \\ [w_e]^m &= \Sigma \frac{q'_p q''_p}{c_p} + \Sigma \frac{q'_p q''_q}{c_{pq}}, \\ [w_m]^m &= \Sigma L_p i'_p i''_q + \Sigma L_{pq} i'_p i''_q. \end{aligned} \right.$$

Un cas particulièrement intéressant d'application de ce principe sera celui des courants non sinusoïdaux; on peut considérer d'abord l'effet de la superposition des deux régimes de pulsation différente ω_p et ω_q, puis étendre les résultats à toutes les paires d'harmoniques.

Si l'on appelle U_p, U_q et I_p, I_q les tensions et courants des deux régimes, ψ_p, ψ_q et φ_p, φ_q leurs décalages de phase par rapport à une origine de temps commune, on trouve immédiatement pour les puissances instantanées

$$(4) \qquad \begin{aligned} ui = {} & U_p I_p \cos(\psi_p - \varphi_p) + U_q I_q \cos(\psi_q - \varphi_q) + U_p I_p \cos(\omega_p + \omega_p + \psi_p + \varphi_p) \\ & + U_q I_q \cos(\omega_q + \omega_q + \psi_q + \varphi_q) \\ & + U_q I_p \{ \cos[(\omega_p + \omega_q)t + \psi_q + \varphi_p] + \cos[(\omega_p - \omega_q)t + \psi_q + \varphi_p) \} \\ & + U_p I_q \{ \cos[(\omega_p + \omega_q)t + \psi_p + \varphi_q] + \cos[(\omega_p - \omega_q)t + \psi_p + \varphi_q] \}. \end{aligned}$$

(¹) Les puissances moyennes correspondantes en notations complexes contiennent des termes imaginaires de puissance

$$P_e^{(m)} + P_m^{(m)} \Sigma j\omega \left(\frac{Q'_p Q''_p}{c_p} + \frac{Q'_p Q''_p}{c_p c_q} \right) + \Sigma j\omega (L_p I'_p I''_p + L_{pq} I'_p I''_p),$$

qui suscitent les hormanances mutuelles.

La première ligne constitue la somme des puissances moyennes de chaque régime augmentées des puissances oscillantes individuelles de ces deux régimes. Les deux autres lignes réprésentent des puissances *mutuelles* oscillantes. Si l'on considère les *puissances moyennes*, les termes oscillants qui sont fonction des deux fréquences s'annulent, comme on le sait; mais si l'on veut définir les hormanances qui résultent des courants oscillatoires ne donnant pas de puissance, il est évident par cette équation que ces hormanances doivent comprendre non seulement les hormanances dues aux puissances oscillantes individuelles mais encore celles qui correspondent à la combinaison $\omega_p + \omega_q$: on doit rejeter *a priori* comme inexactes toutes les expressions qui ont été proposées pour déterminer, dans le cas de courants non sinusoïdaux, la puissance réactive, sans hormanances mutuelles (¹).

Pour les obtenir, le plus simple est de comparer la puissance apparente UI aux puissances individuelles des deux régimes, en utilisant une intéressante méthode due à M. Budeanu [*Puissances réactives* (Bucarest, 1928)] (²), tout en la simplifiant énormément. Soient

$$U = \Sigma U_p \cos(\omega pt + \psi_p); \qquad I = \Sigma I_q \cos(\omega qt + \varphi_q).$$

On peut écrire, par conséquent, la puissance apparente sous la forme

$$(5) \qquad (UI)^2 = P^2 + H_{app}^2 = [\Sigma U_p I_p \cos(\psi_p - \varphi_p)]^2 + H_{app}^2$$
$$= [\Sigma U_p I_p \cos(\psi_p - \varphi_p)]^2 + [\Sigma U_p I_p \sin(\psi_p - \varphi_p)]^2 + H_m^2,$$
$$(6) \qquad H_m^2 = (\Sigma U_p^2)(\Sigma I_q^2) - [\Sigma U_p I_p \cos(\psi_p - \varphi_p)]^2 - [\Sigma U_p I_p \sin(\psi_p - \varphi_p)]^2.$$

Nous appelons hormanance *apparente* H_{app} tout l'ensemble des termes supplémentaires calculés deux à deux, et hormanance *mutuelle* tous les termes qui contiennent des produits de variables d'indices différents. Dans (G) figure un terme d'hormanance homogénétique, c'est-à-dire ne

(¹) On a proposé par exemple, pour caractériser la puissance réactive d'un régime non sinusoïdale, une roue des quatre expressions suivantes :

$$\frac{1}{T}\int_0^T uq\,dt; \quad \frac{1}{T}\int_0^T i\Phi\,dt; \quad \frac{1}{T}\int_0^T i\frac{du}{dt}\,dt; \quad \frac{1}{T}\int_0^T u\frac{di}{dt}\,dt,$$

Φ étant le flux magnétique qui produit la tension u, et T la période. Quand on applique les deux premières à des tensions et des courants développés en série de Fourier, on est conduit à la forme $\Sigma \frac{1}{p} U_p I_p \sin(\psi_p - \varphi_p)$, et par les secondes à une forme analogue $\Sigma p U_p I_p \sin(\psi_p - \varphi_p)$; dans aucune on ne trouve des produits de tensions et de courants d'indices différents comme il le faudrait pour les justifier.

(²) Nous retrouverons les mêmes puissances fictives sous des aspects différents.

comprenant que des produits des mêmes indices

$$H_h = \Sigma U_p I_p \sin(\psi_p - \varphi_p),$$

que l'on a quelquefois considéré à tort comme pouvant représenter à lui seul la puissance réactive que nous appelons hormanance; il n'est qu'une partie de celle-ci, mais intéressante à séparer parce qu'elle est conservative, comme dans le cas de courants sinusoïdaux. Au contraire, les termes hétérogénétiques dont la résultante constitue l'hormanance mutuelle H_m :

$$H_c^2 = \Sigma[U_p I_q \sin(\psi_p - \varphi_q) - U_q I_p \cos(\psi_q - \varphi_p)]^2$$
$$\equiv \Sigma[U_q I_p \cos(\psi_q - \varphi_p) - U_p I_q \cos(\psi_p - \varphi_q)]^2;$$
$$H_s^2 = \Sigma[U_p I_q \sin(\psi_p - \varphi_q) - U_q I_p \sin(\psi_q - \varphi_p)]^2$$
$$\equiv \Sigma[U_q I_p \sin(\psi_q - \varphi_p) - U_p I_q \sin(\psi_p - \varphi_q)]^2,$$

ne présentent de conservation que pour les *carrés* (¹), ce qui ne permet pas d'en faire des applications pratiques utiles.

Unités. — On peut recommander d'employer pour les hormanances, comme unité pratique, le *voltampère*, pour bien marquer qu'elles ne correspondent pas à de l'énergie réelle, à laquelle l'unité *watt* est essentiellement réservée; de même le volt-ampère-heure doit être réservé comme unité d'hormanergie, au lieu du watt-heure, adopté pour l'unité d'énergie (²).

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Contribution à l'étude de la matière fulminante.* Note (³) de M. **E. Mathias.**

1. Lorsque le paratonnerre de Franklin est foudroyé par l'éclair fulgurant linéaire, la matière fulgurante est ramenée, en vertu de sa conduc-

(¹) La propriété conservative de chacun des polynomes mis entre parenthèses dans l'ensemble du réseau résulte de l'équivalence des deux formes données pour chacun d'eux. La première forme montre, à simple vue, la conservation en tout point du réseau (les U étant constants en un nœud du réseau); la seconde forme montre de même la conservation le long de tout côté des mailles du réseau (les I étant constants le long d'un conducteur).

(²) Il ne manque pas, en physique, de nombreux exemples d'emploi d'unités distinctes employées pour des quantités ayant même grandeur physique, mais répondant à d'autres concepts; par exemple, en photométrie, on est obligé d'adopter une unité de flux lumineux distincte de celle de l'intensité lumineuse; de même, en magnétisme, on distingue l'unité de flux magnétique de l'unité d'intensité magnétique à la surface d'une pièce polaire d'aimant, bien que ces deux quantités aient exactement les mêmes grandeurs physiques.

(³) Séance du 22 mai 1929.

tibilité et de celle du paratonnerre, au potentiel du sol; étant déchargée, elle se décompose spontanément en ses éléments, qui sont ceux de l'air et disparaît sans laisser de traces. Il en est de même lorsque la matière fulminante, chaude et conductrice, est amenée directement au contact de l'eau de la mer ou de l'eau du sol : fleuves, rivières, étangs, mares, etc., à l'exception des citernes isolées du sol. On conçoit donc l'efficacité du paratonnerre à tige vis-à-vis de la décharge de l'éclair fulgurant *pour laquelle il a été inventé.*

Dans la théorie classique, l'éclair (ou mieux : *son reste*) est une forme visible du courant électrique naturel qui frappe le paratonnerre de Franklin, *dans la masse duquel il semble entrer* pour se perdre dans le sol par l'intermédiaire du conducteur du paratonnerre et des matières conductrices qui établissent avec le sol un contact parfait.

Dans notre manière de voir, la matière fulminante de l'éclair qui frappe la tige du paratonnerre, ou une masse d'eau au contact du sol, *ne pénètre nullement ni dans le sol, ni dans le paratonnerre. Elle se décompose instantanément à leur contact* parce qu'ils la déchargent instantanément et qu'elle se refroidit de même.

2. On s'explique très bien, au contraire, le peu d'efficacité du paratonnerre à tige vis-à-vis de l'éclair sphérique ou globulaire, qui a souvent fait remettre en question la valeur de la géniale découverte de Franklin.

La matière fulminante d'un éclair fulgurant qui frappe le paratonnerre n'existe que depuis un temps très court (quelques centièmes de seconde), car elle est fréquemment d'un blanc éblouissant; aussi sa température est très élevée et sa conductibilité pour la chaleur et l'électricité *maxima.* Au contraire, la matière fulminante d'un éclair sphérique est vieille quelquefois de plusieurs minutes; elle est fortement refroidie, sa couleur est rouge plus ou moins sombre et elle conduit médiocrement la chaleur et l'électricité.

En dehors de la *conductibilité médiocre* de la matière fulminante refroidie, les *formes géométriques* de la sphère et de la tige cylindrique ou conique ne permettent qu'un contact ponctuel entre les deux surfaces, que l'éclair sphérique touche le paratonnerre par sa pointe ou latéralement.

Le *contact physique* de la matière fulminante et du paratonnerre n'a donc lieu que par un très petit nombre de points, la désélectrisation se faisant très mal, c'est-à-dire lentement.

Supposons le cas le plus favorable : la matière fulminante est d'un blanc éblouissant et conductrice au maximum. Alors la conductibilité ne joue pas

parce que la matière incandescente est à l'état de *caléfaction* vis-à-vis de la substance froide du paratonnerre, plus ou moins oxydée. Il n'y a contact physique que de temps en temps, surtout si la matière fulminante est *impure*, et entourée comme telle d'une couche de vapeur d'eau qui isole littéralement la substance incandescente. Un contact de quelques points, pendant quelques secondes, n'est pas suffisant pour amener la matière fulminante au potentiel du sol.

Enfin il y a une autre raison qui désavantage le paratonnerre de Franklin vis-à-vis de la foudre globulaire. Dans les décharges partielles des gros globes, l'énergie explosive de leur substance peut détruire mécaniquement la tige ou le conducteur du paratonnerre avant qu'ils n'aient exercé leur rôle protecteur de décharge électrique.

3. Pour protéger les édifices contre des éclairs sphériques de rayon médiocre ou faible (15^{cm} de diamètre au plus) qui, *tombant des nuages*, *les abordent lentement par la partie supérieure*, on conçoit l'intérêt de toitures en zinc à pente faible, terminées sur leurs côtés par de larges gouttières métalliques *bien* reliées au sol comme la toiture elle-même. En effet, les foudres sphériques qui se promènent dessus se déchargent, tout en roulant doucement et finissent par s'éteindre quand elles sont au potentiel du sol.

Remarques sur la défense d'un édifice contre la foudre globulaire. — Cette dernière n'est vulnérable que du côté électrique, en ce sens que, par contact avec un plan métallique en relation avec le sol, on peut essayer de la désélectriser; si l'on y arrive, les explosions partielles *dues aux hétérogénéités thermiques* ne faisant plus que du bruit, on n'a plus à craindre l'explosion proprement dite, la matière fulminante déchargée disparaissant en fusant.

Toute la difficulté consiste donc à désélectriser la foudre globulaire; c'est possible, à la rigueur, comme on vient de le voir, quand la foudre est d'un diamètre moyen ou petit et qu'elle tombe lentement sur le toit métallique, légèrement en pente sur ses quatre faces, de l'édifice qu'on veut protéger.

Il arrivera souvent que les globes, en roulant sur cette toiture de zinc, y feront des trous et des déchirures parce que le contact de la matière fulminante incandescente avec le métal volatil aura été trop grand ou trop prolongé; mais il vaut mieux avoir à remplacer quelques feuilles de zinc que de voir l'édifice détruit ou fortement endommagé.

Si, en vaguant dans l'air et poussé par un coup de vent, la foudre globulaire attaque l'édifice *latéralement*, il n'y a plus de défense électrique possible, car on ne peut vraiment pas proposer de recouvrir extérieurement les édifices à protéger d'une carapace métallique en relation avec le sol.

Le contact de la foudre globulaire avec ce revêtement vertical ne pouvant durer qu'un petit nombre de secondes, ou bien on ne pourra éviter *l'explosion par choc*, ou bien le contact sera insuffisant comme temps pour décharger la foudre globulaire, qui demeurera toujours dangereuse par la possibilité de son explosion spontanée.

On retrouve ainsi, par le raisonnement, le danger des foudres globulaires *latérales* constaté maintes fois, et pour lequel le système de protection de Melsens n'est que de très peu supérieur à celui de Franklin.

Le véritable danger des grosses foudres globulaires, en dehors de leur électrification proprement dite, consiste surtout, lorsqu'elles explosent, dans la puissance formidable de l'énergie interne qu'elles peuvent libérer et à laquelle rien ne résiste. Même les globes de 10 à 15^{cm} de diamètre, lorsque dans une attaque latérale, ils explosent à peu de distance d'un mur, produisent sur celui-ci l'effet d'une torpille aérienne qui peut causer les plus grands ravages.

M. **H. Lecomte** fait hommage à l'Académie du fascicule 8, tome cinquième de la *Flore générale de l'Indo-Chine*, publiée sous sa direction : *Moracées* (fin), *Urticacées*, par F. Gagnepain.

En présentant à l'Académie, pour la bibliothèque de l'Institut, la troisième partie du Tome VI des *Arachnides de France* (famille des *Argiopidæ*, fin), œuvre posthume de notre regretté Confrère, **Eugène Simon**, M. **Ch. Gravier** ajoute :

Ce fascicule, de même que le précédent, est publié par les soins de MM. L. Berland et L. Fage, sous-directeurs de Laboratoire au Muséum, qui ne se sont pas bornés à en assurer l'impression, mais l'ont illustré de trois cents figures originales, toutes exécutées par eux-mêmes, d'après les exemplaires de la Collection E. Simon.

PLIS CACHETÉS.

M. **Francis-E. Myard** demande l'ouverture de trois plis cachetés reçus dans les séances du 16 février 1920, du 26 avril 1920 et du 12 septembre 1921, et inscrits sous les n°s 8732, 8757 et 8908.

Ces plis, ouverts en séance par M. le Président, contiennent :

1er pli : Une Note intitulée *Enregistreur de diagramme de moteur par action stroboscopique*.

2e pli : Des croquis de *Divers appareils*.

3e pli : Une Note intitulée *Virage théorique correct de l'automobile*.

Les 1er et 2e plis sont renvoyés à l'examen de M. A. Rateau.)

CORRESPONDANCE.

La **Municipalité de Paris** invite le Président et les Membres de l'Académie à la réception des *Universités et des Académies espagnoles*, qui aura lieu, à l'occasion de l'inauguration de l'hôtel de l'*Institut d'études hispaniques* de l'Université de Paris, à l'Hôtel de Ville le mercredi 29 mai, à 17h.

M. C. **Sauvageau** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place de Membre non résidant vacante par le décès de M. *Charles Depéret*.

M. E. **Jouguet** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Mécanique par le décès de M. *J. Boussinesq*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Centenaire de A.-L. Breguet. *Congrès National de Chronométrie*, tenu à l'Observatoire de Paris du 22 au 27 octobre 1923.

2° Une collection, en 21 brochures et tirages à part, des travaux scientifiques de M. Jules Drach.

3° René Vandendries. *Comment résoudre le problème sexuel du Coprin micacé?*

4° Marcel Jobelot. *La vie des nuages. Méthode explicative pour suivre leur évolution*. (Présenté par M. M. Brillouin).

5° Marcel Boll. *L'électron et les applications de l'électricité*. (Présenté par M. É. Borel.)

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la limite de la vraisemblance de l'hypothèse*. Note [1] de M. J. **Neyman**, transmise par M. Émile Borel.

Soit W un collectif enfermant les individus divisé en k catégories, et soit p_i la probabilité pour qu'un individu tiré au hasard de W appartienne à $i^{\text{ème}}$ catégorie ($i=1, 2, \ldots, k$). On effectue N tirages indépendants du collectif, et soit n_i le nombre des individus tirés appartenant à l'$i^{\text{ème}}$ catégorie ($i=1, 2, \ldots, k$). Posons encore $q_i = \frac{n_2}{N}\cdot$ Les nombres n_i sont donnés. Les nombres p_i ne le sont pas et nous allons considérer les hypothèses concernant ces nombres p_i et que nous allons appeler les hypothèses statistiques. On distingue les hypothèses simples et les hypothèses composées. Une hypothèse h est dite simple si elle détermine la probabilité du fait observé Σ, à savoir de l'effet N tirages indépendants caractérisé par les nombres q_i. Pour qu'une hypothèse sur les nombres p_i soit simple, il est nécessaire qu'elle détermine les nombres p_i. Toute hypothèse H qui n'est pas simple est dite composée. H peut être transformée en une hypothèse simple. Pour cela, il lui faut seulement ajouter quelques suppositions supplémentaires. Ces suppositions étant arbitraires (dans certaines limites), on voit qu'à une hypothèse composée H, il correspond un ensemble W_H des hypothèses simples.

Désignons par E l'ensemble des hypothèses simples admissibles par P_h, la probabilité du fait Σ déterminée par l'hypothèse simple h contenue dans E, et enfin par P la borne supérieure des nombres P_h. On appelle la vraisemblance d'une hypothèse simple h par rapport à l'ensemble E le nombre

$$\lambda_h = \frac{P_h}{p}.$$

Soit P_H la borne supérieure des nombres P_h correspondant aux hypothèses simples contenues dans W_H déterminé par une hypothèse composée H. On appelle la vraisemblance de l'hypothèse composée H le rapport [2]

$$\lambda = \frac{P_H}{p}.$$

---

(1) Séance du 6 mai 1929.

(2) J. Neyman et E. S. Pearson, *On the Use and Interpretation of Certain Test Criteria for Purposes of Statistical Inference* (*Biometrika*, **20** A, 1928, p. 175-240 et 263-294).

Considérons s fonctions linéaires

$$\theta_i = \sqrt{N}\sum_{j=1}^{k}\lambda_{ij}(p_j - q_j) \qquad (i=1, 2, \ldots, s),$$

les nombres λ étant constants, et une hypothèse composée H que les fonctions θ_i ont des valeurs données $\overline{\theta}_i$.

THÉORÈME I. — *Si le nombre des observations* N *augmente indéfiniment, les rapports* q_i *restant fixes, la vraisemblance de l'hypothèse* H *tend vers la limite* $e^{-\frac{\chi_1^2}{2}}$ *où* χ_1^2 *est le minimum de*

$$\chi^2 = N\sum_{i=1}^{k}\frac{(p_i - q_i)^2}{q_i}$$

calculé en supposant que les fonctions θ_i *possèdent les valeurs hypothétiques* $\overline{\theta}_i$.

Pour la démonstration fixons un nombre χ_0 et soit $\Omega_{\chi_0^2}$ l'ensemble des points dans l'espace à $k-1$ dimensions aux coordonnées $p_1, p_2, \ldots, p_{k-1}$ pour lesquelles $\chi^2 \leqq \chi_0^2$.

On démontre que si N est assez grand, pour tout point h dans $Q_{\chi_0^2}$ on a

$$\lambda_h = \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{p_i}{q_i}\right)^{n_i} = e^{-\frac{\chi^2}{2}+\eta}.$$

où $|\eta| < \varepsilon$, ε étant un nombre positif arbitraire. On démontre ensuite que sur toute droite L passant par le point Σ aux coordonnées $p_i = q_i$ $(i=1, 2, \ldots, k-1)$ la fonction λ_h possède un seul maximum au point Σ.

Effectuons une transformation introduisant les variables y_i au lieu des p_i $(i=1, 2, \ldots, k-1)$. Les formules de transformation sont :

$$p_i = q_i - A_{i-1}y_{i-1}\sum_{t=1}^{i=1} q_t + q_i\sum_{t=i}^{k=1} A_t y_t \qquad (i=1, 2, \ldots, k-1),$$

où $A_i^2 = \dfrac{q_{i+1}}{N\sum_{t=1}^{i} q_t \sum_{r=1}^{i+1} q_r}$. On voit aisément que $\chi^2 = \sum_{i=1}^{k-1} y_i^2$ et que les fonctions θ_i seront transformées en des fonctions linéaires en y_t avec les coefficients indépendants de N.

Choisissons χ_0^2 assez grand pour que le domaine $\Omega_{\chi_0^2 - 3\varepsilon}$ contienne des points satisfaisant les conditions $\theta_i = \overline{\theta}_i$ $(i=1, 2, \ldots, s)$. Désignons par A

un tel point et par B un point pour lequel

$$\theta_i = \overline{\theta_i} \quad (i = 1, 2, \ldots, s) \qquad \text{et} \qquad \chi^2 = \sum_{i=1}^{k-1} y_i^2 > \chi_0^2.$$

On démontre que $\lambda_A > \lambda_B$, quels que soient les points A et B. On prouve alors aisément que la vraisemblance de l'hypothèse H peut être écrite sous la forme

$$\lambda_H = e^{-\frac{1}{2}\chi_0^2 + \eta},$$

où $|\eta| < \varepsilon$, pourvu que N soit assez grand.

Il est aisé aussi de démontrer un théorème plus général.

GÉOMÉTRIE. — *Quelques compléments au théorème de Nœther.* Note (¹) de M. **Paul Dubreil.**

1. Soient $f(x, y)$, $g(x, y)$ deux polynomes. On sait qu'une condition suffisante pour qu'un polynome $F(x, y)$ soit de la forme

$$F = af + bg,$$

où a et b sont également des polynomes, est que la courbe $F = 0$ admette chaque point d'intersection M des courbes $f = 0$, $g = 0$ comme point multiple d'ordre suffisamment élevé. On connaît notamment comme limites inférieures de cet ordre les nombres

$$\alpha = k - l_1 + r - 1, \qquad \beta = k - (r-1)(s-1) \qquad (\alpha \leqq \beta),$$

où r et s désignent les ordres de multiplicité du point M pour les courbes $f = 0$, $g = 0$, k l'ordre de multiplicité de la racine correspondante pour le résultant

$$R_1(x) = A_1(x, y) f(x, y) + B_1(x, y) g(x, y),$$

l_1 l'ordre de multiplicité du point M pour la courbe $B_1 = 0$. Il résulte par ailleurs du théorème sur la décomposition d'un idéal en idéaux primaires, appliqué à l'idéal $m = (f, g)$ qu'une troisième limite est fournie par l'exposant ρ de l'idéal primaire q provenant de la décomposition de m et relatif au point M. Cette limite ρ est certainement *la plus petite possible* car il

(¹) Séance du 22 mai 1929.

existe des polynomes qui n'appartiennent pas à q et admettent M comme point multiple d'ordre $\rho - 1$. (Cf. VAN DER WAERDEN, *Zur Nullstellentheorie der Polynomideale*, *Mathematische Annalen*, 96, p. 183, § 6.) On a donc

$$\rho \leqq \alpha \leqq \beta.$$

Voici quelques résultats complémentaires relatifs à la comparaison des nombres ρ, α, β et à l'expression de ρ en fonction de quantités ayant un caractère géométrique simple.

2. Soit k le corps auquel appartiennent les coefficients des polynomes f, g. Considérons plus particulièrement un corps K extension algébrique de k, et l'idéal $m_K = (f, g)$ dans l'anneau $K[x, y]$. Les polynomes de m_K qui ne dépendent pas de y forment dans l'anneau $K[x]$ un idéal principal : appelons sous-résultant et désignons par

$$R(x) = A(x, y)f(x, y) + B(x, y)g(x, y)$$

le polynome dont ils sont tous multiples. Ce polynome, diviseur du résultant, est indépendant du sur-corps K considéré; en particulier, ses coefficients appartiennent à k. Si K est parfait, la décomposition du sous-résultant en facteurs irréductibles dans K correspond à la décomposition de l'idéal m_K en idéaux primaires. Si l'on prend pour K le corps, algébriquement fermé, des nombres complexes algébriques, en supposant, pour éviter toute particularité provenant du choix des axes, que les coordonnées x et y sont définies à partir d'un système de coordonnées fixes X et Y par la transformation

$$x = X + tY,$$
$$y = Y,$$

où t demeure indéterminé, l'ordre de multiplicité de la racine de R qui correspond à un point M d'intersection des deux courbes de base est précisément l'exposant ρ de l'idéal primaire q relatif à ce point [1].

La courbe $B = 0$ admet le point M comme point multiple d'ordre $l \leqq r - 1$. On a

$$\alpha = \rho - l + r - 1,$$

et par suite la condition nécessaire et suffisante pour que la limite α soit égale à ρ (donc minima) est que le point M soit multiple d'ordre $r - 1$ exactement pour la courbe $B = 0$. Cette condition se trouve notamment réalisée dans le cas défini ci-après au paragraphe 3.

---

[1] Ce résultat est valable pour n polynomes à n variables.

On peut de même énoncer une condition nécessaire et suffisante pour que $\beta=\rho$: c'est que, le point d'intersection M étant pris comme origine, les polynomes homogènes de moindre degré de f et de g aient un plus grand commun diviseur du premier degré au plus, c'est-à-dire que les deux courbes de base aient en ce point au plus une tangente commune, simple pour l'une au moins des deux courbes. Cette condition entraîne la précédente. Il en résulte en outre que la condition nécessaire et suffisante pour que le sous-résultant soit identique au résultant est que chaque point d'intersection soit simple pour l'une au moins des deux courbes.

3. Si les deux courbes, au point M, ne sont pas tangentes, on a

$$\rho=\alpha=\beta=r+s-1.$$

ρ a encore une valeur remarquablement simple dans le cas où il n'y a jamais, au point M, plus d'une branche d'une courbe tangente à plusieurs branches de l'autre. Considérons dans ce cas, pour chaque système de branches tangentes, l'entier égal à la somme des ordres de contact de la branche unique avec les branches de l'autre courbe. Soit N le plus grand des entiers ainsi définis. On a

$$\rho=r+s-1+N.$$

En outre,

$$l=r-1, \qquad \alpha=\rho.$$

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur la déformation simultanée de deux surfaces associées.* Note [1] de M. **Serge Bachvaloff.**

J'étudie dans cette Note la déformation simultanée continue [2] avec un paramètre t de deux surfaces $S(x, y, z)$ et $\overline{S}(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$ se correspondant ponctuellement suivant une loi, invariante au cours de la déformation, définie par les équations

$$(1) \qquad \left\{\begin{aligned} \overline{x} &= x + a\frac{\partial x}{\partial u} + b\frac{\partial x}{\partial v} + cX, \\ \overline{y} &= y + a\frac{\partial y}{\partial u} + b\frac{\partial y}{\partial v} + cY, \\ \overline{z} &= z + a\frac{\partial z}{\partial u} + b\frac{\partial z}{\partial v} + cZ, \end{aligned}\right.$$

---

[1] Séance du 22 mai 1929.

[2] Ce problème d'isométrie avec un paramètre t a été examiné par M. Jonas, *Math. Annalen*, 86, 1922, p. 78.

où X, Y, Z sont les cosinus directeurs de la normale à S et a, b, c des fonctions de u, v indépendantes du paramètre t de la déformation ; l'élément linéaire de $\overline{S}$ est

$$d\bar{s}^2 = \overline{E}\,du^2 + 2\overline{F}\,du\,dv + \overline{G}\,dv^2,$$

avec

$$(2)\quad \begin{cases} \overline{E} = D^2 P + D'^2 P_1 + 2DD'Q + 2DR + 2D'T + \ldots, \\ \overline{F} = D'^2 Q + DD''Q + DD'P + D'D''P_1 + DT_1 + D''T + D'(R + R_1) + \ldots, \\ \overline{G} = D''^2 P_1 + D'^2 P + 2D''D'Q + 2D''R_1 + 2D'T_1 + \ldots, \end{cases}$$

où D, D′, D″ sont les coefficients de la forme $- S\,dx\,dX$; on a, en outre,

$$(3)\quad \begin{cases} P = a^2 + c^2 \dfrac{G}{EG - F^2}, \qquad P_1 = b^2 + c^2 \dfrac{E}{EG - F^2}, \qquad Q = ab - c^2 \dfrac{F}{EG - F^2}, \\ R = a\dfrac{\partial c}{\partial u} - c\left[1 + a\begin{Bmatrix} 11 \\ 1 \end{Bmatrix} + b\begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} + \dfrac{\partial a}{\partial u}\right], \qquad R_1 = b\dfrac{\partial c}{\partial v} - c\left[1 + a\begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} + b\begin{Bmatrix} 22 \\ 2 \end{Bmatrix} + \dfrac{\partial b}{\partial v}\right], \\ T = b\dfrac{\partial c}{\partial u} - c\left[\quad a\begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} + b\begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} + \dfrac{\partial b}{\partial u}\right], \qquad T_1 = a\dfrac{\partial c}{\partial v} - c\left[\quad a\begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} + b\begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} + \dfrac{\partial a}{\partial v}\right]. \end{cases}$$

Les termes non écrits dans (2) ne varient pas au cours de la déformation ; égalons à zéro $\dfrac{\partial\overline{E}}{\partial t}, \dfrac{\partial\overline{F}}{\partial t}, \dfrac{\partial\overline{G}}{\partial t}$; nous avons, avec des fonctions α, β, γ, M indépendantes de t, la relation

$$(4)\qquad \alpha D + 2\beta D' + \gamma D'' = M.$$

de sorte que la *surface* S *se déforme avec réseau cinématiquement conjugué persistant* (¹) et il y a deux cas à séparer :

Premier cas : $\alpha\gamma - \beta^2 \neq 0$. — Le réseau se compose de deux familles distinctes ; nous le prenons pour réseau coordonné, d'où $\dfrac{\partial D'}{\partial t} = 0$ et la déformation est déterminée par le système d'équations

$$(5)\qquad P = P_1 = T = T_1 = 0, \qquad R = R_1, \qquad QD'' + R = 0,$$

auxquelles il faut ajouter les équations fondamentales de la déformation à réseau cinématiquement conjugué persistant et il y a lieu, dans ce premier cas, de séparer les nouvelles subdivisions :

(¹) S. Finikoff, *Sur la déformation des surfaces à réseau cinématiquement conjugué persistant* (*Recueil mathématique de Moscou*, 33, II, 1926, p. 129).

A. $a = b = 0$: nous avons des surfaces qui se déforment avec *conservation des rayons principaux de courbure* (1).

B. $a = 0$, $b \neq 0$: nous avons des *surfaces développables*.

C. $a \neq 0$, $b \neq 0$: nous avons des *surfaces à ds^2 de révolution; le réseau consiste en deux familles de géodésiques imaginaires;* les points focaux des rayons joignant les points correspondants de S et $\bar{S}$ restent invariables et sont conjugués relativement à ces points de S et $\bar{S}$.

Si le réseau en question est conjugué au sens du Dupin, on peut associer à chaque surface S *deux surfaces* $\bar{S}_1$ et $\bar{S}_2$.

Comme exemple, je cite une famille d'hélicoïdes S isométriques définis intrinsèquement par les formes, où p, q sont constants :

$$(6)\quad \begin{cases} ds^2 = du^2 + (u^2+p^2)\,dv^2, \\ -\mathrm{S}\,dx\,d\mathrm{X} = \dfrac{p\cos t}{q(u^2+p^2)\sqrt{u^2+p^2+\dfrac{1}{q^2}}}\,du^2 + \dfrac{2p\sin t}{\sqrt{u^2+p^2}}\,du\,dv - pq\sqrt{u^2+p^2+\dfrac{1}{q^2}}\cos t\,dv^2, \end{cases}$$

pendant que la surface $\bar{S}$ est déterminée par les équations

$$(7)\qquad \bar{x} = x - \frac{u^2+p^2}{u}\frac{\partial x}{\partial u} \pm \frac{1}{q}\frac{\sqrt{u^2+p^2}}{u}\mathrm{X}, \qquad \bar{y} = \ldots, \qquad \bar{z} = \ldots$$

Cette surface $\bar{S}$ est d'ailleurs applicable sur S; ces hélicoïdes sont applicables sur l'hélicoïde minimum.

Deuxième cas : $\alpha\gamma - \beta^2 = 0$. — Les deux familles de lignes du réseau se confondent : prenons ces lignes et leurs trajectoires orthogonales pour lignes de coordonnées; D″ reste invariant, et cela entraîne $D'' = 0$. *La surface* S *est une surface réglée arbitraire;* si son élément linéaire est

$$ds^2 = (\mathrm{M} + 2\mathrm{N}v + \mathrm{P}v^2)\,du^2 + dv^2,$$

$\bar{S}$ est déterminée par les équations

$$(8)\qquad \bar{x} = x + a\frac{\partial x}{\partial u} - \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{P}v + \mathrm{N} + \sqrt{\mathrm{N}^2 - \mathrm{MP}}}\frac{\partial x}{\partial v} + ai\psi\mathrm{X},$$

où $\psi^2 = \mathrm{M} + 2\mathrm{N}v + \mathrm{P}v^2$; M, N, P sont fonctions de u seul, a est une fonction arbitraire de u et v.

---

(1) S. Bachvaloff, *Sur la déformation continue des surfaces avec conservation des rayons de courbure principaux aux points correspondonts* (*Bulletin de l'Association de Recherches scientifiques de l'Université de Moscou*, 1, b. I, 1928. Voir aussi Ossian Bonnet, *Journal de l'École Polytechnique*, 42e cahier, 1867, p. 77, et Gambier, *Mémorial des Sciences mathématiques*, fascicule 31, p. 18 et suivantes).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les congruences de M. Goursat.* Note (1) de M. **S. Finikoff.**

M. Tzitzéica a étudié récemment (2) les congruences rectilignes de M. Goursat : elles sont caractérisées par cette propriété que le premier invariant d'une nappe de la surface focale est égal au second invariant de l'autre. Les formules que j'ai données (3) pour les congruences stratifiables permettent d'ajouter quelques nouveaux résultats à ceux de M. Tzitzéica. Soient (4) (x) et (y) les deux foyers du rayon de la congruence C, (X) et (Y) deux points situés respectivement dans les deux plans focaux; si u, v sont les paramètres des développables de la congruence, les coordonnées (x), (y), (X), (Y) vérifient le système

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{ll} x_u = \rho y, & x_v = X - px - qy, \\ y_u = Y - q_1 x - p_1 y, & y_v = \sigma x, \\ X_u = qY + Mx + Ny, & X_v = -PX - QY - Rx - Sy, \\ Y_u = -Q_1 X - P_1 Y - S_1 x - R_1 Y, & Y_v = p_1 X + N_1 x + M_1 y. \end{array}\right.$$

Les coefficients p, q, p_1, q_1 déterminent la position des points (X), (Y) dans les plans focaux (on peut prendre ces coefficients égaux à zéro); les autres déterminent la congruence C et doivent satisfaire à certaines conditions d'intégrabilité. Ceci posé, nous avons (à condition dans tout ce qui suit d'avoir éventuellement remplacé u par une fonction convenable de u, et de même pour v, et d'avoir choisi convenablement le facteur de proportionnalité de x_1, x_2, x_3, x_4 ou de $y_1, \ldots, X_1, \ldots, Y_1, \ldots$) :

A. Une congruence de M. Goursat, si $\rho = \sigma$.

B. Une congruence W si $QQ_1 - \rho\sigma = 0$, ce qui entraîne $P + p = 0$ et $P_1 + p_1 = 0$.

C. Une congruence de M. Fubini (c'est-à-dire telle que les lignes de Darboux se correspondent sur les deux nappes de la surface focale), si, outre les équations du cas précédent, on a encore

$$\left(\log\frac{\rho^5}{Q}\right)_u \log\left(\frac{\sigma^5}{Q_1}\right)_v = \log(Q\rho^3)_v \log(Q_1\sigma^3)_u.$$

(1) Séance du 22 mai 1929.

(2) Tzitzéica, *Sur certaines congruences de droites* (*Journal de Math.*, 1, 1928, p. 189-208).

(3) *Sur les congruences stratifiables*, Mémoire en cours d'impression.

(4) $(x) = (x_1, x_2, x_3, x_4)$, coordonnées projectives homogènes du point.

D. Une congruence R, si $Q = \rho$, $Q_1 = \sigma$.

E. Une congruence appartenant à un complexe linéaire si $Q = \sigma$, $Q_1 = \rho$.

F. Une congruence de M. Wilczynski (c'est-à-dire telle que la suite de Laplace consiste en congruences appartenant à certains complexes linéaires) si en plus des équations du cas précédent on a

$$\rho = \sigma, \qquad \frac{\partial^2 \log \rho}{\partial u \, \partial v} = \rho^2 - \frac{1}{\rho^2}.$$

La congruence se déforme projectivement si les paramètres ρ, σ, etc. varient de telle sorte que les produits $\rho\sigma$, QQ_1, ρQ_1 restent constants, ce qui entraîne aussi la constance de P et P_1.

La congruence la plus générale de M. Goursat dépend donc d'une fonction de deux variables indépendantes et de dix fonctions d'un seul argument.

Si sur les deux nappes de la surface focale de la congruence de M. Goursat les lignes asymptotiques se correspondent, les lignes de Darboux se correspondent aussi. La congruence la plus générale de cette espèce dépend donc de huit fonctions d'un argument.

Toute congruence qui possède deux quelconques des trois propriétés suivantes possède aussi la troisième : a. être congruence de Goursat; b. être congruence R; *c. appartenir à un complexe linéaire.* La congruence la plus générale de cette espèce dépend de cinq fonctions d'un argument.

Toute congruence de Wilczynski est nécessairement congruence de Goursat.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur la construction de Cantor-Minkowski dans le plan.* Note de M. GEORGES DURAND.

Dans une Note récente [1], j'ai montré comment on peut rattacher certains aspects de la théorie des enveloppes à l'étude de la construction de Cantor-Minkowski. Soit une famille de domaines bornés δ, dans une région bornée du plan euclidien : l'enveloppe de leurs frontières f est pour nous la frontière F du domaine Δ réunion des δ. Par hypothèse, par chaque point de la frontière f d'un δ, on peut mener un cercle contenu dans $\delta + f$, de rayon $\geq \rho$ (longueur constante). Dès lors, les f et F appartiennent au sys-

---

(1) G. DURAND, *Sur une manière de concevoir la théorie des enveloppes* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1136).

tème de lignes obtenu en effectuant la construction de Cantor-Minkowski avec le rayon ρ pour des ensembles convenables. On peut donc, pour une étude plus approfondie des propriétés de contact, partir de cette construction appliquée à un ensemble donné *a priori* ou, ce qui revient au même, se restreindre à ce cas particulier : enveloppe d'une famille (qu'on peut toujours supposer fermée) de cercles de rayon constant. J'avais précédemment établi que les f sont tangents aux F sauf peut-être aux points d'un ensemble de mesure nulle. Je suis maintenant en mesure d'énoncer des résultats plus précis.

A cet effet, sur l'enveloppe F de notre famille de cercle de rayon ρ centrés sur un ensemble E (fermé) je distingue avec M. Georges Bouligand [1] deux sortes de points :

1° Les points *ordinaires*, c'est-à-dire ceux dont ρ est un minimum strict de la distance à E;

2° Les points de *multifurcation*, c'est-à-dire ceux dont ρ est un minimum large de la distance à E.

Avec cette terminologie, la propriété de contact de ma dernière Note s'énonce ainsi : en un point ordinaire, il passe un cercle unique de la famille, tangent à F.

Cela posé, j'ai démontré la proposition suivante :

Lemme 1. — Soient M un point de multifurcation et MD une direction limite de F au point M : il existe un cercle de la famille passant par M et tangent à MD.

J'en déduis aisément :

THÉORÈME I. — *En chaque point* M *de* F (*ordinaire on non*), *le faisceau limite se réduit à deux demi-droites*.

Il existe donc en M une demi-tangente antérieure et une demi-tangente postérieure. Soit α l'angle de ces demi-tangentes, qui se réduit à π en tout point ordinaire et qui ne surpasse jamais π. Les rayons de contact des cercles de la famille tangents en M à ces demi-droites font entre eux l'angle $\pi - \alpha$; ils forment, pour un point de multifurcation, le triangle isoscèle attaché à ce point.

Voici deux autres propositions très importantes :

Lemme 2. — Deux rayons de contact quelconques ne peuvent avoir en commun qu'une extrémité.

---

[1] G. BOULIGAND, *Ensembles impropres et nombre dimensionnel* (*Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, 52, 1928, p. 372).

Lemme 3. — Les triangles isoscèles attachés à deux points de multifurcation distincts n'ont en commun aucun point intérieur.

La somme des aires des triangles isoscèles correspondant aux divers points de multifurcation étant finie et inférieure à l'aire de Δ, il en découle cet important résultat :

Théorème II. — *Sur une enveloppe de cercles de rayon constant* (c'est-à-dire sur la totalité des contours qui la composent), *l'ensemble des points de multifurcation est dénombrable.*

En chaque point de multifurcation, considérons maintenant l'angle $\pi - \alpha = \beta$. J'établis encore les résultats suivants :

Théorème III. — *La série* $\beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_n + \ldots$ *converge pour chaque partie connexe de* F.

Corollaire 1. — Elle ne peut donc diverger pour la totalité des points de multifurcation que si le domaine Δ, réunion de tous nos cercles, est à connexion infinie.

Corollaire 2. — Considérons l'une des parties connexes de F. L'angle de la demi-tangente en un point M de cette courbe et d'une direction fixe est une fonction à variation bornée de l'abscisse curviligne de M sur cette courbe.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de M. Pompeiu.*
Note de M. **Miron Nicolesco**, présentée par M. Émile Borel.

1. M. Pompeiu vient d'énoncer [1] cet intéressant théorème : Soit $f(x, y)$ une fonction continue dans tout le plan. Si l'intégrale suivante

$$I = \int\int f(x, y)\,dx\,dy,$$

prise dans un cercle C, de rayon ρ constant et de centre (x, y), reste constante quand ce centre varie, $f(x, y)$ se réduit nécessairement à une constante.

En supposant la fonction $f(x, y)$ analytique, j'ai réussi, à l'aide d'un lemme qui me paraît intéressant en lui-même, à donner une démonstration, en même temps qu'une généralisation assez inattendue de ce théorème.

2. Posons

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \qquad \Delta^n u = \Delta(\Delta^{n-1} u) \qquad (n = 2, 3, \ldots).$$

(1) D. Pompeiu, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1138.

Nous énoncerons alors :

Lemme. — I. Soient $f(x, y)$ une fonction analytique dans tout le plan et $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ une suite de nombres réels. Si la série

$$1 + a_1\theta + a_2\theta^2 + \ldots + a_n\theta^n + \ldots$$

a un rayon de convergence non nul, la série

$$f + a_1\Delta f + a_2\Delta^2 f + \ldots + a_n\Delta^n f + \ldots$$

est absolument et uniformément convergente dans tout le plan et représente, par conséquent, une fonction analytique $g(x, y)$.

II. On peut « inverser » la série précédente :

$$f(x, y) = g + b_1\Delta g + b_2\Delta^2 g + \ldots + b_n\Delta^n g + \ldots,$$

cette manière d'écrire $f(x, y)$ étant unique et valable dans tout le plan.

La première partie de ce lemme se démontre facilement par les inégalités de Cauchy, la seconde partie se démontre par la première.

3. Appliquons ceci au théorème de M. Pompeiu. Si I et ρ sont constants, la moyenne superficielle μ_s de f dans le cercle C le sera aussi, et inversement, à cause de la relation

$$\mu_s = \frac{1}{\pi\rho^2}\,\mathrm{I}.$$

Or nous avons donné dans notre Thèse ([1]) un développement de μ_s suivant les puissances symboliques de Δf

$$\mu_s = f + a_1\Delta f + a_2\Delta^2 f + \ldots + a_n\Delta^n f + \ldots$$

avec

$$a_n = \frac{\rho^{2n}}{2^{2n} n!(n+1)!} \qquad (^2).$$

Il en résulte, d'après notre lemme, que l'on aura, inversement,

$$f = \mu_s + b_1\Delta\mu_s + b_2\Delta^2\mu_s + \ldots + b_n\Delta^n\mu_s + \ldots.$$

On lit sur cette dernière formule les résultats suivants :

1° *Si* I *est constante, f est constante* (théorème de M. Pompeiu).

2° *Si* I *est p-harmonique, f est p-harmonique.*

([1]) Miron Nicolesco, *Fonctions complexes dans le plan et dans l'espace* (*Thèse, Paris*, Gauthier-Villars, éditeur, 1928).

([2]) Je rétablis ici la valeur exacte des coefficients a_n.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines fonctions associées aux fonctions de Legendre.* Note [1] de M. **René Lagrange**, transmise par M. Émile Borel.

J'ai introduit dans une Note récente [2] les coefficients $\overline{J}_m^n(z)$ d'un certain développement de la puissance $m^{\text{ième}}$ du rapport de deux trinomes en t suivant les puissances entières du rapport anharmonique de t avec trois des zéros de ces trinomes. Considérons en particulier

$$\overline{P}_m(z) = \overline{J}_m^0(z) = (-1)^m F\left(m, -m, 1; \frac{z+1}{2}\right).$$

Pour m entier $\geqq 0$, son développement suivant les puissances de $\frac{1-z}{2}$ est

$$\overline{P}_m(z) = \sum_{k=0}^{m} (-1)^{m+k} \binom{m}{k} \binom{-m}{k} F(m+k, -m+k, k+1; 1) \left(\frac{1-z}{2}\right)^k,$$

ou, grâce à l'identité aisément démontrable

$$F(m+k, -m+k, k+1; 1) = (-1)^{m-k} \frac{k}{m} \qquad (m-k \text{ entier} \geqq 0),$$

$$(1) \qquad \overline{P}_m(z) = \overline{P}_{-m}(z) = \frac{P_m(z) - P_{m-1}(z)}{2} \qquad (m \text{ entier}).$$

Il résulte de là que l'équation différentielle linéaire du second ordre satisfaite pour $\overline{P}_m(z)$ est vérifiée, quel que soit m, par l'intégrale

$$P_m(z) - P_{m-1}(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{+\infty}^{(1+,\, z+)} \left(\frac{(t^2-1)^m (t-z)^{-m-1}}{2^m} - \frac{(t^2-1)^{m-1} (t-z)^{-m}}{2^{m-1}} \right) dt.$$

Cette propriété subsiste si le contour d'intégration est un huit entourant 1 et z, de sorte que la différence $Q_m(z) - Q_{m-1}(z)$ de deux fonctions de Legendre de deuxième espèce vérifie la même équation. $\overline{P}_m(z)$ est donc une combinaison linéaire de ces deux intégrales particulières, et l'on obtient effectivement la relation

$$(2) \qquad \overline{P}_m(z) = \frac{P_m(z) - P_{m-1}(z)}{2} - \frac{e^{m\pi i} \sin m\pi}{\pi} [Q_m(z) - Q_{m-1}(z)].$$

---

[1] Séance du 22 mai 1929.

[2] *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1140-1141.

On peut étendre à toutes les fonctions $\overline{J}_m^n(z)$ cette faculté de s'exprimer linéairement à l'aide des fonctions de Legendre. Je me borne à énoncer les résultats. Pour $n \geqq 0$, on a

$$(3) \qquad \overline{J}_m^n(z) = (z+1)^n \frac{d^n}{dz^n} \sum_{s=0}^{n+1} \lambda_s(m, n) \left[P_{m-s}(z) - 2 \frac{e^{m\pi i} \sin m\pi}{\pi} Q_{m-s}(z) \right]$$

avec

$$\lambda_s(m, n) = (-1)^s \binom{n+1}{s} \frac{m(2m+1-2s)}{(2m+1-s)(2m-s)\ldots(2m-n-s)}.$$

(3) n'a plus de sens pour m entier $< n+1$, mais on montre aisément qu'il suffit de remplacer chaque terme $\frac{e^{m\pi i} \sin m\pi}{\pi} Q_{m-s}(z)$ d'indice $m-s<0$ par $P_{m-s}(z)$.

Enfin, pour $n<0$, la formule

$$\overline{J}_m^n(z) = e^{2m\pi i} \left(\frac{z+1}{2} \right)^n \overline{J}_{-m}^{-n}(z)$$

donne

$$\overline{J}_m^n(z) = \frac{m}{2^n(m-n)} \frac{d^{|n|}}{dz^{|n|}} \sum_{s=0}^{|n|+1} \lambda_s(m-n, -n) \left[P_{m-n-s}(z) - 2 \frac{e^{m\pi i} \sin m\pi}{\pi} Q_{m-n-s}(z) \right],$$

avec la même convention pour les termes qui n'auraient pas de sens.

On peut déduire de (3) et d'une relation déjà donnée (*loc. cit.*) entre $\overline{J}_m^n(z)$ et $\overline{J}_{n-m}^n(z)$ l'identité classique

$$\cos m\pi \, P_m(z) = \frac{\sin m\pi}{\pi} [Q_m(z) - Q_{-m-1}(z)].$$

$\overline{J}_m^n(z)$ est ainsi, au facteur $(z+1)^{\frac{n+|n|}{2}}$ près, la dérivée $|n|^{\text{ième}}$ d'une forme linéaire de fonctions de Legendre de seconde espèce.

On peut déduire, de leur définition même, certaines relations linéaires entre plusieurs fonctions $\overline{J}_m^n(z)$ d'indices consécutifs qui se traduisent d'ailleurs en formules relatives aux fonctions de Legendre. Je citerai par exemple

$$(z-1) \sum_{r=n}^{\infty} \overline{J}_m^r(z) = 2 \overline{J}_{m+1}^n(z) - (z+1) \overline{J}_m^{n-1}(z),$$

$$\overline{J}_{m+1}^n(z) + \overline{J}_m^n(z) = \overline{J}_{m+1}^{n+1}(z) + \frac{z+1}{2} \overline{J}_m^{n-1}(z),$$

$$2m(m+1) \overline{P}_{m+1}(z) = (2m+1)(z^2-1) \frac{d\overline{P}_m(z)}{dz} + m[(2m+1)z-1] \overline{P}_m(z).$$

Cette dernière identité permet de montrer que les polynomes $\overline{P}_m(z)$ d'indice entier > 0 forment une suite de Sturm, les m zéros, réels, de $\overline{P}_m(z)$ appartenant à l'intervalle $(-1, +1)$, y compris le zéro simple $z = 1$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la croissance des fonctions méromorphes d'une ou de plusieurs variables complexes.* Note [1] de M. **Henri Cartan**.

1. La lecture d'une Note de M. A. Bloch [2] m'a suggéré une *nouvelle définition de la fonction de croissance* $T(r, f)$ *de MM. Nevanlinna*, attachée à une fonction méromorphe $f(x)$ de la variable complexe x :

Mettons $f(x)$ *sous la forme* $\frac{g(x)}{h(x)}$, g *et* h *étant holomorphes et sans zéros communs; soit* $U(x)$ *la plus grande des quantités* $\log|g(x)|$ *et* $\log|h(x)|$. *On a*

$$T(r, f) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} U(re^{i\theta})\,d\theta - \log|h(0)|,$$

en supposant, pour simplifier, $h(0) \neq 0$.

Si $f(x)$ est une fonction entière, on peut prendre

$$g = f, \qquad h = 1, \qquad U(x) = \overset{+}{\log}|f(x)|,$$

et l'on retrouve la définition classique de $m(r, f)$.

Cette définition peut permettre de simplifier des démonstrations antérieures.

2. Passons à une fonction de plusieurs variables complexes; raisonnons sur deux variables x et y.

Mettons, avec Poincaré et M. Cousin, $f(x, y)$ sous la forme du quotient de deux fonctions entières ne s'annulant ensemble qu'en des points isolés :

$$f(x, y) = \frac{g(x, y)}{h(x, y)},$$

et soit $U(x, y)$ la plus grande des quantités $\log|g(x, y)|$ et $\log|h(x, y)|$.

Notre fonction de croissance sera [3]

$$T(r_1, r_2; f) = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} U(r_1e^{i\theta_1}, r_2e^{i\theta_2})\,d\theta_1\,d\theta_2 - \log|h(0, 0)|.$$

---

(1) Séance du 22 mai 1929.

(2) *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 276.

(3) Cette définition concorde avec celle de M. A. Bloch (*loc. cit.*).

C'est une fonction continue des variables positives r_1 et r_2.

3. *Propriété fondamentale.* — Posons

$$\xi_1 = \log r_1, \qquad \xi_2 = \log r_2;$$

alors le point de l'espace de coordonnées ξ_1, ξ_2, $T(\xi_1, \xi_2)$ *décrit une surface* S *convexe* (¹) (au sens large). Nous allons montrer, en effet, que les sections par les plans

$$\xi_1 = \alpha \xi_2 + \beta,$$

où α est rationnel, positif ou négatif, et β quelconque, sont des courbes convexes; la continuité de la surface S entraînera alors sa convexité.

Démonstration. — m et p étant deux entiers premiers entre eux, positifs ou négatifs, il existe deux entiers a et b tels que

$$am - bp = 1.$$

Effectuons le changement de variables

$$\theta_1 = au + pv,$$
$$\theta_2 = bu + mv.$$

Il vient

$$T(r_1, r_2; f) = -\log|h(0, 0)| + \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} du \left\{ \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} U(r_1 e^{iau} e^{ipv}, r_2 e^{ibu} e^{imv})\, dv \right\}.$$

Posons, A et B étant deux constantes positives quelconques et ρ un nombre positif,

$$r_1 = A\rho^p, \qquad r_2 = B\rho^m.$$

La quantité entre accolades est égale, à une constante additive près (²), à $T(\rho, F)$, en posant

$$F(z) = f(Ae^{iau} z^p, Be^{ibu} z^m);$$

c'est donc une fonction convexe de $\log\rho$. Donc $T(A\rho^m, B\rho^p)$ est convexe en $\log\rho$; d'où la propriété annoncée.

4. Une étude plus approfondie des sections planes de la surface S est facile et digne d'intérêt. Indiquons seulement l'inégalité fondamentale suivante, qui résulte de la convexité : à ρ_1 et ρ_2 positifs quelconques corres-

(¹) M. Valiron avait déjà indiqué une propriété semblable pour la fonction $M(r_1, r_2)$ (*Bull. Sc. math.*, 2ᵉ série, 47, 1923, p. 177).

(²) Il pourrait aussi y avoir un terme en $\log\rho$, dû aux zéros communs à $g(x, y)$ et $h(x, y)$; mais cela ne change rien à la convexité en $\log\rho$.

pondent deux nombres positifs $C_1(\rho_1, \rho_2)$ et $C_2(\rho_1, \rho_2)$, tels que l'on ait

$$T(r_1, r_2) - T(\rho_1, \rho_2) \geqq C_1 \log \frac{r_1}{\rho_1} + C_2 \log \frac{r_2}{\rho_2},$$

quels que soient r_1 et r_2 positifs.

Le cas où $C_1(\rho_1, \rho_2)$ et $C_2(\rho_1, \rho_2)$ sont bornés supérieurement caractérise les fonctions rationnelles de x et de y.

MÉCANIQUE GÉNÉRALE. — *Les systèmes de référence à gravitation apparente.* Note (¹) de M. **J. Le Roux**, présentée par M. G. Kœnigs.

Dans l'étude du mouvement des planètes, la gravitation apparaît pour certains choix du système de référence, constituant les systèmes canoniques auxquels la mécanique classique attache la notion de mouvement absolu.

Pour d'autres repères, au contraire, le même mouvement ne présente aucune apparence de gravitation.

On est amené à examiner quels sont les systèmes de référence pour lesquels il y aurait une gravitation apparente.

Il existe un caractère général de la gravitation, indépendant de toute loi spéciale. Il consiste dans le fait que les éléments mobiles semblent exercer les uns sur les autres des actions mutuelles deux à deux égales et directement opposées.

Ce caractère est considéré habituellement comme l'un des principes fondamentaux de la mécanique; on admet qu'il exprime une propriété physique essentielle de la matière.

Or ce point de vue est inexact : la propriété considérée dépend uniquement du système de référence. Elle est compatible avec l'existence d'actions physiques, mais elle subsiste même en l'absence de toute action de cette nature.

Considérons en effet un ensemble mobile quelconque.

Quel que soit l'ensemble, quels que soient les mouvements des éléments qui le composent, il sera toujours possible de trouver des trièdres de référence satisfaisant à la condition que le mouvement relatif de l'ensemble, par rapport à l'un quelconque d'entre eux, paraisse dû uniquement à des forces intérieures satisfaisant au principe de l'égalité de l'action et de la réaction.

Le solide de référence correspondant au minimum de force vive rela-

(¹) Séance du 22 mai 1929.

tive (¹) satisfait en effet à cette condition. Je l'appelle dans ce qui suit *le solide de référence principal.*

Il en existe une infinité d'autres.

Pour les déterminer il suffit de choisir les six paramètres du mouvement d'entraînement (translation et rotation) de telle façon que, dans le mouvement relatif, la quantité de mouvement résultante et le mouvement cinétique résultant soient constants en grandeur et en direction par rapport au trièdre cherché.

Une translation rectiligne et uniforme du système de référence conserve évidemment la propriété envisagée.

Pour déterminer les rotations jouissant de la même propriété, considérons deux systèmes d'axes rectangulaires ayant pour origine commune le centre de gravité de l'ensemble mobile. Le premier, S, sera supposé invariablement lié au solide principal; le second, S_1, sera l'un des trièdres cherchés. J'appelle p, q, r les composantes, suivant les axes de S, de la rotation qui définit le mouvement de S par rapport à S_1.

A un instant donné l'énergie cinétique du mouvement d'entraînement de l'ensemble dans le mouvement de S par rapport à S_1 sera donnée par une expression de la forme suivante :

$$\Theta = \frac{1}{2}(Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 - 2Dqr - 2Erp - 2Fpq).$$

Comme le trièdre S appartient au solide principal, les moments résultants des quantités de mouvement par rapport aux axes de S seront respectivement

$$\frac{\partial\Theta}{\partial p}, \quad \frac{\partial\Theta}{\partial q}, \quad \frac{\partial\Theta}{\partial r}.$$

Les rotations cherchées devront donc satisfaire aux trois équations de la forme suivante :

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial\Theta}{\partial p} + q\frac{\partial\Theta}{\partial r} - r\frac{\partial\Theta}{\partial q} = 0, \qquad \dots.$$

Ces équations diffèrent de celles du mouvement d'un *corps* solide par le fait que les coefficients A, B, C, ... ne sont pas des constantes.

(¹) Voir ma Note du 14 janvier 1929 (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 288). Le problème du trièdre de référence correspondant au minimum d'énergie cinétique relative a été également examiné dans les *Lezioni di Meccanica Razionale* de MM. Levi-Cività et U. Amaldi, 2, premier volume, p. 306-309.

De ces diverses solutions, le solide principal est le seul qui soit indépendant du mode de repérage du temps.

Appliquons ces résultats à l'ensemble de l'Univers observable. Le calcul, d'accord avec un raisonnement sommaire, montre que le solide principal correspondant doit être orienté d'une manière sensiblement invariable par rapport au ciel étoilé. Dans la mesure où l'observation permet de les déterminer, on peut donc affirmer que ce solide et ceux qu'on en déduit par une translation rectiligne et uniforme coïncident avec les systèmes de référence canoniques de la mécanique céleste.

J'ai cru intéressant de signaler cette coïncidence. Elle correspond à l'existence de la gravitation, mais ne fournit aucun renseignement sur la forme spéciale de la loi d'action mutuelle.

ASTRONOMIE. — *Recherches statistiques sur l'apex solaire et sur le vertex de la répartition des vitesses stellaires.* Note (1) de M. **H. Mineur**, présentée par M. Deslandres.

Nous avons essayé d'obtenir des positions précises de l'apex et du vertex en utilisant la méthode statistique.

1. Nous avons réuni 120 déterminations de l'apex calculées depuis dix ans par divers auteurs. Les 120 valeurs de l'ascension droite A et de la déclinaison D de l'apex sont réparties suivant une loi de Gauss avec

$$\overline{A} = 274^\circ,77, \qquad \overline{D} = +35^\circ,20,$$
$$\sigma_A = 10^\circ,15, \qquad \sigma_D = 8^\circ,6, \qquad r = -0,094.$$

2. Il est connu depuis une vingtaine d'années que l'ascension droite de l'apex est à peu près indépendante des étoiles utilisées pour la déterminer et que la déclinaison de ce point augmente avec la grandeur apparente des étoiles utilisées. Nous avons étudié à nouveau cette question et nous sommes parvenus au résultat suivant :

Les diverses positions de l'apex se groupent bien autour de point $A = 274^\circ$, $D = +33^\circ$, mais les positions déterminées au moyen d'étoiles faibles et surtout au moyen d'étoiles voisines du pôle Nord s'écartent notablement du point précédent pour s'approcher du point $A' = 305^\circ$, $D' = +66^\circ$. Ces positions se groupent nettement sur le grand cercle de la sphère céleste qui a pour pôle le point $\alpha = 12^h 0^m$, $\delta = +12^\circ,5$.

(1) Séance du 22 mai 1929.

3. L'étude théorique de la rotation galactique montre que si $\overrightarrow{OV_1}$, $\overrightarrow{OV_2}$, ... désignent les vitesses du Soleil par rapport à divers objets, les extrémités V_1, V_2 ... de ces vecteurs doivent être sur une ligne droite perpendiculaire au plan qui passe par le Soleil et l'axe de rotation.

Les diverses positions de l'apex doivent donc être sur un grand cercle qui coupe l'équateur galactique à 90° de la direction du centre de rotation.

Or, le grand cercle considéré au paragraphe 2 occupe le plan galactique au point de longitude 333°, soit à 90° du centre de l'amas local, puisque ce dernier a pour longitude 244°.

Nous voyons là une preuve nouvelle de la rotation de l'amas local et du fait signalé dans une Note précédente, que la vitesse angulaire de rotation des astres dépend surtout de leur cote au-dessus du plan de symétrie de l'amas local.

4. Cette asymétrie des positions de l'apex ressemble au phénomène découvert par Strömberg et appelé courant asymétrique. Mais cette dernière asymétrie ne s'observe que sur des objets éloignés, extérieurs à l'amas local.

5. Nous avons réuni 36 déterminations du vertex de la répartition ellipsoïdale des vitesses stellaires. On a souvent dit que la direction du vertex coïncidait avec celle du centre de la galaxie. Nous avons démontré qu'il n'en était rien.

Représentons sur un même graphique les lois de répartition de la longitude du vertex et de celle du centre de rotation des étoiles éloignées. On trouve deux courbes nettement distinctes :

Longitude du centre de rotation...	$\overline{G} = 322°$	$\sigma = 6°$
Longitude du vertex............	$\overline{G} = 352°,7$	$\sigma - 15°,8$
Longitude du centre de la galaxie..	325° (Shapley)	
Longitude du centre de la galaxie..	323° (Seares)	

Mais la loi de répartition des longitudes du vertex présente une forte obliquité et nous estimons qu'on doit adopter pour longitude du vertex 347°.

La longitude du vertex diffère donc de 22° de celle du centre de la galaxie. C'est là un point que les tentatives d'explication des mouvements stellaires ne devront pas négliger.

On voit, par cet exemple, à quel point l'accumulation des mesures d'une même quantité est nécessaire dans les sciences expérimentales.

6. Les 36 positions du vertex que nous avons utilisées semblent se grou-

per sur un grand cercle qui passe par le point (coordonnées galactiques) : $G = 340°$, $g = 0$, par l'apex solaire et par le vertex du courant du Taureau. Ce phénomène est moins net que celui que nous avons signalé au n° 2.

Cette asymétrie peut s'interpréter assez simplement en admettant que le vrai vertex est le point $G = 347°$, $g = 0$, et que ses changements de position proviennent de l'introduction dans le calcul d'un grand nombre d'étoiles appartenant soit au courant du Taureau, soit à un courant dont le Soleil ferait partie.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Théorie électronique de l'éther et de la lumière.* Note [1] de M. **Alex. Véronnet**, transmise par M. P. Appell.

La théorie des électrons de Lorentz, appliquée à la matière, a permis d'expliquer un grand nombre de faits, et de ramener la matière à deux éléments. D'autre part, la théorie de la relativité a réussi à ramener à l'unité les actions de la matière, électricité, magnétisme, gravitation, en considérant uniquement le champ au voisinage de l'atome ou de l'électron.

La théorie électronique, étendue à l'éther, s'est proposée d'expliquer ce champ, non pas mécaniquement, mais électriquement. J'ai soumis cette théorie au calcul et le calcul montre qu'elle peut nous donner les lois de la lumière, du magnétisme, de la gravitation, comme la théorie cinétique nous donne les lois des gaz.

1. *L'éther composé d'électrons ou de sous-électrons. Vitesse de la lumière.* — On suppose l'éther composé de particules électriques négatives, qui se repoussent suivant la loi de Coulomb, particules appelées éthérons. Pour que le problème ait une solution, on démontre que les particules doivent arrêter une partie de cette force répulsive. On trouve alors que chaque particule est soumise, dans chaque direction, à une force F et, si elle est écartée de sa position d'équilibre d'une quantité ξ, elle y est ramenée par une force $F' = k\xi$.

Cette force F' permet de calculer la vitesse des ondes dans le milieu, ce qui donne une nouvelle relation.

2. *Champ électromagnétique d'un atome dans l'éther. Ondes transversales.* — Plaçons dans cet éther un atome neutre d'hydrogène (électron tournant autour d'un proton), et calculons l'action de ce système sur le milieu. Le premier terme du développement produit sur chaque éthéron un mouve-

(1) Séance du 22 mai 1929.

ment de rotation, synchrone de celui de l'électron (champ magnétique). Le second terme du développement produit en outre une déformation élastique permanente ellipsoïdale du milieu, déformation qui conserve rigoureusement le volume et la densité de l'éther (champ électrique). Quand l'électron saute d'une orbite stable à une autre, il se produit une perturbation brusque de cette déformation, qui engendre une onde. Comme la dilatation cubique, correspondant à cette perturbation, est également nulle, les ondes sont uniquement transversales. Ce sont les *ondes lumineuses*. La théorie du magnétisme montrera que ce sont également des ondes électromagnétiques.

3. *Explication de la théorie des quanta.* — Les mouvements tourbillonnaires des électrons de la matière et de l'éther réagissent les uns sur les autres, ils sont caractérisés, au point de vue mécanique, par leur moment cinétique. On démontre que, dans l'état permanent, il y a *conservation des moments et équipartition de ces moments*, et cela de la même façon que, dans la théorie cinétique de Maxwell, on démontre qu'il y a conservation et équipartition de l'énergie. La valeur commune du moment de tous les électrons ou éthérons détermine la constante universelle h de Planck, ce qui fournit une nouvelle relation. Cette constante mesure aussi l'énergie absorbée par le milieu, la température de l'éther.

Les mouvements tourbillonnaires se comportent en outre comme des vibrations. Ils admettent donc *leurs harmoniques* comme mouvements stables possibles. Les moments peuvent donc varier par quantités entières. La théorie électronique fournit ainsi une base physique, une démonstration physique de la théorie des quanta, de la formule du rayonnement de Planck, etc.

4. *Les orbites stables de l'électron et les lois des raies spectrales.* — La loi des moments entiers démontre que le rayon des orbites stables de l'électron dans l'atome croît comme le carré des nombres entiers, ce qui démontre la seconde hypothèse introduite par Bohr pour son atome.

Dans cet éther, l'électron tournant n'émet pas d'ondes, conformément à la première des hypothèses de Bohr, qui paraissait contredire les lois de l'électrodynamique. Pour l'émission d'une onde il faut une variation de v^2.

Enfin le théorème général des moments permet de démontrer également la troisième hypothèse de Bohr, et l'on obtient finalement les formules de Balmer, de Moseley, etc., qui déterminent la fréquence des séries de raies d'émission ou d'absorption dans les spectres de l'hydrogène, de l'hélium ou des rayons X, et ceci sans autre hypothèse que celle des électrons.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations hydrodynamiques*. Note de M. V. **Bjerknes**, présentée par M. Brillouin.

Nous possédons les équations hydrodynamiques sous deux formes différentes, dites de *Lagrange* et d'*Euler*. Déjà Lagrange a donné le conseil de se servir, dans les applications, des équations d'Euler comme étant les plus simples. Ce conseil a été suivi très consciencieusement jusqu'à nos jours. Mais comme cette supériorité n'existe que dans un domaine restreint de l'hydrodynamique, on n'est sorti que très exceptionnellemnnt de ce domaine.

La condition nécessaire et suffisante qui donne la supériorité au système d'Euler est l'*interchangeabilité* des particules fluides. Mais au fond, cette condition d'interchangeabilité n'est jamais satisfaite en toute rigueur dans les fluides réels. Elle est très loin de l'être dans les grands fluides universels, comme l'atmosphère ou la mer. Ici les différentes particules se distinguent les unes des autres par leurs concentrations en vapeur d'eau ou en sel, par leurs températures initiales, et ces différences sont les causes primaires des mouvements.

Les équations du mouvement et l'équation de continuité sont les mêmes pour les fluides à particules interchangeables et non interchangeables. La différence se présente dans l'équation caractéristique, qui définit les propriétés physiques des différentes particules fluides. On l'écrit généralement

$$\rho = f(p). \tag{1}$$

ρ étant la densité, p la pression.

Si l'on suppose que cette équation est la même pour toutes les particules du fluide, elle donne la condition de l'interchangeabilité : sous la même pression les différentes particules prennent la même densité. Cette équation a alors même forme dans le système d'Euler et dans celui de Lagrange : l'avantage du système d'Euler est l'ordre moins élevé des équations dynamiques et le degré moindre de l'équation de continuité.

Si l'équation (1) varie de particule à particule, on se trouve dans le cas de non-interchangeabilité. On en rend immédiatement compte dans le système de Lagrange, en faisant entrer dans l'équation (1) les variables a, b, c de Lagrange, qui définissent les différentes particules

$$\rho = f(p, a, b, c). \tag{2}$$

Mais dans le système d'Euler on ne possède pas de variables spéciales à l'aide desquelles on puisse individualiser les particules.

Il faut alors écrire l'équation (1) sous forme différentielle. Représentons comme on le fait ordinairement par $\frac{d}{dt}$ et $\frac{\partial}{\partial t}$ les deux différentiations par rapport au temps, la première se rapportant à la particule physique en mouvement, la seconde étant prise en un lieu défini x, y, z. ρ étant la densité d'un élément matériel, nous avons identiquement

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d\rho}{dp}\frac{dp}{dt}. \tag{3}$$

Mais comme (1) se rapporte aussi à un élément matériel on en tire

$$\frac{d\rho}{dp} = \gamma, \tag{4}$$

γ étant l'inverse du coefficient d'élasticité de *la particule en question*, généralement une fonction de p. On peut donc écrire l'équation (3)

$$\frac{d\rho}{dt} = \gamma\frac{dp}{dt}, \tag{5}$$

ou bien, si l'on développe $\frac{d}{dt}$ de la manière connue

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + u\frac{\partial\rho}{\partial x} + v\frac{\partial\rho}{\partial y} + w\frac{\partial\rho}{\partial z} = \gamma\left(\frac{\partial p}{\partial t} + u\frac{\partial p}{\partial x} + v\frac{\partial p}{\partial y} + w\frac{\partial p}{\partial z}\right), \tag{6}$$

u, v, w étant les composantes de vitesse. (6) est ainsi l'équation caractéristique *générale* dans le système d'Euler.

Le système *général* d'Euler contient ainsi une équation différentielle de plus que le système de Lagrange. Sa plus grande simplicité devient illusoire, à l'exception du cas de l'interchangeabilité des particules fluides, où l'on peut garder l'équation caractéristique sous la forme finie (1).

L'intégration des équations hydrodynamiques dans le cas d'un fluide à particules non interchangeables est en général plus difficile que dans le cas classique d'un fluide à particules interchangeables. Mais on a souvent l'avantage de pouvoir prévoir le caractère qualitatif de la solution par intuition physique. Il existe en outre une méthode très puissante pour effectuer certaines intégrations utiles. On s'imagine donnée une solution quelconque, et l'on considère une petite perturbation superposée à ce mouvement primitif. Cette petite perturbation peut être étudiée par des équations *linéarisées*. Précisément en ne soumettant le mouvement primitivement donné à aucune

autre condition restrictive que celle de satisfaire aux équations générales, on arrive à des équations de perturbation tout à fait générales, et qui présentent l'avantage d'une symétrie précieuse.

Dans un Mémoire qui paraîtra bientôt dans un autre Recueil, on trouvera ces équations générales de perturbation. Elles y sont déduites du système de Lagrange ainsi que du système généralisé d'Euler et rapportées à des coordonnées curvilignes quelconques, mobiles ou non.

THERMODYNAMIQUE. — *Peut-on démontrer la relation de Maxwell-Clausius sans recourir au principe de Carnot?* Note (1) de M. **J.-E. Verschaffelt.**

M. V. Karpen s'est proposé récemment (2) de donner, de la relation de Maxwell-Clausius, une démonstration générale, indépendante du principe de Carnot. Il me semble qu'il y a de sérieuses objections à faire à son raisonnement (3).

M. Karpen part de l'équation

$$\mathcal{C} = -\int_{v_1}^{v_2} v\,dP, \tag{1}$$

dans laquelle $\mathcal{C}$ est le travail moléculaire effectué au passage du fluide à travers la couche superficielle et P la pression thermique. Il y substitue une expression de $\mathcal{C}$ qu'il trouve, en calculant de deux façons, l'augmentation d'énergie interne due au passage de l'état liquide à l'état de vapeur, d'abord en supposant que la transformation a lieu continûment, suivant l'isotherme théorique, puis en supposant que le liquide se vaporise sous pression constante. Il fait implicitement l'hypothèse que, dans les deux cas, le travail total des forces moléculaires est le même et égal à l'augmentation d'énergie interne du système; or cette hypothèse ne se vérifie pas en général.

Dans les cas où cette hypothèse se vérifie, on arrive effectivement à la relation cherchée. En effet, dans la transformation continue, le travail des

(1) Séance du 13 mai 1929.

(2) V. Karpen, *Démonstration des relations de Maxwell-Clausius et de Clapeyron* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 778).

(3) Je continue à me placer dans les idées classiques. Je n'ignore pas que M. C. Raveau a introduit (*Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1337, et 188, 1929, p. 313) dans cette question un point de vue entièrement nouveau d'après lequel les égalités thermodynamiques seraient indépendantes d'un second principe.

forces moléculaires, égal à celui de la pression de cohésion π, est

$$\int_{v_1}^{v_2} \pi\, dv;$$

dans la transformation discontinue, où il y a passage de vapeur sous pression de cohésion π_2 en liquide sous pression π_1 à travers une couche de transition, le travail est

$$\mathfrak{G} + \pi_2 v_2 - \pi_1 v_1;$$

admettant que, dans les deux cas, le travail soit le même (parce que égal à la variation d'énergie), on a

$$(2) \qquad \mathfrak{G} = \int_{v_1}^{v_2} \pi\, dv + \pi_1 v_1 - \pi_2 v_2.$$

Mais l'équation (1) peut s'écrire, en songeant que $P = p + \pi$,

$$\mathfrak{G} = \int_{v_1}^{v_2} P\, dv - P_2 v_2 + P_1 v_1 = \int_{v_1}^{v_2} p\, dv - p_s(v_2 - v_1) + \int_{v_1}^{v_2} \pi\, dv - \pi_2 v_2 + \pi_1 v_1.$$

de sorte qu'en vertu de (2)

$$p_s(v_2 - v_1) = \int_{v_1}^{v_2} p\, dv.$$

La relation est ainsi démontrée. Mais quand l'hypothèse de base est-elle vérifiée? C'est le second principe qui doit nous l'apprendre [1], de sorte que la réponse à la question posée en titre doit être négative.

Le raisonnement ci-dessus se confond avec celui de M. Karpen, à condition de poser $k = 0$. Je ne vois pas bien, d'ailleurs, ce qu'est la grandeur k dans les idées de M. Karpen. Certes, on peut toujours poser

$$\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T = P + k - p = \pi + k,$$

---

[1] Il est à remarquer que, si la variation d'énergie interne est égale au travail des forces moléculaires pour une transformation continue (comme c'est le cas lorsque a, b et R sont des constantes), il n'en est pas encore nécessairement de même, pour la même équation d'état, lorsque la transformation est discontinue. Le travail moléculaire dans la vaporisation n'est égal au travail moléculaire dans la dilatation homogène que si la tension de vaporisation est d'accord avec la relation de Maxwell-Clausius. Supposer que ce travail est le même dans les deux cas revient à admettre le principe de Carnot aussi bien pour les états homogènes que pour les états hétérogènes. On n'échappe donc pas au second principe.

mais en général k sera une fonction de p et v dans la région homogène, et je ne comprends pas comment M. Karpen peut introduire cette même fonction dans des formules relatives à la transformation discontinue.

Enfin, il me paraît peu recommandable de donner à la grandeur

$$P + k = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v,$$

qui est universellement connue comme chaleur latente, le nom de chaleur spécifique à température constante. Cela peut être une source de malentendus, une chaleur spécifique étant toujours un rapport $\frac{dQ}{dT}$ entre les effets calorifique et thermique d'une transformation élémentaire.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'existence d'un état conducteur des liquides dits isolants.* Note de **M. L. Brüninghaus**, présentée par M. A. Cotton.

A la suite d'expériences [1] relatives à l'électrisation de contact entre l'essence minérale et un métal quelconque, j'ai été conduit à rechercher comment l'électricité traverse de minces films de liquides dits isolants.

Les expériences ont porté sur l'essence minérale ordinaire, sur l'huile de vaseline purifiée et sur le benzène cristallisable, liquides dont la résistivité est du même ordre de grandeur, et qui ont fourni des résultats semblables.

Sous des épaisseurs de l'ordre de $0^{mm},5$, j'ai observé une conductivité faible, de l'ordre de celle généralement admise, et qui diminue de plus en plus à mesure qne l'on prolonge l'application du champ. Cette conductivité me paraît dépendre de la présence, dans le liquide isolant, de traces d'eau dissoute.

Sous des épaisseurs de l'ordre de 10^{μ}, je me suis aperçu, avec surprise, de l'apparition d'une conductivité de l'ordre de celle des métaux, par application de champs d'environ 100000 volts/cm.

Voici dans quelles circonstances prend naissance cette conductivité inattendue :

On dispose une goutte de liquide entre deux petites électrodes polies, parallèles, et séparées par une distance d'environ 10^{μ}. Si l'on applique la différence de potentiel progressivement, l'on peut atteindre 110 volts sans

---

[1] Voir L. Brüninghaus, *Annales de l'Office national des Combustibles liquides*, 2, 1927, p. 507.

observer aucun courant au galvanomètre, sensible à 10^{-11} ampères, mis en série avec l'appareil. Si au contraire l'application est plus brutale, on atteint une différence de potentiel, en général de l'ordre de 10 volts, pour laquelle le spot se trouve lancé violemment, puis animé de mouvements désordonnés, avec parfois retour et arrêt au zéro pendant plusieurs secondes; l'amplitude de ces mouvements croît avec la différence de potentiel appliquée.

Ces courants erratiques constituent déjà une anomalie, car ils peuvent prendre des intensités considérablement plus grandes que celles qui correspondent à la conduction usuelle des liquides isolants. Mais il y a plus, car ce régime instable constitue une sorte de préparation à un régime stable de haute conductivité.

En effet, *pour une certaine différence de potentiel*, d'ordinaire comprise entre 50 et 110 volts, *brusquement le courant saute à plusieurs milliampères, ou même à plusieurs ampères*, selon la résistance du circuit, et *la résistance du liquide devient négligeable*, comme s'il se trouvait soudain remplacé par une goutte de mercure.

Tel est le fait, qui fait immédiatement penser à un court circuit.

Or je me suis assuré que *l'idée d'un court circuit est exclue*, pour les raisons suivantes :

1° L'établissement du régime conducteur ne s'accompagne d'aucune variation de distance des électrodes, soit par dilatation, soit pour toute autre cause.

2° Il n'y a pas davantage arrachement de particules métalliques aux électrodes, car celles-ci conservent leur poli.

3° La formation d'une émulsion métallique conductrice entre les électrodes, par pulvérisation du métal qui les constitue, est également à rejeter, car le liquide conserve sa limpidité et il redevient isolant aussitôt le champ annulé.

J'ai vérifié qu'il ne s'agit pas non plus d'une décharge par étincelles ou par aigrettes, le phénomène étant silencieux et obscur.

Je crois donc être autorisé à conclure que, *sous des épaisseurs de l'ordre de* 10^{μ}, *et par application de différences de potentiel de l'ordre de quelques dizaines de volts, les liquides isolants peuvent acquérir brusquement la conductivité métallique; que cette modification est réversible; qu'elle débute par un état instable où les deux régimes, conducteur et isolant, se mêlent de façon désordonnée.*

Certes, ce résultat est surprenant; il est cependant conforme à certains

faits connus, relatifs à l'amélioration des contacts glissants des instruments de mesure par interposition d'huile de vaseline ou liquides similaires ([1]).

Le régime conducteur ne s'établit que pour des petites distances entre les électrodes (jusqu'à 110 volts), inférieures à 30$^\mu$, et généralement de l'ordre de 10$^\mu$. Une fois établi, il subsiste pour des distances un peu supérieures, pouvant aller jusqu'à 70$^\mu$. Lorsque, accroissant la distance, le régime conducteur cesse, il se produit de nombreuses étincelles qui traversent le liquide en le décomposant partiellement; le courant tombe à 1 milliampère, sans l'interposition d'aucune résistance; les électrodes sont corrodées, sans que du reste le régime conducteur se rétablisse.

Tels sont les faits qu'il m'a été donné d'observer. Il est clair que l'explication de cette remarquable « supraconductivité » des isolants ne saurait être donnée avant de nouvelles expériences.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'efficacité des écrans électrostatiques discontinus.* Note ([2]) de M. **Pierre Bricout**, présentée par M. Fabry.

Un certain nombre de mesures physiques exigeant la constance du potentiel sont effectuées dans des enceintes métalliques qu'il est impossible de fermer complètement pour des raisons expérimentales. J'ai cherché à évaluer la perturbation produite par la discontinuité de l'écran électrostatique dans un cas simple conduisant à plusieurs applications pratiques.

Un plan métallique illimité est au potentiel zéro. Un fil cylindrique infiniment long de rayon r est tendu parallèlement au plan à une distance a de celui-ci telle que $\frac{r}{a}$ soit très petit (de l'ordre de $\frac{1}{100}$ par exemple). Une plaque métallique infiniment mince et illimitée, parallèle au plan et située à une distance b de celui-ci ($b < a$) est au potentiel zéro, formant ainsi écran électrostatique entre le plan et le fil qui est porté au potentiel unité. La plaque est séparée en deux parties par une fente rectiligne illimitée de largeur $2c$ dont le plan de symétrie passe par l'axe du fil. Je me propose de chercher dans quelle mesure l'espace compris entre le plan et la plaque perforée peut être considéré comme équipotentiel. Il suffit pour cela de cal-

([1]) Voir notamment Price, *Proc. Phys. Soc.*, 18, 1903, p. 479. — Manleks, *Phil. Mag.*, 33, 1917, p. 211. — Krauss, *Elektrotechnik u. Machinenbau*, 30, 1920, p. 1. — Melson et Booth, *J. Inst. Electr. Eng.*, 60, 1922, p. 889.

([2]) Séance du 22 mai 1929.

culer le potentiel Π sur l'axe de la fente; celui-ci est une limite supérieure du potentiel dans la région considérée.

On a donc à traiter un problème plan de Dirichlet dont la solution analytique complète peut être obtenue par la transformation de Schwartz. En effet, si à un point du domaine initial $z = x + iy$, on fait correspondre un point du domaine $W = U + iV$ au moyen de la représentation conforme

$$z = \frac{b}{\pi}\left(W - L\frac{W-\beta}{W+\beta} + i\pi\right),$$

on peut, par un choix d'axes convenable, transformer l'ensemble des traces du plan et des deux demi-plans au potentiel zéro en la droite $V = 0$, la section droite du fil se transformant très sensiblement en un cercle si $\frac{r}{a}$ est suffisamment petit. Le problème initial se trouve donc ramené à l'étude classique de la distribution des potentiels entre un cylindre et un plan parallèles.

Le calcul montre que si l'on prend pour unité la différence de potentiel entre le fil et les plans, le potentiel au centre de la fente est donné par la relation

$$\Pi = \frac{1}{L\frac{2V_F}{\rho}} L\frac{V_F + V_A}{V_F - V_A},$$

dans laquelle

$$\sqrt{\beta^2 + 2\beta} - L\frac{\sqrt{\beta^2+2\beta}-\beta}{\sqrt{\beta^2+2\beta}+\beta} = \frac{\pi c}{b},$$

$$V_A = 2 \operatorname{arc\,tang} \frac{\beta}{V_A}, \qquad V_F = \pi\left(\frac{a}{b} - 1\right) + 2 \operatorname{arc\,tang} \frac{\beta}{V_F},$$

$$\rho = \frac{\pi r}{b\left(1 + \frac{2\beta}{V_F^2 + \beta^2}\right)}.$$

En remplaçant les transcendantes par leurs développements en série, on obtient la formule plus simple

$$\Pi = \frac{\log\frac{2d+c}{2d-c}}{\log\frac{2d}{r}} \qquad (d = a - b, \text{ distance du fil à l'écran}),$$

dont l'erreur relative est inférieure à $\frac{2}{100}$ si $\frac{a}{b} \geq \frac{3}{2}$ et $\frac{c}{b} \leq \frac{1}{10}$.

Cette relation permet de fixer rationnellement les dimensions des appa-

reils servant à l'étude de l'ionisation et de la résonance des gaz. Dans ceux-ci, les électrons émis par un filament incandescent se dirigent vers une grille ou une plaque perforée portée à un potentiel positif V par rapport au filament. Une partie d'entre eux franchissent l'électrode perforée et pénètrent dans l'espace compris entre celle-ci et une électrode pleine portée au potentiel V où l'on observe la luminescence du gaz. La formule précédente montre que le potentiel dans cette région ne peut être compris entre V et $V(1-\varepsilon)$ que si la largeur de la fente parallèle au filament qui sert à l'entrée des électrons ne dépasse pas

$$2e = 4d\left[\left(\frac{2d}{r}\right)^{\varepsilon} - 1\right].$$

La même relation permet d'évaluer l'ordre de grandeur des discontinuités compatibles avec la protection complète d'un électromètre sensible à εV contre le champ électrique d'un fil de rayon r porté au potentiel V par rapport à l'écran. Elle montre que l'effet perturbateur décroît rapidement avec le diamètre du fil par suite de la concentration des équipotentielles au voisinage de la surface de celui-ci.

PIÉZO-ÉLECTRICITÉ. — *Sur un nouvel emploi des quartz piézo-électriques.* Note (¹) de M. **G. Siadbei**, présentée par M. A. Cotton.

Nous pensons que le quartz piézo-électrique peut trouver un nouvel emploi dans la chronométrie, étant donnée la conservation rigoureusement constante de ses oscillations.

La seule cause de variation de la période d'oscillation résulte en effet du changement de la température. Si la température change de 1°, un nombre de vibrations primitivement de 1 million varie d'après Meissner (²) de 0,6, d'après Powers (³) de 5 et d'après Cady (⁴) d'environ 20 vibrations. Cela entraîne dans le dispositif que nous décrirons dans la suite, une erreur qui au bout de 24 heures serait respectivement environ 0,0516 seconde, 0,432 seconde et 1,728 seconde. (Les écarts entre ces valeurs sont dues au manque d'homogénéité des lames de quartz.)

(1) Séance du 22 mai 1929.

(2) Meissner, *Elektrische Nachrichten Technik*, 183, xi, 1920, p. 70.

(3) W. Powers, *Physical Review*, 23, 1924, p. 783.

(4) Cady, *Journ. Opt. Am. Soc.*, 10, 1925, p. 475.

Par l'emploi d'un thermostat qui maintiendrait la température du quartz constante à $\frac{1}{100}$ ou même $\frac{1}{1000}$ de degré, on arrivera à une constance de la période d'oscillation qui n'est atteinte par aucun autre procédé. Une sélection rigoureuse des quartz piézo-électriques, afin de n'employer que ceux dont le coefficient de température est le plus petit, accroîtra encore la constance des oscillations.

Le dispositif que nous envisageons consiste en deux oscillateurs à quartz piézo-électriques absolument indépendants et placés à une distance suffisante pour éloigner toute possibilité de synchronisation. Les lamelles de quartz des oscillateurs, coupées dans une même plaque, sont collées ensemble et leurs bords dressés, ce qui permet d'obtenir une identité des dimensions des deux lamelles; un léger coup de polissage donné à une des lamelles après décollement diminue son épaisseur d'une quantité telle que les périodes propres des deux quartz, vibrant dans le sens de leurs épaisseurs, *produiront par battements une période voisine de la seconde*. L'emploi des lamelles de 1^{mm} d'épaisseur, ayant un nombre de vibrations de 3×10^6 environ, a l'avantage de nécessiter des énergies électriques faibles et par suite une tendance moindre à l'échauffement.

Deux bobines couplées aux circuits oscillants des oscillateurs appliqueront aux grilles d'une lampe bigrille les potentiels variables des deux oscillateurs, en modulant le courant plaque de la bigrille à la fréquence de leurs battements.

Ce courant peut alors être utilisé dans divers dispositifs existants (ou facilement réalisables) pour obtenir le déplacement des aiguilles des chronomètres.

Une particularité intéressante de ce dispositif est que, même en n'employant pas un thermostat pour le maintien de la constance de la température des lamelles, mais en enregistrant assez grossièrement les variations de température, on pourra faire très aisément les corrections nécessaires, du fait que la variation des périodes d'oscillation du quartz piézo-électrique est une fonction rigoureusement linéaire de la variation de température.

Le même dispositif, établi à une fréquence de battements convenable, peut rendre de grands services en commandant des moteurs phoniques, dans tous les dispositifs qui nécessitent une synchronisation rigoureuse : transmission d'images, etc.

ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE. — *Les caractéristiques et la stabilité des circuits ferrorésonants (circuits oscillants comportant des bobines à noyaux de fer).* Note de M. **Edmond Rouelle**, présentée par M. Paul Janet.

Un récent article de M. Kalantaroff expose les résultats d'expériences exécutées sur divers circuits ferrorésonants, à l'appui d'une méthode d'étude graphique décrite par l'auteur ([1]). Ces résultats sont, en ce qui concerne la ferrorésonance en série, conformes à ceux dont j'ai rendu compte dans une précédente Note ([2]), mais suggèrent, ainsi que le texte qui les accompagne, quelques remarques résumées ci-après.

Pour en abréger l'énoncé, j'appellerai *élément série* et *élément dérivation* les ensembles composés d'un condensateur et d'une bobine à noyau de fer associés, soit en série, soit en parallèle.

Les considérations suivantes ont trait aux caractéristiques U(I) obtenues en portant en abscisse l'intensité efficace, et en ordonnée la tension efficace aux bornes du circuit étudié; elles sont confirmées par les expériences que j'ai réalisées sur les circuits élémentaires ci-dessus, et sur ceux qui en dérivent, soit par montage en série avec l'un d'eux d'un condensateur ou d'une bobine avec ou sans fer, soit par combinaison de deux ou trois éléments identiques ou différents groupés en série ou en parallèle.

1. M. Kalantaroff a signalé l'existence de *caractéristiques ondulées* et de *caractéristiques bouclées*. L'emploi de sa méthode graphique m'a permis de prévoir des formes plus compliquées encore, en particulier une *caractéristique à double boucle (en forme de 8) réalisée par l'association en série d'un élément série et d'un élément dérivation de dimensions convenables.*

2. La caractéristique de l'élément série peut être tracée en entier lorsqu'on emploie une source de grande résistance intérieure, mais cette propriété ne peut être généralisée; *pour l'élément dérivation, c'est l'inverse qui a lieu, et pour les caractéristiques bouclées, il est impossible, quelle que soit la résistance de la source, de tracer la courbe expérimentalement sur toute sa longueur.* Les remarques faites plus loin sur la stabilité permettent de prévoir ces particularités.

3. J'ai déjà signalé ([3]) que des oscillations libres pouvaient s'amorcer

---

([1]) P. Kalantaroff, *Rev. gén. Élect.*, 25, 1929, p. 315.

([2]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1426.

([3]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 39.

spontanément et être entretenues dans divers circuits ferrorésonants. Tant que dure l'entretien, la caractéristique expérimentale s'écarte sensiblement du tracé théorique; il résulte en outre de ce phénomène, joint aux harmoniques de saturation, que *la courbe obtenue peut varier dans de grandes limites lorsqu'on modifie la résistance de la source*. Il peut aussi se produire *des battements plus ou moins réguliers durant lesquels la réprésentation graphique est inutilisable.*

4. Malgré la possibilité de tracer expérimentalement sur toute sa longueur une caractéristique ondulée, il subsiste que dans tous les cas où, pour une même valeur de chacun des paramètres dont dépend le système, la méthode graphique fait prévoir plusieurs régimes différents, tous ne sont pas réalisables. *Avec les caractéristiques à double boucle* que j'ai pu tracer, *il y a jusqu'à cinq points de fonctionnement théoriquement possibles* (¹) *dont trois seulement sont stables;* il est intéressant de pouvoir les déterminer *a priori*.

J'ai pu dégager de l'expérience la règle pratique suivante :

Les divers points de fonctionnement sont définis par les points d'intersection de la caractéristique (R) du récepteur et de la caractéristique en charge (G) du générateur. Appelons sens positif et droite de (R) le sens de l'origine vers l'infini et la droite d'un observateur debout sur le plan de figure et parcourant la courbe dans le sens positif. *Le fonctionnement sera stable aux points où la caractéristique* (G) *parcourue dans le sens des courants croissants traverse* (R) *de la gauche vers la droite.*

J'ai vérifié que la loi présentée sous cette forme peut être étendue à tous les circuits précédemment énumérés (²). Si l'on désigne par ds la différentielle de l'arc de courbe, la condition de stabilité s'exprime analytiquement par l'inégalité

$$\left(\frac{dU}{ds}\right)_R \cdot \left(\frac{dI}{ds}\right)_G > \left(\frac{dU}{ds}\right)_G \cdot \left(\frac{dI}{ds}\right)_R$$

et se réduit à $\left(\frac{dU}{dI}\right)_R > \left(\frac{dU}{dI}\right)_G$ lorsque $\left(\frac{dI}{ds}\right)_R \cdot \left(\frac{dI}{ds}\right)_G > 0$, *ce qui n'a lieu sur toute la longueur de* (R) *que pour l'élément en série.*

(¹) On en aurait même sept avec des appareils de dimensions différentes, mais dans ce cas, les battements signalés plus haut rendent toute vérification impossible.

(²) On peut adopter l'énoncé équivalent ci-après qui conduit à un contrôle plus simple encore : Si l'on numérote les points de fonctionnement possibles dans l'ordre où on les rencontre sur la courbe (R) parcourue dans le sens positif, les points de rang impair correspondent seuls à des régimes stables.

5. On est amené, pour rendre un compte exact des phénomènes observés, à compléter la représentation graphique précédente par des indications sur la forme et le déphasage θ de courant. Le dernier point est facile à résoudre par une représentation à trois dimensions (U.I.θ) où (R) devient une courbe gauche.

On fait ainsi ressortir, en particulier, que dans la représentation primitive, on a en réalité, *au point de croisement d'une caractéristique bouclée, deux régimes où le courant est déplacé en avance ou en retard sur la tension*, suivant la branche considérée. Dans le nouveau système de coordonnées (G) devient une surface gauche, matérialisée, par exemple, par un réseau de courbes à θ constant, dont l'intersection avec (R) détermine une valeur plus approchée des différents régimes correspondant à des conditions données.

SPECTROSCOPIE. — *Existence possible d'importantes exceptions au principe de sélection relatif au nombre quantique total — Spectre N du thorium.* Note de M. **Jean Thibaud**, transmise par M. M. de Broglie.

1. Au cours de recherches spectrographiques dans le domaine des rayons X de grande longueur d'onde, poursuivies avec un réseau ligné, nous avons montré, M. A. Soltan et moi (¹), l'existence d'une série de doublets réguliers ($\Delta\lambda = 3$ Å) dans la série N des éléments lourds (tantale 73, tungstène 74, platine 78, or 79), se déplaçant très régulièrement en fonction du nombre atomique (diagramme rectiligne de Moseley).

L'origine de ce doublet, dont la longueur d'onde est comprise, pour les éléments cités entre 47 et 61 Å, paraissait assez inattendue : en adoptant pour les énergies des niveaux N les valeurs obtenues par Bohr et Coster par extrapolation des mesures de spectrographie de haute fréquence, on trouvait un accord satisfaisant avec des transitions électroniques N_{IV}-N_{V} pour la première de ces deux lignes et $N_{V}N_{VI\text{-}VII}$ pour la seconde, comme le montre le tableau suivant extrait de notre travail :

(¹) J. Thibaud et A. Soltan, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 642 ; *Journal de Physique*, 8, 1927, p. 484.

Éléments.	Énergie des niveaux (volts) (Bohr et Coster). N_V.	N_{IV}.	N_{VI-VII}.	Doublets. $N_{IV}N_{VI}$ observé.	$N_{IV}N_{VI}$ calculé.	N_VN_{VI-VII} observé.	N_VN_{VI-VII} calculé.
Ta.....	233,4	244,3	33,9	211,6	210,4	201,0	199,5
W.....	241,5	253,8	33,9	220,3	219,9	208,8	207,6
Pt.....	314,8	332,5	70,6	257,0	261,9	241,9	244,2
Au....	339,2	358,2	86,8	263,6	271,4	249,8	252,4

Pour les raies du tantale et du tungstène le désaccord est de l'ordre de 0,5 pour 100, ce qui peut rentrer dans les erreurs d'expérience, tandis qu'il atteint une valeur plus importante pour le platine et surtout pour l'or, où la différence numérique oscille entre 1 et 3 pour 100.

Nous concluions à la possibilité de déplacement d'électrons entre les différentes subdivisions énergétiques d'un même niveau. Cependant, avant de considérer ce fait, d'une grande importance, comme vérifié, nous examinions si d'autres hypothèses ne pourraient pas expliquer les doublets observés. En particulier, étant donnée l'imprécision des énergies extrapolées des niveaux N, on pouvait songer à des transitions entre un niveau O, tel que O_{II-III}, et les niveaux N_{IV-V}.

Les nouvelles mesures de la série L des éléments lourds que vient de publier M. S. Idei [1] semblent avoir tranché la question en faveur de notre première hypothèse. Il a pu calculer de nouvelles valeurs des énergies des niveaux N, sans doute plus précises que celles de Bohr et Coster qui avaient servi de base à nos calculs. Cette fois, l'accord avec nos mesures des doublets N « anormaux » devient excellent, principalement pour le platine et l'or (différence inférieure à 0,5 pour 100).

2. L'intensité de ces « raies internes » exclues par le principe de sélection relatif au nombre quantique principal *n*, est notable, relativement aux autres raies du domaine intermédiaire, comme nous l'avons également vérifié sur des enregistrements microphotométriques. On sait, qu'au contraire, les raies exclues par le principe de sélection relatif aux nombres quantiques auxiliaires *k* et *j* et que l'on a pu observer, sont très faibles.

3. J'ai recherché le même doublet interne dans les spectres de différents autres éléments, l'argent, le palladium, le bismuth, le thorium. Pour les deux premiers je n'ai pas retrouvé le doublet, ce qui n'est pas surprenant, l'édification des niveaux N_{VI-VII} n'étant pas commencée. Je ne l'ai pas retrouvé également dans le spectre du bismuth, cependant, dans ce cas, l'ensemble

---

[1] *Nature*, **123**, 1929, p. 643.

du spectre était faible. Par contre j'ai pu étudier dans de meilleures conditions le spectre X de grande longueur d'onde émis par le thorium (90), en utilisant un gros filament incandescent de thorium pur. On calcule, par extrapolation, que les raies N internes du thorium se trouveraient vers 34 et 37 Å. Les spectres du thorium que j'ai enregistrés présentent, de 5 à 10 Å, les raies déjà connues des séries M et N, puis deux raies fines visibles sur trois ordres successifs

1° $\lambda = 44{,}9$ Å; $\frac{\nu}{R} = 20{,}3$; Énergie 275 volts : $K\alpha C$ et $N\beta$ Th,

2° $\lambda = 50{,}3$ Å; $\frac{\nu}{R} = 18{,}1$; Énergie 246 volts : $N\alpha$ Th.

On n'observe aucune autre raie, ni le doublet N interne, ni les raies de la série O, annoncées à 48, 71 et 121 Å par A. Dauvillier.

4. On peut chercher à fixer les conditions dans lesquelles ces doublets anormaux peuvent être observés. Le nombre de telles raies exclues doit être très limité. En effet il semble que, pour que les doublets N internes se manifestent, il faille, d'une part, que le principe de sélection relatif aux nombres auxiliaires k et j soit satisfait (transitions observées $N_{IV}N_{VI}$, $N_{V}N_{VI\text{-}VII}$, $\Delta k = -1$, $\Delta j = 0, -1$) et, d'autre part, que le rapport ρ des énergies des subdivisions de niveau entre lesquelles se produit la transition, soit suffisamment élevé, par exemple de l'ordre de 5. Ainsi, si nous formons le rapport ρ des énergies des niveaux $N_{IV\text{-}V}$ à celle des niveaux $N_{VI\text{-}VII}$, pour les éléments qui émettent le doublet N exclu, on trouve : tantale $\rho = \frac{238}{34} = 7$; tungstène $\rho = \frac{247}{34} = 7{,}2$; platine $\rho = \frac{323}{71} = 4{,}6$; or $\rho = \frac{348}{87} = 4$. Tandis que pour les éléments qui ne manifestent pas ce doublet, on a :

$$\text{bismuth } \rho = \frac{470}{180} = 2{,}6; \qquad \text{thorium } \rho = \frac{677}{330} = 2.$$

Les niveaux $N_{IV\text{-}V}$ et $N_{VI\text{-}VII}$ envisagés sont d'ailleurs à peu près les seuls cas, parmi les niveaux superficiels, où les conditions précitées soient remplies. On ne devrait donc pas s'attendre à trouver de nombreux autres exemples d'une semblable violation du principe de sélection.

Il est difficile de donner une interprétation théorique de telles transitions sans changement du nombre total n : remarquons seulement que les niveaux N intéressés sont pourvus d'un nombre d'électrons relativement élevé : 4, 6, 6, 8.

ÉLECTROCHIMIE. — *Électrolyse de l'eau en courant alternatif.*
Note de M. **A. Canaud**, présentée par M. C. Matignon.

J'ai montré ([1]) que dans l'étude de l'électrolyse de l'eau par courant alternatif, pour obtenir des résultats aussi concordants que le permet l'état non parfaitement identique des électrodes, il faut, dans les conditions de mes expériences, opérer à l'ébullition; de plus on ne peut tenir compte que du volume d'hydrogène formé, l'oxygène provenant en proportion indéterminée des gaz dissous dans l'eau.

Les expériences suivantes ont été faites avec les mêmes électrodes de fer électrolytique de 7×14^{cm}. Le courant alternatif est de 50 périodes, 110 volts aux bornes de la cuve. L'intensité efficace est réglée à 5 ampères en faisant varier l'écartement des électrodes.

Pour éliminer le plus possible les gaz dissous dans l'électrolyte et pour empêcher la variation de concentration par évaporation, le liquide est recouvert d'une couche de paraffine et est porté à l'ébullition dans la cuve d'électrolyse en verre pendant les 20 minutes que dure la période de formation des électrodes. Le chauffage se fait par le passage du courant. On ne commence à recueillir les gaz qu'après cette période de formation des électrodes, période dont on profite pour régler l'intensité du courant et la température du réfrigérent; ce dernier empêche l'ébullition d'être trop violente, ce qui causerait des pertes de gaz.

La première série d'expériences est faite avec des solutions de sulfates alcalins, de magnésium et de calcium contenant un équivalent électrochimique dans 500 ou 1000^{l}.

Corps dissous.	Dilution.	Vol. de H en cm^3 à l'heure.	Mobilité des cations ([2]) à 18°.	à 100°.
SO^4K^2	1000	44,8	64,6	199
	»	46,6	»	»
	»	40,2	»	»
	»	43,3	»	»
SO^4Ca	1000	45,9	Ca/2	191
	»	46,5	51	»
SO^4Mg	1000	50,4	Mg/2	
	»	51,2	45,5	

([1]) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 688.
([2]) *Tables de Landolt-Börnstein*, 1923.

Corps dissous.	Dilution.	Vol. de H en cm³ à l'heure.	Mobilité des cations. à 18°.	à 100.
SO^4Na^2	1000	54,1	43,5	154
	»	55,2	»	»
	500	41,3	»	»
	»	43,5	»	»
	»	45,3	»	»

Avec les sulfates non hydrolisables étudiés, le volume d'hydrogène varie peu. Il semble que ce volume augmente sensiblement avec la dilution pour SO^4Na^2 et qu'il diminue légèrement quand la mobilité des cations augmente.

Avec les solutions contenant des ions H, le volume d'hydrogène recueilli est plus considérable. Une solution de SO^4H^2 à la dilution 1000 attaque les électrodes pendant l'électrolyse. La conductibilité diminue. On rapproche les électrodes pour maintenir I constant et l'on recueille les gaz lorsque I ne varie plus; $61^{cm^3},8$ d'hydrogène, en 1 heure, se sont dégagés dans ces conditions. La solution renferme, après l'électrolyse, des traces de SO^4Fe et SO^4H^2.

L'inverse se produit avec des solutions contenant des ions OH.

Corps dissous.	Vol. de H en cm³ à l'heure.	Dilution.
CO^3Na^2	3,8	1000
NaOH	0,2	1000

La présence des ions OH diminue donc considérablement le dégagement d'hydrogène en même temps que l'attaque des électrodes. Avec la soude, par exemple, les électrodes restent brillantes après 1 heure d'électrolyse.

Ceci peut s'expliquer soit par le fait que la passivité du fer en milieu alcalin entraîne une recombinaison plus complète de l'hydrogène et de l'oxygène, soit en admettant que la recombinaison du sodium ou de l'hydrogène provenant de la réaction secondaire du sodium sur H^2O se fait beaucoup plus complètement avec OH qu'avec l'oxygène.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude par les rayons X des transformations internes des alliages argent-zinc.* Note (1) de MM. **A. Roux** et **J. Cournot**, présentée par M. Léon Guillet.

M. Léon Guillet et l'un de nous ont présenté en 1916 (2) les résultats d'un travail sur les transformations internes des alliages argent-zinc; nous avions mis en vue, à l'aide de la micrographie et de mesures physiques, sur alliages recuits, trempés et revenus, des modifications venant très nettement à l'appui des nouvelles théories générales de la trempe et du revenu.

La présente recherche vient préciser ces résultats antérieurs, grâce à des investigations structurales conduites par rayons X (3).

Nous avons utilisé dans ce but le même appareillage que dans nos études précédentes (4) : méthode du cristal tournant; film photographique enroulé sur cylindre de 60^{mm} de rayon; poudre au centre; anticathode de molybdène; excitation 39000 volts; filtre de zircone; longueur d'onde $= 0,712$ prédominante.

Les alliages ont été étudiés sous trois états :

1° Recuit à 500° pendant 2 heures; refroidissement très lent dans le four;

2° Recuit, puis trempe à l'eau à 15° après chauffage de 10 minutes à 500°;

3° Recuit, puis trempe à l'eau, et enfin revenu à 210° pendant une heure.

Nous donnons ci-après les résultats obtenus sur un alliage (5).

Alliage : $Ag = 69,77$-$Zn = 30,23$. — Le spectre du métal recuit a été obtenu sur poudre agglomérée, le spectre donné par une face plane polie étant confus par suite de la grosseur des grains et de l'hétérogénéité chimique; les spectres des alliages trempé et trempé et revenu ont été obtenus avec un échantillon poli et attaqué pour faire disparaître la couche écrouie pendant le polissage.

Le spectre du métal *recuit* est formé de la juxtaposition des spectres des deux constituants de l'alliage; il y a sur ce point concordance avec le

---

(1) Séance du 22 mai 1929.

(2) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 606.

(3) Suite des recherches entreprises grâce à la subvention accordée par l'Académie sur la Fondation Le Chatelier.

(4) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1733.

(5) Les résultats obtenus sur d'autres alliages, et qui ne trouvent pas de place ici, seront insérés dans le rapport final des recherches entreprises sur la Fondation Le Chatelier.

microscope. Nous avons porté sur le tableau, dans une même colonne, les plans appartenant au même constituant; les systèmes cristallins relèvent tous les deux du système cubique à faces centrées, les dimensions des arêtes étant respectivement égales à 4,502 Å pour l'un et à 4,054 Å pour l'autre.

Dans le spectre obtenu avec l'alliage *trempé*, nous ne retrouvons plus que l'un des deux constituants précédents, celui ayant pour côté 4,054 Å; le spectre du deuxième constituant a disparu; nous notons encore ici la concordance des résultats avec ceux de l'examen micrographique.

Le spectre de l'alliage *trempé et revenu* est celui donné par un tétragone à faces centrées dont les côtés de la base ont pour dimension sensiblement 4,054 et le rapport des axes 1,02 environ. Nous ne trouvons sur nos spectres qu'un seul constituant qui est le constituant principal de l'alliage trempé déformé; cette déformation est vraisemblablement provoquée par la précipitation du deuxième constituant existant normalement dans le produit recuit, mais en faible quantité, ce qui ne permet pas de retrouver son spectre.

Le microscope met en évidence une précipitation à l'état très finement divisé dans le constituant principal.

Déviation des rayons en millimètres.	Angle des rayons déviés en grades.	Distance des plans réticulaires en Å.	Intensité.	Plans de diffraction.	
Alliage argent-zinc. — Argent = 69,77. Recuit à 500°. Dureté Brinell = 89.					
16,3....	17,26	2,633	faible	111	111
18,45...	19,54	2,340	très forte	–	111
19,5....	20,66	2,203	forte	100	–
21,25....	22,54	2,020	faible	–	100
27,15...	28,78	1,588	faible	101	–
30,25...	32,10	1,440	faible	–	101
31,75...	33,64	1,363	faible	113	–
33,45...	35,54	1,294	faible	222	–
35,50...	37,54	1,226	forte	–	113
Même alliage. — Trempé à 500°. Dureté Brinell = 113.					
16,3....	17,26	2,633	très faible		111
18.45...	19,54	2,340	très forte		111
21,25...	22,54	2,020	moyenne		100
30,25...	33,10	1,440	moyenne		101
35,50...	37,58	1,226	faible		113

Déviation des rayons en millimètres.	Angle des rayons déviés en grades.	Distance des plans réticulaires en Å.	Intensité.	Plans de diffraction.
Même alliage. — Trempé à 500° et revenu à 210°. Dureté Brinell = 212.				
18,5....	19,70	2,310	très forte	111
21......	22,26	2,046	forte	101
21,5....	22,78	2,000	forte	100
30,1....	31,90	1,436	forte	101
30,6....	32,42	1.413	forte	220
35,15...	37,24	1.234	forte	113
35,65...	37,78	1,217	forte	131

Conclusions. — Ces résultats et ceux obtenus sur d'autres teneurs confirment les conclusions de la précédente recherche sur ces alliages; ils sont en parfait accord avec la théorie générale de la trempe et du revenu.

RADIOACTIVITÉ. — *Structure fine du spectre magnétique des rayons α du thorium* C. Note de M. S. **Rosenblum**, présentée par M. A. Cotton.

Mes expériences sur la détermination des vitesses des rayons α ont pu être continuées à l'Office des Inventions, à Bellevue, avec le grand électro-aimant de l'Académie des Sciences. La possibilité d'utiliser des champs intenses dans un grand volume a permis d'adopter pour la première fois pour les rayons α la méthode de focalisation que Danysz avait employée pour l'étude du spectre β des corps radioactifs.

On a obtenu le résultat suivant : dans la région du spectre qui correspond aux rayons α du thorium C, nous avons observé, non pas une seule, mais quatre raies, dont deux intenses et très voisines et deux autres très faibles et plus écartées. Ces résultats étant nouveaux et importants, on a pris soin de varier les conditions expérimentales. Les résultats obtenus ne dépendent pas : 1° de la forme de la source radioactive; 2° de la largeur du faisceau de rayons α, limité par une fente réglable; 3° de la position de la source dans la zone du champ magnétique utilisé; 4° du degré du vide, variant de $0^{mm},1$ à $0^{mm},001$.

Les nouvelles vitesses observées sont, en prenant comme unité la vitesse

du thorium C (correspondant à la raie la plus forte) :

$$V_{\alpha_1}/V_{\text{Th C}} = 1,003\ (2),$$
$$V_{\alpha_2}/V_{\text{Th C}} = 0,975\ (6),$$
$$V_{\alpha_3}/V_{\text{Th C}} = 0,961\ (4),$$

V_{α_1} est la vitesse de la raie la moins intense des deux raies fortes, V_{α_2} et V_{α_3} étant les vitesses correspondant aux raies faibles.

Dispositif expérimental. — L'appareil consiste en une pièce de laiton de 1^{cm} d'épaisseur pourvu d'un évidement. Le diamètre de la partie circulaire est de $25^{\text{cm}},3$. Sur les faces de cette pièce sont appliquées deux rondelles de caoutchouc maintenues dans des rainures. Ces rondelles enduites de vaseline viennent en contact avec les pièces polaires entre lesquelles l'appareil est fixé. Quand le courant passe dans les bobines de l'électro-aimant, les pièces polaires (25^{cm} de diamètre) se rapprochent et forment de l'évidement un espace hermétiquement clos. L'évidement reçoit une pièce en laiton portant la source et la plaque. Quelques modifications ont été apportées au dispositif tel qu'il est employé pour l'étude des rayons β. Nous avons ajouté une fente réglable en or au-dessus de la source pour mieux délimiter la forme du faisceau. D'autre part, nous avons placé au-dessus de la plaque photographique et tout près de celle-ci une feuille de nickel activée par du polonium produisant un faisceau canalisé donnant un repère très fin permettant de connaître exactement la position de la plaque. Un volet fixé sur un rodage permet de supprimer les rayons α avant que l'on ait fait un bon vide, ainsi que pendant l'établissement et la rupture du courant. La distance plaque-fente supérieure est réglable. La distance entre les deux fentes ainsi que les largeurs des fentes sont également réglables.

Source. — La source radioactive consistait en une feuille d'or de $0^{\text{mm}},2$ collée au mastic sur une plaquette de verre. La surface de l'or soigneusement polie est maintenue juste en face de la fente inférieure à l'aide d'une petite pince. Seule la partie supérieure, une bande de 1 à 2^{mm} de largeur, légèrement convexe, est activée. Les sources de thorium B étaient équivalentes en γ à des quantités de radium-élément variant de 2 à 10^{mg}. Quelques essais ont été faits avec une source linéaire, une feuille mince d'or collée entre deux plaquettes de verre étant activée sur sa tranche soigneusement rodée.

Vide. — Dans les trois premières expériences, la pression était de l'ordre de $0^{\text{mm}},05$ Hg, dans les dernières expériences elle était de l'ordre de $0^{\text{mm}},001$

la décharge ne passant plus dans un « voyant » placé sur la canalisation, la pompe étant isolée. Nous nous sommes servis d'une pompe à huile à deux étages réunie à la canalisation en verre par l'intermédiaire de tubes métalliques flexibles soudés à la pompe et à l'appareil et mastiqués sur le verre. L'installation pouvait ainsi être facilement démontée. La vapeur d'eau était éliminée par un desséchant.

Champ magnétique. — Le champ magnétique était de l'ordre de 36000 gauss. Les pièces polaires étaient de 25^{cm} de diamètre, sorties du noyau conique central de 5^{cm}. Dans ces conditions, pour un entrefer de 1^{cm}, on a une couronne circulaire de champ maximum constant sur 2 à 3^{cm} environ. Cette région de champ constant se trouve entre 8 et 10^{cm} à partir du centre. Le champ est homogène à $\frac{1}{500}$ dans la région utilisée. Les variations du courant étaient $\leqq \pm 2$ ampères sur 400, c'est-à-dire que la constance du champ dans le temps était meilleure que $\frac{1}{500}$. En fait, les clichés obtenus dans des poses successives sont parfaitement superposables, donc en moyenne la constance du champ était certainement supérieure à $\frac{1}{2000}$.

Quelques expériences préliminaires ont été faites avec d'autres raies α. Des expériences sur le Ra A, le Th C′ et le Ra C′ sont en cours.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les températures d'inflammation des mélanges d'oxyde de carbone et d'air.* Note (¹) de MM. **M. Prettre** et **P. Laffitte**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons, dans de précédentes Notes (²), donné les résultats de déterminations des températures d'inflammation des mélanges d'hydrogène et d'air. Nous avons montré que, dans ce cas, la température d'inflammation pour un mélange donné, était fortement influencée par la présence de petites quantités de gaz résiduels provenant d'une combustion précédente. Nous avons poursuivi ces recherches dans le cas des mélanges d'oxyde de carbone et d'air, pour lesquels on n'a que peu de déterminations qui ne permettent d'ailleurs pas de tracer une courbe des températures en fonction des compositions (³).

1. Nous avons d'abord déterminé les températures d'inflammation des mélanges d'oxyde de carbone et d'air par la méthode déjà décrite (²).

(¹) Séance du 22 mai 1929.

(²) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 763, et 188, 1929, p. 397.

(³) Le Chatelier, *Comptes rendus*, 91, 1880, p. 825; Taffanel et Le Floch, *ibid.*, 157, 1913, p. 469.

Le mélange était au préalable desséché par un pressage très lent (300$^{cm^3}$ par heure) à travers des colonnes d'acide sulfurique et d'anhydride phosphorique de $1^m,50$ de longueur chacune. Le vide initial dans le récipient de combustion était de 10^{-4} mm de mercure. Dans tous les cas où il y avait inflammation, celle-ci se produisait 2 à 3 secondes après l'introduction du mélange gazeux dans le récipient. D'autre part, qu'il y ait ou non inflammation, on observait une lueur violette dès l'introduction du mélange gazeux. Lorsque celui-ci s'enflammait cette lueur cessait avec la flamme. S'il n'y avait pas d'inflammation la lueur persistait pendant plus d'une minute en s'atténuant lentement.

Les résultats de nos déterminations sont résumés par le tableau ci-dessous. La colonne supérieure donne la composition du mélange gazeux (volumes de CO pour 100 volumes du mélange total), la colonne inférieure les températures d'inflammation.

CO %........	5,65	11,40	13,90	19,80	21,90	32,40	38,80
t^oC..........	659	656	654	655	656	657	656
CO %........	42,45	54,35	62,75	64,00	75,10	86,45	92,90
t^oC..........	657	665	675	677	687	709	727

On voit que pour un grand nombre de mélanges (compris entre 10 et 40 pour 100 environ d'oxyde de carbone) la température d'inflammation est sensiblement constante et voisine de 655° (température donnée par M. Le Chatelier pour le mélange $2CO + O^2 + 4N^2$). Ensuite elle se relève très rapidement lorsque la teneur en oxyde de carbone augmente, pour atteindre 727°C., pour un mélange tenant 92,90 pour 100 de CO.

Nos mesures ont porté même sur des mélanges situés en deçà et au delà des limites inférieure et supérieure d'inflammabilité (12 et 75 pour 100 environ de CO). Cela est d'accord avec le fait signalé par White [1] et que nous avons observé dans le cas de l'hydrogène (*loc. cit.*) que, plus la température d'un mélange est élevée, plus ses limites d'inflammabilité sont reculées.

2. Nous avons montré, dans le cas de l'hydrogène, que la présence de petites quantités de gaz brûlés restant d'une combustion précédente élevait considérablement la température d'inflammation. Nous avons étudié la même question avec des mélanges d'oxyde de carbone et d'air.

Dans ce cas, la présence de faibles quantités de gaz brûlés résiduels ne modifie pas la température d'inflammation, comme on peut le voir d'après les chiffres suivants. Ceux-ci concernent deux mélanges l'un à 22,10 pour 100, l'autre à 57,20 pour 100 de CO. La colonne supérieure

(1) WHITE, *J. Chem. Soc.*, **125**, 1924, p. 2397, et **127**, 1925, p. 672.

indique le vide préalable dans le récipient de combustion (en millimètres de mercure), réalisé en extrayant plus ou moins de gaz brûlés résiduels :

Millimètres Hg	10^{-4}.	10^{-2}.	0,1.	1.	10.	20.
22,10 pour 100 CO	654	654	654	657	656	656° C.
57,20 pour 100 CO	669	669	668	669	666	668

3. Les résultats des expériences du paragraphe précédent rapprochés de ceux obtenus dans le cas de l'hydrogène, nous ont conduit à étudier l'influence de la présence de vapeur d'eau. Ces mesures ont été faites en saturant de vapeur d'eau le mélange étudié dans un thermostat à température constante. Voici les résultats de deux séries de déterminations faites : (*a*) sur un mélange à 23,55 pour 100 de CO (76,45 pour 100 d'air); (*b*) sur un mélange à 61,90 pour 100 de CO (38,10 pour 100 d'air). Pour les deux séries de mesures, la colonne supérieure donne les teneurs en vapeur d'eau de 100 volumes du mélange total :

(*a*)	H^2O pour 100	0	1,50	2,25	3,30	4,15	5,60
	t^0C.	656	648	639	630	632	633
(*b*)	H^2O pour 100	0	1,90	3,20	4,25	5,70	7,60
	t^0C.	672	652	640	641	641	642

On voit d'après ces chiffres que la présence de vapeur d'eau abaisse notablement la température d'inflammation des mélanges d'oxyde de carbone et d'air. Ces résultats sont à rapprocher des faits signalés au sujet de l'inflammabilité de mélanges d'oxyde de carbone et d'air plus ou moins desséchés [1].

Nous devons enfin signaler l'influence de la présence de traces d'hydrogène (quelques millièmes au maximum). Celles-ci abaissent considérablement la température d'inflammation des mélanges d'oxyde de carbone et d'air. Cet abaissement de température est d'autant plus important que la quantité d'hydrogène est plus grande : ainsi il atteint 80° environ pour un mélange tenant moins de 5 millièmes d'hydrogène. La température d'inflammation de l'hydrogène étant de plus de 100° inférieure à celle de l'oxyde de carbone, il semble que la combustion de celui-ci soit provoquée par l'inflammation de l'hydrogène. La concentration de ce dernier est cependant considérablement plus faible que la concentration correspondant aux limites les plus basses d'inflammabilité que l'on connaisse, même aux températures élevées.

(1) Bone et ses collaborateurs, *Proc. R. Soc.*, **110** A, 1926, p. 615 et 634, et **123** A, 1929, p. 285.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de la chaleur sur les amides allophaniques.* Note de MM. **J. Bougault** et **J. Leboucq.**

On sait que les éthers allophaniques, chauffés au-dessus de leur point de fusion, se décomposent en donnant principalement l'alcool correspondant à l'éther et de l'acide cyanurique $C^3H^3O^3N^3$; nous nous sommes proposé d'étudier le mode de décomposition des amides allophaniques dans les mêmes conditions.

Les amides allophaniques que nous avons choisis correspondent aux amines suivantes : aniline, *p*-toluidine et phénylhydrazine. Ils ont été préparés par action directe du chlorure allophanique $NH^2.CO.NH.COCl$ sur l'amine. Le produit brut est purifié par dissolution dans la soude diluée, filtration, précipitation par l'acide chlorhydrique, puis cristallisation dans l'alcool à 95°.

Ces amides étaient connus, sauf celui qui dérive de la phénylhydrazine; ce dernier fond à 218°.

I. Soumis à l'action d'une température voisine de 200° à 210°, ces amides allophaniques se comportent différemment suivant qu'ils dérivent de l'aniline et homologues ou de la phénylhydrazine.

Les premiers fondent, puis donnent un dégagement d'ammoniaque et se solidifient de nouveau, au moins partiellement. Le produit solide est un mélange d'où l'alcool sépare un composé soluble et un composé insoluble. Le corps soluble est l'urée disubstituée symétrique : le phénylbiuret (amide allophanique de l'aniline) donne ainsi la diphénylurée $(C^6H^5.NH)^2.CO$ et le *p*-crésylbiuret (amide allophanique de la *p*-toluidine), la *di-p*-crésylurée $(CH^3.C^6H^4.NH)^2CO$.

Le corps insoluble est le même dans les deux cas, c'est de l'acide cyanurique que nous avons caractérisé par les réactions suivantes : 1° sublimation sans fusion; 2° insolubilité dans l'acide acétique cristallisable; 3° pas de dégagement d'azote par l'hypobromite de sodium alcalin; 4° précipitation de cyanurate de baryum insoluble, par addition de $BaCl^2$ à sa solution dans l'ammoniaque diluée; 5° dosage d'azote par la méthode de Dumas (trouvé 32,3 pour 100; calculé 32,55 pour 100).

II. Avec l'amide allophanique de la phénylhydrazine, nous n'avons pas obtenu d'acide cyanurique, il y a eu seulement formation d'ammoniaque et d'un corps cristallisé, fondant à 267°, que nous avons reconnu être du phényl-

urazol. La réaction de décomposition peut donc s'écrire :

$$C^6H^5.NH.NH.CO.NH.CO.NH^2 = NH^3 + C^6H^5.\overset{\displaystyle HN - CO}{\underset{|}{N} - CO}\!\!>\!NH.$$

Pour nous assurer de l'identité du corps obtenu, nous avons préparé le phénylurazol à partir de l'urée et de la phénylhydrazine suivant la méthode de Pinner ([1]); le corps obtenu et celui résultant de la pyrogénation de l'amide allophanique de la phénylhydrazine se sont montrés identiques. L'identification a encore été complétée par la préparation de l'éther diméthylique de chacun de ces deux produits, suivant les indications de Pinner ([2]); dans les deux cas nous avons obtenu un seul et même corps, fondant à 88°-89°.

Conclusions. — La décomposition par la chaleur des amides allophaniques dérivés des amines du type aniline donne de l'ammoniaque, de l'acide cyanurique et une urée symétrique. Les allophanates dérivés des hydrazines se comportent d'une manière différente : il n'y a pas formation d'acide cyanurique; on observe seulement un dégagement d'ammoniaque et cyclisation de la chaîne latérale conduisant à un urazol.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Le problème de la synthèse asymétrique.* Note de M. R. **Bousset**, présentée par M. Bigourdan.

Soient :

un corps pur de composition A, sans action lorsqu'il est à l'état fluide sur la lumière polarisée et non fractionnable en corps actifs sur cette lumière, dans la même condition;

un corps A' de mêmes propriétés;

un corps B de composition $nA \pm n'A'$ ([3]);

une suite d'opérations aboutissant à la réaction $nA \pm n'A' = B$, cette suite d'opérations étant absolument quelconque, à l'exclusion toutefois des réactions qui introduiraient le corps B sans intervention de A, ou ce corps A lui-même (A' pouvant être formé ou introduit en excès);

ρ le rendement effectif de la réaction calculé (dans la supposition précédente) par rapport à la masse de A mise en jeu;

([1]) *Ber. d. d. chem. Gesel.*, 20, 1887, p. 2358.

([2]) *Ber. d. d. chem. Gesel.*, 21, 1888, p. 1223.

([3]) Nous avons pris un cas simple dans lequel la synthèse ne met en jeu que deux corps A et A'. La généralisation se conçoit aisément.

α la valeur absolue du pouvoir rotatoire du corps B obtenu, à l'état fluide;
α_0 la valeur absolue du pouvoir rotatoire dans les mêmes conditions du corps B optiquement pur.

Les conditions nécessaires et suffisantes pour que l'opération

$$n\text{A} \pm n'\text{A}' = \text{B}$$

soit une synthèse asymétrique sont :

$$(1) \qquad \alpha > 0, \qquad \alpha > \alpha_0(1 - \rho). \qquad (2)$$

Nous ne faisons que préciser ainsi les conditions expérimentales auxquelles doit satisfaire une suite de réactions pour être *réellement* et *certainement* [1] une synthèse asymétrique, c'est-à-dire la formation d'un corps actif B, à partir d'éléments inactifs A, A', ..., sans que cette opération puisse supposer la formation quantitative, intermédiaire du racémique B.

Cette définition n'est pas une convention arbitraire; nous voulons dire par là qu'il faut distinguer essentiellement ce problème naturel (quel que soit le nom qu'on lui donne) d'autres problèmes.

Et d'abord du dédoublement des racémiques, problème naturel aussi, mais d'une toute autre signification et d'ailleurs résolu par Pasteur [2].

Si, ayant mis en jeu a grammes du corps A, ces a grammes devant donner, d'après les compositions de A et de B, b grammes du corps B, on n'obtient effectivement — et quelle que soit la cause présumée de la perte — que b' grammes de ce dernier, il faut envisager cette possibilité que la perte $(b - b')$ soit constituée par le corps B, optiquement pur à la rigueur, et de signe contraire à celui des b' grammes obtenus. Autrement dit, tant que le problème de la synthèse asymétrique ne sera pas résolu, et quelque désir qu'on ait de le résoudre, il faudra toujours envisager une telle opération d'abord comme un dédoublement de racémique (fait connu) et seulement dans le cas où cela est impossible $\left(\right.$cette impossibilité étant marquée par les relations précédentes entre ρ et $\left.\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)$ admettre qu'il y eût effectivement synthèse asymétrique (fait nouveau).

Si les inégalités qui expriment la réalité et la certitude d'une synthèse asymétrique sont satisfaites, cette réalité et cette certitude restent toutefois

---

(1) Il s'agit ici, bien entendu, de certitude physique.
(2) Réalisé par les méthodes de Pasteur et par des variantes de ces méthodes.

conditionnées par la notion de pureté et par suite révisables avec elle, c'est-à-dire avec l'amélioration des méthodes de fractionnement.

Mais elles sont *indépendantes de toute hypothèse.*

Et c'est en cela que nous disons que le problème de la synthèse asymétrique est un problème naturel, son énoncé ne suppose aucune hypothèse, sa solution est exprimable par des relations entre grandeurs accessibles à l'expérience.

Nous ferons allusion, sans insister et seulement pour mieux mettre en relief l'importance de cette dernière remarque, à certaines considérations susceptibles d'obscurcir la notion de synthèse asymétrique. Leur origine est dans la signification même de cette synthèse dont l'importance n'est évidemment pas dans la possibilité de fabrication de substances actives, puisque aussi bien on sait se les procurer par des procédés connus et bien moins (peut-être infiniment moins) incertains. L'important, c'est le transfert d'une « dissymétrie ».

Soit donc une molécule A de certaine configuration dissymétrique, cette molécule pouvant en fixer une autre A′ de deux manières différentes, donnant ainsi naissance à deux isomères AA'_1 *et* AA'_2, *les positions* A'_1 *et* A'_2 *étant symétriques par rapport à un plan de repère de la molécule A. Si les deux réactions* $A + A' = AA'_1$ et $A + A' = AA'_2$ *se font avec des rendements différents, A′ s'est fixé dissymétriquement, la position* A'_1 *par exemple ayant été favorisée.*

En fait, l'expérience donne ceci :

La réaction du corps inactif A′ sur le corps actif A donne naissance à un mélange de deux corps AA′, ces corps étant formés avec des rendements différents, possédant des pouvoirs rotatoires différents, etc.

Le transfert de dissymétrie n'apparaît qu'à la lumière des hypothèses qui l'établissent : il n'a aucune réalité.

Quoique évidentes, nous n'estimons pas ces réflexions inutiles : elles ramènent à sa pureté primitive, naturelle, le problème de la synthèse asymétrique, en précisant d'une part les conditions qui le différencient du dédoublement des racémiques, en l'expurgeant d'autre part de notions hypothétiques, lesquelles, en l'éloignant du plan expérimental, l'égareraient hors du réel.

L'importance du problème réside, non pas dans la recherche d'une méthode de préparation de corps actifs, non plus dans la satisfaction illusoire que donne une construction imaginaire au jeu des hypothèses, mais bien dans la seule possibilité du transfert d'une dissymétrie. Il consiste en

somme à communiquer à la matière la dissymétrie simple, que ce caractère soit emprunté à une force ou bien à une substance qui déjà le possèdent. Et actuellement, ce caractère est sinon le seul, du moins le seul connu, qui différencie dans leurs résultats les synthèses du laboratoire de celles de la nature vivante : c'est l'un des sceaux apposés sur ses productions, par la vie.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Heptadiine*-1.6 *et nonadiine*-1.8. Note [1] de MM. **Lespieau** et **Journaud**, transmise par M. Moureu.

L'un de nous, poursuivant l'étude des carbures deux fois acétyléniques vrais, et voulant arriver à l'heptadiine-1.6, a cherché à préparer le composé $CH^2 = CBr(CH^2)^3 CBr = CH^2$ en attaquant l'èpidibromhydrine par le dérivé magnésien mixte dérivant du bromure $CH^2 = CBr.CH^2.CH^2Br$. On obtient bien ainsi le corps désiré, mais mélangé à son homologue supérieur, celui-ci se produisant abondamment lors de la formation du magnésien. La séparation de ces deux bromures est difficile, en sorte qu'après attaque par la potasse on n'a eu le carbure diacétylénique en C^7 que souillé par la présence de son homologue en C^8, et sa purification aurait exigé de grosses quantités de matière. Cependant on avait pu observer que le carbure en C^7 bouillait aux environs de 110°.

Nous avons pensé qu'on pourrait arriver au même carbure en étendant aux dibromures la méthode que MM. Lebeau et Picon ont utilisée pour arriver aux carbures monoacétyléniques vrais (*Comptes rendus*, 156, 1913, p. 1077). Ils faisaient agir sur l'acétylène monosodé, préparé par la méthode de Moissan, des monohalogénures primaires $C^nH^{2n}Hal$. M. Picon, qui a poursuivi l'application de cette méthode, dès que n a dépassé 2 a fait usage de l'autoclave, la réaction ne se produisant que peu ou pas sous la pression ordinaire. Or il utilisait des iodures, et l'on sait que ceux-ci sont plus actifs que les bromures. Néanmoins avec les bromures de triméthylène et de pentaméthylène, que nous avons employés, la réaction s'est accomplie convenablement sous la pression ordinaire (un peu moins facilement avec le bromure en C^5 qu'avec l'autre). Les principaux corps obtenus dans ces deux réactions ont été l'hepta et le nonadiine qui suivent :

L'heptadiine $CH \equiv C.(CH^2)^3.C \equiv CH$ bout à 111°,5-112°,5, on lui a

(1) Séance du 27 mai 1929.

trouvé à 17°, pour densité 0,8164, et pour indice 1,451. D'où une réfraction moléculaire 30,34, théorie 30,52; poids moléculaire par cryoscopie acétique 96; pourcentage de carbone et d'hydrogène 90,7 et 8,8. Ce corps précipite le chlorure cuivreux ammoniacal, les solutions aqueuses de sublimé, et le nitrate d'argent ammoniacal ou alcoolique. Le précipité formé avec ce dernier réactif correspond à la formule $C^9H^6Ag^2, 2NO^3Ag$, car il renfermait 65,93 pour 100 d'argent. Ce précipité attaqué par une solution d'iode iodurée a fourni le composé hexaiodé $(CI^2=CI)^2(CH^2)^3$, qui recristallisé par évaporation de sa solution benzénique a fondu à 75°,5-76°,5. On y a trouvé 89,43 pour 100 d'iode. La production d'un composé tétraargentique et celle d'un dérivé hexaiodé établissent bien que le carbure primitif était deux fois acétylénique vrai.

Le nonadiine $CH\equiv C.(CH^2)^5.C\equiv CH$, bout à 55°-55°,5 sous 13^{mm}, et fond à — 21°. On lui a trouvé à 21° pour densité 0,8159, et pour indice 1,452, d'où une réfraction moléculaire 39,69, théorie 39,75; poids moléculaire cryoscopique 123; pourcentage de carbone et d'hydrogène 89,21 et 10,23. Le précipité qu'il a donné avec le nitrate d'argent alcoolique renfermait 64,71 pour 100 d'argent. Comme dans le cas du carbure précédent cela indique la substitution de deux atomes d'argent à deux atomes d'hydrogène et l'addition de deux molécules de nitrate d'argent. On a fait aussi le dérivé hexaiodé $(CI^2=CI)^2(CH^2)^5$, qui fond à 107°-108°, et dans lequel on a trouvé 86,26 pour 100 d'iode.

On n'avait dans ces réactions employé que la quantité de sodium théorique. Peut-être vaudrait-il mieux en utiliser un peu plus, car il restait du dibromure inaltéré (que l'on élimine par l'action d'un peu de sodammonium). Mais cela n'est pas certain car il se fait aussi dans ces réactions, des corps à points d'ébullition élevés supérieurs à 200° sous 15^{mm} par exemple, ces corps étant toujours acétyléniques vrais, et il est vraisemblable qu'ils sont dus à la formation de dérivés sodés des hydrocarbures plus simples décrits ci-dessus.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Réduction de l'éther diphénylglycidique au moyen du sodium et de l'alcool absolu.* Note [1] de Mme **Pierre Billon-Bardon**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons étudié [2] l'action des dérivés organomagnésiens sur les éthers glycidiques. En particulier, en faisant agir l'iodure de méthyl- et le bromure de phényl magnésium, en excès, sur l'éther diphénylglycidique, nous avons obtenu, dans le premier cas, l'α-oxy-ββ-diphénylbutanoate d'éthyle et, dans le deuxième cas, il s'est formé en grande partie un éther-alcool α ou β dont nous poursuivons l'étude. Dans ces deux cas, les magnésiens, qui sont des réactifs de la fonction oxyde d'éthylène et de la fonction éther-sel, ont réagi électivement sur la fonction oxyde d'éthylène.

Dans la présente Note, nous exposerons l'action du sodium et de l'alcool absolu sur l'éther diphénylglycidique.

Le réducteur agissant à la fois sur la fonction éther-sel et sur la fonction oxyde d'éthylène, nous pouvions obtenir l'un ou l'autre des glycols

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix}\!\!>\!CH - \underset{\displaystyle OH}{CH} - CH^2OH \quad \text{ou} \quad \begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^6 \end{matrix}\!\!>\!\underset{\displaystyle OH}{C} - CH^2 - CH^2OH$$

suivant que la coupure de la liaison oxyde d'éthylène se fait en β ou en α par rapport au carboxyle.

Si, au contraire, le réactif n'agit que sur la fonction oxyde d'éthylène, nous devions obtenir l'un des deux éthers-alcools

$$(C^6H^5)^2CH - CH(OH) - CO^2C^2H^5 \quad \text{ou} \quad (C^6H^5)^2C(OH) - CH^2 - CO^2C^2H^5.$$

Afin d'obtenir le glycol, nous avons employé 18 atomes de sodium pour réduire une molécule d'éther glycidique. Les produits de la réaction ont été repris par l'eau et l'éther, après élimination de l'alcool.

La solution aqueuse, acidifiée, a laissé déposer un acide peu soluble dans l'éther, soluble dans l'eau chaude et fondant après recristallisation à 159°.

Les analyses, le point de fusion, les propriétés physiques de ce corps, nous ont permis de l'identifier avec l'acide diphényllactique

$$(C^6H^5)^2CH - CHOH - CO^2H$$

---

(1) Séance du 22 mai 1929.

(2) Mlle Bardon et Mme Ramart, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 214.

signalé par Weise (*Annales de Liebig*), qui l'a préparé difficilement et avec un très mauvais rendement. Nous avons, au contraire, obtenu cet acide rapidement et avec un rendement d'environ 60 pour 100, à notre premier essai.

Dans la solution éthérée, provenant de la réduction, nous avons trouvé du diphényléthane et une très petite quantité d'un produit distillant de 180° à 215° sous une pression de 15^{mm} de mercure et que nous n'avons pu faire cristalliser.

Comme l'iodure de méthyl- et le bromure de phénylmagnésium, le sodium et l'alcool ont réagi sélectivement sur la fonction oxyde d'éthylène de l'éther diphénylglycidique.

Nous pouvons expliquer l'inertie du groupe $-CO^2C^2H^5$ de la façon suivante :

La condensation avec les magnésiens comme la fixation de l'hydrogène se fait tout d'abord sur la fonction éther-oxyde

$$(C^6H^5)^2{=}\underset{\diagdown O \diagup}{C-CH}CO^2C^2H^5 + RMgX \rightarrow (C^6H^5)^2\underset{\diagup \atop R}{C}-\underset{| \atop OMgX}{CH}CO^2C^2H^5$$

$$(C^6H^5)^2=\underset{\diagdown O \diagup}{C-CH}CO^2C^2H^5 + H\left(\substack{\text{en présence d'alco-} \\ \text{late de sodium}}\right) \rightarrow (C^6H^5)^2-\underset{\diagup \atop H}{C}=\underset{| \atop ONa}{CH}-CO^2C^2H^5.$$

La présence des groupes $-OMgX$ et $-ONa$ en position α par rapport à $-CO^2C^2H^5$, imprime à ce dernier une inertie telle que ses propriétés vis-à-vis des magnésiens et des réducteurs sont très atténuées et dans certains cas presque annulées.

Nous nous proposons de poursuivre cette étude en faisant agir parallèlement les organomagnésiens et le sodium et l'alcool sur différents éthers glycidiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la tautomérie des dicétones α. Étude des états d'équilibre.* Note [1] de M. **Henri Moureu**, présentée par M. C. Matignon.

Les phénomènes de tautomérie résultent de l'isomérisation réversible d'une substance (dite tautomérique), au contact de dissolvants ou de catalyseurs. On a pu, maintes fois, mettre en évidence l'existence d'un état

---

[1] Séance du 22 mai 1929.

d'équilibre entre les formes issues de cette interconversion, et rendre compte ainsi du dualisme de propriétés qui caractérise une substance tautomérique. Il est, par contre, exceptionnel, d'avoir pu explorer la réversibilité de l'équilibre en partant de chacun des termes extrêmes, faute d'avoir réussi, le plus souvent, à isoler les constituants de cet équilibre.

J'ai obtenu précédemment (1) diverses dicétones α sous deux formes tautomériques pures, A et B, transformables, à volonté, l'une dans l'autre. Il m'a donc paru intéressant de rechercher si l'on aboutissait au même état d'équilibre, quel que soit celui des deux isomères dont on part. C'est en effet ce que j'ai observé.

Chauffons l'isomère B, par exemple, à une température donnée (2), et suivons la transformation au moyen d'une constante physique telle que l'indice de réfraction : on constate que l'indice de réfraction du produit augmente régulièrement, jusqu'à ce qu'il ait atteint une valeur donnée et fixe pour la température envisagée. Inversement, en partant de la forme A, l'indice de réfraction diminue progressivement, donc en se rapprochant de celui de B, puis se fixe à son tour en un point toujours très voisin de celui obtenu à partir de l'isomère B : on a donc bien, dans les deux cas, atteint le même état d'équilibre.

Pour le méthylbenzylglyoxal, $C^6H^5 - CH^2 - CO - CO - CH^3$, par exemple, l'indice de réfraction (3) du mélange en équilibre à 80° (température à laquelle l'écart observé entre les deux séries de mesures a été le plus élevé) est 1,592 à partir de A, 1,595 à partir de B, alors que les indices de réfraction des isomères A et B purs, très différents l'un de l'autre, sont respectivement 1,627 (calculé) et 1,519 (mesuré).

De l'indice de réfraction du mélange on peut déduire sa composition à l'équilibre. La courbe ci-dessus résume les résultats quantitatifs obtenus, pour le méthylbenzylglyoxal, à diverses températures d'équilibre, à partir de chacun des deux isomères.

La présence d'un catalyseur est toujours nécessaire pour écourter la durée d'établissement de l'équilibre. L'alcalinité des parois de verre suffit parfois, sinon on ajoute une très petite quantité de pipéridine, que l'on met ensuite

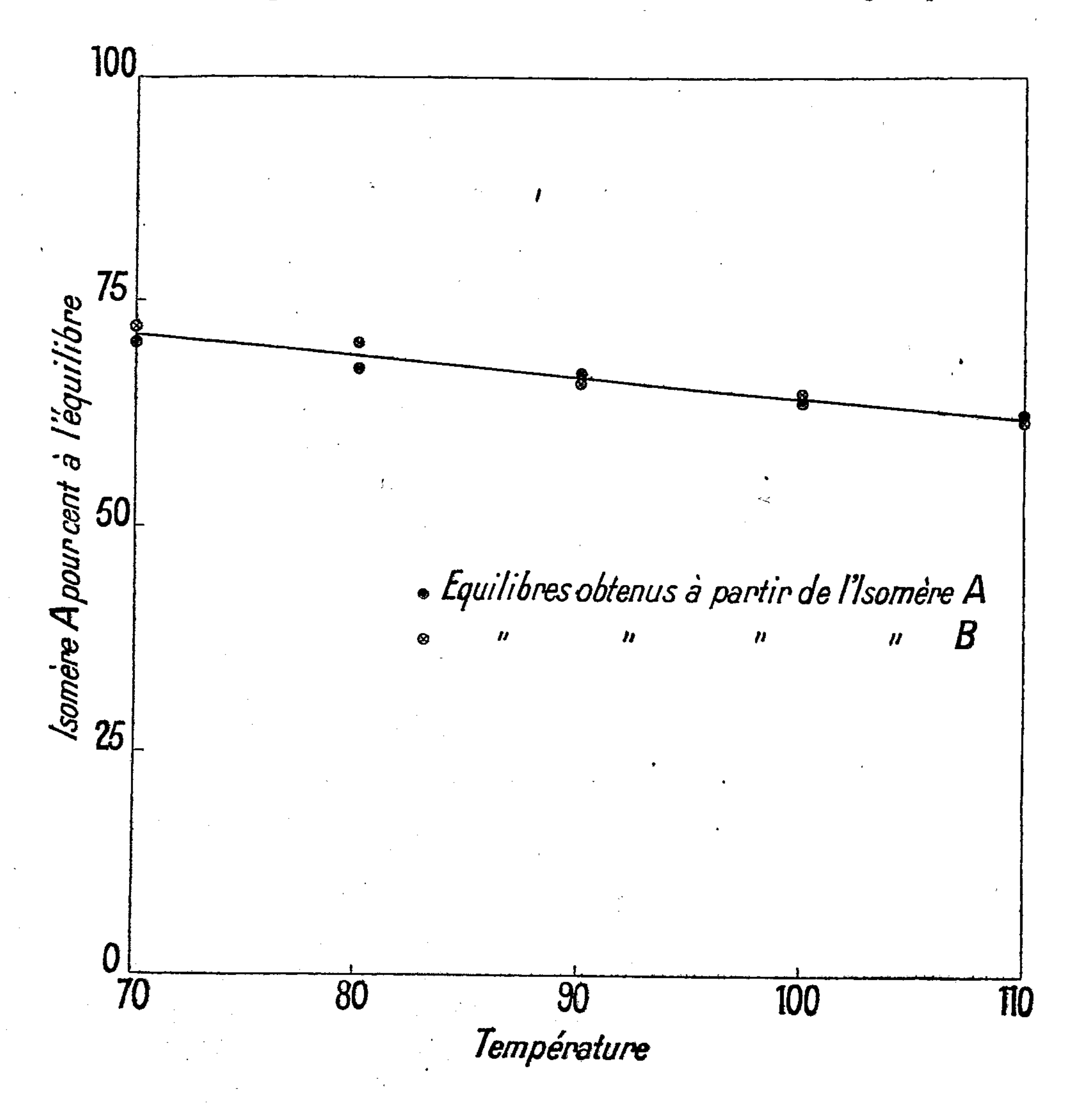
(1) H. Moureu, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 380 et 503; **188**, 1929, p. 504.

(2) Telle qu'aucun des constituants du mélange qui en résulte ne se sépare, ni par distillation, ni par cristallisation.

(3) Tous les indices de réfraction sont ramenés à la température de 16°, et donnés par rapport à la raie D.

hors de cause par addition d'une trace d'acide oxalique : ce qui suffit à stabiliser le système pendant le refroidissement et la détermination de l'indice de réfraction.

Les états d'équilibre ont été étudiés d'une manière analogue pour le



phénylbenzylglyoxal, $C^6H^5—CH^2—CO—CO—C^6H^5$: à l'inverse de ce que l'on observe pour le méthylbenzylglyoxal, l'équilibre est ici fortement déplacé en faveur de l'isomère B.

La concordance, à l'équilibre, des deux transformations de sens inverse,

est surprenante, eu égard à l'importance de la masse qui subit l'isomérisation (plus de 70 pour 100, par exemple, dans le cas de B, à 70°, pour le méthylbenzylglyoxal, et dans le cas de A, à 100°, pour le phénylbenzylglyoxal), et à la brutalité de la réaction, qui a lieu en quelques instants.

Rien ne saurait mieux faire ressortir la netteté des transformations tautomériques chez les dicétones α.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la bromuration de l'acide aminophénylarsinique* 1.4. Note [1] de MM. **A. Leulier** et **Y. Dreyfuss**, présentée par M. A. Desgrez.

La bromuration de l'acide aminophénylarsinique a été tentée par Bertheim [2] qui utilisa soit le brome en solution acétique, soit l'hypobromite de sodium. Dans le premier cas, il obtient le dérivé monobromé, et, dans le second, le composé disubstitué, accompagné de la tribromoaniline. Les rendements obtenus par cet auteur sont de 45 pour 100 environ, calculés d'après la proportion de brome mise en œuvre.

Il nous a paru possible d'améliorer ces rendements en appliquant la méthode d'halogénation préconisée par l'un de nous [3] pour différents corps cycliques ou hétérocycliques. La chloruration ou la bromuration sont obtenues par action de l'hydracide correspondant et de l'eau oxygénée sur la substance, en solution ou en suspension.

La mise en œuvre d'acide bromhydrique et d'eau oxygénée convenablement dilués nous a permis de préparer, avec d'excellents rendements, les dérivés mono et dibromés de l'acide arsanilique et la tribromoaniline 2.4.6.

A. *Dérivé monobromé.* — On dissout 3^g d'atoxyl dans 10^{cm^3} d'eau distillée. On ajoute 3^{cm^3} d'acide bromhydrique à 48 pour 100. Un précipité d'acide arsanilique se forme, puis se redissout. Ajouter alors, goutte à goutte et en agitant, 2^{cm^3} d'eau oxygénée à 100 volumes. Après 24 heures, le précipité formé est recueilli, lavé à l'eau distillée, jusqu'à neutralité des eaux de lavage et séché dans le vide. Le poids du produit brut et sec s'est élevé à $2^g,80$. Le rendement se rapproche du chiffre théorique calculé

---

(1) Séance du 22 mai 1929.

(2) *Ber. Chem. Gesell.*, **43**, 1910, p. 529.

(3) Leulier, *Thèse, Lyon*, 1923; *Bull. de la Soc. chim.*, **35**, 1924, p. 1325; **39**, 1927, p. 29; **41**, 1927, p. 1362; *Journal Pharm. et Chim.*, 8e série, **8**, 1928, p. 57.

pour un dérivé monohalogéné. C'est bien ce corps que nous avons obtenu comme le démontre l'analyse.

a. Dosage du brome (méthode de Baubigny et Chavanne).

	Matière.	Br.	Br %.
1	0,1992	0,0544	27,3
2	0,226	0,0627	27,7
3	0,155	0,0427	27,52

Calculé pour $C^6H^3 - Br - NH^2 - AsO^3H^2 = 27,02$.

b. Dosage de l'arsenic (destruction sulfoperchlorique et méthode de Fleury).

	Matière.	As.	As %.
1	0,1884	0,0459	24,3
2	0,203	0,058	25,03

Calculé pour $C^6H^3 - Br - NH^2 - AsO^3H^2 = 25,33$.

Le corps obtenu est en aiguilles d'un blanc rose, peu soluble dans l'eau, et ne fond pas à 255°.

B. *Dérivé dibromé.* — Le meilleur rendement a été obtenu avec le mélange suivant : atoxyl 3^g, eau oxygénée à 10 volumes 25$^{cm^3}$, acide bromhydrique à 92 pour 100 10$^{cm^3}$. L'eau oxygénée obtenue par dilution convenable du perhydrol a servi de solvant à l'atoxyl et la solution a été additionnée peu à peu de la quantité d'acide bromhydrique. Après 24 heures, on a recueilli, après dilution du mélange jauni par un excès de brome, un précipité cristallisé qui, lavé et séché, pesait 3^g,05. Le rendement calculé en dérivé dibromé s'élevait donc à 83 pour 100. C'est bien un dérivé dibromé pur de premier jet que nous avions obtenu, comme l'a démontré l'analyse.

a. Dosage du brome (même méthode).

	Matière.	Br.	Br %.
1	0,180	0,0796	42,25
2	0,20	0,084	42

Calculé pour $C^6H^2Br^2NH^2AsO^3H^2 = 42,66$.

b. Dosage de l'arsenic (même méthode).

	Matière.	As.	As %.
1	0,1878	0,0393	20,96
2	0,171	0,0356	20,83
3	0,2522	0,0506	20,07

Calculé pour $C^6H^2Br^2.NH^2.AsO^3H^2 = 20$.

C. *Tribromoaniline*. — Si l'on traite l'atoxyl par un excès d'acide bromhydrique et d'eau oxygénée à 50^{vol}, la molécule perd tout son arsenic et l'on aboutit à la tribromoaniline. C'est ce que nous avons réalisé en mélangeant d'abord 3^g d'atoxyl, 10^g d'acide bromhydrique, 20^{cm^3} d'eau oxygénée au dixième et en ajoutant ensuite 6^{cm^3} d'eau oxygénée à 50^{vol}. Le précipité blanc cristallin recueilli, lavé et séché pesait $3^g,32$ et ne renfermait plus d'arsenic. Il a donné les chiffres suivants à l'analyse :

Dosage du brome.

	Matière.	Br.	Br %.
1	0,2098	0,148	70,5
2	0,198	0,1408	71,1

Calculé pour 100 de $C^6H^2Br^3NH^2 = 72,7$.

Comme le corps isolé fondait à $+119°$, au bloc de Maquenne, il nous a été possible de l'identifier avec la 2.4.6-tribromoaniline.

En résumé, suivant les proportions de réactifs utilisés, la méthode proposée permet de préparer, à partir de l'atoxyl, soit un dérivé monobromé, soit un dibromé, soit, enfin, un tribromoaniline, et cela avec d'excellents rendements.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIQUE. — *Analyse quantitative biochimique de l'allantoïne en présence de l'urée* (¹). Note (²) de MM. **R. Fosse**, **A. Brunel** et **P. De Graeve**, présentée par M. E. Roux.

1. Le dosage de l'allantoïne se ramène au dosage de l'urée produite par l'action successive des alcalis et des acides sur cet uréide. L'allantoate de potassium, formé d'abord

$$\begin{matrix} NH^2.CO.NH - CH - NH \\ \quad\quad\quad\quad\quad | \\ \quad\quad\quad\quad CO - NH \end{matrix} \!\!> CO + KOH = \begin{matrix} NH^2.CO.NH - CH - NH.CO.NH^2 \\ | \\ COOK \end{matrix}$$

se scinde, ensuite, en ses composants, urée et acide glyoxylique

$$(NH^2.CO.NH)^2CH.COOK + HCl + 2H^2O$$
$$= 2NH^2.CO.NH^2 + COOH.CH(OH)^2 + KCl.$$

En titrant ainsi des solutions d'allantoïne *pure*, on trouve des chiffres fort approchés (R. Fosse et V. Bossuyt).

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1929, p. 106, 426 et 1067.
(²) Séance du 22 mai 1929.

2. La méthode ne peut être appliquée, sans modifications préalables, aux milieux biologiques contenant : urée, uréides, guanéides, protides. Il faut, dans ces conditions, tenir compte de l'urée préformée, détruite ou engendrée par l'action des alcalis sur ces substances, et, par conséquent, trouver un procédé approprié pour la doser.

3. Remplace-t-on l'action des alcalis par celle du *Soja hispida*, toutes les difficultés signalées disparaissent. Deux fermentations simultanées se déclarent : l'uréase détruit l'urée; l'allantoïnase transforme l'allantoïne en acide allantoïque.

L'urée, dont la présence rend la méthode de dosage de l'allantoïne par hydrolyse alcaline presque impraticable, exerce, au contraire, une influence favorable sur le milieu de fermentation. Grâce à elle, l'uréase crée l'alcalinité qu'exige l'allantoïne pour passer intégralement à l'état d'acide allantoïque.

4. *Transformation totale de l'allantoïne en acide allantoïque par l'action du* Soja hispida, *en présence de carbonate d'ammonium.* — Maintenir au bain d'eau, 5 à 6 heures à 60° ou 10 heures à 40°, une solution d'allantoïne de titre égal ou inférieur à 1^g par litre, en présence de cette semence récemment broyée (1 pour 100), de sous-carbonate d'ammonium (1 pour 100) et de chloroforme. Mesurer 5^{cm^3} de liquide filtré, neutraliser en présence d'hélianthine, ajouter HCl normal pour obtenir le titre N/20, chauffer 30 minutes à 60°, alcaliniser par la soude et déféquer par l'iodomercurate acétique. Recevoir filtrat et eaux de lavage dans une éprouvette graduée, ajouter au liquide (10^{cm^3} environ) deux fois son volume d'acide acétique et du xanthydrol méthylique, $\frac{1}{20}$ du volume total. Durée de condensation : 4 heures. Poids d'allantoïne en fonction de la xanthylurée : $0^g,188$ UX^2.

Durée de fermentation.	Température.	Volume dosé.	Xanthylurée.	Allantoïne par litre. Théorie.	Allantoïne par litre. Trouvée.	Erreur pour 100.
6 heures	60°-62°	5 cm³	0g,02731	1g,022	1g,027	+0,48
»	»	»	0,02725	»	1,025	+0,29
»	»	»	0,02725	»	1,025	+0,29
»	»	»	0,02714	»	1,020	−0,19
»	»	»	0,02723	»	1,024	+0,19
»	»	»	0,02723	»	1,024	+0,19
»	»	»	0,02730	»	1,026	+0,39
»	»	»	0,02733	»	1,028	+0,58

Durée de fermentation.	Température.	Volume dosé.	Xanthylurée.	Allantoïne par litre. Théorie.	Allantoïne par litre. Trouvée.	Erreur pour 100.
heures	° °	cm³	g	g	g	
»	»	»	0,02740	»	1,030	+0,78
»	»	»	0,02731	»	1,027	+0,48
»	»	»	0,02719	»	1,022	0
»	»	»	0,02713	»	1,020	−0,19
»	»	»	0,02721	»	1,023	+0,09
»	»	»	0,02730	»	1,026	+0,39
»	»	»	0,02733	»	1,028	+0,58
»	»	»	0,02725	»	1,025	+0,29
»	»	»	0,02735	»	1,028	+0,58
12	»	»	0,01362	0,516	0,511	−0,96
»	»	»	0,01370	»	0,515	+0,19
»	40-42	»	0,01377	»	0,518	+0,38
»	»	»	0,01373	»	0,516	0
»	»	»	0,01375	»	0,517	+0,19
10	40-42	10	0,01440	0,2692	0,2707	+0,49
»	»	»	0,01440	»	0,2707	+0,49
»	»	»	0,01443	»	0,2713	+0,79
»	»	»	0,01441	»	0,2709	+0,64

5. *Transformation totale de l'allantoïne en acide allantoïque en présence de l'urée.* — Après avoir substitué l'urée (1 pour 100) au carbonate d'ammonium, on opère exactement comme dans les précédentes expériences.

Durée de fermentation.	Température.	Volume dosé.	Xanthylurée.	Allantoïne par litre. Théorie.	Allantoïne par litre. Trouvée.	Erreur pour 100.
heures	° °	cm³	g	g	g	
10	40-42	5	0,02721	1,022	1,023	+0,09
»	»	»	0,02725	»	1,025	+0,29
»	»	»	0,02724	»	1,024	+0,19
»	»	»	0,02720	»	1,023	+0,09
»	»	»	0,02722	»	1,024	+0,09
10	40-42	»	0,01398	0,530	0,526	−0,7
»	»	»	0,01402	»	0,527	−0,56
»	»	»	0,01410	»	0,530	0
»	»	»	0,01408	»	0,529	−0,18
6	60-62	10	0,01437	0,2692	0,2702	+0,37
»	»	»	0,01439	»	0,2705	+0,49
»	»	»	0,01445	»	0,2717	+0,91
»	»	»	0,01440	»	0,2707	+0,49

6. Il est donc possible de doser avec précision l'allantoïne, en présence de l'urée grâce à la collaboration de deux ferments appartenant à la même graine : l'*uréase*, depuis longtemps connue et l'*allantoïnase*, que deux d'entre nous ont découverte dans de nombreux végétaux.

MINÉRALOGIE. — *Sur l'existence de l'agate et du spath d'Islande dans l'archipel de Kerguelen*. Note de M. **Edgar Aubert de la Rüe**, présentée par M. Pierre Termier.

Lors d'un voyage d'exploration que je viens d'effectuer pendant l'été austral 1928-1929 aux îles Kerguelen, j'ai pu constater que la constitution géologique de ces terres australes était beaucoup plus complexe qu'on ne le supposait jusqu'à présent.

L'étude des matériaux que je rapporte me permettra d'établir prochainement, je l'espère, une esquisse géologique de cet archipel.

Je me bornerai ici à signaler parmi les nombreux minéraux des îles Kerguelen deux espèces qui présentent à mon avis un réel intérêt. Il s'agit de l'agate et du spath d'Islande.

On sait qu'une grande partie de cet archipel est constituée par d'immenses coulées basaltiques tabulaires. Ces roches fréquemment altérées sont souvent riches en zéolites et en produits siliceux qui ont été décrits autrefois par M. A. Lacroix (1). Les minéraux que l'on connaissait n'offraient qu'un intérêt purement minéralogique, tandis que les agates dont je viens de découvrir plusieurs gisements ont, elles, une réelle valeur économique.

Tous ces gisements d'agate sont en relation avec des basaltes. Le plus intéressant est celui de Port-Mary sur la côte est de l'île Foch. Les gradins basaltiques qui entourent cette baie et qui s'élèvent jusqu'à 500^{m} d'altitude, sont en de nombreux points recouverts par des milliers d'agates. Une partie de ces agates gisent à la surface du sol, exemptes de gangue, tandis que d'autres sont encore en partie implantées dans le basalte. Ces agates, dont le poids atteint généralement plusieurs kilogrammes affectent le plus souvent une forme ovoïde. Elles sont remarquablement zonées. Les teintes qui dominent sont le blanc, le gris, le jaune et le rouge. L'intérieur de certaines

(1) A. Lacroix, *Les zéolites et les produits siliceux des basaltes de l'archipel de Kerguelen* (*Bull. Soc. Fr. Minéralogie*, 38, 1915, p. 134).

de ces agates est occupé par des géodes de quartz incolore et beaucoup plus rarement par de l'améthyste, mais toujours d'un violet pâle.

Un autre gisement intéressant est celui qui s'étend sur la rive est de l'Anse du Jardin dans le nord de l'archipel. Là également, j'ai recueilli de fort belles agates pesant plusieurs kilogrammes.

Dans la partie centrale de l'île principale, je peux également signaler quelques gisements de moindre importance. Ce sont ceux de la Pointe Pigeon, de la presqu'île Bouquet de la Grye et de la rive sud de la baie Irlandaise.

Sur la côte ouest, les galets de certaines plages, principalement à l'entrée de Port du Tonnerre, sont constitués en grande partie par des agates roulées grises ou bleuâtres, accompagnés de nombreux galets de jaspe vert.

Dans le sud de l'archipel enfin, j'ai recueilli des agates, mais de moindre dimension que celles des gisements du nord. Les points les plus intéressants sont les hauteurs qui dominent la rive ouest de la baie de Swains. Ici, l'agate est parfois accompagnée par de l'opale résinite ou de la calcédoine bleue.

La présence du spath d'Islande me semble également intéressante à signaler. Bien que je n'aie pas encore découvert aux îles Kerguelen de gisement comparable à ceux d'Islande, j'ai tout de même pu recueillir en différents endroits des fragments de ce minéral assez volumineux et d'une limpidité parfaite. Ils provenaient des veines au milieu des basaltes décomposés de la pointe Pigeon d'une part et des rives du lac Dasté dans la presqu'île Jeanne-d'Arc d'autre part.

Si la plupart des roches éruptives ou volcaniques connues sont représentées aux îles Kerguelen, il semble pourtant que seuls les basaltes renferment, du moins dans l'état de nos connaissances actuelles, des gisements minéraux offrant un intérêt pratique. Je viens en effet de montrer que l'agate et le spath Islande sont toujours en relation avec des roches basaltiques. Il n'est peut-être pas sans intérêt de rappeler que les nombreuses couches de lignite connues dans le nord des îles Kerguelen sont, elles aussi, toujours comprises entre des coulées de basalte.

GÉOLOGIE. — *L'Acadien de l'antiatlas marocain.* Note ([1]) de MM. **Jacques Bourcart** et **Guy Le Villain**, présentée par M. Pierre Termier.

Dans une précédente Note ([2]), nous avons signalé que l'ensemble des terrains qui forment la bordure méridionale du Sous, provisoirement attribués par Louis Gentil ([3]), à la suite de son voyage de 1923, au Dévonien, devaient être considérés comme cambriens. Très récemment M. Louis Neltner signalait beaucoup plus à l'Est, à hauteur de Taroudant, des *Archéocyathidés* au Tizi n Ouichedenne et à Tiout ([4]). Notre confrère émet en conséquence l'hypothèse que tout l'antiatlas doit être considéré comme cambrien.

A la suite de cette découverte, nous avons repris l'étude des matériaux rapportés par Louis Gentil de sa première traversée de l'antiatlas. A Tiout, notre regretté Maître avait recueilli des schistes calcaires verdâtres, pétris de petits Trilobites et de Brachiopodes qui, jusqu'à présent, n'avaient pu être déterminés. Ces schistes, que Louis Gentil considérait comme dévoniens, alternent avec des calcaires d'un bleu noir, absolument analogues à ceux de Tiznit, et qui ne contiennent que des organismes que l'on peut rapprocher des *Syringocnema* Taylor. C'est au sommet de cette série, dans les calcaires, que L. Neltner a trouvé des Archéocyathidés. Par comparaison avec le gisement qu'il découvrit dans le Haut Atlas, il attribue ce niveau au Cambrien moyen.

Les Trilobites qui recouvrent les plaquettes de schistes calcaires appartiennent au genre *Conocephalites* Barr. Ils montrent une tête en demi-cercle, une glabelle en cône avec trois sillons latéraux, séparés du sillon occipital très net. Les yeux sont saillants; la rainure du limbe est large et plate et présente un bourrelet. Ce Trilobite est très voisin des *Conocephalites* de l'Acadien inférieur de la Montagne Noire. (Les *Conocephalites* ne dépassent pas l'Ordovicien.)

([1]) Séance du 22 mai 1929.

([2]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1066-1068.

([3]) Louis Gentil, *Voyage d'exploration dans l'Atlas marocain*, 1923; in-16 : *Publications du Comité de l'Afrique française*, Paris, 1923, *passim*.

([4]) L. Neltner, *Sur l'extension du Cambrien dans le Sud marocain et la présence dans cette région de plissements précambriens* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 871-873).

Les Trilobites sont accompagnés de petits Brachiopodes de 8 à 10^{mm}, presque circulaires, dont on distingue nettement les stries d'accroissement. Quelques coquilles sont légèrement coniques et présentent un petit orifice au sommet. On observe un petit crochet à la partie antérieure. Ils nous paraissent devoir être rangés dans le genre *Acrothele* Linnarson (Cambrien).

Nous pensons donc pouvoir apporter à notre confrère cette confirmation à sa très belle découverte, que la base de la série où il a trouvé des Archéocyathidés est géorgienne ou acadienne.

GÉOLOGIE. — *Sur le domaine moldanubien du rameau varisque (chaîne hercynienne).* Note [1] de M. **A. Demay**, présentée par M. Pierre Termier.

Le rameau varisque de la chaîne hercynienne comprend à partir de l'avant-pays septentrional des plis sédimentaires déversés ou charriés vers le Nord-Ouest (plis rhénans et thuringiens), des nappes cristallophylliennes (Erzgebirge, lambeau de Münchberg, etc.) qui ont cheminé dans le même sens, puis le Cristallophyllien et le Cristallin moldanubiens, qui pour M. Fr. Ed. Suess constituent, avec le Paléozoïque barrandien, une masse rigide charriée vers le Sud-Est, enfin au-dessous de celle-ci et plus à l'Est, les nappes moravo-silésiennes (gneiss, phyllades, calcaires) et les plis sédimentaires silésiens. Les recherches que j'ai poursuivies en Bohême et Moravie l'été dernier me permettent de présenter des observations nouvelles sur la structure du domaine moldanubien. Je distingue dans ce domaine plusieurs zones : 1° panneau barrandien (Paléozoïque discordant sur le Précambrien avec granodiorites intrusives; 2° zone isoclinale tchéco-morave (gneiss et granite); 3° anticlinal tchéco-morave et massif granitique principal de la Bohême; 4° zone synclinale de Jihlava; 5° massif granitique de Velka-Meziriči et plis aigus de sa bordure septentrionale; 6° nappes du dôme de Swratka et de la Sazava supérieure; 7° plis déversés sur les nappes moraves.

Dans la première zone, les plis hercyniens sont des plis de couverture, larges, symétriques, accidentés par des failles inverses (Rad. Kettner) qui traduisent une poussée vers le Nord-Ouest sur le bord nord-ouest, vers le Sud-Est sur le bord sud-est. L'opposition du Précambrien et du Paléo-

[1] Séance du 22 mai 1929.

zoïque normaux ou faiblement métamorphisés, et des gneiss de la seconde zone est d'origine tectonique. Dans la vallée de la Sazava entre Sazava et Samechov, j'ai observé avec M. Zelenka l'écrasement du Précambrien (schistes et roches vertes du type de Jilové) au contact des éléments tchéco-moraves (gneiss compact et granite à biotite et amphibole). Les pendages me semblent indiquer ici une poussée du panneau barrandien sur la zone tchéco-morave. En tout cas dans toute cette zone la structure isoclinale est accusée d'une part par les pendages qui sont presque toujours vers l'Ouest ou le Nord-Ouest, d'autre part par la poussée du granite à biotite et amphibole et des gneiss granitoïdes associés sur les gneiss fissiles (Schiefergneis), termes initialement plus hauts. Près de la ville de Tabor, j'ai suivi ainsi sur 7 ou 8^{km} un contact mécanique indiscutable entre la syénite de Tabor et les gneiss sous-jacents.

Dans une course ultérieure faite plus au Nord avec M. Zelenka, j'ai observé près de Votice le laminage du granite porphyroïde à biotite parfois gneissique et des gneiss feuilletés qu'il chevauche. De même au sud de Tabor, dans la belle coupe de la Vltava entre Krestovice et Tyn, je vois un ensemble complexe de granite, de gneiss granitoïde et de gneiss d'injection fortement déformés qui chevauchent les gneiss feuilletés de Tyn. Dans cet ensemble isoclinal tchéco-morave existent des surfaces de glissement plus ou moins importantes, accusées près de Miltschin par des discordances (Zelenka). A une échelle réduite, j'ai observé moi-même bien plus à l'Est, près de la gare de Pacov, des surfaces de glissement et des crochons qui accusent dans des gneiss peu inclinés une poussée dirigée du Nord-Ouest vers le Sud-Est. Enfin, à la base de cet ensemble, les micaschistes de la région de Kaplice que M. Zelenka considère comme des diaphtorites (gneiss laminés) représentent pour moi un terme élevé du Cristallophyllien renversé sous les gneiss feuilletés et poussé sur les gneiss granitoïdes du flanc ouest de l'anticlinal tchécomorave avec écrasement au contact. La troisième zone, essentiellement granitique, ne correspond pas seulement à un phénomène intrusif, mais constitue un anticlinal bien accusé par la plongée symétrique de gneiss compacts à cordierite ou de gneiss granitoïdes sur les deux flancs. Le granite à deux micas de Nemecky Brod et de Jihlava est certainement postérieur au plissement, mais un granite à amphibole plus ancien, quoique intrusif lui aussi, me semble bien jouer le rôle d'une véritable clef de voûte.

Les gneiss feuilletés avec quartzites, marbres, amphibolites, de la quatrième zone constituent un synclinal complexe de plis aigus déversés vers

l'Ouest, mais presque verticaux, entre l'anticlinal tchécomorave et le massif granitique de Velka-Mežiriĉi. Cette structure correspond sans doute axialement au synclinal de Gross-Siegharts que prolonge jusqu'au Danube le synclinal de Gföhl. J'ai observé la trace de mouvements tangentiels peut-être antérieurs au serrage de la zone, par exemple près de Cichany sur la Iglawa, une lentille de marbre entre deux séries de gneiss granitoïde faiblement inclinées et écrasées au contact et des zones mylonitiques répétées à l'ouest de Kamenice. En tout cas, plus au Sud en Autriche, le synclinal, d'après les observations de M. Waldmann et de M. Kölbl, semble bien être un synclinal de nappes (charriage probable des gneiss catamétamorphiques de Gross-Siegharts et de Gföhl sur des gneiss feuilletés). A l'Est du synclinal de Jihlava, la cinquième zone comprend le granite à amphibole de Velka-Mežiriĉi et plus au Nord des gneiss compacts plissés à plis aigus. J'ai constaté à la bordure ouest du massif près de Trebic et à la bordure nord près de Velkal-Mežiriĉi le redressement et le laminage du gneiss granitoïde et d'un gneiss à grands cristaux d'amphibole certainement lié au granite. Les observations que j'ai faites à la bordure est sont encore plus caractéristiques. Près de Jassenitz, le granite et du gneiss granitoïde laminé chevauchent nettement les gneiss feuilletés. Près de Kattow, au nord de Gr. Bittesch, le granite à amphibole transformé à sa base en une puissante masse de mylonite chloriteuse repose sur des micaschistes laminés, charriés eux-mêmes sur le gneiss de Bittesch des nappes moraves. Plus au Nord le granite et le gneiss granitoïde de Na-Miŝkovci faiblement incliné vers l'Ouest s'écrasent directement sur le gneiss de Bittesch. La « Bittescher-dislokation » n'est donc pas une faille ni un accident longitudinal, mais un véritable charriage qui coïncide avec le charriage moldanubien ou lui est du moins étroitement lié. L'écrasement du granite démontre alors d'une manière décisive que le charriage moldanubien est postérieur au granite à amphibole de Velka-Mežiriĉi et sans doute aussi au granite de même type de l'anticlinal tchécomorave.

MYCOLOGIE. — *Sur la présence de certains champignons thermophiles dans le fumier et les matières organiques en décomposition.* Note (¹) de M. **A. Perrier**, présentée par M. M. Molliard.

Les matières végétales entassées à l'état humide sont le siège de phénomènes de fermentations énergiques qui se manifestent en particulier par

(¹) Séance du 22 mai 1929.

une élévation considérable de la température. Expériences anciennes de Dehérain et de Schlœsing [1] ont montré que dans les fermentations du fumier de ferme par exemple, la température des couches supérieures, où l'air circule librement, peut atteindre 70° et même 80° C. Les résultats obtenus par Schlœsing en particulier lui ont permis de conclure que dans ces conditions, les êtres vivants peuvent manifester leur action jusqu'à une température de 72°, 5 C. Depuis, de nombreux expérimentateurs ont signalé l'existence dans le fumier de ferme d'un grand nombre de microbes thermophiles; de leurs recherches, on peut conclure que, pendant les fermentations complexes qui interviennent dans sa fabrication la densité des thermophiles augmente considérablement.

L'attention des bactériologistes a été presque entièrement absorbée par l'étude des espèces microbiennes; les documents bibliographiques que la science possède sur les champignons qui vivent dans ces conditions sont beaucoup plus rares. Toutefois, les importants travaux de Brefeld [2] sur les espèces appartenant au genre Coprin nous ont appris que leur température optima varie entre 35° et 40° C; ceux de Lichtheim que les meilleures conditions de culture de l'*Aspergillus fumigatus* sont comprises entre les températures de 37° et 40° C. Cohn a indiqué également que pendant la fabrication du malt, si on laisse la température du tas d'orge en germination s'élever jusqu'à 60° C., celui-ci est envahi rapidement par l'*Aspergillus fumigatus*. Les autres indications [3] que nous avons sur ce sujet se réfèrent à des champignons pathogènes dont l'optimum de croissance est compris entre 30° et 40° C. Récemment M. R. D. Reye [4] a vu aussi, que certains champignons auxquels il attribue un rôle important dans la fabrication du fumier : le *Coprinus* sp. (*fimetarius?*) l'*Aspergillus fumigatus* et l'*Acremoniella velutina*, résistent à des températures supérieures à 50° C.

En étudiant les différentes espèces qui interviennent dans les fermentations du fumier de ferme, du fumier artificiel, des ordures ménagères et des

(1) Th. Schlœsing, *Contribution à l'étude des fermentations du fumier* (*Annales agronomiques*, **18**, 1892, p. 1 à 18).

(2) Oscar Brefeld, *Botanische Untersuchungen über Schimmelpilze Basidiomyceten*, I. Leipzig, 1877.

(3) De Bary, *Comparative Morphology and Biology of the Funge Mycetoza and Bacteria* (Oxford), 1887.

(4) R. D. Reye, *Lawes Agricultural Trust. Rothamsted Experimental Station. Harpenden* (*Report*, 1925-1926, p. 39. Harpenden, 1927).

balayures de la Ville de S. Paulo j'ai été frappé également par la présence constante dans les couches supérieures des tas en fermentation, d'une abondante couche de champignons qui paraissent s'accommoder parfaitement de ces conditions anormales de température.

Transporté sur un milieu organique stérilisé constitué par des fragments de tiges de maïs ou par du fumier, additionné d'eau ordinaire, placé dans de grands vases d'Erlenmeyer d'environ un litre de capacité, et mis à l'étuve à 32° C., l'un d'eux se multiplie facilement, produisant des filaments mycéliens qui pénètrent dans le milieu nutritif, s'y ramifient et ne tardent pas à produire des organes aériens de reproduction formés d'une petite colonne blanchâtre qui supporte le chapeau. Laissant les cultures quelque temps à la lumière, pour faciliter le développement de l'appareil sporifère, on vérifie que ce champignon appartient à la famille des Agaricinées et au genre Coprin. L'espèce en jeu est très voisine du *Coprinus stercorarius*

L'une de ces cultures est placée ensuite à l'étuve à 55°-57° C. et maintenue dans ces conditions pendant un mois et demi. On n'observe pas à ces températures la production d'appareils sporifères; mais si après 45 jours de permanence à 55°-57° C. on rapporte la culture à l'étuve à 32° C., on voit apparaître après quelques jours de petits points blancs qui se développent rapidement à la lumière et donnent des appareils de reproduction identiques à ceux observés au début de l'expérience.

Un *Aspergillus fumigatus*, isolé du fumier, se comporte de même; un lichen, provenant de bois en décomposition, vit aussi péniblement dans les mêmes conditions.

Les champignons du genre Coprin et les espèces voisines, si communs dans les matières organiques en décomposition et ceux comme l'*Aspergillus fumigatus*, dont l'optimum de croissance est voisin de 40°C., mais qui possèdent des formes résistantes à un séjour prolongé de 55°C., devraient être appelés des champignons thermo-tolérants, réservant la dénomination de thermophiles à ceux dont l'optimum de culture est supérieur à 50°C.

Parmi ces derniers, j'ai rencontré dans la flore mycologique du fumier une Microsiphonée qui vit normalement à l'étuve à 57°C. en donnant à la superficie du milieu de culture un voile blanchâtre très abondant formé par un mycélium microscopique, bourré de très petites spores, ramifié à l'infini dans les cellules des tissus végétaux sur lesquels elle vit. Elle se colore facilement par les couleurs d'aniline et prend le Gram. Cette moisissure se développe très lentement à 32°C., son optimum de culture est voisin de 57-60°C.; elle résiste, dans ces conditions de culture, plusieurs heures à des températures supérieures à 70-72°C.

Je n'ai voulu, dans cette Communication, que montrer l'existence et l'ubiquité des champignons thermophiles dans les matières organiques en décomposition; leur étude ainsi que leur rôle dans la fabrication du fumier fera l'objet d'une publication spéciale.

CYTOLOGIE. — *Contribution à l'étude chromosomique des* Acacia. Note (1) de M. V. **Ghimpu**, présentée par M. Molliard.

Le genre *Acacia* est un des plus importants, par le nombre de ses espèces (450), de tout l'embranchement des Phanérogames. En outre, de nombreux *Acacia* sont cultivés en grand (extraction de substances tannoïdiques, récolte de la gomme arabique, parfumerie, horticulture ornementale). Aussi nous a-t-il semblé intéressant de posséder quelques données sur le nombre des chromosomes chez diverses espèces de ce genre. Nos premiers résultats, portant sur sept espèces, sont les suivants (méristème radiculaire) :

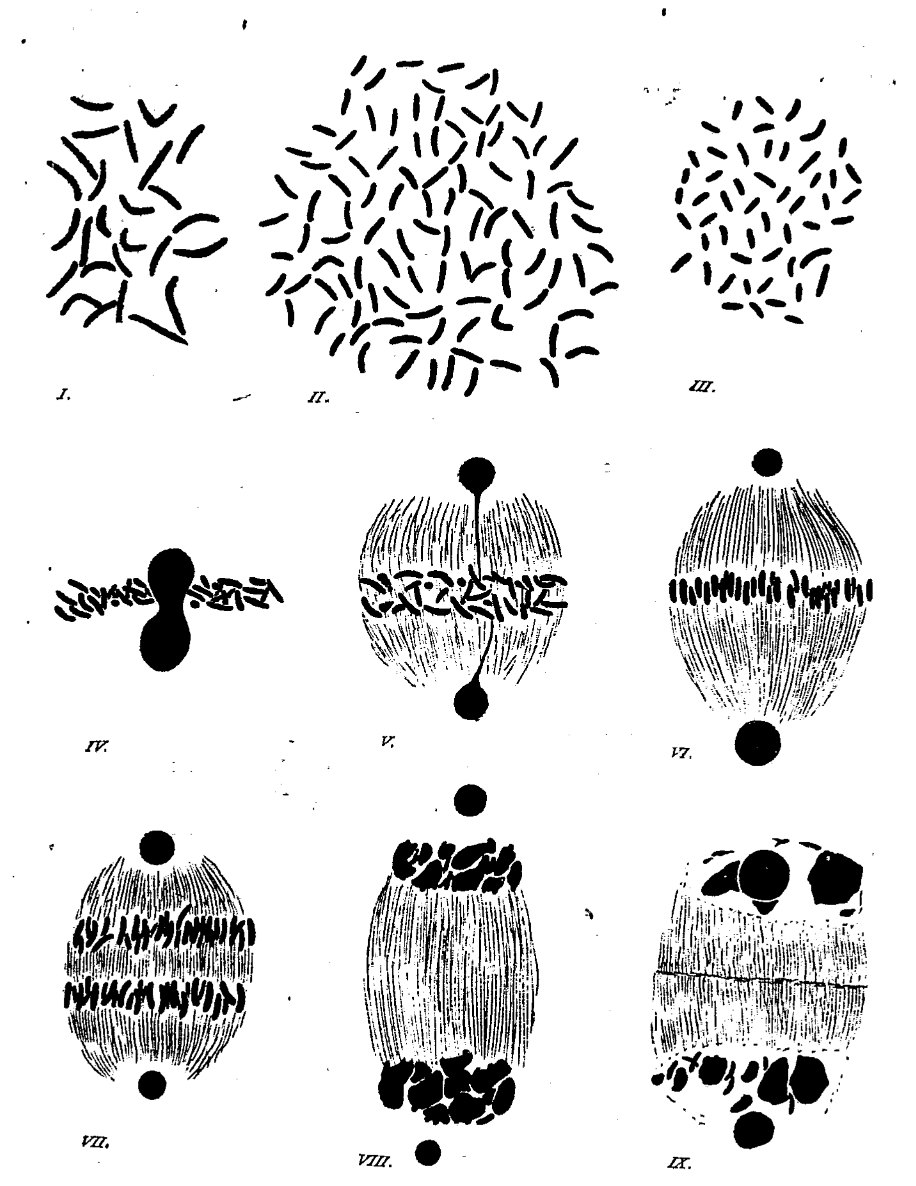
A. cyanophylla	26
A. dealbata	26
A. podalyriæfolia	26
A. arabica	± 52 et ± 104
A. nilotica	± 52 et ± 104
A. horrida	± 52 et ± 104
A. Farnesiana	± 52 et ± 104

Ces *Acacia* se répartissent donc nettement en deux groupes : le premier, formé par les trois premières espèces, est caractérisé par 26 chromosomes de grande taille (longueur 3^{μ}); le second, formé par les quatre autres, est caractérisé par l'existence simultanée, dans la même racine, de noyaux diploïdes à 52 et didiploïdes à 104 chromosomes (longueur 1^{μ}) ou par des nombres de chromosomes variant autour de ces deux chiffres.

Les trois premières espèces sont australiennes, les trois suivantes sont originaires d'Afrique et d'Asie et la dernière (*A. Farnesiana*) d'Amérique.

L'Australie d'une part, l'Inde, l'Arabie, l'Afrique d'autre part, l'Amérique enfin, constituent trois centres de dispersion des *Acacia*. Il est intéressant de constater que les *Acacia* indo-africains et américains paraissent se comporter, au point de vue des chromosomes, d'une manière identique,

(1) Séance du 22 mai 1929.



Figures de mitoses somatiques chez divers *Acacia*.

I. *A. cyanophylla* : métaphase vue du pôle. — II. *A. horrida* : métaphase didiploïde. — III. *A. arabica* : métaphase diploïde. — IV. *A. horrida* : métaphase avec nucléole étranglé vue de profil. — V et VI. *A. Farnesiana* : même stade plus avancé. — VII. *A. Farnesiana* : anaphase vue de profil. — VIII et IX. *A. Farnesiana* : télophases.

tandis que les *Acacia* australiens se comportent tout à fait différemment.

Il importe, d'autre part, de souligner la didiploïdie et certaine variabilité du chiffre des chromosomes somatiques chez les *Acacia* de l'Afrique, de l'Asie et de l'Amérique. Mais cette anomalie numérique des chromosomes dans l'appareil végétatif n'existe probablement pas dans les mitoses réductrices; en tous cas, nous nous réservons de revenir prochainement sur cette question.

En outre l'évolution nucléaire pendant la caryocinèse chez les espèces du deuxième groupe d'*Acacia* s'effectue d'une manière très curieuse, non constatée jusqu'ici chez les végétaux.

Dans le noyau interphasique, on voit un nucléole assez grand, dont la chromaticité diffère de celle des chromoses; le réseau chromatique n'est pas visible. A la prophase apparaissent brusquement les petits chromosomes qui sont au début attachés par un de leurs bouts au nucléole, qui, dès ce moment, prend une chromaticité semblable à celle des chromosomes. A la fin de la prophase, les chromosomes se détachent du nucléole et se placent à la périphérie de la cavité nucléaire. La métaphase débute par l'étranglement du nucléole, dont les moitiés ainsi formées se dirigent vers les pôles opposés, mais en conservant encore quelque temps une liaison avec la plaque équatoriale par une sorte de pont. Les deux nucléoles-fils à la méta-, l'ana- et la télophase restent toujours placés à l'extrémité du fuseau achromatique : ils occupent à l'anaphase le même emplacement que les centrosomes dans les cellules animales et dans les cellules des végétaux inférieurs, et sont entourés par la masse chromosomique à la fin de la télophase. Celle-ci se brise en fragments de plus en plus petits qui finissent par disparaître complètement, cependant que les nouveaux nucléoles augmentent de volume pour atteindre la taille habituelle du stade de repos.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les phénomènes dits d'*aggregation *et la disposition des vacuoles dans les cellules conductrices.* Note (¹) de M. G. **Mangenot**, présentée par M. Molliard.

Les phénomènes dits d'*aggregation* ont été découverts par Ch. Darwin, interprétés correctement, pour la première fois, par Gardiner (1888), puis étudiés par un grand nombre d'auteurs. D'après ces travaux, il s'agirait

(¹) Séance du 22 mai 1929.

d'un phénomène de fragmentation des vacuoles se produisant dans les cellules des pédicelles tentaculaires de *Drosera* sous l'influence de la digestion; mais la signification de ces processus n'a pas été précisée.

J'ai repris l'étude des phénomènes d'aggregation chez *Drosera rotundifolia* et *D. intermedia* et vérifié la justesse des observations de Gardiner : l'aggregation est la fragmentation, par des tractus émanant de la couche périphérique de cytoplasma, d'une vacuole primitivement unique en multiples petites vacuoles affectant la forme de globules ou de filaments; ce processus est constant, pendant la digestion d'une particule protéique, dans toutes les cellules épidermiques des pédicelles des tentacules. Il importe d'ajouter aux descriptions des auteurs précédents que ces vacuoles sont *polarisées :* les éléments résultant de la pulvérisation de la grande vacuole primitive sont accumulés dans la moitié proximale (la plus proche de la feuille) des cellules, éléments très allongés dont le grand axe est parallèle à celui du tentacule; dans la partie distale de ces mêmes cellules, on observe quelques vacuoles filamenteuses, orientées suivant le grand axe, et surmontant l'amas proximal. Jusqu'à présent, de tels phénomènes n'ont été reconnus avec certitude que chez les *Drosera;* et, cependant, comme va le montrer cette Note, leur existence est très générale.

Chez *Drosophyllum lusitanicum*, la digestion, par les tentacules immobiles des feuilles et des tiges, est accompagnée d'une fragmentation vacuolaire dans les cellules épidermiques des pédicelles. Mais, de même que la digestion est généralement plus active chez *Drosophyllum* que chez les *Drosera*, de même les processus d'aggregation sont mieux accusés chez celle-là que chez celles-ci. Les phénomènes d'aggregation chez *Drosophyllum*, phénomènes dont on trouvera la première description dans un Mémoire actuellement sous presse [1], sont caractérisés par une fragmentation vacuolaire extrêmement poussée, suivie d'une accumulation très nette des petites vacuoles globuleuses contre la paroi proximale des cellules, dont les parties moyenne et distale sont occupées par des vacuoles filamenteuses très allongées et régulièrement orientées suivant le grand axe. Cette polarisation et cette orientation des petites vacuoles sont donc, au même titre que la fragmentation de la grande vacuole primitive, caractères essentiels des phénomènes d'aggregation.

---

(1) G. MANGENOT, *Sur les phénomènes d'aggregation chez* Drosophyllum *et* Oxalis. A paraître dans l'*Anatomie microscopique* (Livre dédié à la mémoire du professeur L.-F. Henneguy).

Mais cet agencement particulier des vacuoles n'est pas un apanage exclusif des tentacules des plantes insectivores; il est réalisé, chez la plupart des Végétaux, soit dans certaines conditions, soit dans certains tissus.

a. *Dans certaines conditions*. — Très souvent, dans les cellules demeurées saines bordant une région nécrosée, les vacuoles subissent une pulvérisation caractéristique en éléments plus ou moins nombreux et de moindre volume. Dans quelques cas, ces petites vacuoles sont très nettement polarisées et orientées : dans chaque cellule, les plus volumineuses sont accumulées dans les parties les plus éloignées du territoire nécrosé, tandis que dans les parties les plus proches de celui-ci, on n'observe que quelques petites vacuoles filamenteuses disposées perpendiculairement à la paroi au contact des éléments nécrosés, ou globuleuses. Un cas de cet ordre a été décrit chez *Oxalis acetosella*.

b. Dans les tissus conducteurs des Algues les plus élevées en organisation, les vacuoles existent, dans chaque cellule, à l'état pulvérisé et sont, le plus souvent polarisées. Dans les cellules à parois transversales criblées des nervures du thalle d'*Alaria esculenta*, dans certaines hyphes des Laminaires ou des *Fucus*, les vacuoles sont de petits globules très nombreux: chez les Laminaires, elles sont accumulées, à chaque extrémité de la cellule; chez *Alaria*, elles sont tassées contre un des cribles, toujours dans le même sens; chez les *Fucus*, elles sont, les unes accumulées contre une paroi transversale, les autres orientées en files longitudinales. Dans les éléments conducteurs des Floridées, ces dispositifs ne sont pas moins bien caractérisés : chez *Bonnemaisonia asparagoides*, par exemple, les cellules de l'hyphe axile du thalle possèdent, vers l'extrémité des rameaux de dernier ordre, une ou plusieurs grandes vacuoles; puis, à mesure que l'on descend vers la base du thalle, on observe que le système vacuolaire de ces cellules axiles se dissocie graduellement dès les ramifications de troisième ou quatrième ordre, les vacuoles sont de petits globules accumulés en grand nombre, toujours dans le même sens, contre une des parois transversales.

Tous ces aspects sont caractéristiques de l'aggregation. Leur réalisation dans des cellules dont le rôle conducteur est certain montre bien quelle est la signification de ces phénomènes : dans les cellules traversées par un courant suffisamment intense de substances dissoutes, les vacuoles sont très nombreuses, petites et orientées dans un sens déterminé; ces caractères sont d'autant plus accusés que la circulation est plus active.

Chez les plantes insectivores, les figures d'aggregation seront donc considérées comme manifestant le passage, dans les cellules des pédoncules

tentaculaires, de substances absorbées par la plante, provenant de la digestion des protéines à la surface de la feuille; et ces mêmes aspects, dans les cellules bordant les régions nécrosées, indiquent la résorption de substances libérées par les éléments mortifiés en voie d'autolyse.

On ajoutera, enfin, que cette disposition des vacuoles est réalisée seulement dans des cellules conductrices indifférenciées ou peu différenciées; les éléments très spécialisés que sont les tubes criblés des Dicotylédones offrent une structure toute autre : ils comportent une grande vacuole unique; mais chacune de ces cellules criblées est toujours juxtaposée à une cellule annexe présentant un cytoplasma dense et des vacuoles très petites, le plus souvent à l'état d'un réseau de très fins canalicules anastomosés.

D'autres recherches permettront peut-être de comparer l'aggregation *sensu stricto*, telle qu'on vient de la définir, avec les processus de fragmentation vacuolaire, nettement distincts au premier abord, que l'on observe dans certaines cellules glandulaires, et d'entrevoir une explication de ces phénomènes.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Une maladie du melon* (Citrullus vulgaris) *occasionnée par un Fusarium et une Bactérie chromogène*. Note de MM. **A. Sartory**, **R. Sartory** et **J. Meyer**, présentée par M. Molliard.

Au cours d'une exposition agricole, il nous a été signalé que de nombreux melons (*Citrullus vulgaris*) provenant du Midi étaient atteints d'une maladie caractérisée par de larges plaques jaune orangé, la production d'un dégagement gazeux très prononcé occasionnant l'éclatement des fruits.

Nous avons effectué des prélèvements sur de nombreux échantillons et pratiqué des cultures sur milieux acides et alcalins; on a ainsi réussi à isoler après de nombreux passages un Champignon du genre *Fusarium* et une *Bactérie*. Connaissant les travaux de Dufrenoy (¹) et de Nicolas et Aggery (²) il nous a semblé intéressant de rechercher l'agent de la prime infection; nous avons à cet effet tenté d'un côté des cultures de la bactérie, d'un autre des

(¹) J. Dufrenoy, *Les maladies du melon* (*Annales des épiphyties*, 7, 1921, p. 405); *Observations cytologiques sur une Hadromycose des melons* (*C. R. Soc. Biol.*, 46, 1927, p. 1104-1107).

(²) Nicolas et Aggery, *Une maladie bactérienne de quelques Cucumis* (*Rev. path. Vég. et Entomol. agric.*, 14, 1929, p. 39).

cultures du Champignon sur des milieux spécifiques à base de cellulose. On a pu ainsi constater que la bactérie n'attaquait ni en aérobiose, ni en anaérobiose cet hydrate de carbone; par contre le Champignon a montré une action cellulolytique très nette. D'autre part nous avons procédé à des essais de contamination sur des bananes et des melons frais; la bactérie seule était incapable de produire des lésions sur les tissus en expérience. Nous avons pu suivre sur des coupes microscopiques de tissus de banane l'intrusion du *Fusarium* à travers les cuticules cellulaires et sa végétation à l'intérieur du végétal. Macroscopiquement on a reproduit l'aspect des lésions telles qu'on avait pu les voir sur les échantillons malades, en ensemençant successivement à la surface des végétaux le fusarium puis la bactérie. Des recherches sur les caractères morphologiques et biologiques du champignon sont en cours.

Quant à la bactérie, elle a attiré notre attention par la production dans certaines conditions d'une coloration rouge violet correspondant aux teintes comprises entre les n° 576 et 583 du Code des couleurs (1)

Caractères morphologiques. — La bactérie se présente microscopiquement sous la forme d'un bâtonnet de taille inégale en moyenne de $0^{\mu},7$ à $1^{\mu},5$ de long; on trouve souvent des formes très courtes en coccobacilles; les éléments sont le plus fréquemment isolés ou placés deux par deux. Elle se colore facilement par les colorants d'aniline, c'est strictement *Gram* négative. La bactérie est mobile, pourvue de nombreux cils; la coloration des capsules et des spores nous a donné des résultats négatifs.

Caractères biologiques. — La bactérie se cultive facilement sur les milieux usuels; l'optimum cultural est situé vers $+27°$; la bactérie pousse encore bien à $+37°$. La concentration optima en ions H du milieu de culture est réalisée pour $pH = 6,4$; c'est une anaérobie facultative; la réaction d'Ehrlich donne la production d'indol. La gélatine n'est pas liquéfiée; en piqûre on obtient la culture en clou avec formation d'une petite ampoule au tiers supérieur. Pas de dégagement gazeux; sur gélose la culture est blanche, visqueuse; sur pomme de terre enduit épais, visqueux, d'une couleur blanc sale; le lait n'est pas coagulé.

Recherches sur la coloration. — Sur bouillon, gélose ou gélatine renfermant des hydrates de carbone tels que glucose ou glycérine et comme sels minéraux du phosphate bicalcique ou du sulfate de magnésie et du chlorure de sodium et à un pH inférieur à 6,4, la bactérie produit dès le

(1) Le Code des couleurs employé a été celui de *Klincksieck* et *Valette*, Paris, 1908.

deuxième jour après l'ensemencement, une coloration rouge violet. Sur les mêmes milieux de pH plus élevés que 6,8 la coloration n'apparaît pas et la culture prend un aspect jaune verdâtre. Cette coloration diffuse rapidement dans le milieu en s'intensifiant; le voile et les dépôts bactériens restent blancs. L'apparition de la coloration est conditionnée par la température (température limite = 32°), par la présence d'oxygène et par la concentration initiale en ions H du milieu. En outre, la formation de la matière colorante exige la présence dans les milieux de culture d'une substance hydrocarbonée et de phosphates ou de magnésie additionnée de chlorure de sodium. La lumière, la présence ou l'absence de matières organiques quaternaires et d'autres ions minéraux n'influent pas sur la production de ce phénomène. Le colorant est soluble dans l'eau, dans l'alcool, dans l'acétone et dans la glycérine; il est insoluble dans le chloroforme, l'éther, l'éther de pétrole, le sulfure de carbone et le tétrachlorure de carbone. La substance chromogène existe dans les cultures incolores : par addition d'acide acétique ou d'acides organiques faibles, chauffage, et addition d'ammoniaque ou de Soude, la coloration réapparaît; le colorant est doué de propriété de virage : avec des acides minéraux il devient incolore, avec l'ammoniaque il passe au rouge violet et avec la soude ou la potasse, au rouge brique, ceci surtout par chauffage et agitation à l'air.

Des recherches ionométriques et spectroscopiques sont en cours, afin de caractériser définitivement les propriétés de la matière colorante et d'assigner à la bactérie une place dans la systématique.

Étant données la diffusion prononcée du colorant dans le milieu, sa solubilité dans l'eau, l'insolubilité dans le chloroforme et l'absence de phénomène de fluorescence, la bactérie se distingue nettement des groupes du *Bacillus prodigiosus* d'un côté, du *Bacillus pyocyaneus*, de l'autre.

PHYSIOLOGIE. — *La consommation de luxe.* Note de MM. **R. Bonnet** et **Tchang-Hyao-Tchi**, transmise par M. d'Arsonval.

Pendant longtemps l'opinion des physiologistes resta réfractaire à l'idée d'admettre que l'organisme peut, pour la couverture de ses besoins énergétiques, utiliser plus ou moins économiquement les aliments suivant les quantités qui leur en sont offertes.

Il n'en est plus de même aujourd'hui; des observations faites pendant la guerre par de nombreux chercheurs, sur des populations qui eurent à subir

de sévères restrictions alimentaires, paraissent montrer que les homéothermes peuvent modifier l'intensité de leurs échanges en fonction de la grandeur de leur alimentation (¹).

C'est une conclusion identique qu'amènent à formuler les expériences de sens inverse poursuivies par Grafe (²) : des hommes adultes, recevant une alimentation trois fois plus élevée que la normale, voient à la fois augmenter leur poids de 50 pour 100 et s'élever le taux de leur dépense de fond de 85 pour 100; les mêmes résultats sont observés sur le chien.

Or ce phénomène de la « consommation de luxe » n'est pas l'expression d'une loi générale qui domine toute la physiologie, à savoir que toute cellule, isolée ou faisant partie d'un organisme, règle sa consommation sur la quantité des aliments offerts; nous avons, en effet, montré (³) que les microorganismes ne se livrent à aucune consommation de luxe.

Il nous a semblé qu'il y avait intérêt à reprendre une étude systématique sur les homéothermes, afin de voir si réellement, à la suite de suralimentation ou de sous-alimentation, effectuées pendant de très longues périodes, il y a adaptation des organismes et si oui, par quel mécanisme.

Nous nous sommes adressés dans ce but, d'une part, à des lapins et des pigeons auxquels nous avons fait ingérer pendant plusieurs mois le double de leur ration normale et d'autre part, à des lapins, pigeons et cobayes qui pendant longtemps ont reçu une alimentation insuffisante, valant les deux tiers de leur ration habituelle.

Le détail des mesures d'échanges respiratoires, faites toutes à température de neutralité thermique sera donné en totalité dans un Mémoire ultérieur. Nous nous contenterons de donner ici les résultats relatifs à un animal de chaque série.

A. Suralimentation. — *Lapin n°* 1. — Cet animal, en deux mois, voit son poids passer de 2700 à 3700^{g}. Ses échanges de 3^{cal} par kg-heure augmentent régulièrement depuis le début de l'expérience, atteignent 4^{cal} au bout du premier mois et retombent enfin à 3^{cal}, leur valeur normale.

Pigeon n° 3. — Le poids passe en trois mois de 300 à 425^{g} et les échanges restent rigoureusement constants pendant toute la durée de l'expérience et conservent leur valeur normale.

(¹) La bibliographie complète sera donnée dans un prochain Mémoire.

(²) Grafe et Graham, *Zeits f. physiol. Chem.*, 78, 1911, p. 1-67.

(³) Terroine, Mlle Trautmann, Bonnet et Hée, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 8, 1926, p. 584-603.

Il semble donc que le phénomène de la consommation de luxe, loin d'être un fait général, doit être rapporté, chez certains homéothermes à la formation des graisses de réserve, puisque dans le cas du lapin, si la suralimentation est poursuivie pendant très longtemps, dès que le poids maximum est atteint, les échanges retombent à leur valeur normale. Par contre, chez le pigeon, on ne constate absolument rien.

Que devient alors le surplus de l'alimentation ingérée? C'est ce que nous avons cherché en établissant la balance des entrées et des sorties chez nos animaux pendant une période de 4 jours. Toutes nos valeurs sont exprimées en calories.

	Lapin 1.		Pigeon 3.	
	Normal.	Suralimenté (à la fin de la période).	Normal.	Suralimenté (à la fin de la période).
Alimentation ingérée......	1631,5	3093,3	304	608
Énergie retrouvée dans :				
Échanges respiratoires..	1036,8	1036,8	259,2	362,9
Urine.................	23,2	48,2	»	»
Matières fécales........	547,1	1959,9	39,4	227,5
Énergie retrouvée totale...	1607,1	3044,9	298,6	590,4
Différence...............	24,4	48,4	5,4	17,6
Différence en pour 100....	-1,5	-1,5	-1,7	-2,8

Il est facile de voir que l'excès de l'alimentation se retrouve dans les matières fécales; le tube digestif fonctionne donc comme régulateur de distribution de l'énergie.

B. Sous-alimentation. — *Lapin n° 2.* — Le poids de l'animal passe en deux mois de 2500 à 1800^{g} et ses échanges s'abaissent de 3^{cal},65 par kg.-heure à 2,41 soit une baisse de 34 pour 100.

Pigeon n° 3. — L'animal voit son poids passer en 45 jours de 400 à 270^{g} et ses échanges de 6^{cal},4 par kg.-heure à 3,56, soit une baisse de 44 pour 100.

Cobaye n° 1. — Le poids passe en 38 jours de 750 à 480^{g} et les échanges de 3,93 à 3,97.

Dans le cas de la sous-alimentation prolongée, les organismes, à part le cobaye, diminuent donc leurs échanges.

La conclusion qui se dégage des faits observés est que l'adaptation de l'organisme à l'apport énergétique ne peut être mis en évidence avec certitude que dans le cas de la sous-alimentation. Le mécanisme de cette adaptation reste d'ailleurs entièrement à dégager.

Lors de la suralimentation, les homéothermes étudiés par nous (lapin et

pigeon) ne font pas de consommation de luxe. L'augmentation des échanges observée chez le lapin, concomitante à une augmentation de poids, paraît être la conséquence de processus synthétiques. C'est en réalité, non l'intimité de l'organisme, mais le tube digestif qui règle l'utilisation de l'énergie alimentaire.

PHYSIOLOGIE. — *La formation de la créatine aux dépens des substances protéiques.* Note de MM. **Émile-F. Terroine** et **P. Danmanville**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans une série de recherches poursuivies sous la direction de l'un de nous, Garot [1] a nettement mis en évidence l'existence d'un processus de formation exogène de la créatine aux dépens des matières protéiques alimentaires.

La démonstration repose sur deux catégories de faits :

D'une part, la substitution d'une alimentation riche en substances protéiques à une alimentation qui n'en contient pas ne modifie en rien l'excrétion de la créatinine, mais provoque une augmentation considérable de celle de la créatine.

D'autre part, si des animaux en croissance reçoivent une alimentation toujours semblable et réalisant un apport abondant en protides, mais dont la pauvreté et la richesse alternatives en éléments minéraux modifie le coefficient d'utilisation azotée, on observe que leur excrétion de créatinine ne varie pas et que celle de la créatine est d'autant plus grande que la rétention azotée est plus faible, c'est-à-dire que la dégradation des protides est plus intense.

Par ailleurs, des recherches de Mac Collum et Steenbock [2] se dégage la conclusion que certaines albumines seraient plus aptes que d'autres, à permettre, au cours de leur utilisation, la formation de la créatine.

En rapprochant ces deux catégories de faits, il nous est apparu qu'on pourrait peut-être, en même temps, apporter une nouvelle preuve de la formation exogène de la créatine et prévoir le classement des albumines alimentaires quant à leur propriété créatinogène.

En effet, on sait que les divers protides ont des valeurs biologiques très

---

(1) *Arch. int. Physiol.*, **29**, 1927, p. 55-64 et 65-71.

(2) *J. of biol. Chem.*, **13**, 1912, p. 209-219.

différentes, les différences se traduisant nécessairement avec le maximum d'intensité au cours de la croissance. Si donc, on administre à un animal en croissance une ration identique par ailleurs et variant seulement par la nature de ses protides, la dégradation des acides aminés constitutifs sera d'autant plus intense que l'utilisation pour l'édification des tissus sera plus médiocre. Or, si la formation de créatine croît parallèlement avec la grandeur du métabolisme exogène de l'azote, une matière albuminoïde devra être d'autant plus créatinogène qu'elle sera moins bien utilisée par l'organisme.

C'est ce que nous avons tenté de vérifier chez le porcelet en croissance. Le détail des expériences, poursuivies avec la technique habituellement employée par l'un de nous dans toutes ses études sur le métabolisme azoté de l'animal en croissance, sera donnée dans un Mémoire ultérieur. Nous ne rapporterons ci-dessous que les résultats obtenus dans deux séries d'expériences prises à titre d'exemple. Bien entendu, sauf la nature de la matière albuminoïde, la ration est exactement identique dans toutes les périodes expérimentales.

Nature des protides alimentaires.	Excrétion de créatine par kg/24 h.	Rétention azotée par kg/24 h.
	Porc n° 1 :	
Albumines du Soja	0,0108	0,40 (¹)
Caséine	0,0075	0,61 (¹)
Albumines du Soja	0,0114	0,40 (¹)
	Porc n° 2 :	
Albumines du Soja	0,0094	0,40 (¹)
Caséine	0,0060	0,61 (¹)
Albumines du Soja	0,0080	0,40 (¹)
	Porc n° 3 :	
Albumines totales du lait	0,0059	0,66
Albumines du Maïs	0,0115	0,28
	Porc n° 4 :	
Albumines totales du lait	0,0058	0,66
Albumines du Maïs	0,096	0,28

La conclusion qui se dégage de ces résultats, très nette, est entièrement

(¹) D'après déterminations de Terroine et Mme Mahler-Mendler, *Arch. int. Physiol.*, 28, 1927, 101-224.

conforme à l'hypothèse formulée. Pour un même apport azoté, mais suivi tantôt d'une rétention importante (albumines totales du lait ou caséine) tantôt d'une rétention médiocre ou très faible (albumines du Soja ou du Maïs) la formation de créatine est d'autant plus grande que la rétention est plus petite, que le métabolisme exogène protide administré est plus grand. Il est donc possible de formuler une loi de prédiction pour la grandeur de la propriété créatinogène d'un protide, puisque cette grandeur est l'inverse de sa valeur biologique.

Nous pouvons donc formuler la conclusion suivante : *Au cours de la croissance, une matière protéique alimentaire provoquera une formation de créatine d'autant plus abondante que son absorption sera suivie par une rétention azotée plus faible. Le classement des protides, quant à leur valeur créatinogène, est exactement l'inverse de leur classement d'après leur valeur biologique.*

PHARMACODYNAMIE. — *Actions cardiovasculaires comparées de deux stéréoisomères : tropanol et pseudotropanol.* Note [1] de MM. **Michel Polonovski** et **René Hazard**, présentée par M. A. Desgrez.

Suivant les agents de réduction utilisés, la tropanone peut donner soit le tropanol (base tropine), soit le pseudotropanol (pseudotropine), qui ne diffère du précédent que par la position de l'OH alcoolique dans l'espace (isomérie *cis trans*).

Le *tropanol* abaisse la pression sanguine d'une manière forte et immédiate; aux doses fortes, il ralentit le rythme et diminue l'amplitude des contractions du cœur [2].

Injecté aux mêmes doses que le tropanol, le *pseudotropanol* exerce, en général [3], une forte action hypertensive passagère (précédée d'une chute légère et brève de la pression quand les vagues sont intacts) qui semble être produite, comme le montre le tracé du volume du rein, par une vasoconstriction périphérique (*fig.* 1 et 2). Au cours de cette hypertension, s'exercent sur le cœur des actions complexes qui présentent deux phases :

a. Une phase d'inhibition (inotropisme et chronotropisme négatifs) très

[1] Séance du 22 mai 1929.

[2] René Hazard et L.-J. Mercier, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 526 et 934.

[3] Dans un des rares cas où le pseudotropanol a produit seulement une légère hypotension, l'adrénaline a provoqué une syncope cardiaque mortelle. On peut penser que l'action hypertensive du produit exige pour se manifester l'intégrité du myocarde.

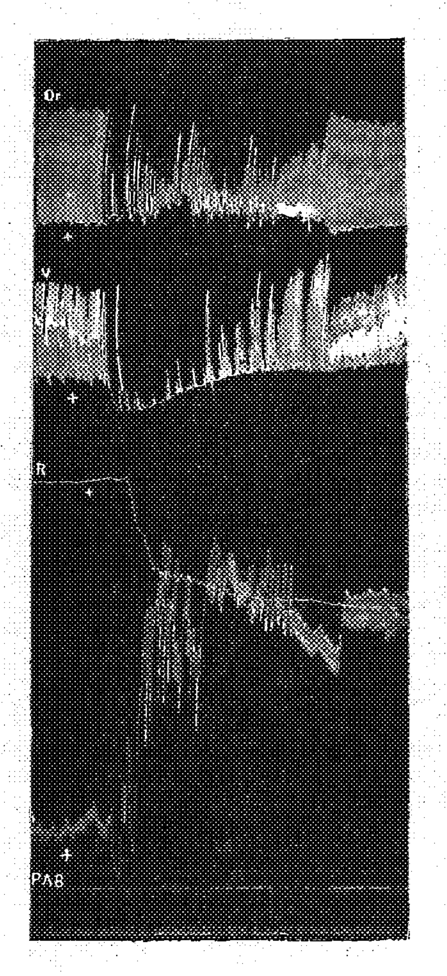


Fig. 1.

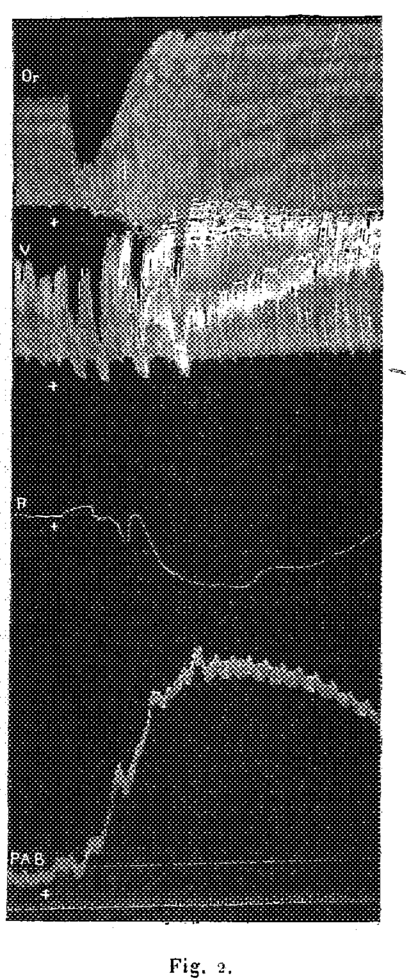


Fig. 2.

Action cardiovasculaire du pseudotropanol.

Fig. 1. — Chien ♀ 5^{kg}, chloralosé; vagues intacts. De haut en bas : Or = oreillette; V = ventricule du cœur *in situ* (méthode de suspension); R = tracé oncographique du rein; PA 8 = pression carotidienne avec repère à 8^{cm} Hg. Temps en secondes. En + injection intraveineuse de $0^{g},01$ par kilogramme de pseudotropanol en solution neutre.

Fig. 2. — Mêmes indications que ci-dessus. L'animal, après la première injection, a eu les vagues sectionnés; il reçoit de nouveau en + $0^{g},01$ de pseudotropanol par kilogramme.

(Tracés réduits de moitié.)

marquée si les vagues sont intacts (*fig.* 1); très nette encore pour les doses initiales fortes lorsque les vagues sont sectionnés. Cette phase s'atténue à la deuxième injection (*fig.* 2) et aux suivantes; elle est supprimée par l'atropine (¹).

b. Une phase d'accélération relative si les vagues sont intacts (*fig.* 1); d'accélération et d'augmentation d'amplitude considérables quand les vagues sont sectionnés (*fig.* 2) ou paralysés par l'atropine.

Rythme, amplitude et pression reviennent ensuite à leur valeur normale.

Tout se passe, en somme, comme s'il y avait successivement excitation réflexe et directe des terminaisons intracardiaques du vague, puis paralysie au moins partielle du pneumogastrique et excitation du sympathique.

Si l'on répète les injections de pseudotropanol, ses effets cardiovasculaires s'atténuent progressivement. Finalement, rythme et amplitude des contractions sont peu modifiés; on observe quelquefois un faible abaissement progressif de la pression.

Chez un animal préalablement soumis à la surrénalectomie double, le pseudotropanol ne provoque plus qu'une hypertension extrêmement réduite, tandis que le rein subit, cette fois, une augmentation de volume; cependant, on observe encore, chez l'animal atropinisé, de l'accélération et de l'augmentation d'amplitude des contractions cardiaques.

On peut donc penser que le pseudotropanol provoque normalement — comme la nicotine avec laquelle il a quelques traits communs — une décharge d'adrénaline dans l'organisme, mais qu'il possède cependant une action cardiaque propre.

CONCLUSION. — *Le passage du tropanol à son stéréoisomère le pseudotropanol modifie profondément l'action cardiovasculaire de la molécule : le tropanol est hypotenseur et son action cardiaque est simplement dépressive; le pseudotropanol est hypertenseur et il exerce, sur le cœur, une action complexe d'allure nicotinique. Ces différences montrent l'importance de la position dans l'espace de l'oxhydryle alcoolique dans le noyau pyrrolidine-pipéridine.*

(¹) On peut observer, même chez l'animal atropinisé, des sortes d'incisures dans le tracé du ventricule : ces accidents semblent produits par l'inscription des mouvements inspiratoires spontanés très violents que fait parfois l'animal, dans la phase d'hypertension.

ÉLECTRICITÉ PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la forme de l'électromyogramme de la contraction volontaire. Enregistrements oscillographiques.* Note de MM. **A. Fessard** et **H. Laugier**, transmise par M. A. d'Arsonval.

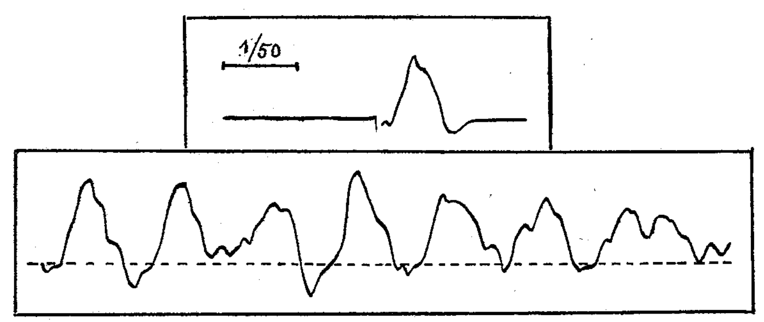
L'insuffisance du galvanomètre à corde pour l'étude précise des courants d'action rapides a été souvent signalée au cours de ces dernières années (Forbes et Cattell, Davis et Brunswick, entre autres). Aussi est-il permis de douter sérieusement de la valeur de certains enregistrements galvanométriques, et en particulier des électromyogrammes de la contraction volontaire ou réflexe, ainsi que des interprétations, d'ailleurs les plus variées, auxquelles ceux-ci ont donné lieu. Par contre, faute de bonnes preuves du contraire, se trouve renforcée l'opinion qu'aucune loi ne saurait être dégagée de ces tracés, même améliorés, étant donné l'asynchronisme supposé des influx élémentaires qui composent la commande nerveuse motrice.

Nous avons aujourd'hui des raisons expérimentales de penser qu'il n'en est pas tout à fait ainsi, du moins dans certaines circonstances sur lesquelles nous reviendrons ultérieurement; cependant une discussion sérieuse ne peut être engagée qu'en présence de bons graphiques, sur lesquels ne plane plus le soupçon d'une technique insuffisante.

Les conditions essentielles pour obtenir un enregistrement fidèle de phénomènes évoluant rapidement sont une rapidité propre notablement plus grande et un amortissement suffisant (critique) de l'appareil enregistreur. Le galvanomètre à corde, d'un type courant, que nous employons (électrocardiographe Boulitte) est encore en régime périodique (facteur d'amortissement $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{3}$) à sa sensibilité normale d'utilisation (10^{mm} par millivolt) et sa pseudo-période propre est alors de $\frac{1}{50}$ à $\frac{1}{60}$ de seconde environ. Or, dans ces conditions, les grandes ondes de l'électromyogramme chez l'homme (fléchisseurs des doigts) s'étalent sur une durée voisine également du $\frac{1}{50}$ de seconde ; c'est la donnée la plus généralement admise depuis les travaux de Piper. Certains auteurs, se trouvant alors conduits à employer des cordes plus légères ou plus tendues, donc plus rapides, ont trouvé des périodes beaucoup plus courtes (jusqu'à $\frac{1}{200}$ de seconde). Cependant, comme ils ne semblent pas généralement s'être préoccupés de l'amortissement, qui diminue à mesure qu'on tend la corde, on peut se demander si les oscillations propres de celle-ci ne doivent pas être rendues, au moins en partie, responsables des rapidités observées : d'une part, en effet, ces dernières

varient beaucoup suivant les auteurs, et d'autre part, avec une corde progressivement tendue, et pour des fréquences propres allant de 50 à 400 par seconde, nous avons obtenu des fréquences physiologiques (apparentes) croissantes toujours voisines des fréquences propres. La question est importante à éclaircir, car si réellement la fréquence des électromyogrammes croissait indéfiniment avec la rapidité de l'appareil enregistreur, l'hypothèse d'un asynchronisme total recevrait une éclatante confirmation. Malheureusement, le galvanomètre à corde ne peut donner ici que des renseignements incertains. Avec le procédé du condensateur en dérivation, préconisé par Einthoven pour amortir les oscillations, on diminue encore, en particulier pour les ondes courtes, la sensibilité déjà réduite par les fortes tensions; l'emploi d'un amplificateur s'imposant alors, il nous a paru dans ce cas plus avantageux d'avoir recours à un oscillographe industriel rapide.

Avec un oscillographe de Dubois (fréquence propre 2300) employé à la sortie d'un amplificateur à résistances à trois étages, nous avons pu recueillir, sur les muscles fléchisseurs des doigts en contraction intense et prolongée, des électromyogrammes où les ondes principales, souvent groupées, s'étalent sur des durées toujours inférieures au $\frac{1}{100}$ de seconde (et généralement voisines du $\frac{1}{50}$). Le calque ci-dessous montre un groupe d'ondes prin-



En haut : Courant d'action obtenu par excitation électrique du nerf.
En bas : Portion d'un électromyogramme de la contraction volontaire.

cipales choisies dans une région où elles se détachaient bien. Leur ressemblance avec une onde isolée (presque monophasique dans cette expérience) obtenue par excitation électrique indirecte est frappante.

Ces constatations, faites dans des conditions qui nous paraissent échapper aux critiques d'ordre physique, confirment l'expérience fondamentale de Piper. Elles sont d'accord avec les conclusions émises par L. Lapicque (¹)

(¹) L. Lapicque, *Sur l'interprétation des électromyogrammes* (*J. de Radiol. et d'Électrologie*, nº 6, juin 1923, p. 249).

suivant lesquelles la cadence réelle des influx moteurs volontaires ne dépasserait pas 50 par seconde. Elles confirment également la validité des tracés obtenus par Zimmern et Cottenot, en 1922, avec l'électrocardiographe Siemens et Halske. Finalement, elles montrent que ce dernier instrument, ainsi que le galvanomètre d'Einthoven à corde moyennement tendue, ne sont pas à rejeter de la technique électromyographique; ces deux appareils oscillographes dans lesquels, rançon nécessaire, la rapidité est sacrifiée à la sensibilité, conviennent cependant lorsqu'on s'en tient à l'étude des ondes principales, c'est-à-dire des composantes de basse fréquence de l'électromyogramme.

En même temps, nos oscillogrammes nous permettent d'affirmer qu'il n'est pas exact de comparer la corde du galvanomètre parcourue par les courants musculaires à une particule agitée d'un mouvement brownien, comme l'écrit Fulton. La courbe de distribution des amplitudes n'est pas du tout comparable à une courbe de hasard, les grandes ondes se présentant trop fréquemment pour qu'on puisse les expliquer uniquement par des synchronismes fortuits. Pas plus que d'un synchronisme parfait, on ne peut parler d'un asynchronisme total; et, dans certaines circonstances (contractions intenses), il semble qu'on soit en présence de synchronisations intermittentes, qui font penser à un phénomène de battements entre un petit nombre seulement de trains d'ondes assez pures, ayant des rythmes peu différents.

PHYSIOLOGIE DU TRAVAIL. — *Étude de l'influence de l'éclairement sur la précision des mouvements au cours du travail professionnel.* Note de MM. **Robert Faillie** et **Martinot-Lagarde**, présentée par M. Ch. Fabry.

Continuant notre étude sur l'influence de l'éclairage sur le rendement et la fatigue de la main-d'œuvre, nous donnons aujourd'hui les résultats d'expériences ayant pour objet de déterminer les variations de la précision des mouvements exécutés au cours des travaux professionnels en fonction de l'éclairement.

Ces expériences ont été conduites et exécutées dans les mêmes conditions que celles faites par nous dans le but de déterminer les variations du temps de réaction psychomotrice visuelle en fonction de l'éclairement [1].

[1] *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 716.

Les différents facteurs qui conditionnent la précision des mouvements au cours du travail sont :

1° Les temps de réaction psychomotrice *de choix* aux excitations visuelles parvenant à l'ouvrier au cours de l'exécution de sa tâche; 2° la dextérité; 3° le coup d'œil.

Pour étudier ces différents facteurs, nous avons institué trois sortes d'épreuves que subissent 5 sujets, 4 hommes et une femme, et dans toutes ces épreuves, chaque expérience était répétée 25 fois par sujet, ce qui représente pour ces recherches un peu plus de 4000 déterminations.

La première épreuve avait pour objet de déterminer la mesure des temps de réaction psychomotrice visuelle de choix, correspondant à la promptitude de l'ouvrier à répondre le plus rapidement possible par des mouvements appropriés aux nécessités de sa tâche.

Dans ce but, nous avons utilisé une machine à écrire spécialement agencée. Elle portait, sur son chariot mobile, un carton blanc sur lequel était tracée une ligne de 70 lettres de quatre modèles différents. Devant ce carton se trouvait un écran fixe comportant une fente de la largeur d'une lettre. Dans ces conditions, le sujet placé devant la machine ne voyait qu'une lettre à la fois et chaque fois qu'une frappe était faite sur la touche correspondante, la lettre suivante se substituait à la précédente *instantanément*. Un chronographe enregistrait exactement le temps en secondes écoulé entre la première frappe et la dernière. Le sujet devait reproduire, *sans erreur*, avec la machine, la ligne de 70 caractères. L'apparition de la lettre était l'excitation visuelle, la frappe sur la touche correspondante était la réponse du sujet et les temps mesurés correspondant à 70 réactions psychomotrices de choix.

La courbe ci-dessous (*fig.* 1) traduit les résultats obtenus.

Réactions psychomotrices de choix.
Machine à écrire.

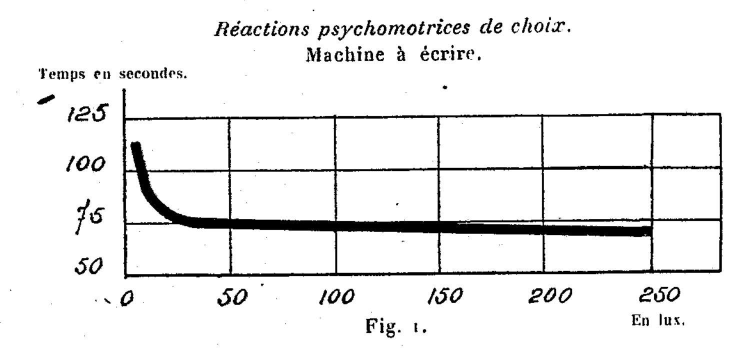


Fig. 1.

L'épreuve concernant l'étude de la dextérité nécessita l'utilisation d'un dextérimètre, constitué par un V métallique, d'une ouverture de 7°, entre les branches duquel le sujet déplace, de la base au sommet, une aiguille

avec une vitesse aussi constante que possible. Tout contact entre le V métallique et l'aiguille ferme un circuit électrique et met en mouvements la sonnette.

Sur une branche du V se trouve une graduation en centimètres dont l'origine est au sommet. La dextérité d'un sujet est donc d'autant plus grande que le chiffre de graduation est faible.

La courbe ci-dessous (*fig.* 2) traduit les résultats obtenus.

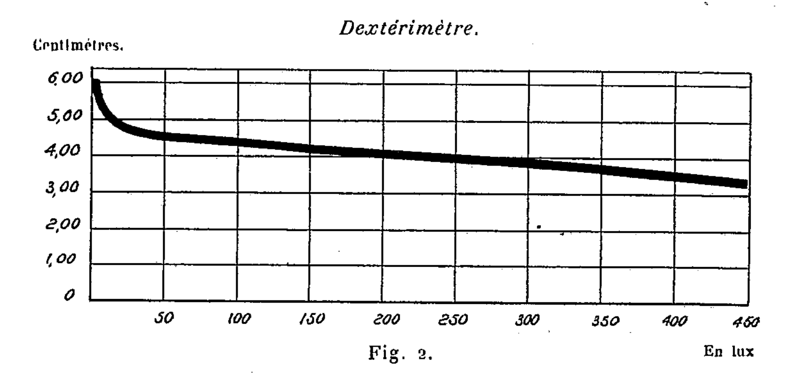


Fig. 2.

Pour l'épreuve du coup d'œil nous avons eu recours au chronoscope de d'Arsonval en nous servant d'une technique toute différente de celle généralement utilisée. Nous laissons en effet tourner l'aiguille d'un mouvement uniforme de un tour à la seconde, et le sujet doit l'arrêter au commandement de l'opérateur sur le o de la graduation. On note en grades les écarts en plus ou en moins de la position d'arrêt de l'aiguille par rapport à o.

La courbe ci-dessous (*fig.* 3) nous donne les résultats moyens obtenus.

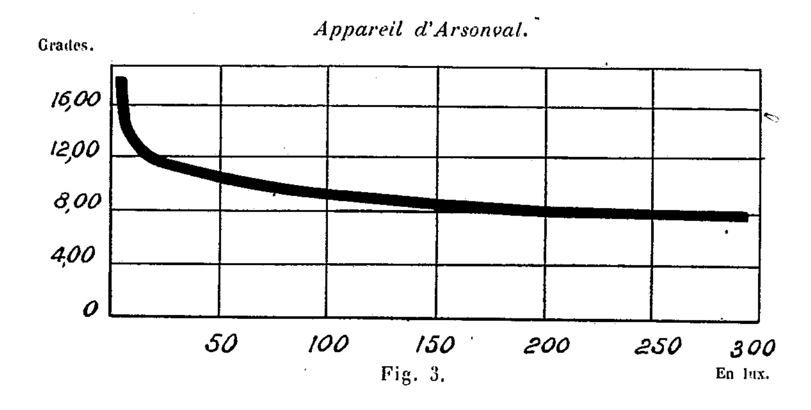


Fig. 3.

En résumé : ces trois sortes d'épreuves traduites par ces trois courbes nous montrent qu'aux *faibles éclairements* la moindre augmentation de

lumière produit une amélioration importante de la précision dans les mouvements, au cours des épreuves imposées; qu'aux *forts éclairements* cetie amélioration de la précision persiste quoique plus faible, mais suffisamment intéressante encore pour être recherchée, surtout dans l'exécution de travaux fins et délicats.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur quelques propriétés de la laminarine des Laminaires.* Note de MM. **H. Colin** et **P. Ricard**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La laminarine a été décrite pour la première fois par Schmiedeberg ([1]). L'étude en a été reprise plus récemment par Kylin ([2]) puis par Mme Gruzewska ([3]).

Ces auteurs l'ont retirée des extraits aqueux des Laminaires après en avoir séparé l'algine, soit par la chaux en présence d'alcool (Mme Gruzewska), soit par l'extrait de Saturne (Schmiedeberg, Kylin). Dans le premier cas, la laminarine était précipitée telle quelle par une nouvelle addition d'alcool; dans le second, à l'état de dérivé plombique, par alcalinisation au moyen de l'ammoniaque.

Pour notre part, nous avons préféré épurer les liqueurs par la baryte à l'ébullition. Après élimination de l'excès de baryte, on ajoute la quantité d'alcool nécessaire pour précipiter la laminarine. Le produit séché, pulvérisé, est débarrassé des chlorures par plusieurs épuisements à froid par l'alcool à 85°, dissous dans l'eau, déféqué au plomb et finalement précipité par l'alcool. Plusieurs dissolutions et précipitations successives nous ont permis d'obtenir un corps exempt de mannite et n'ayant plus que 0,6 pour 100 de cendres. De 38kg de *Laminaria flexicaulis* récoltés à Jersey, fin septembre, nous avons retiré 400g environ de laminarine.

Les auteurs précités attribuent à la laminarine les propriétés suivantes : poudre blanche, insipide, lévogyre, non colorable par l'iode, non réductrice, transformée par hydrolyse en glucose exclusivement, soluble dans

---

([1]) Schmiedeberg, *Tageblatt der* 58 *Versammlung deutscher Naturförscher und Artzte in Strassburg*, 1885, p. 427.

([2]) Kylin, *Zeit. für physiol. Chemie*, 94, 1915, p. 337.

([3]) Mme Gruzewska, *Bull. Soc. Chimie biologique*, 3, 1921, p. 490, et 5, 1923, p. 216.

l'eau et dans l'alcool faible, se déposant spontanément de ses solutions à l'état de sphérites qui donnent entre nicols croisés le phénomène de la croix noire.

A ces caractères nous ajouterons les suivants : les sphérites de laminarine obtenus en solution aqueuse diluée (3 pour 100) peuvent atteindre 30^{μ} de diamètre, ils ont des propriétés optiques très particulières; M. Gaudefroy, qui a bien voulu les examiner les décrit ainsi :

« Ces sphérites ont une biréfringence faible. Un bon nombre d'entre eux présentent, entre nicols croisés, une croix noire dont les branches sont orientées à 45° des sections principales des nicols et non pas suivant ces sections comme c'est le cas pour l'amidon et pour les sphéro-cristaux d'inuline. Une lame teinte sensible superposée à la préparation fait virer au rouge deux des secteurs et au vert les deux autres. Si l'on fait tourner la préparation, l'orientation de la croix noire ne change pas, ni celle des secteurs rouges ou verts. On peut concevoir deux phénomènes de cette sorte, symétriques l'un de l'autre, et en effet certains sphérites ont leurs secteurs rouges dans la position où d'autres ont leurs secteurs verts. Il n'y a pas lieu de penser cependant que ces sphérites sont de deux sortes, les uns droits, les autres gauches, parce qu'un même sphérite, tournant sur lui-même dans un liquide en mouvement, présente tantôt l'un tantôt l'autre de ces deux aspects symétriques. »

Le produit desséché à 105-110° ne perd plus d'eau lorsqu'on élève la température à 150°; d'autre part, le poids de sucre réducteur obtenu par hydrolyse correspond sensiblement à l'équation théorique

$$C^6H^{10}O^5 + H^2O = C^6H^{12}O^6.$$

La laminarine répond donc vraisemblablement à la formule $C^6H^{10}O^5$ et les mesures cryoscopiques permettent de prévoir pour cette formule le coefficient 6 ou 7.

Schmiedeberg comparait la laminarine à une dextrine, bien qu'elle fût lévogyre. Nous avons trouvé pour son pouvoir rotatoire $(\alpha)_D = -11,5$ (Kylin — 13; Mme Gruzewska — 17,25 et — 12,49). Dans les liqueurs hydrolysées par les acides nous n'avons pu identifier aucun sucre autre que le glucose [1], encore que le pouvoir rotatoire (+ 49) soit légèrement inférieur à celui du glucose.

Il est impossible d'assigner à la laminarine un point de fusion net : au bloc Maquenne, elle commence à brunir vers 200° tout en restant pulvérulente, puis noircit sans devenir pâteuse. A 300° elle charbonne sans fondre. Anhydre, elle reprend en trois jours, à l'air du laboratoire, 16,5 pour 100

---

[1] Dans la nouvelle nomenclature, la laminarine deviendra ainsi le laminaroloside.

d'eau sans pour cela changer d'aspect. Elle est assez soluble dans l'eau (21g pour 100g à 15°), soluble dans l'alcool à 60° (16g,5 pour 100g), insoluble dans l'alcool à 85° même à l'ébullition. Il semble possible de la fractionner par les alcools de concentrations différentes; selon Kylin elle serait un mélange de glucides voisins les uns des autres. Son dérivé barytique est soluble dans l'eau et précipite par addition d'alcool; il n'est pas dissociable par le gaz carbonique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Interprétation des valeurs de la réserve alcaline du plasma sanguin au cours des céto-acidoses.* Note de M. **Paul Cristol**, présentée par M. A. Desgrez.

Tous les auteurs admettent, depuis les études de Van Slyke, que la céto-acidose est une acidose spéciale « où l'intensité de l'acétonurie totale n'est pas toujours parallèle à la diminution de la réserve alcaline » (Derrien et Fontès). Cette opinion, exprimée déjà par Van Slyke et Cullen, a été reprise depuis par de nombreux auteurs, notamment au Congrès de Médecine de Nancy, en 1925, par Dautrebande, M. Labbé et F. Nepveux et M. Welcker.

Il est, en effet, facile de se rendre compte que l'on peut trouver, chez un sujet excrétant des quantités notables de corps cétoniques, une réserve alcaline normale ou très peu abaissée. Nous-même, après bien d'autres auteurs, dans quelques observations de coma diabétique, mortel ou jugulé par l'insuline, avons pu observer des taux de CO^2 de 48,7; 52,6; 61,3; 57,9 pour 100, à l'appareil de Van Slyke.

De même, il y a fréquemment désaccord entre les taux de la réserve alcaline et ceux du CO^2 alvéolaire, celui-ci étant souvent diminué, en même temps que les corps cétoniques urinaires sont augmentés, tandis que la réserve alcaline est normale. Pour expliquer de telles divergences, on a été jusqu'à invoquer une excitation des centres respiratoires par l'acétylacétate de sodium (Hurtley et Trevan, opinion reprise par Poulton).

On ne doit envisager plus simplement qu'une cause extrêmement logique : la carence de la méthode de Van Slyke, qui donne, dans le cas de céto-acidose par acide acétylacétique, une réserve alcaline exagérée, par suite de décarboxylation plus ou moins complète de cet acide dans l'appareil de dosage.

a. Un premier dosage de R. A donne le taux de 42^{cm^3} de CO^2 pour 100. Dans un

deuxième dosage, nous remplaçons l'eau distillée de lavage par une solution d'acétyl-acétate de Na à 0.90 pour 1000. Ce dosage, effectué dans les mêmes conditions que le premier, donne le taux de $53^{cm^3},6$ de CO^2 pour 100. Un troisième dosage, effectué avec le même liquide de lavage, mais où le contact de l'acide sulfurique et du mélange plasma + acétylacétate a duré 5 minutes, donne $55^{cm^3},5$ de CO^2 pour 100.

b. Résultats du dosage de la R. A. sur un sang de diabétique insuliné non acétonurique : $57^{cm^3}.4$ de CO^2 pour 100. Deuxième dosage avec liquide de lavage : solution d'acétyl-acétate de Na à 1.80 pour 1000 : 71^{cm^3} de CO^2 pour 100. Troisième dosage, même liquide de lavage avec contact de 5 minutes, résultat : $81^{cm^3},8$ de CO^2 pour 100.

Ces expériences montrent que les dosages de la réserve alcaline, selon Van Slyke, chez les diabétiques acétonuriques ne sont pas exempts de toute cause d'erreur. Même en opérant rapidement, la décarboxylation de l'acide acétylacétique a eu le temps de se produire en partie, et les valeurs de CO^2 trouvées ne sont pas dues uniquement à la réserve alcaline.

Ainsi sont expliquées les fluctuations de cette réserve au cours de l'acidose diabétique, dont voici un exemple :

Cayl..., diabétique ancien, insuliné depuis plus de 2 ans. R.A. : $57^{cm^3},4$ CO^2 pour 100. Cessation de l'insuline le 2 mai 1929.

Dates.	Acétone totale (gr. °/₀₀).	Acide β-oxybutyrique (gr. °/₀₀).	Réserve alcaline (cm³ °/₀).
3 mai 1929	0,707	0,047	69,1
4 »	0,088	0,520	58,6
5 »	0,194	0,378	74,8
6 »	0,190	0,614	—
7 »	0,370	1,419	56,7

On voit nettement que dans le cas de forte acétonurie, sans élimination exagérée d'acide β-oxybutyrique, la réserve alcaline est bien plus forte que dans le cas contraire, c'est-à-dire faible acétonurie, mais forte élimination d'acide β-oxybutyrique.

Donc les réserves alcalines normales ou élevées, dans le cas de céto-acidose, fréquemment rencontrées dans le diabète, doivent être considérées comme des résultats dus à une technique défectueuse et rapportées à leur vraie cause : l'accumulation d'acide acétylacétique dans le sang.

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Modifications de la coagulation sanguine dans la fièvre jaune; leur importance pour le diagnostic précoce*. Note de MM. **J. Vellard** et **Miguelote Vianna**, présentée par M. F. Mesnil.

Au cours de la petite épidémie actuelle de Rio de Janeiro, nous avons pu étudier les modifications de la coagulation sanguine chez une quarantaine

de malades de l'hôpital Oswaldo Cruz. La technique utilisée est, avec quelques modifications, celle établie en collaboration avec V. Brazil pour l'étude de la coagulation normale [1]; elle consiste à mesurer : *a*. le pouvoir coagulant du sérum; *b*. la coagulabilité du plasma; *c*. le taux des antithrombines.

Technique. — L'action coagulante du sérum est déterminée par le volume de ce dernier, capable de coaguler en une heure, au bain-marie à 37°, 1^{cm^3} de plasma étalon de coagulabilité connue. Inversement, le volume de sérum étalon, capable de coaguler dans les mêmes conditions 1^{cm^3} du plasma à étudier, donne l'indice de coagulabilité de ce dernier. Enfin, la teneur en antithrombine d'un plasma est indiquée par le retard que $0^{cm^3},5$ de celui-ci apporte à la coagulation de 1^{cm^3} de plasma étalon par $0^{cm^3},5$ de sérum étalon. Le sérum et le plasma étalons (ce dernier fluoré à 3,0 pour 1000), toujours fournis par le même cheval, étaient utilisés de 3 à 4 heures après leur préparation; le sérum et le plasma, également fluoré, des malades étaient dosés 24 heures après leur préparation (conservation à + 5°).

Les malades examinés appartenaient aux catégories suivantes : 10 formes mortelles, 11 formes graves, 4 formes bénignes, 12 convalescents et 7 suspects dont le diagnostic de fièvre jaune ne fut pas confirmé et qui furent reconnus atteints d'autres affections fébriles (grippe, broncho-pneumonie, paludisme).

Les dosages ont été faits à différentes périodes de la maladie, du 2e au 10e jour dans la phase aiguë, et au cours de la convalescence, entre le 10e et le 20e jour après le début de l'affection.

Résultats. — *Pouvoir coagulant du sérum*. — L'étude du pouvoir coagulant n'a pas montré chez nos malades de modifications caractéristiques; les variations observées sont identiques à celles des individus normaux. Au cours de la maladie, le pouvoir coagulant varie très peu chez un même sujet, malgré l'apparition de grandes quantités d'antithrombines dans le sérum; cette stabilité ne peut être attribuée qu'à une augmentation passagère de la thrombine dans le sérum des malades, réaction de défense analogue à celle qui s'observe dans la fièvre typhoïde.

Coagulabilité du plasma. — Au contraire, chez tous les malades à la période aiguë de la maladie, quelle que soit la forme clinique dont ils étaient atteints, s'observait une diminution très marquée de la coagulabilité du plasma, tandis que, chez les sept sujets souffrant d'autres affections fébriles, la coagulabilité s'est toujours montrée normale. La diminution de la coagu-

(1) Brazil et Vellard, *Ann. Inst. Pasteur*, 42, 1928, p. 907.

labilité est précose : déjà très marquée au 2ᵉ jour dans un cas bénin, elle était considérable au 3ᵉ jour dans deux formes mortelles; elle s'accentue les jours suivants, atteignant, dans les formes graves ou moyennes, son chiffre le plus bas entre le 7ᵉ et le 9ᵉ jour. Pendant la convalescence, elle se relève plus ou moins rapidement suivant la gravité de l'affection; généralement elle est redevenue normale vers le 20ᵉ jour, sauf dans quelques formes très graves. Dans les formes bénignes, cette diminution de la coagulabilité est moins accentuée, et le retour à la normale plus rapide (dès le 11ᵉ jour dans une de nos observations). Dans les formes très graves ou mortelles, elle s'abaisse plus rapidement et plus fortement; dans certains cas, de même que très souvent à la période agonique, le sang, même non additionné de subtances anticoagulantes, devient spontanément incoagulable *in vitro*. Ces altérations de la coagulabilité traduisent une lésion profonde de la cellule hépatique, et sont moins accentuées dans les formes cardiaques, suprarénales et cérébrales; nous avons toujours vérifié un parallélisme évident entre les troubles de la coagulabilité et la gravité des hémorragies. En ce qui concerne l'évolution de la maladie, une diminution ttès rapide de la coagulabilité, indiquant une lésion très grave de la cellule hépatique, assombrit toujours le pronostic.

Antithrombines. — La diminution de la coagulabilité n'est pas due à l'altération ou à la diminution du fibrinogène; tous les plasmas, même à la période agonique, quand le sang restait indéfiniment fluide *in vitro*, coagulaient normalement avec les venins ophidiques. Les faits observés proviennent de l'apparition dans la circulation de quantités considérables d'antithrombines, qui non seulement retardent la coagulation du plasma, mais lui communiquent des propriétés anticoagulantes marquées; dans quelques cas, $0^{cm^3},5$ de plasma suffisait à empêcher complètement la coagulation du plasma étalon par le sérum étalon. La courbe des antithrombines accompagne de très près celle de la coagulabilité; chez quatre malades seulement (trois formes mortelles et une grave), la diminution de la coagulabilité était un peu plus forte que ne permettait de le supposer le dosage des antithrombines, révélant dans ces cas particuliers seulement une légère altération du fibrinogène; mais cette diminution du fibrinogène n'était jamais très accusée.

Conclusion. — La diminution de la coagulabilité sanguine dans la fièvre jaune n'est pas un phénomène spécifique; elle dépend de la gravité des lésions hépatiques; expérimentalement nous avons pu reproduire des modifications tout à fait comparables chez des chiens intoxiqués par le chloroforme et l'acide arsénique. Mais la constance de cette réaction dans la fièvre

jaune, même dans les cas légers, sa précocité, son intensité, et son absence dans les autres affections fébriles avec lesquelles cette maladie peut être confondue, surtout à son début (grippe, broncho-pneumonie, paludisme, etc.), permettent de l'utiliser avec profit pour le diagnostic précoce de la fièvre jaune.

MICROBIOLOGIE. — *Infection transplacentaire du cobaye par le spirochète ictéro-hémorragique*. Note de M. **A. Saenz**, présentée par M. Calmette.

Le spirochète ictéro-hémorragique traverse la peau et les muqueuses mêmes intactes, l'épithélium rénal et les cellules hépatiques et se retrouve dans le sang pendant les derniers jours de la maladie. Le caractère hémorragique des lésions qu'il provoque, ses effets abortifs quasi constants et la virulence du liquide amniotique, démontrée par Costa et Troisier (¹), laissaient supposer que le spirochète ictéro-hémorragique franchit aisément le placenta et pénètre dans les organes du fœtus. Cependant la démonstration de cette infection transplacentaire restait à faire. Nous avons cherché à réaliser les expériences suivantes :

A. Un cobaye femelle pleine reçoit sous la peau 6^{cm^3} d'une suspension en eau physiologique de foie de cobaye, infecté avec la souche Verdun, mort de spirochétose.

L'animal malade est sacrifié agonisant, 5 jours après l'inoculation, et l'on retire aseptiquement de son utérus (en évitant toute contamination par le sang maternel) le placenta et un fœtus de 6^{cm} de long que l'on inocule séparément, après broyage, à deux cobayes. L'animal inoculé avec le fœtus succomba le septième jour, présentant les symptômes de l'infection ictéro-hémorragique. Le deuxième cobaye, inoculé avec le placenta, mourut de spirochétose le treizième jour; l'examen microscopique décela de nombreux spirochètes. Le foie des animaux ayant succombé à une injection d'émulsion de fœtus ou de placenta, provoqua la spirochétose chez d'autres cobayes qui moururent 6 à 7 jours après l'inoculation. Les spirochètes placentaires et fœtaux avaient donc la même virulence que les spirochètes inoculés au cobaye femelle.

B. On injecte à une autre femelle pleine 2^{cm^3} d'une suspension de foie spirochétosique : 6 jours après, devenue ictérique, elle avorte de deux petits presque à terme, puis succombe. Le foie de ces fœtus fut inoculé sépa-

(¹) *C. R. Soc. de Biologie*, **79**, 1916, p. 1041.

rément à deux cobayes qui moururent de spirochétose les quinzième et seizième jours.

C. Une troisième femelle pleine reçoit en injection sous-cutanée 3^{cm^3} d'une suspension de foie broyé provenant d'un cobaye inoculé avec le virus des passages précédents. Seize heures après, elle met bas deux petits à terme, morts, dont le foie ne contenait pas de spirochètes décelables au microscope, ni à l'ultramicroscope. Quatre cobayes auxquels une émulsion de cet organe fut injectée sont restés indemnes de spirochétose. La mère mourut ictérique 6 jours après l'infection.

Il ressort de ces expériences que, chez les cobayes femelles infectées expérimentalement, le spirochète ictéro-hémorragique d'Inada passe du sang maternel au placenta, puis au fœtus, dans les organes duquel il peut être mis en évidence soit par l'examen microscopique, soit par l'inoculation,

Les spirochètes trouvés dans le foie offrent les mêmes caractères morphologiques et manifestent la même virulence que la souche dont ils proviennent. L'infection que provoque l'inoculation des organes fœtaux contenant peu de parasites évolue après une période d'incubation plus longue que l'infection transmise directement par la souche originelle; mais ses caractères cliniques et anatomo-pathologiques sont identiques.

Le passage des spirochètes à travers le placenta ne s'effectue qu'après un laps de temps supérieur à 16 heures, ce qui indique que la spirochétose fœtale est liée à la phase septicémique de l'infection maternelle.

A $16^h 15^m$, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Commission chargée de dresser une liste de candidats à la place vacante parmi les Académiciens libres par la mort de M. le Maréchal *Foch* présente, par l'organe de M. le Président, la liste suivante :

En première ligne.	M. Achille Le Bel.
En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique.	MM. Jacques Cavalier, Armand de Gramont, Louis Martin.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à $16^h 40^m$. F. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 JUIN 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Pieter Zeeman**, professeur à l'Université d'Amsterdam, et à M. **Blas Cabrera**, professeur à l'Université de Madrid, Correspondants de l'Académie pour la Section de Physique; à M. **Tanakadaté**, professeur à l'Université de Tokyo, et à M. **Dutoit**, professeur à l'Université de Lausanne, qui assistent à la séance.

CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *L'élimination chlorurique dans les maladies aiguës et ses rapports avec l'équilibre acido-basique.* Note (1) de MM. **Ch. Achard** et **M. Enachesco.**

On sait que dans les maladies aiguës et cycliques, la guérison s'accompagne de crises urinaires dont la crise chlorurique est la principale et survient la dernière (2). La théorie qui invoquait, pour expliquer la succession des crises urinaires, une perméabilité dissociée du rein aux diverses substances ne paraît plus défendable. Mais les travaux de Henderson sur le rôle du chlorure de sodium dans l'équilibre acido-basique du sang et sur les mutations de l'ion chlore entre le plasma et les globules ont orienté les recherches dans une voie nouvelle.

---

(1) Séance du 22 mai 1929.

(2) Ch. Achard, *Mécanisme régulateur de la composition du sang* (*Presse médicale*, 11 septembre 1901, p. 133). — Ch. Achard et Ch. Laubry, *Contrib. à l'étude des crises chloruriques dans les maladies aiguës* (*Bull. et Mém. de la Soc. Méd. des hôpit. de Paris*, 3e série, 19, 20 juin 1902, p. 587).

Nous avons étudié, dans des cas d'angine aiguë et de pneumonie, la réserve alcaline du sang, le pH des urines et l'élimination chlorurique.

Il ressort de nos observations que, dans les cas terminés par la guérison, la réserve alcaline, abaissée pendant la maladie, s'élève habituellement dès avant la fin de la fièvre. Elle peut dépasser la normale. Cette élévation ne se produit quelquefois qu'à la défervescence ou même après.

Le pH urinaire, constamment acide et abaissé pendant la période fébrile, ne se relève le plus souvent vers l'alcalinité qu'après la défervescence.

La chlorurie, toujours très basse pendant la fièvre, ne remonte aussi, en général, que quelques jours après la défervescence.

Les varations du pH et de la chlorurie se font simultanément dans le même sens.

Dans deux cas d'érysipèle, dont l'un compliquait une pneumonie et dans lesquels nous n'avons pu suivre toute l'évolution de la maladie, nous avons vu la réserve alcaline monter alors que l'urine restait très acide et pauvre en chlorures.

Dans deux cas de pleurésie et un de tuberculose broncho-pneumonique où l'évolution était irrégulière, la réserve alcaline est descendue au-dessous de la normale, le pH et la chlorurie ont oscillé parallèlement en s'abaissant.

Chez un malade atteint de colique de plomb, maladie aiguë, mais apyrétique, nous avons vu la réserve alcaline baisser un peu et le pH urinaire se relever ainsi que l'élimination du chlore.

Enfin, dans deux cas de pneumonie mortelle, c'est un abaissement général de la réserve alcaline, du pH et de la chlorurie que nous avons constaté.

En somme, ces variations humorales reflètent assez bien la marche des maladies, ce qui était déjà bien connu pour la chlorurie.

De plus, elles permettent de penser qu'il y a dans la phase d'état des maladies aiguës une tendance à l'acidose qui prend fin à la défervescence ou au début de la convalescence. La réserve alcaline, diminuée pendant la maladie, est déjà reconstituée quand les urines parviennent à l'alcalinité.

On sait, depuis les travaux de Hamburger et de Van Slyke que l'acidose provoque un passage de chlore plasmatique dans les globules et tissus et que l'alcalose inversement donne lieu au retour de chlore globulaire dans le plasma. Ces déplacements pourraient donc expliquer le relèvement de la chlorurie au moment où les urines deviennent alcalines.

Il est difficile de suivre dans le sang ces déplacements du chlore, parce que les variations de son taux n'ont pas grande amplitude et que son élimination est rapide dès qu'il s'élève un peu dans le plasma. Toutefois les

recherches que nous avons faites chez plusieurs malades nous ont montré que, à la période fébrile avec acidose, urine acide et réserve alcaline abaissée, le chlore du plasma était au-dessous de la normale qui est de 3g,60 pour 1000, et que, d'une façon générale, le chlore du plasma subissait des variations de même sens que le chlore urinaire. Dans les deux cas mortels de pneumonie, il a diminué graduellement.

De plus, il est encore une autre constatation favorable à cette interprétation de la crise chlorurique déclenchée par le retour de chlore des tissus dans le plasma. On sait que, d'après les expériences de Feuillié (1), l'introduction d'une certaine quantité de chlorure de sodium dans le sang provoque une carbonaturie abondante. Or nous avons constaté, chez une malade atteinte de congestion pulmonaire à forme de spléno-pneumonie, que la teneur de l'urine en carbonates augmentait quand se produisaient le relèvement du pH et la crise chlorurique. Dans un cas d'angine, le tracé du chlore plasmatique semblait calqué sur celui de la teneur de l'urine (examinée sur un échantillon frais du matin) en carbonates.

Ce n'est pas seulement dans les maladies aiguës que surviennent des crises chloruriques. Il en est qui accompagnent la résorption des hydropisies. Or, dans ces dernières, la débâcle de chlore peut être indépendante des variations de l'équilibre acido-basique des humeurs.

Chez une femme cardiaque et hydropique, qui résorba ses épanchements séreux, nous avons trouvé la réserve alcaline un peu supérieure à la normale et le pH urinaire d'abord un peu au-dessous puis un peu au-dessus de la neutralité, et la débâcle chlorurique s'accompagna d'une forte diurèse de 3 à 4l par jour. Il n'y avait pas d'acidose, le chlore du plasma sanguin était voisin de la normale (3g,36 à 3g,43). L'augmentation de l'élimination chlorurique venait de ce que l'eau salée, accumulée dans les cavités lacunaires, se résorbait et passait dans le plasma sanguin, sans les déplacements isolés de l'ion chlore qui accompagnent les fluctuations un peu étendues et vraiment pathologiques de l'équilibre acido-basique.

---

(1) E. Feuillié, *Le dédoublement ionique des chlorures alcalins dans l'organisme* (*C. R. de la Soc. de Biol.*, 81, 9 novembre 1918, p. 947).

PHYSIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur l'utilisation de l'énergie thermique des mers.* Note (¹) de M. **Georges Claude.**

J'ai précédemment signalé à l'Académie que Campbell, puis Dornig et Boggia nous ont précédés, M. Boucherot et moi, dans notre idée d'utiliser mécaniquement l'énergie thermique des mers tropicales, mais qu'au lieu d'employer comme fluide moteur, comme nous en avons établi la possibilité, la vapeur d'eau elle-même, ils estimaient nécessaire l'emploi des gaz liquéfiés. Une antériorité plus curieuse existe sur ce point, dont je n'ai eu connaissance qu'il y a quelques jours.

Voici en effet ce qu'on peut lire dans la *Revue scientifique* du 17 septembre 1881 :

. . . .

Supposons que nous mettions une chaudière à vapeur dans l'eau du puits de Grenelle, qui est à 30°, je crois. Mettons, d'autre part, le condenseur de la machine en rapport avec l'eau de la ville, qui a une température moyenne de 15°, la chute de chaleur est de 15°.

Garnissons la chaudière avec de l'acide sulfureux liquide ou tout autre gaz liquéfié. Je prends l'acide sulfureux parce qu'on le produit industriellement et qu'il n'attaque pas du tout les organes d'une machine, témoins les appareils Raoul Pictet.

Dans la chaudière, l'acide sulfureux aura une tension égale à 343^{cm} de mercure; cette tension sera seulement de $206^{cm},5$ dans le condenseur, d'après les mesures de Regnault. La différence de pression sera donc de $136^{cm},5$ de mercure; elle serait de :

170^{cm}	avec	l'oxyde de méthyle,
181	»	le chlorure de méthyle,
328	»	l'ammoniaque,
550	»	l'hydrogène sulfuré,
1645	»	l'acide carbonique,
1390	»	le protoxyde d'azote.

Mais conservons l'acide sulfureux pour ne pas avoir de pression exagérée et rester dans les limites de la pratique. Ce gaz liquéfié ne possède en effet à 30° qu'une tension effective de $3^{atm},5$, ce qui permet de se servir de chaudières ordinaires.

Nous avons ainsi dans la chaudière une pression continuelle et *utilisable* de près de 2^{atm} qui ne nous coûte rien.

Mais la nature réalise-t-elle fréquemment ces conditions? Certes les sources chaudes

(¹) Séance du 27 mai 1929.

ne manquent pas, mais nous avons encore d'autres mines de chaleur sous forme de calories négatives; je veux parler de la neige et des glaciers.

Nous pouvons mettre notre condenseur dans un glacier et plonger la chaudière dans une rivière à 15°. Nous aurons encore une chute de chaleur de 15°. Notez bien que la condensation peut se faire à une grande distance de la machine, à l'aide d'un tube incliné suivant la pente de la montagne et qui ramènerait le gaz liquéfié auprès de la machine.

L'idéal serait de mettre la chaudière dans les mers équatoriales et le condenseur aux pôles.

Mais point n'est besoin de faire un si long trajet; nous savons en effet que, même à l'équateur, le fond de la mer est à 4° centigrades. Il suffirait donc de placer la chaudière à la surface de l'eau et le condenseur à un millier de mètres au-dessous, pour trouver une différence de température suffisante.

. . . .

Or l'Académie apprendra avec intérêt que le signataire de ces lignes si intéressantes, surtout étant donnée l'époque où elles furent écrites, que l'auteur incontestable, donc, de l'idée d'utiliser *mécaniquement* l'énergie thermique des mers, c'est notre grand confrère d'Arsonval, précédé seulement, mais dans un autre ordre d'idées, par l'auteur de *Vingt mille lieues sous les mers*, publié, comme on sait, en 1868.

On admirera sans doute qu'à un demi-siècle de distance aient pu se rencontrer ainsi sur une pareille question, le premier pour la concevoir, le second pour la réaliser, le maître aux idées si nombreuses qu'il a fallu qu'on lui rappelle celle-là — et le disciple qui lui doit tant!...

M. **Léon Guillet**, en remerciant l'Académie de la part qu'elle a bien voulu prendre aux Fêtes du Centenaire de l'École Centrale des Arts et Manufactures, lui offre l'ouvrage qu'il vient de publier à ce sujet : *Cent ans de la Vie de l'École Centrale des Arts et Manufactures*.

Il attire l'attention de l'Académie sur la Notice des différents membres de l'Institut, qui se trouve dans ce livre.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *La condition physiologique des stéréomitoses mâles et femelles sur les œufs immatures d'Anoures*, Note [1] de M. E. **Bataillon**.

J'ai posé en 1910 [2] un parallélisme théorique entre la mitose maturatrice des Batraciens bloquée en métaphase et les cinèses embryonnaires d'*Ascaris* fixées au même stade par l'eau carbonique.

Plus récemment [3], il a été établi que des œufs d'*Hyla*, déjà munis de leur deuxième mitose polaire, se prètent à l'envahissement polyspermique sans orientation ni réaction d'aucune sorte. Inaltéré pendant plus de trois jours, ce *matériel immature* montre nettement les traces pigmentées des spermies. La cinèse femelle est restée inerte; et les noyaux mâles sont arrivés, par la même voie qu'elle, à des figures anastrales figées, normales à la surface, vrais simulacres de mitoses maturatrices.

Poursuivant cette analyse sur des types d'œufs où les piqûres spermatiques se voient bien, je puis étayer mon hypothèse d'il y a vingt ans sur des faits autrement significatifs qu'une simple comparaison avec le cas de l'*Ascaris*.

Un stock de *Pelodyte* se comporte à la fécondation exactement comme celui d'*Hyla* décrit l'an dernier : un tiers des œufs au maximum sont descendus. La polyspermie est intense et le blocage se montre encore avec la même allure. Mais nous nous assurons que *sa condition est très labile*. Il suffit aux œufs vierges d'un séjour préalable de 5 ou 6 heures en chambre humide pour que la monospermie devienne uniforme et le développement régulier.

Qu'y a-t-il donc de changé au cours de ces quelques heures? C'est ici que mon hypothèse intervient avec l'expérimentation sur les œufs mûrs d'*Hyla arborea*.

Ces opérations, maintes fois répétées, comportent trois temps :

---

(1) Séance du 22 mai 1929.

(2) E. Bataillon, *Le problème de la Fécondation circonscrit par l'imprégnation sans amphimixie et la parthénogenèse traumatique* (*Arch. de Zool. expérimentale* 5e série, 4, 1910, p. 116 à 118).

(3) E. Bataillon, *Études analytiques sur la maturation des œufs de Batraciens* (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 520). Le tableau de ces mitoses est donné dans un Mémoire sous presse [E. Bataillon, *Études cytologiques et expérimentales sur les œufs immatures de Batraciens* (*W. Roux' Archiv f. Entw-mech.*, 117, 1929, p. 146 à 178)].

1° Imprégner les œufs mûrs de gaz carbonique;

2° Extraire ensuite CO^2 de ces mêmes œufs fixés sur lames en les renversant soit sur une lessive, soit sur des pastilles de potasse ou de soude;

3° Imprégner à nouveau le matériel de CO^2.

A chaque temps intervient le contrôle par la fécondation.

A titre d'exemple, voici le cas d'un stock d'*Hyla* complètement descendu et dont tous les œufs sont reconnus parfaitement mûrs.

Ces œufs, on les étale à sec en une seule couche sur une série de lames porte-objet. Les lames passent successivement, et toujours à sec : 2 heures dans un courant de gaz carbonique; puis 2 heures 45 minutes dans une enceinte close sur la soude à N/5; enfin à nouveau, 2 heures dans le courant de CO^2.

Deux lames sont prélevées à chaque passage et immergées dans le sperme.

Les deux premières (fin du premier séjour dans CO^2) nous donnent le blocage uniforme, la polyspermie, et, à l'étude cytologique, le tableau connu des mitoses anastrales figées (fixations effectuées 8 heures, et 20 heures après la fécondation).

Sur les deux suivantes (après extraction de CO^2 au contact de la soude), nous revenons à la monospermie et à l'embryogenèse normales.

Enfin, après le troisième traitement (réimprégnation au gaz carbonique) c'est à nouveau l'inertie et le cortège des mitoses mâles pseudo-polaires (fixation 13 heures après fécondation).

Glissons sur les tâtonnements inévitables. Le passage par CO^2 ne durera pas moins de 2 à 3 heures. Au deuxième traitement, une lame garnie d'œufs carboniqués renversée sur un verre de montre portant une pastille de potasse (en chambre humide) donnera la monospermie après 30 minutes, alors que, sans alcali, l'épuration exigerait 5 ou 6 heures.

Donc, *sur des stocks que des essais préalables ont révélés uniformément monospermiques et aptes à donner des cultures d'une perfection idéale, on peut, à volonté, provoquer l'inhibition de l'activation, la supprimer et la rétablir à nouveau.*

Point n'est besoin, pour observer les processus remarquables précédemment décrits, de rechercher un état d'immaturité dont les signes sont toujours aléatoires. Le retour des œufs mûrs à l'inertie antérieure s'obtient avec la plus grande facilité; et quiconque s'intéressera à ces expériences pourra les répéter avec succès.

Rapprochons ces faits expérimentaux du dégagement important de CO^2 qui se produit en 2 ou 3 heures sur les œufs extraits des conduits (Bialaszewicz et Bielowski); et nous conclurons logiquement que *la condition maniée dans nos opérations sur les œufs mûrs est bien la même qui écarte l'activation et commande la polyspermie chez les œufs immatures.*

Quant au tableau impressionnant des stéréomitoses polarisées, identique dans les deux cas, il rappelle le blocage expérimental des cinèses embryon-

naires d'Ascaris. *L'arrêt en prophase avancée ou en métaphase semble relever du même facteur qui inhibe l'activation.*

Restent l'histoire, la forme et l'orientation si spéciales de ces figures cinétiques; reste aussi le fait que ces figures demeurent figées sur les œufs d'Anoures inactivés, même au 3e jour, alors que celles de l'ébauche d'*Ascaris* sont débloquées au retour du milieu normal. D'autres conditions interviennent certainement ici, conséquences de l'imprégnation polyspermique sans réaction. Leur analyse sortirait des limites d'un exposé de faits.

En tout cas, *l'hypothèse émise en 1910 paraît appuyée sur des expériences concluantes et sur des symptômes cytologiques d'une remarquable constance.*

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Académicien libre, en remplacement de M. le Maréchal *Foch*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 52,

M. Achille Le Bel	obtient........	39	suffrages
M. Armand de Gramont	»	8	»
M. Jacques Cavalier	»	4	»
M. Louis Martin	»	1	»

M. **Achille Le Bel**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

PLIS CACHETÉS.

OPTIQUE APPLIQUÉE. — *Sur une méthode nouvelle pour l'étude en laboratoire des faisceaux des appareils optiques*, par M. **André Blondel** (1).

Jusqu'à présent, on a étudié la répartition de la lumière dans le faisceau des optiques de phares par des mesures photométriques exécutées à grande distance, au moins à 800m.

. . . .

(1) Extrait littéral d'un pli cacheté reçu dans la séance du 16 février 1920, inscrit sous le no 8731 et ouvert à la demande de l'auteur, le 6 mai 1929.

Nous avons pensé qu'il serait encore plus pratique pour les recherches courantes de pouvoir opérer directement en laboratoire par des artifices permettant de ramener cette mesure à ce qu'elle serait à grande distance (¹).

En faisant tomber le faisceau sortant de l'optique sur une lentille mince de grand diamètre L ayant, par exemple, $2^m,20$ de diamètre et 30^m de longueur focale; en pratique, ce serait une lentille plan-convexe ayant un rayon de courbure de $15^m,90$ si elle est exécutée en verre de Saint-Gobain et une épaisseur de $3^{cm},8$ si le bord était complètement tranchant; en pratique, on porterait cette épaisseur à 4,5 ou 5^{cm}.

Les rayons parallèles convergeront à une distance de 30^m environ, sur un diaphragme opaque percé d'un petit trou de 1 à 2^{mm} de diamètre qu'on placera sur l'axe optique de la lentille. La lumière passant par ce trou tombera sur l'objectif d'un microscope qui donnera de ce trou une image agrandie, dont l'éclat intrinsèque sera proportionnel à l'éclairement reçu sur le diagramme au centre du trou.

En faisant tourner l'optique autour de son axe d'angles successivement connus, on pourra déterminer pour chaque position l'éclairement reçu et tracer la caractéristique du faisceau en fonction des angles de déplacement, exactement comme si le faisceau était observé à l'infini. En effet, l'écran reçoit une tache lumineuse qui a la même composition de lumière que le faisceau, avec la seule différence que les dimensions en sont très réduites. Par exemple, si la divergence de la lumière à la sortie de l'optique est de $\frac{1}{10}$, la tache lumineuse produite par le faisceau à 1^{km} de distance aurait 100^m de diamètre; tandis qu'à la distance de 30^m choisie ici comme distance focale de la lentille, la tache aura 3^m; il sera facile de déterminer dans cette tache la position du plan focal correspondant à la zone horizontale de maximum d'éclairement et d'y placer le trou du diagramme.

. . . .

Dans l'exemple choisi, en supposant qu'on l'exécute en verre de Saint-Gobain, on obtient les résultats suivants : aberration longitudinale 168^{mm}, aberration transversale maxima $12^{mm},3$, aberration transversale minima $3^{mm},32$. En tenant compte des erreurs d'exécution, on n'atteindrait pas 10^{mm} pour le diamètre de la tache d'aberration correspondant à un

(¹) Un artifice de ce genre a été employé déjà récemment par M. Jean Rey et décrit dans une Note qu'il a présentée à l'Académie des Sciences pour l'étude du faisceau du phare de la Galite (*Comptes rendus*, 170, 1920, p. 93). Malheureusement cette méthode ne convient que pour des optiques formées de miroirs, c'est-à-dire de surfaces continues, tandis que les optiques en verre sont formées d'anneaux discontinus, laissant entre eux des zones obscures par rapport à l'observateur.

faisceau théorique rigoureusement parallèle à l'axe de la lentille; l'aberration chromatique est bien plus importante : en la calculant comme pour un prisme au bord de la lentille et en admettant une variation d'indice de réfraction $dn = 0,01$ entre l'indice moyen et l'indice extrême, on trouve un angle d'aberration $2°5'$ et l'aberration transversale correspondante mesurée à 30^m est de $21^{mm},9$.

L'aberration totale serait ainsi, dans le cas le plus favorable,

$$3,32 + 2 \times 21,9 = 48^{mm} \text{ environ.}$$

Ce chiffre nous a paru exagéré et il faudrait par conséquent réduire l'aberration chromatique en remplaçant la lentille simple prévue par une lentille achromatique à deux verres. Mais la construction de cette lentille deviendrait bien plus onéreuse, bien qu'elle soit encore réalisable par des procédés industriels sans recourir au fini d'exécution nécessaire pour les grands télescopes.

Deuxième dispositif avec miroir. — Une seconde solution consiste dans l'emploi d'un miroir sphérique ayant un rayon de courbure de 30^m et par suite un rayon focal de 15^m pour les rayons centraux. L'angle focal correspondant est de $4°12'$ environ et l'affaiblissement correspondant $\cos\gamma = 0,997$. L'optique est alors placée sur le côté et envoie son faisceau sur le réflecteur par réflexion sur les deux faces d'une glace sans tain à faces bien parallèles (glace de Saint-Gobain d'environ 8^{mm} d'épaisseur). Les rayons convergent comme plus haut sur un diaphragme, dont le petit trou central de 1 ou 2^{mm} de diamètre placé dans le plan focal sera observé à l'aide d'un microscope. On peut encore compenser l'obliquité par un verre teinté compensateur réalisé comme on l'a dit plus haut, et affaiblir à volonté la lumière trop vive par un disque de Talbot et au besoin un écran opalin. Cette méthode a l'avantage de n'exiger qu'une longueur focale plus faible. Le réflecteur sera argenté à sa surface par le procédé Foucault et protégé par un vernis comme ceux que l'on emploie pour les grands télescopes des observatoires et qui conservent l'argenture pendant plusieurs mois....

En calculant les erreurs, on trouve les résultats suivants : l'aberration longitudinale est d'environ 10^{mm}, mais l'aberration transversale est beaucoup plus faible; aberration transversale maxima $1^{mm},5$; aberration minima $0^{mm},40$ (au point de plus grand resserrement de la surface caustique).

Quant au déplacement des rayons obliques extrêmes sortant du miroir par la lame de verre, il est de $0^{mm},55$. Ce chiffre indique la différence de déplacement causé par la lame perpendiculairement à l'axe entre les

faisceaux les plus obliques et les faisceaux les moins obliques par rapport à cette lame.

On remarquera qu'une erreur de 50^{cm} commise sur la position du photomètre à 750^{m} correspond à une erreur 50 fois plus faible à 15^{m}, c'est-à-dire à une erreur de 1^{cm} sur la position du trou du diaphragme.

On voit donc que la méthode d'essai en laboratoire peut être facilement réalisable avec une bonne précision à l'aide d'un miroir sphérique concave, et donnera des résultats tout à fait comparables à ceux que l'on obtient dans les expériences à grande distance....

Le microscope différera des microscopes ordinaires par la substitution d'un oculaire positif à l'oculaire négatif ordinaire, de façon qu'on puisse observer l'éclat de l'image réelle agrandie du trou du diaphragme D. Cette construction sera très simplifiée en utilisant tout simplement un luxmètre avec un double prisme Lummer-Brodhun comportant en son centre au milieu de la face hypoténuse une petite bande argentée *b* qui renvoie dans l'axe de l'œil de l'observateur les rayons provenant d'un écran auxiliaire diffuseur.

....

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° N. Vavilov and D. Bukinich. *Agricultural Afghanistan* (en russe). (Transmis par le Ministère des Affaires étrangères.)

2° D. Sensaud de Lavaud. *Le problème de l'indépendance des roues d'arrière d'une voiture automobile.*

3° Jean Cabannes. *La diffusion moléculaire de la lumière*, avec la collaboration de M. Yves Rocard. (Présenté par M. Ch. Fabry.)

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une méthode de vérification des hypothèses.* Note [1] de M. **J. Neyman**, transmise par M. Émile Borel.

En jugeant si une hypothèse statistique peut être admise ou non on peut commettre les erreurs des deux sortes : 1° on peut rejeter une hypothèse

[1] Séance du 6 mai 1929.

vraie et 2° on peut en accepter une fausse. Pour éviter autant que possible les erreurs de deuxième sorte on calcule la vraisemblance λ_0 de l'hypothèse donnée H. Si λ_0 est petite, on est incliné de rejeter l'hypothèse. Pour contrôler les erreurs de première sorte on apprécie la probabilité P_H pour qu'en rejetant une hypothèse dont la vraisemblance $\lambda \leq \lambda_0$, on rejette une hypothèse vraie. Si les deux nombres λ_0 et P_H ont été jugés petits, on rejette l'hypothèse H [1].

Considérons un collectif W divisé en k catégories avec les probabilités p_i (inconnues) pour qu'un individu tiré au hasard de W appartienne à l'$i^{\text{ième}}$ catégorie ($i = 1, 2, \ldots, k$). Soit ensuite Σ l'effet de N tirages indépendants de W, caractérisé par les nombres n_i des individus tirés et appartenant à l'$i_{\text{ième}}$ catégorie. Posons $q_i = \frac{n_i}{N}$. Si l'hypothèse composée $H s^2 s$ s'exprime en s équations indépendantes

$$(1) \qquad \theta_j = \sqrt{N} \sum_{i=1}^{k} a_{ij}(p_i - q_i) = \overline{\theta}_j \qquad (j = 1, 2, \ldots, s),$$

où a_{ij} et $\overline{\theta}_j$ sont des constantes. Il suit du Mémoire déjà cité, que pour N très grand (1) la vraisemblance de H ne diffère que très peu de $e^{-\frac{\chi_0^2}{2}}$, où χ_0^2 est le minimum de

$$N \sum_{i=1}^{k} \frac{(p_i - q_i)^2}{p_i},$$

calculé à conditions (1), et (2) que la probabilité P_H (si l'on convient d'admettre qu'elle a un sens) ne surpasse pas le nombre

$$J = \frac{\int_{\chi_0}^{\infty} \chi^{s-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}} d\chi}{\int_0^{\infty} \chi^{s-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}} d\chi}.$$

Cette dernière conclusion est tout à fait indépendante de la théorie des probabilités *a posteriori*.

Il est intéressant qu'en s'appuyant sur la théorie des probabilités *a posteriori*, on obtienne pour apprécier P_H une expression I, qui est la limite de J lorsque $N \to \infty$.

---

(1) J. Neyman et E.-S. Pearson, *On the Use and Interpretation of Certain Test Criteria for Purposes of Statistical Inference* (*Biometrika*, 20 A, 1928, p. 175-240 et 263-294)

Soient R la probabilité pour que l'hypothèse H soit vraie et T la probabilité *a posteriori* pour que l'hypothèse vraie ait une vraisemblance $\lambda \leqq \lambda_0$. Évidemment

$$P_H = RT \leqq T.$$

Donc P_H peut être appréciée par la probabilité T.

Supposons que la loi de probabilité *a priori* $\psi(p_1, p_2, \ldots, p_{k-1})$ est : 1° positive au point $p_i = q_i$ ($i = 1, 2, \ldots, k-1$), et 2° qu'elle y est continue. On sait alors que si N est très grand, la probabilité *a posteriori* pour que le point C aux coordonnées p_i ($i = 1, 2, \ldots, k-1$) appartienne à un domaine Q quelconque, ne diffère que très peu de

$$\frac{\int\int\cdots\int_Q e^{-\frac{\chi^2}{2}} dp_1, dp_2, \ldots, dp_{k-1}}{\int\int\cdots\int_w e^{-\frac{\chi^2}{2}} dp_1, dp_2, \ldots, dp_{k-1}},$$

où w désigne tout l'espace des p_i ($-\infty < p_i < \infty$) et où

$$\chi^2 = N \sum_{i=1}^{k} \frac{(p_i - q_i)^2}{q_i}.$$

Théorème. — Si la loi de probabilité *a priori* satisfait les deux conditions imposées plus haut, la probabilité *a posteriori* T tend vers

$$\frac{\int_{\chi_1}^{\infty} \chi^{s-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}} d\chi}{\int_0^{\infty} \chi^{s-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}} d\chi},$$

lorsque $N \to \infty$, où χ_1^2 est le minimum de χ^2 calculé à condition que $\theta_i = \overline{\theta}_i$ ($i = 1, 2, \ldots, s$).

Soit λ_H la vraisemblance d'une hypothèse composée H. Ce sera une fonction des nombres $\overline{\theta}_i$. Soit λ_0 la valeur de cette fonction calculée pour un cas donné. En s'appuyant sur le fait [1] que pour N très grand λ_0 ne diffère que très peu de $e^{-\frac{1}{2}\chi_1^2}$ on démontre que T tend vers

$$I = \frac{\int\int\cdots\int_{Q_1} e^{-\frac{1}{2}\chi^2} dp_1, \ldots, dp_{k-1}}{\int\int\cdots\int_w e^{-\frac{1}{2}\chi^2} dp_1, \ldots, dp_{k-1}},$$

---

[1] J. Neyman, *Note sur la limite de la vraisemblance de l'hypothèse* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1360).

où Q_1 est le domaine dans w où χ_1^2, considéré comme une fonction des $\overline{\theta}_i$ ($i=1, 2, \ldots, s$), possède une valeur plus grande que celle déterminée par l'hypothèse H dans le cas considéré.

Moyennant les transformations des coordonnées convenables on trouve que

$$I = \frac{\int_{\chi_1}^{\infty} \chi^{s-1} e^{-\frac{1}{2}\chi^2} d\chi}{\int_0^{\infty} \chi^{s-1} e^{-\frac{1}{2}\chi^2} d\chi},$$

et le théorème est établi.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Géométrie quantique linéaire et déplacement parallèle.* Note (¹) de MM. **V. Fock** et **D. Iwanenko**, présentée par M. Maurice de Broglie.

1. Le développement récent de la théorie des quanta conduit à croire que la géométrie riemannienne avec sa forme quadratique fondamentale ds^2 est réservée à expliquer les phénomènes de gravitation, tandis que les phénomènes quantiques et électriques exigent l'introduction des notions géométriques nouvelles et étrangères à la gèométrie de Riemann. De telles notions ont été introduites pour la première fois (quoique implicitement) par M. Dirac dans sa théorie de l'électron. Le caractère géométrique des opérateurs α_k de Dirac a été signalé par les auteurs de cette Note (²) qui ont proposé d'introduire les opérateurs analogues aux matrices de Dirac dans la géométrie et de considérer la forme différentielle linéaire

$$ds = \sum_\nu \gamma_\nu dx_\nu \tag{1}$$

dont le carré donne le ds^2 ordinaire de Riemann. Cette modification de la géométrie a été nommée géométrie quantique linéaire.

2. Dans ce qui suit il est utile d'introduire avec Ricci et Levi-Civita un n-èdre orthogonal des directions définies en chaque point de l'espace. Au moyen de cet n-èdre on peut définir une quantité géométrique dont les

(¹) Séance du 22 mai 1929.

(²) *Ueber eine mögliche geometrische Deutung der relativistischen Quantentheorie* (sous presse).

composantes se transforment pour une rotation quelconque du n-èdre comme les fonctions Ψ de Dirac. Cette quantité sera désignée par le nom « demi-vecteur » (Landau).

La géométrie au ds^2 quadratique peut être basée, d'après Levi-Civita, sur l'étude du déplacement parallèle infinitésimal d'un vecteur. D'une manière analogue, la notion du déplacement infinitésimal d'un demi-vecteur peut servir comme point de départ dans l'étude de la géométrie linéaire. Écrivons pour l'accroissement des composantes d'un demi-vecteur

$$\delta\Psi = \sum_l C_l \, ds_l \, \Psi. \tag{2}$$

Les C_l sont des opérateurs (matrices) opérant sur les composantes de Ψ; les ds_l sont les composantes du déplacement le long des directions du n-èdre. L'équation pour la quantité Ψ^+ adjointe à Ψ s'écrira

$$\delta\Psi^+ = \Psi^+ \sum_l C_l^+ \, ds_l. \tag{2*}$$

Introduisons les matrices de Dirac α_k satisfaisant aux relations

$$\alpha_i \alpha_k + \alpha_k \alpha_i = 2\,\delta_{ik}$$

et formons le vecteur $A_i = \Psi^+ \alpha_i \Psi$, les formules (2) et (2*) étant données, nous pouvons calculer le changement subi par le vecteur A :

$$\delta A_i = \delta(\psi^+ \alpha_i \psi)\psi = \psi^+ \sum_l (C_l^+ \alpha_i + \alpha_i C_l)\, ds_l \, \psi. \tag{3}$$

Ce changement doit être une fonction linéaire des A_k, à savoir

$$\delta A_i = \sum_{kl} \gamma_{ikl} A_k \, ds_l. \tag{4}$$

où les γ_{ikl} sont les coefficients de Ricci. En rapprochant (3) et (4) nous obtenons

$$C_l^+ \alpha_i + \alpha_i C_l = \sum_k \gamma_{ikl} \alpha_k. \tag{5}$$

En multipliant (5) par α_i à droite et à gauche, ajoutant les résultats et tenant compte de l'identité $\gamma_{iil} = 0$, on obtient

$$\alpha_i (C_l + C_l^+) + (C_l + C_l^+)\alpha_i = 0. \tag{6}$$

On vérifie que les identités $\gamma_{ikl}+\gamma_{kil}=0$ sont satisfaites. La relation (6) montre que l'opérateur C_l est de la forme

$$C_l=g_l+i\Phi_l, \tag{7}$$

où g_l et Φ_l sont des opérateurs Hermitiens (identiques à leurs adjoints) et g_l vérifie de plus la relation $g_l\alpha_i+\alpha_i g_l=0$. En introduisant (7) dans (5) on obtient

$$i(\alpha_i\Phi_l-\Phi_l\alpha_i)=\sum_k \gamma_{ikl}\alpha_k, \tag{5*}$$

3. La formule (2) fournit immédiatement la loi de différentiation covariante d'un demi-vecteur, à savoir

$$\nabla_l\psi=\left(\frac{\partial}{\partial s_l}-C_l\right)\psi. \tag{8}$$

Posons dans (7) $g_l=0$, $\Phi_l=\frac{2\pi e}{hc}\varphi_l$, où φ_l sont les composantes du potentiel-vecteur, et introduisons les coordonnées x_α; la formule (8) donne alors

$$\nabla_\alpha\psi=\left(\frac{\partial}{\partial x_\alpha}-\frac{2\pi i}{h}\frac{e}{c}\varphi_\alpha\right)\psi. \tag{9}$$

C'est justement l'expression qui figure dans les équations de Dirac. En introduisant φ_α dans la formule (2) on obtient

$$\delta\psi=\frac{2\pi ie}{hc}\sum_\alpha \varphi_\alpha\, dx_\alpha\psi. \tag{10}$$

C'est donc dans la loi du déplacement d'un demi-vecteur que doit figurer la forme différentielle lineaire de Weyl.

4. Une théorie complète devrait fournir pour les C_l et les γ_{ikl} des équations analogues à celles de Maxwell et d'Einstein.

Il importe de signaler un point qui distingue les idées exposées dans cette Note de celles d'Einstein et de Levi-Cività : c'est l'intervention des matrices-opérateurs dans les équatious pour les quantités purement géométriques. Grâce à cela on peut bien s'imaginer un champ électromagnétique dans un espace euclidien, ce qui était impossible dans les autres théories.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *La méthode de Riemann pour les systèmes d'équations du second ordre.* Note de M. **N. Cioranesco.**

On connaît la méthode classique de Riemann pour traiter le problème suivant : « Étant donnée l'équation

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} + a\frac{\partial z}{\partial x} + b\frac{\partial z}{\partial y} + cz = 0,$$

trouver la solution z en connaissant ses valeurs ainsi que celles de ses dérivées partielles du premier ordre, le long d'un arc de courbe Γ non caractéristique ([1]). »

Il y a avantage, non seulement au point de vue de la simplicité, de traiter de la même manière le problème dans le cas des systèmes d'équations de la forme (1). On parvient à le résoudre à l'aide de la notion de système adjoint possédant un paramètre, qui m'a déjà servi à résoudre le problème de Dirichlet pour les systèmes d'équations du type elliptique ([2]).

Pour simplifier, prenons le cas de deux équations, qu'on suppose écrites sous la forme

$$(2) \qquad \begin{cases} L_1 \equiv \dfrac{\partial^2 z_1}{\partial x\,\partial y} + a_{11}\dfrac{\partial z_1}{\partial x} + a_{12}\dfrac{\partial z_1}{\partial y} + b_{11}\dfrac{\partial z_2}{\partial x} + b_{12}\dfrac{\partial z_2}{\partial y} + c_{11}z_1 + c_{12}z_2 = 0, \\ L_2 \equiv \dfrac{\partial^2 z_2}{\partial x\,\partial y} + a_{21}\dfrac{\partial z_1}{\partial x} + a_{22}\dfrac{\partial z_1}{\partial y} + b_{21}\dfrac{\partial z_2}{\partial x} + b_{22}\dfrac{\partial z_2}{\partial y} + c_{21}z_1 + c_{22}z_2 = 0. \end{cases}$$

On se propose de trouver les solutions de ce système en connaissant leurs valeurs ainsi que celles de leurs dérivées du premier ordre le long d'une courbe Γ (non caractéristique et qui n'est rencontrée qu'une seule fois par des parallèles aux axes). Soit le système adjoint à (2) :

$$(3) \qquad \begin{cases} M_1 \equiv \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x\,\partial y} - \dfrac{\partial(a_{11}u_1)}{\partial x} - \dfrac{\partial(a_{12}u_1)}{\partial y} \\ \qquad - \lambda\left[\dfrac{\partial(a_{21}u_2)}{\partial x} + \dfrac{\partial(a_{22}u_2)}{\partial y}\right] + c_{11}u_1 + \lambda c_{21}u_2, \\ M_2 \equiv \dfrac{\partial^2 u_2}{\partial x\,\partial y} - \dfrac{1}{\lambda}\left[\dfrac{\partial(b_{11}u_1)}{\partial x} + \dfrac{\partial(b_{12}u_1)}{\partial y}\right] \\ \qquad - \dfrac{\partial(b_{21}u_2)}{\partial x} - \dfrac{\partial(b_{22}u_2)}{\partial y} + \dfrac{1}{\lambda}c_{12}u_1 + c_{22}u_2, \end{cases}$$

([1]) Voir par exemple Darboux, *Géométrie*, 2, p. 71.

([2]) Voir *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 31, et *Thèse*, Paris, Gauthier-Villars.

λ étant un paramètre quelconque, différent de zéro. Entre (2) et (3) on a la relation

$$(I) \qquad u_1 L_1 - z_1 M_1 + \lambda(u_2 L_2 - z_2 M_2) = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y},$$

où

$$F = \frac{1}{2}\left(u_1 \frac{\partial z_1}{\partial y} - z_1 \frac{\partial u_1}{\partial y}\right) + \frac{\lambda}{2}\left(u_2 \frac{\partial z_2}{\partial y} - z_2 \frac{\partial u^2}{\partial y}\right)$$
$$+ a_{11} z_1 u_2 + \lambda a_{21} z_1 u_2 + b_{11} z_2 u_1 + \lambda b_{21} z_2 u_2,$$

et de même G. Soient A un point non situé sur Γ et B, C les points de rencontre de Γ avec les parallèles aux axes menées de A. Si l'on intègre (I) dans le triangle curviligne ainsi obtenu, et en procédant de la même manière que dans le cas de l'équation (1) on trouve

$$(4) \qquad (u_1 z_1)_A + \lambda(u_2 z_2)_A = \frac{(u_1 z_1)_B + (u_1 z_1)_C}{2} + \lambda \frac{(u_2 z_2)_B + (u_2 z_2)_C}{2} - \int_{(B\Gamma C)} F\,dy - G\,dx.$$

en supposant que u_1, u_2 sont solutions du système $M_1 = M_2 = 0$ et qu'en outre satisfont aux conditions

$$(5) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial x} - a_{12} u_1 - \lambda a_{22} u_2 = 0 \text{ sur AB}; & \dfrac{\partial u_1}{\partial y} - a_{11} u_1 - \lambda a_{21} u_2 = 0 \text{ sur AC}; \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial x} - \dfrac{1}{\lambda} b_{12} u_1 - b_{22} u_2 = 0 \text{ sur AB}; & \dfrac{\partial u_2}{\partial y} - \dfrac{1}{\lambda} b_{11} u_1 - b_{21} u_2 = 0 \text{ sur AC}. \end{cases}$$

On peut ajouter en outre la condition $(u_1)_A = (u_2)_A = 1$. Alors en admettant l'existence de ces solutions élémentaires, on a à l'aide de (4) $(z_1)_A$ et $(z_2)_A$. En effet, on n'a qu'à donner à λ deux valeurs particulières, soient $\lambda = \lambda_1$, $\lambda = \lambda_2$ et du système ainsi obtenu on tire z_1, z_2. Le résultat est indépendant du choix de λ_1, λ_2 comme on peut montrer facilement.

Si à la place de Γ on considère le contour BDC formé par des parallèles aux axes, telles que ABDC soit un rectangle, alors on peut obtenir l'analogue de la relation d'échange des arguments. En effet supposons que z_1, z_2 solutions de (2) satisfont aussi aux équations

$$(6) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial z_1}{\partial x} + a_{12} z_1 + b_{12} z_2 = 0 \text{ sur CD}; & \dfrac{\partial z_1}{\partial y} + a_{11} z_1 + b_{11} z_2 = 0 \text{ sur BD}; \\ \dfrac{\partial z_2}{\partial x} + a_{22} z_1 + b_{22} z_2 = 0 \text{ sur CD}; & \dfrac{\partial z_2}{\partial y} + a_{21} z_1 + b_{21} z_2 = 0 \text{ sur BD} \end{cases}$$

et

$$(z_1)_D = (z_2)_D = 1.$$

Alors on trouve que l'on a entre ces solutions la relation d'échange

suivante :

(7) $$z_1(A; D) + \lambda z_2(A; D) = u_1(D; A \mid \lambda) + \lambda u_2(D; A \mid \lambda).$$

On peut traiter de cette manière le système suivant :

$$\frac{\partial^2 z_i}{\partial x\, \partial y} + \sum_{k=1}^{n} \left(a_{i1}^{(k)} \frac{\partial z_k}{\partial x} + a_{i2}^{(k)} \frac{\partial z_k}{\partial y} \right) + \sum_{k=1}^{n} b_{ik} z_k = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

et il est plus avantageux de le considérer sous cette forme que de le ramener à un système de $2n$ équations aux dérivées partielles du premier ordre.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la sommation de certaines séries des fonctions intégrables. Application aux fonctions orthogonales.* Note de M. **Jacques Chokhate**, transmise par M. Appell.

1. Soit donnée dans un intervalle fini (a, b) une suite de fonctions

$$\{f_n(x) - L^p\},$$

c'est-à-dire telles que $\int_a^b |f_n(x)|^p\, dx$ existe ($n = 1, 2, 3, \ldots, p > 0$).

Lemme. — *La convergence de la série* $\sum_{n=1}^{\infty} \int_a^b |f_n(x)|^p\, dx$ *entraîne celle de* $\sum_{n=1}^{\infty} |f_n(x)|^{p'}$, *avec* $0 < p' \leqq p$, *et cela p. p.* (= *presque partout*) *dans* (a, b).

Ce lemme, corollaire d'un théorème de M. Fubini, permet d'énoncer certaines propositions intéressantes.

Théorème I. — *Ayant donné une suite de constantes* $\{A_n\}$ *telles que* $\sum_{n=1}^{\infty} |A_n|^\varepsilon$ *converge avec une certaine* $\varepsilon > 0$, *on en conclut la convergence p. p. dans* (a, b) *de la série* $\sum_{n=1}^{\infty} |A_n|^{\varepsilon'} |f_n(x)|^{p'}$, *avec* $\varepsilon' \geqq \varepsilon$, $0 \leqq p' \leqq p$, *quelle que soit la suite* $\{f_n(x) - L^p\}$ *assujettie à la seule condition* $\int_a^b |f_n(x)|^p\, dx < K$ — *quantité ne dépendant pas de n.*

---

(1) G. Fubini, *Sulla derivazione per serie* (*Atti della Reale Accademia dei Lincei*, série V, 24, 1915, p. 204-206).

THÉORÈME II. — *La convergence de la série* $\sum_{n=1}^{\infty}|A_n|^{\varepsilon}(\varepsilon<0)$ *entraine celle de* $\sum_{n=1}^{\infty}|A_n|^{\varepsilon'}|\psi_n(x)\omega_n(x)|^{p'}$ *p. p. dans* (a, b), *avec* $\varepsilon'\geqq\varepsilon$, $0\leqq p'\leqq \min.\left(2, \frac{2p}{2+p}\right)$, $\{\psi_n(x)\}$ *désignant ici (et dans tout ce qui suit) une suite orthogonale et normale de fonctions définies, d'ailleurs arbitrairement, dans* (a, b), *la suite* $\{\omega_n(x)-L^p\}$ *étant telle que* $\int_a^b|\omega_n(x)|^p\,dx<K$.

Prenons ici $\omega_n(x)\equiv 1$, et nous obtenons des résultats supplémentant et généralisant ceux de MM. Chen [1].

COROLLAIRES. — 1° $\sum_{1}^{n}|\psi_n(x)|^{p'}=o(n\log^{1+\delta}n)$ $(0\leqq p'\leqq 2,\ \delta>0,$ *arbitraire*) *p. p. dans* (a, b); 2° *la série* $\sum_{n=1}^{\infty}|A_n|^{\varepsilon'}|\psi_n(x)\omega_n(y)|^{p'}$ *converge p. p. dans le carré* $0\leqq x, y\leqq 1$, *sous les mêmes conditions que le théorème II.*

2. Appliquons les énoncés ci-dessus à la suite orthogonale et normale des polynomes de Tchebycheff $\varphi_n(x)=a_nx^n+\ldots$ $(n=0, 1, \ldots;\ a_n>0)$ définis par les relations

$$\int_a^b p(x)\varphi_m(x)\varphi_n(x)\,dx=\begin{cases}0, & m\neq n\\ 1, & m=n\end{cases}\qquad [p(x)\geqq 0 \text{ dans } (a, b)].$$

THÉORÈME III. — *De la seule convergence de la série* $\sum_{n=0}^{\infty}|A_n|$ *on conclut que : α. la série* $\sum_{n=0}^{\infty}A_n\sqrt{p(x)}\,\varphi_n(x)$ *converge absolument p. p. dans* (a, b), *quelle que soit la fonction caractéristique* $p(x)$; *β. si l'on ajoute que*

$$A_n=\int_a^b p(x)f(x)\varphi_n(x)\,dx,$$

avec $f(x)-L^2$ $(n=0, 1, \ldots)$, *alors la somme de la série ci-dessus y est égale à* $\sqrt{p(x)}f(x)$; *d'ailleurs, la série* $\sum_{n=0}^{\infty}A_n\varphi_n(x)$ *converge alors (absolument)*

---

[1] CHEN, KIEN-KWONG, *On the System of Normalized Orthogonal Functions* (*The Tôhoku Mathematical Journal*, 30, 1928, 1-9, p. 3); voir aussi E.-W. HOBSON, *The Theory of Functions of a Real Variable*, 2e éd., 2, 1926, p. 768.

vers $f(x)$ p. p. dans chaque ensemble de points d'une mesure positive contenu dans (a, b) où $p(x)$ admet une limite inférieure différente de zéro.

THÉORÈME IV. — *Admettons l'existence de* $\int_a^b \frac{\log p(x)\,dx}{\sqrt{(x\times a)(b-x)}}$. *Supposons, en outre, que dans la relation de récurrence bien connue*

$$\bar{\varphi}_n(x) = \bar{\varphi}_{n-1}(x)(x-c_n) - \lambda_n \bar{\varphi}_{n-2}(x) \qquad \left[n \geqq 2;\ \bar{\varphi}_n(x) \equiv \frac{1}{a_n}\varphi_n(x),\ c_n,\ \lambda_n \text{ — constantes}\right],$$

les différences $c_n - \frac{b+a}{2}$, $\lambda_n - \left(\frac{b-a}{4}\right)^2$ *conservent leurs signes pour toutes les valeurs de n suffisamment grandes* [1]. *Alors*

$$\sqrt{p(x)}\,\varphi_n(x) = C_1 \cos n\varphi + C_2 \sin n\varphi + o(1),$$

p. p. dans (a, b) $\left(\cos\varphi = \frac{2x-a-b}{b-a}\right)$, $C_{1,2}$ *ne dépendant pas de n.*

Remarque. — On peut construire une suite des constantes positives $\{A_n\}$ telles que $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$ converge, tandis que $\sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 \log^2 n$ diverge. On voit ainsi que le critère donné plus haut (théorème II) n'est nullement contenu dans le critère de M. Rademacher [2].

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'influence des arguments des coefficients sur la croissance des fonctions entières.* Note [3] de M. **PAUL LÉVY**, présentée par M. Hadamard.

Désignons par $f(z)$ une fonction entière, par $M(r)$ son module maximum pour $|z| = r$, par $m(r)$ le module du plus grand terme, et par $F(r) = m(r)\,\omega(r)$ la somme des modules des termes. $M(r)$ étant compris entre $m(r)$ et $F(r)$, l'objet de la présente Note est de montrer dans quelles conditions $M(r)$ peut s'approcher (sans l'atteindre) de sa borne inférieure $m(r)$.

1° *Fonctions à majorantes régulières.* — Nous appellerons ainsi celles pour lesquelles chacun des termes a pour au moins une valeur de r son module

---

(1) Exemple : polynomes de Legendre et de Jacobi.

(2) H. RADEMACHER, *Einige Sätze über Reihen von allgemeinen Orthogonalfunktionen* (*Mathematische Annalen*, 87, 1922, p. 120).

(3) Séance du 22 mai 1929.

égal à $m(r)$. Pour ces fonctions, et, pour r assez grand, on a

$$(1) \qquad M(r) > k\,m(r)\sqrt{\frac{\omega(r)}{\log\omega(r)}},$$

k désignant une constante convenable, indépendante de $f(z)$. Il est probable qu'on peut même, dans cette formule, supprimer le facteur logarithmique; on aurait alors une formule qui serait la plus précise possible.

Ces résultats s'étendent, sous des conditions assez larges, aux fonctions *pseudo-régulières*, déduites des précédentes par suppression de certains termes.

2° *Fonctions régulières ou pseudo-régulières s'approchant de la limite obtenue.* — Désignons par $H_n(z)$ le polynome de Hardy et Littlewood de degré $n+1$, dont les $n+2$ coefficients ont pour module l'unité, tandis que son module maximum pour $|z|=1$ est $\leq K\sqrt{n+2}$, K étant une constante indépendante de n; par $r_1, \ldots, r_p, \ldots$ et $n_1, \ldots, n_p, \ldots$ deux suites d'entiers indéfiniment croissants, et tels que les valeurs de $\dfrac{r_{p+1}-r_p}{\sqrt{r_p\log r_p}}$ augmentent indéfiniment, celles de $\dfrac{n_p}{\sqrt{r_p}}$ étant bornées. Si l'on pose

$$(2) \qquad f_1(z) = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{z^{r_p}}{r_p!} H_{n_p}\left(\frac{z}{r_p}\right),$$

on a pour p assez grand, ε étant arbitrairement petit,

$$(3) \qquad M_1(r_p) < (1+\varepsilon) K m_1(r_p) \sqrt{\omega_1(r_p)}.$$

Cet exemple est d'ailleurs facile à généraliser.

Signalons d'autre part comme des résultats probables, d'une part que la fonction

$$(4) \qquad f_2(z) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{n^2\alpha\pi i} \frac{z^n}{n!},$$

où α est irrationnel, vérifie pour tout r assez grand une inégalité de la forme

$$(5) \qquad M_2(r) < K' m_2(r) \sqrt{\omega_2(r)},$$

et d'autre part, si l'hypothèse de Riemann sur $\zeta(s)$ est vraie, que la fonction

$$(6) \qquad f_3(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \mu(n) \frac{z^n}{n!},$$

où $\mu(n)$ désigne le coefficient de $\frac{1}{n^s}$ dans $\frac{1}{\zeta(s)}$, vérifie, pour ε arbitrairement petit et r assez grand, l'inégalité

$$M_3(r) < m_3(r)[\omega_3(r)]^{\frac{1}{2}+\varepsilon}. \tag{7}$$

3° *Fonctions irrégulières*. — Désignons par $f_4(z)$ une fonction telle que $\frac{M_4(r)}{F_4(r)}$ et $\frac{m_4(r)}{M_4(r)}$ tendent vers zéro pour r infini, et que, si ρ_n désigne la racine de

$$\frac{d \log M_4(r)}{d \log r} = n,$$

les rapports $\frac{\rho_{n+1}}{\rho_n}$ soient bornés supérieurement [les fonctions $f_2(z)$ et $f_3(z)$ semblent vérifier ces conditions]. On peut alors, $\varphi(r)$ désignant une fonction de croissance assez régulière et arbitrairement lente, d'une part former une fonction $f_5(z)$ telle que, pour r infiniment croissant,

$$M_5(r) \sim m_5(r)\varphi(r) \sim M_4(r), \qquad F_5(r) \sim F_4(r), \tag{8}$$

d'autre part une fonction $f_6(z)$ telle que, pour une suite convenable de valeurs $r'_1, \ldots, r'_p, \ldots$, infiniment croissantes, on ait

$$M_6(r'_p) \sim m_6(r'_p) \sim \varphi(r'_p) M_4(r'_p), \qquad F_6(r) \sim F_4(r). \tag{9}$$

L'hypothèse relative aux nombres ρ_n n'est d'ailleurs utilisée que pour la définition de $f_5(z)$, et pas pour celle de $f_6(z)$.

MÉCANIQUE. — *Sur la suspension élastique des pendules.* Note (¹) de M. **J. Haag**, présentée par M. G. Kœnigs.

Dans la théorie habituelle, on admet que la lame prend la forme d'un arc de cercle. C'est évidemment faux et même grossièrement si, comme il arrive souvent dans la pratique, la lame est très mince, car elle se comporte sensiblement, dans ce cas, comme un fil et sa forme est presque rectiligne, avec un coude très brusque à l'encastrement.

Voici une théorie où l'on ne fait aucune hypothèse de ce genre.

Soient O_1 le point fixe où est encastrée la lame, O_1x_1 la tangente verticale d'encastrement, O_1y_1 l'axe perpendiculaire. Soient O l'extrémité mobile

(¹) Séance du 22 mai 1929.

de la lame, Ox et Oy des axes parallèles à O_1x_1 et O_1y_1. Appelons α, β les coordonnées de O par rapport à $O_1x_1y_1$; θ l'angle polaire de la tangente d'encastrement en ce point, c'est-à-dire l'élongation du pendule; N, X, Y le couple et les composantes de la réaction d'encastrement exercés, en O, par le pendule sur la lame; x, y les coordonnées d'un point quelconque P de la lame; M le moment élastique de la lame. On a approximativement, en se bornant aux petites oscillations,

$$\text{(1)} \qquad M\frac{d^2y}{dx^2} = N_1 - xY + yX,$$

en posant

$$\text{(2)} \qquad N_1 = N + \alpha Y - \beta X.$$

Appliquons maintenant les théorèmes du centre de gravité et du moment cinétique au pendule, les axes de référence étant Oxy. Il vient, en appelant I le moment d'inertie du pendule par rapport à O et a la distance de O au centre de gravité, et en négligeant le second ordre en θ et θ',

$$\text{(3)} \qquad X = mg, \qquad Y = -m(\beta'' + a\theta''),$$

$$\text{(4)} \qquad -N = I\theta'' + mga\theta + ma\beta''.$$

En intégrant l'équation linéaire (1), on obtient l'équation de la lame

$$\text{(5)} \qquad y = \frac{N_1}{X}(\operatorname{ch}\omega x - 1) + \frac{Y}{X\omega}(\omega x - \operatorname{sh}\omega x),$$

où l'on a posé

$$\text{(6)} \qquad \omega^2 = \frac{mg}{M}.$$

En faisant $x = \alpha = \lambda$ dans y et $\frac{dy}{dx}$, on obtient les valeurs de β et θ en fonction de $\omega\lambda = u$. Éliminant X, Y, N entre les équations ainsi obtenues et les équations (3) et (4), il vient

$$\text{(7)} \quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{\Delta R^2}{g}\theta'' = \theta\left[a(\operatorname{ch}u - 1 - u\operatorname{sh}u) - \lambda\left(\operatorname{ch}u - \frac{\operatorname{sh}u}{u}\right)\right] + \varphi[au\operatorname{sh}u + \lambda(\operatorname{ch}u - 1)],\\ &\frac{\Delta}{g}(a\theta'' + \lambda\varphi'') = \theta(\operatorname{ch}u - 1) - \varphi u\operatorname{sh}u, \end{aligned} \right.$$

où R désigne le rayon de gyration du pendule autour de son centre de gravité et où l'on a posé $\beta = \lambda\varphi$ et

$$\Delta = u\operatorname{sh}u - 2(\operatorname{ch}u - 1).$$

Il s'agit d'intégrer le système linéaire (7). On forme aisément l'équation donnant les deux périodes de l'oscillation. En supposant que $\frac{\lambda}{a}$ est très petit et que u ne l'est pas, ce qui a lieu si *la lame n'est pas très épaisse*, on trouve que l'accroissement de la longueur l du pendule synchrone, qui est imputable à la lame, est

$$(8) \qquad dl = \frac{\lambda}{l}\left(a - \frac{a^4 + R^4}{a^3}\frac{\operatorname{ch} u}{u \operatorname{sh} u} - \frac{2R^2}{au \operatorname{sh} u}\right).$$

Si l'on néglige R^2 devant a^2, cette formule se réduit à

$$(9) \qquad dl = \lambda\left(1 - \frac{\operatorname{ch} u}{u \operatorname{sh} u}\right).$$

Si u est assez grand, on a, plus simplement encore,

$$(10) \qquad dl = \lambda\left(1 - \frac{1}{u}\right).$$

On peut aussi calculer la seconde période, qui est très courte, et déterminer le double mouvement du pendule et de la lame en fonction des conditions initiales. On trouve que, pour obtenir une oscillation strictement sinusoïdale, il faut écarter le pendule par une force normale appliquée au centre de gravité.

Dans ces conditions, la forme de la lame est obtenue par une homothétie de rapport $\frac{1}{\omega}$ et une amplification des ordonnées dans le rapport θ, à partir de la courbe

$$y = \frac{\operatorname{ch} u}{\operatorname{sh} u}(\operatorname{ch} x - 1) + x - \operatorname{sh} x.$$

J'ai construit cette courbe pour les différentes valeurs de u, en la limitant par la longueur de la lame. Les formes obtenues sont en parfait accord avec ce que fait prévoir le bon sens et se rapprochent d'autant plus de la ligne droite que u est plus grand, c'est-à-dire que la lame est plus mince.

ASTRONOMIE COSMOGONIQUE. — *Précisions sur les formes et l'évolution de la masse terrestre avant sa condensation sphéroïdale.* Note de M. **Émile Belot**.

La Cosmogonie dualiste peut déduire de sa théorie et de la loi des distances des planètes et des satellites (distances des planètes en rayons solaires

$X_n = 62,3 + 1,886^n$), des précisions sur l'évolution des formes successives de la masse terrestre, d'abord *anneau* émis par la pulsation du protosoleil, puis *tube-tourbillon* en lequel s'enroule l'anneau avec son axe dans la direction de celui de la Terre, enfin *sphéroïde* résultant de la condensation du tourbillon vers son centre de gravité.

Le protosoleil de rayon équatorial 62,3, ayant un aplatissement 0,38 dû à sa rotation en 57 jours et une densité 10^{-5}, reçoit de la nébuleuse sur son hémisphère nord un choc relatif à grande vitesse qui le fait entrer en pulsation. A chaque pulsation renflant l'Équateur, les couches australes non freinées par le choc montent par inertie vers l'Équateur et acquièrent par le renflement de pulsation une vitesse centrifuge tendant à les expulser sous forme d'un anneau peu épais, mais de grande hauteur H dans le sens méridien; nous prendrons $H = 120$ rayons terrestres.

L'anneau terrestre ($n = 8$) est le huitième émis après les anneaux des grosses planètes légères. Il peut donc contenir des vapeurs de métaux lourds (fer, etc.), tout en ayant la densité moyenne 10^{-5} du protosoleil. Il lui reste à parcourir dans la nébuleuse $8 \times 6,281 = 50,248$ u. a. à la vitesse moyenne V_1 jusqu'à l'écliptique primitive où il se condensera. La distance 6,281 u. a. est celle qui sépare deux pulsations consécutives sur l'axe de translation du protosoleil.

Combien de temps T l'anneau terrestre a-t-il mis pour parcourir 50,248 u. a? Le protosoleil, de densité 10^{-5}, a une pulsation ressemblant à celle des Céphéides; on peut lui appliquer la formule reliant la période P à la densité d et appliquée par Shapley aux Céphéides ($P = A : \sqrt{d}$). La densité 10^{-5} correspond à $P = 39^j,5$, d'où $T = 8 \times 39^j,5 = 316$ jours et $V_1 = 275^{km}$. L'anneau terrestre ayant passé du rayon 0,29 u. a. (62,3 rayons solaires) à la distance 1 en 316 jours a eu une vitesse moyenne centrifuge de $3^{km},8$ par seconde.

Par un calcul indépendant, on peut confirmer ces résultats. Par la loi des inclinaisons des axes planétaires, nous avons trouvé la valeur $K = 9,90$ u. a. dont l'inverse est proportionnel au coefficient de résistance du milieu nébuleux et qui est relié aux éléments précédents par la formule

$$6,281 = 9,90 \, L \, 1,886.$$

En admettant la résistance proportionnelle au carré de la vitesse, la durée t, pour passer de la vitesse initiale W à la vitesse V, est donnée par la formule connue

$$t : K = 1 : V - 1 : W.$$

En observant que la vitesse de 20 km-sec correspond à 4,2 u. a. par an, la formule précédente donne $t = 0,86$ an en 316 jours pour $W = 500^{km}$ et $V = 50^{km}$. La moyenne de W et V est bien 275^{km}, et leurs valeurs sont très admissibles.

En achevant de traverser la nébuleuse à vitesse réduite pendant près d'un siècle le protosoleil s'est chargé de matière nébuleuse et la période P s'est allongée malgré l'augmentation de densité : car la formule de Shapley n'est pas applicable à un sphéroïde dont la masse augmente.

Condensation de l'anneau terrestre en un tube-tourbillon coaxial à l'axe de la Terre. — A un certain niveau de la nébuleuse, la composante V_0 de sa translation parallèle à l'écliptique a réduit la vitesse de révolution de l'anneau terrestre en une région A qui a ainsi tendance à tomber sur le Soleil, mais est refoulée en arrière par V_0 de manière à amorcer la rotation dans le sens direct d'un tube-tourbillon; l'épaisseur de l'anneau qui était d'abord de 2870^{km} (puisque sur la hauteur H il contenait la masse de la Terre à la densité 10^{-5}) s'était réduite à 831^{km} en passant du rayon 0,29 u. a. du protosoleil à la distance 1. Pour préciser le rayon du tourbillon terrestre, nous calculerons sa vitesse périphérique que nous admettrons la même que pour le tourbillon de Mars dont la loi des distances donne le rayon 0,165. En égalant le moment de rotation du tourbillon de Mars à celui de la planète de même masse, mais animée de la vitesse de rotation d'un satellite tangent à son équateur, on trouve la vitesse (17^{km}) à la surface du tourbillon de Mars. En faisant le même calcul des moments de rotation de la Terre primitive et de son tourbillon, on trouve que la vitesse tangentielle de 17^{km} à sa surface correspond à un rayon de 0,35 ou 2240^{km}. Ce rayon correspond à celui des parallèles de $\pm 70°$, qui marque le rayon moyen de l'océan Arctique et de l'Antarctide. C'est aussi tout près de ces parallèles que se trouvent les pôles magnétiques de la Terre et l'on peut observer que dans un tourbillon les matières denses se portent à sa surface, ce qui expliquerait que les masses magnétiques soient accumulées près de ces parallèles $\pm 70°$. Le tourbillon terrestre de hauteur H et de rayon 0,35, ayant à peu près la même masse que la Terre avait une densité 0,5.

Condensation longitudinale du tourbillon terrestre en sphéroïde. — Le tourbillon terrestre dont la longueur est supposée avoir été de deux fois la distance de la Lune, mettra à se condenser le même temps que la Lune mettrait à tomber sur la Terre, soit $t = 27^j,3 : 4\sqrt{2} = 4,87$ jours. Les parties Nord et Sud du tourbillon convergeant vers son centre y arrivent chacune avec une vitesse voisine de 11 km-sec, c'est ainsi avec une vitesse relative de 22^{km}

qu'elles viennent s'écraser dans l'Équateur et en font jaillir plusieurs anneaux dont le premier formera la Lune. Les quatre autres anneaux auront les rayons 1,35 — 3,147 — 8,744 — 24,67 donnés par la loi des distances ($X_n = 0,35 + 2,8972^n$) des satellites de la Terre. Le coefficient 2,8972 est proportionnel à la racine cubique de la masse de la Terre. La durée de formation des cinq anneaux n'a pas dû dépasser cinq jours.

La condensation rapide de la masse terrestre produit l'amortissement de sa rotation et une rotation relative vers l'Est des régions australes que l'on constate sur la Terre et sur Mars.

Remarque. — D'autres hypothèses sur la hauteur H changeraient peu nos conclusions.

ASTRONOMIE. — *Sur la correction des orbites à l'aide des coordonnées rapportées au plan du mouvement.* Note [1] de M. **Thadée Banachiewicz**, présentée par M. H. Andoyer.

Nous nous proposons d'exposer ici l'application des *formules du nouveau genre* [2] au problème de la détermination des dérivées des coordonnées angulaires par rapport aux éléments de l'orbite dans le cas où l'on rapporte ces coordonnées, d'après une proposition de Safford, au plan de l'orbite héliocentrique de l'astre. Nous nous servirons des notations de M. Andoyer [3] en y adjoignant les désignations P_x, P_y, ..., R_y, R_z pour les constantes vectorielles [4] de l'orbite, et $\bar{x} = r\cos v$, $\bar{y} = r\sin v$ pour les coordonnées orbitales.

On commencera par déterminer les cinq cosinus a à l'aide de la relation

$$(1)\quad \begin{Bmatrix} a_1 & .. & .. \\ a_2 & .. & .. \\ a_3 & a_4 & a_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos\delta & . & -\sin\delta \\ .... & 1 & ...... \\ \sin\delta & . & \cos\delta \end{Bmatrix} . \begin{Bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & . \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & . \\ ...... & .... & 1 \end{Bmatrix} . \begin{Bmatrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{Bmatrix}.$$

---

(1) Séance du 27 avril 1929.

(2) *Circ. Obs. Crac.*, 16, 1925, p. 1; 17, 1925, p. 1; *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1116; *Acta Astron. C.*, 1, 1929, p. 63.

(3) *Cours de Mécanique céleste*, 1, 1923, Chap. IX.

(4) *Circ. Obs. Crac.*, 17, 1925, p. 5; *Monthly Notices R. A. S.*, 89, 1928, p. 215.

En se servant des formules connues [1] on calculera les six dérivées

$$b_i = \frac{\partial \overline{x}}{\partial e_i}, \qquad b_{i+3} = \frac{\partial \overline{y}}{\partial e_i} \qquad (i = 1, 2, 3), \tag{2}$$

où l'on a désigné par e_1, e_2, e_3 les éléments intrinsèques caractérisant les dimensions et la forme de l'orbite ainsi que l'époque du passage par le périhélie.

En posant, en outre, $\sigma = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$, $m = 1 : \sigma\rho$, on déterminera les cinq quantités c à l'aide de l'expression

$$\left\{ c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5 \right\} = \left\{ \begin{matrix} \dots & +1 & -a_3 & \dots & a_1 \\ -1 & \dots & \dots & -a_3 & a_2 \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} ma_1 \\ ma_2 \end{matrix} \right\}, \tag{3}$$

et l'on obtiendra l'ensemble des coefficients différentiels cherchés du tableau

	de_1.	de_2.	de_3.	dP.	dQ.	dR.
$\cos\delta' d\alpha'$	.	.	.	.	.	.
$d\delta'$	.	.	.	.	.	.

en formant le produit

$$\left\{ \begin{matrix} b_1 & b_2 & b_3 & . & . & -\overline{y} \\ b_4 & b_5 & b_6 & . & . & \overline{x} \\ .. & .. & .. & \overline{y} & \overline{x} & . \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} c_1 & c_3 \\ c_2 & c_4 \\ .. & c_5 \end{matrix} \right\}. \tag{4}$$

Les quantités $\cos\delta' d\alpha'$ et $d\delta'$ seront données par la relation

$$\left\{ \begin{matrix} \cos\delta' d\alpha' \\ d\delta' \end{matrix} \right\} = \frac{1}{\sigma} \left\{ \begin{matrix} \cos\delta\, d\alpha \\ d\delta \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} a_5 & a_4 \\ -a_4 & a_5 \end{matrix} \right\}. \tag{5}$$

Abstraction faite des avantages généraux du calcul numérique à l'aide de *cracoviens* et des simplifications provenant de l'usage des constantes vectorielles, l'avantage du procédé ci-dessus consiste en ce qu'on n'a pas à déterminer les auxiliaires trigonométriques ϑ_1, i_1; ω_1 (éléments rapportés à l'équateur) et α',

Dans un Mémoire qui est en cours d'impression j'établis aussi une autre méthode arithmométrique de résoudre le même problème pouvant servir à vérifier les résultats obtenus par le procédé de cette Note.

---

(1) ANDOYER, *loc. cit.*, Chap. V, formules (12) et (15).

GÉODÉSIE. — *Détermination du zéro international des altitudes, compte tenu de la loi de variation du niveau moyen annuel de la mer.* Note [1] de M. **E. Prévot**, présentée par M. Ch. Lallemand.

Dès 1894, l'Association Géodésique internationale avait mis à l'étude le choix d'un zéro international des altitudes. En 1889, M. Ch. Lallemand a fait voir que la meilleure solution pratique du problème consistait à faire coïncider, dans chaque pays, le *zéro normal* des altitudes avec le niveau moyen d'une mer voisine [2]. Or, d'une Note récente [3], il résulte que, avec le temps, ce niveau moyen subit de lentes oscillations de l'ordre du *décimètre*. L'unification des zéros altimétriques serait donc très mal réalisée quand — et c'est le cas général — ils résultent d'observations marémétriques non simultanées et d'insuffisante durée. L'*équation* par laquelle j'ai exprimé la variation lente *du niveau moyen annuel de la mer* [4], permettrait, dorénavant, de fixer, avec plus de précision, un *zéro international des altitudes*, valable pour tous les continents.

Désignons en effet par *niveau moyen normal* en un point, celui qui correspondrait à une très longue durée d'observations, soit de 93 ans, par exemple, période de la plus lente des ondes marines reconnues. S'il existait, dans chaque pays, un poste marémétrique, dit *poste étalon*, comportant des observations suffisamment prolongées pour permettre d'en tirer les coefficients numériques de l'équation du niveau moyen annuel, on en déduirait aisément la cote, en ce point, du niveau *moyen normal*. Les niveaux moyens normaux ainsi calculés pour les divers pays appartiendraient à une même surface de niveau, le *géoïde*, qui se trouverait ainsi expérimentalement repérée et que, dès lors, il conviendrait de choisir comme *zéro international des altitudes*.

Mais, dans la plupart des stations actuellement pourvues de marégraphes ou de medmarémètres, la durée des observations ne permettra pas avant longtemps ce calcul *direct*. Toutefois, dans les régions où, dès maintenant, il

---

(1) Séance du 22 mai 1929.

(2) Voir Ch. Lallemand, *Rapport présenté au nom de la Commission du zéro international des altitudes* (*Comptes rendus de l'Association Géodésique internationale*; Genève, 1893, p. 124. Éditeur : G. Reimer, Berlin, 1894).

(3) Ch. Lallemand et E. Prévot, *Variations lentes du niveau moyen de la mer sur le littoral français* (*Comptes rendus*, 188, n° 22, 1929, p. 1345).

(4) Note ci-dessus, p. 1347.

existe un poste étalon, une cote *très approchée* du niveau moyen normal peut être obtenue en ayant égard aux deux remarques suivantes :

1° Les coefficients numériques de l'équation du niveau moyen annuel, déterminés pour un poste, sont applicables dans une étendue, limitée sans doute, mais probablement *très vaste;*

2° Si l'on compare les lentes variations du niveau observé en plusieurs postes d'une même région, on constate, dans l'ensemble, une certaine similitude, prouvant qu'elles sont dues aux mêmes causes générales. Dès lors, si, pour deux postes, A et B, d'un littoral supposé stable, on calcule les cotes des niveaux moyens résultant d'observations *simultanées*, faites pendant une relativement courte période de 5 à 10 ans, par exemple, l'écart entre les deux cotes peut, à un certain dégré près d'approximation, être considéré comme une *constante* valable pour toute autre période (1).

Cela étant, soient :

M, le niveau moyen normal calculé pour un poste régional étalon et μ le niveau moyen normal à déterminer pour un autre poste de la même région, où n'ont été effectuées que des observations marémétriques temporaires;

M_n et μ_n les niveaux moyens obtenus pendant n années d'observations simultanées, respectivement faites au poste étalon et au poste temporaire.

D'après la seconde des remarques ci-dessus, l'écart $\mu_n - M_n$ est une *constante;* la relatiou

$$\mu = M + \mu_n - M_n$$

fournira, par suite, une cote très approchée du *niveau moyen normal* pour le poste temporaire.

Si ce dernier poste doit être utilisé pour fixer le zéro normal des nivellements d'un pays, il suffit de faire coïncider ce zéro avec le *niveau moyen normal* μ ainsi calculé, ce qui assure *ipso facto* son identité avec le *zéro international des altitudes*.

En vue d'atténuer, dans un pays donné, l'effet des erreurs des nivellements, on pourra déterminer, comme il vient d'être dit, la cote du niveau moyen normal en plusieurs postes temporaires, situés sur le littoral ou sur celui de régions voisines, et l'on fera ensuite coïncider le *zéro normal* des altitudes de ce pays avec la moyenne des cotes en question, calculée en faisant abstraction des postes affectés d'anomalies locales (2).

(1) Cet écart représente la somme algébrique de l'erreur du nivellement entre A et B et des anomalies permanentes éventuelles du niveau moyen dans ces deux stations.

(2) Voir *Bulletin géodésique* de 1928 (p. 96 et 97) la règle que je propose pour faire la discrimination utile.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *La théorie électronique de l'éther et l'électromagnétisme*. Note de M. **Alex. Véronnet**, transmise par M. P. Appell.

Nous avons vu dans une Note précédente comment on pouvait réaliser un éther en équilibre stable, au moyen de particules électriques négatives et comment ce milieu très simple transmettait les ondes lumineuses, il explique également bien les lois et les phénomènes électromagnétiques, en particulier les deux lois fondamentales de Maxwell et celle de Laplace.

1. *Champ électrique et champ magnétique.* — Si nous plaçons dans ce milieu une charge électrique, toutes les particules d'éther environnantes sont déplacées radialement. Ce déplacement matérialise les courbes équipotentielles et le déplacement électrique de Maxwell. Il fait dépendre ainsi l'attraction électrique en un point uniquement de la déformation électrique en ce point et non de l'action à distance.

Si notre charge électrique, un électron par exemple, se déplace, toutes les particules d'éther environnantes décrivent des trajectoires fermées, toutes en phase sur le mouvement de la charge. Ces tourbillons des particules d'éther possèdent chacun un moment magnétique parfaitement défini par la surface décrite et la vitesse du déplacement. Ils constituent bien le champ magnétique engendré par le courant électrique, avec toutes ses particularités. C'est l'extension à l'éther de la théorie d'Ampère et de Lorentz, qui explique le magnétisme de la matière par les courants corpusculaires ou les tourbillons des électrons atomiques.

L'énergie électrique est bien ainsi une énergie potentielle et le vecteur électrique un vecteur polaire. D'autre part l'énergie magnétique est une énergie cinétique et le vecteur magnétique un vecteur axial, conformément aux idées de Maxwell. Or on sait que tout l'électromagnétisme peut se déduire du principe de la moindre action, à la condition de considérer l'énergie électrique comme potentielle et l'énergie magnétique comme cinétique.

2. *Les équations de Maxwell.* — On peut déduire également tout l'électromagnétisme des équations de Maxwell. Or ces deux équations se déduisent immédiatement de la théorie électronique de l'éther.

Une charge e produit une force F et un déplacement ξ. En identifiant ce déplacement avec celui de Maxwell D, on obtient une première relation. Il en faudra quatre autres pour déterminer complètement les cinq paramètres,

dont dépend la constitution du milieu. Ce seront par exemple celles tirées des deux équations de Maxwell et des effets Stark et Zeeman.

Considérons notre charge électrique se déplaçant dans un conducteur, autour duquel elle produit des tourbillons magnétiques. Nous pouvons écrire immédiatement que la somme des tourbillons magnétiques d'intensité H, autour du conducteur sur une courbe C, est proportionnelle au flux d'électricité qui passe dans la section S du conducteur. On a, en notation vectorielle, q étant la densité du courant,

$$\mathrm{K}\iint_{\mathrm{S}} q\,d\mathrm{S} = \int_{c} \mathrm{H}\,ds = \iint_{\mathrm{S}} \frac{\partial \times \mathrm{H}}{\partial r}\,d\mathrm{S}, \qquad 4\pi q = \frac{\partial \times \mathrm{H}}{\partial r}.$$

La troisième expression est la transformation bien connue de la deuxième par la formule de Stokes, $\frac{\partial \times \mathrm{H}}{\partial r}$ étant le curl de H et K une constante de proportionnalité, que l'on fait égale à 4π. On tire de cette relation la dernière équation où q contient le courant de conduction $\sigma\mathrm{E}$ et le courant de déplacement de Maxwell défini comme la dérivée du déplacement D ci-dessus. C'est bien la première équation de Maxwell.

La deuxième se déduit immédiatement de ce fait que les phénomènes électriques et magnétiques sont réversibles, à condition d'être en phase. Un déplacement électrique produit un mouvement tourbillonnaire de l'éther. On démontre réciproquement que le mouvement tourbillonnaire d'une particule d'éther produit un courant électrique dans un conducteur qui l'entoure. Le travail du courant électrique sera proportionnel à la variation de l'intensité magnétique, ou tourbillonnaire, qui traverse la section. On a donc

$$\frac{\partial}{\partial t}\iint_{\mathrm{S}} \mu \mathrm{H}\,d\mathrm{S} = -\int_{c} \mathrm{E}\,ds = -\iint_{\mathrm{S}} \frac{\partial \times \mathrm{E}}{\partial r}\,d\mathrm{S}, \qquad \mu\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial t} = -\frac{\partial \times \mathrm{E}}{\partial r}.$$

C'est la deuxième équation de Maxwell.

Il faut remarquer ici que les tourbillons magnétiques de l'éther doivent être en phase pour produire un déplacement électrique. Il faut donc que le champ magnétique commence, ou varie, pour produire une force électromotrice. En régime permanent les tourbillons d'éther sont très rapidement déphasés et l'on voit facilement que leur action moyenne est alors nulle.

3. *La loi de Laplace.* — D'après ce qu'on a vu, le courant électrique s'entoure d'anneaux de tourbillons d'éther. Sa gaine est un tube de tourbillons magnétiques. On voit alors que l'analogie électrodynamique de la théorie des tourbillons est la traduction immédiate de ce fait, et donne

ainsi la loi de Laplace. On obtient en même temps l'explication des attractions et répulsions magnétiques.

Ainsi tout l'électromagnétisme serait reconstitué et expliqué par les seuls électrons et leurs mouvements.

ÉLECTRICITÉ. — *Une machine électrostatique à courant continu.* Note (1) de M. **Henri Chaumat**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans deux précédentes Notes (2), nous avons donné les principes généraux du calcul des machines électrostatiques et indiqué leur mode de fonctionnement.

Voici la disposition schématique d'une génératrice à courant continu basée sur ces principes.

Un plateau fixe A en matière isolante porte des secteurs métalliques A′ qui communiquent tous entre eux par une bague conductrice.

En regard de ce plateau se trouve un autre plateau B, isolant, portant lui aussi des secteurs métalliques B′ reliés entre eux et qui tantôt frottent sur le balai b_1 par des plots de contact appropriés, tantôt frottent sur le balai b_2. Ce plateau est disposé parallèlement au plateau fixe, à très faible distance. Il est mobile autour d'un axe de rotation qui est l'axe commun des deux plateaux. C'est pour plus de clarté que les deux plateaux ont été écartés l'un de l'autre.

Le balai b_1 est constamment relié à l'une des bornes d'une source S de courant continu (machine dynamo ou pile) qui est une sorte d'*excitatrice*.

Le balai b_2 est relié à l'une des bornes de l'appareil d'utilisation R dont l'autre borne est reliée d'une part à la bague conductrice qui réunit tous les secteurs du plateau fixe, et, d'autre part, à la deuxième borne de l'excitatrice.

Quand le plateau B tourne, les secteurs fixes et mobiles vont réaliser une capacité variable, maxima quand les secteurs métalliques sont en regard, minima quand les secteurs mobiles seront en face d'un intervalle entre les secteurs fixes.

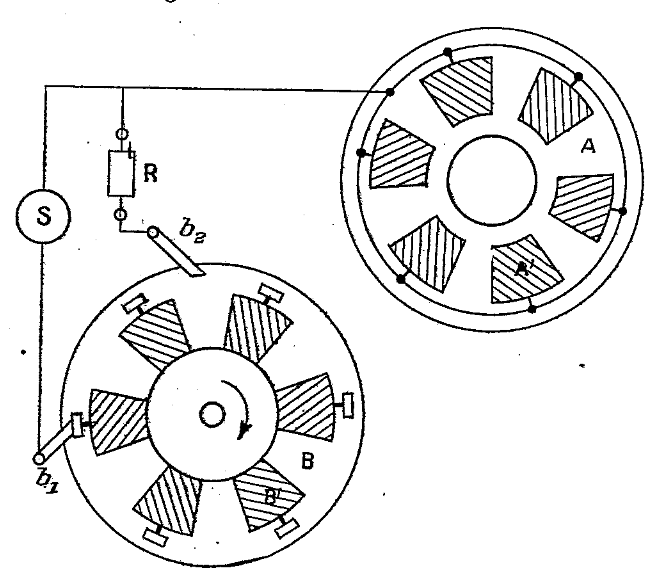
Soient c la capacité maxima d'un condensateur élémentaire, et $\frac{c}{m}$ la capa-

(1) Séance du 22 mai 1929.

(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1095 et 1232.

cité minima ($m > 1$), et soit u la valeur de la force électromotrice de la source d'excitation.

La source fournit à chaque condensateur élémentaire une charge initiale $q_0 = cu$ et une énergie cu^2.



La différence de potentiel maxima V_m et l'énergie maxima W de chaque condensateur élémentaire sont respectivement

$$V_m = mu, \qquad W = \frac{1}{2} cmu^2.$$

Il y a donc une sorte de *rendement organique* tenant à la nature des choses et qui est

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} cmu^2}{cu^2 + \frac{1}{2} cmu^2} = \frac{m}{m+2}.$$

Ce rendement organique peut être fort élevé.

Si chacun des plateaux contient p secteurs métalliques, il y a p condensateurs élémentaires et l'on peut calculer le débit moyen I et la puissance moyenne P dans l'hypothèse où l'appareil d'utilisation est une résistance morte et où la durée du contact avec b_2 est assez grande pour que les condensateurs se déchargent complètement. On trouve, si la vitesse angulaire est de n tours par seconde :

$$I = np^2 q_0 = np^2 cu, \qquad P = np^2 W = \frac{1}{2} np^2 cmu^2.$$

Pour $c = 0{,}01$ microfarad (ce que l'on pourrait obtenir en disposant, sur le même axe, plusieurs paires de plateaux en parallèles), $n = 50$ tours par seconde, $p = 20$, $m = 20$, $u = 1000$ volts, nous aurions :

P.	2 kilowatts
I.	0,2 ampère
Tension maxima.	20000 volts

Une telle machine paraît réalisable avec les matériaux existants.

On aurait pu essayer de réaliser une machine rigoureusement conforme aux principes généraux posés antérieurement et dont la charge initiale se conserverait indéfiniment. On aurait ainsi un véritable *électrophore tournant* dont la construction présenterait quelques difficultés supplémentaires.

Il a paru préférable de faire comme il vient d'être dit. L'excitatrice rétablit les pertes par défaut d'isolement; le fonctionnement est plus sûr; la réalisation est facile, et d'ailleurs le rendement organique est très élevé; il est de près de 91 pour 100 dans l'exemple choisi et pourrait être facilement augmenté.

Cette machine est réversible et constitue un véritable moteur électrostatique.

DIFFUSION MOLÉCULAIRE. — *Étude comparée des spectres Raman de quelques composés hydrogénés.* Note de M. **Daure**, présentée par M. A. Cotton.

La comparaison des spectres Raman d'une quarantaine de composés étudiés tous à l'état liquide m'a permis de constater que, s'il n'est pas possible d'interpréter simplement les spectres Raman [1] de toutes les combinaisons par leur constitution moléculaire, on peut, au contraire, dans le domaine limité des composés hydrogénés, relier empiriquement quelques raies à des liaisons particulières de la molécule.

Les composés hydrogénés présentent seuls des raies de grande fréquence caractéristique, comprises entre 278 et 340 ondes au millimètre. Ces raies sont donc attribuables aux liaisons M — H, de l'hydrogène H à un métalloïde M; nous les désignerons par raies *h*. Cette remarque a été déjà faite par la plupart des spécialistes de l'effet Raman; mais il semble que l'on puisse

---

[1] J'ai indiqué dans une précédente Note que les spectres Raman du méthane et de tétrachlorure de carbone, de l'ammoniaque et du trichlorure de phosphore, étaient du type très différent (Daure, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 61).

affirmer que ce sont les seules raies des liaisons hydrogénées : en effet, les composés ne présentant que des liaisons M—H n'ont pas d'autres raies que les raies *h*; le méthane et l'acide chlorhydrique liquides ne donnent chacun qu'une raie de fréquences caractéristiques respectives 290,8 et 278 ondes au millimètre.

M. Wood (¹) a récemment donné les spectres Raman des gaz chlorhydrique et ammoniaque; les fréquences caractéristiques observées sont, respectivement, 281 et 331 ondes au millimètre (²).

Les composés organiques plus complexes (C^2H^6, C^2H^4, ...) qui ont des chaînes de carbone donnent au contraire d'autres raies que les raies *h*. Exemples : l'éthane liquide donne 99, 146, puis (raies *h*), 289, 295 ondes au millimètre.

L'éthylène liquide donne 134, 162, puis (raies *h*) 300, 308 ondes au millimètre.

Les raies de fréquence moyenne, comprises entre 20 et 196 ondes au millimètre, sont donc attribuables aux liaisons M — M, en particulier à la chaîne de carbone des carbures. Ces raies de la chaîne peuvent être très nombreuses dans les composés complexes, se déplacer sensiblement même dans les composés analogues.

La dernière raie de ce groupe (la plus rapprochée des raies *h*), que nous désignerons par raie *l*, donne lieu aux remarques suivantes :

Les composés organiques ne présentant pas de double liaison, carbures saturés, alcools, éther ordinaire, ont une raie *l* de fréquence caractéristique comprise entre 143 et 146 ondes au millimètre.

Les carbures possédant une double liaison (C = C) ont une raie *l* de fréquence caractéristique comprise entre 158 et 162 ondes au millimètre (doublet 158-160 ondes au millimètre du benzène et du toluène; raie variable de 160 à 162 ondes au millimètre observées dans les trois xylènes).

Enfin l'acétylène, étudié, dissous dans l'acétone, donne une raie *l* de fréquence caractéristique 196 ondes au millimètre.

A remarquer encore que les composés possédant la liaison C = O (acétone, acide acétique, acétates), et qui, par leur chaîne de carbones, donnent

---

(¹) *Philosophical Magazine*, 7, 1929, p. 744.

(²) Le résultat de M. Wood dans les gaz diffère de ceux que j'ai obtenus dans les liquides; l'écart n'est pas attribuable à l'imprécision des mesures, il est inexplicable pour l'acide chlorhydrique. Pour l'ammoniaque, on peut l'interpréter en admettant, à l'état liquide, la molécule $H^2Az = AzH^2$.

une raie l de fréquences caractéristiques comprises entre 143 et 146 ondes au millimètre, présentent une raie nouvelle de fréquence caractéristique comprise entre 166 et 174 ondes au millimètre. Cette nouvelle raie est bien attribuable au groupement $C=O$.

La description détaillée des spectres Raman obtenus fera l'objet d'une publication spéciale.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une relation entre le point d'ébullition et l'architecture moléculaire d'acides cis-trans éthyléniques, saturés et acétyléniques.* Note [1] de M. **Bourguel**, transmise par M. Moureu.

On ne signalait pas jusqu'ici de relation nette entre le point d'ébullition et la configuration des isomètres cis-trans éthyléniques. L'étude suivante, d'un certain nombre d'acides α-éthyléniques non ramifiés, homologues supérieurs des acides crotoniques et isocrotoniques, montre, dans ce cas, l'existence d'une loi précise.

On connaissait déjà, en dehors des deux premiers, un acide en C^5 et un autre en C^6. préparés par Auwers [2], deux acides en C^9 obtenus l'un par Harding et Weizman [3] puis par Auwers [4], l'autre par Knovenagel. J'ai déjà indiqué que la semi-hydrogénation des acides acétyléniques m'avait donné deux autres acides α-éthyléniques en C^5 et C^6 [5]; puis par le même procédé, j'ai obtenu deux acides en C^8 et C^9. Enfin, comme je pensais que mes acides étaient de constitution cis, j'ai tenté sur eux l'action de l'iode, qui transforme l'acide isocrotonique en acide crotonique. Le résultat a été positif et j'ai eu deux nouveaux acides en C^8 et C^9 [5] Le tableau suivant donne les points d'ébullition sous 15^{mm} de ces cinq couples.

(1) Séance du 22 mai 1929.

(2) Auwers, *Annalen der Chemie*, **432**, 1923, p. 46.

(3) Harding et Weizman, *J. Chemical Society*, **97**, 1910, p. 301. — Knovenagel, *Central-Blatt*, **1**, 1905, p. 56.

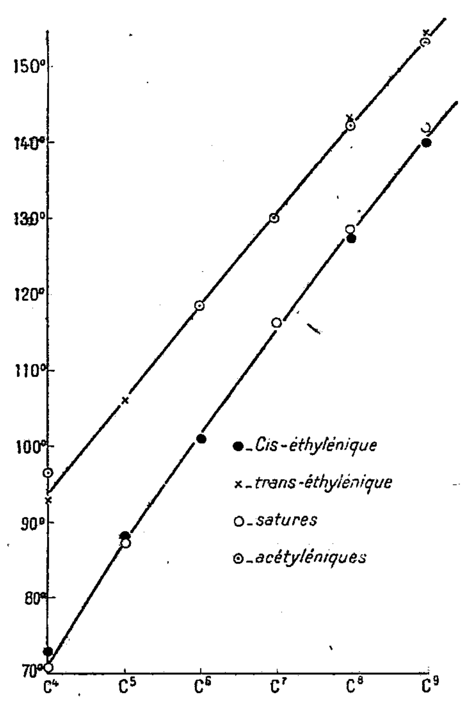
(4) Bourguel et Yvon, *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 2224.

(5) Pour les acides en C^9 Auwers ne donne pas de point d'ébullition. Ceux de Harding et Weizmann, Knovenagel sont très différents entre eux d'une part, des miens d'autre part; il ne sera tenu compte ici que de mes acides.

	Saturés.	Éthyléniques.			Acétyléniques.
C^4..............	71°	73 (*a*)	93		96,5
C^5..............	87°	88 (*a*)	106 (*b*)		—
C^6..............	—	101 (*a*) [1]	—	[1]	118,5
C^7..............	116°	—	—		130
C^8..............	128°	127 (*a*)	143 (*c*)		142
C^9..............	142°	140 (*a*)	154,5 (*c*)		153

(*a*) acides de la semi-réduction, (*b*) d'Auwers, (*c*) de l'isomérisation des acides (*a*) par l'iode.

Le graphique suivant montre très nettement :



1° Que les éthyléniques se partagent en deux séries : sur une première courbe sont les points d'ébullition de tous les acides provenant de la réduction catalytique, y compris l'acide isocrotonique; sur une deuxième courbe, ceux des acides d'Auwers, des acides isomérisés par l'iode, ainsi que l'acide crotonique. Ce classement fixe immédiatement la constitution des acides, car celle des acides crotoniques ne fait plus de doute.

---

[1] Respectivement 201-202° et 217° sous 760mm.

2° La courbe des points d'ébullition des acides saturés est pratiquement confondue avec celle des *cis*-éthyléniques, la courbe des acétyléniques avec celle des *trans*. Comme il est hors de doute que le point d'ébullition dépende non seulement du poids moléculaire, mais encore de l'architecture de la molécule; nous trouvons ici une excellente vérification du fait que le schéma tétraédrique n'est pas tellement éloigné de la réalité, puisqu'il prévoit que, dans les architectures *cis* et saturées d'une part, *trans* et acétyléniques d'autre part, le groupement CO^2H et la chaîne carbonée sont deux à deux dans des positions voisines.

Si l'on compare, en outre, les indices de réfraction, les densités, les réfractions moléculaires et les exaltations de cette réfraction dans les couples, on voit nettement que toutes les constantes physiques des acides *cis* sont plus faibles à poids moléculaire égal.

	Densité 15°.		Indices *n*.		Réfractions molécul.		Exaltations.	
	cis.	*trans.*	*cis.*	*trans.*	*cis.*	*trans.*	*cis.*	*trans.*
C^4........	1,028	solide	1,446	-	21,33	-	0,59	-
C^5........	0,992	0,993	1,450	1,454	27,09	27,22(A)	0,73	0,88(A)
C^6........	0,966	0,968	1,452	1,456	31,75	37,10(A)	0,77	1,12(A)
C^8........	0,940	0,945	1,456	1,462	41,12	41,25	0,91	1,04
C^9........	0,932	0,936	1,458	1,4635	45,81	45,96	0,98	1,13

Les acides *trans* fondent : en C^6 à + 33° (Auwers), en C^8 à + 5°-6°, en C^9 vers — 1°.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination cryoscopique des équilibres moléculaires de la résorcine dans les solutions aqueuses de chlorure de sodium.* Note de MM. **F. Bourion** et **Ch. Tuttle**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons étendu aux solutions de résorcine, dans les solutions aqueuses de chlorure de sodium, l'étude cryoscopique faite antérieurement [1] des équilibres moléculaires offerts par cette substance dans les solutions de ClK.

Nous avons étudié les deux séries 0,5 M et 1,225 M Cl Na définies précédemment. La constante d'équilibre est

$$K_n = \frac{c^n}{c'} = \frac{n\,C^{n-1}(n \times 110.\Delta C - ak)^n}{(n-1)^{n-1}\,a^{n-2}\,k^{n-1}(nak - n \times 110\Delta C)},$$

n, c, c', C étant le degré d'association, les concentrations des molécules

[1] F. Bourion et Ch. Tuttle, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1110.

simple, associée et totale (cette dernière en molécules simples), et a la masse de résorcine dans 100^g d'eau, k et ΔC les constante et abaissement cryoscopiques; k est obtenu par la méthode des premiers passages par zéro et d'encadrement.

1. Les solutions aqueuses de chlorure de sodium, définies par un rapport donné ClNa-eau, constituent un milieu possédant une constante cryoscopique déterminée.

Pour chaque série, la résorcine dissoute dans les solutions de ClNa donne lieu à des équilibres entre molécules simples et doubles, ou entre molécules simples et triples, selon la concentration, alors que dans l'eau pure on n'observe que des équilibres entre molécules simples et triples. On a :

Concentration.	ClNa 0,5 M. $k = 23,4$.			ClNa 1,225 M. $k = 28,0$.		
	K_2.	K_3.	K_4.	K_2.	K_3.	K_4.
0,125...	0,987	–	–	0,807	–	–
0,250...	1,01	–	–	0,999	–	–
0,375...	0,959 ([a])	–	–	1,05 ([b])	–	–
0,500...	0,983	–	–	1,15	–	–
0,625...	0,944	1,13	–	0,986	1,18	–
0,750...	0,890	1,29	–	0,880	1,28	1,17
0,875...	0,815	1,40	1,48	0,819	1,41	1,49
1,000...	0,757	1,51	1,80	0,721	1,45	1,72
1,125...	–	1,57	2,08	–	1,47	–
1,250...	–	1,66	–	–	1,49 ([d])	–
1,375...	–	1,65	–	–	1,51	–
1,500...	–	1,64 ([c])	–	–	1,51	2,57
1,625...	–	1,65	–	–	1,57	2,88
1,750...	–	1,65	3,25	0,356	1,57	3,10
1,875...	–	1,65	3,40	–	–	–
2,000...	0,301	1,67	3,72	–	–	–

([a]) K_2 moyen = 0,98. ([b]) K_2 moyen = 1,05. ([c]) K_3 moyen = 1,63. ([d]) K_3 moyen = 1,50.

2. La constante cryoscopique k, plus élevée que dans l'eau, croît en même temps que la concentration en ClNa, et est plus grande pour ClNa que pour ClK. On a :

	Eau pure.	0,5 M. ClK.	0,5 M. ClNa.	1,225 M. ClK.	1,225 M. ClNa.
k............	18,4	22,3	23,4	25,0	28,0
K_2..........		env. 0,9	0,98	1,00	1,05
K_3..........	3,50	1,50	1,63	1,37	1,50
Degré d'hydratation.......		$ClK(H^2O)_{19,1}$	$ClNa(H^2O)_{23,5}$	$ClK(H^2O)_{11,5}$	$ClNa(H^2O)_{15,1}$

Il y a équilibre entre molécules simples et doubles, jusqu'à la concentration 0,625, et entre molécules simples et triples, pour des concentrations égales ou supérieures à 0,875 dans les deux séries.

La constante K_3, plus grande dans l'eau que dans les solutions de chlorures, révèle une association de la résorcine, plus marquée dans ces dernières que dans l'eau; cette constante est du même ordre de grandeur pour les deux chlorures; elle décroît un peu avec la concentration en chlorure.

3. Nous avons montré antérieurement (*loc. cit.*) par voie thermodynamique que si l'on dissout la résorcine dans la solution d'un chlorure alcalin, cette dernière devait satisfaire, comme milieu, aux lois de la cryoscopie, avec une constante sensiblement égale à celle de l'eau. Ces résultats sont en désaccord avec les faits observés. On trouve une explication de cette divergence en admettant une adsorption de l'eau par les ions ou les molécules entières du sel. Les degrés d'hydratation figurent dans le tableau ci-dessus. Ils croissent, dans le même sens, que le coefficient d'activité ionique.

COLLOÏDES. — *Coefficient d'aimantation et structure des solutions de gélatine.* Note [1] de M. **Maurice Fallot**, présentée par M. Jean Perrin.

1. J'ai mesuré les coefficients d'aimantation de solutions de gélatine à 19° en faisant varier la concentration.

Les résultats sont particulièrement intéressants lorsqu'on les rapproche de ceux obtenus par M. Marinesco [2] pour la constante diélectrique, les mesures ayant été faites avec la même gélatine commerciale.

Sur le diagramme suivant, qui représente mes résultats (courbe $\chi_{app.}$), j'ai placé la courbe ε de M. Marinesco.

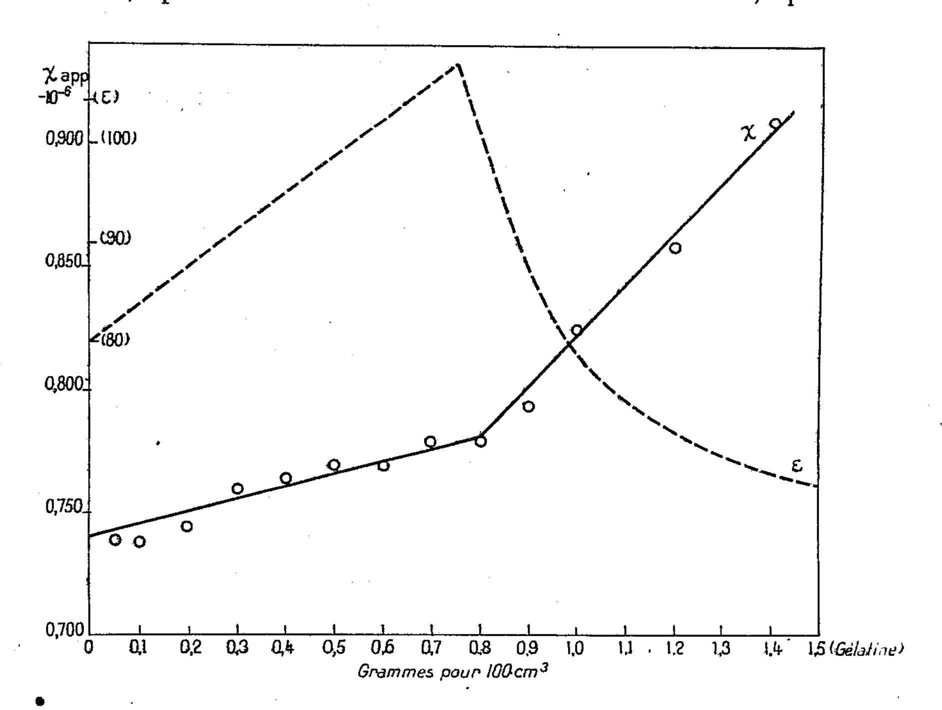
Alors que cet auteur trouve, vers une concentration de 0,75 pour 100, un maximum très aigu pour la constante diélectrique, rien de semblable n'a lieu pour le coefficient d'aimantation, qui croît constamment de $-0,76.10^{-6}$ pour une concentration de 0,05 pour 100 à $-0,91.10^{-6}$ pour 1,4 pour 100. Il est remarquable que la variation est linéaire, mais avec un coefficient angulaire qui change assez brusquement, aux environs de la concen-

(1) Séance du 13 mai 1929.

(2) N. Marinesco, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1163.

tration 0,8 pour 100, sensiblement la même que celle pour laquelle ε est maximum; à ce moment, $\chi_{app.} = -0,78.10^{-6}$.

2. Les résultats que j'ai obtenus concordent donc aussi avec le point de vue de Smith pour qui la gélatine peut exister sous deux formes moléculaires dans ses solutions : une forme A stable pour les concentrations inférieures à 0,6 pour 100 et une forme B stable au-dessus de 0,6 pour 100.



Pour chacune des deux, le coefficient d'aimantation est proportionnel à la concentration, mais alors que le coefficient angulaire de la droite représentative est 0,05 pour la forme A, il est 0,2, soit 4 fois plus grand, pour la forme B.

La méthode d'ascension employée n'a pas permis d'étudier des concentrations supérieures à 1,4 pour 100; des mesures par la méthode de translation vont être entreprises pour passer jusqu'à la gelée, donnée seulement par la forme B.

3. D'autre part, le passage de la forme A à la forme B se fait par groupement de deux molécules, fait mis nettement en évidence par M. Marinesco, et qui explique le maximum de ε.

Il est intéressant de noter que ce couplage des molécules par attraction

diélectrique, qui a pour effet d'annuler leur moment électrique, n'annule pas en même temps leur moment magnétique, puisque aucune diminution du coefficient d'aimantation n'a lieu. Ce double résultat n'est possible que si les axes magnétiques et électriques des dipôles ne sont pas confondus; il paraît vraisemblable qu'ils soient perpendiculaires.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action du gaz ammoniac sur le bromure mercurique et sur le chlorure mercurique*. Note [1] de M. **Maurice François**, transmise par M. Ch. Moureu.

Il résulte de travaux anciens, particulièrement ceux de Grouvelle [2] et ceux de Rose [3] que le bromure mercurique et le chlorure mercurique secs ne fixent pas le gaz ammoniac à froid, mais qu'ils l'absorbent à 100° et que la quantité de gaz ammoniac combiné conduit approximativement à admettre pour les composés formés les formules $HgBr^2.NH^3$ et $HgCl^2.NH^3$. L'iodure mercurique fixant à froid le gaz ammoniac pour donner une combinaison de formule $HgI^2.2NH^3$, il s'ensuivrait que le bromure et le chlorure mercurique ne se comporteraient pas vis-à-vis du gaz ammoniac de la même façon que l'iodure mercurique, ce qui est assez peu vraisemblable, étant données les propriétés très voisines de ces trois sels minéraux. J'ai jugé utile de reprendre l'étude de cette question qui a son importance pour la constitution de certains dérivés ammoniés du mercure.

Pour étudier la fixation du gaz ammoniac sur le bromure mercurique et sur le chlorure mercurique, j'ai repris la technique qui m'avait réussi pour établir la quantité de gaz ammoniac fixée sur l'iodure mercurique [4]. Cette méthode consiste essentiellement à diriger un courant de gaz ammoniac sec sur une quantité bien déterminée de sel mercurique placée dans une fiole conique dont on a déterminé à l'avance le poids quand elle était pleine de gaz ammoniac sec. Le sel mercurique y ayant été introduit, la pesée journalière de la fiole fait connaître les progrès de la fixation du gaz ammoniac, étant entendu que la fiole peut être fermée par des pinces pour les pesées. On voudra bien se reporter à ce qui a été dit alors sur le mode opératoire.

---

(1) Séance du 27 mai 1929.

(2) Grouvelle, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, **17**, 1821, p. 51.

(3) Rose, *Poggendorff Annalen*, **20**, 1830, p. 147.

(4) François, *Comptes rendus*, **179**, 1899, p. 296.

Le poids du bromure mercurique, finement pulvérisé et bien desséché, soumis à l'action du gaz ammoniac dans chaque fiole était de 5^g. La fixation du gaz ammoniac sur le bromure mercurique sec est extrêmement lente. Il a fallu faire passer le gaz pendant seize jours, à raison de deux heures par jour, pour qu'elle atteigne sa limite. Le onzième jour, le poids du gaz ammoniac fixé était 0^g,462; il n'a plus varié de façon importante par la suite et il était de 0^g,469 le seizième jour.

Les 5^g de bromure mercurique mis en œuvre devant fixer en théorie 0^g,472 de gaz ammoniac pour former le composé $HgBr^2$ $2NH^3$ et l'absorption s'étant arrêtée pour 0^g,469, il est permis de conclure que le composé formé a pour formule $HgBr^2 . 2NH^3$.

En opérant ensuite sur 5^g de chlorure mercurique pulvérisé et sec, il a fallu continuer le passage du gaz ammoniac pendant trente jours pour atteindre la limite de la réaction.

Le vingt-sixième jour, le poids du gaz ammoniac fixé était 0^g,619; il n'a plus augmenté de façon sensible par la suite et il était de 0^g,626 le trentième jour.

Les 5^g de chlorure mercurique mis en œuvre devant fixer en théorie 0^g,627 de gaz ammoniac pour former le composé $HgCl^2 . 2NH^3$, on doit admettre que c'est bien ce composé qui s'est formé.

Conclusions. — Le bromure mercurique et le chlorure mercurique secs absorbent le gaz ammoniaque à froid, contrairement à ce que l'on pensait. L'action est très lente, ce qui est attribuable à l'état de la surface des corps solides.

Les composés qui se forment ont pour formules $HgBr^2 . 2 NH^3$ et $HgCl^2 . 2 NH^3$.

De la nature de la réaction, il découle que ce sont des combinaisons moléculaires d'addition.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude des chlorures et des alcools α-éthyléniques.* Note (¹) de MM. **Ch. Courtot** et **J. Pierron**, transmise par M. Ch. Moureu.

Nous avons établi (²), la facilité de transformation en cétones, des chlorures secondaires α-éthyléniques, sous l'action du mélange sulfochromique,

(¹) Séance du 27 mai 1929.

(²) *Bull. Soc. chim.*, 45, 1929, p. 286.

à température convenable, variable d'un individu chimique à un autre. Nous avons montré que cette oxydation était corrélative de la grande mobilité du chlore par rapport à l'eau, dans ces positions respectives de la double liaison et de l'halogène ([1]), et que l'opération revenait, en définitive, à l'oxydation d'un alcool secondaire éthylénique en cétone éthylénique.

Aux exemples que nous avons antérieurement donnés, nous ajouterons la transformation du phénylpropylbenzène chloré : $C^6H^5 - CH\,Cl - CH^2 - CH^3$ en cétone $C^6H^5 - CO - CH^2 - CH^3$, avec un rendement de 77 pour 100. Ce chlorure peut s'obtenir, comme l'a établi Genvresse ([2]), par chloruration directe du propylbenzène. Mais la double liaison benzénique, en α de l'atome d'halogène, rend celui-ci moins mobile que lorsque la double liaison est à caractère purement éthylénique et le degré d'hydrolyse de ce chlorure n'est que de 24,5 pour 100 à température ordinaire pendant 48 heures, alors que l'hydrolyse atteint 97 pour 100 à 68° pendant 75 minutes. C'est évidemment à cette dernière température que nous avons effectué l'oxydation.

Alors que l'oxydation des chlorures secondaires α-éthyléniques en cétones correspondantes n'avait jamais été tentée jusqu'ici, à notre connaissance tout au moins ([3]), il n'en est pas de même de l'oxydation des alcools α-éthyléniques. En effet, Wagner, dès 1888, en traitant l'éthylvinylcarbinol par le permanganate de potasse, a entrevu un produit cétonique éthylénique, mais en quantité si faible qu'il n'a pas réussi à le caractériser. Delaby, en 1925 ([4]), a essayé, également sans succès, l'oxydation chimique de ce terme, alors qu'il avait réussi à transformer en aldéhyde éthylénique l'alcool β-éthylallylique dès 1923 ([5]), époque à laquelle ce chimiste espérait pouvoir ériger par la suite en méthode générale l'observation isolée qu'il publiait

---

([1]) Claisen (*J. f. prakt. Chem.*, 105, 1923, p. 73) constate une très grande mobilité du brome dans $\genfrac{}{}{0pt}{}{CH^3}{CH^3}\!\!>C = CH - CH^2Br$ due à la présence de la double liaison qui, déjà dans les halogénures d'allyle simples, apporte une forte labilité de l'halogène. Cette mobilité de l'halogène est exaltée ici par la présence de deux radicaux méthylés : ce bromure s'hydrolyse vingt fois plus vite que le bromure d'allyle.

([2]) *Bull. Soc. chim.*, 9, 1893, p. 221.

([3]) Si nous ne faisons pas de différence essentielle entre la double liaison benzénique et la double liaison éthylénique, mais simplement une différenciation de degré de non-saturation, l'oxydation des fluorènes 9-halogénés et substitués dans les noyaux benzéniques en fluorénones correspondantes constitue un précédent à notre étude (Barbier, Korczynski).

([4]) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1277.

([5]) *Ann. Chim.*, 20, 1923, p. 209.

alors. Notons que l'échec de Delaby doit tenir à ce que l'oxydation fut tentée, pour le vinyléthylcarbinol, par CrO^3 en solution acétique. En effet, en traitant cet alcool secondaire *par le mélange sulfochromique* à 34-35° on arrive à la cétone correspondante avec un rendement de 40 pour 100 et l'on met en outre en évidence la coupure d'une partie de la molécule à la double liaison, par la diagnose d'acide formique.

L'homologue immédiatement supérieur, traité à 40-45°, conduit à la propylvinylcétone avec un rendement de 44 pour 100. Ici encore, une partie de la molécule est scindée et donne de l'acide formique; l'autre tronçon nous a jusqu'ici échappé. Les constantes physiques de ces deux cétones sont: pour l'éthylvinylcétone,

$$e = 68\text{-}70^\circ \text{ sous } 200^{mm};\quad d_4^{15} = 0,8524;\quad n_D^{15} = 1,4233;$$
$$\text{R. M. trouvée : } 25,11;\ \text{calculée : } 24,83;$$

pour la propylvinylcétone,

$$e = 88^\circ\text{-}90^\circ \text{ sous } 150^{mm};\quad d_4^{14} = 0,8518;\quad n_D^{14} = 1,4275;$$
$$\text{R. M. trouvée : } 29,53;\ \text{calculée : } 29,45.$$

La diéthylamine se fixe sur ces deux cétones, comme l'ont montré respectivement Blaise pour la vinyléthylcétone et Delaby pour la vinylpropylcétone. Nous avons fait les picrates de ces produits d'addition et nous observons F = 78° pour le premier et F = 81° pour le second, en accord avec ces auteurs.

En résumé, les vinylalcoylcétones étaient accessibles jusqu'à présent par deux procédés : 1° celui de Blaise et Maire (¹) consistant à partir de l'acroléine, à lui additionner de l'acide chlorhydrique, à oxyder en acide β-chloropropionique, à en faire le chlorure d'acide puis à condenser celui-ci avec les zinc-alcoyles et enfin à déchlorhydrater la molécule par la diéthylaniline; 2° procédé de Delaby (²) : oxydation des vinylalcoylcarbinols en présence de noir de palladium, les atomes d'hydrogène du groupe CHOH étant particulièrement activés par le voisinage de la double liaison α-β; mais, comme le reconnaît Delaby lui-même, l'obtention des cétones vinylées par cette méthode n'est qu'un mode de formation.

L'oxydation par le mélange sulfochromique aqueux est actuellement la méthode de choix, bien que les rendements en cétones vinylées oscillent

(¹) *Bull. Soc. chim.*, 3, 1908, p. 271.
(²) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 140.

entre 40 et 50 pour 100 seulement, parce que nous n'avons, à partir de l'acroléine, que deux transformations : condensation de l'acroléine avec les réactifs de Grignard, puis oxydation des alcools α-éthyléniques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des dérivés organomagnésiens sur l'éthylcyanacétate d'éthyle.* Note de M. **A. Mavrodin**, présentée par M. Urbain.

En condensant le cyanacétate d'éthyle avec les dérivés organomagnésiens, M. Blaise [1] a institué une méthode générale pour la préparation des éthers β-cétoniques acycliques. On sait que la suite des transformations est celle-ci :

$$NC-CH^2-CO^2C^2H^5 \underset{RMgX}{\rightarrow} XMgN=\underset{\underset{R}{|}}{C}-\underset{\underset{MgX}{|}}{CH}-CO^2C^2H^5 \rightarrow RCOCH^2CO^2C^2H^5$$

La fonction nitrile est seule attaquée par le réactif de Grignard : si l'on suppose une énolisation de la molécule d'éther cyanacétique en présence de l'halogénure d'alcoylmagnésium, on comprend que la fonction éther-sel échappe à une action ultérieure du dérivé magnésien :

$$NC-CH=C\Big\langle{OC^2H^5 \atop OH} + RMgX = NC-CH=C\Big\langle{OC^2H^5 \atop OMgX} + RH.$$

Il nous a paru intéressant d'étudier comment se comporte, vis-à-vis des réactifs magnésiens, l'éther éthylcyanacétique pour lequel l'énolisation est encore possible. Elle se produit en effet et, en milieu éthéré, même après une ébullition prolongée, la seule réaction observée est la décomposition d'une molécule d'organomagnésien par l'hydroxyle énolique, avec mise en liberté d'hydrocarbure. A l'hydrolyse, l'éthylcyanacétate d'éthyle se trouve intégralement régénéré. La fonction nitrile, qui dans l'éther-cyanacétique était attaquée à froid par le réactif magnésien, est ici beaucoup plus résistante.

Si l'on chauffe en milieu toluénique à l'ébullition pendant plusieurs heures, on arrive à faire entrer en jeu les deux fonctions de l'éthylcyanacétate d'éthyle.

Mais, tandis que la fonction nitrile est transformée normalement en cétone, la fonction éther-sel ne passe pas, comme on pouvait s'y attendre, à

(1) Blaise, *Comptes rendus*, 132, 1901, p. 978.

l'état d'alcool tertiaire, mais reste au stade cétonique et l'on arrive à une β-dicétone symétrique α-alcoylée

$$\mathrm{R-CO-\underset{\displaystyle C^2H^5}{\underset{|}{CH}}-CO-R.}$$

Cette limitation, au stade cétonique, de l'attaque d'une fonction éther-sel par les dérivés organomagnésiens est très surprenante dans les conditions opératoires où elle se réalise. L'hypothèse de l'énolisation l'explique de façon satisfaisante si l'on admet en outre que le dérivé magnésien, sous l'influence de la chaleur, s'additionne sur la double liaison du premier complexe énolisé.

Cette fixation n'est complète qu'après un chauffage prolongé qui provoque une résinification partielle du produit. On a la suite de réactions

$$\mathrm{NC-\underset{\displaystyle C^2H^5}{\underset{|}{CH}}-\underset{\displaystyle O}{\underset{\|}{C}}-OC^2H^5+RMgX = NC-\underset{\displaystyle C^2H^5}{\underset{|}{C}}=\underset{\displaystyle OMgBr}{\underset{|}{C}}-OC^2H^5+RH,}$$

$$\mathrm{NC-\underset{\displaystyle C^2H^5}{\underset{|}{C}}=\underset{\displaystyle OMgBr}{\underset{|}{C}}-OC^2H^5+2RMgX \rightarrow XMgN=\underset{\displaystyle R}{\underset{|}{C}}-\overset{\displaystyle MgX}{\underset{\displaystyle C^2H^5}{\underset{|}{C}}}-\overset{\displaystyle OC^2H^5}{\overset{|}{\underset{\displaystyle R}{\underset{|}{C}}}}-OMg}$$

$$\mathrm{\rightarrow R-CO-\underset{\displaystyle C^2H^5}{\underset{|}{CH}}-CO-R.}$$

Nous avons ainsi obtenu, avec l'iodure d'éthylmagnésium, l'éthyldipropionylméthane, bouillant à 91-92° sous 10mm, avec un rendement de 25 à 30 pour 100; nous l'avons caractérisé par le dérivé qu'il donne avec l'acétate de semicarbazide (à froid, en milieu hydroalcoolique), c'est-à-dire le 3.4.5-triéthylpyrazol-1-carbonamide fondant à 98°.

Avec le bromure de phénylmagnésium, l'éthyldibenzoylméthane se forme avec un rendement de 60 pour 100. Ce corps, déjà préparé par M. Auger [1], donne directement avec la semicarbazide, l'éthyl-4-diphényl-3.5-pyrazol fondant à 167°; ce dérivé est obtenu également en traitant l'éthyldibenzoylméthane par l'hydrate d'hydrazine. Nous avons préparé en outre le picrate, fondant à 161°, de l'éthyl-4-diphényl-3.5-pyrazol. Enfin l'hydroxylamine transforme l'éthyldibenzoylméthane en éthyl-3-diphényl-2.4-isoxazol fondant à 93-94°.

---

(1) Auger, *Ann. Chim. Phys.*, 6e série, 22, 1891, p. 350.

L'éther éthylcyanacétique est un corps qu'il est difficile d'obtenir à l'état de pureté. Mais le produit d'éthylation du cyanacétate d'éthyle, mélangé de corps primitif et d'éther mono et dialcoylé convient parfaitement pour ces condensations. L'action des dérivés organomagnésiens sur un alcoylcyanacétate d'éthyle constitue alors un procédé pratique pour l'obtention de β-dicétones alcoylées symétriques difficiles à préparer par d'autres voies, surtout dans la série aliphatique.

GÉOLOGIE. — *Minéraux lourds des roches éruptives et cristallophylliennes de Bretagne.* Note de M. **L. Berthois**, présentée par M. L. Cayeux.

J'ai entrepris l'inventaire des minéraux lourds des massifs granitiques et cristallophylliens de la presqu'île armoricaine, dans le but de caractériser ces différents massifs en me basant sur la présence ou la fréquence de certaines formes de ces minéraux.

Au lieu de broyer des roches fraîches, j'ai extrait les minéraux des arènes résultant d'une altération naturelle plus ou moins profonde, ce qui me permettra, par la suite, de mieux suivre les transformations qu'ils subiront lors de leur incorporation dans des sédiments variés.

Mon enquête s'est étendue aux massifs importants de Bretagne, et j'ai examiné près de 80 prélèvements différents.

Des minéraux très divers ont été recueillis, mais, dans cette Note, j'étudierai seulement le zircon et la tourmaline qui ont un intérêt particulier à cause de leur fréquence.

Zircon. — On distingue principalement :

I. Longs prismes avec arêtes nettes terminés par la protopyramide habituelle.

En ne considérant comme zircons à prisme allongé que ceux dont la longueur est au moins égale à quatre fois la largeur et après avoir mesuré plus de 5000 zircons, j'ai pu établir :

Que cette forme est très rare dans le gneiss, la moyenne générale étant d'environ 6 pour 1000 (un seul échantillon a atteint 2,5 pour 100), de plus l'allongement ne dépasse jamais cinq fois la largeur (proportion qui n'a été atteinte qu'une fois).

Dans les roches granitiques, l'allongement atteint six à sept fois et même dix fois la largeur. La fréquence de cette forme est en moyenne générale d'environ 7 pour 100.

La prédominance des zircons à prisme allongé dans le granite avait été signalée par von Chrustschoff (¹) qui avait en outre observé que, dans cette roche, les zircons étaient très riches en inclusions.

Cette dernière propriété n'a pas dans les minéraux bretons la généralité que lui donne ce savant.

II. Prismes allongés à faces verticales nettes terminés par des pointements arrondis.

Se rencontrent indifféremment dans le granite et dans le gneiss, mais semblent plus fréquents dans cette dernière roche.

III. Formes cristallines nettes terminées par des pointements aigus ou surbaissés.

Des variations dues à la prédominance de telle ou telle facette semblent être constantes dans certains massifs; elles pourront sans doute servir à les différencier entre eux.

IV. Zircons à nombreuses inclusions et zircons zonés.

V. Prismes courts terminés par des pointements réguliers souvent peu transparents, dont la longueur varie entre 1,5 et 3 fois la largeur.

Ces types IV et V sont à peu près également répartis dans les roches éruptives et les roches cristallophylliennes.

VI. Zircons informes, prisme parfois contourné, sans pointement, contour ovale ou même circulaire, avec ou sans inclusions.

Assez fréquents dans le granite où leur proportion atteint, en moyenne, 15 à 16 pour 100.

Mais beaucoup plus nombreux dans les roches cristallophylliennes où leur proportion atteint en moyenne 40 pour 100.

Von Chrustschoff (²), qui avait signalé la présence dans le gneiss de zircons en grains arrondis, avait en outre distingué deux formes spéciales (³) : l'une ayant un contour elliptique allongé avec une grosse inclusion centrale; l'autre un contour de même genre, mais plus rectiligne avec de nombreuses facettes et des inclusions. Et il considérait ces deux manières d'être comme appartenant en propre aux gneiss et aux « roches archaïques analogues ».

(¹) Von Chrustschoff, *Ueber einen eigenthümlichen Einschluss in Granitporphyr von Beucha* (*Min. u. petr. Mitth. Tschermak*, 7, 1886, p. 187).

(²) Von Chrustschoff, *Beitrag zur Kenntniss der Zirkone in Gesteinen* (*Min. u. petr. Mitth. Tschermak*, 7, 1886, p. 423-441). — Voir aussi L. Cayeux, *Introduction à l'étude pétrographique des roches sédimentaires*, Paris, Imp. Nat., 1916, p. 289.

(³) L. Cayeux, *loc. cit.*, pl. XVII, nᵒˢ 36 et 37.

Or ces deux formes qui existent bien dans le gneiss existent aussi dans de nombreux granites (Massifs de Fougères, Bonnemain, Becherel, Huelgoat, etc.) et ne peuvent donc caractériser les roches cristallophylliennes.

VII. Les cristaux brisés sont fréquents dans toutes les arènes, de même que les éclats de forme anguleuse.

La tourmaline jaune brun clair, polychroïque en brun foncé, s'observe sous trois formes principales :

I. Éclats informes avec nombreuses inclusions.

II. Fragments de prismes avec un seul pointement ou sans pointement.

Ces deux types existent à la fois dans les roches éruptives et cristallophylliennes, le deuxième avec une légère prédominance dans ces dernières.

III. Prismes terminés par deux pointements surbaissés. Cette forme est beaucoup moins commune dans le granite que dans le gneiss.

Tourmalines ferro-manganésiennes. — Incolores ou légèrement bleutées avec un polychroïsme intense en bleu foncé.

Habituellement en fragments de prismes, parfois en éclats informes.

Cette variété est plus commune dans les roches granitiques que dans les roches cristallophylliennes.

Conclusions. — Les quelques remarques énoncées plus haut sur les différents aspects que prennent deux minéraux très communs, suivant qu'ils proviennent des granites et granulites ou des gneiss et micaschistes, pourront donner des indications utiles dans la recherche de la roche mère d'un sédiment; elles seront dans certains cas heureusement complétées par l'examen des minéraux caractéristiques des roches cristallophylliennes : Disthène, Staurotide, etc.

GÉOLOGIE. — *La terminaison occidentale du Massif de l'Arize et la structure des couches secondaires des environs de Saint-Girons (Ariège).* Note [1] de M. **Marcel Casteras**, présentée par M. L. Cayeux.

Les feuilles géologiques de Foix et de Bagnères-de-Luchon au $\frac{1}{80000}$ figurent le massif de l'Arize comme flottant sur les terrains secondaires des environs de Saint Girons. Ceux-ci y sont découpés en deux séries : l'une, aux abords immédiats de Saint-Girons, est considérée comme profonde; l'autre, qui correspond au revêtement secondaire du massif de Castillon, serait superposée à la précédente suivant le chevauchement de Surroque.

---

[1] Séance du 22 mai 1929.

L'étude de ce territoire soulève donc deux problèmes : celui de la situation du massif de l'Arize et celui de la signification exacte du chevauchement de Surroque.

1° Après avoir suivi minutieusement sa terminaison occidentale, je conclus à *la plongée du massif de l'Arize sous les couches secondaires des environs de Saint-Girons*.

A l'appui de cette position profonde du massif hercynien parlent toutes les observations de détail. J'insiste sur une première disposition typique, celle réalisée dans la vallée d'Alos, en aval de ce village. La surface de contact avec les terrains secondaires, traversant à peu près normalement une vallée assez profonde, s'infléchit dans l'ensemble très fortement vers l'amont, c'est-à-dire vers l'extérieur du massif de l'Arize, en montrant, au fond du thalweg, les schistes siluriens qui s'enfoncent vers l'Ouest sous la couverture secondaire du massif de Castillon. Je signale en outre l'inflexion tout à fait caractéristique vers l'aval du contour du massif de l'Arize à la traversée du Salat en face d'Eycheil, de même que la coupe de Mondette qui montre la superposition des couches secondaires de Sammura au Permo-Trias d'Herré et aux schistes de Mondette.

2° Considérons maintenant la structure propre de la couverture commune aux massifs de l'Arize et de Castillon.

Ce revêtement posthercynien apparaît au nord de Soueix dans le prolongement de l'une des étroites bandes synclinales qui courent entre Oust et Massat et qui, ainsi que je l'ai précédemment écrit [1], ont été plissées avant le dépôt transgressif du Crétacé supérieur, pour être reprises avec lui lors d'une deuxième phase orogénique. Ces terrains secondaires sont disposés suivant un synclinal représenté ici seulement par son flanc sud et pincé verticalement entre les deux massifs primaires. Vers l'Ouest le synclinal se couche progressivement sous l'avancée du massif de Castillon, de sorte que, lorsqu'il atteint la vallée d'Alos, il est déversé à 45° au Nord-Est sur le massif de l'Arize. *La couverture du massif de Castillon s'est couchée sur l'Arize*.

Vers le Nord-Ouest, le synclinal considéré va se compléter, d'une part dans son axe, par des marnes albiennes qui apparaissent à Atès et se poursuivent sous la crête de Surroque vers Montfaucon et Moulis, d'autre part par l'apparition de son flanc nord, jusque-là étiré. Celui-ci, déjà représenté sur la rive gauche de la rivière d'Alos par un petit affleurement

[1] *C. R. Somm. Soc. Géol. France*, 4e série, 28, 1928, p. 133.

de dolomie jurassique et de Lias, manque à nouveau en face d'Atès, où les couches crétacées reposent directement sur le Permo-Trias de l'Arize suivant une surface de décollement. Mais plus au Nord tous les termes apparaissent. Ceux-ci vont s'étaler largement au sud de Saint-Girons en même temps qu'ils changent brusquement de direction et passent au Nord-Est pour envelopper la terminaison du massif de l'Arize.

Ainsi, sur la rive droite du Lez, les couches secondaires se disposent suivant un vaste synclinal couché à 45° vers le Nord-Est, et l'axe albien de ce synclinal est chevauché par les calcaires urgoniens de la crête du Surroque. *Il serait, à l'origine, préférable de parler d'un pli couché pour l'accident de Surroque.*

Le flanc sud du synclinal se complique vers le Nord-Ouest. Dès avant Moulis, à l'ouest du Tuc de la Jugnède, on constate l'étirement total de l'Urgonien; puis on note l'apparition, entre Jouan et la vallée du Lez, de plusieurs axes anticlinaux triasiques. Le faisceau de plis, qui résulte de cette seconde disposition, s'étale largement sur la rive gauche du Lez de part et d'autre des affleurements crétacés de la Forêt de Larroque et du Tuc de Castérot; on obtient ainsi deux branches, l'une à l'Ouest dans la direction de Balaguères, l'autre au Nord vers Montégut et Montgauch.

Nous ne suivrons que le rameau oriental de cette digitation. Vers le Nord, devenu complètement indépendant du massif de Castillon, l'étirement frontal de Surroque s'accentue et, progressivement, la dolomie de Moulis et la série liasique du château de las Tronques disparaissent, de sorte que le Trias de Montégut repose directement sur les couches albiennes de l'axe du synclinal. A l'ouest du Trias de Montégut, se détache un anticlinal, indiqué par de l'Urgonien au milieu des marnes albiennes; mais ce nouvel accident s'ennoie rapidement vers le Nord, sans atteindre le col situé au sud de Costensac. Quant à l'affleurement de Trias, il se continue plus au Nord, à l'est de Costensac, par une longue traînée ophitique; celle-ci coupe la route de Cazavet vers la cote 488 et se termine au village de Montgauch, accompagnée d'un affleurement de Trias gypseux, au sein d'une série albienne isoclinale, d'abord couchée vers le Nord-Est, mais qui se relève progressivement jusqu'à la verticale. Momentanément ennoyé sous l'Albien, cet axe anticlinal se surélève de nouveau au nord de Cazavet où surgissent, au milieu d'une puissante série crétacée, les pointements d'ophite et de Trias de Prat.

C'est à une sorte de *dualité tectonique* qu'est due la complexité structurale de toute la région considérée. En avant de la zone axiale, le massif de

l'Arize a la même position profonde que celui de Castillon. Le revêtement sédimentaire commun aux deux massifs affecte l'allure d'un grand synclinal qui s'est couché sur le massif de l'Arize. Mais la série secondaire, en partie décollée sur la partie profonde, montre, en opposition à l'allure massive en plis de fond de l'Arize et du Castillon, divers accidents de détail d'un type habituel dans les plis de couverture : pli couché de Surroque, étirement du Tuc de la Jugnède, chevauchement de Montégut, décollement d'Atès, accident triasique de Montgauch.

BOTANIQUE. — *Sur une forme ancestrale de l'Arachide cultivée.* Note de M. **Auguste Chevalier**, présentée par M. H. Lecomte.

L'importance que présente l'amélioration de l'arachide dans notre colonie du Sénégal où cette plante donne lieu à une production de près de 500000 tonnes de gousses sèches d'une valeur, lorsque l'huile est manufacturée, de plus d'un milliard de francs, nous a amené à réunir et à étudier diverses formes du genre *Arachis*, cultivées ou spontanées dans le monde.

L'une d'elles, reçue récemment de Bahia au Brésil, et dont nous devons l'envoi à l'obligeance de M. Grégorio Bondar, est particulièrement intéressante, car elle paraît constituer un des types sauvages qui, croisé avec d'autres formes, a donné naissance par hybridation aux multiples races d'arachides cultivées.

Dès 1855, A. de Candolle présumait une origine brésilienne de l'arachide et il reconnaissait avec Bentham « qu'elle est peut-être une forme dérivée d'une des six autres espèces du genre spontanées au Brésil. C'est assez probable, ajoutait-il plus tard, sinon on l'aurait trouvée sauvage au Brésil dans le même état que la plante cultivée, si cette dernière n'était pas un produit de la culture ». Effectivement, certains botanistes ont admis que les arachides cultivées pouvaient dériver de *Arachis prostrata* Benth. ou de la variété *villosa* Benth.

Cette hypothèse nous paraît devoir être rejetée pour la raison que ces deux plantes ont des caractères botaniques spéciaux et qu'elles sont nettement vivaces. Elles ont pu, à la rigueur, jouer un rôle dans la formation de certaines races, mais une autre forme plus rapprochée de *A. hypogæa* est intervenue.

Cette plante, récoltée par M. Bondar sur les terrains sablonneux de l'État de Bahia, et que nous nommons *Arachis hypogæa* L. sub-sp. *A. sylvestris*

A. Chev., a les plus grandes analogies avec les variétés d'arachides cultivées à port couché (formes pleurotropes) et à tiges et feuilles hirsutes. Elle est seulement beaucoup plus grêle dans toutes ses parties. Dans l'appareil végétatif nous n'observons aucune différence essentielle. La racine grêle et les tiges molles, très villeuses, semblent bien annuelles. Les folioles largement elliptiques sont velues sur les deux faces et ciliées sur les bords jusqu'à un âge avancé. C'est seulement dans la forme et l'organisation du fruit que nous trouvons des caractères séparant notre *A. sylvestris* des formes cultivées.

Ce fruit est porté par un long gynophore qui peut atteindre comme dans certaines variétés cultivées 10 à 15^{cm} de long. Le jeune ovaire est glabre, cylindrico-conique, terminé par un long style persistant recourbé dans la moitié supérieure. Au fur et à mesure que le fruit grossit, il s'épaissit à la base, prend une forme conique, se termine en long bec aplati, atténué en pointe obtuse. En même temps il se couvre d'un feutrage de poils qui persistent par place jusqu'à l'état adulte et retiennent ordinairement de fins grains de sable agglutinés sur l'exocarpe lisse.

Le fruit mûr est conique et mesure 12 à 18^{mm} de long y compris le long bec aplati; le péricarpe, remarquablement mince, mesure à peine $0^{mm},2$ d'épaisseur, alors qu'il atteint le plus souvent de 1 à 3^{mm} d'épaisseur dans les variétés cultivées; il ne présente pas de crêtes ni de réticules comme dans les variétés cultivées, mais dix sillons très fins s'étendant de la base du style à un petit disque basal saillant au milieu duquel s'insère le gynophore.

Cette gousse indéhiscente ne renferme qu'une petite graine oblongue, pointue, de $10^{mm} \times 4^{mm}$ avec un tégument saumon clair.

En résumé la mise en culture de l'arachide a eu pour effet de développer la taille du fruit et de la graine et aussi d'accroître considérablement l'épaisseur du péricarpe dans les variétés cultivées. Dans celles-ci le mésocarpe est formé d'un tissu lacuneux très développé qui enmagasine l'eau pendant les pluies pour l'utiliser pendant les grandes sécheresses, ce qui permet à certaines variétés de prospérer dans les régions à climat sénégalais où les journées de pluies sont parfois peu nombreuses, même en hivernage. La plante a ainsi pris des caractères de xérophilie plus accusés. Ce mésocarpe épaissi protège en outre la graine contre les déprédations de certains insectes.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les échanges d'ions entre cellules de levures et solutions de chlorure d'ammonium.* Note (¹) de M. **Paul Genaud**, présentée par M. Molliard.

Le lavage à l'eau distillée d'une levure de vin cultivée au laboratoire, ou d'une levure pressée pour boulangerie, n'entraîne que des quantités indosables de matières salines. Si on lave au contraire la levure vivante avec une solution de $Cl\,NH^4$, on observe les faits suivants :

1° La concentration en ions Cl ne varie pas aux erreurs d'expérience près ;

2° La concentration n en ions NH^4 de la solution diminue de n_0 à n_1 d'une quantité indépendante en première approximation des quantités de levure et de solution mises en présence (constante de $\frac{n_1}{n_0}$, et de $n_0 - n_1$ pour une même valeur de n_0) ;

3° Il apparaît dans la solution des ions K et Ca en quantité telle que la somme des deux ions soit, aux erreurs expérimentales près, équivalente à la quantité d'ion NH^4 disparue, $(n_0 - n_1)$ est à peu près égal à (K) — (Ca) ;

4° Si l'on fait l'analyse des substances minérales contenues dans la levure, avant et après lavage par la solution de $ClNH^4$, on constate que la teneur en K et en Ca de la levure a diminué d'une quantité sensiblement égale à la quantité d'ions K et Ca apparue dans la solution.

Ces expériences se font à pH 7, et le pH ne varie sensiblement pas au cour du lavage, dont la durée n'atteint pas une heure.

Voici l'étude des équilibres ioniques dans les solutions ; toutes les concentrations sont exprimées en cent-millièmes d'ion-gramme par litre de solution ; la molécule de Ca compte pour 2 ions.

Rapport. Solution. Levure.	(NH^4) Initiale n_0.	(NH^4) Finale. n_1.	$\frac{n_1}{n_0}$.	$n_0 - n_1$.	(K).	(Ca).	(K) — (Ca).	$\frac{(K)}{n_1}$.	$\frac{(Ca)}{n_2}$.
5......	1000	938	0,94	62	64	22	86	0,065	0,023
10......	»	938	0,94	62	59	20	79	0,063	0,021
50......	»	828	0,93	72	47	25	72	0,051	0,027
5......	2000	1812	0,90	188	106	60	166	0,059	0,033
10......	»	1780	0,89	220	90	60	150	0,051	0,034
25......	»	1840	0,92	160	66	60	145	0,036	0,033
5......	4000	3640	0,91	380	170	280	450	0,047	0,077
10......	»	3640	0,91	360	140	250	390	0,039	0,069
50......	»	3700	0,92	300	120	200	320	0,032	0,054

(¹) Séance du 22 mai 1929.

Voici la comparaison entre les quantités en valeurs absolues dont a varié la composition de la levure et la composition de la solution toujours en cent-millièmes d'ion-gramme. (Après les résultats d'analyse est indiquée l'erreur probable, en fonction de la méthode analytique employée.)

Variation de composition de :	K.	Ca.	K + Ca.	NH^4.
Levure (100^g frais)	-162 ± 16	-85 ± 2	-247 ± 18	
Solution $\left(1^l\ ClNH^4\ \frac{M}{100}\right)$	$154\pm\ 3$	$+85\pm2$	$+239\pm\ 5$	-250 ± 20

Ces données numériques confirment, en les généralisant et en les précisant, la notion d'un déplacement réversible d'une partie des substances basiques contenues dans la cellule, notion publiée ici même par M. Henri Devaux en 1916 [1], la cellule vivante est donc en équilibre minéral mobile avec le milieu ambiant, et sa composition minérale varie, dès que la composition du milieu varie. Le fait essentiel qui ressort de nos recherches est que la cellule vivante se comporte comme un sel inerte insoluble, dont l'anion est toujours insoluble, et dont les cations s'échangent partiellement contre les cations de la solution.

Une cellule de levure peut être assimilée à ce point de vue à un protéinate insoluble de K et de Ca ou à une surface de verre [2]; L. Genevois a montré, en 1925 [3], que la loi d'action de masse permettait de prévoir, dans un pareil cas, que l'équilibre était atteint, lorsque le rapport de la concentration finale à la concentration initiale de l'ion apporté par la solution $\left(\frac{n_1}{n_0}\right)$ atteignait une valeur fixe, quel que soit le volume de la solution. Ce rapport $\frac{n_1}{n_0}$ est indépendant de la concentration initiale, lorsque les ions qui s'échangent ont même valence; il croît avec la concentration lorsque l'ion de la solution a une valence inférieure à l'ion déplacé du précipité : l'ion NH^4 doit déplacer d'autant plus d'ions Ca que la concentration de la solution en ions NH^4 est plus élevée.

L'expérience vérifie ces prévisions. La loi d'action de masse est donc susceptible de rendre compte des équilibres entre une cellule vivante et la solution minérale où elle baigne.

---

(1) HENRI DEVAUX, *Comptes rendus*, 162, 1916, p. 561.

(2) H. DEVAUX et E. AUBEL, *L'adsorption des ions par le verre* (*P.-V. Soc. Sc. phys. Bordeaux*, 1925-1926, p. 183).

(3) L. GENEVOIS, *Sur les échanges d'ions* (*P.-V. Soc. Sc. phys. Bordeaux*, 1925-1926. p. 22).

AGRONOMIE. — *Influence d'un engrais complet sur la pression osmotique chez quelques plantes agricoles. Action spéciale des engrais potassiques.* Note [1] de MM. **E. Blanchard** et **J. Chaussin**, présentée par M. A. Desgrez.

L'un de nous [2] a montré l'influence *d'un engrais complet* sur la pression osmotique du milieu intérieur du blé, au cours du développement.

Dans la présente étude, nous avons étendu nos recherches à l'avoine et à la betterave. Puis, en vue de dissocier l'influence des engrais potassiques (sylvinite et KCl), nous avons expérimenté en grande culture sur le blé et sur l'avoine.

La pression osmotique, mesurée par le Δ cryoscopique du milieu intérieur de la plante, a été déterminée en utilisant la méthode du bouillon de L. Lapicque [3], consistant à traiter, dans des conditions définies, le tissu par l'eau bouillante.

Nous avons également déterminé : le poids sec du tissu, l'extrait sec de la partie soluble, ses cendres et le poids moléculaire moyen des substances solubles.

1° Expériences effectuées au Parc Saint-Maur (champ d'expériences du Laboratoire de Physiologie générale de la Sorbonne) sur l'avoine et la betterave (distillerie).

Action d'un engrais complet (nitrate de soude, superphosphate de chaux et sulfate de potasse, dose forte).

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

---

(1) Séance du 13 mai 1929.

(2) J. Chaussin, *Étude du milieu soluble et des tissus insolubles au cours du développement du blé. Influence d'un engrais minéral complet* (*Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 1195), et *Annales de la Science agronomique française et étrangère*, **42**, 2e fascicule, mars-avril 1925, p. 124).

(3) L. Lapicque et J. Chaussin, *Sur les méthodes de mesure de la concentration moléculaire globale dans les tissus végétaux* (*C. R. Soc. Biologie*, **91**, 12 juillet 1924, p. 463).

TABLEAU I.

Plantes étudiées.	Δ cryoscopique avec engrais.	Δ cryoscopique sans engrais.	Cendres pour 100 d'extrait avec engrais.	Cendres pour 100 d'extrait sans engrais.	Poids moléculaire moyen avec engrais.	Poids moléculaire moyen sans engrais.	Poids sec pour 100 de poids frais avec engrais.	Poids sec pour 100 de poids frais sans engrais.
Jeune avoine, plante entière, 23 mai	0°,91	0°,87	33,8	28,4	112,25	121,67	13,70	15,75
Avoine feuilles, 9 juin	1,16	1,05	32,1	20,7	118,71	159,8	19,6	19,6
Avoine feuilles, 26 juin (temps très chaud)	1,26	1,04	25,1	19,7	164,26	173,30	22,2	24,0
Betterave distillerie, feuilles, 19 juin	0,82	0,80	18,96	20,00	131,55	131,18	11,80	12,5
Betterave distillerie, racines, 19 juin	0,99	0,90	4,74	6,09	235,5	225,71	14,8	13,11

TABLEAU II. — *Influence particulière due aux engrais potassiques* (essais en grande culture).

Plante cultivée (plante entière).	Δ.	Cendres pour 100 d'extrait.	Poids moléculaire moyen.	Poids sec pour 100 poids frais.	Rendement (grains).
M. LAUREAU (à la Martinière) :					
Blé (parcelle témoin)	1°	24,76	154,1	20,70	1600kg
Blé (avec 1000kg sylvinite en mars)	1,04	-	142,0	18,70	2500
Blé (avec 1000kg KCl en mars)	1,13	36,41	164,8	19,86	2950
M. Camille BENOIST (à Orgerus) :					
Avoine témoin	1,05	22,05	156,6	15,00	2125
Avoine (900kg KCl en mars)	1,09	26,09	111,6	13,2	3450

Nota. — Pour le blé (M. Laureau); le superphosphate et le nitrate ont été enfouis au cours du labour d'automne sur toutes les parcelles, y compris la parcelle témoin, et en mars les engrais potassiques ont été ajoutés en couverture. Pour l'avoine l'engrais potassique a été ajouté seul à la semaille.

L'examen du Tableau I montre pour l'avoine une augmentation du Δ cryoscopique, du même ordre de grandeur que celle obtenue par l'un de nous (*loc. cit.*) dans les mêmes conditions sur le blé, sur le même terrain.

La plus grande quantité de cendres pour 100 d'extrait du suc intérieur, et la diminution du poids moléculaire moyen de celui-ci, indiquent que cette augmentation est due, au moins pour partie, aux sels minéraux qui ont pénétré dans la plante du fait des engrais.

Pour la betterave l'augmentation du Δ de la feuille est peu marquée, et la composition des sucs apparaît peu différente avec et sans engrais; mais, pour la racine la différence entre les Δ est plus manifeste : la considération du pour 100 de cendres dans l'extrait et du poids moléculaire moyen indiquent l'influence des réserves organiques.

Le Tableau II fait ressortir que l'action spéciale des engrais potassiques (sylvinite et KCl) sur le blé et sur l'avoine détermine une augmentation du Δ cryoscopique due, au moins pour partie, à une plus forte minéralisation. Les détails seront donnés dans un Mémoire.

Conclusion. — Le développement plus rapide d'un certain nombre de plantes agricoles sous l'action des engrais coïncide avec une plus forte pression osmotique dans le milieu intérieur, et les engrais potassiques (sylvinite et KCl) ont, dans cette influence, une action manifeste.

CYTOLOGIE. — *Le chondriome actif de la cellule animale et le phénomène de pachynèse.* Note de M. **Maurice Parat**, présentée par M. F. Mesnil.

Nombre d'auteurs ont affirmé que la zone occupée dans la cellule animale par l'appareil de Golgi est libre de tout chondriome; j'ai montré au contraire antérieurement (1) que dans la plupart des cellules animales cette zone était *aussi riche*, sinon *plus riche*, en chondriome que n'importe quelle autre région cytoplasmique. Ce chondriome peut, dans une mesure variable avec le mode d'imprégnation et la catégorie de cellules auxquelles on a affaire, participer à la formation de l'artefact connu sous le nom d'appareil de Golgi. Certaines observations comme celles de Deineka, de Jordan, de Morelle, de Benoît, de Tschassownikow sont en parfait accord avec cette manière de voir. Ce chondriome, localisé dans la zone du cytoplasme la plus active au point de vue des élaborations (Sagouchi, Nassonov, Bowen, Morelle), joue certainement un rôle catalytique important dans ces dernières; il m'a donc en conséquence paru mériter le nom de *chondriome actif*, terme qui rappelle en même temps certaines analogies qu'il présente avec le chondriome décrit sous le même nom par Guilliermond et ses élèves dans la cellule végétale. Le chondriome en question possède, dans la plupart des cellules somatiques, des caractères morphologiques identiques à ceux du chondriome ordinaire; avec Marguerite Parat (2), nous avons montré cepen-

(1) *Arch. d'Anat. microsc.*, **24**, 1928, p. 73-357.
(2) *C. R. de la Soc. de Biol.*, **99**, 1928, p. 1950.

dant qu'il différait de ce dernier par sa richesse plus grande en lipoïdes. Mais, dans les cellules sexuelles, ce n'est pas seulement par ce caractère que ce chondriome diffère du chondriome ordinaire, c'est aussi morphologiquement, la taille de ses éléments (*lépidosomes*) étant souvent plus considérable que celle des autres chondriosomes. *Cette différence s'accuse progressivement* à partir de la spermatogonie, ainsi que Fauré-Fremiet, E. Gambier, moi-même, l'avons mis en évidence; nous avons reconnu avec E. Gambier que, chez la Notonecte, on peut — ce qui a échappé à Voinov — trouver tous les intermédiaires entre des chondriosomes en tout semblables aux chondriosomes ordinaires de la spermatogonie et les *lépidosomes* de la spermatide.

Au cours de ce processus, les chondriosomes actifs des cellules sexuelles, les *lépidosomes*, subissent une hypertrophie notable par accumulation de substances lipoprotéiques, ils deviennent littéralement obèses; leur aspect rappelle d'ailleurs celui qui a été décrit dans la cellule végétale, lors de la formation des plastes. Leur périphérie paraît, sur le vivant et sur pièces fixées, beaucoup plus sombre que leur partie centrale; celle-ci est à peu près incolore par les techniques lipoïdiques et se colore en orange par la technique de Volkonsky, alors que la périphérie garde fortement les colorants des lipoïdes et se teint violemment en rouge par la technique mitochondriale précitée. Les sphérules, les croissants ou les raquettes ainsi formés ressemblent étrangement, mais en plus volumineux, à des chondriosomes ordinaires altérés, vésiculisés. Il ne s'agit cependant pas d'une vésiculisation, puisque, j'y insiste, on a affaire à une transformation morphologique consécutive à une accumulation de lipo-protéiques et que cet aspect est visible sur le vivant, sans coloration, dans les meilleures conditions d'observation. Or, la Cytologie ne dispose d'aucun terme pour désigner cet aspect, voisin à première vue de la vésiculisation, mais en différant essentiellement par sa nature physiologique et par sa genèse. Je proposerai, pour désigner cet état, le terme *pachynétique*, la *pachynèse* (de παχύνω = épaissir) étant le processus qui aboutit à transformer un chondriosome, souvent assez semblable à ses voisins, en un élément nettement plus épais, littéralement obèse et, partant, morphologiquement différent de ses congénères à des degrés variés et variables. De tels chondriosomes pachynétiques (*lépidosomes*) ont pu être pris à tort par différents auteurs (Gatenby, Bowen, Avel, Voinov, Hirschler, etc.) pour des corps de Golgi (dictyosomes) alors que d'autres (Von La Valette Saint-Georges, Champy, Fauré-Fremiet, Karpova, Parat et Painlevé, E. Gambier) en ont nettement reconnu l'origine et la nature

mitochondriales. Ajoutons qu'il se pourrait que l'appareil parabasal des Flagellés et le *stigma* des Euglènes fussent, eu égard à leurs caractères microchimiques (Duboscq et Grassé, Grassé, Mangenot), les homologues de ce chondriome actif pachynétique.

PHARMACODYNAMIE. — *Sur quelques propriétés pharmacologiques de l'alcaloïde du* Banisteria Caapi. Note de M. RAYMOND-HAMET, présentée par M. Charles Richet.

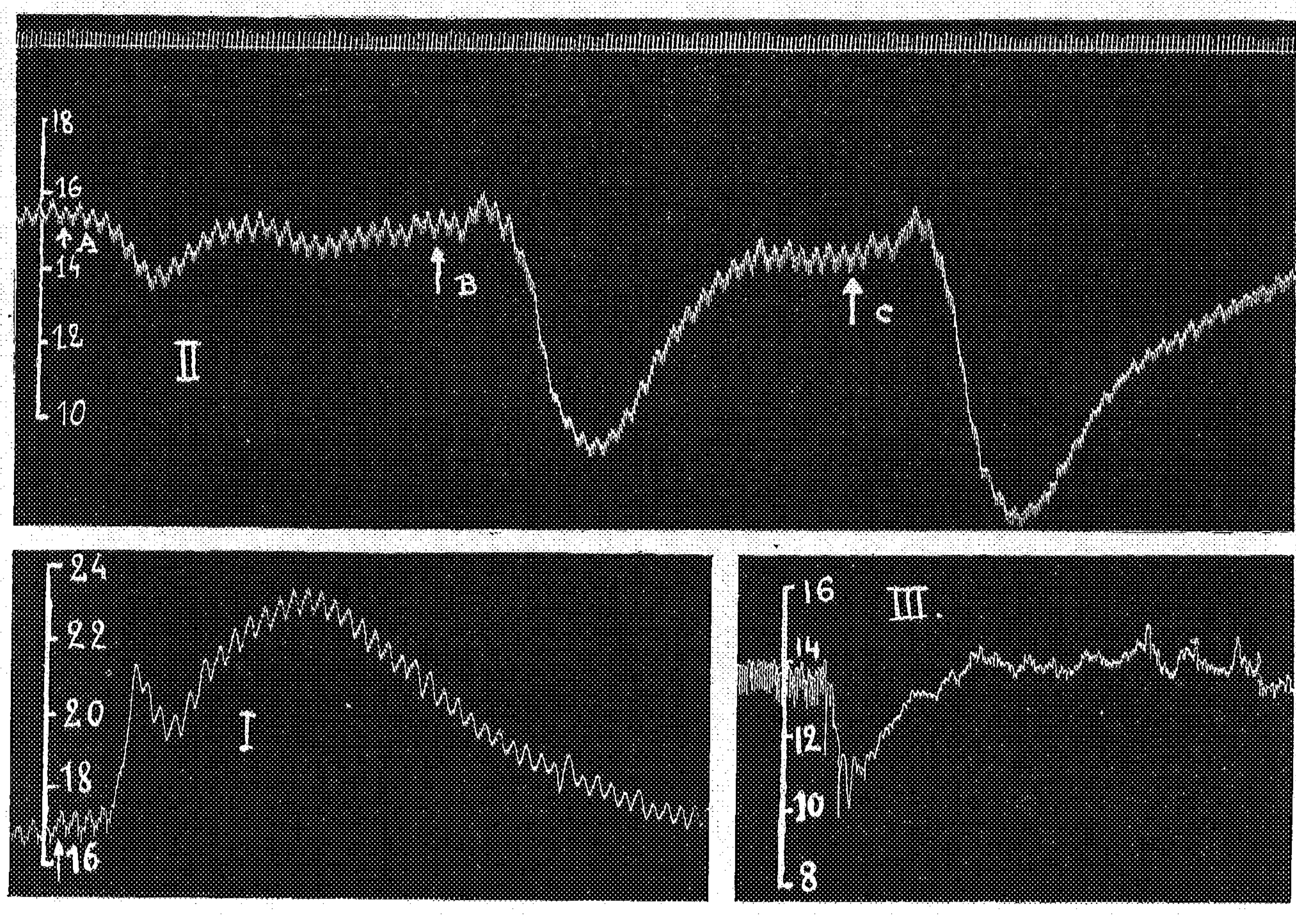
Avec notre maître M. Perrot, nous avons montré que, comme l'Aya Huasca, le Yajé, cette plante colombienne à laquelle on avait attribué des propriétés psychologiques curieuses, appartient à la famille des Malpighiacées et doit être identifiée avec le *Banisteria Caapi* Spruce ou avec une espèce voisine. De cette plante, nous avons pu extraire, à l'état de pureté, plus de 20^g d'un alcaloïde qui en est le principe actif essentiel. Cet alcaloïde avait d'ailleurs été déjà préparé par Cardenas qui lui avait donné le nom de *télépathine* et par Villalba qui, sans motif valable, avait substitué à cette dénomination celle de *yajéine*. Depuis lors, Lewin a isolé de l'Aya Huasca un alcaloïde identique à la télépathine, mais qu'il a cru devoir désigner sous le nom nouveau de *banistérine*.

D'autre part, pour Elger, la télépathine ne se distinguerait pas de l'harmine, alcaloïde du *Peganum Harmala*, cependant que pour Rumpf et Wolfes la banistérine serait, elle aussi, identique à l'harmine.

L'identité de la télépathine, de la yajéine et de la banistérine ne nous paraît pas douteuse, mais nous pensons que celle de ces alcaloïdes et de l'harmine, bien que très vraisemblable, exige encore de nouvelles recherches.

Quoi qu'il en soit, Beringer ayant récemment montré que la banistérine peut être utilisée dans la thérapeutique neurologique, nous avons cru utile de faire connaître quelques-unes des propriétés pharmacologiques de la télépathine que nous avions jadis préparée.

Chez le chien anesthésié par le chloralose, l'injection intraveineuse rapide de télépathine provoque une hypotension qui, déjà manifeste à la dose de 1^{mg} par kilogramme, atteint de 6 à 7^{cm} de Hg à la dose de 4^{mg} par kilogramme. Cette hypotension, qui subsiste chez l'animal décérébré et qui se produit aussi bien chez le chien vagotomisé que chez celui dont les pneumogastriques n'ont pas été sectionnés, aussi bien sur l'animal soumis à la respiration artificielle que sur celui qui respire spontanément, n'est pas d'origine vagale puisqu'elle n'est pas modifiée par l'atropination préalable (2^{mg} par kilogramme). L'hypotension produite par les doses faibles (1-2^{mg} par kilogramme) n'est pas d'origine cardiaque car ces doses n'ont pas d'effet inotrope ou chro-



Chien de $8^{kg},500$, anesthésié par le chloralose (12^{cg} par kilogramme), ayant ses vagues coupés et soumis à la respiration artificielle. — Enregistrement de la pression carotidienne par le manomètre à mercure. — En A, injection de $8^{mg},50$; en B, de 34^{mg}; en C, de 34^{mg} de chlorhydrate de télépathine. — En I, effets de [illegible]/100 de milligramme d'adrénaline avant la télépathine; en III, effets de la même dose d'adrénaline après la télépathine. — Temps en secondes. — Tracé en grandeur naturelle.

notrope négatif. Par contre les doses fortes ralentissent le rythme cardiaque, mais il a fallu, chez l'animal soumis à la respiration artificielle, $147^{mg},69$ par kilogramme pour produire l'arrêt définitif du cœur.

L'injection lente et continue de yajéine provoque aussi de l'hypotension, mais, dans ce cas, la pression baisse lentement et progressivement.

Aux doses faibles (4^{mg} par kilogramme), la télépathine, ralentit le rythme respiratoire; mais, aux doses fortes (12-20^{mg} par kilogramme), elle l'accélère.

L'action hypertensive des doses moyennes d'adrénaline ($\frac{2-5}{100}$ de milligramme) est supprimée et parfois même inversée par l'administration préalable de 10 à 12^{mg} de télépathine par kilogramme. Ce phénomène paraît être d'origine cardiaque et non vasculaire car, même après injection de 24^{mg} par kilogramme, les effets vaso-constricteurs rénaux de l'adrénaline ($\frac{2-5}{100}$ de milligramme, ne sont pas modifiés.

La télépathine n'a pas d'effet apparent sur le vague. Après administration de 18 et même de 33^{mg} de cet alcaloïde par kilogramme, les effets cardiaques de l'excitation électrique du vague au cou et de l'injection intraveineuse d'acétylcholine ne sont pas modifiés.

La télépathine, aux doses de 2-10^{mg} par kilogramme, provoque une inhibition assez durable des contractions intestinales.

A 15^h45^m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Mécanique, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante dans la Section de Mécanique par le décès de M. *J. Boussinesq :*

En première ligne. . . . . M. **Émile Jouguet.**

En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique . . . . MM. **Eugène Bertrand de Fontviolant, Prosper Charbonnier, Alfred Liénard, Henri Villat.**

L'Académie ajoute à cette liste le nom de M. **Jules Drach.**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17^h.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de mars 1929 (*suite et fin*).

Nice-Coni. Section française. Ligne de Nice à la frontière d'Italie et embranchement de Vintimille, P.-L.-M., octobre 1928; 1 fasc. 26cm,5 × 37cm,5. (Présenté par M. Séjourné.)

Cet opuscule présente l'intérêt nouveau d'expliquer par quelles causes dynamiques un croiseur, notamment, utilise dans sa translation en mer calme, au profit de sa vitesse, une part de sa force motrice d'autant plus grande que son tonnage est moins grand, par F.-E. Fournier. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1929; 1 fasc. 23cm.

Les poissons des eaux douces d'Asie Mineure, par Jacques Pellegrin. Mémoire publié dans le tome second et dernier du voyage zoologique d'Henri Gadeau de Kerville en Asie Mineure. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1928; 1 fasc. 25cm,5. (Présenté par M. Bouvier.)

Le Bureau Veritas, Société internationale de classification de navires et d'aéronefs, 1828-1928, par Pierre Le Conte, le 23 juin 1928; 1 vol. 28cm,5.

Il. R. Istituto superiore agrario in Portici, 1872-1928. Spoleto, Panetto et Petrelli, 1928; 1 vol. 32cm.

Weltkatastrophen der Erde, par A. Seboldt. Chez l'auteur à Halle (Saale), s. d. 1 fasc. 25cm,5.

Kometen über uns, par A. Seboldt. Halle, Schmidt et Erdel, 1928; 1 fasc. 25cm,5.

Mathematical and physical papers, par Joseph Larmor. Cambridge, University Press, 1929; 2 vol. 27cm.

Précis de Zoologie, par Aug. Lameere. Tome I. Paris, Doin et Cie, 1929; 1 vol. 26cm,5.

Ouvrages reçus pendant les séances d'avril 1929.

Leçons sur les équations linéaires aux différences finies, par N. E. Norlünd, rédigées par René Lagrange in *Collection de Monographies sur la théorie des fonctions*. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1929; 1 fasc. 25cm,5.

Gustave Lambert. Ses travaux. Son projet de voyage au pôle Nord. Sa mort, par E. Doublet; extrait du *Bulletin de l'Observatoire de Lyon*. Trévoux, Patissier, 1929; 1 fasc. 24cm.

Les helicidæ de la faune française, par Louis Germain. Lyon, Joannès Desvigne et ses fils, 1929; 1 vol. 37cm,5. (Présenté par M. Louis Joubin.)

Proceedings of the third Pan-Pacific Science Congress Tokyo, 1926. Tokyo, National Research Council of Japan, 1928; 2 vol, 22^{cm},5.

Le cancer maladie des cicatrices, par AUGUSTE LUMIÈRE. Paris, Masson et Cie, 1929; 1 vol. 21^{cm}.

Ethnologie der Neu-Caledonier und Loyalty-Insulaner, par FRITZ SARASIN. Munchen, C. W. Kreidel's Verlag, 1929; 1 vol. et un Atlas, 31^{cm},5. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

Carte géologique du massif du mont Blanc (partie française), par PAUL CORBIN et NICOLAS OULIANOFF. *Les tines. Chamonix.* Saint-Maur-des-Fossés, G. Jacquart, 1928; 2 fasc. 21^{cm},5 et 2 planches, 40^{cm},5 × 56^{cm},5. (Présenté par M. Termier.)

The discovery of the rare Gases, par M. W. TRAVERS, London, Edward Arnold et Cie, 1928; 1 vol. 25^{cm},5.

Œuvres géologiques de MARCEL BERTRAND, *recueillies par* EMM. DE MARGERIE *et publiées sous les auspices de l'Académie des Sciences.* Tome II. Paris, Dunod, 1928; 1 vol. 25^{cm},5.

Physique industrielle. *Nouvelles études sur la chaleur*, par CH. ROSZAK et M. VÉRON. Préface de M. LÉON GUILLET. Paris, Dunod, 1929; 1 vol. 25^{cm},5.

La structure de la lumière, par Sir J. J. THOMSON, traduit par R. FRIC. Paris, Albert Blanchard, 1929; 1 vol. 25^{cm}.

Comparison of old and new triangulation in California, par WILLIAM BOWIE. Washington, Government printing office, 1928; 1 fasc. 23^{cm}.

Le problème de la vie, par le Dr CHAMBAS. Paris, Norbert Maloine, 1929; 1 vol. 19^{cm}.

Traité de pharmacie chimique, par P. LEBEAU et C. COURTOIS. Paris, Masson et Cie, 1929; 2 vol. 25^{cm},5. (Présenté par M. Béhal.)

Problèmes de statique graphique et de résistance des matériaux, par LOUIS ROY. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1929; 1 vol. 23^{cm}.

Les secrets de notre atmosphère et les nuages, par MARCEL JOBELOT. Paris, Les Étincelles, s. d.; 1 vol. 18^{cm}.

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 13 mai 1929.)

Note de M. *Raymond-Hamet*, Applications pharmacologiques de la technique du rein transporté au cou.

Page 1311, ligne 14, *au lieu de* Par contre, l'hordinine, *lire* Par contre, à la dose de 1^{mg} par kilogramme, l'hordinine.

Page 1312, ligne 11, *au lieu de* enfin le sulfate de l'hordinine, *lire* enfin très vraisemblablement aussi le sulfate de l'hordinine.

(Séance du 27 mai 1929.)

Note de M. *Edmond Rouelle*, Les caractéristiques et la stabilité des circuits ferro-résonants (circuits oscillants comportant des bobines à noyaux de fer):

Page 1393, dernière ligne, *au lieu de* élément en série, *lire* élément série.

Page 1394, ligne 8, *au lieu de* le courant est déplacé, *lire* le courant est déphasé.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 JUIN 1929.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Encore un nouveau deuil : M. **Georges Lecointe**, directeur honoraire de l'Observatoire royal de Belgique, élu Correspondant de l'Académie pour la Section de Géographie et de Navigation en 1918, vient de mourir.

Né à Anvers le 29 avril 1869, Georges Lecointe entra à l'École militaire en 1886. Détaché par le gouvernement belge dans la marine française au titre de lieutenant de vaisseau de 1894 à 1897, il servit dans l'escadre de la Méditerranée et vint séjourner à l'Observatoire du Bureau des Longitudes, dont il devint correspondant en 1914.

De 1897 à 1899, il prit part au titre de commandant en second à l'expédition antarctique de la *Belgica*, commandée par M. de Gerlache.

L'importance et la variété des travaux qu'il publia à la suite de cette mémorable expédition le désignèrent à l'attention du gouvernement belge, qui, en 1898, lui confia la direction des services astronomiques, de la physique du globe et de la météorologie scientifique à l'Observatoire royal de Belgique, à Uccle.

Dans ses nouvelles fonctions, Georges Lecointe eut à liquider un arriéré considérable: il réussit à publier une série de volumes des *Annales astronomiques* riches en documents de première valeur, sur les planètes Vénus, Mars et Jupiter; sur la distribution des étoiles par rapport à la Voie Lactée; sur les observations du passage de Mercure; sur les observations au cercle méridien d'étoiles de repère du Catalogue photographique international pour la zone de Paris, observations qui nous sont précieuses, etc.

Les cinq volumes publiés sur la Physique du globe ne sont pas moins

importants par les documents sur les observations magnétiques, les mesures de la température du sol et les observations séismologiques. Ces travaux absorbants n'ont pas épuisé l'activité de Georges Lecointe, il a tenu à participer à la publication de la Carte du Ciel.

Dans les nombreux Congrès, où son influence était grande, il s'est montré un ardent défenseur des idées et des propositions françaises. Il a pris aussi en 1918 et 1919 une part importante à la création du Conseil international de Recherches et des Unions scientifiques internationales groupées autour de lui.

L'Académie perd en **Georges Lecointe** un savant éminent et la France un ami sincère.

J'adresse à sa famille au nom de l'Académie l'expression de notre vive sympathie.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à MM. **J. C. Mac Lennan**, professeur à l'Université de Toronto; **W. Kösters**, directeur de la *Reichsanstalt*, à Berlin; **Václav Posejpal**, professeur à l'Université Charles IV, à Prague; **J. Johannsen**, professeur à l'Université de Copenhague; **Raoul Gautier**, directeur honoraire de l'Observatoire de Genève, qui assistent à la séance.

ASTRONOMIE. — *Sur un cas particulier de diffraction des images solaires au foyer d'une lunette.* Note de M. **Maurice Hamy**.

Dans une Notice, insérée dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1929, j'ai résumé mes travaux théoriques relatifs à l'établissement d'une méthode propre à faire connaître la valeur véritable du diamètre solaire, en vue surtout de l'étude de ses variations problématiques. J'ai montré comment la solution de la question peut être obtenue, en faisant abstraction des inégalités d'éclat du disque de l'astre. A cet effet, l'objectif de la lunette est diaphragmé par une longue fente et l'observation des bords de l'image solaire est faite aux extrémités de l'axe de symétrie de cette image parallèle au grand côté de la fente. La théorie montre que l'association de mesures faites avec des longueurs de fente différentes permet d'éliminer les erreurs systématiques. Pour aller plus loin dans la voie de la précision, en tenant compte des conditions réelles d'éclairement du disque, des difficultés très sérieuses sont à surmonter. L'étude du problème se ramène alors

au calcul d'intégrales doubles très complexes. J'ai fourni précédemment quelques indications à ce sujet dans plusieurs Notes insérées aux *Comptes rendus* (¹). Je me propose, dans la présente Communication, de donner une idée des moyens permettant d'évaluer l'intégrale

$$K = \int_{-1}^{+1} \left[\frac{\sin m(u-\alpha)}{u-\alpha} \right]^2 f(u)\, du,$$

en posant

$$f(u) = (1-u^2)^\sigma \int_{-1}^{+1} \left[\frac{\sin n\sqrt{1-u^2}\, z}{z} \right]^2 (1-z^2)^{\sigma+\frac{1}{2}} dz,$$

où σ est un entier positif ou nul ne dépassant pas pratiquement 2 unités, m un nombre positif très élevé de l'ordre de 20000, n un nombre de l'ordre de grandeur de $\sqrt{m}$, et α un nombre suffisamment voisin de 1 pour que le produit $2m(\alpha - 1)$ ne soit pas élevé en valeur absolue. La question ainsi posée est très importante à résoudre. Elle se rattache à la détermination de la répartition de l'intensité lumineuse de l'image solaire dans le champ d'une lunette, au voisinage immédiat du bord.

Il convient tout d'abord de poser, que α soit inférieur ou supérieur à 1,

$$K = \int_{-1}^{\alpha} + \int_{\alpha}^{1}.$$

On peut obtenir une expression de $\int_{\alpha}^{1}$, sous forme de série à double entrée, fournissant sa valeur avec une erreur relative de l'ordre de grandeur de $\frac{1}{m}$.

L'intégrale $\int_{-1}^{\alpha}$ est beaucoup plus difficile à évaluer et exige de nombreuses transformations. Désignons par $\int_{(-1)}$ les intégrations effectuées le long d'une ordonnée positive indéfinie partant du point $u = -1$ et par $\int_{(\alpha)}$ celles qui sont faites le long d'une ordonnée positive indéfinie partant du point $u = \alpha$. Posons de plus

$$Q = \int_{(-1)} \frac{E^{i2m\, u-\alpha}}{(u-\alpha)^2} f(u).$$

(¹) Voir, en particulier, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1230.

E désignant la base des logarithmes népériens. On démontre que l'on a

$$2P = \pi n^2 L(\alpha + 1) (\text{pour } \sigma = 0 \text{ seulement}) - \int_{-1}^{\alpha} f''(u) L(\alpha - u)\, du$$
$$+ \text{partie réelle de} \left[-Q + \int_{(\alpha)} E^{i2mu - \alpha} [-f''(u) - 4mif'(u) + 4m^2 f(u)] L(\alpha - u)\, du \right].$$

Il arrive que l'intégrale Q peut être négligée, en ne commettant qu'une erreur relative de l'ordre de grandeur de $\frac{1}{m^2}$ sur P. Quant aux trois autres, prises le long de l'ordonnée (α), on peut en obtenir des expressions sous forme de séries à double entrée, fournissant leurs valeurs avec des erreurs relatives négligeables de l'ordre de grandeur de $\frac{1}{m}$ ou de $\frac{Ln}{m}$. Ne dépendant que de n et non de m et de n, à la fois, comme les intégrales dont il vient d'être question, l'intégrale

$$\int_{-1}^{\alpha} f''(u) L(\alpha - u)\, du$$

est cependant la plus difficile à calculer. Après des transformations délicates, elle peut se ramener à des intégrales simples très compliquées prises le long d'un contour fermé. Mais les éléments différentiels présentent cinq points singuliers dont la considération permet de développer ces intégrales en séries, en faisant intervenir mes recherches sur l'approximation des fonctions de grands nombres. L'erreur relative des résultats est encore de l'ordre de grandeur de $\frac{1}{m}$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur le rubrène. Sur un nouvel oxyde du rubrène*. Note (¹) de MM. **Charles Moureu**, **Charles Dufraisse** et **Léon Enderlin**.

Le rubrène (désigné ci-dessous en abrégé par R) est susceptible de fixer une molécule d'oxygène libre, pour donner l'oxyde RO^2 dissociable en ses constituants, oxygène libre et rubrène, $O^2 + R$ (²). Cette propriété, que

---

(¹) Séance du 22 mai 1929.

(²) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et P. M. Dean, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1584.

nous proposons d'appeler « oxydabilité réversible », confère un intérêt spécial à l'étude de l'oxydation du rubrène.

Nous venons d'obtenir un deuxième oxyde, qui constitue un terme moyen d'oxydation, puisqu'il correspond à la fixation, non d'une molécule, mais seulement d'un atome d'oxygène : sa formule est RO.

Contrairement au premier, ce deuxième oxyde ne s'obtient pas, tout au moins directement, par l'action de l'oxygène libre; de plus, sa formation n'exige pas l'action de la lumière.

On le prépare en faisant agir sur le rubrène les oxydants les plus variés, tels que l'acide nitrique (à 15 pour 100), l'acide chromique, les permanganates.

Mais on l'obtient aussi par réduction partielle du terme supérieur d'oxydation, RO^2 : il suffit, par exemple, de traiter ce corps par le zinc, en présence d'acide acétique, pour le transformer en oxyde RO.

Toutes ces préparations se font avec d'excellents rendements, ce qui prouve, une fois de plus, l'aptitude à fixer l'oxygène de cette structure particulière qui caractérise la molécule du rubrène.

Parmi les propriétés du nouvel oxyde, seules seront envisagées ici ses relations avec le rubrène et l'oxyde RO^2.

L'oxyde RO n'est pas dissociable, sous aucune influence il n'abandonne d'oxygène libre en redonnant le rubrène initial et il peut être chauffé à température relativement élevée sans décomposition : il fond inaltéré à 325°, après avoir subi vers 200° une première fusion avec perte de solvant (benzène). Il se différencie donc totalement en cela de RO^2, lequel présente déjà à froid une tension d'oxygène notable (¹) et qui se dissocie complètement en $O^2 + R$ à une température peu supérieure à 100° (²).

Toutefois il est possible de revenir de RO au rubrène, mais alors sous l'action d'agents réducteurs (fer en milieu acétique, HI, etc.); l'oxyde moyen RO représente donc un degré d'oxydation plus stable que RO^2.

Par contre, nous n'avons pas réussi à passer de RO à RO^2, par fixation d'un second atome d'oxygène : l'oxydation ultérieure aboutit à la scission de la molécule, avec formation de dibenzoylbenzène (³) : l'oxygène n'a donc pas les mêmes modes de liaison dans les deux oxydes.

(¹) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et L. Girard, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1166.

(²) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et P. M. Dean, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1584. — Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et L. Girard, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1027.

(³) Ch. Moureu Ch. Dufraisse et L. Enderlin, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 406.

L'ensemble des réactions d'oxydation du rubrène et de réduction de ses oxydes peut être résumé dans le schéma ci-dessous (*fig.* 1).

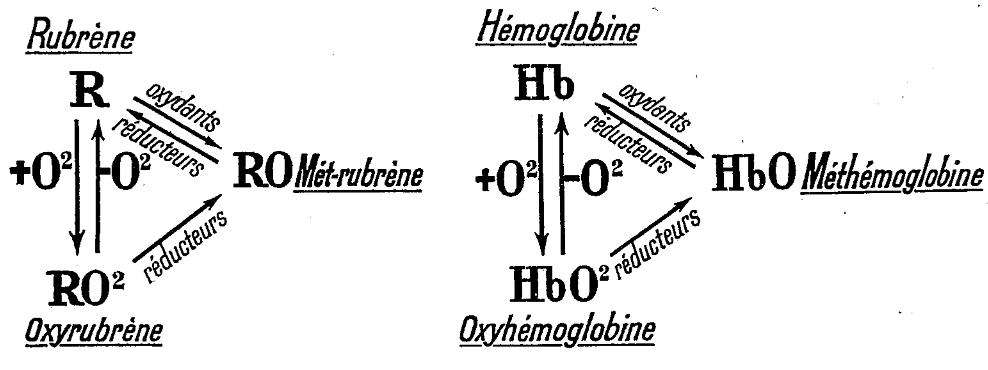


Fig. 1 ([1]). Fig. 2.

Si l'on met en regard (*fig.* 2) le schéma correspondant à l'hémoglobine et ses oxydes, on remarque un étroit parallélisme. Déjà, nous avions précédemment souligné les analogies des oxydations, $R + O^2 \rightleftharpoons RO^2$ et $Hb + O^2 \rightleftharpoons HbO^2$, du rubrène et de l'hémoglobine : et voici que le rubrène manifeste un nouveau degré d'oxydation, RO, qui se trouve correspondre, par sa composition et ses modes de formation et de réduction, à l'autre degré d'oxydation de l'hémoglobine, à HbO.

Selon toutes vraisemblances, ces nouvelles analogies ne sont pas un effet du hasard; il est plus logique de les rapporter à une propriété commune des structures qui confèrent au rubrène et à l'hémoglobine leur oxydabilité réversible. Cette propriété serait l'aptitude à former, outre l'oxyde dissociable RO^2 ou HbO^2, l'oxyde moyen plus stable RO ou HbO.

De toutes façons, nous ne pouvons que revenir en l'accentuant sur l'une de nos conclusions antérieures : les propriétés caractéristiques de l'hémoglobine ne sont pas dues nécessairement à la présence d'un atome de fer, elles peuvent fort bien appartenir à la partie purement carbonée de la molécule.

(1) Dans ce tableau, la nomenclature des oxydes du rubrène a été calquée sur celle des oxydes de l'hémoglobine : préfixe *mét* pour le monoxyde stable RO, et préfixe *oxy* pour le bioxyde dissociable RO^2. Il n'a pas été introduit de voyelle euphonique après la syllabe *mét* par crainte d'avoir la consonnance de préfixes utilisés dans un autre sens ou trop éloignés de l'origine étymologique.

La formule indiquée pour la méthémoglobine, HbO, est celle qu'ont établie les travaux les plus précis. Voir, en particulier, MAURICE NICLOUX et JEAN ROCHE, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1968.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelles recherches sur les propriétés additives des hydrocarbures α-diacétyléniques.* Note [1] de MM. **V. Grignard** et **Tchéoufaki.**

Nous avons étudié [2] l'hydratation des hydrocarbures α-diacétyléniques et montré que la première addition d'eau s'effectuait en 1-4; nous allons examiner maintenant l'addition de Br^2, H^2 et Br.

I. *Bromuration.* — Cette étude a été faite sur l'α-diheptine symétrique (tétradécadiine-6-8). Quand on fait réagir le brome sur la solution sulfocarbonique de cet hydrocarbure, les résultats varient avec la température.

a. A la température ordinaire on peut fixer $2Br^2$ et l'on isole un corps bien cristallisé en petits prismes blancs (du $CHCl^3$), fusibles à 118°, et qui s'altèrent, peu à peu, en se résinifiant.

Trouvé : Br = 62,8; Théorie, 62,74. Agité, en solution alcoolique diluée, avec du bichlorure de mercure, ce tétrabromure n'avait donné, au bout d'une dizaine d'heures, aucun précipité. On peut donc admettre qu'il ne contient pas de triple liaison et qu'il répond, par suite, à la formule

$$C^5H^{11}CBr = CBr - CBr = CBr - C^5H^{11}.$$

b. A l'ébullition de la solution sulfocarbonique, la bromuration ne donne qu'une petite quantité du tétrabromure précédent et beaucoup de résines. Nous n'avons pu observer la production de dérivés plus bromés.

c. En effectuant lentement l'addition du brome, entre — 5° et — 10°, on peut introduire Br^2 avant d'atteindre la coloration persistante.

On évapore le solvant (CS^2) dans le vide et à l'abri de la lumière, en maintenant la température vers 0°. Il reste un liquide jaune, épais, qui brunit rapidement, même dans l'obscurité.

Trouvé : Br pour 100, 48,8; calculé pour $C^{14}H^{22}Br^2$, 48,6.

P. M., par cryoscopie dans le benzène, 354; théorie, 350.

Quand on essaie de le distiller, même sous une pression de 6^{mm}, il se dédouble partiellement en 1-bromoheptine, bouillant, sous cette pression, à 53°; le reste se résinifie. Cette réaction inattendue nous a privés de substance pour déterminer s'il restait, ou non, une triple liaison dans ce dibromure. D'après ce que nous avons déjà vu pour l'hydratation et ce que

(1) Séance du 3 juin 1929.
(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 527.

nous allons constater pour l'hydrogénation, on serait tenté d'admettre que la première molécule de brome s'additionne en 1.4.

Mais il ne faut pas oublier que pour l'addition des halogènes sur les systèmes de deux doubles liaisons conjuguées, l'addition en 1-4 est plutôt l'exception [1] et que le diphénylbutadiène, en particulier, donne 96 pour 100 de dibromure 1-2, sans que l'on sache, même, s'il y a une trace de dibromure 1-4.

Remarquons d'ailleurs qu'il n'est pas invraisemblable que la première addition se fasse en 1-4, comme dans le cas général, mais qu'elle soit immédiatement suivie d'une transposition de l'un des atomes de brome, $4 \rightarrow 2$; la coupure de la molécule étant accompagnée, à son tour, d'une transposition, $1 \rightarrow 3$, conformément à la synionie [2]

$$C^5H^{11}CBr = C = C = CBr - C^5H^{11} \rightarrow C^5H^{11} - CBr = CBr - C \equiv C - C^5H^{11},$$

$$C^5H^{11}CBr = CBr - C \equiv C - C^5H^{11} \rightarrow 2C^5H^{11}C \equiv CBr.$$

II. *Hydrogénation.* — Nous avons choisi, pour cette étude, le diphényldiacétylène afin de pouvoir comparer nos résultats avec ceux obtenus par Straus [3].

En hydrogénant par la poudre de zinc cuivrée, en milieu alcoolique, le savant allemand a obtenu : trois isomères en $C^{16}H^{14}$, le *cis-cis-diphénylbutadiène* (F. 70°), le *trans-trans-diphénylbutadiène* (F. 150°) et un corps huileux qu'il considérait comme un dérivé *cis-trans;* en outre, deux isomères en $C^{16}H^{12}$, un liquide bouillant à 188°, sous 12^{mm} (isomère *cis*) et qui, par exposition à la lumière, se transforme en un solide, fusible à 95°-96° (isomère *trans*).

Pour représenter ces deux derniers corps, on pouvait hésiter entre les deux formules :

```
C⁶H⁵—C—H        H—C—C⁶H⁵               C⁶H⁵—C—H      H—C—C⁶H⁵
     ‖               ‖                       ‖             ‖
     C               C                       C—H           C—H
     ‖       α       ‖          ou           |      β      |
     C               C                       C             C
     ‖               ‖                       ⦀             ⦀
C⁶H⁵—C—H      C⁶H⁵—C—H                       C             C
                                             |             |
                                             C⁶H⁵          C⁶H⁵
```

En s'appuyant sur des arguments nullement exempts de critique, Straus conclut à la constitution *diphénylbuténine* (β).

(1) Voir F. Henrich, *Les théories de la Chimie organique.*
(2) Voir Ch. Prévost, *Thèse Paris*, 1928.
(3) *Lieb. Ann.*, 42. 1905, p. 190.

Nous avons repris l'hydrogénation catalytique, en présence de platine oxydé (¹) et en milieu éthéro-alcoolique, de préférence à l'acide acétique, pour ralentir l'hydrogénation [Vavon (²)].

Pour 10^{g} de diphényldiacétylène, nous avons employé 1^{g} d'oxyde de platine, 60^{cm^3} d'alcool et 20^{cm^3} d'éther anhydres. On chasse l'air par de l'hydrogène sec et, après bouchage du flacon, on alimente d'hydrogène, en agitant pendant 2 heures. On a fixé $1^{l},5$ d'hydrogène.

Après distillations et recristallisations à l'abri de la lumière, on a séparé :

1° Une petite quantité de *diphényldiacétylène* non transformé;

2° Environ 20 pour 100 de *cis-cis-diphénylbutadiène*, fusion 69-70°;

3° Environ 20 pour 100 de *dibenzylacétylène*, fusion 80°.

Trouvé........................	C = 92,9	H = 6,8
Calculé pour $C^{16}H^{14}$............	C = 93,20	H = 6,79

Il a été identifié par comparaison avec le produit de réaction du bromure de benzyle sur le dimagnésien de l'acétylène et par l'ozonisation qui n'a donné que de l'acide phénylacétique.

4° Un produit liquide bouillant à 185-187° sous 13^{mm}.

Trouvé........................	C = 94,0	H = 5,9
Calculé pour $C^{16}H^{12}$............	C = 94,11	H = 5,88

Exposé à la lumière, il se solidifie et fond à 92-94°, puis, après recristallisation dans l'acide acétique, à 95°. Nous avons donc bien affaire au carbure liquide décrit par Straus.

Nous l'avons ozonisé dans le CCl^4 et nous avons décomposé l'ozonide en présence de sulfite de soude, de façon à éviter, autant que possible, l'oxydation.

Comme acides nous n'avons trouvé qu'une trace indosable d'acide oxalique et de l'acide benzoïque. Le produit essentiel est l'aldéhyde benzoïque, caractérisé par son odeur et sa semicarbazone. Il a été dosé par la méthode de Seyewetz et Gibello (³); il y en a à peu près 4 fois plus que d'acide benzoïque. Nous n'avons pu caractériser aucun autre produit aldéhydique (acide glyoxylique).

En comparant les deux formules, α et β, discutées par Straus, on voit immédiatement que, par ozonisation, une molécule α doit donner 2^{mol}

(¹) *J. Am. Ch. Soc.*, 44, 1922, p. 1397.
(²) *Bull. Soc. chim.*, 41, 1927, p. 1253.
(³) *Bull. Soc. chim.*, 31, 1904, p. 691.

d'aldéhyde benzoïque et du gaz CO^2, une molécule β doit donner 1^{mol} d'acide benzoïque, 1^{mol} de benzaldéhyde et 1^{mol} d'acides oxalique et glyoxylique. L'absence pratiquement complète de ces deux derniers corps permet de penser que la petite quantité d'acide benzoïque trouvée provient uniquement de l'oxydation inévitable d'une partie de l'aldéhyde par l'eau oxygénée, au moment de l'hydrolyse.

Nous sommes ainsi autorisés à considérer, contrairement à Straus, le carbure $C^{16}H^{12}$ comme le *diphénylbutatriène* (α). L'addition de l'hydrogène se fait donc en 1-4, et ce mécanisme est d'ailleurs le seul qui permette d'expliquer par une nouvelle addition d'hydrogène, également en 1-4, la production subséquente de dibenzylacétylène.

III. *Addition de l'acide bromhydrique.* — Ce résultat nous conduit également à une conclusion sur le mode de fixation de l'acide bromhydrique.

L'addition de l'acide halogéné sur les carbures diacétyléniques semble d'ailleurs être assez difficile puisque Straus a pu laisser, pendant 24 heures, le diphényldiacétylène dans une atmosphère de gaz bromhydrique sans observer aucune modification.

Nous avons fait bouillir, pendant 4 heures, 5^g de diphényldiacétylène avec 50^g d'une solution aqueuse d'acide bromhydrique, bouillant à point fixe (129°); on isole un monobromhydrate cristallisé, fondant à 92°.

Trouvé : Br pour 100 = 28,6; calculé pour $C^{16}H^{11}Br$, Br = 28,26. En le réduisant par chauffage prolongé, en solution acétonique, avec de la poudre de zinc, à l'abri de la lumière, nous avons obtenu une petite quantité de liquide qui, par exposition à la lumière, se transforme en trans-trans-diphénylbutatriène, fusible à 95°, et identique à celui fourni par l'hydrogénation ménagée du diphényldiacétylène. La fixation de l'acide bromhydrique a donc lieu également en 1-4.

On peut donc dire que, d'une manière générale, quand il n'y a pas de substituants capables d'orienter la réaction, l'addition sur le système butadiine se fait ordinairement en 1-4. Bien que le schéma classique, résultant de la notion du carbone tétraédrique, soit rectiligne et très différent, par suite, de celui du système érythrénique, on peut expliquer cette réaction en supposant que les deux paires de tétraèdres (représentant chaque groupe acétylénique) ont la même orientation. Alors les valences qui partent des carbones extrêmes et qui ne sont que très partiellement absorbées par les triples liaisons, sont, deux à deux, convergentes. Une molécule dédoublable peut donc entrer, simultanément, dans le champ commun à deux valences extrêmes.

M. A. **d'Arsonval** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. F. Henrijean : *Le Cœur. Les Médicaments Cardiaques et l'Électrocardiogramme*, pour la première édition duquel il avait écrit une *Préface*.

M. **Ed. Imbeaux** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place de Membre non résidant vacante par le décès de M. *Ch. Depéret*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Mécanique en remplacement de M. *J. Boussinesq* décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 44,

M. Jules Drach	obtient...........	25	suffrages
M. Émile Jouguet	»	12	»
M. Prosper Charbonnier	»	5	»
M. Henri Villat	»	2	»

M. **Jules Drach**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Paul Garnault. *Histoire et Influence du Tempérament.*

2° *Précipitations Atmosphériques, Écoulement et Hydroélectricité.* 1. *Études d'hydrologie dans la région des Alpes.* 2. *Essai d'une formule donnant l'écoulement en fonction des précipitations*, par Jean Lugeon. (Présenté par M. A. Rateau.)

3° *Faune de France.* 20. *Coléoptères, Cerambycidae*, par F. Picard. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le théorème de M. Picard.* Note de M. **A. Gelfond**, présentée par Émile Borel.

Dans une Note du 29 janvier 1929, M. G. Galugareano a démontré que, si une fonction entière du genre fini p, $f(x)=\Sigma a_n x^n$, a une valeur exceptionnelle z, alors cette valeur doit être une racine commune des équations

$$\omega_q(z)=\begin{vmatrix} a_0-z & 0 & \ldots & 0\ a_1 \\ a_1 & a_0-z & \ldots & 0\ 2a_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{q-1} & \ldots & \ldots & a_1\ q a_q \end{vmatrix}=0 \qquad (q \geqq p).$$

Le but de cette Note est de donner une condition nécessaire et suffisante pour que z soit une valeur exceptionnelle pour la fonction entière ou méromorphe $f(x)$ de croissance arbitraire.

A cet effet considérons la relation

$$(1)\qquad \log[f(x)-z]=\varphi(x)+\sum_{\nu=1}^{\infty}\left[\log\left(1-\frac{x}{\alpha_\nu(z)}\right)+\sum_{k=1}^{N_\nu}\frac{x^k}{k\alpha_\nu^k}\right] -\sum_{\mu=1}^{8}\left[\log\left(1-\frac{x}{\beta_\mu}\right)+\sum_{k=1}^{M_\mu}\frac{x^k}{k\beta_\mu^k}\right],$$

où N_ν et M_μ dépendent de la distribution des zéros et des pôles de $f(x)$ et où $\varphi(x)$ est une fonction entière.

Alors, la condition cherchée sera

$$\lim_{q\to\infty}\sqrt[q]{\left|\frac{\omega_q}{(a_0-z)^q}-\sum_{\mu=1}^{n_q}\left(\frac{1}{\beta_\mu}\right)^q\right|}=0,$$

où n_q dépend de q et de la distribution des pôles de $f(x)$.

Pour les fonctions entières cette condition aura une forme plus simple

$$\lim_{q\to\infty}\sqrt[q]{|\omega_q(z)|}=0.$$

Pareillement, la condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction méromorphe prenne la valeur donnée z dans le cercle de rayon R sera

$$\overline{\lim_{q\to\infty}}\sqrt[q]{\left|\frac{\omega_q(z)}{(a_0-z)^q}-\sum_{\mu=1}^{n_q}\left(\frac{1}{\beta_\mu}\right)^q\right|}>\frac{1}{R}.$$

Admettons maintenant que la fonction $f(x) = \Sigma a_n x^n$ est méromorphe dans le cercle de rayon 1, et σ est l'exposant de convergence de la série $1 - |\beta_\mu|$, où β_μ sont des pôles de $f(x)$; alors la condition

$$\overline{\lim_{q \to \infty}} \sqrt[q]{\left| \frac{\omega_q(z)}{(a_0 - z)^q} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n} \left[1 - |\beta_n|^{2q} - \sum_{k=1}^{p} (1 - |\beta_n|^2)^k C_k^{k+p-1} |\beta_n|^{2q} \right] \right|} > 1$$

sera la condition nécessaire et suffisante pour que la fonction $f(x)$ prenne, dans le cercle $|x| = 1$, la valeur donnée z.

Pour les fonctions holomorphes cette condition se transforme en

$$\overline{\lim_{q \to \infty}} \sqrt[q]{|\omega_q|} > |a_0 - z|.$$

Je voudrais ajouter encore que les conditions données par MM. Maillet et Galugareano, pour les fonctions de l'ordre fini σ, peuvent être un peu simplifiées.

Si z est une valeur exceptionnelle d'une fonction entière de l'ordre σ, alors nous aurons

$$\Omega_n(z) = \begin{vmatrix} a_0 - z & 0 & 0 & \dots & 0 & a_1 \\ a_1 & a_0 - z & 0 & \dots & 0 & 2a_2 \\ a_2 & a_1 & a_0 - z & \dots & 0 & 3a_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p-1} & a_{p-2} & a_{p-3} & \dots & a_0 - z & pa_p \\ a_{n-1} & a_{n-2} & a_{n-3} & \dots & a_{n-p} & na_n \end{vmatrix} = 0$$

pour chaque n. Toutes les déterminantes ont le même ordre $p = [\sigma] + 1$.

ASTRONOMIE. — *Sur la vitesse absolue du Soleil.*
Note de M. **Josef Mikulás Mohr**, présentée par M. H. Deslandres.

Pour la direction du mouvement du Soleil on admet avec une grande probabilité les valeurs $\alpha = 270°$, $\delta = +30°$. Pour la vitesse de ce mouvement on adopte la valeur de 20^{km}, résultant de plusieurs méthodes qui supposent toujours que la moyenne des *motus peculiares* de toutes les étoiles utilisées est égale à zéro.

Cette supposition faite, il y a lieu de se demander si cette vitesse du Soleil correspond aussi aux résultats statistiques obtenus en prenant les mouvements absolus des étoiles naines dont fait partie le Soleil. Il est bien connu que la vitesse du Soleil calculée dépend des vitesses absolues des

étoiles elles-mêmes (elle est plus grande si l'on considère des étoiles ayant des grandes vitesses absolues), du type spectral et surtout du fait que les étoiles sont géantes ou naines. Pour les géantes B, A, ..., M la vitesse moyenne du mouvement solaire est environ 20^{km}; mais, pour les étoiles naines, il résulte de mes calculs que la vitesse solaire est $34^{km},8$ pour le type F, $41^{km},3$ pour le type G, $40^{km},2$ pour le type K et $29^{km},9$ pour le type M. Ponr l'ensemble des étoiles naines F, G, K, M on a $37^{km},0$. On voit alors que la vitesse du Soleil calculée à l'aide des mouvements des étoiles naines est environ deux fois plus grande que la vitesse qui est actuellement adoptée; nous prendrons comme valeur moyenne 40^{km}.

Admettant cette valeur, j'ai examiné son influence sur les vitesses absolues des étoiles. Si ξ, η, ζ sont les composantes des vitesses absolues des étoiles et si les coordonnées de l'apex sont $\alpha = 270°$, $\delta = +30°$, la vitesse absolue d'une étoile quelconque sera donnée par la relation

$$v = \sqrt{\xi^2 + (\eta - 35)^2 + (\zeta + 20)^2}.$$

J'ai appliqué cette formule aux calculs des vitesses absolues de 519 étoiles du type G, déjà mentionnées dans mes recherches précédentes [1] et j'ai trouvé que la distribution des vitesses absolues ne correspondait plus à la loi d'Adams-Strömberg-Joy, le maximum de la nouvelle courbe étant déplacé un peu vers les grandes vitesses absolues des étoiles. Il y a lieu alors de se demander si cette nouvelle distribution ne correspondrait pas à la loi de Maxwell, laquelle, dans le cas de 20^{km} pour la vitesse du Soleil, n'est pas en accord avec les observations.

En appelant A_v^{v+dv} le nombre d'étoiles comprises entre v et $v + dv$ nous pouvons écrire d'après la loi de Maxwell la forme suivante :

$$A_v^{v+dv} = N \frac{4}{\sqrt{\pi} b^3} v^2 e^{-\frac{v^2}{b^2}} dv,$$

où N est le nombre total des étoiles et $b = v_p =$ la vitesse la plus fréquente.

Pour les 519 étoiles du type G, j'ai obtenu les valeurs suivantes de v_p :

	Nombre total.	v_p.
Étoiles géantes	360	$28^{km},1$
Étoiles naines	159	$40^{km},0$

D'après la formule écrite plus haut, il résulte pour A_v^{v+dv} :

(1) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 929 et 1128.

	Étoiles géantes.			Étoiles naines.		
	A_v^{v+dv} calc.	A_v^{v+dv} obs.	Diff.	A_v^{v+dv} calc.	A_v^{v+dv} obs.	Diff.
km 0- 10..........	0	4	− 4	0	4	− 4
10- 20..........	32	35	− 3	5	14	− 9
20- 30..........	88	90	− 2	18	14	+ 4
30- 40..........	105	79	+26	29	27	+ 2
40- 50..........	77	71	+ 6	33	23	+10
50- 60..........	39	36	+ 3	29	23	+ 6
60- 70..........	14	21	− 7	21	13	+ 8
70- 80..........	4	7	− 3	13	14	− 1
80- 90..........	1	4	− 3	7	8	− 1
90-100..........	0	3	− 3	3	7	− 4

En examinant ce tableau, nous voyons que l'accord entre l'observation et le calcul est bon dans le cas des étoiles géantes, sauf entre les limites 30-40^{km}. Pour les étoiles naines, l'accord est moins bon; cependant le maximum de la courbe théorique correspond à peu près au maximum de la courbe observée; de plus le nombre des étoiles ayant des grandes vitesses absolues correspond mieux au nombre des étoiles observées.

Pour que l'accord entre l'observation et le calcul soit mieux établi, je crois qu'il est nécessaire de poursuivre une étude analogue sur les étoiles de tous les types spectraux, sans division des étoiles géantes ou naines. Ayant maintenant à ma disposition les vitesses absolues, les composantes, etc. d'un total d'environ 1700 étoiles de tous les types, je me propose de poursuivre cette étude.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la constance de la vitesse de la lumière.* Note de M. **P. Salet**, présentée par M. H. Deslandres.

L'étude des étoiles doubles ou variables a montré que la vitesse de la lumière est sensiblement indépendante de la longueur d'onde (dispersion dans le vide) et du mouvement de la source (théorie balistique). On doit encore se demander si elle ne serait pas modifiée par d'autres causes, notamment par l'attraction de la source.

S'il s'agit d'une attraction newtonienne [1], la lumière partie d'une étoile

[1] La déviation des rayons près du Soleil observée pendant les éclipses se faisant alors suivant cette loi et non suivant la théorie de la Relativité.

avec la vitesse c prendrait rapidement une vitesse légèrement inférieure. La diminution de vitesse, sensiblement proportionnelle, au rapport de la masse au rayon de l'étoile, vaudrait 0,7 kil. par sec. pour le Soleil et changerait avec le type spectral. Or les étoiles doubles spectroscopiques fournissent une méthode permettant de mettre en évidence cette faible variation. Elle pourrait produire, en effet, un décalage dans le sens du temps entre les courbes de vitesses radiales des deux composantes ([1]). Ce décalage, croissant avec la distance, serait de l'ordre d'une heure pour les étoiles de 3e grandeur dont les composantes seraient des types A_0 et A_5. On pourrait donc le mettre en évidence pour les étoiles à révolution rapide.

La recherche de cet effet, à notre connaissance, n'a pas encore été faite. On constate pourtant que la moyenne des résidus donnés par Baker ([2]), pour l'étoile primaire de β Cocher, est positive pour la première demi-période, négative pour la seconde. Il en est de même pour l'étoile secondaire, de telle sorte qu'on améliore la représentation des observations en déplaçant simplement les deux courbes de 28 minutes l'une par rapport à l'autre. Sans doute ce résultat peut être fortuit ou faussé par d'autres causes comme la présence d'un troisième corps. Nous l'avons choisi pour exemple parce que Belopolski ([3]) et Tikhoff ([4]) ont étudié cette étoile pour la dispersion dans le vide. Leurs recherches, analogues comme technique à celle qui nous occupe, montrent que l'erreur probable était dans ce cas de l'ordre de 10 minutes.

Le décalage possible que nous signalons peut donc être mis en évidence. Cette question demande actuellement de nouvelles observations faites près des points où la vitesse radiale s'annule et avec des étoiles à spectres superposés dissemblables. La méthode que nous venons d'indiquer, appliquée à des étoiles de plus en plus lointaines, pourra donc donner des indications utiles sur la question qui est posée, et d'autant mieux que l'étoile sera plus éloignée de la Terre.

([1]) Le déplacement des raies vers le rouge, dû à l'effet Einstein, donnerait un décalage dans le sens des vitesses radiales.

([2]) *Publ. of the Allegheny Observ.*, 1, 1910, p. 163. La courbe de l'étoile secondaire de *u* Hercule (*Ibid.*, p. 77) semble indiquer aussi un décalage de 50 minutes.

([3]) *Bull. de l'Acad. de Saint-Pétersbourg*, 21, 1905, p. 153.

([4]) *Ann. de l'Obs. de Poulkowo*, 2, 1908, p. 141.

ACOUSTIQUE. — *Étude préliminaire d'un diapason de quartz dans un vide élevé.* Note de MM. **Holweck** et **Lejay**, présentée par M. G. Ferrié.

Principe. — L'instrument de mesure du temps que nous allons décrire est voisin dans sa forme de l'appareil utilisé par L. Wertenstein ([1]) dans un but tout différent, comme manomètre à viscosité.

Description de l'appareil. — Un système élastique, oscillant de préférence perpendiculairement à son plan de figure, est formé par un V aigu, constitué par deux fils de quartz de $0^{mm},2$ de diamètre environ et de 15^{cm} de longueur. Les deux extrémités du V sont soudées à une solide fourche en quartz terminée par une grosse tige, support de l'ensemble. Le sommet du V porte une petite boule de quartz et le tout peut être prolongé par un fil permettant une visée facile et un réglage de la période par usure progressive. L'ensemble, qui se comporte comme une lame flexible encastrée à une extrémité, oscille à l'intérieur d'une enceinte étanche de verre ou de quartz, la grosse tige-support étant pincée ou soudée à l'intérieur de l'enveloppe. Dans cette enceinte, on a fait par les moyens habituels un excellent vide (0,02 barye environ). Dans ces conditions, quand le système oscillant a reçu une impulsion au moyen d'un choc communiqué à l'ensemble, le temps nécessaire pour que l'amplitude des oscillations diminue de moitié est de plusieurs heures, à condition, cependant, que l'ensemble de l'appareil soit fixé très rigidement sur un support très inerte, de façon à diminuer autant que possible les pertes d'énergie oscillante dans le support, pertes qui deviennent les seules à envisager, celles par viscosité élastique du quartz et par frottement sur le gaz étant négligeables.

Nous avons pensé que la période d'oscillation de ces diapasons devait être d'une grande constance, car on n'a plus à craindre l'influence des agents extérieurs.

En effet, seules les variations de température peuvent agir, mais ne doivent introduire que des corrections très faibles par suite de la petitesse de la valeur du coefficient thermique du module d'élasticité et du coefficient de dilatation du quartz fondu dont est uniquement constituée la pièce vibrante.

L'influence de la variation de la gravité sera extrêmement faible, la force élastique étant, dans l'exemple considéré, cent fois plus grande que la force

([1]) *Phil. Mag.*, 6, juillet 1928, p. 17.

due à la pesanteur. Il est facile de calculer que dans un transport du pôle à l'équateur, la période ne varierait que de quelques millionièmes.

Enfin la correction d'amplitude doit également être très faible, puisque la force élastique est proportionnelle à l'élongation.

Vérifications expérimentales. — En attendant la construction de diapasons semblables, qui nous permettront des études très précises par coïncidences, une étude provisoire a pu être faite avec le chronographe Lejay ([1]). On enregistrait sur le même papier photographique les oscillations du diapason de quartz, celles d'un diapason ordinaire, les battements d'un pendule libre [pendule de gravité Defforges, muni du dispositif radioélectrique Lejay ([2])] et les tops d'une pendule astronomique à pression constante.

Une première expérience a vérifié, avec toute la précision possible, que la période était indépendante de l'amplitude. On enregistrait trente vibrations d'un diapason de quartz donnant le dix-septième de seconde, avec une amplitude d'environ 1^{mm}, puis on portait celle-ci par un choc, à 3^{cm}, et l'on enregistrait encore trente oscillations. La durée des deux séries ne différait pas d'un dix-millième de seconde, maximum de la précision possible avec les instruments de mesures utilisés.

D'autres expériences effectuées à plusieurs jours d'intervalle nous ont montré la constance de la période, dans les mêmes limites de précision, qui ne pourront être dépassées que lorsque nous pourrons comparer deux diapasons semblables.

Applications. — On dispose de deux moyens pour enregistrer les oscillations : 1° on peut les comparer photographiquement, il suffit de leur faire obturer une fente à chaque oscillation, pour obtenir sur le papier photographique des repères équidistants; 2° si l'on désire obtenir des enregistrements par action électrique (transmission à distance...), il suffit de disposer derrière la fente une cellule photo-électrique ou mieux de munir le diapason d'un petit miroir qui renvoie sur la cellule un faisceau lumineux.

La facilité avec laquelle on peut envisager le transport de l'instrument et la sécurité dans la fixité de la période nous permettent de prévoir de nombreuses applications parmi lesquelles les mesures de gravité viennent en premier lieu : il suffirait de comparer les durées d'oscillation d'un diapason et d'un pendule, ou même de deux diapasons dont l'un serait

---

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1089.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1827.

muni d'une masse plus grande, sur laquelle la pesanteur exercerait une action prépondérante. Dans ce cas aucun entretien n'est nécessaire.

Mais on peut aussi envisager un entretien d'un diapason de quartz au moyen de la pression de la lumière de façon à constituer un garde-temps qui, si nos prévisions sont exactes, serait d'une grande précision et donnerait directement une petite fraction de la seconde.

THERMODYNAMIQUE. — *La thermodynamique, non énergétique, des inégalités. La règle des* quatre directions (*principe de Le Chatelier*). Note de M. **C. Raveau**.

I. Énergétique l'est-il ce principe de Carnot, pour un cycle triangulaire, dont deux côtés sont $dt_1 = 0$, $dp_2 = 0$, donne $dQ_1(dp_1\, dv_2)dt_2 > 0$, ce qui, en accouplant les termes en 1 et 2, est une relation entre les propriétés des deux transformations à t et p constant, sans plus rien de cyclique ni d'énergétique? En introduisant la condition vulgaire de stabilité $dQ_2\, dt_2 > 0$, on voit que $(dv\, dt)_p > 0$, qui est satisfait paur les gaz, entraîne $(dp\, dt)_Q > 0$, fait que nous révèle la banale pompe à air. Invoquant, en outre, $(dp\, dv)_t < 0$, on obtient $C/c > 1$, identique à l'inégalité entre les compressibilités isothermes et adiabatiques qui apparaît dans une expérience aussi simple que celle de Clément et Desormes.

Ainsi, en tenant compte des conditions de stabilité vulgaire, on arrive finalement à une inégalité, telle que $\Delta Q_p / \Delta Q_v > 1$ (pour un même Δt) ou $\Delta v_t / \Delta v_Q > 1$ (pour un même Δp), où ne figurent que deux variations de même nature, prises soit en conservant l'équilibre avec une pression ou une température extérieure invariable, soit en rompant cet équilibre par annulation de dv ou dQ. Il suffit de connaître le sens de l'inégalité des variations Δ, qui, d'autre part, sont purement *additives*. Ce sens nous est connu par des constatations infiniment plus directes que la géniale remarque de Carnot sur les cycles.

Imposer un même Δt ou Δp, signifie annuler un certain déséquilibre établi entre le gaz et l'extérieur. Cherchons une analogie avec le cas d'une solution qui, saturée à t_0, cesse de l'être quand on la porte à $t_0 + \Delta t (> t_0)$. Pour annuler le déséquilibre produit, il faudrait, à $t_0 + \Delta t$, ajouter Δm_t proportionnel à Δt; si l'on opère adiabatiquement, la température s'abaissera à $t_0 + \Delta_1 t < t_0 + \Delta t$; il suffira donc de $\Delta m_Q < \Delta m_t$. La quantité, purement

additive, de matière joue donc un rôle exactement semblable à celui de ΔQ, Δv.

II. *Règle et inégalité.* — *a*. Par un point figuratif d'un état initial du gaz par exemple, menons des droites $dp = 0$, $dv = 0$, puis, dans l'angle obtus, des droites $dQ = 0$, $dt = 0$. Coupons par une parallèle à $dp = 0$ partant d'un point de $dv = 0$. Ce qui a été dit plus haut entraîne cette conséquence que la parallèle rencontrera l'adiabatique et l'isotherme dans l'ordre écrit ci-dessus. D'une façon générale, si, suivant deux directions que nous appellerons φ, φ', deux conditions d'équilibre (relatives par conséquent à la *phase*) sont conservées et si, suivant q, q', elles sont supprimées, par annulation de variations purement *additives*, l'ordre de succession des quatre droites, dans la *rose thermodynamique*, est

$$q\varphi\varphi'q'.$$

C'est la RÈGLE DES QUATRE DIRECTIONS.

φ, φ', relatives à des variations *qualitatives*, sont voisines; de même les lignes q, q', *quantitatives*. Enfin φ, q; φ', q', relatives à une même nature de variations, sont aussi voisines.

Deux des angles de φ, q; φ', q' sont extérieurs les uns aux autres. Pour ces angles les rotations de φ vers q, de φ' vers q' sont de sens inverse. Il le faut pour que le travail total, mécanique et thermique, s'annule dans un cycle fermé réversible en pv, Ee, ...

A noter que les droites φ, q sont tout autre chose que des axes des φ et des q et que la règle ne suppose même pas la connaissance de grandeurs φ, q, mais seulement de certaines annulations de variations. Ainsi il n'est question d'aucune grandeur mesurant le déséquilibre entre une solution non saturée et le solide aux mêmes p et t.

Le nom de la règle rappelle qu'il s'agit d'étudier les modifications d'un système à deux paramètres, libres ou soumises à des liaisons.

b. Algébriquement, à la seule condition de savoir comparer la grandeur de variations quantitatives Δq, on a

$$\Delta q_{\varphi'} / \Delta q_{q'} > 1 \qquad \text{(pour un même } \Delta\varphi\text{)}.$$

En disant : $\Delta q / \Delta\varphi$ est plus grand avec l'indice φ' qu'avec q', on retrouve l'ordre de succession ci-dessus, qui doit être retenu, bien préférablement à tout énoncé en langage ordinaire.

Δq peut toujours être considéré comme une *quantité de matière*. Il l'est en réalité dans le cas de la solution. Pour une pile, Δe est mesuré par la quantité des corps décomposés. Pour un condensateur, dans la pyro- ou la piézo-électricité, etc., on supposera Δe mesuré par le voltamètre. Δq calories

sont autant de grammes d'eau. Dans le ballon de Clément et Desormes il entrerait plus d'air si la température ne s'élevait pas. Enfin Δv se ramène à la quantité de la matière d'un piston (suffisamment épais) qui traverse une section donnée d'un cylindre.

III. La suppression d'une liaison, telle que $dv = 0$, peut se faire par suppression, d'un seul coup et irréversiblement, d'une différence de pression Δp. Nous ne savons d'ailleurs pas opérer réversiblement, d'une façon continue, une addition de matière à une solution. La règle donne donc la réponse à cette question : quelles sont les conséquences irréversibles d'un déséquilibre de t, p, E, ... ?

Les divers cas sont ici traités de la même façon. Ce n'est pas ce que fait la thermodynamique. Le principe de Clausius répond au cas d'un déséquilibre thermique, les autres déséquilibres ne donnent pas lieu chacun à un énoncé spécial. Introduisant sans nécessité le mot travail, on les confond dans le principe de W. Thomson. Mais c'est ce qu'on ne pouvait guère apercevoir quand on croyait à l'identité de ce principe et de celui de Clausius (voir *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1337, § II).

IV. La règle est une forme du principe de Le Chatelier sous son premier énoncé (1884). Pour le cas de la solution, φ, q sont relatifs à la saturation et à la conservation du titre ($dm = 0$); φ', q' sont l'isotherme et l'adiabatique. Partant d'un point de q, à $t_0 + \Delta t$, on revient adiabatiquement à φ, $t_0 + \Delta_1 t$ par une variation de t de *signe contraire* à Δt. Remontons de là à clausius.

La condition de stabilité vulgaire $(dQ\, dt)_m > 0$ introduit des grandeurs d'espèce différente et fournit la loi de Van't Hoff. Enfin, si l'on considère un cycle : $dm = 0$ de t_0 à $t_0 + \Delta t$; $dQ = 0$ avec retour à $t_0 + \Delta_1 t$; saturation maintenue jusqu'à t_0, on voit que des calories empruntées sur un intervalle $\Delta t - \Delta_1 t$ sont rejetées sur un intervalle inférieur $\Delta_1 t$. Le principe n'exprime donc pas seulement, comme on l'a dit, qu'une solution non saturée peut revenir adiabatiquement à un état d'équilibre voisin.

V. Conclusion. — La thermodynamique est d'abord l'étude de modifications accompagnées de variations thermiques dQ, dt et mécaniques, au sens le plus général, avec dp, dv; dE, de, etc. Ce n'est que plus tard, *à propos de l'équivalence*, qu'il y a lieu de parler de travail.

ÉLECTRICITÉ. — *Les machines électrostatiques en fonctionnement sur des condensateurs*. Note [1] de M. **Henri Chaumat**, transmise par M. d'Arsonval.

Nous avons donné [2] le schéma d'une machine électrostatique contenant p condensateurs élémentaires ayant chacun une capacité maxima c et une capacité minima $\frac{c}{m}$. Nous avons montré que la machine, étant excitée sous la tension u et tournant à la vitesse angulaire de n tours par seconde, pourrait développer dans une résistance ohmique, une puissance P représentée par

$$P = \frac{1}{2} np^2 mcu^2,$$

et donnait un courant moyen $I = np^2 cu$, sous une tension $V = mu$.

Imaginons qu'à chaque contact du balai de décharge avec les plots de contact correspondants les condensateurs soient reliés, armature à armature, à un condensateur extérieur de capacité assez grande pour que la tension E se maintienne sensiblement constante. Ce condensateur jouera le rôle d'un réservoir hydraulique à niveau constant.

A chaque contact, nous aurons une énergie emmagasinée et utilisable

$$W = E \int i\,dt,$$

et comme le condensateur élémentaire, chargé initialement au potentiel u et possédant la charge $q_0 = cu$, garde une charge $\frac{cE}{m}$, nous aurons

$$W = E\left(q_0 - \frac{cE}{m}\right).$$

Cette valeur est maxima pour

$$E = \frac{mq_0}{2c} = \frac{mu}{2},$$

c'est-à-dire pour une valeur de E égale à la moitié de la tension maxima donnée par la machine, et cette valeur maxima de W sera

$$W_m = \frac{mq_0^2}{4c}.$$

---

(1) Séance du 3 juin 1929.

(2) Voir *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1232.

D'où, pour p condensateurs élémentaires et une vitesse angulaire de n tours par seconde, une puissance P_m donnée par

$$P_m = np^2 W_m = \frac{1}{4} np^2 m \frac{q_0^2}{c}$$

ou

$$P_m = \frac{1}{4} np^2 mcu^2.$$

La puissance moyenne maxima, dans le cas où la machine débite sur un condensateur, est donc la moitié de celle qui pourrait être libérée dans une résistance ohmique par effet Joule. Dans l'exemple que nous avons choisi, on obtiendrait ainsi 1 kilowatt en chargeant à 10000 volts un condensateur. Le courant moyen serait aussi réduit de moitié, soit de 0,1 ampère.

Les formules montrent qu'il y a intérêt à augmenter p, c'est-à-dire à multiplier le nombre des secteurs, le produit pc demeurant grossièrement constant, dans certaines limites, pour un diamètre donné des plateaux.

On remarquera que lorsque le plot de contact de décharge quitte le balai b_2, la machine garde une charge $\frac{cE}{m}$ par condensateur élémentaire quand elle est employée à charger un condensateur extérieur sous la tension E. Cette charge est partiellement récupérée et pourrait assurer *l'auto-excitation*. On pourrait tenir compte de l'existence de cette charge dans le calcul du rendement organique de la machine.

On ne peut pas manquer d'être frappé de l'analogie de ce phénomène avec ce qui se passe quand un alternateur débite sur un circuit présentant de la capacité.

C'est dans cette sorte d'auto-excitation qu'il faut voir la véritable raison de *l'effet de multiplication* dans certaines machines à influence, la charge résiduelle, dans le fonctionnement sur condensateurs extérieurs, pouvant être plus grande que la charge initiale.

ÉLECTROCHIMIE. — *Essais de préparation électrolytique directe du permanganate d'ammonium*. Note (¹) de M. **Gaston Rapin**, transmise par M. Paul Sabatier.

Comme suite aux recherches que je poursuis, en vue de la préparation électrolytique directe du permanganate de potasse, à partir

(¹) Séance du 22 mai 1929.

du silico-manganèse, j'ai essayé de préparer, par un procédé semblable, le permanganate d'ammonium (MnO^4NH^4). La méthode consiste à électrolyser une solution ammoniacale, l'anode étant formée de silico-manganèse.

Je rappelle que le MnO^4NH^4 n'a été préparé, jusqu'ici, que par des doubles décompositions, telles que la suivante :

$$MnO^4Ag + NH^4Cl \rightarrow AgCl + MnO^4NH^4$$

MnO^4Ag étant lui-même obtenu à partir du MnO^4K.

Le permanganate d'ammonium est très instable; il se détruit à la température de 50° C. A 58° C., la décomposition peut être explosive.

Voici quels sont les essais que j'ai effectués :

1° *Électrolyse d'une solution aqueuse ammoniacale.* — Une solution ammoniacale marquant 22° B. est électrolysée, l'anode étant formée de silico-manganèse titrant 66 pour 100 Mn, 23 pour 100 Si. La cathode est une lame de Pt isolée par un poreux. Température : 20° C.

Le courant passe très péniblement dans l'électrolyte; ceci n'est pas surprenant, puisque les solutions ammoniacales sont très peu ionisées. Sous 60 volts, j'ai pu faire circuler dans le bain un courant de 0,2 amp. On perçoit alors nettement la teinte pourpre de l'ion permanganique, qui se forme à la surface du silico-manganèse.

Dans les conditions de l'expérience, l'ion $\overset{-}{MnO^4}$ ne peut se trouver en solution que sous forme de MnO^4NH^4. Au début, la production du MnO^4NH^4 paraît assez intense, eu égard à la faible intensité du courant d'électrolyse. Le permanganate d'ammonium se détruit, après quelques instants d'électrolyse. Je n'ai pas observé la teinte verte de l'ion manganique ($\overset{=}{Mn}O^4$). Pendant toute la durée de l'essai, les phénomènes de cataphorèse se manifestent nettement.

Les résultats demeurent identiques, si l'on dilue la solution d'ammoniaque.

2° *Électrolyse d'une solution aqueuse ammoniacale à laquelle on a ajouté du chlorure d'ammonium.* — L'addition de NH^4Cl a pour but de rendre la solution ammoniacale plus conductrice, par apport d'ions $\overset{+}{NH^4}$ et $\overset{-}{Cl}$. Effectivement, ce moyen permet d'augmenter l'intensité du courant d'électrolyse.

Il se produit à l'anode un dégagement gazeux abondant et l'on observe l'ion $\overset{-}{MnO^4}$; mais la formation de celui-ci n'est guère plus intense que dans l'essai précédent. Le MnO^4NH^4 d'abord formé se détruit ensuite après quelques instants d'électrolyse.

Il est probable que l'ion $\overset{-}{Cl}$ n'a pas d'influence marquée sur le silico-manganèse anodique, et que le chlore dégagé se recombine, de préférence, avec l'ammoniac libre.

Conclusion. — Ces quelques essais montrent que MnO^4NH^4 peut être préparé par électrolyse directe, à partir du silico-manganèse. Ce procédé n'a qu'une valeur théorique, du fait de la mauvaise conductibilité des solutions ammoniacales.

RADIOACTIVITÉ. — *Structure fine du spectre magnétique des rayons α.* Note de M. S. **Rosenblum**, présentée par M. A. Cotton.

Dans une Note précédente [1] nous avons montré que la raie due aux rayons α attribués au ThC se divise en quatre composantes quand elle est examinée avec un pouvoir séparateur suffisant. Nous avons pu examiner par le même dispositif les vitesses des rayons α émis par les corps radioactifs RaA, RaC′ et ThC′.

Quoique les résultats obtenus ne soient pas définitifs il ressort dès à présent de nos expériences que les vitesses des rayons α attribués à ces corps sont très homogènes. Il n'existe en tout cas pas de composantes de vitesses différentes et voisines aussi importantes que dans le cas de ThC. Ceci peut surtout être affirmé pour les rayons α du RaA. En ce qui concerne le RaC′ et le ThC′ nous n'avons encore pu examiner du côté des grandes vitesses qu'un domaine très restreint.

Nous avons obtenu d'autre part sur le même cliché la raie α du RaA très nette et simultanément sur le même cliché les raies α du ThC.

La raie du RaA et la nouvelle raie que nous avons désignée sous le nom de α_1 se placent sensiblement à la même distance de part et d'autre de la raie la plus forte du ThC avec une différence de vitesse de $\pm 0{,}003$ environ en fraction de la vitesse de la composante la plus forte du spectre magnétique de la raie α de ThC. Le fait de l'existence de trois raies α dans un domaine d'énergie si restreint semble être intéressant à signaler. Une détermination plus précise du rapport des vitesses de ces rayons sera donnée ultérieurement.

Quelques expériences ont été effectuées concernant les rayons α du polonium. La raie correspondante se présente sous forme d'une petite bande étalée vers les petites vitesses. La surface du support métallique portant la matière active étant légèrement oxydée, on peut expliquer cet étalement par des ralentissements parasites.

Une expérience a été effectuée avec des rayons α du RaC′ ralentis au préalable (de 10 pour 100 environ) par le passage à travers un écran d'or. La méthode de focalisation étant très sensible aux petites variations de vitesse, la raie due au RaC′ se présente dans ces conditions sous forme d'une bande très large avec un maximum de noircissement au milieu. Nous signa-

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1401.

lons ce fait car dans le cas où l'on opère avec un dispositif basé sur la méthode de déviation directe, l'étalement de la raie n'apparaît que pour des ralentissements très importants.

Les sources de Ra A et Ra C′ ont été obtenues en introduisant des fils de verre ou de platine de quelques dixièmes de millimètre de diamètre dans un tube capillaire contenant un mélange gazeux riche en radon à la pression atmosphérique. Une petite colonne de Hg à travers laquelle les fils entrent et sortent empêche le radon de venir en contact avec l'extérieur. Nous avons opéré avec des quantités de radon de 500 millicuries au maximum et nous avons obtenu des activations avec un rendement de 50 pour 100. Cette nouvelle méthode d'activation, établie en collaboration avec M. Holweck à l'Institut du Radium, est très commode et permet d'opérer très rapidement. Les opérations peuvent être répétées à volonté sans aucune perte de radon.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur quelques propriétés des forces électromotrices développées au contact des solutions aqueuses d'électrolytes de* pH *et de salinité variables.* Note de MM. **F. Vlès** et **A. Ugo**, présentée par M. G. Urbain.

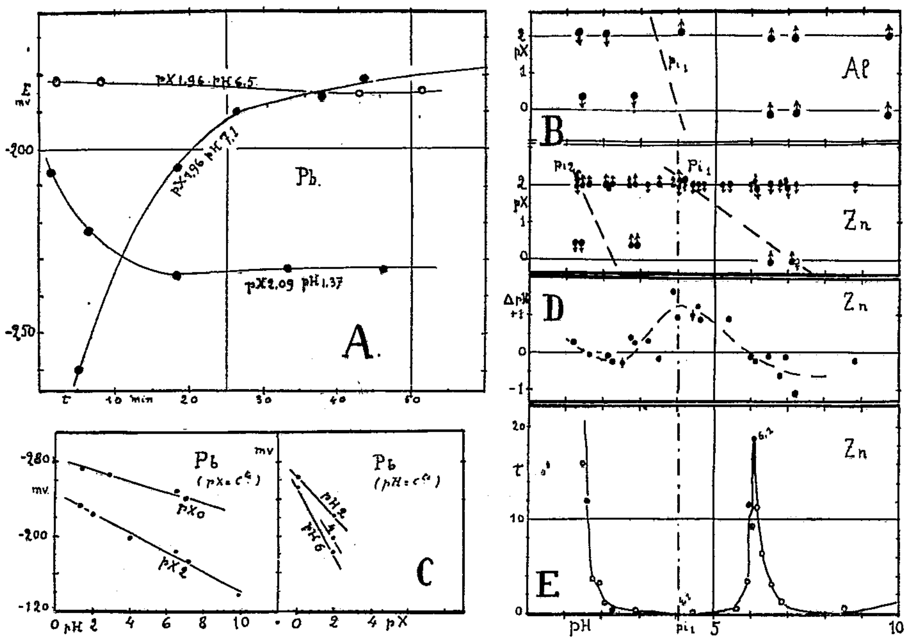
Au cours de recherches sur les forces électromotrices développées par l'action de solutions électrolytiques, nous avons été amenés à examiner le comportement d'un certain nombre de corps (Al, Cu, Pb, Bi, Sn, Zn, Fe, Au, Ta, Pt; quelques alliages; C, S, Si) au contact de solutions aqueuses en fonction du pH et de la concentration de sels neutres de celles-ci. Les corps ont été examinés, plongés dans des solutions de KCl de concentrations variées (notées par leur logarithme négatif $pX = -\log[KCl]$) dont le pH était ajusté par HCl et Na OH, en chaîne avec des électrodes au calomel KCl saturé; les mesures ont été faites au potentiomètre par la méthode d'opposition, la mise en circuit des chaînes étant aussi courte que possible. Un certain nombre de remarques ont été tirées des résultats obtenus.

1° *Allure générale des courbes.* — Le potentiel, depuis les instants initiaux de l'immersion, décrit comme on le sait une courbe plus ou moins longue et complexe (voir Siegler-Soru et Cernatesco, Vlès et Vellinger, etc.) [1], pouvant présenter des maxima ou des minima, et dont l'allure de début

[1] Siegler-Soru et Cernatesco, *Ann. Sc. Univ. Jassy*, 12, III-IV, 1923, p. 155-220. — Vlès et Vellinger, *Arch. Phys. biol.*, 6, I, 1927, p. 38-54.

dépend considérablement des conditions expérimentales imposées à l'électrode (activation par grattage effectué avant l'opération, conditions d'immersion, etc.).

2° *Le potentiel final de régime et les points isopotentiels.* — L'atteinte d'un



A. Trois exemples d'atteinte du potentiel de régime par Pb. L'une des courbes est voisine de la zone isopotentielle. — C. Sensibilité du plomb au pH et au pX. A *gauche*, pente moyenne des potentiels finaux en fonction du pH, à pX constant; à *droite*, pente moyenne des potentiels finaux en fonction du pX, à pH constant. — B. Zones isopotentielles P_i pour Al et Zn. Ordonnées pX, abscisses pH. Les flèches indiquent le sens d'établissement du potentiel final. — D. Zinc; variations de pH (Δ pH) dans la solution au contact de l'électrode, pour les divers pH. — E. Courbe de coefficient tampon de Zn Cl^2 à 5 pour 1000 (dans KCl N sur 100) pour les divers pH; le point isopotentiel P_{i_1} correspond au minimum d'effet tampon.

potentiel final de régime se fait suivant les cas par des potentiels croissants ou décroissants, le sens de la variation terminale dépendant, pour un corps donné, du pH et du pX de la solution : les courbes inversent leurs pentes autour de certaines valeurs critiques de pH et de pX, qui réalisent des conditions pour lesquelles *le potentiel d'équilibre serait atteint d'emblée*, sans branche initiale de désactivation (*fig.* 1, A). Ces valeurs critiques (*points isopotentiels*) peuvent être grossièrement déterminées par la construction de graphiques où l'on porte en coordonnées les pX et les pH, et où l'on trace l'intersection des territoires de potentiels croissants et décroissants (*fig.* 1, B) Certains corps, dans le domaine des solutions étudiées, n'ont pas présenté d'inversion (C); d'autres en ont montré une (Al, Pb), et quelques-uns

deux (Zn, Bi). On est amené à classer ces intersections en espèces différentes, suivant que les territoires de potentiels croissants sont placés par rapport aux points isopotentiels du côté des forts pH (I) ou du côté des faibles pH (II).

Exemples de quelques valeurs approximatives de pH et de pX critiques d'inversion du potentiel (points isopotentiels) :

Al I : pH 3, pX 2; pH 4, pXO. — Pb II : pH 6,7, pX 2; pH 6, 7, PXO. — Zn I : pH 1,4, pX 2; pH 2, pXO. — II : pH 4,1, pX 2; pH 7, pXO.

3° *La sensibilité du potentiel de régime au* pH *et au* pX. — La comparaison des potentiels finaux d'équilibre E_f réalisés par les divers corps montre que certains (Ta) ont des potentiels plus modifiés par le pH que par le pX, c'est-à-dire sont plus sensibles à la variation des ions H^+ qu'à celle de la concentration du sel neutre, et d'autres au contraire (Pb) plus au pX qu'au pH, c'est-à-dire sont plus sensibles aux variations du sel neutre qu'aux variations de pH. Ainsi pour le plomb (*fig.* 1, C) $\frac{\Delta E_f}{\Delta pH} = -11,4$ à pX 2 et $-4,7$ à pX O, tandis que $\frac{\Delta E_f}{\Delta pX} = -25$ pour pH 2 et -45 pour pH 6. Au contraire le tantale a une valeur $\frac{\Delta E_f}{\Delta pH} = -132$ pour pX 2 et $\frac{\Delta E_f}{\Delta pX} = -1,7$ pour pH 1,4.

4° *Variations de* pH. *Effet tampon.* — Dans un certain nombre d'expériences, et avec certains corps, le liquide où plongent les électrodes subit des variations plus ou moins importantes de pH, qui sont assez directement liées à la position des zones équipotentielles.

Une étude particulière du phénomène, effectuée avec Zn, a montré que tout au moins pour celui-ci le point isopotentiel de pH 4,1, pX 2 coïncide avec un maximum de variation du pH, tandis qu'inversement des variations nulles de pH se placent à pH 6,1 et à pH 3. A titre de comparaison, on a effectué la courbe de neutralisation d'un sel de zinc ($ZnCl^2$ à 5 pour 1000 dans KCl à pX 2) et construit la courbe du coefficient tampon en fonction du pH. Ces courbes ont montré que la valeur du point isopotentiel coïncide avec un minimum d'effet tampon du sel de zinc, tandis que le point à pH 6,1 se place sur un maximum d'effet tampon. En interprétant ces courbe à la manière usuelle, le point isopotentiel se comporterait à la manière du point isoélectrique d'un ampholyte, et l'on pourrait supposer qu'il sépare le domaine des cations Zn^{++} du domaine de zincates; ce point serait encadré par deux constituants dont les valences auraient des constantes de dissociation de pK 6,1 et 1,3.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur une grandeur permettant une nouvelle classification des atomes*. Note de M. **Georges Fournier**, présentée par M. G. Urbain.

Le numéro atomique N, qui classe les éléments dans le tableau périodique de Mendéléeff, ne permet pas de distinguer entre différents types d'atomes qui occupent une même case de ce tableau et que, pour cette raison, on nomme isotopes.

Le poids atomique A, d'autre part, est également impuissant à définir complètement un atome, puisque des atomes différents peuvent avoir le même poids atomique.

On est donc obligé, pour définir complètement un atome, de donner à la fois N et A.

Nous avons pensé que l'on pourrait trouver une grandeur U, fonction de A et de N, qui suffirait à elle seule pour désigner un atome sans ambiguïté. Nous avons choisi l'expression

$$U = \frac{3}{4}A - N,$$

qui remplit en effet cette condition.

La grandeur U diminue de 1 chaque fois que l'on passe d'un atome radioactif à son descendant direct, que la transformation se fasse par émission α ou β. La variation ΔU de U entre deux radioéléments de la même famille représente donc le nombre total de transformations α ou β qui les séparent. Sur ces ΔU transformations, il y en a $\Delta\left(\frac{A}{4}\right)$ qui se font par émission de rayons α et $\Delta\left(\frac{A}{2} - N\right)$ par émission de particules β. On a bien

$$\Delta\left(\frac{A}{4}\right) + \Delta\left(\frac{A}{2} - N\right) = \Delta\left(\frac{3}{4}A - N\right) = \Delta U.$$

Si le processus de désintégration des radioéléments se poursuivait au delà du plomb jusqu'aux éléments les plus légers, suivant les deux seuls types α et β, U représenterait, pour un atome quelconque, sa *capacité de filiation*, la partie entière de U étant égale au nombre total de transformations α ou β que cet atome serait capable de fournir. Cette capacité de filiation U de l'atome est égale à la somme de sa *capacité* α et de sa *capacité* β. La capacité α, limitée par l'épuisement des groupes de 4 protons du noyau (accom-

pagnés chaque fois de deux électrons nucléaires), est bien égale à $\frac{A}{4}$, puisque le noyau renferme A protons; et la capacité β, limitée par l'épuisement 2 par 2 de l'excès A — 2N des électrons nucléaires sur les périphériques [1] est bien égale à $\frac{A}{2} - N$.

Nous ne considérons pas ce prolongement des familles radioactives vers les éléments légers comme une réalité démontrée, mais comme un moyen commode de classement. Le calcul de U étendu à tous les atomes, même inactifs, permet en effet de classer tous les isotopes connus d'une façon distincte.

Seuls les atomes provenant par bifurcation d'un même atome générateur — par exemple les corps radioactifs C′ et C″ provenant du même corps C — ont, dans chaque famille, la même capacité de filiation [2].

En dehors de ces cas très particuliers d'indétermination, la capacité de filiation U d'un atome suffit à le définir complètement. Ceci nous amène à penser que, en se donnant U, on se donne implicitement A et N, et que par conséquent il existe entre A et N une relation qui, associée avec

$$\frac{3}{4}A - N = U,$$

permet de calculer ces deux grandeurs. Cette relation pourrait consister en inégalités restrictives, conditions de parité ou de divisibilité, plutôt qu'en une équation algébrique.

Le tableau suivant résume les différentes grandeurs attachées à un atome, et leurs variations lors de transformations du type α ou β :

---

(1) A — 2N est le *nombre isotopique* de Harkins (Cf. *Phys. Rev.*, 19, II, 1922, p. 135).

(2) Un isotope du krypton ($N = 36$, $A = 78$) et un du zinc ($N = 30$, $A = 70$) ont également la même capacité de filiation ($U = 22,5$).

	Variation par transformation. α.	β.
N, numéro atomique = nombre d'électrons périphériques	−2	+1
A, poids atomique = nombre de protons du noyau	−4	0
A − N, nombre d'électrons nucléaires	−2	−1
A − 2N, excès des électrons nucléaires sur les périphériques (nombre isotopique de Harkins)	0	−2
$\frac{A}{4}$, capacité α	−1	0
$\frac{A}{2} - N$, capacité β	0	−1
$U = \frac{3}{4}A - N$, capacité de filiation, somme des deux précédentes	−1	−1

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du couple zinc-cuivre sur l'iodure de méthylène.* Note de M. **Guy Emschwiller**, transmise par M. Ch. Moureu.

L'iodure de méthylène est attaqué par le couple zinc-cuivre en présence d'éther anhydre. La réaction s'amorce aisément par un léger chauffage et se poursuit si le liquide est maintenu à l'ébullition à reflux. De l'éthylène se dégage et, dans la solution éthérée, il apparaît une combinaison organozincique. Elle fixe l'iode avec régénération d'iodure de méthylène; elle est décomposée par l'eau avec précipitation d'hydrate de zinc et production d'iodure de méthyle. Ces faits s'interprètent par la présence d'iodure de zinc-iodométhyle ICH^2ZnI :

$$(1)\qquad ICH^2ZnI + I^2 \rightarrow CH^2I^2 + ZnI^2,$$

$$(2)\qquad ICH^2ZnI + H^2O \rightarrow CH^3I + \frac{1}{2}Zn(OH)^2 + \frac{1}{2}ZnI^2.$$

C'est un composé singulier, parce qu'un groupement fonctionnel zincique s'y trouve juxtaposé avec un halogène sur un même atome de carbone. Il a un caractère particulier; le groupement zincique a une aptitude réactionnelle diminuée, en même temps qu'est augmentée la fragilité de l'édifice moléculaire. Son attaque par l'eau est beaucoup moins énergique que celle des organozinciques usuels et n'est pas instantanée; il est impropre à la synthèse des cétones par la réaction des chlorures d'acide. Par contre, il est extrêmement oxydable; l'oxygène dissous dans l'eau le transforme avant que celle-ci ait pu agir directement; le produit de cette oxydation jouit de la propriété curieuse que sa reprise par l'eau ne libère pas d'hydrate de zinc; il y a production de formol et d'iodure de zinc.

La solution de l'iodure de zinc-iodométhyle subit une décomposition spontanée, complète en quelques jours à la température ordinaire, qui s'accompagne d'un dégagement d'éthylène. Cette décomposition s'accélère par chauffage, surtout en présence du couple zinc-cuivre, de sorte que, lors de l'action du couple sur l'iodure de méthylène, il y a formation et destruction simultanées de ICH^2ZnI :

(3) $$CH^2I^2 + Zn \rightarrow ICH^2ZnI,$$

(4) $$ICH^2ZnI \rightarrow ZnI^2 + \frac{1}{2}C^2H^4.$$

Au début la vitesse de formation l'emporte sur la vitesse de décomposition, puis toutes deux tendent à s'égaliser, au fur et à mesure que diminue la teneur en iodure de méthylène et qu'augmente celle en iodure de zinc-iodométhyle. Pour préparer ce dernier dans les meilleures conditions, il faut s'arrêter à temps; le rendement, rapporté à l'iodure de méthylène, est alors de l'ordre de 40 pour 100. Si l'on poursuit le chauffage, la destruction devient prépondérante, et l'iodure de zinc-iodométhyle ne tarde pas à disparaître totalement; on ne retrouve dans la solution que de petites quantités d'un nouvel organozincique; l'eau le décompose avec dégagement de méthane, à raison d'une molécule par molécule d'hydrate de zinc libérée. C'est vraisemblablement le dizincique $CH^2(ZnI)^2$, formé aux dépens de ICH^2ZnI :

(5) $$ICH^2ZnI + Zn \rightarrow CH^2(ZnI)^2.$$

Sa structure est analogue à celle du produit de l'action du magnésium sur l'iodure ou sur le bromure de méthylène ([1]), et la connaissance du mécanisme de l'action du couple contribue à expliquer celui de l'action du magnésium. Dans ce cas, la réaction étant beaucoup plus énergique, le composé ICH^2MgI ne peut être saisi; on ne retrouve que les termes de sa décomposition, éthylène d'une part, dimagnésien d'autre part, les réactions pouvant être schématisées comme les réactions (4) et (5) pour le zinc ([2]).

([1]) Guy Emschwiller, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 665.

([2]) Ici encore la réaction productrice d'éthylène prédomine, et dans les circonstances les plus favorables, le rendement en dimagnésien ne dépasse pas 15 pour 100. La petitesse du rendement rend difficile l'étude des propriétés; parmi les produits de l'action du chloroformiate d'éthyle, on peut isoler du malonate d'éthyle, conformément à l'équation de réaction

$$CH^2\begin{cases}MgI\\MgI\end{cases} + \begin{matrix}Cl-CO^2C^2H^5\\Cl-CO^2C^2H^5\end{matrix} \rightarrow CH^2\begin{cases}CO^2C^2H^5\\CO^2C^2H^5\end{cases} + MgI^2 + MgCl^2.$$

De même, l'attaque de l'iodure de méthylène par le couple zinc-cuivre en présence d'acétate d'éthyle dilué de benzène, plus vive qu'en présence d'éther, ne permet la préparation de l'iodure de zinc-iodométhyle qu'avec des rendements faibles et mélangé avec du dizincique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la tautomérie des dicétones α. Chaleur de transformation des tautomères.* Note [1] de M. **Henri Moureu**, présentée par M. C. Matignon.

Les échanges d'énergie qui accompagnent les transformations tautomériques sont peu connus : la nature même du phénomène rend les mesures difficilement accessibles. Aussi m'a-t-il paru intéressant d'essayer de connaître la chaleur de tautomérisation chez les dicétones α.

Pour plus de sécurité, deux méthodes entièrement différentes, se contrôlant l'une l'autre, ont été mises en œuvre : la première est basée sur la relation thermodynamique entre la chaleur de transformation et la variation thermique de la constante d'équilibre; la deuxième utilise les chaleurs de combustion. Les deux grandeurs obtenues sont peu éloignées l'une de l'autre, comme on va le voir.

En intégrant la relation de Van' t Hoff

$$\frac{d \log K}{dT} = -\frac{JQ}{RT^2}$$

(Q, chaleur de transformation à volume constant; T, température absolue; K, constante d'équilibre) entre deux températures T_1 et T_2 (auxquelles correspondent des valeurs K_1 et K_2 de la constante d'équilibre) assez rapprochées pour que, dans cet intervalle, Q puisse être considérée comme constante, on a

$$Q = \log\frac{K_2}{K_1} \times 1{,}985\,\frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}.$$

Voici les résultats obtenus en utilisant les données précédemment acquises [2] :

---

[1] Séance du 27 mai 1929.

[2] Henri Moureu, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1413.

Dicétone α étudiée.	T.	Concentration en isomère A à l'équilibre (pour 100).	K.	Log. nép. K.	Q (grandes calories par molécule).	
Méthylbenzylglyoxal $C^6H^5-CH^2-CO-CO-CH^3$.	383	62,3	1,65	0,502	2,2	Moyenne : 2,6
	373	64,1	1,78	0,579	2,8	
	363	66,5	1,98	0,685	2,9	
	353	69	2,22	0,799	2,7	
	343	71,4	2,49	0,914		
Phénylbenzylglyoxal $C^6H^5-CH^2-CO-CO-C^6H^5$.	413	22,85	0,296	-1,217	2,7	
	373	29,6	0,420	-0,866		

D'autre part, les déterminations de chaleur de combustion ont donné les chiffres suivants :

Dicétone α étudiée.	Isomère.	Grandes calories par molécule. Chaleur de combustion à volume constant.	Chaleur de fusion.	Q.
Méthylbenzylglyoxal.....	A (solide)	1207,6	3,9	2,1
	B (liquide)	1213,6	»	
Phénylbenzylglyoxal.....	A (solide)	1771,5	»	2,3
	B (solide)	1773,8	»	

Les isomères A et B du méthylbenzylglyoxal n'étant pas dans le même état physique, la chaleur de fusion L de l'isomère A intervient dans le calcul de Q : on peut la déduire de la formule $L = 0,01985 \frac{T^2}{k}$, dans laquelle T représente la température absolue de fusion et k la constante cryoscopique de l'isomère A ; j'ai déterminé k par la mesure des abaissements du point de fusion de A dans des mélanges d'isomères A et B.

Si l'on calcule l'indétermination sur les valeurs de Q on s'aperçoit que, même avec des mesures précises, l'approximation de chacune des méthodes, indirectes toutes deux, est assez faible. Comme, d'autre part, les principes des deux procédés sont totalement différents, on devait s'attendre à des écarts importants entre les valeurs obtenues : il n'en est rien, comme le montre le tableau ci-dessous :

	Chaleur moléculaire de transformation B → A déduite de l'étude des équilibres.	des chaleurs de combustion.
Méthylbenzylglyoxal.......	+2,6	+2,1
Phénylbenzylglyoxal.......	+2,7	+2,3

ce qui donne pleine confiance dans les résultats obtenus.

La chaleur de tautomérisation chez les dicétones α est donc de l'ordre de grandeur de 2,5 grandes calories par molécule.

GÉOLOGIE. — *Résultats géologiques de la mission saharienne Augiéras-Draper* (*Crétacé et Éocène*). Note [1] de MM. **Jacques Bourcart** et **A. Keller**, présentée par M. L. Cayeux.

La mission Augiéras-Draper a traversé en 1927-1928 le Sahara méridional de Tamanr'asset au Niger. Parmi les échantillons recueillis, nous avons d'abord étudié ceux qui appartiennent au Crétacé et à l'Éocène.

Dans le nord du Sahara, seul le Crétacé apparaît. Il avait fait l'objet des travaux d'Overweg, de Rolland, Roche, Foureau et Flamand. Les trois dernières coupes ont été relevées par Bütler, Solignac et par l'un de nous [2].

La série est complète de l'Albien au Danien. A la base, ce sont des marnes bariolées, puis des grès à concrétions (*Albien*). Le *Cénomanien* est constitué par des marnes versicolores et du gypse, avec à la partie supérieure des calcaires à Globigérines. Le *Turonien* est essentiellement dolomitique, avec un niveau argileux à la partie supérieure, puis vient une épaisse série de calcaires crayeux ou compacts, avec des bandes de silex noir. Le tout, comme l'a montré l'un de nous [2], est surmonté par des calcaires *daniens* transgressifs avec *Catopygus* et *Goniopygus*, des Cardites du groupe de *Beaumonti*, *Cerithium* cf. *rude*, Sow., etc. Cet ensemble, sans lacunes, ni discordances, forme les Hammadas du Tademaït et du Tinr'ert.

La région méridionale avait fait l'objet des travaux de R. Chudeau [3] et, pour l'Éocène, de M. H. Douvillé [4].

Les récoltes de la mission modifient un peu la répartition géographique de ces deux termes, surtout au point de vue de l'Éocène qui s'étend plus au Nord, que l'avait figuré Chudeau en conformité du tracé hypothétique de M. Hubert [5]. Le fait le plus nouveau paraît être la grande extension de l'*Albien* qui formerait le support normal de l'Éocène aux abords du Soudan.

---

(1) Séance du 3 juin 1929.

(2) J. Bourcart, *Un voyage au Sahara, publication du Comité de l'Afrique française*, Paris, 1924.

(3) R. Chudeau, *Mission du Transafricain* (*Rapport géol. et hydr.*, 1925, p. 38-45).

(4) H. Douvillé, *Éocène au Soudan et au Sénégal.* (*Bul. Com. Études hist. et scient. de l'A.O.F.*, 5, 1920, II, p. 113-171).

(5) H. Hubert, *État actuel de nos connaissances géologiques de l'A. O. F.*, 2e édition, 1919.

Autant que l'on peut en juger par le caractère fragmentaire des récoltes, la série est la suivante :

1° des grès à concrétions et calcaires phosphatés, avec bois silicifiés et Dinosauriens (*Albien* ?);

2° des argiles versicolores, avec gypse, qui représentent sans aucun doute le *Cénomanien*. Leur extension est bien moindre que celle de l'étage précédent.

Aucune indication précise n'a pu être recueillie au sujet du *Sénonien*. Des calcaires crayeux à *Anomœodus* représenteraient peut-être le *Danien*, qui serait là aussi transgressif. La série, entièrement calcaire, comprend le *Montien*, l'Éocène inférieur et moyen et peut-être même l'Éocène supérieur. Les termes stratigraphiques sont ceux établis par M. H. Douvillé.

Les fossiles secondaires rapportés par la mission Augiéras-Draper comportent, tout d'abord, des ossements des Dinosauriens recueillis à l'état de fragments épars sur le reg. En outre, des calcaires jaunâtres contiennent une dent d'*Anomœodus* (Pycnodontes) qui se rapproche considérablement d'*Anomœodus angustus* Agas. En Égypte, cette espèce se trouve dans le Turonien et le Santonien d'Abou-Roach. Ici, elle est associée à des débris de dents cannelées, probablement de Crocodiliens et à des coquilles, groupées, de *Pseudoheligmus nigeriensis* Bul. Newt. Ce Mollusque se trouve normalement dans les couches à *Operculina canalifera* du Soudan et du Sénégal qui, d'après M. H. Douvillé, constituent la base de l'Éocène (Montien). Ne sommes-nous ici à un niveau plus ancien ?

Un autre gisement, près de Sounfat, a fourni une dent pointue, finement cannelée qui se rapproche des dents de *Scapanorhyncus*, également associée à des petits fragments de dents de Crocodiliens. Tous les fossiles qui ont été ensuite récoltés appartiennent à l'Éocène : *Linthia sudanensis* Bather, *Plesiolampas Saharæ* Bather (Montien), *Velates Schmideli* Chemn., forme conique, décrite par M. Douvillé, ainsi que la forme typique du Bassin parisien, *Heligmotenia Molli* Douv., *Gisortia brevis* Douv., *Nautilus Molli* Douv., ce dernier présentant un léger pincement vers les trois quarts du dernier tour, *Pseudoheligmus nigeriensis* Bul. Newt., *Ostrea cymbula* Lmk., des formes sont normales, d'autres présentent des variations, avec la valve supérieure plane et plissée, *Lucina* cf. *Pharaonis* Bell. Tous ces fossiles appartiennent à l'Éocène inférieur.

Ostrea cf. *gryphina* Desh., *Liostrea lamellaris* Desh., *Eovasum soudanense* Douv., de l'Éocène moyen. D'autre part, il a été recueilli un échantillon de *Crassostrea Lapperinei* P. Lem., variété *minor*, à coquille assez mince, présentant des analogies frappantes avec le type. Malgré sa petite

taille, l'échantillon paraît être adulte. Nous sommes ici probablement dans l'Éocène supérieur.

En outre, la mission a rapporté un grand nombre des moules de gros Gastéropodes, Natices, Lamellibranches et Crassatelles qui paraissent provenir toujours des niveaux inférieurs de l'Éocène. Deux nouvelles espèces de Nautiles ont été étudiées.

En conclusion, les matériaux récoltés par la mission ne permettent pas d'améliorer la stratigraphie des couches crétacées et éocènes du Soudan. Le fait le plus intéressant consiste dans la coexistence, dans certains calcaires, d'un Pycnodonte nettement crétacé et d'un Mollusque de l'Éocène; ce qui peut conduire à vieillir certains niveaux. Par ailleurs, les récoltes modifieront la carte d'extension des formations crétacées et éocènes du Sahara méridional.

PÉDOLOGIE. — *Sur la nature et l'origine des sols de Madagascar.* Note de M. **Henri Erhart**, présentée par M. L. Cayeux.

Dans le Massif cristallin qui forme l'ossature de la grande île, toutes les roches éruptives anciennes, les roches métamorphiques et les roches cristallophylliennes, donnent naissance à des sols latéritiques par le départ d'une partie plus ou moins grande de la silice des silicates et de la presque totalité des éléments alcalins et alcalino-terreux; le résidu est un mélange principalement composé d'argile et d'éléments latéritiques, c'est-à-dire d'hydrates d'alumine et de fer, formant, au-dessus de la roche mère, un épais manteau de sol rouge.

Cette latéritisation s'observe sans exception et d'une façon apparemment identique dans les zones climatiques de l'Est (type soudanien), du centre et de l'Ouest (type sénégalien). Elle s'arrête à partir d'une altitude d'environ 2000^m et elle ne s'observe pas non plus dans le Sud qui est situé sous un climat subdésertique. Dans les régions de haute montagne et dans le Sud, les roches du Massif cristallin se décomposent en une arène très peu épaisse, de couleur grise, ressemblant beaucoup aux arènes de nos montagnes granitiques (Vosges, Massif Central).

Il semble donc y avoir une relation directe entre les phénomènes de latéritisation et le climat : les basses températures dans la haute montagne et la très faible pluviométrie dans le territoire du Sud empêchent la décomposition latéritique des roches.

Les sols latéritiques sont des sols très pauvres en général. Les éléments fertilisants en sont éliminés en plus grande partie. Il n'y a pour ainsi dire pas d'humus, même dans les sols forestiers. La végétabilité du sol latéritique dépend entièrement de la végétation primitive qu'il supporte. Un pareil sol, sous couverture de forêt vierge, est en effet très fertile à l'origine malgré sa pauvreté chimique relative, grâce à sa structure idéale, et grâce à sa situation sous un climat ordinairement très favorable à la végétation. Mais une fois privé de sa couverture forestière primitive incendiée par l'homme, et maintenu dénudé par le régime annuel des feux de prairie, il évolue rapidement et devient de plus en plus compact, d'où résulte sa stérilité ultérieure.

En opposition avec les roches anciennes du Massif cristallin, on observe que les roches volcaniques récentes ne forment dans aucun cas des sols latéritiques. Les ordanchites, trachytes et basanitoïdes du Massif de l'Itasy, les basaltes récents du Massif de l'Ankaratra, ceux de la montagne d'Ambre et de l'île de Nossi-Bé, les laves actuelles du Karthala (Grande Comore) forment des sols argileux, relativement peu profonds, toujours très humifères et riches en éléments fertilisants, qu'ils soient forestiers ou dénudés. Dans toutes ces régions on peut d'ailleurs trouver ces formations immédiatement au voisinage des sols latéritiques provenant des roches anciennes.

On pourrait à la rigueur admettre pour les sols de l'Itasy et de l'Ankaratra, que le climat actuel est plus tempéré que celui qui a donné naissance aux latérites de gneiss, de granite ou de basalte ancien qui les avoisinent et qui seraient des latérites fossiles. Mais cette objection ne peut être valable pour les régions de l'île de Nossi-Bé où des Comores qui sont situées sous un climat tropical, humide par excellence.

La latérite réclame donc pour se former, outre le climat favorable, d'autres conditions qu'on ne peut préciser pour l'instant.

Les formations sédimentaires de la côte ouest de Madagascar montrent en général les phénomènes d'altération superficielle suivants : Les marnes et argiles, même dans les régions les plus humides au voisinage du Massif cristallin latéritique, ne se latéritisent jamais. Elles se désagrègent sur une très faible profondeur pour former un sol ordinairement gris qui, la matière humique mise à part, possède exactement la composition et le caractère de la roche mère. Les marnes fortement calcaires sont beaucoup plus altérées par suite de la dissolution du carbonate de chaux et la circulation plus facile de l'eau qui en résulte. Dans ces formations on rencontre de grandes plaines dont les sols sont formés par des argiles de décalcification toujours

plus ou moins rouges (terra rossa). Les calcaires, et notamment les calcaires coralliens, et les calcaires gréseux, toujours très fissurés et caverneux, donnent ordinairement naissance à des sols résiduels rouges, plus ou moins sablonneux, renfermant des blocs calcaires témoins.

OCÉANOGRAPHIE. — *Arrivée anormale d'icebergs sur la côte nord de la Norvège.* Note de M. **Charles Rabot**, présentée par M. Ch. Lallemand.

La côte septentrionale de la Norvège vient d'être le théâtre d'un événement extraordinaire intéressant l'océanographie et la climatologie.

Sous la poussée de brises persistantes de la partie Nord, les banquises de la mer de Barents sont parfois descendues jusqu'à 30 ou 40 milles de cette côte. Tel a été le cas au printemps de 1881. En mars 1853, un ours blanc fut tué sur les bords du Kjöllefjord, un peu à l'Est du cap Nord; selon toute vraisemblance, il avait accompli sur un glaçon la plus grande partie du voyage depuis le Spitsberg ([1]); par conséquent, cette année-là également, les glaces avaient dû approcher très près de la Norvège septentrionale. Mais jamais jusqu'ici des fragments de banquises arctiques n'étaient arrivés dans les eaux de cette terre et n'étaient venus échouer sur ses plages. Or, c'est ce qui vient de se produire devant la partie Est du Finmark, le département le plus septentrional de la Norvège; pour préciser, dans le secteur côtier situé à l'Est du cap Nord et du grand fjord de Tana.

Le 4 mai dernier, élongeant cette terre, le vapeur *Nobel* a rangé, à une distance d'un mille, quatre *icebergs* en vue du port de pêche d'Havningberg ([2]). En outre, à la même date, on observait un cinquième glaçon devant Berlevaag, autre station de pêche à l'Ouest-Nord-Ouest de la première, et un sixième, particulièrement gros, à l'entrée de Persfjord, au Nord-Ouest de Vardö, d'après les renseignements, émanant d'un ingénieur du pays, que m'a obligeamment communiqués le *docent* Adolf Hoel, le savant directeur du Service norvégien des Recherches scientifiques au Spitsberg et dans l'océan Arctique. Dans la même région, le vapeur *Sigurd-Jarl* rapporte avoir rencontré, le 9 mai, vingt gros glaçons et un grand nombre d'autres plus petits.

([1]) A. E. Nordenskiöld, *Voyage de la Vega autour de l'Asie et de l'Europe* (traduit du suédois par Charles Rabot et Charles Lallemand, Paris, 1883), 1, p. 124.

([2]) Télégramme du pilote-major de Tromsö au directeur du Service des Ports à Oslo.

Le lendemain, le capitaine du *Vesteraalen*, faisant route vers l'Est, a relevé, outre l'iceberg du Persfjord, deux autres gros blocs, l'un échoué dans le Syltefjord, l'autre en dérive près de Vardö. Le 12 mai, revenant dans l'Ouest, ce marin a observé, à 4 milles au Sud-Sud-Est de ce dernier port, un nouvel iceberg arrivant du large. Enfin, dans un second voyage en Finmark, les 26 et 27 mai, il a rangé deux nouveaux blocs, l'un également près de Vardö, l'autre sur la rive Sud du fjord de Varanger ([1]).

Ces glaces sont, les unes de la *drift-ice*, c'est-à-dire de petits glaçons de mer, les autres — et ce sont les plus nombreux, — des icebergs, en d'autres termes, des fragments de l'extrémité inférieure de glaciers polaires, ainsi que le mettent en évidence les photographies qui en ont été prises. Mais ces icebergs sont, pourrait-on dire, microscopiques, en comparaison de ceux provenant du Groenland, que l'on rencontre sur les bancs de Terre-Neuve. Les marins qui ont observé les glaçons de la côte Nord de Norvège évaluent de 6 à 10^m la hauteur des plus gros au-dessus de la mer, leur diamètre à 20 ou 30^m, leur circonférence à 150^m. L'ingénieur du port de Berlevaag estime à 100^{m^3} le volume de la partie émergée du bloc signalé le 4 mai devant cette station de pêche. Plusieurs témoignages parlent de glaçons de 30^m de haut; c'est là certainement une exagération.

De l'avis unanime des spécialistes norvégiens, ces glaces ne peuvent provenir que de la Nouvelle-Zemble et de la terre François-Joseph.

Étant donné que la côte septentrionale de Norvège est, dans toute son étendue, baignée par une branche du Gulfstream venant du Sud-Ouest et portant vers l'Est, trois explications de l'arrivée des icebergs dans cette région peuvent être proposées :

1° Sous la poussée des brises d'entre Nord et Est, qui ont été dominantes dans la mer de Barents pendant le printemps, ces glaçons auraient été chassés vers le Sud-Ouest, et, par conséquent, vers la côte Nord de Norvège.

2° Les blocs auraient été charriés, d'abord vers le Sud-Ouest par le courant polaire passant en aval de l'île aux Ours, puis au Sud par la branche de ce courant qui va se perdre dans le Gulfstream de la côte de Norvège et seraient ainsi arrivés dans le domaine de ce second courant ([2]).

3° Des irrégularités se seraient produites dans le régime des courants marins de la mer de Barents.

([1]) Rapport du capitaine du *Vesteraalen* au *docent* Adolf Hoel.

([2]) Voir la carte de la page 29 de l'Ouvrage de Nansen : *En ferd til Spitsbergen*, Kristiania, 1920.

A propos de l'arrivée d'icebergs sur la côte nord de Norvège, il y a lieu de rappeler que, parfois, des glaçons de ce type pénètrent dans les mers d'Europe jusqu'à une très basse latitude. Ainsi, en janvier 1836, le célèbre navigateur anglais Sir James Ross, en a observé deux à 40 milles dans le Sud-Est de l'île la plus méridionale des Faeröer (¹).

MÉTÉOROLOGIE. — *Sondages de pression et de température par radiotélégraphie.* Note de M. **R. Bureau**, présentée par M. L. Ferrié.

Dans une première série d'expériences faites en collaboration avec M. Idrac (²), nous avons montré que nous pouvions suspendre à un ballon-sonde un émetteur radiotélégraphique léger de courte longueur d'onde et recevoir l'émission au sol pendant l'ascension et même quand le ballon avait pénétré dans la stratosphère.

J'ai utilisé un émetteur de cette espèce pour transmettre les indications fournies par un baromètre et par un thermomètre attachés également à un ballon-sonde.

Deux systèmes ont été employés : un thermomètre émetteur avec réception par lecture au casque; un baromètre émetteur avec enregistrement au sol des signaux relatifs tour à tour aux valeurs de la température et de la pression. Dans les deux cas l'organe principal, au moyen duquel les instruments météorologiques commandent les signaux émis, est un cylindre mi-isolant mi-conducteur. La largeur de la partie conductrice nulle à la base inférieure du cylindre croît régulièrement pour atteindre la valeur de la circonférence à la base supérieure. Si la pointe d'une aiguille formant contact et pouvant occuper diverses positions le long d'une génératrice appuie sur le cylindre entraîné par un mouvement de rotation uniforme, le rapport de la durée des contacts à celle des silences permet de définir la position de la pointe sur la génératrice.

Dans le premier système (lecture au casque), une came provoque des contacts successifs de l'aiguille (du thermomètre) sur le cylindre (environ 100 contacts par tour et une valeur transmise toutes les deux minutes). On compte le nombre de points entendus à chaque tour.

Dans le deuxième système (enregistrement), des cames font appuyer successivement et chaque fois pendant plusieurs tours sur le cylindre les

(¹) *La Géographie*, 16, 1907, p. 315.

(²) P. Idrac et R. Bureau, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 691.

aiguilles du baromètre et du thermomètre (environ quatre indications de chaque instrument par minute).

Au sol, j'emploie à la suite d'un récepteur normal un montage spécial de lampes basse fréquence et de lampes rectificatrices équilibrées. Le courant final actionne l'enregistreur à noir de fumée utilisé déjà dans le sondage aérologique par le son.

L'ensemble des appareils attachés au ballon-sonde (l'émetteur, son alimentation, l'antenne, le cylindre, le baromètre, le thermomètre, les cames, le système moteur et divers accessoires) pèse dans les deux cas 3200^g.

Le premier sondage de température a été effectué le 17 janvier 1929. Plusieurs autres l'ont été depuis. Les résultats obtenus à l'aide du deuxième système ont été jusqu'ici supérieurs à ceux obtenus à l'aide du premier. Un *barothermo* enregistreur léger était également attaché à l'équipage de manière à vérifier la fidélité des transmissions du radiothermomètre et à améliorer les appareils après chaque expérience. Avec un thermomètre donnant des indications de + 20 à — 60° C., l'erreur est inférieure à 0°,7. Cette limite pourra encore être diminuée, surtout si l'on s'impose une étendue plus restreinte des températures à mesurer.

Ces appareils permettent le dépouillement presque immédiat des sondages et leur utilisation dans l'analyse des situations météorologiques et dans la prévision du temps. Dans le premier système, le dépouillement est instantané. Dans le deuxième, il peut commencer au cours du sondage et être terminé au plus tard une heure après la fin. On gagne donc une ou plusieurs heures sur le sondage par avion et plusieurs jours sur le sondage par ballons ordinaires. Et encore dans ce dernier cas, faut-il que les appareils soient retrouvés et retrouvés en bon état.

CRYPTOGAMIE. — *Sur les hyphes vasiformes des Agaricacés.* Note (¹) de M. **Roger Heim**, présentée par M. Mangin.

L'existence de cellules allongées rappellent les vaisseaux lactifères des Phanérogames par leur contenu coloré ou opaque, fluide ou laiteux, a été mise en évidence chez les Agaricacés par Corda d'abord, puis par Bonorden, Hoffmann et divers mycologues contemporains qui les ont nommées laticifères, hyphes vasculaires, oléifères, vasiformes ou même désignées sous le

(¹) Séance du 3 juin 1929.

nom de vaisseaux (*Saftgefässe*). Chez les Lactario-Russulés et les Mycènes *Lactipedes*, ces organes, relativement bien différenciés, possédant un latex proprement dit et comparables aux laticifères des Euphorbiacées, ont fait l'objet des travaux de nombreux auteurs qui ont, soit recherché la nature du contenu de ces cellules particulières, soit établi leurs connexions avec les hyphes qui les entourent et, en outre, avec les cystides de l'hyménium. On a également signalé à diverses reprises la présence d'hyphes oléifères chez plusieurs Agaricacés privés apparemment de latex : Patouillard les a observées dans quelques Tricholomes, Volvaires, *Pluteus*, *Hygrophorus*, Bolets, Polypores, De Seynes dans les Fistulines, Van Bambeke dans le *Lentinus cochleatus* Fr., Fayod chez les Amanites, *Hygrocybe*, *Coprinus*, R. Maire chez le *Rhodopaxillus nudus* (Bull.), etc.

De notre côté nous avons pu noter ou confirmer l'existence d'hyphes oléifères dans certains Agaricacés. En de tels éléments le genre *Inocybe* est particulièrement riche. Parmi ses représentants, ceux qui sont caractérisés par leur odeur fruitée et par un rosissement de leur chair possèdent un réseau très développé d'hyphes oléifères, aussi bien dans la trame des lamelles que dans la chair du stipe et du chapeau. Ces hyphes, au sein desquelles se forme la substance odorante, sont irrégulièrement cylindriques, sinueuses, non cloisonnées, de 2 à 8^{μ} de large et en relation plus ou moins apparente avec les filaments connectifs, ou bien terminées par des vésicules globuleuses atteignant 20^{μ} et plus, constituant de véritables réservoirs (*I. piriodora* Pers., *Bongardi* Weinm.). Sous une membrane très mince, elles renferment une substance huileuse, homogène, paille ou rosée. D'autres espèces d'Inocybes, non odorants ou dont la coloration de la chair ne varie pas à l'air, présentent également des hyphes vasiformes, cylindriques ou vésiculeuses, simples ou ramifiées, parfois cloisonnées (*I. fastigiata* Fr., *scabella* Cooke, *asterospora* Q., *salicina* nob., *lacera* Fr.).

Dans d'autres cas, on remarque simplement en différentes parties de la chair des hyphes à contenu plus opaque, plus dense, plus sensible aux réactifs colorants que les voisines dont elles diffèrent à peine. En outre, sur des échantillons secs de *Skepperia spathularia* (Berk. et Curt.) Pat., nous avons observé des hyphes particulières, localisées à la partie médullaire du stipe, longitudinales, sinueuses, de 3-4^{μ} de diamètre, à contenu brunâtre.

Les Pholiotes cystidiées possèdent fréquemment aussi un réseau bien développé d'hyphes vasiformes en continuité avec les cystides (qui n'en sont parfois que de simples terminaisons, constituant alors des organes plutôt rudimentaires) et remplies comme celles-ci d'un suc jaune et brun. Celles

du groupe *aurivella adiposa* renferment un grand nombre de ces cellules munies de renflements ou de larges vésicules, de même que le *Flammula dilepis* Berk.

Un Champignon recueilli par M. R. Decary à Madagascar offre un rare exemple du développement que peut présenter l'appareil vasiforme d'un Agaricacé. Cette espèce, caractérisée en premier lieu par ses spores petites, lisses, ocre pâle, sans pore germinatif, à profil dorsiventral subrectangulaire, possède d'autre part uue constitution anatomique très typique : sa chair est formée uniquement de larges hyphes vasculaires, intriquées en un faux tissu et remplies d'un suc jaune homogène dont la présence se traduit sur le frais par la coloration intensément jaune que le Champignon, d'abord entièrement blanc, acquiert au moindre froissement.

La chair piléique, comme celle du stipe et la trame des lamelles, est constituée par des files enchevêtrées de cellules irrégulières pouvant atteindre 18^{μ} de diamètre, souvent munies d'appendices, à membrane mince, réfringentes, jaunâtres. Les parties profondes de cette chair ne comportent que des hyphes à contenu opaque ou coloré, cylindriques (de 4 à 7^{μ} et jusqu'à 10^{μ} de large), très longues, sinueuses, parfois bifides, renflées ça et là ainsi qu'à leurs extrémités. En se rapprochant de la surface du chapeau, ces hyphes deviennent de moins en moins vascularisées et conduisent ainsi à une zone cuticulaire formée d'éléments denses, cylindriques, parallèles à la surface, septés, non réfringents, hyalins, grêles, analogues aux hyphes qui constituent la cuticule de nombreux Agaricacés.

Ainsi cette espèce est constituée essentiellement par des hyphes vasiformes. On ne saurait parler ici de tissu connectif et de tissu fondamental. Toutes les hyphes constituantes sont dérivées vers une fonction sécrétrice. Cette particularité illustre bien la conception de l'uniformation cellulaire de l'organisme fongique et de l'interdépendance étroite qui lie ses divers « systèmes ».

Cette remarquable organisation, jointe aux autres caractères du Champignon, nous incite à en faire le type d'un genre nouveau, sous le nom de *Phlebonema chrysotingens* nov. gen. nov. sp., que nous rattacherons à l'ancien genre hétérogène *Naucoria* Fries et dont nous préciserons d'autre part les caractères et les affinités.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Élatinacées. Développement de l'embryon chez l'*Elatine Alsinastrum *L.* Note de M. **Robert Lemesle**, présentée par M. J. Costantin.

Chez l'*Elatine Alsinastrum* L., la cellule apicale du proembryon bicellulaire se segmente, la première, par une cloison transversale pour donner deux éléments superposés; peu après, la cellule basale se segmente de la même manière. Il se constitue de la sorte une tétrade proembryonnaire formée de quatre éléments en série linéaire.

La cellule supérieure se partage, par deux cloisons successives longitudinales et perpendiculaires entre elles en quatre éléments représentant les quadrants. Les trois autres éléments superposés de la tétrade se segmentent horizontalement, donnant ainsi chacun deux cellules superposées; il en résulte une file de six cellules. Par segmentations transversales, les quadrants donnent naissance à quatre octants supérieurs et à quatre octants inférieurs; les premiers deviendront générateurs de la partie cotylée de l'embryon et les seconds de la partie hypocotylée. Par des cloisons tangentielles, ces huit octants isoleront des cellules périphériques qui constituent les premiers éléments du dermatogène. La cellule située immédiatement au-dessous des octants correspond à l'hypophyse; elle se segmente suivant le processus décrit par Souèges chez le *Capsella Bursa pastoris* (1) : une cloison en verre de montre, dont les bords viennent s'appuyer sur les parois latérales du dermatogène, divise cette cellule en deux éléments superposés qui donneront, l'un, supérieurement, les initiales de l'écorce du sommet radiculaire, l'autre, inférieurement, la portion médiane de la coiffe.

Comme on le voit, chez l'*Elatine Alsinastrum* L., la cellule terminale de la tétrade proembryonnaire filamenteuse donne naissance à l'embryon proprement dit, c'est-à-dire à la partie cotylée et à la partie hypocotylée; sa sœur placée immédiatement au-dessous, engendre l'hypophyse et la région supérieure du suspenseur; la région inférieure de ce dernier se développe aux dépens des deux éléments inférieurs de la tétrade.

(1) R. Souèges, *Les premiers cloisonnements de l'œuf et l'origine de l'hypophyse chez le* Capsella Bursa pastoris *Moench* (*Comptes rendus*, **163**, 1916, p. 158); *Les premières divisions de l'œuf et la différenciation du suspenseur chez le* Capsella Bursa pastoris *Moench* (*An. Sc. Nat. Bot.*, 10e série, **1**, 1919, p. 1).

Chez l'*Hypericum perforatum* L. (1), Souèges a déjà pu constater que l'embryon proprement dit tirait également son origine de la cellule supérieure d'une tétrade proembryonnaire constituée, de même que chez l'*Elatine*, de quatre éléments superposés. On sait que dans la plupart des cas, et spécialement chez les Crucifères, l'embryon proprement dit est engendré par la cellule apicale du proembryon bicellulaire.

L'embryon de l'*Elatine* se différencie néanmoins de celui de l'*Hypericum* par le développement moins accentué de son suspenseur et surtout par l'origine de la cellule hypophysaire qui, dans le premier cas, est cellule petite-fille et dans le deuxième cas, cellule arrière-petite-fille de la cellule apicale. Par conséquent, chez l'*Hypericum*, l'hypophyse serait plus jeune d'une génération cellulaire.

RADIOPHYSIOLOGIE. — *Sur les modifications des substances collagènes sous l'action du rayonnement des corps radioactifs*. Note de M. **J. Loiseleur**, présentée par M. Roux.

Le rayonnement des corps radioactifs altère profondément l'état colloïdal des substances collagènes.

Les expériences ont porté soit sur la gélatine (gélatine ordinaire et gélatine isoélectrique, à concentration de 2 à 4 pour 1000), soit sur la solution de collagène préparée selon la technique de Nageotte (2). Dans ces solutions, on plongeait un tube de verre scellé contenant le corps radioactif. Celui-ci était tantôt du radium (100^{mg}) enfermé dans un tube de verre, contenu lui-même dans un étui d'aluminium de 1^{mm} d'épaisseur, tantôt du radon, enfermé dans de minces tubes capillaires en verre. Dans d'autres cas, on faisait pénétrer directement le radon dans une ampoule que l'on scellait après l'avoir remplie de la solution à irradier. Après un temps d'exposition variable, l'action exercée par le rayonnement était appréciée par la détermination de l'indice d'or ou par l'observation de la floculation.

I. Action sur la gélatine. — *a. Indice d'or.* — La gélatine, soumise à l'action du tube de radium présente, après quelques jours, une augmentation de son indice d'or (augmentation de 25 à 135 pour 100 selon les conditions de l'expérience) : cette augmentation correspond à une diminution du

(1) R. Souèges, *Embryogénie des Hypéricacées. Développement de l'embryon chez l'*Hypericum perforatum *L.* (*Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 949).

(2) J. Nageotte, *C. R. Soc. Biol.*, **96**, 1927, p. 176.

pouvoir protecteur du colloïde, c'est-à-dire à la diminution de la phase dispersée, et traduit ainsi la dégradation du colloïde.

Un tube de radon, plongé dans une solution de gélatine, exerce une action analogue, dont l'intensité est proportionnelle à la quantité de radon mise en œuvre. Cette action est maxima si le radon agit par son rayonnement total : une ampoule de $1^{cm^3},7$, contenant 12 millicuries de radon, est remplie d'une solution de gélatine à 4 pour 1000, puis scellée. Six jours après l'indice d'or s'élève à $0^{mg},044$, alors que le témoin non irradié a pour valeur $0^{mg},008$.

b. Floculation. — Un tube capillaire, contenant 6-8 millicuries de radon au moins, s'entoure, après quelques heures, d'une gaine de floculats. Cette floculation s'observe si la réaction du milieu est comprise entre l'acidité et le point isoélectrique; et elle est d'autant plus intense que la gélatine est plus pure. L'addition de sels minéraux $\left(KCl,\ CaCl^2 \text{ à } \frac{N}{200}\right)$ semble favoriser l'organisation même des éléments floculés, qui se groupent généralement en formant un cône autour du foyer.

2. Action sur le collagène. — Les faits sont encore plus manifestes si, au lieu d'expérimenter sur la gélatine, qui constitue un produit de dégradation de la substance collagène, l'on fait agir le rayonnement sur la solution de collagène de Nageotte.

Le radium, utilisé dans les conditions précitées, flocule en 6-7 jours à 18° la solution de ce collagène.

Le radon produit la même action, en provoquant dans la solution la formation de floculats disposés régulièrement autour du tube de radon.

Effet de la filtration. — L'action du radon ne se manifeste plus, si le rayonnement est filtré par du platine ($0^{mm},15$) ou même de l'acier ($0^{mm},15$) : le phénomène doit donc être attribué à l'action des rayons β.

Effet de la température. — Divers essais, effectués dans les mêmes conditions, à 0°, 18° et 37°, ont fourni des floculations sensiblement identiques : seule, l'organisation des floculats en figures régulières (généralement coniques), qui dépend, entre autres, de la viscosité du milieu, devient moins parfaite avec l'élévation de la température.

Action des sels métalliques. — L'action des sels de métaux lourds, réductibles, est particulièrement intéressante.

En additionnant d'acétate de plomb ($\frac{1}{1000}$) la solution de collagène, les floculats se groupent en un cône très régulier autour du foyer de radon et sont colorés en noir par du plomb métallique, réduit par le rayonnement et adsorbé par les floculats.

L'action du chlorure d'or est remarquable et permet d'observer en quelques heures la floculation. Un tube de 14^mcurie plonge dans une solution de collagène dilué au $\frac{1}{50}$ et addionnée de $\frac{1}{10000}$ de $AuCl^3$: deux heures après, le tube est entouré d'une gaine violette de collagène floculé et coloré par l'or réduit.

Tout se passe comme si la présence du métal réduit au sein des micelles de collagène favorisait l'action du rayonnement.

En résumé, le rayonnement β du radium ou du radon altère profondément l'état colloïdal des subtances collagènes; les sels de métaux lourds (acétate de plomb, chlorure d'or) sensibilisent particulièrement le collagène à l'action du rayonnement.

Dans les limites de température expérimentées (0° à 37°), le phénomène ne semble pas dépendre d'un coefficient de température appréciable et est proportionnel à l'intensité du rayonnement. Ces faits, établis pour les substances collagènes, sont à rapprocher des actions exercées par le radium sur l'ovalbumine, le sérum (¹) et la vitelline (²).

ZOOLOGIE. — *Sur les* Archæoindris *de Madagascar.* Note de M. Lamberton, présentée par M. Joubin.

C'est à Madagascar que les Lémuriens ont pu réaliser leur pleine évolution. Dans les autres parties du monde, ils ont été détruits par les grands carnassiers bien avant la fin du Tertiaire; il n'en subsiste que de rares survivants, tous de petite taille et très dispersés.

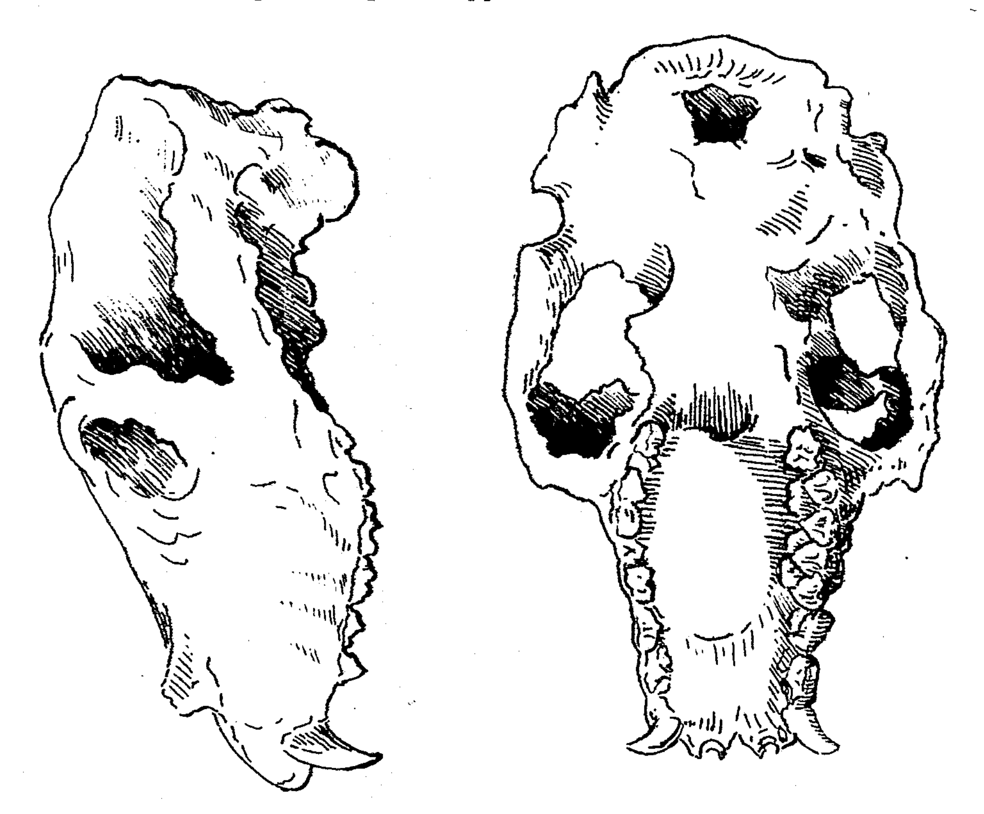
Madagascar ayant été séparée du continent africain avant d'avoir été peuplée par les grands carnivores, les Lémuriens qui l'habitaient n'ont pas eu d'ennemis bien redoutables. Ils s'y sont abondamment multipliés, poursuivant en toute tranquillité une évolution qui a conduit certains d'entre eux à une taille dépassant celle des grands Singes anthropoïdes vivant actuellement.

Les grands Lémuriens subfossiles malgaches ont été répartis en quatre genres, *Archæolémurs*, *Mégaladapis*, *Palæopropithèques*, *Archæoindris*. Les trois premiers groupes sont bien connus grâce aux travaux de G. Grandidier et Standing. Il n'en est pas de même des *Archæoindris* dont les

(¹) Fernau et Pauli, *Biochem. Zeitschrift*, 170, 1915, p. 426.
(²) Dreyer et Haussen, *Comptes rendus*, 145, 1907, p. 235.

ossements sont beaucoup plus rares, soit par pur hasard des trouvailles, soit que ces animaux étaient plus rares, ou vraisemblablement vivaient à l'intérieur des forêts.

Les collections de l'Académie Malgache, à Tananarive, contiennent un certain nombre de beaux documents, dont la plupart encore inédits, mais en cours d'étude, que l'on peut rapporter aux *Archæoindris*. L'ensemble



de ces ossements permet de donner une idée assez précise de ces curieux Lémuriens, qui peuvent être regardés comme les plus massifs du groupe.

Tout en eux donne une impression de lourdeur, mais aussi de puissance. Le crâne, un peu moins long que celui de *Megaladapis*, présente une voûte fortement bombée en dôme, ce qui lui donne un angle facial de près de 45°.

Cette forme de crâne est unique dans toute la série des Lémuriens, aussi bien actuels que fossiles. La robustesse des arcades zygomatiques et leur grand développement, l'énorme surface des os molaires, font paraître la tête encore plus massive. Des orbites presque circulaires et très rapprochées, des naseaux dilatés et rebordés, donnent à la face un aspect très particulier.

La mandibule, par sa largeur, son épaisseur, et l'énorme développement de sa partie montante, accentue encore la grosseur de la tête et accuse son caractère bestial.

La dentition répond à la formule typique des Indrisinés, mais les canines sont beaucoup moins aplaties que chez les autres Lémuriens, et les tubercules externes des molaires sont très développés et fortement inclinés en dedans. Ces grosses molaires font penser à celles de quelques-uns des grands herbivores du début du Tertiaire. Les *Archæoindris* devaient se nourrir de gros fruits coriaces, de tubercules et des racines qu'ils déterraient avec leur gros museau.

Les membres étaient très courts en comparaison de la grosseur du corps de l'animal, mais extrêmement puissants. L'humérus présente une palette dont la largeur dépasse 10^{cm}; le cubitus est massif et non évidé sur les faces. Le fémur, peu aplati, possède une tête beaucoup plus dans l'axe de l'os que chez les autres Lémuriens et il n'a pas de troisième trochanter, *caractères très importants, car ils relieraient à ce groupe* le fameux *Lemuroidotherium* dont la position systématique a été si discutée. Le tibia, très court, possède une tête extrêmement large; le péroné, très cintré, est considérablement plus gros que chez les autres Lémuriens. Les membres inférieurs avaient donc toute la puissance nécessaire soit pour pousser l'animal quand il parcourait les fourrés, soit pour soulever l'énorme masse du corps dans l'escalade des arbres.

Les collections de l'Académie Malgache renferment quelques grandes côtes, quelques grosses vertèbres, quelques énormes métacarpiens et quelques très longues phalanges qui doivent aussi êtres rapportées à l'*Archæoindris*. Tous ces ossements s'accordent pour donner l'idée d'un animal de très grosse taille, d'une grande puissance, mais extrêmement disgracieux.

La question s'est posée de savoir si les *Archæoindris* ne rentraient pas dans le genre Palæopropithèque. La forme générale de leurs dents et celle des os des membres pourraient appuyer cette manière de voir, mais, d'autre part, la forme si particulière de la tête paraît justifier le maintien du genre. Il est possible que ces deux groupes descendent d'une souche commune, mais tandis que les *Archæoindris* restaient des animaux sylvestres, les Palæpropithèques s'adaptaient de mieux en mieux à une vie de plus en plus aquatique.

CHIRURGIE. — *Exemples de synthèses et de prothèses en os, en métal nu ou caoutchouté, établies sur des données métroradiographiques. Résultats éloignés.* Note de MM. **Robineau** et **Contremoulins**, présentée par M. Bazy.

Dans une première Note ([1]) l'un de nous a montré que les pièces prothétiques ou synthétiques en os hétérogène mort, incluses dans l'organisme, se comportent différemment suivant qu'elles sont mobiles ou fixes : mobiles, elles sont toujours résorbées; fixes, elles ne subissent aucune altération appréciable.

Dans une seconde Note ([2]) nous avons précisé, sous forme de lois, les phénomènes observés.

Le recul du temps a confirmé nos prévisions, l'expérience ne les ayant jamais mises en défaut.

Comme matériel de synthèse, nous avons limité notre choix à l'os de bœuf parce qu'il présente des qualités de résistance et d'épaisseur qu'on ne trouve pas chez les autres animaux domestiques. Chez le bœuf, une seule partie est utilisable : la crête antérieure du tibia qui est constituée par du tissu compact; mais, même chez les très gros bœufs, les dimensions de cette crête ne permettent pas de trouver la matière nécessaire aux pièces prothétiques de quelque importance, telles que celles destinées au remplacement des diaphyses. Aussi, nous n'utilisons plus l'os que pour l'établissement des vis servant à la synthèse du col fémoral ou à l'arthrodèse du genou.

Pour remplacer les pertes de substance de grande étendue, nous employons l'acier enrobé dans de l'ébonite, ou le bronze d'aluminium nu, ou recouvert de caoutchouc.

Quelle que soit la matière utilisée, *la tolérance de l'organisme est complète si le montage de la pièce sur l'os est correctement réalisé*. Cette correction s'obtient en fixant sur *l'os sain* des pièces prothétiques rigoureusement ajustées, afin que l'effort exercé sur les parois osseuses soit uniformément réparti.

L'ostéoporose résulte des ébranlements secondaires provenant d'un ajustage défectueux; l'action exercée sur les canaux de Havers par la succession de continuels petits chocs provoque la raréfaction qui, progressant en pro-

([1]) *Comptes rendus*, **173**, 1921, p. 1173.
([2]) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1543.

fondeur, va toujours s'aggravant. C'est cette porose si redoutée des chirurgiens qui a fait penser jusqu'ici à l'impossibilité de restaurations étendues et *durables* comme celles que nous avons obtenues et que nous vous présentons.

Les observations déduites de notre expérience pratique, qui portent sur 9 années pour les vis du col du fémur, et sur 4 années pour les pièces de remplacement des diaphyses, se trouvent en parfait accord avec les recherches biologiques de Leriche et Policard.

Elles seront exposées dans la prochaine thèse de notre élève M. Moruzi.

Pour parvenir à un bon résultat, il importe que la pièce soit préparée à l'avance avec un maximum de précision; nous y parvenons en prenant des mesures très précises des os à reconstituer, à l'aide de la métroradiographie topographique imaginée par l'un de nous, il y a trente ans. L'ajustage mécanique est ainsi réduit à un très petit nombre de retouches qu'une asepsie rigoureuse permet d'effectuer sans danger et dans un minimum de temps, ce qui ne risque pas de rendre l'intervention choquante pour le patient.

La collaboration radio-chirurgicale rend donc possible la guérison de certaines infirmités incurables.

A 15h55m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17h.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 27 mai 1929.)

Note de M. *Miron Nicolesco*, Sur un théorème de M. Pompeiu :

Page 1371, ligne 4, *au lieu de*

$$1 + a_1\theta + \ldots + a_n\theta^n + \ldots,$$

lire

$$1 + 2!a_1\theta + \ldots + (2n)!a_n\theta^n + \ldots.$$

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 JUIN 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 15 juin 1929, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Jules Drach** pour occuper, dans la Section de Mécanique, la place vacante par le décès de M. *J. Boussinesq*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Jules Drach** prend place parmi ses Confrères.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Les deuils se précipitent parmi nous. Trois de nos Confrères ont disparu en quelques jours : M. **Henri Andoyer**, enlevé brusquement à l'affection des siens; M. **Charles Moureu**, éloigné de nous par une longue et cruelle maladie qui a eu raison de sa robuste constitution; M. **Léon Lindet**, retenu aussi loin de nous par la maladie, a succombé à son tour.

Henri Andoyer, né à Paris le 1er octobre 1862, était entré le premier à l'Ecole Normale supérieure en 1881; reçu premier agrégé, il fut nommé àToulouse à l'Observatoire et à la Faculté des Sciences, où il resta jusqu'en 1892 quand il fut appelé à la Faculté des Sciences de Paris comme maître de Conférences, chargé d'un cours d'Astronomie mathématique et de Méca-

nique céleste et en même temps chargé de la préparation à l'agrégation des Sciences mathématiques.

En 1903, il est nommé professeur d'Astronomie à la Faculté des Sciences et en 1910 il devient membre du Bureau de Longitudes chargé de la rédaction de la *Connaissance des Temps*. L'importance de ses travaux avait depuis longtemps attiré l'attention de l'Académie et le 30 juin 1919, il fut élu membre de la Section d'Astronomie.

Ses recherches sur la théorie de la Lune, commencées à Toulouse, furent terminées il y a un an à peine; elles ont été consacrées à la revision de la méthode de Delaunay. Par l'emploi de deux méthodes distinctes dont les résultats concordant entre eux et avec ceux de la théorie récente de Brown, il a pu rectifier les erreurs de Delaunay et donner les expressions correctes des inégalités du mouvement de la Lune en tenant compte des éléments les plus importants relatifs au Soleil et à la Lune. C'est une œuvre considérable qui ne pouvait réussir qu'entre les mains du calculateur qu'était Andoyer.

D'une haute culture mathématique et d'une puissante érudition, il avait une prédilection pour les calculs numériques. Il en donne une nouvelle preuve dans l'établissement des tables trigonométriques destinées à remplacer les anciennes tables qu'il jugeait incomplètes et parfois erronées. Il entreprit seul et réussit en quelques années la confection de ces nouvelles tables pour les logarithmes et pour les valeurs mêmes des signes trigonométriques. Leur publication, qui excita l'admiration, est un service de premier ordre rendu à l'Astronomie.

Correspondant, puis membre du Bureau des Longitudes, Andoyer en était devenu l'âme et il apporta de nombreux perfectionnements dans les laborieux calculs de la *Connaissance des Temps*. Grâce à lui, les recueils français d'éphémérides astronomiques sont devenus aussi parfaits qu'on puisse le désirer.

Je ne puis que mentionner ses *Études sur la théorie des orbites intermédiaires*, inspirées par les méthodes de Gilden; sur les *Formules générales de la Mécanique céleste*, ses *Recherches sur le problème des n corps*, sur les *Formules de la Précession*, d'après S. Newcomb, etc. Tous ces travaux portent la marque de son esprit fait de simplicité et de clarté.

Professeur incomparable, il aimait l'enseignement autant que la recherche et dans les leçons qu'il a publiées, il s'ingéniait à exposer sous une forme impeccable les idées originales et souvent très neuves, fruits de ses méditations.

D'une rare modestie, Andoyer masquait sous une bonhomie un peu brusque un cœur excellent, il sera vivement regretté parmi nous,

J'adresse à sa famille, au nom de l'Académie, l'expression de notre bien vive sympathie.

Charles Moureu, né à Mourenx (Basses-Pyrénées) le 19 avril 1863, interne en pharmacie des hôpitaux, devint pharmacien de 1re classe en 1891, docteur ès Sciences en 1893, agrégé de chimie et de toxicologie à l'École supérieure de Pharmacie en 1899; il était en même temps chargé de conférences préparatoires au cours de chimie organique.

En 1907, il fut nommé professeur de pharmacie chimique et bientôt succéda à Berthelot au Collège de France.

L'Académie de Médecine l'avait élu en 1907 et vous l'avez admis au milieu de nous en 1911.

Ses premiers travaux concernent les principes constituants de plusieurs essences végétales : eugénol, safrol, astragol et anéthol, dont il a fait l'histoire, et démontré par des essais de synthèse, la constitution. Il a été amené, à la suite de ses recherches sur ces essences, dont plusieurs sont des dérivés de la pyrocatéchine, à étudier ce corps et à découvrir une nouvelle classe de composés non saturés à noyau hexagonal bioxygéné symétrique.

La belle série de recherches sur les composés acétyléniques lui a permis de découvrir des réactions générales permettant la préparation de nombreuses familles de corps organiques nouveaux, et parmi eux les deux sous-azotures de carbone si étroitement liés au cyanogène, à la fois par leur constitution et leurs propriétés.

Le difficile problème de la chimie des alcaloïdes a été abordé par Moureu avec un plein succès par une étude très complète de la spartéine dont la constitution chimique avait, avant lui, défié les efforts des travailleurs.

La présence des gaz rares dans les sources minérales déjà signalée par de nombreux chimistes, a retenu spécialement son attention, et il a institué un procédé de dosage de minimes quantités de krypton et de néon. La méthode spectrophotométrique qu'il a établie lui a permis de doser un millième de millimètre cube de krypton, et un demi-millième de millimètre cube de néon.

Il entreprit alors méthodiquement l'étude des mélanges gazeux émanés des sources minérales. 57 sources ont été étudiées par lui et dans toutes, les cinq gaz rares ont pu être caractérisés à des doses variables. Parmi ceux-ci l'hélium varie dans de larges limites et, à Maizières (Côte-d'Or), il existe

dans la proportion de 5,92 pour 100. Aussi certaines sources sont-elles de véritables gisements d'hélium exploitées industriellement.

Moureu a reconnu aussi dans les grisous les mêmes gaz rares, et en particulier d'importantes proportions d'hélium.

Fait remarquable, les rapports entre les quantités d'argon, de krypton et de xénon sont constants, aussi bien dans les eaux minérales que dans les grisous, et Moureu donne une explication ingénieuse de ce fait.

Ces résultats limités d'abord à l'hydrologie seule ont pris une grande ampleur par suite de leur influence sur la Physique du globe et l'évolution de la matière.

La mesure de la radioactivité d'une vingtaine de sources thermales complète ces mémorables recherches.

Rappellerai-je le rôle important rempli par Moureu pendant la guerre où, après une période de surprise douloureuse, il fallut, avec une pléiade de chimistes et de physiologistes, improviser la protection des troupes contre les gaz asphyxiants et organiser de toutes pièces la riposte qui se fit bientôt rapide et foudroyante?

Entraîneur d'hommes, Moureu avait réuni autour de lui des travailleurs dont il inspirait et dirigeait les travaux, il avait constitué ainsi une puissante réunion de jeunes chimistes auxquels il communiquait son enthousiasme et ses espoirs.

Avec une généreuse ardeur il avait mené dans les congrès, par des conférences et dans la presse, une active campagne en faveur de la science française pour obtenir à nos laboratoires misérables les subsides nécessaires en matériel et en personnel, et nous lui sommes bien reconnaissants des améliorations que son activité féconde nous a permis d'obtenir avec l'appui de nos confrères.

Frappé en pleine activité Moureu laisse un grand vide parmi nous et ce savant, épris des vérités scientifiques, d'une bonté rare, à l'enthousiasme généreux, sera unanimement regretté.

J'adresse à sa famille, au nom de l'Institut, l'expression de notre bien vive sympathie.

Léon Lindet, né à Paris le 10 avril 1857, fit son apprentissage scientifique au Conservatoire des Arts et Métiers dans le laboratoire d'Aimé Girard, son oncle et notre confrère, il devint préparateur du cours de Chimie industrielle. Docteur ès sciences physiques en 1886, il fut nommé successivement répétiteur, professeur suppléant, enfin professeur titulaire

du cours de Technologie agricole à l'Institut national agronomique (1889) où il succéda à Aimé Girard. Élu à l'Académie d'agriculture en 1898, il succéda en 1920, dans la Section d'Économie rurale, à Th. Schlœsing.

Son œuvre est consacrée à diverses industries agricoles : industrie sucrière, de la fermentation, de la meunerie, de la boulangerie, laitière, etc.

Dans ses premières recherches sur les sucres et l'industrie sucrière, il montre que les produits de dédoublement du saccharose sont utilisés par les plantes : le glucose pour la respiration, le lévulose pour la formation des tissus cellulosiques.

Les solutions de saccharose s'invertissent, d'après lui, à la température de 100°, grâce à l'acidité très faible de ce sucre et à celle plus grande du glucose et du lévulose. Les métaux qui donnent des oxydes acides : cuivre, plomb, etc., activent l'inversion; ceux qui donnent des oxydes alcalins : cobalt, fer, zinc, la retardent. Ces résultats, précieux pour les fabricants de sucre, ont été utilisés dans la pratique.

En collaboration avec Aimé Girard, il a réalisé une importante étude sur la composition des raisins de divers cépages et sa variation au cours du développement et par d'intéressantes observations sur la coloration de l'enveloppe du raisin et la localisation dans celle-ci du parfum caractéristique de chaque cépage.

Les hydrates de carbone qui, dans les pommes à cidre, conditionnent la production des sucres, ont été étudiés sur les pommes au fruitier ainsi que sur celles qui restent sur l'arbre, la conclusion est uniforme, l'amidon disparaît, fait place au saccharose qui atteint un maximum puis décroît à mesure que les sucres réducteurs apparaissent et prédominent au terme de la maturation.

Au cours de ses recherches Lindet a étudié le mécanisme de la coloration brun rouge, du jus de pomme exposé à l'air, démontrant que cette coloration se développe en dehors de toute action microbienne et il conclut à l'existence d'une diastase oxydant le tannin, mais trouvant cette hypothèse trop hardie il la confia au journal *le Cidre*, 1893. Deux ans plus tard notre confrère G. Bertrand réalisait la brillante découverte des oxydases.

Signalons aussi ses recherches sur l'origine, dans les flegmes, des alcools supérieurs, des bases azotées, du furfurol; sur la meunerie et la boulangerie; sur le lait où il a découvert deux caséines, dont l'une entièrement soluble a été considérée comme une albumine, l'autre existant en grande partie à l'état colloïdal.

Tous ces travaux ont amené d'importants perfectionnements dans les

diverses industries agricoles où Lindet était le conseiller unanimement écouté.

Sa perte sera vivement ressentie par ses confrères et ses élèves.

J'adresse à sa famille au nom de l'Académie l'expression de notre vive sympathie.

Les obsèques de M. L. Lindet n'ayant pas encore eu lieu, la séance sera levée en signe de deuil après le vote inscrit à l'ordre du jour.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur le rubrène. Étude du mécanisme de formation : description d'un dérivé chloré intermédiaire.* Note [1] de MM. **Charles Moureu**, **Charles Dufraisse** et **Joseph Robin**.

On sait que le rubrène est obtenu par enlèvement de HCl à l'éther chlorhydrique

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix} > \underset{\displaystyle Cl}{\underset{|}{C}} - C \equiv C - C^6H^5 \xrightarrow{-HCl}$$

C⁶H⁵ C⁶H⁵ C⁶H⁵ C⁶H⁵

Fig. I.
Formule admise pour le rubrène

avec doublement de la molécule. La grande différence de structure entre les formules du corps initial et du composé résultant (*fig.* 1) fait prévoir que la transformation doit correspondre à une variation importante du potentiel chimique. Effectivement, la réaction se fait avec libération d'une grande quantité d'énergie. Si l'on porte, par exemple, 40^g de cet éther chlorhydrique à la température de 130° dans un bain d'huile, la masse s'échauffe spontanément jusqu'à des températures pouvant atteindre 260° : il se déclenche alors une réaction brusque, avec dégagement tumultueux d'acide chlorhydrique. Une telle quantité de chaleur émise en un temps très court est capable d'échauffer le bain d'huile extérieur ; c'est même ainsi que notre attention a été attirée sur le phénomène thermique.

Il eut été fort surprenant qu'une pareille chute d'énergie se fît sans degrés, et que le passage si compliqué d'une structure à l'autre put avoir lieu en une seule étape. Aussi nous sommes-nous attachés à rechercher les termes intermédiaires de la réaction.

(1) Séance du 27 mai 1929.

Nous pensons avoir mis la main sur l'un d'eux : un composé cristallisé, incolore, fondant à 217° (bloc Maquenne) et répondant à la formule $C^{42}H^{29}Cl$. Le rubrène exigeant pour sa formation l'élimination de deux molécules d'acide chlorhydrique

$$2(C^{21}H^{15}Cl) \rightarrow C^{42}H^{28} + 2HCl,$$

le nouveau produit formé par enlèvement d'une seule molécule d'acide chlorhydrique représenterait le premier stade de l'élimination de l'acide chlorhydrique. Les arguments en faveur de cette hypothèse sont tirés des conditions de formation et des propriétés de ce corps.

On le trouve en effet à côté du rubrène, dans les divers modes de formation de cet hydrocarbure, à la condition, bien entendu, de se maintenir dans les limites de stabilité du corps.

Ainsi, dans la préparation du rubrène, si, au lieu de chauffer un temps assez long, comme nous avons coutume de le faire, on arrête prématurément la réaction par un refroidissement brusque de la masse, on observe toujours la présence du nouveau produit, en proportions d'ailleurs d'autant plus élevées que le refroidissement a été plus précoce.

On obtient de bien meilleurs rendements avec des modes opératoires plus doux que le brusque chauffage, telle la dissociation spontanée à froid de l'éther chlorhydrique en solution dans des solvants anhydres. En éther anhydre, par exemple, il s'en dépose peu à peu, sous forme de cristaux blancs volumineux, à côté de rubrène : ce serait même le meilleur mode de préparation s'il n'était pas très lent (plusieurs mois).

De plus, argument peut-être plus décisif, on peut observer l'apparition du nouveau corps dans le milieu réactionnel avant celle du rubrène : il suffit de modérer le chauffage et d'éviter par là que la réaction ne prenne l'allure explosive décrite plus haut. La température de 70° convient bien : au bout de 30 minutes, il ne s'est encore formé que des traces infimes de rubrène, alors que le corps chloré se trouve déjà en proportions notables.

Enfin ce produit a une tendance extrême à se transformer en rubrène, soit à froid (en solution), soit à chaud, et la transformation est intégrale, sans produits accessoires ni résines.

Pour ces diverses raisons, il est légitime de considérer le corps chloré, fondant à 217°, comme l'un des termes intermédiaires de la formation du rubrène.

Constitution. — La facilité de la transformation en rubrène de ce nouveau composé, le rendement élevé observé, l'absence de phénomènes thermiques

importants pendant la réaction, donnent à supposer que sa constitution doit être très voisine de celle du rubrène et en posséder déjà le squelette caractéristique.

Nous avons envisagé trois formules (*fig.* II, III, IV) :

Fig. II.

Fig. III.

Fig. IV.

toutes trois très voisines de celle du rubrène (*fig.* I); il suffit d'enlever HCl et de déplacer convenablement les doubles liaisons pour aboutir sans autres modifications du squelette à la formule de la figure I.

L'étude des propriétés du corps, actuellement en cours, nous fixera sans doute sur la formule qui lui convient le mieux.

BOTANIQUE. — *Sur les phénomènes de symbiose chez le* Myrica-Gale. Note de M. **P.-A. Dangeard** et Mme **Mara Lechtova Trnka.**

Le *Myrica Gale* L. est un arbuste qui se rencontre en quelques points de la région parisienne et qui affectionne les endroits humides : son appareil radiculaire présente cette particularité de posséder des renflements ou « tuberculoïdes » sur la nature desquels on a beaucoup discuté.

La formation de ces tubercules radicaux a donné lieu à de très nombreux travaux : on est d'accord, en général, sur le fait, que l'apparition de ces formations est due, comme chez les Légumineuses, à la présence d'un organisme microscopique qui envahit les tissus de la racine et y provoque ces déformations.

Mais sur la nature exacte de cet organisme les opinions diffèrent : pour les uns, il s'agit d'un champignon dont la description varie d'ailleurs avec

les auteurs dans de très larges limites; certains le rapprochent des *Plasmodiophora*, d'autres le considèrent plutôt comme un mycète de structure filamenteuse, qu'ils rapportent au genre *Frankia*, alors que Shibata en fait un *Actinomyces*.

Nos observations nous permettent d'établir qu'il s'agit d'une Bactériacée qui se comporte à l'égard des racines de *Myrica* comme le font les diverses espèces de *Rhizobium* qui provoquent la formation des nodules radicaux chez les Légumineuses : il n'en diffère que par quelques caractères que nous allons chercher à mettre en évidence.

Tout d'abord, il n'est pas inutile de spécifier que cet organisme n'a aucune parenté avec un véritable mycète qui se développe souvent en abondance dans les espaces intercellulaires de l'écorce des racines : celui-ci est un champignon septomycète dont les gros troncs mycéliens se ramifient en filaments plus fins : les articles, d'abord plurinucléés, font place à des articles n'ayant qu'un seul noyau; certains de ces derniers sont renflés et courts, disposés en chapelets; d'autres sont terminaux : ce champignon a pu être isolé en culture pure et sa description complète sera donnée ultérieurement par l'un de nous.

Dans cette Note, nous n'aurons en vue que l'organisme qui détermine chez le *Myrica Gale* la production des tubercules radicaux : il s'agit incontestablement d'une Bactériacée.

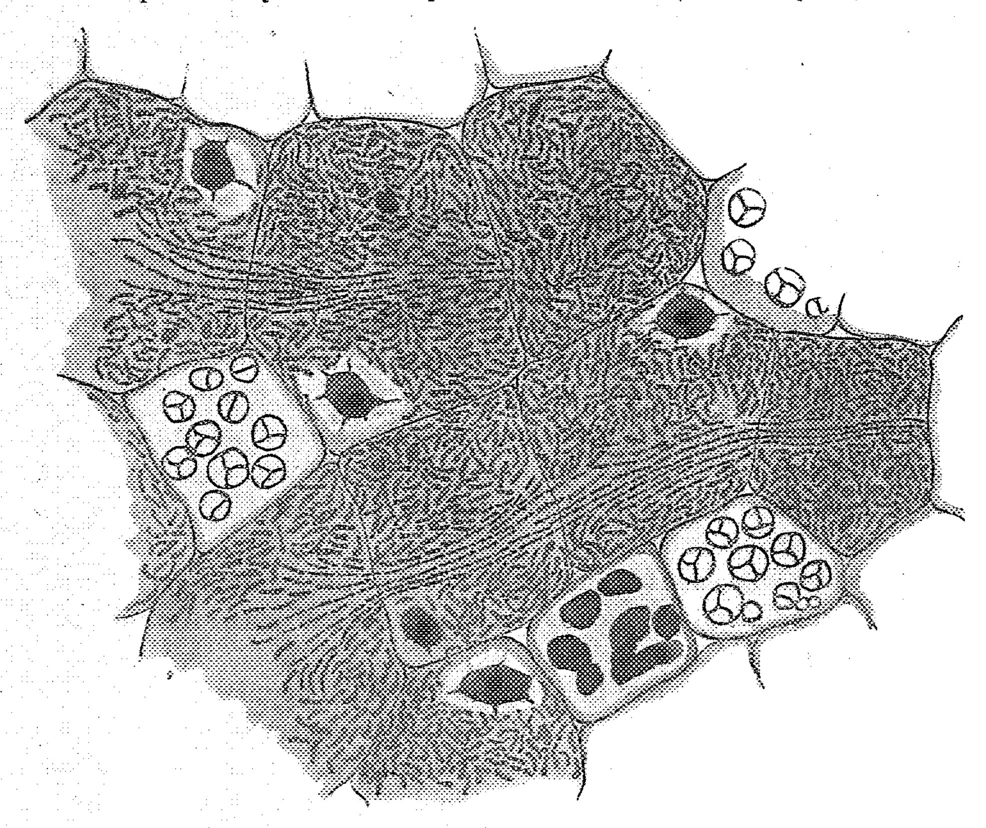
La raison principale que l'on peut invoquer à l'appui de cette détermination est qu'à aucun moment de son développement l'organisme en question ne montre trace d'élément nucléaire; or, avec les ressources de la technique moderne, on est en mesure de déceler la présence des noyaux, même dans les champignons les plus inférieurs; mais, comme nous allons le voir, d'autres arguments provenant du développement viennent confirmer la conclusion tirée de la structure histologique.

La formation des tubercules, qu'ils soient concrescents ou qu'ils soient plus ou moins indépendants, est due à la prolifération des cellules corticales sous l'influence du parasite; il se produit ainsi des régions de cellules contaminées, lesquelles entourent complètement le cylindre central ou bien sont localisées de façon variable.

L'étude des cellules parasitées est tout d'abord assez décevante : à côté de cellules qui renferment des éléments paraissant distincts, indépendants, on en trouve d'autres qui montrent un peloton de filaments fins, que certains auteurs ont décrit comme une sorte de capillitium filamenteux.

Le premier aspect nous fait penser tout de suite au *Rhizobium* des Légu-

mineuses : bâtonnets plus ou moins flexueux, plus ou moins longs, souvent contournés de diverses façons, parfois recourbés en U, le tout réuni en un amas compact occupant tout ou partie de la cellule (voir la figure).



Le second aspect, d'apparence filamenteuse, était d'autant plus difficile à interpréter qu'il ne se voit guère facilement que dans les cellules où tout le contenu cytoplasmique a disparu : les tubes, devenus vides, conservent une membrane mince qui se colore avec certains réactifs, comme la safranine, par exemple.

La difficulté n'a pu être résolue que par un examen très attentif du mode de contamination des cellules.

On sait que chez les Légumineuses, la contamination par le *Rhizobium* se fait par le moyen d'hyphoïdes, c'est-à-dire de zooglées filamenteuses qui contiennent ordinairement plusieurs files de Bactéries très petites et distinctes; arrivées dans les cellules, ces Bactéries se libèrent de la zooglée, se multiplient, grossissent et prennent l'aspect définitif qu'on leur connaît.

Or, dans la Bactériacée du *Myrica Gale*, les choses se passent autrement ; il n'existe pas de zooglées filamenteuses et de bâtonnets bactériens indépendants : ce sont des filaments fins, indépendants, isolés ou en groupes de trois ou quatre, disposés parallèlement, qui assurent la contamination ; on les voit traverser la paroi mince qui sépare les cellules, et l'on peut, comme pour le *Rhizobium*, suivre la pénétration successive au travers de plusieurs cellules contiguës.

Lorsque ces filaments sont jeunes, on s'aperçoit que le cytoplasme peut être continu sur un espace assez grand ou bien divisé en articles de longueur variable ; nous avons affaire, par conséquent, à une Bactérie filamenteuse, laquelle, comme le *Bacillus subtilis*, par exemple, est susceptible de se dissocier en éléments distincts : ces articles, qu'ils soient devenus indépendants ou qu'ils soient encore plus ou moins réunis, se multiplient et grossissent surtout à la périphérie de la cellule ; on observe même fréquemment une différence de diamètre très sensible entre les éléments du centre restés plus ou moins filamenteux et ceux qui occupent la périphérie du peloton où ils sont dissociés ; le prétendu capillitium filamenteux est tout simplement le squelette membraneux laissé par cette Bactériacée lorsque tout le contenu cytoplasmique a disparu.

On ne peut guère songer à placer cette Bactériacée dans le genre *Rhizobium*, bien qu'il existe certains points de rapprochement : le remplacement des hyphoïdes de nature si spéciale, dans le mode de contamination, par de véritables filaments qui se dissocient par la suite en articles, justifie, semble-t-il, la création d'un genre distinct : nous proposons pour lui le nom de *Rhizobacterium* et l'espèce sera le *R. Myricæ*.

Bien que nous ayons cru devoir, pour la raison indiquée, ne pas réunir cette espèce à celles qui font partie du genre *Rhizobium*, il n'en est pas moins exact que ses relations avec les cellules du *Myrica* rappellent de très près ce qui a lieu dans les tubercules radicaux des Légumineuses.

Ainsi dans les régions contaminées, on distingue les cellules parasitées et les cellules intermédiaires : dans les premières, il s'est produit une hypertrophie laquelle sans être aussi accentuée que chez certaines Légumineuses, peut atteindre cependant un volume deux ou trois fois supérieur à celui des cellules intermédiaires.

Ces cellules intermédiaires ainsi que celles qui bordent les régions contaminées sont en général complètement remplies de gros grains d'amidon, simples ou composés ; parfois, on rencontre d'autres cellules dont les vacuoles sont très riches en tannin.

Dans les cellules parasitées ou cellules spéciales, l'amidon se trouve à un état de digestion plus ou moins avancé; autour du peloton bactérien on peut trouver une assise de gros corpuscules d'amidon encore intacts; d'autres fois, on remarque, à l'intérieur du peloton même, de tels grains amylacés réduits à l'état d'anneau ou de calottes; enfin l'amidon peut avoir complètement disparu. La parasite semble s'attaquer également aux tannins du vacuome, car il n'est pas rare de trouver dans ces cellules spéciales au milieu de l'entre-croisement des Bactéries, des traces de précipitation de ces tannins.

En ce qui concerne le noyau, il semble qu'il conserve jusqu'au bout sa vitalité, sans changement notable de volume ni de structure : il est d'ordinaire appliqué au contact de la membrane de la cellule; le nucléoplasme est homogène d'apparence, ainsi que le gros nucléole qu'il renferme. Le cytoplasme est fréquemment réduit à l'état de traces à peine perceptibles.

Par comparaison avec ce qui existe chez les Légumineuses (¹) il n'est guère douteux que nous nous trouvions ici en présence d'un cas de symbiose bien caractérisé.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats au poste de Directeur de l'Observatoire de Paris, M. **E. Fichot** est désigné en première ligne par 25 suffrages contre 24 à M. *E. Esclangon.*

Pour la seconde ligne, M. **E. Esclangon** est désigné par 27 suffrages, contre 13 à M. *Jules Baillaud* et 1 à M. *Mascart.*

Il y a 4 bulletins blancs et 3 bulletins nuls.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne............	M. **Eugène Fichot.**
En seconde ligne............	M. **Ernest Esclangon.**

(¹) P.-A. Dangeard, *Recherches sur les tubercules radicaux des Légumineuses* (*Le Botaniste*. 16, 1926, p. 1-265, pl. I-XXVIII).

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le Pétrole, matière première de l'industrie et de la science chimiques. Conférence faite au VIII[e] Congrès de Chimie industrielle, par M. Louis Pineau. (Présenté par M. A. Béhal.)

Le **Comité international de l'organisation scientifique du travail** invite les membres de l'Académie à une manifestation en l'honneur de M. **H. Le Chatelier**, dans laquelle celui-ci recevra la Grande Médaille d'or, au Palais de la Mutualité, le samedi 22 juin.

ANALYSIS SITUS. — *Sur les invariants caractéristiques des variétés à deux dimensions à connexion infinie, et l'homéomorphie des ensembles fermés discontinus.* Note de M. **de Possel**, présentée par M. Hadamard.

S. Saks [1] a étudié les variétés [2] à deux dimensions homéomorphes d'une surface fermée p fois connexe de laquelle on a enlevé un ensemble fermé discontinu; il a démontré que le couple (μ, ν), où ν désigne le type de l'ensemble enlevé, constitue un invariant caractéristique de ces variétés. D'autre part, P. Kœbe [3] a construit des surfaces de l'espace à trois dimensions homéomorphes de toutes les variétés à deux dimensions, mais sans déterminer leurs invariants.

Je me propose d'étendre la théorie de S. Saks aux variétés *quelconques* à deux dimensions, et de déterminer leurs *invariants caractéristiques*.

---

(1) S. Saks, *Sur l'homéomorphie des variétés à deux dimensions* (*Fundamenta Mathematicæ*, 5, 1924, p. 288-320).

(2) Pour la notion de variété à deux dimensions, voir T. Rado, *Über den Begriff der Riemannschen Fläche*, p. 104-114 (*Acta litt. ac scient. Universitatis Hungaricae*, 2, II, 1925, III, 31, Szeged).

(3) P. Kœbe, *Riemannschen Mannigfaltigkeit* (*Sitzungsberichte de Berlin*, 23, 1927, p. 173 à 175).

1. Soit d'abord une variété V, supposée *bilatère*, et *sans contour* Γ la partageant en deux autres dont l'une au moins soit homéomorphe à un domaine plan (*schlichtartig*). V est alors homéomorphe à une surface M que l'on peut obtenir de la façon suivante : prenons deux figures égales formées de *disques plans*, percés d'une infinité de trous circulaires tendant vers un *ensemble fermé discontinu* E de la circonférence, et accolons les circonférences correspondantes; nous obtenons ainsi un disque de Clifford à une infinité de trous.

La condition nécessaire et suffisante pour que deux surfaces M *soient homéomorphes est que les ensembles* E *correspondants soient eux-mêmes homéomorphes dans une homéomorphie de plan à plan*. A l'ensemble des variétés V homéomorphes entre elles, on peut donc faire correspondre un type d'ensemble fermé discontinu qui en constitue un *invariant caractéristique*.

Réciproquement, à tout *type* d'ensemble E correspond un *type* de variété V à connexion infinie sans contour Γ.

2. Considérons maintenant une variété V *bilatère*, mais *possédant des contours* Γ. On peut alors, en généralisant le procédé d'adjonction d'un point pour transformer le plan en une sphère ou le ruban de Möbius en le plan projectif, transformer la variété V en une autre ne contenant plus de contour Γ par l'adjonction d'un certain ensemble [1]. Plus précisément la variété V est alors homéomorphe à l'un des modèles M précédents, auquel on a enlevé un *ensemble fermé discontinu* F, qu'on peut supposer placé sur la circonférence extérieure. *Pour que deux surfaces construites de cette façon et possédant des ensembles* E, F *et* E′, F′ *soient homéomorphes, il faut et il suffit qu'on puisse établir une homéomorphie de plan à plan faisant correspondre à la fois* E *à* E′ et F *à* F′. On obtient ainsi, comme invariant caractéristique de la variété, le *type* du système formé par deux ensembles fermés discontinus pouvant avoir une portion commune.

Dans le cas où E est vide, la variété se trouve ainsi prolongée par une variété fermée; c'est la théorie des surfaces compactifiables de S. Saks [2].

3. Soit enfin une variété V *unilatère;* elle est homéomorphe à l'un des modèles précédents dont on a enlevé des cercles dont les points diamétralement opposés se correspondent.

Si ces cercles sont en nombre fini, le type du système (E, F) joint à la condition que la surface soit unilatère est encore un invariant caractéristique.

---

(1) Voir deux Notes de l'auteur, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1092, et 187, 1928, p. 98.

(2) S. Saks, *loc. cit.*, p. 298-320.

Si ces cercles sont en nombre infini, ils tendent vers un certain *ensemble limite* I qu'on peut supposer *fermé discontinu* et situé encore sur la circonférence extérieure. Si un point appartient à la fois à I et à E sans être limite de points de E n'appartenant pas à I, on peut, en modifiant la surface, faire en sorte qu'il n'appartienne plus qu'à I.

La variété V est alors caractérisée par le *type* du système formé par les ensembles E, F et I satisfaisant à la condition que l'ensemble EI soit compris dans l'ensemble $E' - (EI)'$.

4. De même que pour les variétés à connexion finie, la *structure du groupe fondamental* G d'une variété à connexion infinie constitue un invariant. Si une variété possède des contours Γ, on peut trouver un sous-groupe G′ du groupe fondamental G qui soit lui-même groupe fondamental de la variété sans contour Γ obtenue en adjoignant à la précédente l'ensemble F. Le groupe G se déduit de G′ en adjoignant les substitutions qui correspondent aux contours entourant les points de F.

5. Les invariants trouvés étant des *types d'ensembles fermés discontinus*, il faut chercher à caractériser ces derniers vis-à-vis des homéomorphies du plan. On sait que tous les ensembles parfaits discontinus sont homéomorphes; *pour un ensemble fermé discontinu, le nombre ordinal transfini ou non des dérivations nécessaires pour obtenir un ensemble parfait constitue un invariant; un autre est constitué par le nombre des points isolés à la dernière dérivation; ces deux invariants réunis sont caractéristiques*. On peut donc dire que le type d'une variété sans contour Γ est défini par un *couple* formé d'un *ordinal fini ou transfini* et d'un *nombre fini*. Pour les autres variétés, on aurait plusieurs couples de cette sorte.

Pour les variétés sans contour Γ, le nombre fini est analogue à l'ordre de connexion des variétés fermées, le nombre transfini semble indiquer le degré de complication de la connexion infinie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Le groupe de la géométrie conforme dans l'espace des fonctions de carré sommable*. Note (¹) de M. **J. Delsarte**, transmise par M. Goursat.

Posons en général

$$[\alpha.\beta] = \int_0 \alpha(s)\beta(s)\,ds.$$

(¹) Séance du 3 juin 1929.

α et β étant deux fonctions de l'espace de Hilbert. Une sphère a pour équation dans cet espace

$$a[F^2] - 2[f.F] + b = 0$$

et l'espace conforme, ensemble des sphères de rayon nul, est un espace à $\omega + 1$ dimensions ayant pour éléments la réunion d'une fonction $f(s)$ et de deux nombres vérifiant la condition

$$[f^2] - ab = 0.$$

Si l'on détermine dans l'espace à $\omega + 2$ dimensions $\frac{f}{xy}$ les substitutions linéaires invariant la forme quadratique

$$\mathcal{L}[f/x,y] = [f^2] - xy,$$

substitutions qui seront de la forme

$$\begin{aligned} F &= L[f] + x\alpha(s) + y\beta(s), \\ X &= [f.\gamma] + ux + vy, \\ Y &= [f.\delta] + wx + ty, \end{aligned}$$

où L est une substitution linéaire dans l'espace de Hilbert, on aura en même temps déterminé le groupe conforme, dans cet espace, dont les substitutions seront du type

$$F = \frac{L[f] + [f^2]\beta(s) + \alpha(s)}{[f.\gamma] + [f^2]v + u}$$

Or il est facile, en appliquant la méthode indiquée dans une précédente Note, de déterminer ce groupe linéaire à invariant quadratique dans l'espace à $\omega + 2$ dimensions. Bornons-nous au cas où L est une transformation de Fredholm de seconde espèce. La transformation

$$(1)\quad \begin{cases} F(s) = f(s) + \lambda \int_0^1 k(st) f(t)\,dt + \lambda x\alpha(s) + \lambda y\beta(s), \\ X = \lambda[f.\gamma] + (1 + \lambda u)x + \lambda v y, \\ Y = \lambda[f.\delta] + \lambda w x + (1 + \lambda t) y, \end{cases}$$

admet une transformation inverse dont la matrice est

$$\left\| \begin{array}{c|cc} \lambda \dot{k}(st/\lambda) & \lambda\dot{\alpha}(s/\lambda) & \lambda\dot{\beta}(s/\lambda) \\ \hline \lambda\gamma(s/\lambda) & \lambda\dot{u}(\lambda) & \lambda\dot{v}(\lambda) \\ \lambda\dot{\delta}(s/\lambda) & \lambda\dot{w}(\lambda) & \lambda\dot{t}(\lambda) \end{array} \right\|,$$

les éléments étant des fonctions méromorphes de λ. Nous dirons que cette transformation est la résolvante de (1). Ceci étant posé la méthode indiquée donne le résultat suivant :

On obtient la matrice d'une transformation linéaire de l'espace $E_{\omega+2}$ *correspondant à une transformation conforme de l'espace* $E_{\omega+2}$ *en prenant, pour* $\lambda = +\frac{1}{2}$ *la matrice résolvante de la matrice :*

$$\left\| \begin{array}{c|cc} h(st) & \alpha(s) & \beta(s) \\ \hline -2\beta(s) & -u & 0 \\ -2\alpha(s) & 0 & u \end{array} \right\|,$$

où $h(st)$ est symétrique gauche et où α, β et u sont deux fonctions et une constante arbitraires. On obtient ainsi dans l'espace E_ω un groupe de transformations résolubles, birationnelles, conservant les angles et transformant les sphères en sphères.

ÉLASTICITÉ. — *Sur l'extension d'un théorème de Maurice Levy.* Note [1] de M. G. **Kolossoff**, présentée par M. A. Mesnager.

Nous désirons attirer l'attention sur une extension du théorème de M. Levy [2] dans les problèmes d'élasticité à deux dimensions, les efforts intérieurs sont indépendants des valeurs attribuées aux coefficients d'élasticité. Soient N_1, N_2, T les tensions; u, v les déplacements; X, Y les projections des forces extérieures; $\Psi = X + iY$, $f = u + iv$; $F(z)$ et $\Phi(z)$ deux fonctions arbitraires de la variable $z = x + iy$. Nous avons donné (*Comptes rendus*, 181, 1925, p. 24; 184, 1927, p. 58) les formules

$$(1) \left\{ \begin{aligned} 4\mu f = & -\frac{1}{2} z \dot{\mathcal{F}}_1(z_1) + \frac{\lambda + 3\mu}{2(\lambda+\mu)} \int \mathcal{F}(z)\, dz \\ & - \frac{\lambda + 3\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \rho \int\!\!\int \Psi\, dz\, dz_1 + \frac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)} \rho \int\!\!\int \Psi_1\, dz^2 + \Phi_1(z_1) \quad (^3), \\ \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 = & \, 2(\lambda+\mu)\left(\frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\partial f_1}{\partial z_1}\right) \\ = & \, \frac{1}{2}[\mathcal{F}(z) + \mathcal{F}_1(z_1)] - \rho \frac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)} \left(\int \Psi\, dz_1 + \int \Psi_1\, dz \right), \\ \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 + 2\mathfrak{T} i = & \, 4\mu \frac{\partial f}{\partial z_1} = -\frac{1}{2} z \mathcal{F}'_1(z_1) - \frac{\lambda + 3\mu}{2(\lambda+2\mu)} \rho \int \Psi\, dz \\ & + \frac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)} \rho \int \frac{\partial \Psi_1}{\partial z_1} dz^2 + \Phi'_1(z_1). \end{aligned} \right.$$

---

[1] Séance du 10 juin 1929.

[2] *Comptes rendus*, 126, 1898, p. 1236.

[3] L'indice 1 (en bas) correspond au changement i en $-i$.

1° Dans le cas d'absence des forces extérieures, les équations (1) prennent une forme plus simple

$$(2)\quad \begin{cases} 4\mu f = -\frac{1}{2} z \mathcal{F}_1(z_1) + \frac{\lambda + 3\mu}{2(\lambda+\mu)} \int \mathcal{F}(z)\, dz + \Phi_1(z_1), \\ \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 = \frac{1}{2}[\mathcal{F}(z) + \mathcal{F}_1(z_1)], \\ \mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2 + 2i\mathcal{T} = -\frac{1}{2} z \mathcal{F}'_1(z_1) + \Phi'_1(z_1), \end{cases}$$

et la distribution des efforts ne dépend pas des coefficients λ, μ (théorème de M. Levy) et

$$(3)\quad 2[\mathcal{N}_1 + \varepsilon(\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2) + i\mathcal{T}] = -\frac{1}{2} z \mathcal{F}'_1(z_1) + \frac{\lambda + 3\mu}{2(\lambda+\mu)}[\mathcal{F}(z) + \mathcal{F}_1(z_1)] + \Phi'_1(z_1) \qquad \text{où} \qquad \varepsilon = \frac{\mu}{\lambda+\mu}.$$

En changeant $\mathcal{F}(z)$ et $\Phi(z)$ en $\frac{1}{2\mu}\int \mathcal{F}(z)\, dz$ et

$$\frac{\lambda+3\mu}{4\mu(\lambda+\mu)} \int \mathcal{F}(z)\, dz + \frac{1}{2\mu}\int \Phi(z)\, dz$$

nous trouvons que $f = u + iv$ a la même loi de distribution que (3), on peut prendre

$$\alpha(N_1 + iT) + \beta(T + iN_2) + (\alpha + i\beta)\varepsilon(N_1 + N_2),$$

où α et β sont des constantes arbitraires.

2° En envisageant le cas général, posons

$$\Psi = X - iY = \frac{\partial \chi(z, z_1)}{\partial z},$$

$$X = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial y}\right), \qquad Y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \theta}{\partial x}\right) \qquad [\chi(z, z_1) = \varphi + i\theta].$$

Par conséquent, de (1),

$$(4)\quad \begin{cases} \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 = \frac{1}{2}[\mathcal{F}(z) + \mathcal{F}_1(z_1)] - \rho \frac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)}(\chi + \chi_1) \\ \qquad = \frac{1}{2}[\mathcal{F}(z) + \mathcal{F}_1(z_1)] - \rho \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\varphi \\ \qquad = \frac{1}{2}[\mathcal{F}(z) + \mathcal{F}_1(z_1)] - 2\rho\varphi + \rho \frac{\lambda+3\mu}{2(\lambda+2\mu)}\varphi \\ \mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2 + 2i\mathcal{T} = -\frac{1}{2} z \mathcal{F}'_1(z_1) + \frac{\partial}{\partial z_1}\Omega + \Phi'_1(z_1), \quad \text{où} \\ \Omega = \frac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)}\rho \int \chi\, dz - \frac{\lambda+3\mu}{2(\lambda+2\mu)}\rho\int \chi_1\, dz = \rho\left(-\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\int \varphi\, dz + i\int \theta\, dz\right). \end{cases}$$

Dans le cas particulier

$$\chi(z, z_1) = \chi(z),$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\theta}{\partial y}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\theta}{\partial x}, \quad X = \frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0,$$

$$(5) \quad \begin{cases} \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 + 2\rho\varphi = \frac{1}{2}\,F(z) + F_1(z_1), \\ \mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2 + 2i\mathcal{T} = -\frac{1}{2}\,z F'(z) + \Phi'(z_1), \end{cases}$$

où

$$F(z) = \mathcal{F}(z) + \frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + 2\mu}\chi(z)$$

est une fonction arbitraire de z et la distribution des efforts est la même que dans le cas 1°, on a seulement augmenté les tensions (2) par une pression hydrostatique

$$N_1 = N_2 = \rho\varphi, \qquad T = 0.$$

Dans le cas général, introduisons un système des tensions N_1, N_2, T en posant

$$N_1 + N_2 = \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 + \rho\,\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu}\,\varphi = \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 + \frac{\rho\varphi}{1 + \varepsilon},$$

$$\begin{aligned} N_1 - N_2 + 2iT &= \mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2 + 2i\mathcal{T} - \frac{\partial\Omega}{\partial z_1} \\ &= \mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2 + 2i\mathcal{T} + \rho\left(\frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}\int\frac{\partial\varphi}{\partial z_1}\,dz - i\int\frac{\partial\theta}{\partial z_1}\,dz\right) \\ &= \mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2 + 2i\mathcal{T} + \rho\int(X + iY)\,dz - \frac{\rho}{1 + \varepsilon}\int\frac{\partial\varphi}{\partial z_1}\,dz. \end{aligned}$$

On trouve, au moyen de (4), que la distribution des efforts N_1, N_2, T est la même que dans le cas 1°.

3° Il s'ensuit, de 1° et de 2°, que la distribution des efforts dans le cas le plus général se réduit, au cas 1°, d'absence des forces extérieures. En modifiant les conditions à la frontière, on obtient une solution pour le cas des forces extérieures données.

Nous indiquerons prochainement de nombreux exemples dans un autre Recueil.

AÉRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Sur un dispositif de tunnel aérodynamique pour l'étude de l'écoulement à deux dimensions.* Note de M. **A. Martinot-Lagarde**, présentée par M. A. Cotton.

1. En aérodynamique, le problème de l'écoulement à deux dimensions est intéressant à la fois par sa simplicité d'énoncé, ses relations avec les théories et par son importance technique : pour bien connaître les qualités d'une aile d'avion, il faut déterminer par l'expérience les qualités de l'aile indéfinie de même profil, afin de savoir ce qu'on doit d'une part au profil, d'autre part à l'allongement et à la forme des extrémités.

Il faut donc pouvoir mesurer au tunnel aérodynamique la force exercée par l'air sur des obstacles cylindriques, de génératrices perpendiculaires au vent, et occupant toute la largeur de la veine d'air. Il serait plus rigoureux de placer des obstacles d'envergure plus petite, mais prolongés jusqu'aux limites de la veine par des obstacles « de garde » de même profil.

2. Lorsque les supports qui relient l'obstacle à la balance aérodynamique sont dans la veine, on établit ces supports de façon que leur présence trouble le courant d'air le moins possible, et l'on mesure la force qu'ils subissent seuls. Mais la force subie par l'ensemble obstacle + supports diffère de la somme des résistances individuelles d'une quantité inconnue. Si l'obstacle occupe toute la largeur de la veine on en profitera naturellement pour éliminer cette indétermination en plaçant les supports à l'extérieur du tunnel.

3. Les forces subies par une aile indéfinie sont déterminées par son profil, par la vitesse moyenne de l'air et par la turbulence, celle-ci étant le vecteur différence entre la vitesse réelle et la vitesse moyenne, vecteur fonction de l'espace et du temps.

Ces mêmes facteurs déterminent la forme des lignes de courant.

Des relations doivent exister entre la forme des lignes de courant aux différentes incidences et la polaire de l'aire. Pour les étudier, il faut pouvoir, pour chaque incidence, mesurer les forces aérodynamiques et avoir immédiatement le spectre des lignes de courant.

4. Nous avons réalisé en petit un dispositif permettant de répondre aux questions précédentes :

Sur un tunnel aérodynamique à chambre d'expériences fermée et de section *carrée*, nous avons monté une balance à laquelle on suspend, par des

supports extérieurs à la veine, des modèles de profil uniforme et allant d'une paroi à l'autre de la chambre. La rentrée d'air par les trous de passage des supports est rendue très faible par des chicanes.

Les parois de chambre où aboutissent les extrémités du modèle sont constituées par des glaces transparentes. Les supports du modèle sont aussi en glace, de façon qu'ils ne portent pas ombre sur le spectre aérodynamique.

G. Sagnac [1] avait employé la méthode des stries, avec un appareil interférentiel, pour observer le trouble produit par une petite hélice dans un jet de gaz. Nous avons utilisé un procédé moins sensible, mais facilement applicable à un champ plus grand, pour rendre visibles les lignes de courant : des lames d'air chaud sont produites par une nappe de fils tendus en amont du modèle, parallèlement à ses génératrices et chauffés électriquement. La veine est éclairée en lumière parallèle aux génératrices du modèle. Les lames d'air chaud forment lentilles cylindriques divergentes et portent ombre sur un écran ou une plaque photographique. Cette méthode est très souple : on peut, à volonté, réduire au minimum le trouble causé par le chauffage en diminuant le courant électrique jusqu'à la plus petite valeur qui permette l'observation.

Détails de réalisation. — Le tunnel est du type Eiffel; la chambre est précédée d'un collecteur rendant uniforme la vitesse de l'air. L'axe du tunnel est horizontal. La chambre a 20×20^{cm} de section, 25^{cm} de longueur. A son entrée est fixé un « filtre » de 5^{cm} de profondeur et à mailles de 2×2^{cm}.

La balance est constituée par deux balances Roberval : le modèle est suspendu au fléau d'une des balances; celle-ci a pour support un plateau de l'autre. La précision sur la mesure des forces horizontales et verticales est de $0^{g},05$. La sensibilité peut être diminuée à volonté pour la commodité des mesures aux plus grandes vitesses.

Les génératrices du modèle sont horizontales.

Les fils chauffants sont en nichrome de diamètre $0^{mm},15$. Ils sont tendus par des ressorts, en aval du filtre, et espacés de 2 en 2^{cm}, à hauteur du milieu des intervalles entre les lames horizontales du filtre.

La source de lumière est le cratère d'un arc de 3 ampères placé au foyer d'un miroir concave de longueur focale 230^{cm}.

Pour une vitesse de 10 m/sec. par exemple, avec un courant de 1,6 ampère dans les fils, les lames d'air chaud sont visibles sur une longueur de 14^{cm} à partir des fils. Ce chauffage fait varier les forces aérodynamiques de moins de 2 pour 100.

---

(1) *Comptes rendus*, 153, 1911, p. 90.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *La théorie nouvelle de M. Einstein et la théorie des quanta.* Note [1] de M. **I. Tamm**, présentée par M. Hadamard.

1. L'équation ondulatoire donnée par M. Dirac a, dans le cas de l'absence de champs de force, la forme

$$F\psi = ({}^s\alpha p_s + imc)\psi = 0. \tag{1}$$

α^s désignent les composantes d'un « q-vecteur » constant, qui sont liées entre elles par les relations connues

$$ {}^s\alpha\, {}^q\alpha + {}^q\alpha\, {}^s\alpha = Q\, \delta_{qs}. \tag{2}$$

Pour passer au cas où un champ électromagnétique est présent, on n'a (Dirac) qu'à remplacer l'opérateur $p_s = -\frac{ih}{2\pi}\frac{\partial}{\partial x^s}$ par $p_s + \frac{e}{c}\Phi_s$, Φ_s étant les composantes du potentiel électromagnétique.

Quant à nous, faisant usage de la notion des « 4-èdres » (« 4-Beine ») parallèles, qui est caractéristique pour la théorie nouvelle de M. Einstein, nous partons de l'hypothèse suivante : les composantes du q-vecteur α, prises le long des 4-èdres parallèles, ont dans tous les cas les valeurs constantes connues, et *l'équation ondulatoire conserve dans un champ quelconque la même forme simple* (1) *qu'elle a en l'absence des champs de force.*

On doit observer que les composantes $\alpha^\nu = {}_s h^\nu \cdot {}^s\alpha$ du vecteur α, prises le long des axes des coordonnées gaussiennes [2], seront en général variables. Si ${}_s h^\nu$ et en conséquence α^ν sont constantes, on a évidemment $\alpha^\nu p_\nu \psi = p_\nu \alpha^\nu \psi$ et l'équation (1) peut être écrite sous la forme générale

$$F\psi = (c_1 \alpha^\nu p_\nu + c_2 p_\nu \alpha^\nu + imc)\psi = 0, \tag{3}$$

c_1 et c_2 étant deux constantes arbitraires dont la somme est égale à 1. Mais si ${}_s h^\nu$ et α^ν sont variables, le choix des valeurs de c_1 et c_2 devient une question essentielle. Pour assurer la réalité des nombres caractéristiques de l'équation (3) et des valeurs correspondantes de la densité et du courant électrique, c_2 doit être égale à l'imaginaire conjuguée de [3] c_1, c'est-

---

[1] Séance du 15 avril 1929.

[2] ${}_s h^\nu$ sont les composantes des « 4-èdres » einsteiniennes le long des axes des coordonnées x^ν.

[3] Dans une Note récente (*Amsterd. Proc.*, 32, 1929, p. 3), j'ai eu le tort de ne pas observer cette condition importante.

à-dire que, en tenant compte de la condition $c_1 + c_2 = 1$, on doit poser

$$c_1 = \frac{1 + in}{2}, \qquad c_2 = \frac{1 - in}{2}, \tag{4}$$

n étant un nombre réel arbitraire.

Enfin, dans le cas général, on doit évidemment attribuer à p_ν le sens d'une différentiation *covariante*, notamment de la différentiation *Riemannienne*. Cela devient évident si l'on déduit l'équation ondulatoire d'un principe minimal.

2. En tenant compte des relations connues de M. Einstein,

$$g_{\alpha\nu} = \sum_s {}^s h_\mu {}^s h_\nu, \qquad \Lambda^{\lambda}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\, {}_s h^\lambda \left(\frac{\partial^s h_\mu}{\partial x^\nu} - \frac{\partial^s h_\nu}{\partial x^\mu} \right)$$

et de la relation (2), on obtient aisément

$$p_\nu \alpha^\nu - \alpha^\nu p_\nu = 2 i \mathrm{K} \alpha^\nu \Lambda^\sigma_{\nu\sigma} = 2 i a \mathrm{K} \alpha^\nu \Phi_\nu, \tag{5}$$

où a désigne un coefficient universel de proportionnalité entre $\Lambda^\sigma_{\nu\sigma}$ et Φ_ν

(où $\mathrm{K} = h : 2\pi$).

Ainsi l'équation (3) peut être écrite sous la forme

$$\mathrm{F}\psi = \alpha^\nu [p_\nu + (1 - in) i a \mathrm{K} \Phi_\nu] \psi + imc\psi = 0. \tag{6}$$

3. Pour comparer nos résultats avec l'équation de Schrödinger, on doit passer de (3) ou de (6) à une équation du second ordre. Si l'on pose

$$na = \frac{e}{c\mathrm{K}} = \frac{2\pi e}{ch}, \tag{7}$$

on obtient par un calcul assez simple

$$\left\{ \begin{aligned} &\mathrm{F}^x \mathrm{F}\psi = \mathrm{D}\psi - \frac{1 - 2in}{n^2} \frac{e^2}{c^2} \Phi^\mu \Phi_\mu \psi + \left(\frac{1}{n} - i \right) \frac{e\mathrm{K}}{c} \Phi^\nu; \\ &\qquad {}_\nu\psi + \alpha^\mu \alpha^\nu \left(\frac{e\mathrm{K}}{2nc} \mathrm{F}_{\mu\nu} \psi + \Lambda^\lambda_{\mu\nu} \frac{\partial \psi}{\partial x^\lambda} \right) = 0, \end{aligned} \right. \tag{8}$$

où $\mathrm{D}\psi = 0$ désigne l'équation Schrödinger-Dirac,

$$\begin{aligned} \mathrm{D}\psi = {} & \mathrm{K}^2 g^{\mu\nu} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^\mu \partial x^\nu} - \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \lambda \end{Bmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial x^\lambda} \right) \\ & + \frac{2ie\mathrm{K}}{c} \Phi^\mu \frac{\partial \psi}{\partial x^\mu} - \frac{e^2}{c^2} \Phi^\mu \Phi_\mu \psi - m^2 c^2 \psi + \frac{ie\mathrm{K}}{2c} \alpha^\mu \alpha^\nu \mathrm{F}_{\mu\nu} \psi = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

La différence entre (8) et (9) est du second ordre de grandeur. Elle sera

négligeable si $n \geqq 1$, car d'une part $\Phi^\nu{}_{;\nu}$ est en première approximation égal à zéro, et de l'autre le second membre de (8) n'affecte pas, du moins dans un champ électrique coulombien, les valeurs des nombres caractéristiques [1]. Il est vrai que nous ne pouvons pas à présent déterminer les valeurs exactes des constantes n et a, mais seulement leur produit (7).

Pour vérifier l'équation (8), il faudrait calculer la structure fine du spectre de l'hydrogène. Cependant ce calcul ne pourrait être effectué qu'après avoir été calculé d'après la théorie einsteinienne le champ électrique d'un corpuscule chargé (noyau de l'atome), car on n'est pas sûr que ce champ ne diffère pas du champ coulombien.

4. En résumé, nous avons obtenu, en partant d'une hypothèse très simple, une équation ondulatoire rationnelle. D'autre part dans la théorie nouvelle de M. Einstein, ni l'équation de la géodésique la plus courte ni de la géodésique la plus droite ne coïncident avec l'équation du mouvement d'un corpuscule chargé. Il semble ainsi, que la théorie nouvelle porte les traits caractéristiques de la mécanique ondulatoire et non de la mécanique corpusculaire.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur les Notations de la Thermodynamique.*
Note de M. **G. Bruhat**, présentée par M. Cotton.

1. On a constamment à considérer en Thermodynamique le rapport de deux des quantités dx, dy, dz, du (variations de température, de pression, de volume, quantités de chaleur, de travail, etc.) relatives à une transformation élémentaire. Un tel rapport se présente comme le quotient de deux différentielles; comme l'a fait remarquer M. Raveau, il doit être noté comme tel, *sans qu'on ait à faire une différence entre ceux de ces quotients qui ont ou n'ont pas pour limites des dérivées partielles.*

Je propose de représenter les quantités relatives à une transformation dans laquelle dz est nul par les notations dx_z, dy_z, du_z, et les quotients diffé-

---

(1) Ce dernier point peut être vérifié par un calcul de perturbation. En général, si l'on veut examiner dans la théorie de M. Einstein le champ électrique en négligeant le champ gravitionnel, on peut poser

$$(10) \qquad {}_sh^\nu = \delta_{s\nu} + 2a\eta_{s\nu}, \qquad \eta_{s\nu} = -\eta_{\nu s} \qquad (\chi^4 = ict^*).$$

En négligeant les secondes puissances des $\eta_{s\nu}$ on vérifie aisément, que $g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu}$ et que $\eta_{\mu\nu}$ est égal au tenseur hertzien.

rentiels qu'elle définit par dy_z/du_z, etc. Cette notation ne précise pas quelle quantité définit la transformation; si c'est dx, je dirai que dx est la variable indépendante, et je l'écrirai sans indice : les trois quotients différentiels dy_z/dx_z, dy_z/dx et dy/dx_z représentent le même coefficient, écrit avec des variables indépendantes différentes.

Soient deux transformations MN ($dx=0$) et MP($dy=0$) correspondant à la même valeur dz prise comme variable indépendante; il leur correspond deux quantités dy_x et dx_y, dont le rapport définit un nouveau quotient différentiel, que je représenterai par $(dy_x/dx_y)_{dz}$. Il est évident que la résultante de l'une des transformations envisagées et de l'autre changée de sens est une transformation pour laquelle $\delta z=0$, autrement dit qu'on a l'identité fondamentale :

$$\left(\frac{dy_x}{dx_y}\right)_{dz}=-\frac{dy_z}{dx}. \tag{1}$$

2. La transformation NP correspond à $\delta z=0$, $\delta x_z=dx_y$, $\delta y_z=-dy_x$ et $\delta u_z=du_y-du_x$. Elle définit les quotients différentiels :

$$\frac{\delta u_z}{\delta x_z}=\left(\frac{du_y-du_x}{dx_y}\right)_{dz}, \tag{2}$$

$$\left(\frac{\delta u_x}{\delta x_u}\right)_{\delta z}=\left(\frac{du_x-du_y}{dx_y}\right)_{dz}, \tag{3}$$

le passage de (2) à (3) étant obtenu à l'aide de (1).

Considérons, avec MP ($dy=0$), deux transformations MN et MQ, correspondant toutes deux à $dx=0$, et définies respectivement par les mêmes valeurs de dz et du que MP($dz_{MN}=dz_{MP}$, $dy_{MQ}=dy_{PQ}$, $dy_{MN}=dy_{PN}$). Les deux transformations MN et MQ définissent le même quotient différentiel dz_x/dy_x, ce qu'on peut traduire par l'identité des rapports dz_{MQ}/dz_{MN} et dy_{MQ}/dy_{MM}, c'est-à-dire des rapports dz_{MQ}/dz_{MP} et dy_{PQ}/dy_{PN}. Comme on a $du_{MQ}=du_{MP}$ et $dx_{PN}=dx_{PQ}$, cette identité s'écrit, avec mes notations

$$\left(\frac{dz_x}{dz_y}\right)_{du}=\left(\frac{dy_u}{dy_z}\right)_{dx}. \tag{4}$$

Les identités (1) *à* (4) *sont de simples et banales identités algébriques*, qui peuvent être appliquées quelles que soient les grandeurs représentées par les quantités dx, dy, dz, du; on peut faire entre ces différentielles toutes les permutations possibles, *qu'elles soient différentielles totales ou non.* On obtient ainsi des relations entre des quotients différentiels qui peuvent être des coefficients de dilatation ou de compressibilité, des capacités calorifiques ou

électriques, etc. : on en trouvera des exemples dans une Note antérieure de M. Raveau [1].

Je me contenterai ici, à titre d'exemple, de signaler qu'en y remplaçant x, y, z, u successivement par v, p, t, Q et par p, v, t, Q, l'identité (2) fournit les expressions classiques $l = (C - c)\,dt/dv_p$ et $h = -(C - c)\,dt/dp_v$, et qu'en remplaçant x, y, z, u par Q, v, t, p dans l'identité (3) et par p, v, Q, t dans l'identité (4) on obtient l'identité de Clément et Desormes et l'identité de Reech

$$\left(\frac{dQ_p}{dQ_v}\right)_{dt} = \left(\frac{dp_Q}{dp_Q - dp_v}\right)_{dt}, \tag{5}$$

$$\left(\frac{dQ_p}{dQ_v}\right)_{dt} = \left(\frac{dv_t}{dv_Q}\right)_{dp}. \tag{6}$$

3. La notation que je propose ici se prête particulièrement bien à l'établissement des *relations du premier ordre* par la méthode du cycle triangulaire indiquée par M. Raveau [2]. Si les deux côtés MN ($dv = 0$) et MP ($dp = 0$) correspondent à un même dT, et le côté NP à la quantité de chaleur δQ_T, le théorème de Carnot s'exprime par la relation $T\,dp_v\,dv_p = J\,\delta Q_T\,dT$, et en tenant compte de l'une ou l'autre des trois relations $\delta v_T = dv_p$, $\delta p_T = -dp_v$, $\delta Q_T = dQ_p - dQ_v = (C - c)\,dT$, on obtient immédiatement les trois formules classiques

$$J\frac{\delta Q_T}{\delta v} = T\frac{dp_v}{dT}, \qquad J\frac{\delta Q_T}{\delta p} = -T\frac{dv_p}{dT}, \qquad J(C - c) = T\frac{dp_v}{dT}\frac{dv_p}{dT}. \tag{7}$$

4. L'introduction des différentielles secondes permet d'établir les *relations du second ordre*, en utilisant le fait que les relations (7) sont exactes au second ordre près lorsque les transformations (d et δ) qui y définissent les deux quotients différentiels ont même milieu λ. Soit un cycle quadrangulaire ABCDA (AB et CD isothermes, BC et DA isochores). Les deux quantités dQ_v relatives à BC et AD correspondent au même intervalle de température; leur somme algébrique est un infiniment petit du second ordre, que je désignerai par $d^2Q_{v,T}$. Les quantité dQ_T/T relatives à AB et CD sont, d'après (8), les produits par $dv/J\,dT$ de deux différentielles dp_v qui correspondent, pour la même valeur de v, à deux températures distantes de dT et dont la somme algébrique est $d^2p_{v^2}$. La relation $\Sigma dQ/T = 0$ fournit ainsi la relation classique

$$\frac{d^2Q_{v,T}}{T} = \frac{1}{J}\frac{dv}{dT}d^2p_{v^2}. \tag{8}$$

---

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1121 et 1228.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1265.

PHYSIQUE. — *Introduction d'un vecteur charge électrique. Application à la synthèse des théories de l'électromagnétisme, de la lumière et de la gravitation.* Note de M. **E. Sevin**, présentée par M. d'Ocagne.

Dans la théorie descriptive qui a fait l'objet de nos précédentes publications [1], la coordination des phénomènes repose en particulier sur l'intervention, dans les rapport de l'électron et de l'éther, d'une force $\vec{p}$ de grandeur invariable et dont la direction est axiale, relativement à notre univers, lorsque l'électron est au repos. Une vitesse absolue $\vec{v}$ [2], de celui-ci, provoque une rotation η du vecteur $\vec{p}$, dans la direction de cette vitesse, telle que $\sin\eta = \frac{v}{c}$, expression où c désigne la vitesse de la lumière.

D'après nos vues, la force $\vec{p}$ est d'origine électrique et une conséquence d'importance capitale en découle immédiatement : l'ensemble des manifestations de l'électricité conduit à attribuer, à la charge de l'électron, des propriétés vectorielles, le vecteur charge électrique $\vec{e}$ a même direction que le vecteur $\vec{p}$ et sa grandeur est invariable, tout comme celle de ce dernier.

Il s'ensuit que, dans le cas où l'électron est au repos, la direction de $\vec{e}$ est axiale par rapport à notre univers et cela caractérise l'existence d'un champ purement électrostatique. Quand l'électron est animé d'une vitesse absolue $\vec{v}$, $\vec{e}$ peut être décomposé en un premier vecteur axial $\overrightarrow{e\cos\eta} = \overrightarrow{e\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ et en un second, qui se trouve compris dans notre univers où il a même direction que $\vec{v}$; l'expression de ce dernier est

$$\overrightarrow{e\sin\eta} = e\frac{\vec{v}}{c}. \tag{1}$$

Rappelons maintenant que nous avons montré que, lorsqu'une charge se déplaçait avec une vitesse absolue $\vec{v}$, on pouvait, tout en conservant la notion de temps absolu, rapporter les phénomènes électromagnétiques à un système de référence S′ lié à cette charge et orthogonal à $\vec{p}$; ce système com-

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 290, 911 et 986.

(2) Bien entendu, nous entendons par là une vitesse par rapport à l'éther.

porte ainsi une définition géométrique très précise, mais il n'est pas compris dans notre univers. Les trois premières formules de transformation, qui permettent de passer de ce système S' à un système S lié à l'éther au repos, ne sont autres que celles de Lorentz; quant à la quatrième, elle comporte une vitesse de la lumière c' qui est fonction de c et de v. Enfin, nous avons également montré que, tout en maintenant aux résultats leur valeur mathématique, il était possible d'immobiliser l'électron, dans le système S', par rapport à un éther fictif, à condition de remplacer le temps absolu t par le temps relatif t'. Cela revient à écrire $c't = ct'$ et la quatrième équation du groupe se confond alors avec celle de Lorentz.

De ce que les vecteurs $\vec{p}$ et $\vec{e}$ sont normaux à l'univers théorique qui correspond à S' et des indications données plus haut, il résulte qu'il se manifeste, dans cet univers, un champ purement électrostatique. Mais, bien entendu, l'existence de ce champ est elle-même toute théorique; pour rétablir les réalités physiques, il faut considérer les choses du système S et l'on sait que l'on arrive alors, déductivement, à un champ mixte où le vecteur magnétique a pour expression

$$\vec{H} = \left[e\frac{\vec{v}}{c}, \frac{\vec{1}}{r^2} \right].$$

Le premier facteur de ce produit n'est autre que le vecteur (1) et il apparaît ainsi que la formation d'un champ magnétique, par une charge en mouvement, dérive, de la façon la plus simple que l'on puisse imaginer, du vecteur charge électrique et, par conséquent, du vecteur $\vec{p}$ qui lui est proportionnel.

La loi de Biot et Savart conduit à un résultat tout aussi concluant. On l'obtient encore d'une façon déductive

$$\vec{F} = \left[e\frac{\vec{v}}{c}, \vec{H} \right];$$

mais, dans cette formule, le premier facteur est naturellement relatif à la charge qui se meut dans le champ magnétique.

Ainsi se trouvent précisées les conséquences de l'intervention d'une constante pour la vitesse de la lumière : dans les équations de Maxwell, les formules du groupe de Lorentz et à la base même de la doctrine relativiste. De plus, l'électromagnétisme prend alors place, dans notre logique synthétique, à côté de la lumière et de la gravitation.

DIFFUSION MOLÉCULAIRE. — *Étude photométrique de l'effet Raman.* Note de M. **Pierre Daure**, présentée par M. A. Cotton.

1°. *Mesure du rapport r entre l'intensité d'une raie Raman positive et l'intensité de la raie négative correspondante de même excitation.* — D'après le processus d'émission donné par M. Raman [1] le rapport r est indépendant du milieu et est donné par la relation :

$$(1) \qquad r = e^{-\frac{hc}{kT}n_j} = e^{-\frac{hc\mathcal{N}}{RT}n_j},$$

h, constante de Planck, c vitesse de la lumière;

k, constante de Boltzmann $= \frac{R}{\mathcal{N}}$, R constante des gaz parfaits;

$\mathcal{N}$, nombre d'Avogadro, T température absolue;

n_j, fréquence caractéristique en nombre d'ondes au centimètre (différence entre la fréquence excitatrice et la fréquence de la raie Raman, exprimées avec la même unité).

Les mesures ont porté sur les raies Raman des chlorures liquides ($AsCl^3$, PCl^3, CCl^4) excitées par la radiation 4358 Å du mercure. Leur résultat montre que, à l'approximation admise (le $\frac{1}{10}$) la relation (1) est vérifiée [2].

Il convient de remarquer que, dans l'intervalle d'erreur indiqué, les résultats expérimentaux sont tous inférieurs aux valeurs théoriques correspondantes; autrement dit que la vérification serait meilleure en prenant pour $\mathcal{N}$ la valeur $6,6.10^{23}$ au lieu de $6,05.10^{23}$.

Cette conclusion ne peut cependant être affirmée, l'écart envisagé étant à la limite de la précision des mesures.

2° *Variation de l'intensité d'une raie Raman, de fréquence caractéristique donnée, avec la fréquence excitatrice.* — J'ai comparé aux intensités des raies diffusées produites par les radiations 5460, 4358 Å du mercure, les intensités de raies Raman négatives, excitées par ces mêmes radiations et de même fréquence caractéristique. Les mesures ont porté sur les raies les plus fortes de quelques chlorures liquides ($AsCl^3$. CCl^4).

J'ai observé que les intensités des raies Raman étaient proportionnelles aux intensités des raies diffusées.

Les intensités des raies diffusées, croissant avec la quatrième puissance

---

(1) C. V. Raman et K. S. Krishnan, *Ind. Jour. of Phys.*, 2, 1928, p. 399.

(2) J'ai donné aux constantes la formule théorique les valeurs généralement admises.

de la fréquence excitatrice, on peut en conclure que, dans l'intervalle précité et à l'approximation des mesures (le $\frac{1}{20}$), *l'intensité d'une raie Raman de fréquence caractéristique donnée varie proportionnellement à la quatrième puissance de la fréquence excitatrice* (¹).

3° *Comparaison des intensités de raies Raman de quelques composés aux intensités des raies de diffusion correspondantes.* — J'ai comparé aux intensités diffusées par la radiation 4358 Å du mercure, les intensités des raies Raman négatives de quelques liquides organiques et minéraux.

On peut conclure de ces résultats que dans certains cas l'énergie émise par effet Raman atteint le $\frac{1}{10}$ de l'énergie émise par diffusion moléculaire (C^6H^{12}, $AsCl^3$).

Je me suis servi de ces résultats pour comparer les fréquences caractéristiques du cyclohexane aux fréquences d'absorption que l'on peut déduire de l'étude de son spectre d'absorption infrarouge (²).

J'ai observé ainsi que la plupart des fréquences d'absorption infrarouge coïncident avec les fréquences caractéristiques; mais que les intensités relatives sont très différentes dans les deux phénomènes. Alors que la bande d'absorption infrarouge $3^{\mu},5$ est moins accusée que ses voisines, les raies Raman correspondantes [raies *h* (³)] sont de beaucoup les plus intenses du spectre de ce carbure. Cette observation, qui paraît s'appliquer à tous les carbures saturés, infirme l'hypothèse émise par MM. Pringsheim et Czerni (⁴), d'après laquelle les raies Raman de grande fréquence caractéristique seraient émises avec moins d'intensité que les raies de faible fréquence.

(¹) Une mauvaise interprétation du fond continu du cliché m'avait conduit à un résultat différent. Les chiffres donnés sur ce sujet dans ma publication : (*Comptes rendus* 187, 1928, p. 826), sont erronés.

(²) JEAN LECOMTE, *Thèse*, 1924, p. 90.

(³) DAURE, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1492.

(⁴) M. Czerni a comparé le spectre d'absorption infrarouge au spectre Raman du quartz. (*Zeitschrift für Physik*, 53, 1929, p. 317).

SPECTROSCOPIE. — *Bandes ultraviolettes du soufre.* Note de M. **J. Gilles**, présentée par M. A. Cotton.

Graham [1] et surtout Henri et Tèves [2], à la suite de leurs travaux sur les spectres d'absorption de la vapeur de soufre à différentes températures et pressions, ont déterminé la nature des édifices moléculaires qui absorbaient les différents groupes de bandes de tout le spectre. Ainsi, d'après Henri et Tèves, la région de $\lambda 2794$-$\lambda 2592$ formée de bandes étroites continues sans structure fine, et la région $\lambda 2592$-$\lambda 2475$ formée de bandes larges et continues, correspondent à la molécule S_2 à l'état de prédissociation. Plus récemment, Rosen [3] a étudié également le spectre moléculaire du soufre, par fluorescence, absorption et émission. Il a ajouté, aux bandes publiées, de nombreuses têtes de bandes nouvelles, et classé quelques-unes d'entre elles.

En étudiant les spectres de raies de S, j'ai remarqué dans l'ultraviolet lointain, quelques têtes de bandes non connues. J'en ai fait le relevé, en faisant passer la décharge d'un circuit sans condensateur ni coupure, dans une atmosphère de S à faible pression. Du soufre en poudre était chauffé sur le passage de la décharge d'un circuit, dans un tube de silice. Ces bandes, dégradées vers le rouge, paraissent formées seulement de branches P et R. On y voit nettement l'emplacement de la raie nulle.

Elles sont données dans le tableau suivant, dont la disposition est suggérée par les différences de fréquence de leurs têtes.

		(4) 45651	
	(4) 43477	(3½) 43010	(1½) 42497
(3½) 41322	(3) 40874	(2) 40406	

Aux têtes de bandes précédentes, se rattachent les suivantes. Celles-ci sont beaucoup plus faibles et les raies composantes plus serrées

		{ (½) 45516 ou (½) 44993	
	(½) 43252	(½) 42761	(o) 42261
(½) 41055	{ (½) 40638 ou (o) 40586	{ (o) 40149 ou (o) 40093	

Les bandes 41322 et 41055 ont seules été relevées par Rosen.

---

[1] J.-I. Graham, *Proc. Roy. Soc.*, A. 84, 1910, p. 311.

[2] V. Henri et M.-C. Tèves, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 1156.

[3] B. Rosen, *Zeit. f. Phys.*, 43, 1927, p. 69, et 48, 1928, p. 545.

J'ai également obtenu les systèmes suivants formés de bandes beaucoup plus intenses. Leurs têtes ne sont pas simples, et leur structure fine est très difficile à déceler. Ces bandes sont à distinguer nettement du système précédent

(3) 39839,7	(7) 38811,7	(5) 37542,4	(3) 36289,0?
(2) 39830,5	(7) 38809,1	(5) 37536,8	(3) 36280.0?
	(6) 38796,9	(5) 37524,0	(3) 36266,8
(3) 39621,5	(4) 38367,7	(3) 37309,0	(1) 33889,1
(2) 39611,0	(3) 38560,7	(3) 37301	(1) 35871
(3) 39378,6	(2) 38361,2	(2½) 37117,3	(0) 35685,8
(2) 39367,7	(1) 38348,3	(2) 37103,9	(0) 35672,1
(2) 39114,5	(1) 38132,5	(2) 36904,3	(0) 35463,0
(1) 39107,7	(0) 38121,3	(1) 36888,3	(0)
(1) 38859,5		(1½) 36663,5	
(0)		(1) 36653,5	
		(1) 36430,6	
		(0) 36420,8	

Ces différentes bandes sont émises par la vapeur S_2 à température élevée, et il semble que d'autres bandes, de plus courtes et de plus grandes longueurs d'onde, se rattachent aux systèmes précédents. Mais, du côté du rouge, elles sont noyées dans un autre groupe de bandes commençant à λ 2827,85 et dont voici les principales :

(1) 35432,3	(4) 34612,3	(5) 33837,9	(2) 33041,5
(2) 35333,5	(4) 34610,4	(5) 33836,1	(2) 32715
(1½) 34982,4	(2) 34264,7	(6) 33432,8	....
(3) 34948,5	(4) 34230,1	(5) 33187,9	

Quelques-unes de ces têtes paraissent avoir été menées par Rosen; cependant ses nombres sont assez différents des précédents.

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Sur un procédé de photométrie photoélectrique avec source de rayonnement variable.* Note [1] de M. **Trajan D. Gheorghiu**, présentée par M. A. Cotton.

Koch [2], Halban [3] et d'autres physiciens [4] ont fait des mesures de rayonnement exactes à quelques millièmes près, en employant des sources de lumière considérées comme constantes, par exemple des lampes électriques à filament. Les mêmes auteurs ont pu obtenir de bons résultats dans des mesures d'absorption avec des sources non constantes constituées par des arcs au mercure en mettant en opposition deux cellules presque identiques, chacune recevant une fraction du faisceau émergeant de la source. Les variations des faisceaux produisent, si elles sont petites, des variations de courants photoélectriques qui se compensent.

C'est ainsi qu'on peut comparer deux transparences égales : il suffit de substituer dans l'un des faisceaux le coin photométrique ou des étalons absorbants à la substance à étudier jusqu'au moment où la compensation est rétablie, ce qu'indique un électromètre branché sur le fil qui réunit les cellules.

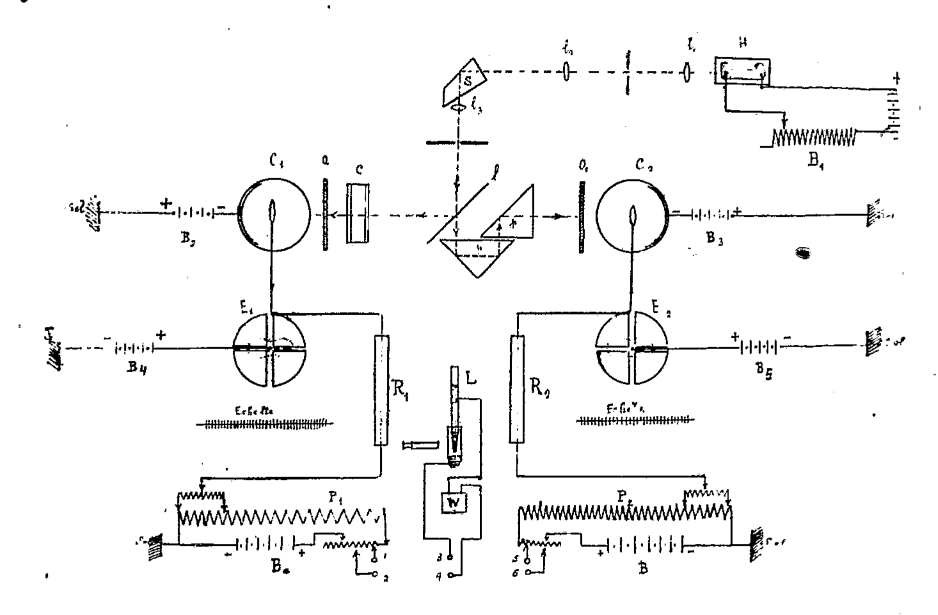
Ces méthodes exigent des cellules presque identiques et des étalons absorbants, deux choses difficiles à obtenir. Pour permettre des mesures dans tous les cas avec une source instable, nous avons réalisé le dispositif suivant, qui, au bout de nombreux et longs essais, a atteint un degré de précision égal à celui qu'on peut obtenir avec une source constante. Il consiste en deux cellules photoélectriques reliées chacune à un électromètre (*fig.* 1).

Le faisceau émergeant d'un arc à vapeur de mercure (H) est d'abord monochromatisé (S), puis dédoublé par une lame semi-transparente (l). Chacun des nouveaux faisceaux agit sur une cellule.

Ces cellules C_1 et C_2 produisent alors des courants photoélectriques, que nous compensons par des courants pris sur des potentiomètres $P_{1,2}$ alimentés par des courants très stables. Si nous fixons la valeur du courant de compensation pour une des cellules, celle-ci C_2 servira comme indicatrice et son électromètre E_2 ne sera au zéro que lorsque le faisceau qui

(1) Séance du 10 juin 1929.
(2) P. P. Koch, *Ann. der Physik*, 39, 1912, p. 705.
(3) Halban und Geigel, *Zts. ph. Ch.*, 96, 1920, p. 214.
(4) Voir bibliographie dans *Zts. ph. Ch.*, 96, 1920, p. 214.

tombe sur elle reprend la valeur initiale : c'est la cellule de contrôle C_2. A ce moment le second faisceau, et par conséquent le faisceau total, reprennent aussi leurs valeurs initiales. Ce second faisceau peut à ce moment être employé pour des mesures photométriques, comme s'il venait d'une source constante. Les courants photoélectriques qu'il produit sont ainsi mesurés par des courants de compensation. On varie l'intensité du rayonnement en manœuvrant le rhéostat B_1 de la source.



Il faut employer des faisceaux monochromatiques pour éviter les erreurs provenant de la répartition de l'énergie dans le spectre et travailler assez vite afin que la fatigue photoélectrique des cellules ne se fasse pas trop sentir.

Dans le tableau suivant on trouve la vérification de la loi de Beer pour une solution d'azobenzol (¹) dans l'alcool avec la raie 4359 Å du Hg. La cuve C en verre employée avait à l'intérieur $1^{cm},493$ d'épaisseur. La source était un arc à vapeur de Hg Heraëus, H.

Concentr. C en mol/litre	Courants en 10^{-12} ampère. i_0.	i.	$\Delta = \text{Log}\,\frac{i_0}{i}$.	$\frac{1}{cd}$.	$\varepsilon = \frac{1}{cd}\cdot\text{Log}\,\frac{i_0}{i}$.	Écarts de la val. moy.	Erreurs relatives pour 100.
0,0011043	4,025	0,578	0,82807	606,53	502,25	+ 1,25	+ 0,25
0,00055215	4,025	1,5525	0,41374	1213,06	501,92	+ 0,92	+ 0,18
0,00027607	4,025	2,507	0,20561	2426,12	498,84	— 2,16	— 0,43

ε moyen = 501.

(¹) HALBAN und ZIEDENTOPF, *Zst. ph. Ch.*, 100, 1922, p. 208.

On voit que le coefficient d'extinction moléculaire ε est constant, à quelques millièmes près.

Les faibles courants de compensation étaient pris sur un courant ramené au moment de la mesure à une valeur constante. Cette constance est vérifiée au moyen d'un électromètre capillaire Lippmann (L) fonctionnant comme appareil de zéro et d'un élément Weston (W).

L'avantage de ce procédé photométrique est multiple :

1° Il permet l'emploi de cellules différentes l'une de l'autre;

2° On n'a pas besoin de coins photométriques ou d'étalons absorbants;

3° Il permet de juger la constance du rayonnement directement, sans avoir à examiner la tension et l'intensité du courant alimentant la source, éléments dont la connaissance ne suffit d'ailleurs pas;

4° Il est tout à fait général et permet de faire des mesures absolues pour toutes les radiations, en choisissant les cellules appropriées.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Détermination de l'arête de la maille du composé* $[PtBr^6]K^2$. Note de M. **M. Mathieu**, présentée par M. G. Urbain.

W.-A. Frederikse et H.-J. Verweel [1] d'une part, et P. Stoll [2] d'autre part ont déterminé la maille du composé $[PtCl^6]K^2$.

Les deux premiers auteurs donnent pour l'arête de la maille unité (cube à faces centrées)

$$a = 9{,}73.$$

Le troisième auteur donne

$$a = 9{,}64.$$

En faisant les radiogrammes des poudres cristallines, j'ai déterminé le rapport des paramètres des mailles de

$$[PtCl^6]K^2, \quad \text{soit } a_{Cl};$$
$$[PtBr^6]K^2, \quad \text{soit } a_{Br}.$$

L'identité de structure de ces deux composés apparaît évidente sur les deux diagrammes obtenus avec la même chambre photographique.

Dans le tableau ci-après sont réunis les angles θ correspondant aux

(1) W.-A. Frederikse, H.-J. Verweel, *Rec. Trav. Chim. Pays-Bas*, 47, 1928, p. 904.

(2) P. Stoll, *Thèse Zurich*, 1926.

raies les plus intenses des clichés et les logarithmes des sinus de ces angles.

Pt Cl^6K^2.			Pt Br^6K^2.	
θ.	log sin θ.	Indices des plans.	θ.	log sin θ.
13°6′	$\bar{1}$,35536	022	12°12′	$\bar{1}$,32495
15°28′	42599	113	14°24′	39566
18°40′	50523	004	17°28′	47734
20°20′	54093	133	19°	51264
23°	59188	224	21°24′	56215
26°50′	65456	044	25°	62395

En faisant les différences des log sin θ on a des nombres dont la moyenne est voisine de

$$\log 1,07.$$

Le rapport des arêtes des mailles cubiques des chloro et bromo-platinates de potassium est donc

$$\frac{a_{Br}}{a_{Cl}} = 1,07,$$

ce qui donne

$$a_{Br} = 10,3.$$

J'ai pris pour a_{Cl} le nombre donné par Stoll, les angles correspondant aux raies de mes clichés étant très voisins des valeurs publiées par cet auteur.

L'erreur faite ne dépasse pas 0,05. On peut fixer

$$\underline{a_{Br} = 10,35 \pm 0,05.}$$

La densité donnée par Groth est

$$D_m = 4,541.$$

Si l'on calcule n = nombre de molécules par maille unité, on a pour

$$a = 10,3, \qquad n = 3,99,$$
$$a = 10,35, \qquad n = 4,04,$$
$$a = 10,37, \qquad n = 4,07,$$

ce qui est en accord avec la valeur trouvée pour a_{Br}.

Cette détermination de la maille du composé bromé

$$[PtBr_6]K_2$$

a été faite en vue d'une étude générale de l'influence sur les paramètres cristallins des substitutions entre halogènes.

GÉOLOGIE. — *Sur la découverte d'un niveau à Strombes dans l'île de Djerba (Tunisie)*. Note de M. **E. Larroque**, présentée par M. Pierre Termier.

Comme suite au travail sur les formations quaternaires de la Syrte mineure, publié en 1927 par M. Seurat au *Bulletin de la Société d'Histoire naturelle de l'Afrique du Nord*, je me suis proposé d'établir l'âge relatif des deux principales formations quaternaires de l'île de Djerba :

1° Le grès calcaire continental de couleur saumon (*Samm* des Indigènes) qui est un travertin;

2° Le grès calcaire marin blanc, signalé par cet auteur (*Chekhch* des Djerbiens).

Le premier recouvre toute la partie supérieure de l'île. Aux environs de la maison de douane d'Aghir, il s'avance même dans la mer. Son épaisseur est à peu près uniforme ($0^m,75$ en moyenne). Il contient des Hélicidés : *Xerophila* sp., *Albea candidissima* Drap, *Archelix Constantinæ* Forbes, déjà signalés par M. Seurat. Le second forme autour de l'île une ceinture dont la continuité paraît interrompue en quelques endroits, sur la côte occidentale. M. Seurat y a signalé une abondante faune comprenant des espèces vivant dans les mers équatoriales actuelles, à l'exception toutefois du *Srombus bubonius* Lamk. qu'il m'était réservé d'y découvrir.

La formation du *Chekhch* résulte d'une transgression marine qui s'est étendue sur le calcaire continental cité plus haut. Elle débute par un poudingue où dominent les éléments roulés du travertin. C'est dans cette couche que j'ai découvert, à Houmt-Souk et à Aghir, de nombreux spécimens de *Strombus bubonius* Lamk. Cette espèce si caractéristique du Quaternaire moyen du pourtour de la Méditerranée occidentale existe également à Aghir et à Bordj Djellidj, parmi les espèces de la faune du grès calcaire marin blanc.

Cette observation, absolument nouvelle pour cette région de la petite Syrte, confirme la conclusion de M. Seurat sur la postériorité du grès calcaire marin blanc à la formation calcaire continentale de l'île.

Elle permet en outre de préciser l'âge de la transgression marine qui mit fin à la période continentale de la formation travertineuse durant laquelle, ainsi que l'a montré M. Seurat, Djerba faisait partie du continent.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure générale du rameau hercynien varisque.* Note de M. A. **Demay**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai distingué antérieurement dans le domaine moldanubien du rameau varisque plusieurs zones. A l'est de la zone synclinale de Jihlava et au nord des plis aigus de la bordure septentrionale du massif de Velka-Mežiriči, apparaît une structure onduleuse ou en dôme, qui a été signalée déjà dans la région de Swratka et que j'ai observée aussi plus au Sud le long de la Sazava supérieure depuis Přibyslav jusqu'à l'est de Nove Mêsto. Dans le dôme de Swratka l'existence de nappes empilées résulte clairement de la carte de Rosiwal. Les micaschistes (pour l'École de Vienne, des diaphtorites) plongent périclinalement sous les gneiss. En fait, j'ai observé près de Swratka, au-dessous de gneiss œillés un peu laminés et recristallisés analogues aux gneiss œillés cévenols, des micaschistes typiques qui sont pour moi un faciès cristallophyllien élevé recouvert par une nappe gneissique. La persistance de l'allure onduleuse dans la haute vallée de la Sazava et la position recouvrante des couches sur les plis déversés de la septième zone semblent bien indiquer comme dans le dôme de Swratka l'existence de grandes nappes. Dans cette septième zone qui forme la partie orientale du domaine moldanubien, les plis sont déversés vers l'Est depuis l'extrémité nord jusqu'au Danube. La vallée de la Nedvieditz fournit une coupe continue de ce complexe de gneiss feuilletés, micaschistes, amphibolites et marbres. Les micaschistes ont un faciès typique souvent intact comme les gneiss voisins. Je ne peux les considérer comme des diaphtorites. Leur intercalation dans la série gneissique résulte du plissement isoclinal de tout l'ensemble. La zone micaschisteuse, parfois beaucoup plus importante qui apparaît au contact des nappes moraves, a pour moi une signification identique. Près de la ville de Nedvieditz, ce sont des micaschistes à grenat analogues aux intercalations précédentes qui reposent sur le gneiss de Bittesch morave. Près du contact, celui-ci est fortement agité, mécaniquement déformé, et il montre des crochons qui accusent le mouvement vers l'Est. Bien plus au Sud, au contact de Schönberg que m'a montré M. Waldmann, des micaschistes et des gneiss feuilletés bouleversés, partiellement transformés en une mylonite chloriteuse, sont charriés sur le gneiss de Bittesch. Près du contact, les effets mécaniques sont identiques à ceux qui apparaissent à la base des nappes cévenoles, ce qui me confirme

dans l'idée que les micaschistes francs et intacts à quelque distance ne sont pas un faciès diaphtoritique.

Si l'on envisage maintenant dans son ensemble la structure moldanubienne [1], il apparaît qu'à l'Est la formation des plis moldanubiens déversés vers le Sud-Est, le charriage du domaine entier sur les nappes moraves et de ces nappes elles-mêmes sur du Dévonien résultent d'une même poussée dirigée en moyenne du Nord-Ouest vers le Sud-Est. Plus à l'Ouest dans le domaine moldanubien existent de véritables nappes dont l'âge hercynien, moins certain, reste du moins probable (nappes de Swratka et de la Haute-Sazava, nappes de Gr. Sieghart et de Gföhl). En effet les premières prolongent axialement certains des plis déversés précédents. Quant aux autres, leur cheminement vers l'Est, admis par M. Waldmann, et leur position au-dessus des plis isoclinaux de gneiss feuilletés, suggèrent aussi un âge hercynien. Dans la région située à l'ouest de l'anticlinal tchécomorave, il ressort de ma Note précédente que la structure isoclinale et la poussée vers le Sud-Est sont encore mieux caractérisées que dans la partie est du domaine moldanubien. Le panneau barrandien lui-même est sans doute poussé dans son ensemble sur ces plis isoclinaux. L'allure différente dans l'anticlinal tchécomorave et dans le synclinal de Jihlava résulte d'une part du décollement des plis et écailles par rapport à un socle profond, d'autre part de mouvements postérieurs à leur formation. L'âge postdévonien de ces plis isoclinaux me paraît indiscutable sur le bord sud-est du domaine moldanubien, probable sur le bord nord-ouest. Le dispositif tectonique semble donc bien être dans son ensemble un dispositif hercynien. L'existence des poussées et des mouvements vers le Sud-Est dans la plus grande partie de ce domaine est un fait fondamental.

Cette interprétation diffère de celle de M. Fr.-Ed. Suess, qui considère le domaine moldanubien, à l'époque des charriages moldanubien et morave, comme une masse rigide susceptible seulement de s'adapter par recristallisation. Elle permet aussi de discuter avec des arguments nouveaux la théorie de M. Kossmat pour qui les zones hercyniennes s'orientent en arc

---

(1) Des recherches détaillées de tectonique cristalline ont été récemment entreprises dans ce domaine par les savants géologues tchèques et autrichiens. J'ai cherché seulement, dans des courses échelonnées depuis Vienne jusqu'à Prague, à dégager une première ébauche structurale.

de 180° autour du noyau cristallin moldanubien. En fait la direction Nord-Est ou Nord, légèrement incurvée vers l'Ouest à l'extrémité septentrionale, persiste jusqu'au sud de Breslau, à la limite des gneiss du Spieglitzer Geb. et des nappes moravosilésiennes, à celle de ces nappes et des plis sédimentaires silésiens, enfin au contact du Culm et du Westphalien à l'ouest de Gleiwitz. D'autre part, si la structure moldanubienne est essentiellement hercynienne comme je le suppose, la direction Nord-Est ou Nord-Nord-Est des plis isoclinaux en dehors des régions de nappe d'allure onduleuse, ne s'accorde pas avec la théorie de M. Kossmat sur l'arc de Bohême. Au contraire tout cela s'explique clairement si l'on admet des poussées inverses de part et d'autre du panneau barrandien, poussée vers le Nord-Ouest dans les plis rhénans et thuringiens, les nappes de l'Erzgebirge, de Münchberg, etc., poussée vers le Sud-Est dans le domaine moldanubien, les nappes moraves et les plis silésiens. Le renversement du sens de la poussée que j'ai signalé dans une coupe plus occidentale entre les Ardennes et les Cévennes de part et d'autre de la zone morvano-roannaise confirme cette interprétation ([1]). Le déversement en sens inverse de part et d'autre d'un géanticlinal médian semble bien être un caractère essentiel du rameau hercynien varisque depuis l'Espagne jusqu'en Russie.

PALÉOBOTANIQUE. — *Sur les Bactériacées des minerais de fer oolithiques.* Note de M. **Louis Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

On sait qu'il existe actuellement dans les eaux douces de nombreuses Bactéries et d'autres organismes inférieurs capables de précipiter le fer ([2]), et, par conséquent, de contribuer à la formation des minerais ferrugineux des marais et des lacs. En ce qui concerne la genèse des minerais de fer oolithiques anciens, plusieurs auteurs sont d'accord, même en l'absence de preuves positives, pour faire jouer également un rôle important aux micro-organismes, tandis que d'autres considèrent que le problème est surtout d'ordre chimique ([3]). Pour M. Cayeux, dont les recherches sur les minerais

---

([1]) A noter aussi dans ce sens la position du Carbonifère supérieur marin depuis Moscou jusqu'en Espagne et le déversement vers le Sud-Est des plis hercyniens des Asturies.

([2]) Hans Molisch, *Die Eisen organismen in Japan* (*Science Report of the Tohoku Imperial University*, Sendaï, Japan, fourth series, 1, ii, january 1925, p. 135).

([3]) Walter H. Bucher, *On oölites and spherulites* (*Journal Geol.*, 26, vii, oct.-nov. 1918, p. 593).

oolithiques sont fondamentales, on ne peut expliquer certaines particularités de ces minerais qu'en faisant appel à un travail bactérien (1). Hayes a signalé des Bactéries ferrugineuses dans les minerais de Wabana (2).

En étudiant à la loupe binoculaire et au microscope un grand nombre de minerais et de calcaires à oolithes ferrugineuses (ces derniers représentent un cas particulier de minerais), j'ai fait certaines observations qui me paraissent susceptibles de contribuer à fournir la solution du problème. Je n'aurai garde d'oublier que des traces organiques variées (organismes perforants, enveloppants, etc.) ont été signalées dans les oolithes, tant ferrugineuses que calcaires. Il y a là un domaine complexe, des milieux très particuliers où ont évolué des êtres divers; dans cette courte Note, je ne puis que faire allusion à cette complexité.

Les échantillons examinés appartiennent à divers étages allant du Lias à l'Oxfordien, ils sont tous d'origine marine et sont en grande partie formés de limonite. Beaucoup d'entre eux, simplement réduits en poudre grossière et observés à la loupe binoculaire laissent voir admirablement, sur les oolithes fragmentées, la structure concentrique classique. On peut isoler facilement des enveloppes oolithiques translucides, montrant souvent une surface brillante irisée; montées sur lame de verre et vues aux forts grossissements, ces coques d'oolithes se résolvent elles-mêmes en écailles plus fines, d'une minceur extrême, appliquées les unes sur les autres. Les fragments minces montrent, dans beaucoup de cas, une structure granuleuse très régulière, un aspect de membrane portant des particules nettement distinctes (minerai liasique de Lorraine, oolithe ferrugineuse du Lias de Normandie, oolithe ferrugineuse du Callovien de Doux, Deux-Sèvres, etc.); les granules peuvent avoir la forme de sphérules ou bien de bâtonnets très courts mesurant environ 1 à 2μ de longueur (Lias de Normandie, Callovien de Doux); sphérules et courts bâtonnets peuvent coexister (minerai liasique de La Verpillière, Isère).

Cette structure présente une analogie remarquable avec celle des voiles irisés divers qui se forment à la surface des eaux ferrugineuses tranquilles. Ces voiles, en s'épaississant, peuvent former des lamelles jaunes ou brunes cassantes, à structure granuleuse régulière et à surface brillante, irisée. Certains de ces voiles représentent le résultat de la coagulation de

(1) L. Cayeux, *Les minerais de fer oolithique de France*. Fasc. II : *Minerais de fer secondaires*. Paris, Imprimerie Nationale, 1928, p. 923 et suiv.

(2) Hayes, *The Wabana iron ore of Newfoundland* (*Mem. Geol. Surv.*, Canada, n° 78, 1915).

l'hydroxide ferrique colloïdal, d'autres sont dus à des colonies de Bactéries en forme de granules ou de bâtonnets imprégnés d'oxyde de fer; enfin, Bactéries et précipités colloïdaux peuvent être étroitement associés, les Bactéries étant répandues à profusion dans la nature. Harder a obtenu, sur milieu solide, des colonies de Bactéries ferrugineuses formant des croûtes brunes, brillantes, à surface irisée ([1]). Molisch a cultivé de semblables Bactéries sur milieu liquide ([2]).

Cette analogie paraît intéressante bien qu'elle ne fournisse pas encore la possibilité, en ce qui concerne l'élaboration des pellicules oolithiques, de faire la part du phénomène bactérien et du phénomène purement chimique.

Ces premières observations prennent, à mon sens, une signification particulière du fait que j'ai trouvé des pellicules oolithiques associées à des filaments très fins (1^{μ} à $1^{\mu},5$ environ de largeur). Autant qu'il est possible de juger d'après des matériaux fossiles aussi ténus, ces filaments semblent appartenir à des Bactériacées. J'ai observé des filaments nets dans l'oolithe ferrugineuse de Normandie, dans le minerai de La Verpillière.

Dans la nature, les pellicules des eaux ferrugineuses sont souvent accompagnées, à leur partie inférieure, de Bactéries ferrugineuses filamenteuses.

Il est important de considérer qu'on ne connaît aucun point de la mer où du minerai oolithique se forme actuellement. Mais ici plusieurs remarques s'imposent :

1° Ce résultat négatif peut provenir des lacunes dans notre connaissance du fond de la mer.

2° Les Bactéries pullulent dans certaines régions de la mer.

3° Les Bactéries ferrugineuses filamenteuses ont été signalées dans l'écume des lagunes saumâtres ou salées de la côte du Texas ([3]).

4° Molisch a cultivé des Bactéries ferrugineuses inférieures dans l'eau de mer ([4]).

Ces observations et ces faits sont de nature à confirmer l'hypothèse suivant laquelle ces êtres extrêmement petits auraient joué un rôle très important, dans la genèse des grands gisements de fer sédimentaire du globe.

([1]) Harder, *Iron-depositing Bacteria and their geologic relations* (*Un. St. Geol. Surv., Profess. Paper*, 113, 1919, p. 34).

([2]) Hans Molisch, *loc. cit.*, p. 162-164.

([3]) Twenhofel, *Treatise on sedimentation*, London, 1926, p. 323.

([4]) Hans Molisch, *loc. cit.*, p. 162-164.

BOTANIQUE. — *Les Didiéracées, xérophytes de Madagascar.* Note [1] de M. **P. Choux**, présentée par M. H. Lecomte.

Le botaniste qui recherche dans la nature l'étrangeté des formes trouvera à Madagascar, dans le Domaine du Sud-Ouest, de quoi satisfaire largement sa curiosité. En effet, si la rareté et l'irrégularité des pluies donnent à la plupart des végétaux de ce Domaine un facies nettement xérophytique, les moyens par lesquels ces plantes ont su s'adapter à cette rareté des précipitations atmosphériques sont extraordinairement variés, réalisant parfois les formes les plus inattendues. Et c'est le cas en particulier des Didiéréacées, qui, avec les Euphorbes arborescentes aphylles, constituent la formation la plus typique de ce Domaine, le *Bush à Euphorbes et à Didierea.*

Ces Didiéréacées ne comptent d'ailleurs qu'*un petit nombre de représentants*, décrits les uns par Baillon [2] et les autres par Drake del Castillo [3]. Mais, si les quatre *Alluaudia* créés par ce dernier auteur nous paraissent devoir être conservés, par contre nous estimons que les *Didierea madagascariensis* et *mirabilis*, tous deux créés par Baillon, ne constituent en réalité qu'une seule et même espèce. L'examen des spécimens étudiés par Baillon lui-même et des échantillons recueillis récemment à Madagascar par MM. Perrier de la Bâthie, Humbert et Decary nous autorisent, croyons-nous, à opérer cette réunion.

En revanche, aux Didiéréacées actuellement connues, il nous faut maintenant *ajouter deux espèces qui nous paraissent nouvelles* et qui se ressemblent d'ailleurs beaucoup par leur appareil végétatif. Leurs rameaux, qui dans les échantillons dont nous disposions étaient aphylles, sont en effet formés d'une série d'articles disposés en cyme unipare hélicoïde, et portant à la base, et sur le côté externe de l'hélice, deux épines accouplées, disposées sensiblement sur un même plan horizontal et entre lesquelles apparaissent

---

(1) Séance du 27 mai 1929.

(2) Baillon, *Sur le* Didierea (*Bull. mens. de la Soc. Linn. de Paris*, 1, 1880, p. 258); *Les* Didierea *de Madagascar* (*Bull. du Mus. d'Hist. nat.*, 1, 1894, p. 22); *Sur un nouveau* Didierea (*Bull. mens. de la Soc. Linn. de Paris*, 2, 1895, p. 1182).

(3) Drake del Castillo, *Sur des espèces végétales nouvelles de Madagascar* (*Comptes rendus*, 133, 1901, p. 239); Note *Sur les plantes recueillies par M. Guillaume Grandidier dans le sud de Madagascar en* 1898 *et* 1901 (*Bull. du Mus. d'Hist. nat.*, 9, 1903, p. 35).

les inflorescences. Mais, par contre, leurs fleurs sont bien différentes. Et, si l'une de ces espèces nous paraît pouvoir être placée à côté des quatre *Alluaudia* de Drake (nous en ferons l'*Alluaudia Geayi*), il nous semble nécessaire en revanche de créer pour l'autre *un genre nouveau*, le genre *Decarya*, car les fleurs en sont nettement hermaphrodites, alors que la diclinie avec dioecie est la règle chez les autres Didiéréacées.

A un autre point de vue, *les fleurs de ces Didiéréacées*, qui sont non moins curieuses que leur appareil végétatif, ont donné lieu à des *interprétations différentes* de la part des botanistes qui les ont examinées. Pour Radlkofer (¹) en effet les *Didierea* forment une *famille spéciale dont la place serait dans le voisinage des Polygonacées et des Amarantacées*, alors que pour Baillon (²), Drake del Castillo (³) et MM. Perrot et Guérin (⁴) *ces végétaux sont plus ou moins voisins des Sapindacées.*

En fait, *aucune de ces opinions ne nous paraît correspondre à la réalité des faits.* C'est le cas déjà, et sûrement, de celle de Radlkofer, car les ressemblances invoquées pour rapprocher les *Didierea* des Polygonacées et des Amarantacées sont vraiment bien peu de chose en regard des différences que l'on peut trouver pour au contraire les en éloigner.

Mais *nous ne saurions davantage admettre que les Didiérées puissent être des Sapindacées*, car toutes les Sapindacées possèdent un disque extrastaminal, qui nous paraît manquer dans les Didiéréacées. Si cependant Drake se base sur la présence d'un disque pour rapprocher les *Didierea* et les *Alluaudia* des Sapindacées, il nous semble bien que ce soit là une interprétation erronée. En réalité, dans toutes ces espèces, les *filets staminaux sont unis à la base en un anneau*, *qui est lui-même soudé aux pétales*, et c'est, semble-t-il, cet anneau qui a été pris par Drake pour un disque. Mais en même temps la présence de cet anneau staminal permet de comprendre pourquoi Baillon avait cru pouvoir rapprocher les *Didierea* des Sapindacées. C'est qu'il pensait pouvoir les comparer à l'*Aitonia capensis*, dont les filets monadelphes sont unis en tube dans leur portion inférieure, mais qui, par suite de ce caractère, n'est plus aujourd'hui classé parmi les Sapindacées, mais est rangé parmi les Méliacées.

(¹) Radlkofer, *Sapindaceae* (Nachträge) (*Die natürl. Pflanzenf. b. v.* Engler u. Prantl. III Teil, Abt. 5, 1896, p. 461).

(²) Baillon, *loc. cit.*

(³) Drake del Castillo, *loc. cit.*

(⁴) Perrot et Guérin, *Les Didierea de Madagascar. Historique, morphologie externe et interne, développement* (*Journ. de Bot.*, 7, 1903, p. 233-251).

Les *Didiérées ne sauraient cependant être des Méliacées*, au même titre que l'*Aitonia capensis*, car dans les Méliacées les ovules sont anatropes et descendants (alors qu'ils sont campylotropes et ascendants dans les Didiérées) et les pièces périanthiques ne sont point décussées par paire, à raison d'une pour le calice et de deux pour la corolle.

Nous nous trouvons donc amené à *considérer ces Didiérées comme devant former une famille spéciale, celle des Didiéréacées*, qui se place évidemment dans le groupe des Dialypétales supérovariées diplostémones, mais *qui ne saurait être confondue, ni avec les Méliacées, ni surtout avec les Sapindacées.* Et si nous ajoutons enfin que tous les représentants de ce petit groupe se rencontrent uniquement à Madagascar, et dans le Domaine du Sud-Ouest, il faut bien reconnaître que tout un ensemble de caractères concordent pour en faire un des plus curieux comme un des plus caractéristiques de la végétation xérophile de ce Domaine.

BOTANIQUE. — *Sur le développement d'un* Saprolegnia *dans des milieux additionnés de colorants vitaux et la coloration du vacuome pendant la croissance*. Note de M. **A. Guilliermond**, présentée par M. Molliard.

Le *Saprolegnia* qui nous a servi d'objet d'étude a été isolé en 1924 par M. Chaze et conservé depuis en culture pure. Il croît facilement dans la plupart des milieux, mais ne produit qu'un mycélium stérile. On peut cependant obtenir la formation de zoosporanges en plaçant à l'inanition dans l'eau un mycélium bien nourri provenant d'une culture sur bouillon de peptone.

Nos essais de culture en présence de colorants vitaux ont été faits dans des flacons de Erlenmeyer renfermant une solution de peptone à 1 pour 100 (milieu où le champignon croît rapidement et abondamment) additionnée de petites doses de rouge neutre et maintenue à l'étuve à 25°. L'ensemencement était fait à partir de cultures développées sur carotte. Le mycélium se détachant mal du substratum, on prélevait à l'aide d'un fil de platine un petit fragment de la carotte renfermant le mycélium que l'on transportait dans le flacon d'Erlenmeyer. On avait soin de faire toujours une culture témoin dans une solution de peptone sans rouge neutre. Dans les cultures témoins on voit apparaître au bout de 12 heures un fin duvet blanc formé de longs et délicats filaments s'irradiant autour du fragment de carotte. Au bout de 24 heures le mycélium s'étend de plus en plus et après 48 heures il

envahit tout le liquide. Les cultures sur solution de peptone additionnées de 1 à 5^{mg} pour 100 de rouge neutre donnent un développement assez sensiblement analogue avec un mycélium qui apparaît macroscopiquement coloré en rouge. Les filaments de ce mycélium examinés au microscope ne présentent pas le moindre signe d'altération et tous, même dans les extrémités en voie de croissance, montrent un vacuome admirablement coloré.

Le champignon offre une vive électivité pour le colorant qu'il fixe sur son vacuome si bien qu'au bout de quelques jours le liquide se décolore sans qu'il y ait réduction du colorant. A partir de ce moment, les parties du mycélium dernièrement formées ne présentent plus de coloration. Au dessus de 6^{mg} pour 100 et jusqu'à 2^{cg} environ de rouge neutre, le développement du champignon se ralentit notablement tout en restant très apparent macroscopiquement. Au delà de 2^{cg} pour 100 le champignon reste vivant et continue à croître, mais d'une manière tellement minime qu'il devient difficile de constater son développement par le simple examen macroscopique de la culture. Aussi, afin de déterminer d'une manière aussi précise que possible la dose limite de rouge neutre compatible avec la vie du *Saprolegna* nous avons procédé de la manière suivante : nous avons prélevé de chaque culture, au bout de 4 à 5 jours, une partie des filaments pour les observer au microscope. Il est facile de distinguer les filaments vivants des filaments morts, car le vacuome qui, dans les premiers, est seul coloré, se décolore dès que la mort survient tandis que le colorant se fixe sur le cytoplasme et les noyaux. De plus il est facile de s'assurer qu'un filament est vivant par les courants cytoplasmiques dont il est le siège ainsi que par l'intégrité des chondriocontes qui se transforment en vésicules au moment de la mort. Les courants du cytoplasme se traduisent par un déplacement très lent des chondriocontes et par un déplacement rapide des granulations graisseuses. L'observation au fond noir permet d'ailleurs de reconnaître les filaments vivants par le caractère optiquement vide de leur cytoplasme. Nous avons en outre prélevé à chaque expérience un peu de la culture pour l'ensemencer sur un autre milieu sans rouge neutre de manière à nous assurer que les filaments sont susceptibles de donner lieu à un développement. Enfin, une autre série de cultures fut faite en gouttelettes pendantes sur solution de peptone additionnée de rouge neutre afin de pouvoir suivre sous le microscope la croissance du champignon.

Cette méthode nous a permis de contrôler que le *Saprolegnia* peut rester vivant et croître très lentement jusqu'à une dose relativement considérable de rouge neutre, voisine de 5 à 6^{cg} pour 100, mais à partir de 4^{cg} pour 100

le développement est si insignifant que le simple examen macroscopique de la culture ne permet plus de l'apprécier.

Jusqu'à une dose de 1^{cg} pour 100 de rouge neutre, le champignon présente un vacuome tout à fait analogue à celui que l'on obtient par la coloration vitale sous le microscope. Celui-ci apparaît dans les extrémités des filaments sous forme de minces canalicules anastomosés en réseau, colorés uniformément et assez intensément. Par gonflement et confluence, ces canalicules constituent dans les parties un peu plus âgées un unique canal vacuolaire parcourant toute la longueur des filaments : celui-ci prend une teinte diffuse et montre dans son intérieur de nombreux corpuscules fortement colorés et animés de mouvements browniens. Au-dessus de 1^{cg} pour 100, le vacuome apparaît au contraire *très hypertrophié*, ses formes réticulaires initiales sont plus compliquées et le canal vacuolaire qui en résulte est beaucoup plus large et coloré d'une manière uniforme et intense sans montrer aucun corpuscule. Mais la coloration reste toujours strictement localisée au vacuome.

Nous avons répété les mêmes expériences avec les autres colorants vitaux du vacuome (bleus de crésyl, de toluidine, de méthylène et de Nil) ainsi qu'avec ceux du chondriome (vert Janus, violet de Dahlia et violet de méthyle). Parmi les colorants du vacuome le bleu de toluidine s'est montré, après le rouge neutre, le moins toxique. Il a permis d'obtenir un léger développement jusqu'à $5^{cg},4$ pour 100. Toutefois, même à des doses très faibles, le développement a toujours été très inférieur à celui obtenu par le rouge neutre et les filaments ne se sont colorés que d'une manière partielle. Le bleu de crésyl n'a fourni qu'un très faible développement jusqu'à 7^{mg} pour 100, et les bleus de méthylène et de Nil jusqu'à 6^{mg} pour 100 seulement et le plus souvent sans aucune coloration du vacuome.

On peut donc conclure de ces faits que le rouge neutre est très peu toxique pour le *Saprolegnia* qui se développe presque normalement en présence de petites doses de rouge neutre qu'il accumule avec avidité dans son vacuome.

Les autres colorants du vacuome, à part le bleu de toluidine, se montrent beaucoup plus toxiques. Quant aux colorants vitaux du chondriome, ils sont toujours très toxiques. Ces résultats ont une grande importance au moment où la question de coloration vitale préoccupe au plus haut degré les cytologistes.

ALGOLOGIE. — *Variations de l'iode chez une Floridée :* Trailliella intricata *Batt.* Note ([1]) de M. E. **Chemin**, présentée par M. L. Mangin.

Trailliella intricata est une petite Floridée filamenteuse voisine du genre *Spermothamnion*. Elle est caractérisée par la présence, à chaque article, d'une petite cellule triangulaire, incolore, formée aux dépens de la cellule inférieure, avec laquelle elle reste en communication par un tractus protoplasmique. Ces petites cellules ont été appelées Blasenzellen par Kylin, gland-cells par Rosewinge, ioduques par C. Sauvageau. Je les désignerai sous le nom de cellules sécrétrices parce que leur contenu, dont la nature reste encore à déterminer, ne paraît être qu'un produit de sécrétion.

H. Kylin ([2]) a montré que les cellules sécrétrices, voisines de l'extrémité des rameaux, laissent fuser de l'iode lorsqu'on immerge un filament dans un empois d'amidon acidifié par l'acide acétique ou l'acide chlorhydrique. C. Sauvageau ([3]), sans mettre en doute les observations de Kylin, « suppose néanmoins que, dans certaines conditions, l'iode libre doit occuper quelques Blazenzellen avant de se dissimuler sous l'état combiné ».

Après mes recherches sur l'état de l'iode chez quelques Floridées ([4]), j'ai pu me procurer, et étudier, quelques exemplaires de *Trailliella*. Les uns ont été récoltés à Roscoff en août 1928, les autres à l'île de Cézembre, près de Saint-Servan, en septembre 1929 et fin mars 1929.

Dans la préparation de l'Algue sur papier ordinaire, ou sur papier spécialement amidonné, je n'ai jamais observé un bleuissement comme il s'en produit avec *Falkenbergia* ou *Bonnemaisonia* par exemple. Des filaments placés dans un empois d'amidon n'ont donné aucune coloration caractéristique de l'iode même après écrasement. Aucune trace d'iode libre, pendant la vie comme après la mort des cellules, n'a donc pu être décelée ni à la fin de l'été, ni au début du printemps.

Les échantillons récoltés en août et septembre, tant à Roscoff qu'à Cézembre, mis dans un empois acidifié par de l'acide acétique, de l'acide

([1]) Séance du 22 mai 1929.

([2]) H. Kylin, *Ueber die Blasenzellen einiger Florideen und ihre Beziehung zur Abspaltung von Iod* (*Arkiv för Botanik*, **14**, v, 1915, p. 4-9).

([3]) C. Sauvageau, *Sur quelques Algues Floridées renfermant de l'iode à l'état libre* (*Bull. de la Stat. biol. d'Arcachon*, **12**, 1925, p. 34).

([4]) E. Chemin, *Sur l'état de l'iode chez quelques Floridées* (*Revue générale de Botanique*, **40**, 1928, p. 1 à 17).

chlorhydrique, de l'acide sulfurique, n'ont montré aucun dégagement d'iode. Ces résultats étant en contradiction avec ceux de Kylin, j'ai prié M[lle] D[r] T. Rayss, sous-directeur de la station centrale de phytopathologie à Bucarest, qui travaillait à ce moment au Laboratoire maritime de Saint-Servan, de bien vouloir contrôler et répéter mes expériences; elle a abouti aux mêmes conclusions.

Par contre, sur les échantillons récoltés fin mars, j'ai observé les phénomènes décrits par Kylin. Dans les premiers jours qui suivent la récolte, les filaments, placés dans un empois d'amidon acidulé par de l'acide acétique ou de l'acide chlorhydrique, laissent sortir de l'iode. Le bleuissement apparaît uniquement à la surface des cellules sécrétives. Il est d'abord léger, puis il s'intensifie, et, après un quart d'heure, il prend l'aspect d'un petit capuchon très foncé au contact de la membrane et dont la teinte va en se dégradant. Les deux ou trois premières cellules sécrétrices, en partant de l'extrémité distale, ne donnent aucune coloration. Le bleuissement apparaît sur les cellules suivantes, au nombre d'une dizaine environ, et le maximum d'intensité s'observe vers le milieu de la série. Plus loin, les cellules sécrétrices ne donnent aucune trace d'iode. Le phénomène est le même, mais un peu plus rapide, dans un empois acidulé par de l'acide azotique ou de l'acide sulfurique.

Il existe donc une combinaison iodée, dissociable par un acide, dans les cellules sécrétrices en relation avec les cellules assimilatrices de formation récente. Elle peut être considérée comme le résultat de l'activité cellulaire de ces dernières. Elle ne persiste pas puisqu'on ne la rencontre plus à partir d'une certaine distance du sommet. Son existence est liée à la croissance. Des filaments de *Trailliella* peuvent être conservés plus d'un mois en aquarium sans altération apparente; dans ces conditions ils cessent de s'accroître et l'on observe une diminution graduelle de la quantité d'iode libérée par l'acide; ainsi des filaments récoltés le 28 mars réagissaient encore, mais faiblement, le 4 avril; le 9 avril, ils ne donnaient plus aucune réaction dans un empois acidulé. L'absence de combinaison iodée pendant les mois d'été peut s'expliquer également par un ralentissement de la croissance à cette époque.

Que devient le composé iodé? Il est difficile d'admettre son retour à la cellule assimilatrice d'où il semble provenir. Il peut disparaître par diffusion lente à travers la membrane externe. Il ne paraît pas se dissocier en sortant, car un papier, maintenu pendant 48 heures au contact d'une touffe de *Trailliella* dans l'eau de mer, n'a montré aucune trace de bleuissement.

PHYSIOLOGIE. — *Origine et destination des graisses cellulaires.* Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. d'Arsonval.

Un ensemble de faits *chimiques*, *physiologiques*, *énergétiques et cliniques*, nous permettent d'éclairer le problème des origines et de la destination des graisses chez les êtres vivants. Ce problème doit se résoudre dans un sens tel que l'on puisse *voir désormais*, *dans les lipides*, *une réserve de moindre effort de la cellule*, une forme dégradée de la matière métabolisée. Ce point de vue, solidement affirmé, se heurtera à des préjugés courants; il convient de les détruire.

1° *Argument chimique.* — Les protides (type Lieberkühn) peuvent élaborer, avec leur molécule, une molécule de *trioléine*, le lipide le plus abondant de notre organisme. Ils le font par simple *hydrolyse*. On a

$$\underset{\text{Albumine.}}{C^{72}H^{112}N^{18}O^{22}S} + 15H^2O + X = \underset{\text{Trioléine.}}{C^{57}H^{104}O^6} + \underset{\text{Urée.}}{9CON^2H^4}$$
$$+ SO^4H^2 + 6CO^3X \text{ (carbonates d'une base X, le } \textit{calcium}\text{).}$$

Ce procédé de lipogénèse ne coûte rien à la respiration: la graisse se forme dans le repos et en l'absence d'oxygène. En poids, 1612^g d'albumine ont donné 884^g de trioléine, environ les 5/9. Et vu leur faible densité, les graisses occupent un grand volume au détriment du cytoplasma.

En dépit de Pflügger, c'est bien le protoplasma au repos qui fabrique les lipides, *sécrète l'huile* dans les graines de ricin ou d'amande, étoffe d'une doublure adipeuse les herbivores, et même, chez les microbes (levure de Pasteur) et infusoires (Maupas), constitue de 10 à 40 pour 100 de lipides *quand l'aération est insuffisante*.

2° *Argument biologique.* — L'essence de la vie est une combustion; la respiration qui lui apporte l'oxygène détruit les réserves cellulaires, les brûle; elle le fait plus vite chez l'animal à cause de l'activité des muscles et de l'appareil cérébro-spinal.

La biologie démontre que l'*aliment n'est utilisé que s'il a été mis à l'état de réserve par l'élaboration du cytoplasma*. Elle prouve aussi que « le travail physiologique a pour combustible préféré le glucose » (J. Amar, *Le moteur humain*). Pourquoi? Nous l'avons dit, dès 1911, parce que les glucides sont des *aliments économiques:* ils fournissent 100 d'énergie par gramme, contre 69 et 87 aux protides et lipides.

L'énergie en question est celle que Helmholtz, en 1884, appela *énergie libre*, propre à la croissance, au travail physique ou mental. Pour avoir *même quantité* d'une telle énergie, il faut donc 100 de glucides, et respectivement 145 et 115 des deux autres; d'où *un gaspillage d'oxygène* évalué, d'ailleurs, à 45 et 15 pour 100.

Comme, en général, le besoin d'énergie libre est faible quand l'organisme est au repos, que l'alimentation courante le ravitaille en glucides à sa suffisance, la cellule retombe à son labeur lipogénétique. Elle n'assume pas le labeur *glycogénétique* dont elle est également capable, comme est capable le cytoplasma pour sécréter résines, essences, cires, alcaloïdes.

La glycogénèse, nécessitant beaucoup d'oxygène, a lieu seulement au cours du travail musculaire. Et l'on a :

$$\underset{\text{Albumine.}}{C^{72}H^{112}N^{18}O^{22}S} + 41\,O^2 = \underset{\text{Glycogène.}}{[C^6H^{10}O^5]^6} + SO^4H^2 + 9\underset{\text{Urée.}}{CON^2H^4} + 7\,H^2O + 27\,CO^2.$$

Le quotient respiratoire $CO^2/O^2 = 0,65$ a été observé, par exemple en 1921, par Eckert faisant effectuer des courses cyclistes de 200^{km} et à jeun.

A défaut de ce besoin d'énergie libre, le corps des animaux homéothermes n'a guère besoin que de *chaleur* pour régler sa température. La graisse est, à cet égard, *le combustible économique*.

3° *Argument énergétique*. — En effet, 1^g de lipides développe 9^{cal},1 contre 4^{cal},1 aux deux autres, soit deux fois et un quart de plus. Le réglage thermique étant d'importance vitale, on comprend que *la lipogénèse soit une adaptation utile*. Et bien que la combustion des graisses emploie 7 pour 100 d'oxygène en plus que glucides, il y a largement compensation dans leur pouvoir calorifique si élevé. Elles satisfont au *Principe de Berthelot*, à savoir que : Tout changement chimique où n'intervient pas une énergie extérieure tend vers la réaction *la plus exothermique*.

Forme dégradée de la matière vivante, le lipide ne se relève que par l'artifice du moteur cellulaire qui, aidé de la respiration, en tire du glycogène; de même que l'artifice de la machine à vapeur transforme la chaleur en travail. Ainsi

$$C^{57}H^{104}O^6 + 44\,O^2 = (C^6H^{10}O^5)^6 + 21\,CO^2 + 22\,H^2O.$$

Le quotient respiratoire 0,47 atteste la grande dépense d'oxygène, mais l'on obtient un poids de glycogène supérieur de $\frac{1}{10}$ à celui de trioléine, alors que l'albumine n'en donnait que les $\frac{5}{9}$ de sa masse. Donc *économie de masse*. On brûle moins de graisses, et le Q. R. augmente dès que la tempé-

rature extérieure remonte, comme nous l'avons indiqué récemment (*Comptes rendus*, 1928).

Tous les phénomènes de la vie (histolyse, ontogénèse, hibernation) obéissent à cette loi d'épargne énergétique.

4° *Argument clinique.* — La Pathologie confirme; *tout ce qui entrave les oxydations favorise la lipogénèse :* intoxications (phosphore), infections non fébriles, diabète, arthritisme en général, lésions nerveuses. Ces questions seront développées dans un autre *Périodique.* En particulier, l'*obésité ne peut, par l'inaction, que dégénérer en diabète:* elle est un « diabète masqué », disait justement von Noorden.

Conclusions. — Cet exemple de l'obésité est la claire démonstration que les *graisses constituent une sécrétion de paresse du cytoplasma*, toujours actif et varié dans son travail. *Elles sont une réserve d'abondance ou de dégradation* destinée par la légèreté, la mauvaise conductibilité, à s'accumuler aux points les moins mobiles du corps.

Elles sont d'un rendement glucosique très économique; mais aucun fait indiscutable, aucun principe ne témoignent en faveur de l'idée — trop répandue — de l'origine glucosique des graisses. Les sucres et les féculents n'engraissent qu'en vertu de leur utilisation immédiate, qui laisse disponibles les graisses, et purement lipogénétique l'activité ininterrompue du cytoplasma.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Analyse spectrographique des cendres de sang et d'organes.* Note [1] de MM. **Paul Dutoit** et **Christian Zbinden**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons entrepris, depuis une année, l'étude systématique des cendres du sang, des organes et des tumeurs par la méthode des spectres d'arc. La matière est calcinée lentement, à température aussi basse que possible, avant d'être introduite dans le charbon. Ce mode opératoire n'est pas avantageux pour déceler les éléments du groupe du phosphore, et ceux dont les chlorures sont très volatils; il est par contre d'une grande sensibilité vis-à-vis des métaux lourds.

Des recherches, grossièrement quantitatives de cet ordre n'ont d'intérêt que si elles portent sur un nombre très considérable de sangs et d'organes

(1) Séance du 3 juin 1929.

humains considérés comme normaux par les biologistes, et si les cas pathologiques sont connus.

Les résultats acquis semblent définitifs en ce qui concerne le sang, mais doivent encore être complétés pour les cendres d'organes, de glandes et de tumeurs.

Les spectres d'arc des cendres du sang indiquent toujours la présence des éléments suivants :

Ag, Al, Ca, Cu, Fe, K, Mg, Mn, Na, P, Si, Ti, Zn.

L'argent n'avait, à notre connaissance, pas encore été décelé dans le sang normal; il s'y trouve cependant toujours, et en quantité suffisante pour qu'une microméthode de dosage permette de suivre quantitativement ses variations dans les cas normaux et pathologiques. L'argent semble en effet diminuer beaucoup dans les sérums à W positifs.

La méthode des spectres d'arc indique souvent la présence d'autres éléments que ceux qui viennent d'être énumérés. Ce sont :

Co, Cr, Ge, Pb, Ni, Sn, Sr.

Le cobalt et le nickel, que l'on sait être des constituants normaux du sang depuis les travaux de M. G. Bertrand, se trouvent en quantité trop faible pour que leurs raies caractéristiques apparaissent toujours. Ils sont mis mieux en évidence lorsqu'on opère sur les albumines coagulées par la chaleur ou, de préférence, soumises pendant un temps assez long à l'électrodialyse. Les éléments suivants sont alors concentrés :

Ag, Ca, Cu, Mn, Ni, Pb, Sn, Zn,

tandis que les raies de Al et Ti disparaissent ou diminuent beaucoup d'intensité. L'électrodialyse précédant la calcination permet aussi de retrouver toujours Pb et Sn.

L'étude des cendres d'organes et de tumeurs met en évidence l'accumulation de certains éléments, ou au contraire leur disparition dans un organe déterminé. On retrouve ainsi l'action sélective du pancréas sur Ni et Co, et, ce qui n'était pas connu, sur Pb. Les capsules surrénales semblent retenir Sn. Le zinc est abondant dans le foie et le rein. Ag et Cu semblent disparaître dans les tumeurs.

Ces derniers résultats demandent encore confirmation et nous ne pouvons pas leur attribuer une valeur statistique avant de disposer d'un nombre beaucoup plus considérable d'expériences.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la régularité des variations des caractères des huiles extraites d'un même animal en fonction du point de prélèvement.* Note de M. L. **Margaillan**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La littérature scientifique donne pour certaines huiles d'animaux marins, d'ailleurs le plus souvent mal définies par les auteurs, des valeurs extrêmement variables, ce qui ne manque pas d'être fort gênant lorsqu'on a à les utiliser.

On sait bien que les caractères des huiles prélevées chez un même animal diffèrent suivant la région d'origine et en particulier M. Marcelet [1] a étudié trois huiles bien différentes extraites de la tête d'un dauphin.

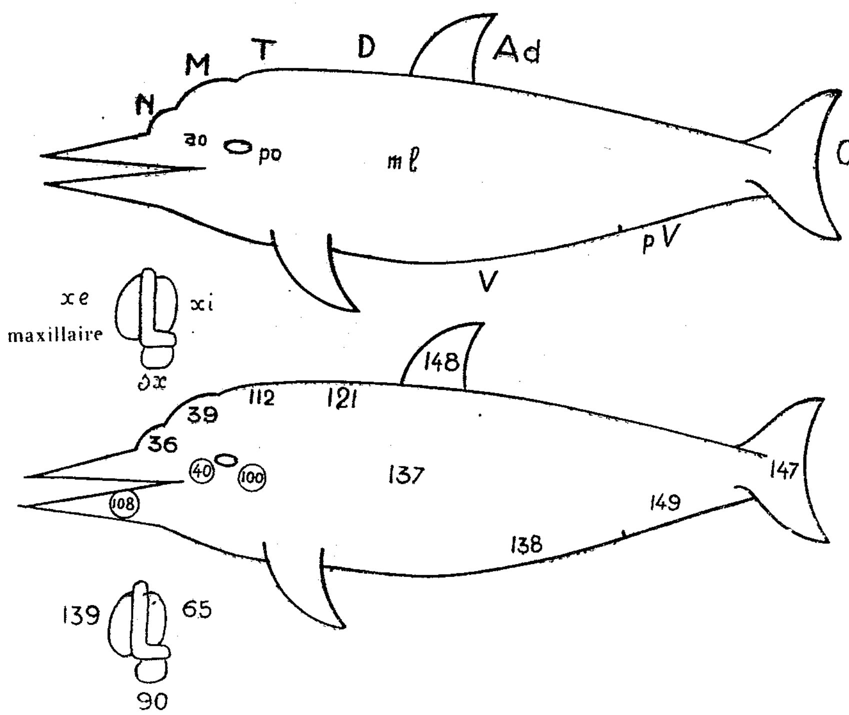
Jusqu'à quel point peut aller cette différenciation des graisses chez un même animal, y a-t-il même un semblant de loi qui régisse ces variations, y a-t-il d'un individu à l'autre des différences importantes? Voici quelques données, assez typiques, à cet égard qui constituent un commencement de réponse à ces questions.

Nous avons pu avoir des tissus graisseux prélevés en des régions nettement définies d'un tursiops (*Delphinus tursio* Fabr.) (femelle de $2^m,50$ de long) et aussi de la tête de deux autres variétés de Delphinidés. Ces différents tissus ont été hachés; chauffés au bain-marie ils ont cédé leurs huiles qui ont été filtrées et recueillies à l'abri de l'eau et de l'air autant que faire se pouvait. Ces huiles parfaitement neutres sont limpides à 40° et ne présentent au bout de trois mois aucun caractère sensible d'altération. Certaines d'entre elles abandonnent, par repos à la température de 15°, une margarine qui se redissout par chauffage.

Nous avons, en cours d'étude, effectué sur ces huiles un grand nombre de déterminations (indices d'iode, de saponification, de Reichert, de Polenske, de Hehner, insaponifiable, etc.). On trouve ainsi chez un même animal des champs de variation très étendus (30-150, 200-300, 20-140, ...) sur lesquels nous reviendrons ailleurs avec tous les développements nécessaires. Mais ce qui est important c'est que *ces variations ne sont pas désordonnées.* Si nous inscrivons sur le dessin schématique de l'animal à l'endroit du prélèvement, par exemple l'indice d'iode de la graisse, on est frappé de ce que ces indices varient régulièrement du nez (N) à la région postérieure

(1) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1416-1417.

ventrale (P. V.) soit en suivant le trajet nez (N), melon (M), tête (T), dos (D), aileron dorsal (Ad), queue (C), soit en suivant tel autre trajet T-D-Ml-V-P.V.; les indices d'iode vont ainsi en croissant. Pour les indices de Reicher-Meissl, c'est l'inverse que l'on observe d'une façon aussi régulière.



Répartition des indices d'iode dans les huiles d'un Tursiops.

Ces variations ont un *sens* régulier, mais alors que dans des zones étendues (parties postérieures par exemple) on n'enregistre que des variations relativement faibles, il arrive que pour des régions très proches les variations soient très considérables [nez (N), lard en avant de l'œil (*ao*), lard en arrière de l'œil (*po*)]. Ceci est également frappant avec les graisses qui enveloppent le maxillaire. C'est ainsi que chez le Tursiops nous avons obtenu :

Graisse du maxillaire, masse externe (*xe*)..........	139
» masse interne (*xi*)..........	65
Graisse en dessous du maxillaire (*sx*)..............	90

et cela n'est pas un accident d'expérience. Dans les deux autres têtes de dauphins, les indices suivent le même ordre :

(*xe*)	64	86
(*xi*)	25	54

De même, dans une masse de lard de la région médiane latérale la partie superficielle nous donnait 137 et la partie profonde 127.

On voit donc combien il est nécessaire de savoir *situer* et aussi *délimiter* le prélèvement, ce qui présente parfois d'énormes difficultés. Mais, ces précautions prises, on observe alors une ordonnance tout à fait remarquable dans les caractères des graisses, ordonnance qui dépasse l'individu et paraît beaucoup plus générale. En effet, si nous portons sur le même dessin les constantes des graisses prises sur divers sujets de genres voisins, les valeurs, pour des zones bien délimitées, s'intercalent très bien.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIQUE. — *Application à l'urine du dosage biochimique de l'allantoïne* (1). Note de MM. **R. Fosse**, **A. Brunel** et **P. de Graeve**, présentée par M. E. Roux.

1. Nous avons précédemment démontré la possibilité de doser avec précision l'allantoïne, en présence de l'urée, par l'action simultanée de deux ferments du Soja, puis de l'acide chlorhydrique (2).

Dans une première phase, l'allantoïnase transforme l'allantoïne en acide allantoïque :

$$\begin{array}{l} NH^2.CO\,NH - CH - NH \\ \qquad\qquad\;\; | \qquad\quad\;\; \rangle CO \\ \qquad\qquad CO - NH \end{array} \xrightarrow{+H^2O} \begin{array}{l} NH^2.CO.NH - CH - NH.CO.NH^2 \\ \qquad\qquad\qquad\; | \\ \qquad\qquad\quad COOH \end{array}$$

et l'uréase détruit l'urée.

La formation de l'acide allantoïque n'est totale qu'en milieu alcalin. Cette condition est toujours remplie en présence de l'urée et du Soja. Loin de compliquer les méthodes analytiques et de nuire à leur exactitude, le plus important des matériaux azotés de l'urine exerce sur elles une influence favorable.

Dans une deuxième phase, l'acide chlorhydrique détruit l'uréase et libère

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 106, 426, 1067 et 1418.
(2) R. Fosse, A. Brunel et P. de Graeve, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1418.

l'urée, base du dosage de l'allantoïne :

$$\begin{matrix} NH^2.CO.NH \\ NH^2.CO.NH \end{matrix} \Big> CH.COOH + 2H^2O = 2NH^2.CO.NH^2 + COOH.CH(OH)^2.$$

De l'origine de l'urée ainsi formée, pesée sous la forme de son dérivé xanthylé, dépend l'exactitude de la méthode. *Il faut nécessairement que, dans le milieu soumis à l'analyse, l'allantoïne soit le seul corps présent, capable d'engendrer l'urée dans les conditions données.*

2. D'après A. Nemec ([1]), le Soja conduit la dégradation de l'acide urique jusqu'à l'ammoniac. La participation de plusieurs diastases est nécessaire : l'uricase, signalée par lui chez les végétaux, produit l'allantoïne, qu'un ferment hypothétique scinde en acide glyoxylique et urée; enfin, celle-ci est transformée par l'uréase en CO^2 et NH^3.

3. *Action du Soja sur l'acide urique.* — Nos expériences, dont les conditions diffèrent de celles de Nemec, démontrent que le soja scinde l'acide urique en une substance donnant par hydrolyse acide les mêmes produits que l'acide allantoïque : l'acide glyoxylique et l'urée.

Expérience. — On prépare une solution d'acide urique ($0^g,59$) dans de la potasse à N/100 (1000^{cm^3}) et l'on place au bain d'eau, à 40° les deux milieux :

	E.	T.
Solution d'urate de potassium	100^g	100^g
Soja broyé	1^g	0^g
S. carbonate d'ammonium	1^g	1^g
Toluène	1^{cm^3}	1^{cm^3}

Caractérisation de l'acide glyoxylique. — Après 15 heures, le liquide d'expérience, chauffé avec HCl, puis additionné de chlorhydrate de phénylhydrazine, de ferricyanure de K et d'HCl concentré, développe une forte coloration rouge, tandis que, dans les mêmes conditions, le témoin reste incolore.

Dosage de l'urée. — Après 15 heures, mesurer 5^{cm^3} de liquide filtré E et T, neutraliser, ajouter HCl normal pour obtenir le litre N/20, chauffer 30 minutes à 60°, alcaliniser et déféquer par l'iodomercurate acétique. Recevoir filtrat et eaux de lavage dans une éprouvette graduée, ajouter au liquide deux fois son volume d'acide acétique et du xanthydrol. Durée de condensation : 4 heures; xanthyl-urée pour 5^{cm^3} de E : $0^g,003$; xanthyl-urée pour 5^{cm^3} de T : $0^g,000$.

([1]) A. Nemec, *Bioch. Zeitschrift*, 112, 1921, p. 286.

D'où, acide urique transformé par le soja en urée, pour 1 litre :

$$0^{g},003.200.\frac{168}{840} = 0^{g},12;$$

allantoïne correspondant à l'urée formée, par litre :

$$0^{g},003.200.\frac{158}{840} = 0^{g},11.$$

La présence de l'acide urique peut ainsi causer une erreur par excès très appréciable. Il faut donc l'éliminer avant de provoquer les fermentations dues au Soja.

4. *Élimination de l'acide urique.* — Ce résultat est atteint à l'aide du réactif de Denigès (sulfate acide de mercure) qui, sans action sur l'allantoïne, précipite l'acide urique à de très grandes dilutions, supérieures à 1/100000 (1).

5. Dans des recherches d'ordre préliminaire, nous avons, en appliquant ces principes, dosé l'allantoïne dans l'urine de divers animaux et obtenu les résultats qui suivent :

	N total par litre.	Allantoïne par litre.	N de l'allantoïne.	$\frac{\text{N allant.}}{\text{N total}} \times 100$.
Urine émise par les animaux vivants.				
Lapin	5g,30	1g	0g,35	6,7
Chien 1		1,92		
Chien 2		2,60		
Urine prise dans la vessie d'animaux tués à l'abattoir.				
Porc 1	13,70	0,708	0,25	1,8
Porc 2	15,80	1,26	0,45	2,8
Cheval	23	1,73	0,61	2,6
Mouton	18,50	1,78	0,63	3,4
Vache 1	17,3	2,33	0,82	4,7
Vache 2	16,7	2,27	0,80	4,8
Veau 1	21,47	5,37	1,90	8,8
Veau 2	19,48	6,16	2,18	11,2
Veau 3	14,59	5,76	2,04	13,9

(1) DENIGÈS, *Chimie analytique*, 5e édition, 1920, p. 203 et 53.

MÉDECINE. — *Le drainage osmotique*. Note de M. E. **Doumer**, présentée par M. d'Arsonval.

1. J'appelle *drainage osmotique* le phénomène mécanique qui se passe dans la membrane qui sépare deux solutions de concentrations moléculaires différentes.

2. Ce phénomène, qui est très différent des phénomènes osmotiques eux-mêmes, n'a jamais été étudié. Il consiste en une sorte de lavage de la membrane résultant du courant d'eau établi par la différence des pressions osmotiques et en un entraînement mécanique des particules, colloïdales ou autres, qui sont en suspension dans le milieu liquide qui baigne cette membrane.

3. Il apparaît nettement dans l'expérience *princeps* que fit Dutrochet, il y a plus d'un siècle, avec le sac spermatique de la limace. On voit, lorsque ce sac est placé dans de l'eau distillée, son contenu trouble et lactescent sourdre sous forme d'une goutte épaisse par son orifice béant et remplacé dans l'intérieur du sac par un liquide absolument hyalin qui pénétrant à travers la membrane, le chasse à l'extérieur.

4. On le met d'ailleurs facilement en évidence en introduisant dans un endosmomètre, avec un liquide hypertonique quelconque, quelques corps solides légers (fétus de paille, fins fragments d'une mince feuille d'or, fragments de lames de mica, etc.). Si l'on plonge cet endosmomètre dans de l'eau distillée ou dans une solution hypotonique par rapport à la solution interne, on voit bientôt ces fragments soulevés et parfois même projetés à un ou deux millimètres de la surface de la membrane sur laquelle ils reposent. On peut aussi illustrer ce phénomène en incorporant à la solution hypertonique des poussières très fines ou des colloïdes opalescents.

5. Ce phénomène mécanique est évidemment en rapport avec la différence des pressions osmotiques des deux solutions en présence; il est d'autant plus marqué que cette différence est plus grande.

6. Le drainage osmotique est susceptible d'applications thérapeutiques. On conçoit en effet qu'il puisse être utilisé pour produire un lavage *a retro* des muqueuses ou des surfaces cutanées malades et contribuer à leur détersion. Il suffit, pour le produire, de placer sur la surface malade un liquide nettement plus hypertonique que le milieu interne. Il naîtra ainsi, à travers cette surface, un courant d'eau qui *ira du milieu interne vers la solution externe* et produira le lavage *a retro* désiré. Ce lavage sera évidemment

autrement efficace que les lavages superficiels qui ne pénètrent jamais dans la muqueuse et ne produisent qu'une action toute de surface.

7. Pour produire un tel drainage osmotique, théoriquement n'importe quelle solution hypertonique pourra être employée. Cependant il est clair que, pour des applications médicales, il faudra éviter les substances toxiques ou irritantes ou destructrices des tissus. Et même si l'on désire n'utiliser thérapeutiquement que ce phénomène mécanique pur, il sera sage de n'employer aucune substance ionisable.

8. J'ai déjà montré à l'Académie de Médecine que ce nouveau procédé thérapeutique pouvait utilement être employé dans certaines *conjonctivites*, je pense qu'il peut aussi l'être d'une façon très générale pour toutes les autres muqueuses et pour le traitement des plaies infectées. Des essais en cours que MM. Painblan, Morel, Piquet et Faradv veulent bien faire à ma demande, montreront je l'espère que son application peut être fort étendue.

A 15h50m, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 JUIN 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 14 juin 1929, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Achille Le Bel** pour occuper dans la division des Académiciens libres la place vacante par le décès de M. le Maréchal *Foch*.

Il est donné lecture de ce décret.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Mouvements des océans. Potentiel newtonien du bourrelet en coordonnées cylindriques.* Note de M. **Marcel Brillouin**.

1. Le travail que j'ai entrepris sur la théorie dynamique des marées m'a montré qu'il est avantageux d'employer les coordonnées cylindriques au lieu des coordonnées sphériques. Les *trois* composantes de la vitesse dans un océan gravitant et tournant s'expriment à l'aide des dérivées d'une seule fonction du temps et des trois coordonnées.

Lorsque cette fonction est périodique, l'équation aux dérivées partielles qui la détermine est, dans tous les cas utiles, du type hyperbolique en fonctions des coordonnées. L'intégration générale pour un océan homogène d'étendue quelconque introduit naturellement des fonctions de Bessel de tous ordres. Il n'y a aucune difficulté à écrire les équations frontières relatives au fond et à la surface libre à l'aide de ces fonctions et du soulèvement de la surface libre.

Mais ce qui reste difficile, comme toujours, c'est de tenir compte du potentiel d'attraction newtonienne du bourrelet sur lui-même. En coor-

données cylindriques, avec des grandeurs exprimées à l'aide de fonctions de Bessel portant sur la distance à l'axe de rotation, il devient particulièrement délicat d'écrire une condition de potentiel newtonien relative à une surface sphérique. Avec ces fonctions, on forme facilement des expressions valables, jusqu'à l'origine comprise, dans tout un volume cylindrique de hauteur et de diamètre finis quelconques; mais on reste inpuissant à former une expression, du caractère d'un potentiel newtonien, valable en tous sens jusqu'à l'infini, extérieurement à la sphère, aussi bien pour les z positifs que négatifs, et pour les rayons infinis. C'est une difficulté qui m'a longtemps arrêté, jusqu'au moment où j'ai pensé à utiliser la transformation par rayons vecteurs réciproques :

Si $V(x.y, z)$ satisfait à l'équation de Laplace, on sait que $rV\left(\frac{x}{r^2}, \frac{y}{r^2}, \frac{z}{r^2}\right)$ y satisfait également; et si le domaine d'existence de V comprend l'origine, mais exclut les très grandes distances, inversement, le domaine d'existence de $rV(\ldots)$ s'étend jusqu'à l'infini en tous sens, mais exclut le voisinage de l'origine.

2. Soient donc ϖ le rayon cylindrique, α l'angle azimutal, z la coordonnée parallèle à l'axe de rotation, qui définissent un point dans l'espace,

$$\Phi_{\text{int}} = \cos(k\alpha + \alpha_k).\text{ch}(\gamma z + z_k)J_k(\gamma\varpi)$$

est une solution de l'équation de Laplace, valable dans une très grande étendue comprenant l'origine.

Posant

$$r = \sqrt{\varpi^2 + z^2},$$

la fonction

$$\Phi_{\text{ext}} = Ar\cos(k\alpha + \alpha_k)\,\text{ch}\left(\frac{\lambda z}{r^2} + z_k\right)J_k\left(\frac{\lambda\varpi}{r^2}\right)$$

obtenue par inversion est aussi une solution, mais valable dans tout l'espace jusqu'à l'infini, à l'exclusion du voisinage de l'origine.

C'est le type de la solution utile. A la vérité, le cosinus hyperbolique et la fonction de Bessel portent plus exclusivement l'un sur z, l'autre sur ϖ, mais sur $\frac{z}{r^2}$ et $\frac{\varpi}{r^2}$; ce n'est pas une forme de solution qu'on obtienne en passant du premier au deuxième type de fonction de Bessel; et c'est précisément ce qui en fait l'utilité.

Choisissons d'abord λ et A par la condition d'égalité du potentiel inté-

rieur et du potentiel extérieur sur la surface de la surface R

$$(\Phi_i - \Phi_e)_{r=R} = 0,$$

$$A = \frac{1}{R}, \qquad \lambda = \gamma R^2,$$

$$\Phi_e = \frac{r}{R} \cos(k\alpha + \alpha_k).\operatorname{ch}\left(\frac{\gamma R^2 z}{r^2} + z_k\right).J_k\left(\frac{\gamma R^2 \varpi}{r^2}\right).$$

La masse d'eau soulevée $\varepsilon\rho_{aq}$ de hauteur ε est déterminée par l'équation aux densités superficielles

$$-4\pi G \varepsilon \rho_{aq} = \left[\frac{\partial \Phi_e}{\partial r} - \frac{\partial \Phi_i}{\partial r}\right]_{r=R}.$$

Pour notre solution particulière, cette équation donne

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi G \rho_{aq}} \frac{\cos(k\alpha + \alpha_k)}{R}$$
$$\times [\operatorname{ch}(\gamma z + z_k) J_k(\gamma\varpi) - 2\gamma z \operatorname{sh}(\gamma z + z_k) J_k(\gamma\varpi) - 2\gamma\varpi \operatorname{ch}(\gamma z + z_k) J'_k(\gamma\varpi)],$$

où J' est la dérivée par rapport à toute la variable.

L'expression complète du soulèvement s'obtient en multipliant par $f_k(\gamma)\,d\gamma$ et intégrant de o à ∞, mettant en évidence une phase et faisant la somme pour toutes les valeurs entières de k. Enfin, définissant un point de la surface libre par α et z, *il faudra remplacer* ϖ *par* $\sqrt{R^2 - z^2}$. On obtient ainsi

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi G \rho_{aq} R} \int_0^\infty d\gamma \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\alpha + \alpha_k)$$
$$\times \{[\operatorname{ch}(\gamma z + z_k) - 2\gamma z \operatorname{sh}(\gamma z + z_k)] J_k(\gamma\varpi) - 2\gamma\varpi \operatorname{ch}(\gamma z + z_k) J'_k(\gamma\varpi)\}.$$

L'amplitude A_k, et les deux phases α_k, z_k, sont trois fonctions arbitraires de γ, et de l'entier k, soumises à la seule restriction que l'intégrale ait un sens et que la série converge.

Le soulèvement à chaque instant est $\varepsilon e^{i\theta t}$.

A ce soulèvement est dû un potentiel d'attraction newtonienne du bourrelet, qui dans tout le globe R, $[0 \leq \varpi^2 + z^2 \leq R]$, et à sa surface est donné par $\Phi e^{i\theta t}$ avec

$$\Phi_i = \int_0^\infty d\gamma \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\alpha + \alpha_k).\operatorname{ch}(\gamma z + z_k) J_k(\gamma\varpi).$$

3. On peut aussi construire le potentiel newtonien d'une couche super-

ficielle en partant de la solution simple (interne)

$$\Psi_i = \cos(k\alpha + \beta_k)\cos(\gamma z + z'_k)\,J_k(i\gamma\varpi)$$

et suivant la même marche qu'au paragraphe 2. $(i = \sqrt{-1})$.

En opérant ainsi, on a un potentiel intérieur, $(0 \leqq \varpi^2 + z^2 \leqq R^2)$, dû au bourrelet

$$\Psi_i = \int_0^\infty d\gamma \sum_{k=0}^{\infty} B_k \cos(k\alpha + \beta_k)\cos(\gamma z + z'_k)\,J_k(i\gamma\varpi);$$

B_k est une amplitude, β_k, z'_k sont deux phases, fonctions de γ et de l'entier k.

L'amplitude η du soulèvement correspondant est

$$\eta = \frac{1}{4\pi G\rho_{aq}} \int_0^\infty d\gamma \sum_{k=0}^{\infty} B_k \cos(k\alpha + \beta_k)$$
$$\times \left\{ [\cos(\gamma z + z'_k) + 2\gamma z \sin(\gamma z + z'_k)]\,J_k(i\gamma\varpi) - 2\cos(\gamma z + z'_k)\,i\gamma\varpi J'_k(i\gamma\varpi) \right\}.$$

4. S'il arrive que, pour avoir le nombre de fonctions de γ que rendent nécessaire les autres conditions du problème, on soit conduit à employer les deux formes des paragraphes 2 et 3, en les ajoutant, le potentiel newtonien interne dû au soulèvement $(\varepsilon + \eta)e^{i\theta t}$ aura pour expression $(\Phi_i + \Psi_i)e^{i\theta t}$.

Il reste d'ailleurs une question délicate, et qu'il serait utile d'examiner : dans quelle mesure les deux types d'expressions Φ et Ψ sont-elles équivalentes, ou foncièrement différentes ?

MAGNÉTISME. — *Sur les propriétés paramagnétiques des terres rares.* Note [1] de MM. B. Cabrera et A. Duperier.

Dans une Note précédente [2] l'un d'entre nous a donné les coefficients d'aimantation des cations des terres rares, mesurés sur les sulfates à huit molécules d'eau, préparés pour la plupart par Auer v. Welsbach. Nos résultats s'accordaient avec les mesures de St. Meyer [3] sur des sels de même origine. Actuellement, pour le calcul des moments, la question de la validité de la formule classique ou de l'une des méthodes quantiques se pose à nouveau, notamment après la théorie de Hund [4]. Cette discussion exigeant

(1) Séance du 10 juin 1929.
(2) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 665.
(3) *Phys. Zeitsch.*, 26, 1925, p. 51 et 479.
(4) *Zeitsch. f. Phys.*, 33, 1925, p. 853.

la connaissance de la constante de Curie que seule l'étude de la variation thermique donne avec exactitude, nous avons fait, entre 20° et 400°, des mesures sur des sulfates anhydres et des oxydes de diverses origines (Auer v. Welsbach, Urbain, Prandtl). Toutes ces substances satisfont en première approximation à la loi de Curie-Weiss :

$$\chi(T + \Delta) = C. \qquad (1)$$

Ce résultat est rigoureusement exact pour les éléments suivants :

Composé.	Δ.	ε pour 100 [1].	Ca.	n [1].
$Gd^2(SO^4)^3$ (Auer)......	$-0,6 \pm 0,5$	0,11	$7,749 \pm 0,035$	39,14
Gd^2O^5 (Urbain).......	$+13\ 3 \pm 0,6$	0,15	$7,730 \pm 0,029$	39,09
$Tb^2(SO^4)^3$ (Auer)......	$+2,3 \pm 1,2$	0,27	$11,574 \pm 0,027$	47,83
$Dy^2(SO^4)^3$ (Auer)......	$+10,8 \pm 0,4$	0,10	$13,705 \pm 0,052$	52,04
Dy^2O^3 (Urbain).......	$+19,0 \pm 0,4$	0,09	$13,654 \pm 0,087$	51,95
$Ho^2(SO^4)^3$ (Auer).....	$+8,1 \pm 0,5$	0,10	$13,821 \pm 0,058$	52,27
Ho^2O^3 »	$+13,9 \pm 0,7$	0,18	$13,604 \pm 0,059$	51,85
$Er^2(SO^4)^3$ »	$+10,8 \pm 0,6$	0,14	$11,329 \pm 0,036$	47,32
Er^2O^3 »	$+15,0 \pm 0,9$	0,21	$11,293 \pm 0,050$	47,24

[1] ε = erreurs, en pour 100, de chaque point relativement à la courbe; n = nombre de magnétons (1 magnéton = 1123,5).

L'ensemble des valeurs de *n* du tableau ci-dessus est une confirmation indubitable du magnéton de Weiss.

Dans un deuxième groupe de substances, la variation de $1/\chi$ en fonction de T est certainement curviligne. C'est le cas des sulfates et des oxydes de Nd, Sm, Eu. On peut représenter les données expérimentales au moyen de l'équation

$$(\chi + k)(T + \Delta') = C, \qquad (2)$$

et les constantes sont contenues dans le tableau suivant :

Composé.	k.	Δ.	ε pour 100.	C.	n.
$Nd^2(SO^4)^3$.....	-460.10^{-6}	$+18,3$	0,17	$1,496 \pm 0,010$	17,19
Nd^2O^3	-350 »	$+26,0$	0,12	$1,456 \pm 0,010$	16,97
$Eu^2(SO^4)^3$.....	-1116 »	$+101,9$	0,17	$1,651 \pm 0,011$	18,06
Eu^2O^3.........	-840 »	$+135,3$	0,18	$1,646 \pm 0,005$	18,04

Les expériences sur le Sm sont difficiles, le paramagnétisme est faible et paraît constant. Nous donnons provisoirement :

$Sm^2(SO^4)^3$ (Auer).......	$k = -975.10^{-6}$	$\chi_{Sm} = (1063 \pm 10).10^{-6}$
Sm^2O^3 (Prandtl).......	-935.10^{-6}	$(951,9 \pm 5,0).10^{-6}$

Ces résultats obtenus, nous avons constaté que les composés du Pr, Tu et Yb, qui avaient d'abord été considérés comme obéissant à la loi (1) de Curie-Weiss, satisfont mieux à l'équation (2) avec les constantes du tableau suivant :

	k.	Δ.	Σ pour 100.	C.	n.
PrO^2 (Prandtl).....	-80.10^{-6}	$+128,8$	0,28	$0,861\pm0,010$	13,05
$Pr^2(SO^4)^3$ (Auer)....	-160 »	$+41,2$	0,16	$1,653\pm0,010$	18,05
Pr^2O^3 (Prandtl)....	-135 »	$+63,4$	0,19	$1,617\pm0,005$	17,88
$Tu^2SO^4)^3$ (Auer)....	$+770$ »	$+40,5$	0,10	$7,221\pm0,003$	37,78
Tu^2O^3 » (1)..	$+257$ »	$+41,6$	0,16	$6,617\pm0,011$?	36,16?
$Yb^2(SO^4)^3$ »	$+434$ »	$+95,4$	0,07	$3,162\pm0,031$	25,00
Yb^2O^3 » (2)..	$+160$ »	$+104,5$	0,23	$2,644\pm0,015$?	22,86?

(1) Impureté : carbonate. (2) Impureté : Lu.

L'introduction de la nouvelle constante k laisse une latitude de 3 à 4 dixièmes au nombre de magnétons n. Nous avons choisi k et Δ de manière à obtenir un nombre entier. Donc, pour ces dernières substances, l'expérience montre seulement que le moment est compatible avec le magnéton de Weiss.

Les valeurs de n coïncident pour les sulfates et les oxydes, quoique l'origine soit fréquemment différente.

Le terme $-k$ représente une susceptibilité indépendante de la température, paramagnétique pour les éléments voisins de Sm, diamagnétique pour le Tu et le Yb. Elle ne peut provenir d'impuretés et peut être attribuée à une déformation de l'atome.

Hund attribue au Eu^{+++} un moment nul. On a pensé que la valeur assez élevée de n, obtenue déjà avec l'octohydrate, provenait de la présence du Gd comme impureté, dénoncée par St. Meyer. Mais les deux substances étudiées ici, le sulfate et l'oxyde, donnent le même nombre ($n=18$), bien que la dernière contienne non du Gd, qui élèverait l'aimantation, mais du Sm (Urbain), qui l'abaisse. L'estimation quantitative de St. Meyer est donc certainement exagérée.

M. E.-L. **Bouvier** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé *Faunes des Colonies françaises. Les Saturnioïdes de l'Afrique tropicale française*.

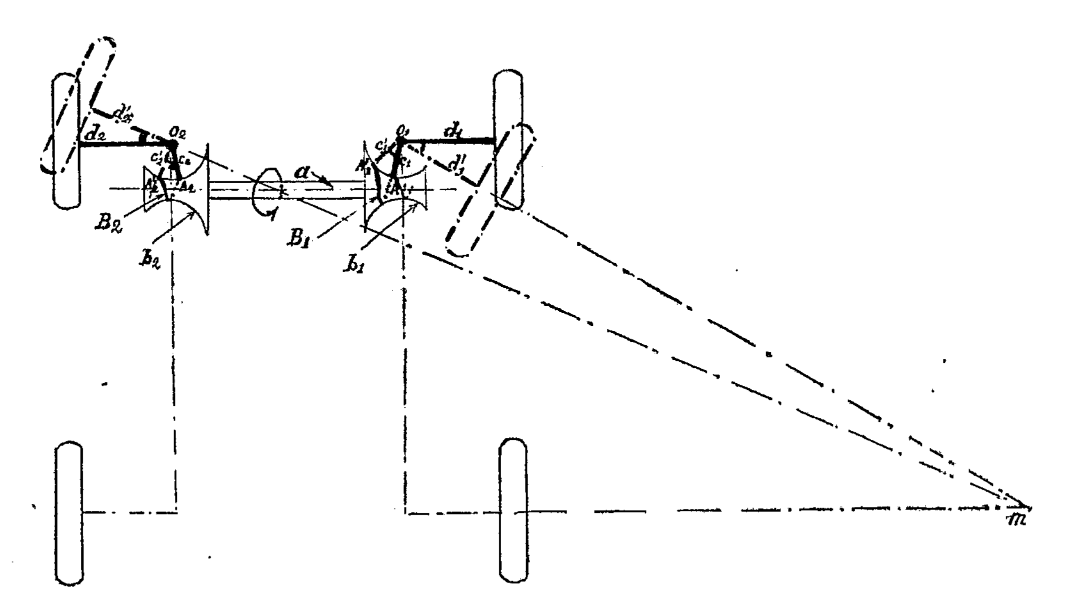
M. **Jules Richard** fait hommage à l'Académie du fascicule LXXVII des *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht* par Albert Ier, prince souverain de Monaco : *Cumacés et Leptostracés*, par Louis Fage.

PLIS CACHETÉS.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Virage théorique correct de l'automobile.* Note de M. **F.-E. Myard**, retirée, sur sa demande, du pli cacheté n° 8908 déposé le 12 septembre 1921.

Il faut que les directions des deux fusées avant se coupent constamment sur l'axe des roues arrière.

La barre a, qui tourne sur son axe par commande du volant, porte les deux portions de tores b_1 et b_2.



Sur les axes de braquage o_1 et o_2 sont fixés respectivement les leviers c_1 et c_2 et les fusées d_1 et d_2.

Soient A_1 et A_2 les points de contact respectifs des leviers c_1 et c_2 sur les

tores b_1 et b_2 dans la position médiane (marche en ligne droite). Traçons sur le tore de droite b_1 la rainure B_1 dans laquelle coulisse l'extrémité du levier c_1, et faisons tourner la barre a autour de son axe.

Lorsqu'elle aura fait un tour, par exemple, le levier c_1 sera venu en c'_1 (figure en trait mixte), c'est-à-dire le point A_1 en A'_1 et la fusée d_1 en d'_1, ce qui définit le point m.

Il faudra alors que la fusée d_2 soit en d'_2, c'est-à-dire que le levier c_2 soit en c'_2, donc que le point A_2 soit venu en A'_2. Le point A'_2, qui est le point cherché, devra donc faire partie de la rainure B_2 qu'on veut tracer. On obtiendra cette dernière par points successifs de la même manière, en faisant faire à la barre a des rotations de toute grandeur.

La rainure B_2 sera donc la courbe conjuguée de la rainure B_1. Voilà pour la rotation à droite. On comprend que, par raison de symétrie, on obtiendra la rotation à gauche en traçant sur la partie libre des tores b_1 et b_2 les mêmes courbes, mais interverties.

Ce système robuste et ramassé, en plus de la solution parfaitement théorique qu'il donne, présente l'avantage de supprimer les longs leviers suspendus, soumis à toutes les vibrations et secousses, et devant travailler à la compression.

La transmission de la commande du volant à la barre a peut se faire par engrenages hélicoïdaux, sans oublier le libre mouvement dû aux ressorts, de la barre du volant par rapport à la barre a.

Le taillage des rainures se fait sans difficulté en utilisant un couteau commandé par un modèle reproducteur.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** invite l'Académie à lui désigner deux de ses Membres qui occuperont, dans le *Conseil de perfectionnement de l'École polytechnique* les places vacantes par l'expiration des pouvoirs de MM. *H. Deslandres* et *H. Le Chatelier*.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux ou trois candidats à la Chaire de *Machines*, vacante au Conservatoire national des Arts et Métiers.

(Renvoi à une Commission composée de la Section de Mécanique et de M. le Secrétaire perpétuel pour les Sciences mathématiques.)

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux ou trois candidats à la Chaire d'*Économie industrielle et statistique* vacante au Conservatoire national des Arts et Métiers.

(Renvoi à une Commission composée de la Section de Géométrie et de M. le Secrétaire perpétuel pour les Sciences mathématiques.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Contribution à l'étude de la Faune de Madagascar,* par G. Petit. Première partie. (Présenté par M. L. Mangin.)

2° *Contribution à l'étude de la Faune du Cameroun*, par Théodore Monod. (Présenté par M. L. Mangin.)

3° P. Bricout. *Ondes et électrons.* (Présenté par M. Ch. Fabry.)

GÉOMÉTRIE. — *Configurations géométriques de droites ou cercles.* Note de M. **Bertrand Gambier**.

1. J'ai indiqué récemment (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1219) que de simples énumérations peuvent conduire, sinon à la démonstration, du moins à l'énoncé de théorèmes. Je vais appliquer des considérations du même ordre à certaines configurations de cercles; en raison d'une analogie remarquable avec la configuration des 10 droites de Morley-Petersen ([1]), je rappelle d'abord quelques résultats relatifs à ces dernières.

2. Cherchons n droites de l'espace euclidien à 3 dimensions dont chacune coupe orthogonalement p droites du groupe, en écartant le cas où deux ou plusieurs droites seraient parallèles, ou encore celui où trois droites seraient concourantes; remarquons que le groupe à 7 paramètres de la similitude conserve la définition de la configuration. Les restrictions apportées montrent que, supposant $p=3$, et numérotant les droites 1, 2, ... n, la droite 1 coupant orthogonalement 2, 3, 4, les droites 2, 3, 4 coupent orthogonalement des droites qui doivent respectivement s'appeler (1, 5, 6), (1, 7, 8),

([1]) R. Bricard, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 5e série, 2, 1923, p. 41. — J. Pérès, *Ibid.*, 6e série, 1, 1926, p. 193.

(1, 9, 10), de sorte que n est au minimum égal à 10; avec cette valeur minimum, on peut former un tableau logiquement cohérent (et un seul):

$$1(2, 3, 4);\quad 2(1, 5, 6);\quad 3(1, 7, 8);\quad 4(1, 9, 10);\quad 5(2, 7, 9);\quad 6(2, 8, 10);$$
$$7(3, 5, 10);\ 8(3, 6, 9);\quad 9(4, 8, 5);\quad 10(4, 6, 7),$$

où chaque parenthèse indique les trois droites relatives à celle qui précède cette parenthèse. D'autre part n, p restant indéterminés on a $4n$ paramètres métriques liés par pn relations, de sorte qu'il est naturel, au premier abord du moins, de ne garder que les systèmes n, p vérifiant $n(4-p) \geqq 7$; le maximum de p est donc 3, valeur employée plus haut; les restrictions faites ont empêché d'adopter $n = 7, 8$ ou 9 (remarquons par exemple que, dans un même plan, $n = 6$, $p = 3$ réussirait avec trois droites parallèles, puis trois droites perpendiculaires aux premières).

Adoptant $n = 10$, $p = 3$, l'énumération garantit l'existence de solutions, sans toutefois pouvoir affirmer si ces solutions ne sont pas impropres, puis sans donner le nombre exact de paramètres arbitraires : ce nombre est 10, *augmenté d'un entier h positif ou nul, provisoirement inconnu;* or le système (1, 2, 3, 4) dépend de 10 paramètres et la droite 5 est à choisir parmi les ∞^2 droites coupant 2 à angle droit; si 5 est choisie, les autres droites s'obtiennent successivement sans ambiguïté, comme perpendiculaires communes à deux droites déjà connues, suivant le schéma 7(3,5) 9(4,5), 8(3,9), 10(4,7), 6(8,10); de la sorte l'énumération ne peut donner que l'inégalité $0 \leqq h \leqq 2$.

L'étude de Morley-Petersen donne $h = 2$, ce qui constitue un beau théorème de géométrie.

3. Cherchons n cercles de l'espace euclidien à 3 dimensions tels que chacun soit *perpendiculaire* (¹) à p cercles de la configuration; écartons le cas où trois cercles peuvent se trouver sur une même sphère, ou se couper tous les trois aux mêmes points, ou bien où deux cercles i, j sont perpendiculaires aux deux cercles k, l. Le groupe conforme, à 10 paramètres, conserve la définition de la configuration; on a $6n$ paramètres liés par $\frac{3pn}{2}$ conditions; *p ou n doit être pair;* prenons d'abord $n = 2n'$; comme plus haut on supposera

$$3n'(4-p) \geqq 10;$$

le maximum de p est 3; pour les mêmes raisons que plus haut, les restrictions faites montrent que $n' = 4$ est à écarter et il reste avec la valeur mini-

(¹) HADAMARD, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 6ᵉ série, 2, 1927, p. 257-270 et 289-320. La dénomination est due à M. Vessiot.

mum de n, $n=10$, $p=3$, et le même tableau cohérent logiquement que plus haut. La solution de ce type comprend donc $15+h$ paramètres, h étant encore un entier positif ou nul inconnu. Or le système des cercles (1, 2, 3, 4) dépend de 15 paramètres (au plus); le choix de 5 ne peut introduire que 0, 1, 2 ou 3 paramètres nouveaux et ce choix détermine pour les cercles restants un nombre fini de solutions. Une solution évidente, relativement banale, s'obtient en supposant tous les cercles concourants en un point unique : l'inversion ramène aussitôt à la configuration des 10 droites de Petersen-Morley; cette solution fait intervenir 15 paramètres métriques. Une autre solution, à 16 paramètres, que m'a signalée M. Cartan, s'obtient en partant de trois cercles A, B, C orthogonaux à une même sphère (de centre réel et rayon soit réel soit imaginaire pur) : j'y reviendrai dans une Note ultérieure; la configuration comprend même 20 cercles réels, si le rayon de la sphère est imaginaire pur, répartis en 10 couples de cercles *conjugués;* les deux cercles d'un même couple sont orthogonaux aux cercles de trois autres couples. Il est assez probable que ces deux solutions épuisent tous les cas possibles.

Pour p pair égal à $2p'$, on écrit de même $3n(2-p')\geqq 7$; le maximum de p est 2; levant la dernière restriction, le minimum de n est 4, on a deux cercles (1, 4) avec leurs deux cercles perpendiculaires communs, et le total (1, 2, 3, 4) dépend de 12 paramètres, quel que soit le type de solutions; si l'un des couples (1, 4), (2, 3) est paratactique, l'autre l'est aussi; sinon un des deux couples est conjugué.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les suites de Laplace périodiques contenant une congruence* W. Note de M. S. **Finikoff**.

Considérons une suite de Laplace périodique telle que la quatrième transformée de la surface initiale soit identique à la surface initiale. En adoptant les notations de ma précédente Note : *Sur les congruences de M. Goursat* [1], prenons comme sommets (x), (X), (Y), (y) du tétraèdre fondamental les points correspondants des quatre nappes des surfaces focales de la suite. Nous avons alors

$$q=q_1=N=N_1=R=R_1=S=S_1=0.$$

---

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1367.

Les conditions d'intégrabilité du système fondamental donnent

$$p = -\frac{\partial \log \rho}{\partial v}, \qquad p_1 = -\frac{\partial \log \sigma}{\partial u}, \qquad P = \frac{\partial \log Q}{\partial u}, \qquad P_1 = \frac{\partial \log Q_1}{\partial v},$$

et, pour un choix convenable des paramètres u, v,

$$\frac{\partial^2 \log \rho}{\partial u\, \partial v} - \rho\sigma = \frac{1}{\rho Q_1}, \qquad \frac{\partial^2 \log \sigma}{\partial u\, \partial v} - \rho\sigma = \frac{1}{\sigma Q},$$

$$\sigma Q_1 = \rho Q, \qquad \frac{\partial^2}{\partial u\, \partial v} \log \frac{Q_1}{\rho} = QQ_1 - \rho\sigma.$$

Si la congruence (x, y) est une congruence W nous avons

$$QQ_1 - \rho\sigma = 0$$

et par suite

$$Q^2 = \sigma^2, \qquad Q_1^2 = \rho^2.$$

Donc la congruence appartient à un complexe linéaire qui est déterminé par les équations

$$\frac{\partial^2 \log \rho}{\partial u\, \partial v} - \frac{1}{\rho^2} = \frac{\partial^2 \log \sigma}{\partial u\, \partial v} - \frac{1}{\sigma^2} = \rho\sigma.$$

Le système fondamental prend la forme

$$x_u = \rho y, \qquad x_v = X + x\frac{\partial \log \rho}{\partial v},$$

$$y_u = Y + y\frac{\partial \log \sigma}{\partial u}, \qquad y_v = \sigma x,$$

$$X_u = \frac{-x}{\rho^2}, \qquad X_v = -X\frac{\partial \log \rho}{\partial v} - \sigma Y,$$

$$Y_u = -\rho X - Y\frac{\partial \log \sigma}{\partial u}, \qquad Y_v = \frac{-y}{\sigma^2}.$$

Donc si une suite de Laplace de périodicité 4 contient une congruence W, *les deux congruences opposées* (xy) *et* (XY) *appartiennent au même complexe linéaire et les deux autres sont des congruences de Goursat.*

Nous obtenons la même configuration en prenant pour point de départ la congruence de M. Goursat.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Des congruences rectilignes sur les surfaces focales desquelles se correspondent les lignes de courbure.* Note [1] de M. **Pasquale Calapso.**

Les congruences sur les surfaces focales desquelles se correspondent les lignes de courbure, *si elles ne sont pas de Guichard*, sont des congruences W.

Pour les caractériser introduisons les coordonnées X_r de la ligne droite d'après Klein $\left(\sum_1^6 X_r^2 = 0\right)$; si u et v sont les paramètres des asymptotiques qui se correspondent sur les surfaces focales, par un théorème de Darboux, sur les congruences W, les fonctions X_r vérifient une même équation de Laplace. La somme des carrés étant nulle, l'expression quadratique $\sum_1^6 dX_r^2$ a la forme orthogonale

$$\sum_1^6 dX_r^2 = h^2\, du^2 + l^2\, dv^2. \tag{1}$$

Considérons à part un espace S_4 à quatre dimensions, et interprétons les X_r comme des coordonnées pentasphériques de point en cet espace; dans ce cas, les coordonnées cartésiennes sont

$$x_1 = \frac{X_1}{X_5 + iX_6}, \qquad x_2 = \frac{X_2}{X_5 + iX_6}, \qquad x_3 = \frac{X_3}{X_5 + iX_6}, \qquad x_4 = \frac{X_4}{X_5 + iX_6}$$
$$(i = \sqrt{-1});$$

ce point décrit une surface S qui admet un réseau orthogonal.

Soient n_1, n_2 deux normales à la surface S (d'après Guichard); r_1, r_2 les rayons de courbure sur n_1; R_1, R_2 les rayons de courbure sur n_2. Introduisons les expressions

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{1}{r_1} + \frac{i}{R_1}, \qquad \frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{r_2} + \frac{i}{R_2},$$
$$\frac{1}{\bar{\rho}_1} = \frac{1}{r_1} - \frac{i}{R_1}, \qquad \frac{1}{\bar{\rho}_2} = \frac{1}{r_2} - \frac{i}{R_2}.$$

Il faut remarquer que, prenant les coordonnées pentasphériques dans les

[1] Séance du 13 mai 1929.

trois ordres différents

$$X_1,\quad X_2,\quad X_3,\quad X_4,\quad X_5,\quad X_6,$$
$$X_1,\quad X_3,\quad X_5,\quad X_6,\quad X_3,\quad X_4,$$
$$X_3,\quad X_4,\quad X_5,\quad X_6,\quad X_1,\quad X_2,$$

on obtiendra trois surfaces S, S′, S″ se correspondant par transformations conformes; introduisons pour S′, S″ les quantités analogues à (2).

Cela posé, revenons à l'espace S_3 où varie la droite qui décrit la congruence W, et indiquons par (x, y, z) les coordonnées du foyer F et par (x', y', z') celles du foyer F′.

Un calcul que nous ne reproduisons pas nous donne les formules suivantes :

$$(3)\quad \begin{cases} \theta\dfrac{\partial x}{\partial u} = \dfrac{h}{\rho_1}, & \theta\dfrac{\partial y}{\partial u} = \dfrac{h}{\rho'_1}, & \theta\dfrac{\partial z}{\partial u} = \dfrac{h}{\rho''_1}, \\ -i\theta\dfrac{\partial x}{\partial v} = \dfrac{l}{\rho_2}, & -i\theta\dfrac{\partial y}{\partial v} = \dfrac{l}{\rho'_2}, & -i\theta\dfrac{\partial z}{\partial v} = \dfrac{l}{\rho''_2}; \end{cases}$$

$$(4)\quad \begin{cases} \theta_1\dfrac{\partial x'}{\partial u} = \dfrac{h}{\bar\rho_1}, & \theta_1\dfrac{\partial y'}{\partial u} = \dfrac{h}{\bar\rho'_1}, & \theta_1\dfrac{\partial z'}{\partial u} = \dfrac{h}{\bar\rho''_1}, \\ i\theta_1\dfrac{\partial x'}{\partial v} = \dfrac{l}{\bar\rho_2}, & i\theta_1\dfrac{\partial y'}{\partial v} = \dfrac{l}{\bar\rho'_2}, & i\theta_1\dfrac{\partial z'}{\partial v} = \dfrac{l}{\bar\rho''_2}, \end{cases}$$

où h et l sont les fonctions qui interviennent dans l'équation (1), et θ, θ_1 des facteurs qu'il est inutile de calculer ici.

Les équations (3) et (4) nous permettent de caractériser les congruences particulières W, sur les focales desquelles se correspondent les lignes de courbure.

Si nous posons pour abréger

$$\sum\left(\frac{1}{\rho_1}\right)^2 = \frac{1}{\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_1'^2} + \frac{1}{\rho_1''^2}$$

et les expressions analogues, la condition caractéristique de la congruence en question est

$$(5)\quad \frac{\sum\left(\frac{1}{\rho_1}\right)^2}{\sum\left(\frac{1}{\rho_2}\right)^2} = \frac{\sum\left(\frac{1}{\bar\rho_1}\right)^2}{\sum\left(\frac{1}{\bar\rho_2}\right)^2}.$$

Ainsi le problème posé se résout au moyen d'un problème équivalent dans l'espace à quatre dimensions.

Si nous nous proposons de déterminer la surface S par des équations de la forme

$$x_3 = f(x_1 x_2), \qquad x_4 = \varphi(x_1 x_2),$$

l'équation (5) se traduit en une équation aux dérivées partielles du second ordre pour les fonctions f et φ, laquelle doit être satisfaite avec l'autre exprimant que la surface admet un réseau orthogonal.

Ce problème est du quatrième ordre.

ANALYSIS SITUS. — *Intégrales multiples et* Analysis situs. Note de M. **Georges de Rham**, présentée par M. Hadamard.

Le rôle des nombres de Betti dans la théorie des intégrales multiples apparaît dans des théorèmes encore admis sans preuve [1]. Voici l'esquisse d'une démonstration, valable pour une variété fermée à n dimensions, V, qui peut être subdivisée par des calottes simplement connexes de manière à former un polyèdre P.

Pour énoncer ces théorèmes, désignons par c^q un champ d'intégration fermé à q dimensions et par ω un élément d'intégrale d'ordre q, définis sur V [2]; soit ω' l'élément d'intégrale qui dérive de ω par la formule de Stokes généralisée; disons que ω est fermée si $\omega' = 0$ et homologue à zéro s'il existe un élément ϖ dont ω dérive : $\varpi' = \omega$. Les périodes d'une intégrale fermée sont les valeurs qu'elle prend étendue à des champs fermés; la formule de Stokes montre que cette valeur est nulle si l'intégrale ou le champ est homologue à zéro.

Théorème I. — *Une intégrale fermée dont toutes les périodes sont nulles est homologue à zéro.*

Théorème II. — *Étant donnés p champs d'intégration fermés entre lesquels n'existe aucune homologie, on peut trouver une intégrale fermée prenant, étendue à ces p champs, p valeurs données* [3].

Corollaire. — *Le $q^{\text{ième}}$ nombre de Betti de V, défini comme le nombre maximum de champs c^q entre lesquels n'existe aucune homologie, est aussi égal au nombre maximum d'intégrales fermées d'ordre q entre lesquelles n'existe aucune homologie.*

Soient a_i^q les éléments de P et b_i^{n-q} ceux du polyèdre réciproque P′ [4].

---

(1) Cf. E. Cartan, *Comptes rendus*, **187**; 1928, p. 196-197.

(2) Les champs et les intégrales considérés ici doivent satisfaire, en tout point de V, à des conditions générales de continuité et de régularité.

(3) I et II sont équivalents aux théorèmes A et B de E. Cartan (*loc. cit.*).

(4) Cf. Poincaré, complément à l'*Analysis situs* (*Rend. di Palermo*, **13**, 1899, p. 285 à 343).

On peut faire correspondre à chaque élément b_i^{n-q} de P′ une intégrale d'ordre q, $\omega(b_i^{n-q})$ telle que, si b_i^{n-q} est limitée par $\sum_j e_j b_j^{n-q-1}$, on ait

$$\omega'(b_i^{n-q}) = \sum_j e_j \omega(b_j^{n-q-1}),$$

et que

$$\int_{a_k^q} \omega(b_i^{n-q}) = \delta_i^k \quad (0 \text{ si } i \neq k, \ 1 \text{ si } i = k).$$

La construction de ces intégrales se fait aisément en commençant par celles d'ordre n et en utilisant le lemme V ci-dessous. Grâce aux deux propositions suivantes :

III. *Toute intégrale fermée est homologue à une combinaison linéaire des* $\omega(b_i^{n-q})$.

IV. *Tout champ fermé est homologue à une combinaison linéaire des* a_i^q (¹).

Les théorèmes I et II se ramènent au suivant, dû à Poincaré (²) : *pour que* $\Sigma x_i a_i^q$ *supposé fermé soit homologue à zéro avec division, et il suffit qu'on ait* $\Sigma x_i y_i = 0$ *quel que soit* $\Sigma y_i b_i^{n-q}$ *fermé.*

La démonstration de III et de IV ne saurait trouver place ici. Bornonsnous à citer deux lemmes qui y jouent un rôle important :

V. *Une intégrale* ω *d'ordre* q, *fermée et nulle hors d'un intervalle* I *de l'espace à* n *dimensions, dérive d'une intégrale* ϖ, $\varpi' = \omega$, *nulle hors de* I. *Si* $q = n$, *il faut de plus que* $\int_I \omega = 0$.

VI. *Un champ fermé contenu dans* I *limite un champ contenu aussi dans* I.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Hypothèses concernant la résolution des problèmes aux limites du type elliptique.* Note de M. **Maurice Gevrey.**

La rédaction d'un Mémoire sur les fonctions de Green, où sont développées mes Notes précédentes (³) sur l'équation linéaire du type elliptique à m variables $F_P(u) = f_P$, m'a permis de préciser les hypothèses sur les

(¹) Cf. J. W. Alexander, *Trans. of the Am. math. Soc.*, 16, 1915, p. 148.

(²) *Loc. cit.*

(³) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1109 et 1632, et aussi 182, 1926, p. 36 (Note citée plus loin).

coefficients de F, fonctions du point $P(x_i)$, et sur la frontière S du domaine D, où l'on veut calculer u, vérifiant des conditions données sur S. J'avais indiqué que ce genre de problèmes peut se résoudre soit avec une *fonction de Green* G_P^Π, solution de $F=0$ et de l'adjointe en $\Pi(\xi_i)$, soit en utilisant simplement une *fonction auxiliaire* V_P^Π, qui n'est autre qu'une *quasi-fonction de Green* : nous entendons par là que V et G, en tant que fonctions de P, vérifient la même condition aux limites et ont la même singularité pour $P\Pi=0$, le pôle de $F_P(V_P^\Pi)$ étant d'ordre $<m$. *Or ces deux méthodes se ramènent à une seule.*

Prenons comme exemple le problème de Dirichlet : la solution est

$$u_P = q\int_S \frac{\partial G_P^M}{\partial N_M} u_M\, dS_M - q\int_D G_P^\Pi f_\Pi\, d\omega_\Pi$$

(N conormale intérieure, $q=[(m-2)\sigma_m]^{-1}$, σ_m surface de l'hypersphère unitaire). G_P^Π a pour expression $V_P^\Pi + \int_D V_P^Q \Phi_Q^\Pi\, d\omega$, Φ_P^Π étant la résolvante du noyau $qF_P(V_P^\Pi)$ pour la valeur *un* du paramètre λ de Fredholm. On en déduit aisément

$$(1) \qquad u_P = q\int_D V_P^\Pi \varphi_\Pi\, d\omega_\Pi + \chi_P, \qquad \chi_P = q\int_S \frac{\partial V_P^M}{\partial N_M} u_M\, dS_M,$$

φ satisfaisant à l'équation intégrale

$$(2) \qquad \varphi_P - q\int_D F_P(V_P^\Pi)\varphi_\Pi\, d\omega_\Pi = F_P(\chi) - f_P.$$

Or on montre que χ est égale à u sur S : les équations (1) et (2) sont donc celles que j'avais envisagées dans ma Note sur la *résolution des problèmes aux limites sans fonction de Green* (mais sans donner l'expression générale de χ).

Pour former V, nous supposerons [1] f et les coefficients de F *continus à la Hölder* ($|f_P - f_{P'}| < k|PP'|^\alpha$, k fixe et $\alpha \leqq 1$). Soient alors $a_{ik}(P)$ le coefficient de $\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k}$, a_{ik} son mineur et $\mathfrak{S}$ la forme $\Sigma a_{ik}(\Pi)(x_i-\xi_i)(x_k-\xi_k)$, avec le déterminant des a_{ik} égal à *un*. Nous poserons $V_P^\Pi = \mathfrak{S}^{1-\frac{m}{2}} - \mathfrak{S}_2^{1-\frac{m}{2}}$, où $\mathfrak{S}_2$ désigne $\mathfrak{S}+4s\sigma$ et s une fonction $s(P)$[avec $\sigma=s(\Pi)$] satisfaisant aux

(1) Pour les coefficients autres que les a_{ik} les conditions d'existence des dérivées secondes du potentiel spatial peuvent suffire.

conditions suivantes : 1° dans D, s est >0 et, sur S, $s=0$ et

$$\frac{\partial s}{\partial n}=[\Sigma a_{ik}\alpha_i\alpha_k]^{-\frac{1}{2}}=\Psi^{-\frac{1}{2}}$$

(α_i cosinus directeur de la normale intérieure n); 2° les dérivées premières de s sont continues à la Hölder dans D + S et le produit de ses dérivées secondes par $s^{1-\alpha}$ est borné.

Dans ces conditions $F_P(V_P^\Pi)$ a la forme

$$\sigma\left[K_1 s^{\alpha-1}\mathfrak{S}_2^{-\frac{m}{2}}+K_2\mathfrak{S}_2^{-\frac{1}{2}}\mathfrak{S}^{\frac{\alpha-m}{2}}\right],$$

K_1 et K_2 étant des fonctions de P et Π continues (sauf peut-être pour $s=0$ et $P\Pi=0$) et *bornées* dans D + S. Cette forme permet le calcul de Φ, donc de G, ou, si l'on préfère, la résolution de (2), qui est possible du fait que $s^{2-\alpha}F(\chi)$ est borné dans D + S.

Comment choisir s ? — La fonction $\frac{\sigma_m}{2}\left[\int_S |PM|^{-m}\psi^{\frac{1}{2}}\,dS_M\right]^{-1}$ satisfait aux conditions imposées à s, pourvu que les normales en deux points M et M′ fassent un angle $<k|MM'|^\alpha$ (¹).

Lorsqu'on se donne $H\frac{\partial u}{\partial N}+Ku=L$ sur S (*problème mixte*), on a une théorie analogue grâce au *point-image* $P_1\left(x'_i=x_i-2s\Sigma_k\overline{a_{ik}}\frac{\partial s}{\partial x_k}\right)$, $\overline{a_{ik}}$ étant soit a_{ik} lui-même s'il est deux fois dérivable, soit une fonction égale à a_{ik} sur S (formée comme il est dit en note).

Supposons $H=1$: pour $K=0$, on a le *problème de Neumann*, dont la solution est encore donnée par (1) et (2), χ étant égale à $q\int_S V_P^M L\,dS_M$ et V à $\mathfrak{S}_1^{1-\frac{m}{2}}+\mathfrak{S}^{1-\frac{m}{2}}$, où $\mathfrak{S}_1$ s'obtient en remplaçant P par P_1 dans $\mathfrak{S}$. Ici $\frac{\partial\chi}{\partial N}=L$ et $s^{1-\alpha}F(\chi)$ est borné.

Le problème mixte se ramène au problème de Neumann (pour $H=1$) en posant $u=ve^z$, z étant l'intégrale $-q\int_S V_P^M K\,dS_M$, car $\frac{\partial v}{\partial N}=Le^{-z}$ sur S; la

(¹) Avec l'exposant $-n$ au lieu de -1, on aurait une fonction *nulle sur* S *ainsi que ses* $n-1$ *premières dérivées normales*, la $n^{\text{ième}}$ ayant une *valeur donnée*. De même

$$\left[\int_S r^{-m}\,dS\right]^{-1}\int_S r^{-m}u\,dS$$

prend la valeur u sur S ($r=PM$).

continuité de L et K suffit, mais on peut traiter le cas de discontinuités finies.

Tous les problèmes aux limites sont ainsi résolus en supposant *les coefficients et le champ de normales continus à la Hölder :* la méthode permet donc, avec un changement de variables, de traiter le cas des *points anguleux*, que nous avions résolu autrement.

Il y a *cas singulier* quand $\lambda = 1$ est racine d'ordre p du déterminant de Fredholm : l'équation (2) sans second membre et son associée ont alors respectivement p solutions distinctes Z_i et z_i et les conditions de possibilité du problème de Dirichlet ou de Neumann sont $\int_S [F_P(\chi) - f_P] z_i(P)\, d\omega_P = 0$. La solution est de la forme $u + \Sigma C_i L_i$ (C_i constante).

Si le coefficient c de u est nul dans F, $\lambda = 1$ est *racine simple pour le problème de Neumann :* celui-ci n'admet que la solution $u = \text{const.}$ pour $L = 0$ et $f = 0$. Si c et K sont $\leqq 0$, non nuls tous deux identiquement, *le problème mixte n'a qu'une solution.*

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur un problème fondamental de la théorie des tourbillons.* Note (1) de M. **J. Delsarte.**

La solution donnée par H. Poincaré du problème de la détermination des vitesses d'un fluide parfait dans un vase simplement connexe où l'on connaît les tourbillons, n'est pas sans présenter quelques difficultés. Tout d'abord elle exige la connaissance des vitesses à la paroi (ce point a été récemment éclairci par M. Henri Villat) et de plus la validité de cette solution n'est pas absolument évidente car la démonstration, classique dans le cas d'une distribution en volume de tourbillons, s'applique malaisément à la nappe de tourbillons introduite par Poincaré. On pourrait présenter la question de la manière suivante :

Désignons par A l'intérieur du vase, par S sa surface et par B l'extérieur; proposons-nous de déterminer dans tout l'espace un champ de vitesses

$$\vec{V} = \overrightarrow{\text{curl}}\,\vec{W}$$

avec

$$\vec{W} = \vec{W}_1 + \vec{W}_2.$$

(1) Séance du 3 juin 1929.

les composantes P_1, Q_1, R_1, de $\overrightarrow{W}_1$ étant

$$P_1 = \frac{1}{2\pi}\int_A \frac{\xi' d\tau'}{r}, \qquad Q_1 = \frac{1}{2\pi}\int_A \frac{\eta' d\tau'}{r}, \qquad R_1 = \frac{1}{2\pi}\int_A \frac{\zeta' d\tau'}{r},$$

où (ξ, η, ζ) est le tourbillon donné. Nous voulons de plus que $\overrightarrow{V}$ soit nul dans B et que les composantes de $\overrightarrow{W}_2$ soient des potentiels de simples couches étendues sur S

$$P_2 = \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{l' d\sigma'}{r}, \qquad Q_2 = \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{m' d\sigma'}{r}, \qquad R_2 = \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{n' d\sigma'}{r},$$

enfin nous posons la condition que l'on ait dans A

$$\overrightarrow{\text{curl}\, V} = 2(\xi, \eta, \zeta).$$

Il résulte immédiatement de tout cela que

$$\text{div}\, \overrightarrow{W}_2$$

est constant dans A et dans B. De plus en tenant compte des discontinuités des dérivées normales du potentiel de simple couche on constate que cela a pour conséquence que

$$\alpha l + \beta m + \gamma n$$

est constant sur S (on a désigné par (α, β, γ) les cosinus directeurs de la normale extérieure à S). On peut même supposer nulle cette quantité car cela revient à ajouter à $\overrightarrow{W}_2$ l'attraction d'une masse homogène épandue dans A. Dans ces conditions div $\overrightarrow{W}_2$ devient nulle dans tout l'espace.

Ceci posé, remarquons que les composantes de $\overrightarrow{W}_2$ étant harmoniques dans B ainsi que celles de $\overrightarrow{\text{curl}\, W_2}$, il est nécessaire et suffisant pour que $\overrightarrow{V}$ soit nul dans B que l'on ait sur S

$$\overrightarrow{\text{curl}\, W_1} + \overrightarrow{\text{curl}\, e\, W_2} = 0$$

par continuité extérieure. Cette relation développée donne le système de Fredholm

$$\frac{1}{2}(n\beta - m\gamma) = \frac{\partial R_1}{\partial y} - \frac{\partial Q_1}{\partial z} + \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{n'\beta_1 - m'\gamma_1}{r^2} d\sigma'$$

....

en désignant par $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ les cosinus directeurs de la droite qui joint le

point où l'on calcule les curl au point courant de S. Ce système, où ne figurent que des curl, a une infinité de solutions ne différant l'une de l'autre que par les composantes de l'attraction de masses homogènes épandues dans A, et si l'on suppose que

$$\alpha l + \beta m + \gamma n = 0,$$

il n'a plus qu'une solution. (Il est naturellement nécessaire, pour que le système soit possible, que le flux de $\overrightarrow{\text{curl}\, W_1}$ au travers de S soit nul, condition évidemment remplie.)

On montre ensuite que la solution ainsi obtenue convient, car div $\overrightarrow{W_2}$, évidemment nulle dans B et continue à la traversée de S, doit être nulle dans A puisqu'elle est harmonique dans cette région et nulle à la surface. Il faut ensuite remarquer que si l'on calcule $\overrightarrow{\text{curl}\, W_2}$, par continuité intérieure, sur S et si l'on tient compte du système vérifié par $\overrightarrow{W_2}$, on obtient comme composantes de la vitesse à la surface

$$u = n\beta - m\gamma, \qquad v = l\gamma - n\alpha, \qquad w = m\alpha - n\beta;$$

d'où

$$l = \gamma v - \beta w, \qquad m = \alpha w - \gamma u, \qquad n = \beta u - \alpha v,$$

en tenant compte de

$$\alpha l + \beta m + \gamma n = 0.$$

On retrouve bien ainsi les formules de Poincaré, les vitesses à la surface étant cette fois connues. Ajoutons enfin que si dans le système de Fredholm obtenu plus haut on effectue le changement de variables faisant passer de l, m, n à u, v, w, on retrouve le système obtenu par M. Henri Villat (¹).

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur un desideratum formulé par Tisserand et la théorie des figures planétaires.* Note de M. **R. Wavre**, présentée par M. Hadamard.

On connaît l'utilité des développements de l'inverse de la distance en polynomes de Legendre pour l'étude des figures d'équilibre. Mais Tisserand, à la page 317 du Tome II de son *Traité de Mécanique céleste*,

(¹) Voir H. Villat, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 837.

exprime le vœu que les développements donnés ne soient employés que là où ils convergent ou bien que leur emploi soit légitimé. Laplace et Poincaré n'ont pas entièrement observé cette condition.

Nous avons cherché à vaincre cette difficulté et cela nous a donné en même temps une méthode qui simplifie beaucoup la résolution de ce problème ardu des figures planétaires.

Nous creusons à l'intérieur de l'astre une cavité C, limitée par une surface S équipotentielle pour la pesanteur, et nous remplaçons l'action de la matière enlevée par une couche de niveau étalée sur S. En appelant M la masse totale de l'astre, U_0 le potentiel newtonien au pôle de S, Q le potentiel de la force centrifuge au point potentié, g l'intensité de la pesanteur sur S, ω la vitesse angulaire, f la constante de la gravitation universelle, ρ la densité, Z la zone comprise entre la surface S et la surface libre de l'astre et r la distance des points potentié et potentiant, on doit avoir la relation

$$(1) \qquad -M + \frac{1}{4\pi}\iint g\,dS + f\iiint \rho\,dZ - \frac{\omega^2}{2\pi}\iiint dC = 0$$

qui n'est qu'une transformation d'une équation de Poincaré et la suivante :

$$(2) \qquad -U_0 + Q + \frac{1}{4\pi}\iint \frac{g}{r}\,dS + f\iiint \frac{\rho}{r}\,dZ + \frac{\omega^2}{2\pi}\iiint \frac{1}{r}\,dC = 0.$$

Ces relations doivent être vérifiées quelle que soit la surface S et quel que soit le point potentié P à l'intérieur de S.

Dans la seconde équation, nous développons $\frac{1}{r}$ suivant les puissances de la distance τ de P au centre de l'astre ; le point P étant dans la cavité, τ peut être supposé inférieur à la plus petite distance du centre à la surface S. Le point potentiant étant sur S ou dans Z, le développement est absolument et uniformément convergent. Quant à l'intégrale étendue à C et à la densité $\rho = 1$, on la calcule à part en satisfaisant encore au desideratum de Tisserand.

Il faut donc annuler tous les coefficients des puissances de τ dans les développements du premier membre de l'équation (2). On obtient ainsi une infinité d'équations. Pour ω petit, on introduit l'aplatissement e

$$e = \sum_{q=0}^{\infty} e_q(t)\,X_q(\cos\theta) + \text{autres fonctions sphériques,}$$

où t est le rayon polaire de S, θ la colatitude géocentrique et X_q les polynomes de Legendre.

Les équations obtenues se résument dans le tableau suivant, où D est la densité moyenne de la matière enlevée, t_1 le rayon polaire de la surface libre, g_0 la pesanteur au pôle de la surface S :

$$\frac{D}{3} t^{2-q}\left(qe + t\frac{de}{dt}\right) + \int_t^{t_1} \rho t^{1-q}\left[(q-2)e - t\frac{de}{dt}\right] dt.$$

$$+ \frac{(2q+1)}{4\pi} \times \begin{cases} -iM + g_0 t^2 + \frac{2}{3}\omega^2 t^3 + 4\pi f \int_t^{t_1} \rho t^2\, dt, \\ -U_0 + \omega^2 t^2 + g_0 t + 4\pi f \int_t^{t_1} \rho t\, dt, \\ -\frac{\omega^2}{3}, \\ 0 \end{cases}$$

Si la surface S est extérieure à l'astre, les intégrales disparaissent. La première ligne du second membre est relative à $q = -1$ et e_0; elle provient de l'équation de Poincaré; la seconde est relative à $q = 0$ et e_0; la troisième à $q = 2$ et e_2, la dernière à $q = 1, 3, 4, 5, \ldots$ et à tous les coefficients des fonctions sphériques fondamentales autres que X_0 et X_2.

De cette dernière relation on déduit très facilement le *théorème de Laplace* suivant lequel la stratification est ellipsoïdale en première approximation.

La troisième équation prise sur la surface extérieure $t = t_1$ donne le *théorème de Clairaut* relatif à la différence de la pesanteur au pôle et à l'équateur. Cette troisième équation dérivée par rapport à t donne l'*équation de Clairaut-Radau*. Les deux premières jointes à la troisième donnent pour $t = t_1$ *la valeur exacte de l'aplatissement* et *de sa dérivée* par rapport à t, ces valeurs ont été données dans notre précédente Note [1] où nous n'avions considéré que le cas $t = t_1$.

Enfin, si l'on met en évidence la partie principale de g_0 et de U_0, on tire des trois premières équations la relation, vraie à l'extérieure de l'astre,

$$e = \frac{\omega^2}{2fM}\left(t^3 + \frac{3k}{t^2}\right),$$

équation de Poincaré où k est une constante en relation avec la constante I de la précession des équinoxes.

---

[1] *Sur le problème des figures d'équilibre d'une masse fluide hétérogène* (*Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 438, et *Errata*, p. 748).

Cette méthode développée ne prendrait guère plus qu'une dizaine de pages; elle permet, on le voit, d'obtenir et de coordonner les principaux résultats classiques et d'opérer en toute rigueur.

PHYSIQUE. — *Déterminations à température élevée de la chaleur spécifique de l'azote et de l'acide carbonique.* Note de M. **Marcel Chopin**, présentée par M. Henri Le Chatelier.

La chaleur spécifique des gaz n'est connue qu'imparfaitement. Dans l'intervalle 0°-200° C. les écarts des différentes déterminations atteignent 4 pour 100. Vers 1000° les divergences s'accentuent très notablement, surtout en ce qui concerne l'acide carbonique.

Mallard et Le Chatelier utilisèrent l'explosion d'un mélange gazeux et ils donnèrent les chaleurs d'échauffement entre 1500 et 2000° C. Ces mesures ont une grande importance, car elles fixent les chaleurs spécifiques à des températures très élevées qu'il serait difficile d'atteindre par un autre procédé. La méthode d'explosion est cependant d'une application difficile en raison des interprétations qu'elle nécessite. Holborn et Henning reprirent à température élevée la méthode calorimétrique de Regnault; elle les conduisit à introduire d'importantes corrections, et l'emploi qu'ils firent d'un couple thermo-électrique pour mesurer la température des gaz a certainement compromis l'exactitude de leurs résultats.

J'ai indiqué précédemment [1] comment il est possible d'éliminer presque complètement les termes correctifs dans une mesure calorimétrique de la chaleur spécifique des gaz effectuée à une température élevée. La gaine à circulation d'eau froide qui enveloppe presque entièrement le calorimètre permet de mesurer exactement les pertes latérales qui atteignent à 1000° près de 50 pour 100 de l'énergie totale. La sortie des gaz s'effectue, avec le minimum de pertes, à travers un orifice en mince par i qui s'oppose au contact direct de la veine gazeuse avec le diaphragme, et qui sert à mesurer leur température par la méthode nouvelle que j'ai décrite. A 1000° la puissance dissipée est de 2100 watts, le débit gazeux est d'environ 60^g par minute, et l'importance de ces facteurs limite encore les erreurs relatives. On s'en convaincra par l'examen du bilan thermique qui, à cette température, est sensiblement le suivant : courant gazeux, 52 pour 100; courant

(1) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1832.

d'eau, 47,7 pour 100; pertes par rayonnement au niveau du diaphragme et de l'orifice, 0,3 pour 100; chaleur abandonnée ou absorbée par l'enveloppe extérieure, comprise entre 0 et ± 0,2 pour 100. La chaleur absorbée par le courant gazeux peut donc être mesurée avec une grande précision. D'autre part les vérifications que j'ai faites (¹) de ma méthode aéro-dynamique permettent de penser qu'à 1000° l'erreur commise sur la température des gaz n'excède pas 4 à 5°. Dans ces conditions la marge d'incertitude que présentent les résultats moyens doit être très limitée.

Le débit gazeux est obtenu par pesée des bouteilles renfermant de 8 à 10^{kg} de gaz, dont le contenu est entièrement utilisé à chaque expérience. A la sortie du régulateur de débit le gaz traverse un réservoir de 80 litres, puis un faisceau tubulaire suivi du premier orifice O_1 température connue; il pénètre dans le calorimètre déjà décrit, s'échauffe au contact de la résistance électrique et s'échappe par l'orifice O_2 de 6^{mm} de diamètre, percé au centre d'un disque de platine de 35^{mm} de diamètre. Ce dernier est brasé à sa périphérie à la flasque refroidie par la circulation d'eau, et une couronne d'amiante placée intérieurement le protège partiellement contre le rayonnement. Deux couples thermo-électriques inégalement distants de O_2 et fixés au diaphragme permettent de connaître, par extrapolation, la température du platine à l'orifice. Un essai, sans la circulation des gaz, donne le moyen de comparer les indications du wattmètre électrodynamique à celles des thermomètres au 1/50° placés en amont et en aval du courant d'eau. Les résultats obtenus ont été les suivants : Chaleur d'échauffement moléculaire Q rapportée à l'élévation de température $t_s - t_e$:

$Az^2 = 28^g$.....	$t_s - t_e$.	312°-26°.	375°-22°.	399°-18°.	698°-18°.	711°-17°.	
	Q	2,03	2,51	2,72	5,00	5,27	
		894°-22°.	967°-21°.	974°-17°.	989°-17°.	1033°-23°.	
		6,38	6,93	7,08	7,03	7,60	
$CO^2 = 44^g$.....	$t_s - t_e$.	262°-19°.	264°-20°.	414°-18°.	542°-16°.	558°-17°.	787°-19°.
	Q	2,47	2,42	4,18	5,74	5,94	8,73
		903°-20°.	930°-17°.	931°-17°.	944°-17°.	1038°-16°.	1042°-18°.
		10,12	10,65	10,65	10,90	12,10	12,13

Ces résultats conduisent à la chaleur spécifique moyenne d'une molécule, à pression constante, de 0° à t° C. ($C_p = Q$ complété à 0° C./t).

t..........	200°.	400°.	600°.	800°.	1000°.
Az^2 (C_p en p. cal.).....	6,95	7,06	7,17	7,28	7,39
CO^2 »	9,75	10,40	10,95	11,38	11,75

La précision de la méthode que j'ai employée décroît vite au-dessous de 200° et,

(¹) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 935.

d'autre part, je n'ai pas pu dépasser sensiblement 1000° par suite de l'altération des résistances.

Azote. — Les résultats sont représentés par $C_p = 6,82 + 0,00058t$. La chaleur spécifique croît linéairement avec la température, ainsi que l'ont montré les premiers Mallard et Le Chatelier. Le coefficient angulaire 0,00060 qu'ils ont obtenu coïncide sensiblement avec celui donné ci-dessus, et les écarts sur C_p entre les deux déterminations n'excèdent pas 1 pour 100.

Air. — Cinq essais ont été effectués. Ils conduisent à une chaleur spécifique sensiblement égale à celle de l'azote vers 500°, mais supérieure de 1 pour 100 à celle-ci à 1000°. Cette différence ne doit pas être retenue car elle semble provoquée par la contraction partielle de l'oxygène qui diminue d'autant la dénivellation à l'orifice O_2 et par suite la température calculée.

Anhydride carbonique. — Les résultats obtenus sont représentés par la forme suivante :

$$C_p = 8,9 + 0,61\left(\frac{t}{100}\right)^{0,673}.$$

J'ai comparé mes résultats à ceux de Mallard et Le Chatelier, en portant sur un graphique les points figuratifs des chaleurs d'échauffement moléculaire des deux groupes de détermination. L'extrapolation à 1500° conduit à 21,2 contre 19,1 pour mes essais, soit un écart de 11 pour 100. La comparaison de mes résultats avec ceux d'Holborn et Henning montre que la concordance des chaleurs d'échauffement moléculaire est très satisfaisante à 200°, pour Az comme pour CO^2, mais les courbes figuratives divergent avec la température. A 1000° les nombres d'Holborn sont inférieurs aux miens de 3,5 pour 100 pour CO^2 et 4 pour 100 pour Az.

THERMODYNAMIQUE. — *Il n'y a pas de second principe. Esquisse d'une thermodynamique concrète.* Note de M. C. **Raveau**.

I. La thermodynamique, étudiant des transformations réversibles ou irréversibles, démontre des égalités et une condition de signes. Les égalités qui visent les cycles fermés réversibles sont la conséquence de la seule notion de réversibilité et non d'aucun principe se traduisant par une inégalité. Clausius s'est lourdement trompé et a causé à la science un incalculable préjudice en confondant deux choses aussi distinctes, dans Carnot et Clapeyron, que le théorème et le principe et en voulant, pour rectifier la

démonstration du premier, en faire une conséquence du second (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 313).

Pour l'inégalité, il ne convient pas de la considérer comme la conséquence d'un principe (ou même comme un principe) qui n'est démontré que par l'ensemble de ses conséquences. Tout d'abord le principe de Carnot parle de travail suivant un cycle fermé et *la notion du cycle fermé échappe* quand on arrive au second ordre et qu'on s'en tient à la première approximation. Un cycle quadrangulaire devient un parallélogramme; la longueur des côtés partant d'un sommet donné n'importe pas; il ne reste que les deux directions. De même pour un cycle triangulaire. Il en est ainsi tant qu'on ne fait pas entrer en ligne le *troisième ordre*, en précisant qu'il s'agit d'un cycle de Carnot, ou qu'on ne tient pas compte des variations que M. G. Bruhat note d^2Q_{ei}, etc. (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1601).

D'autre part il est possible de se faire une idée d'ensemble des modifications étudiées et de reconnaître entre elles une similitude précise qui remplace avantageusement l'unité qu'elles avaient obscurément dans le principe. La thermodynamique étudie les propriétés *thermomécaniques* (au sens le plus large de la seconde partie du terme) des modifications dépendant de deux paramètres, par exemple p, E. Si une troisième variation est possible, thermique par exemple, les deux précédentes seront censées à t constant ou adiabatiques. Les actions thermiques sont ici traitées sur le même pied que les autres.

II. La *condition de signes* est la règle des quatre directions (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1543), forme géométrique du principe de Le Chatelier. Complétons en montrant qu'elle peut être rendue évidente.

Partons des équilibres sous tension fixe : *a*. Pour un liquide en présence de sa vapeur, les directions $dp = 0$, $dt = 0 (\varphi, \varphi')$ sont confondues. Elles se séparent graduellement quand on sort de ce domaine par un point voisin du point critique. Alors, en vertu de la condition de stabilité vulgaire $(dQ\,dt)_p > 0$, $dp = 0$ se place entre $dt = 0$ et $dv = 0$ et y reste.

b. Un corps fond réversiblement à t en absorbant des calories; s'il y a un état métastable d'où le liquide puisse revenir adiabatiquement à t, on ne peut l'atteindre qu'en enlevant ces calories. A haute température, le liquide est stable; la loi de van't Hoff est nécessaire *a priori*. On passe de là au cas où le liquide dissout un autre corps, qui est entièrement semblable à celui d'une dissolution en présence d'un excès du corps dissous, etc.

Sous la forme d'inégalité, elle est plus qu'évidente dans le cas, par exemple, d'un gaz dont une partie peut être temporairement soustraite à une variation isotherme de la pression extérieure : $\Delta v_{\varphi'}/\Delta v_{q'}$ est égal au quotient de la masse totale par la masse que laisse en jeu la liaison, donc > 1. Admettre que l'inégalité se conserve dans tous les cas, c'est donner un caractère de la *liaison* (cf. *Comptes rendus*, 148, 1909, p. 1093).

III. Il est clair que, dépassant un peu ce que j'ai déjà dit, on peut affirmer qu'il n'y a pas de second principe. Il a fallu le génie de Carnot pour apercevoir les propriétés d'une quantité complexe comme le travail; mais cette notion, certes universelle, n'est pas pour cela primordiale. L'intérêt qu'elle présente est, comme l'explique son origine, surtout industriel; c'est le terme même dont Gouy se sert à propos de l'énergie utilisable.

Une première leçon de thermodynamique passera en revue, avec quelque précision, les diverses actions thermomécaniques, parlant au moins sommairement de la pile, des actions pyro- et piézoélectriques, de la pression de radiation, de façon à donner l'idée que l'essentiel est l'étude des phénomènes et non un exercice de développement logique.

IV. Une autre forme de l'inégalité générale vise expressément l'irréversible et attribue un rôle spécial à la chaleur. Elle est suggérée par la détente de Joule, dans laquelle l'effet thermique du frottement du gaz relève la température : *Adiabatiquement*, l'élévation *de température Δt causée par une variation Δp (ou ΔE, ...) est minima dans la réversibilité.* C'est ce qu'on exprime d'une façon obscure et abstraite en parlant d'augmentation de l'entropie. Cette propriété appelle une correction aux résultats de l'expérience de Clément et Desormes.

V. *Égalités.* — La proportionnalité absolue entre la force vive détruite ou le travail consommé et les calories apparues est une conséquence du déterminisme (*Soc. Phys.*, Bull. 271, 1929, p. 115). Évitant les généralités illusoires, on passera au cas des cycles réellement utilisés : cycle de R. Mayer (que Carnot avait décrit avant lui), cycle de Carnot, auxquels s'étend l'équivalence, qui est proprement une propriété d'état initial et d'état final : invariance de $(JQ - W)_A^B$. *Il n'y a aucune raison* de donner un nom spécial à cette quantité et surtout de considérer comme réalité existant sous ce nom *quelque chose* qui existerait *dans* un système. Il convient de ne penser qu'à l'expression *expérimentale* ci-dessus. D'ailleurs les longs développements généraux auxquels donne lieu l'énergie interne n'ont

guère d'application que pour les gaz parfaits, dont il faudrait simplement dire que leur équation est $J\,dQ - p\,dv = c\,dt$.

Pour les cycles réversibles isothermes, on a l'égalité $W = 0$. Enfin l'inégalité générale, *remontant* au principe de Carnot, signifie que le produit $(dp_1\,dv_2 - dp_2\,dv_1)\,(dt_1\,dQ_2 - dt_2\,dQ_1)$ pour un cycle triangulaire réversible est > 0. On est alors préparé à mettre le quotient des deux binomes, par simple définition de la réversibilité, sous la forme $J/T.\,dT/dt$ (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1265, et 188, 1929, p. 213).

VI. La notion d'entropie est *boiteuse*. Clausius n'a pas le droit de passer de $dQ_1/dQ_2 = T_1/T_2$ à $dQ_1/T_1 = dQ_2/T_2$. Il faudrait toujours écrire $dQ.\,T_0/T$. Alors on n'oublierait pas qu'on fait simplement correspondre à dQ, par un cycle de Carnot, une quantité mesurée à T_0 (*chaleur réduite*, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1337, § V), comme dans l'expression de l'énergie utilisable de Gouy. On ne parlerait plus d'entropie pour une transformation isotherme, comme le mélange des gaz, etc.; l'entropie et son mystère s'évanouiraient.

ÉLECTRICITÉ. — *Calculs d'électrostatique concernant la décharge électrique entre deux sphères.* Note de M. **R. Darbord**, présentée par M. Brillouin.

Les expériences de Franck et Hertz expliquent que dans un gaz rare, où les électrons rebondissent sur les atomes d'une manière élastique, la décharge électrique soit déterminée par la différence de potentiel entre les électrodes; malgré les chocs, l'électron peut, dans le champ électrique, totaliser l'énergie cinétique nécessaire à l'ionisation des atomes.

Dans l'oxygène, au contraire, où les chocs des électrons sont mous, la décharge doit plutôt être déterminée par la grandeur du champ électrique, là où il est le plus intense. Il semble intéressant d'étudier, en partant de ce point de vue, les expériences d'Abraham et Villard, sur la décharge entre sphères, dans l'air à la pression atmosphérique [1].

MM. Abraham et Villard ont fait des mesures précises avec des sphères égales portées à des potentiels opposés. Le champ a sa plus grande valeur h aux pôles en regard des sphères. Il faut calculer h en fonction de la diffé-

---

(1) *Comptes rendus*, 153, 1911, p. 1200. Voir aussi *Recueil de constantes physiques* p. 566.

rence de potentiel V. Nous emploierons les notations : R pour le rayon des sphères, cR pour la distance des centres, d pour l'écartement des sphères.

J'ai établi deux formules approchées, l'une valable pour les petits écartements, l'autre pour les grands écartements.

La première formule a été obtenue en assimilant les lignes de force, au voisinage de la ligne des centres, à des arcs de cercle normaux aux sphères; en remplaçant la formule obtenue par les premiers termes de son dévoloppement en série, on a

$$(1) \qquad h = \frac{V}{R}\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{3} + \frac{d_1}{90}\right) \qquad \text{avec } d_1 = \frac{d}{R}.$$

La seconde formule résulte d'une approximation dans l'application de la méthode de lord Kelvin :

$$(2) \qquad h = \frac{V}{2R}\left[1 + \frac{c+1}{(c-1)^2} + \frac{c}{(c^2-c-1)^2} + \frac{1}{(c-2)(l-1)}\right],$$

avec

$$l = \frac{c+\sqrt{c^2-4}}{2}.$$

Suivant que d sera plus petit ou plus grand que 0,8R, nous utiliserons la formule (1) ou la formule (2); l'erreur commise sera toujours inférieure au centième.

Si l'on calcule ainsi le champ maximum pour chaque mesure d'Abraham et Villard, on trouve que *pour deux sphères données, la décharge se produit pour une valeur déterminée du champ maximum;* ce résultat se vérifie à quelques centièmes près. Pour deux sphères de 10^{cm} de diamètre et la distance variant entre 1^{cm} et 36^{cm}, les valeurs calculées pour le champ maximum, d'après les valeurs du potentiel explosif, restent comprises, irrégulièrement, entre 33,4 et 35,8 kilovolts par centimètre; le potentiel explosif varie de 32 à 300 kilovolts.

Suivant le diamètre D des sphères, le champ maximum nécessaire h varie lentement :

D (cm)	5	10	30
h (kilovolts par cm)	38	35	31

Pour les sphères de 5^{cm}, la valeur de h a été obtenue avec un tableau de résultats où le potentiel explosif s'est élevé jusqu'à 153 kilovolts. Si la différence de potentiel V est suffisante, 300 kilovolts par exemple, le champ à la surface des sphères est déjà égal à 60 kilovolts par centimètre lorsque

les sphères sont très éloignées. En étudiant un autre tableau de résultats donnant la distance explosive jusqu'à 300 kilovolts, on constate que l'allure du phénomène change quand V devient supérieur à

$$38 \times D = 190 \text{ kilovolts},$$

valeur qui correspond à un champ de 38 kilovolts par centimètre à la surface des sphères supposées très éloignées. Au-dessous de cette valeur, la décharge se produit quand le champ maximum atteint 38 kilovolts par centimètre. Au-dessus, quelle que soit la distance des sphères, il doit se produire des effluves et les conditions de la décharge sont plus complexes.

Pour $D = 10^{cm}$ et $D = 30^{cm}$, le phénomène changerait d'allure vers 350 kilovolts et 930 kilovolts. Comme les expériences d'Abraham et Villard ont été effectuées jusqu'à 300 kilovolts, la constance du champ maximum explosif ne cesse pas d'être vérifiée.

On se trouve en mesure d'extrapoler largement les résultats expérimentaux. Supposons que la distance explosive soit égale à un mètre avec des sphères de 30^{cm} :

$$d = 100, \qquad R = 15, \qquad c = 8,67, \qquad l = 8,55.$$

La formule (2) donne

$$h = \frac{V}{2R} \times 1,186$$

et, comme le champ maximum explosif doit être égal à 31 kilovolts par centimètre, si V est inférieur à 930 kilovolts, on trouve :

$$V = 785\,000 \text{ volts}.$$

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Vernis superficiels et solutions superficielles de l'acide myristique*. Note de M. **Fahir Emir**, présentée par M. Jean Perrin.

M. André Marcelin nous a proposé de rechercher si l'hypothèse qu'il a faite et vérifiée à propos de l'acide oléique, à savoir que la juxtaposition des molécules dressées sur la surface de l'eau se produit lorsque la solution superficielle est saturée, est susceptible de généralisation.

Nous nous sommes adressé à l'acide myristique, le seul acide dans la série saturée qui, à la température ordinaire (18°), donne spontanément un film par simple contact avec l'eau (les termes supérieurs, acide palmitique, etc.

ne forment pas spontanément de film, les termes inférieurs, acide laurique, etc. sont solubles).

Nous avons constaté d'abord que la substance semble cesser de s'étendre spontanément sur l'eau lorsque la température descend en dessous de 15°. Dans ce cas, on peut cependant former un film flottant en déposant sur l'eau une goutte de la dissolution de l'acide dans le benzène (procédé Devaux). Le film ainsi formé est alors, suivant la distinction établie par M. A. Marcelin ; un vernis (formation artificielle) et non plus une solution superficielle (formation spontanée) [1].

Le vernis comporte probablement en certains points de sa surface de petits assemblages de molécules qui, lorsque la température s'élève, se désagrègent provoquant (sous pression superficielle constante) une augmentation de la surface. Nous pensons, avec M. Marcelin, que c'est en cette désagrégation que consiste la réextension sous pression constante observée par M. Labrouste [2]. (Entre 18° et 30° pour l'acide myristique.)

Un film d'acide myristique ayant été formé sur l'eau par le procédé Devaux à 14° (vernis superficiel), on sait que, par compression, sa pression peut atteindre une valeur supérieure à 40 dynes/cm. Nous nous sommes proposé de rechercher si cette pression, à surface constante, se maintenait l'orsqu'on abandonne le film à lui-même, et nous avons constaté qu'il n'en était rien et qu'au contraire la pression décroissait progressivement, tendant asymptotiquement vers une pression superficielle fixe égale à 14 dynes/cm, indépendante et de la pression initiale à laquelle on avait comprimé le film et, pratiquement, de la température (dans l'intervalle utilisé); la vitesse de la chute de pression dépend seule de ce dernier facteur. Les résultats obtenus à diverses températures sont les suivants :

TABLEAU I.

Température.	Pression initiale.	1'.	2'.	3'.	4'.	5'.	6'.	7'.	8'.	
11°........	54,4	42,8	40,4	38,1	37,0	35,3	33,5	33,1	32,5	dynes/cm
15°........	49,2	40,6	36,0	31,4	-	20,2	15,2	**14,4**	**14,2**	»
20°........	31,4	22,6	19,6	17,7	16,2	14,8	**14,0**	**14,0**	**14,0**	»

Il n'est pas douteux que cette pression de 14 dynes/cm corresponde du palier de saturation de l'acide myristique; on remarque en effet que l'ex-

(1) ANDRÉ MARCELIN, *Annales de Physique*, 10e série, 4, 1925, p. 471.

(2) H. LABROUSTE, *Transformations moléculaires dans les couches minces à la surface de l'eau* (*Thèse*, Paris 1920).

tension spontanée de l'acide myristique sur l'eau, à 19°, donne un film dont la pression superficielle est précisément égale à 14 dynes/cm environ et s'oppose à l'extension spontanée d'une parcelle de la substance.

Le fait que ce palier de saturation n'avait pas été observé tient à ce que la vitesse avec laquelle la pression du film surcomprimé retombe à la valeur qui correspond à l'équilibre stable est lente, au point même de conférer l'apparence de stabilité au film surcomprimé observé à 11°.

L'examen d'un film d'acide myristique considéré sous la pression de saturation de 14 dynes/cm et en l'absence de parcelles révèle au bout d'un certain temps une nouvelle chute de pression, très lente cette fois, dont la vitesse est également fonction de la température. Par sa vitesse, le phénomène est bien distinct du précédent; c'est une solubilité (très faible) qui intervient probablement ici, comme nous l'avions observée à propos de l'acide oléique ([1]); cette nouvelle chute de pression pourrait être évitée, comme dans le cas du camphre, par la présence d'une parcelle flottante dont les apports compenseraient la dissolution de la couche superficielle.

On lira dans le tableau suivant l'importance de cette chute de pression à diverses températures, sur l'eau pure et sur l'eau acidulée (en dynes/cm):

TABLEAU II.

	Eau distillée.						HCl N/20.					
Température.	Pression initiale.	2'.	4'.	6'.	8'.	10'.	Pression initiale.	2'.	4'.	6'.	8'.	10'.
15°...	13	13	13	13	13	13	13,5	13,5	13,5	13,5	13,5	13,5
19....	14	13,3	12,9	12,5	12,3	12,2	13,7	13,7	13,6	13,6	13,5	13,5
25....	13	10,7	9,5	8,1	7,9	7,9	13,9	12,5	12	11,9	11,9	11,7
28....	13,2	11,1	9,6	8,5	7,7	7,5	»	»	»	»	»	»

Il ressort de ces observations : 1° que le film ne se met pas aisément en équilibre superficiel en dessous de 20° (tableau I); 2° que le film est moins soluble sur l'eau acidulée (HCl N/20) que sur l'eau distillée; 3° que sur l'eau acidulée la solubilité du film commence à se manifester entre 19° et 25° (tableau II).

Les conditions dans lesquelles doit être déterminée l'épaisseur du film d'acide myristique saturé sont donc les suivantes : température 19° à 21°; support HCl N/20.

Mode opératoire. — On forme, dans les conditions ainsi précisées, une couche dosée d'acide myristique dont la pression soit de l'ordre de 2

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1284.

à 3 dynes/cm. On comprime progressivement cette couche jusqu'à ce que sa pression atteigne le palier de 14 dynes/cm. On calcule par la méthode ordinaire l'épaisseur moyenne du film dans cet état final. On trouve $l = 16$ Å. La surface occupée par chaque molécule est de 26 Å².

L'épaisseur du film saturé d'acide myristique est donc égale à la demi-épaisseur du gradin (qui comporte deux assises moléculaires) élémentaire de l'acide solide mesurée par la méthode de la spectroscopie par les rayons X. Soit $\frac{32,2}{2} = 16$ Å (Becker et Jancke) [1].

L'hypothèse de M. Marcelin se trouve donc vérifiée dans le cas de l'acide myristique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les phénomènes lors du revenu des aciers hypertrempés.* Note [2] de MM. **Pierre Chevenard** et **Albert Portevin**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Dans une Note présentée à la séance du 18 mars, MM. André Michel et Pierre Benazet ont exposé les phénomènes dilatométriques lors du revenu des aciers austénitiques hors d'équilibre (c'est-à-dire hypertrempés); ils en distinguent deux types qu'ils considèrent comme ne présentant entre eux aucune différence de nature, mais seulement dans les valeurs des résistances passives. Ces phénomènes avaient déjà été rencontrés par nous à l'occasion de l'étude générale du revenu des aciers et l'un de nous avait signalé ces deux catégories en exprimant une opinion toute différente lors d'une intervention à la réunion d'octobre 1927 du « Verein Deutscher Eisenhüttenleute à Berlin » reproduite dans *Archiv für das Eisenhüttenwesen* de février 1928.

Nous nous contenterons pour le moment d'en résumer ci-après les passages essentiels :

Les figures 1 et 2 donnent des cycles dilatométriques poussés à des températures progressivement croissantes relatifs à des exemples fournis par des aciers hypertrempés à teneur peu élevée en éléments spéciaux.

Premier exemple (*fig.* 1) : *Acier au manganèse* ($C = 1,5$; $Mn = 2,26$) *hypertrempé.* — Jusqu'à 300° (courbes 1, 2 et 3) on conserve l'état austénitique caractérisé par sa grande dilatabilité, son aspect micrographique et sa

---

[1] Becker und Jancke, *Roentgenspectroscopische Untersuchungen von organischen Verbindungen* (*Zeit. phys. Chemie*, 99, 1921, p. 242-274).

[2] Séance du 10 juin 1929.

faible dureté (de l'ordre de 200 Brinell) après traitement. Puis, sur la courbe 4, on note, *à l'échauffement*, vers 400°, un crochet vertical brusque qui marque un dégagement notable de chaleur correspondant au *retour à l'état stable à froid* « $Fe\alpha + Fe^3C$ » *ou sorbite* : La présence de Fe^3C mis en liberté au cours de ce revenu est prouvée, en effet, par l'anomalie C, la transformation magnétique de la cémentite est bien visible sur la courbe de

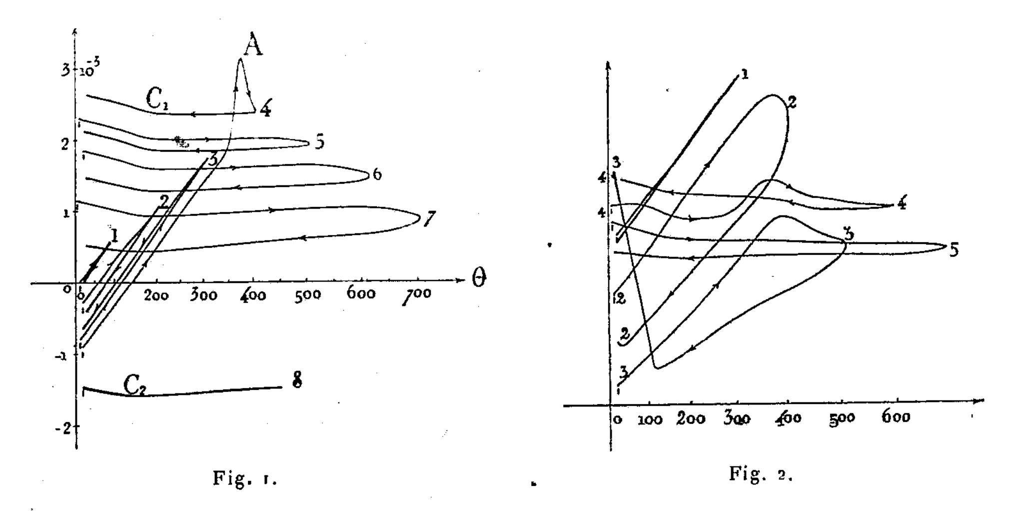


Fig. 1. Fig. 2.

retour. D'autre part l'état α du fer est démontré par l'inclinaison moyenne de la courbe de retour du cycle 4 qui est presque horizontale : la dilatabilité est donc devenue voisine de celle de l'étalon qui était en fer pur. Ces conclusions, d'ailleurs, sont entièrement confirmées par l'examen micrographique après traitement et par la variation de la dureté, cette dureté étant alors de l'ordre de 370-400 Brinell.

L'état stable à froid étant réalisé, les cycles suivants 5, 6, 7 n'accusent aucune modification physico-chimique, le revenu ne fait alors que diminuer progressivement la dureté par coalescence.

Deuxième exemple (*fig.* 2) : *Revenu d'un acier au chrome hypertrempé* ($C = 1,5$; $Cr = 2,26$; acier 1884). — Les courbes sont données figure 2. Sans entreprendre la description de détail des divers cycles, on remarquera que le cycle 3 présente vers la fin du *refroidissement* une expansion considérable caractérisant la formation de *martensite*, la dilatabilité moyenne devient ensuite celle du fer α comme précédemment et l'on peut contrôler l'apparition de la martensite par la micrographie et l'essai Brinell; la dureté passe de 200 à 385-400. Mais c'est alors un *phénomène de trempe*

secondaire très différent du précédent [1]. La chauffe provoque le dépôt d'une partie du carbone dont l'austénite est sursaturée, sous forme de carbure complexe (phénomène marqué par la contraction progressive au chauffage des cycles 2 et 3); cette austénite ainsi privée d'une partie des éléments qui contribuaient à la maintenir à l'état hors d'équilibre subit, au refroidissement, la transformation « austénite-martensite » qui est la réaction de la trempe physico-chimique des aciers.

Le mécanisme des phénomènes au revenu est donc radicalement différent dans ces deux exemples que l'on peut synthétiser en simplifiant de la manière suivante :

Réaction à la chauffe.	Réaction au refroidissement.
Premier exemple.	
Austénite → Fe^3C + Feα (sorbite)	Pas de réaction, le chauffage ayant restitué l'état à froid stable
Deuxième exemple.	
Austénite → Carbure complexe de fer et de chrome + austénité moins carburée	Austénite → martensite (trempe secondaire)

Ces deux modalités, *entièrement distinctes*, aboutissent cependant toutes deux au même effet sur la dureté, c'est-à-dire à une augmentation de l'ordre de 200 Brinell; bien entendu, elles ne sont nullement spécifiques de catégories déterminées d'aciers.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'oxydabilité du silicium et la variété allotropique de Moissan et Siemens.* Note [2] de M. **A. Sanfourche**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Moissan et Siemens [3] ayant fait cristalliser du silicium dans l'argent ont constaté qu'il est partiellement soluble dans l'acide fluorhydrique et en

---

[1] Ce phénomène de trempe secondaire lors du refroidissement qui suit le revenu a été signalé, croyons-nous, la première fois par Andrew Kippon et Miller (*J. Iron Steel Inst.*, **101**, 1920, p. 601) sur un acier nickel-chrome carburé et trempé à 1000°. On le rencontre fréquemment avec les aciers à 12-15 pour 100 Ni carburés et les aciers chrome-tungstène à coupe rapide.

[2] Séance du 10 juin 1929.

[3] Moissan et Siemens, *Comptes rendus*, **138**, 1904, p. 1299.

ont conclu qu'il constitue une variété allotropique. Ce serait l'unique propriété chimique qui la caractériserait, les propriétés physiques telles que la densité et la forme cristalline demeurant inchangées. W. Manchot et ses collaborateurs ([1]) ont admis que ce caractère appartient toujours au silicium, mais varie avec son état de division et non avec sa forme allotropique. Récemment, M. Bedel ([2]) a attribué un rôle essentiel à la concentration de l'acide fluorhydrique et, quand les conditions s'y prêtent, aux oxydations et à la production de forces électromotrices; l'influence des corps oxydants ajoutés à l'acide fluorhydrique est bien connue, mais ne s'applique pas au cas qui nous occupe, tandis que l'oxydation par l'air nous paraît beaucoup plus importante pour expliquer la solubilité du silicium dans l'acide fluorhydrique pur.

L'oxydabilité du silicium très divisé peut devenir manifeste à une température bien inférieure à celle que l'on a crue nécessaire pour sa combustion vive, et même à celle de 400° qui a été indiquée par Roll ([3]) comme la limite au-dessous de laquelle la formation de silice n'est plus perceptible. C'est ainsi que, lorsque le silicium à un état de division convenable vient d'être en quelque sorte décapé par un traitement à l'acide fluorhydrique, si l'on évapore l'acide qui l'imprègne par chauffage dans une capsule de platine vers 150°, on le voit parfois, aussitôt arrivé à sec, devenir incandescent en un ou plusieurs points; l'incandescence se propage de proche en proche, et le laisse en grande partie recouvert d'une couche blanche de silice. Si l'on recommence le traitement, il peut arriver que le même phénomène se reproduise, si bien qu'après un petit nombre de semblables opérations, il ne reste que quelques milligrammes de silicium. Par exemple, du silicium à 95,5 pour 100 de pureté, retiré d'un lingot d'argent à 1,50 Si pour 100, a donné sous l'action de la solution fluorhydrique :

Après	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	attaques.
Perte de poids.....	5,60	**21,56**	**49,36**	**74,60**	**89,65**	93,57	**94,65**	pour 100

Les chiffres en gras indiquent les cas où l'on a pu observer la combustion vive; on voit qu'ils correspondent à une dissolution rapide.

La division du silicium peut être réalisée mécaniquement, et la solubilité

([1]) W. Manchot, *Z. anorg. Chem.*, 120, 1921, p. 277, et 124, 1922, p. 333, et *Ber. d. chem. Ges.*, 54, II, 1921, p. 3107. — Manchot et Funk, *Z. anorg. Chem.*, 122, 1922, p. 22. — Manchot, Funk et Köhler, *Ibid.*, 122, 1922, p. 277.

([2]) Ch. Bedel, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1255 et 1294.

([3]) Franz Roll, *Z. anorg. Chem.*, 158, 1926, p. 343.

s'en trouve accrue sans qu'on puisse invoquer un cas d'allotropie : du silicium cristallisé dans l'aluminium, en grandes lamelles, a été réduit au mortier d'agate en poudre impalpable; des attaques successives dans des conditions identiques ont amené les diminutions de poids suivantes :

	Après 1.	6.	11.	14.	18.	attaques.
Gros cristaux	0,21	0,74	1,48	2,06	2,39	pour 100
Les mêmes porphyrisés	2,68	9,08	19,45	34,73	38,77	pour 100

Le silicium n'ayant pas été dissous dans l'argent peut manifester aussi une solubilité élevée dans l'acide fluorhydrique. Un échantillon d'aspect amorphe ([1]), à 98,4 pour 100 de Si, obtenu en réduisant la silice par le magnésium, a perdu :

Après 2.	7.	12.	20.	30.	45.	attaques.
15,07	32,60	51,75	76,24	90,10	96,34	pour 100

L'incandescence a pu être constatée une fois au cours de cette série d'essais.

Il est possible que l'oxydation à basse température n'aille pas toujours jusqu'à la formation de silice, mais donne quelquefois des dérivés moins oxydés, tels que Si^3O^2 et Si^3O^4, signalés par Hœnigschmidt ([2]), ou des composés ternaires comme le silicon et le leucon de Wöhler; cela expliquerait que Manchot ait parfois constaté un dégagement d'hydrogène :

$$Si^3O^4 + 12HF = 3SiF^4 + 4H^2O + 2H^2.$$

Nous n'avons observé que rarement un dégagement gazeux dans nos expériences, et lorsqu'il s'est produit, il était trop faible pour en permettre l'analyse et même la mesure exacte; on pouvait seulement vérifier qu'il était combustible sans les flocons blancs propres à l'hydrogène silicié; ce ne pouvait donc être que de l'hydrogène.

La présence de ces oxydes inférieurs expliquerait également les teintes variant du marron au brun pâle, mais toujours plus claires que celles du silicium cristallisé, attribuées au silicium soluble dans l'acide fluorhydrique.

Il est à remarquer que le dégagement d'hydrogène, cependant inévitable

---

([1]) Il est maintenant établi (Manchot, *loc. cit.*) qu'il y a identité entre le silicium amorphe et le silicium cristallisé, tous deux ne différant que par leur état de division.

([2]) O. Hœnigschmidt, *Mon. f. Chem.*, 30, 1909, p. 509.

si l'acide fluorhydrique dissout réellement le silicium, n'est mentionné ni par Moissan et Siemens, ni par M. Bedel. Il fournirait cependant un contrôle de la réaction plus sûr que la simple pesée du silicium résiduel.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Solidification du saccharose. Catalyse par l'eau.* Note de M. A. **Tian**, présentée par M. Jean Perrin.

On sait que la fusion du saccharose s'accompagne toujours d'une décomposition, ce corps étant déjà altéré, quoique lentement, dès la température de 100°. Mais en opérant très vite, j'ai pu fondre du sucre sans modification sensible. La masse refroidie, vitreuse, complètement incolore, renfermant au plus quelques millièmes de sucres réducteurs, constitue du sucre surfondu. Je me suis proposé d'en étudier les propriétés physico-chimiques qui sont particulièrement intéressantes parce qu'il s'agit d'une variété instable de sucre.

Le saccharose surfondu pur paraît garder indéfiniment cet état dans une atmosphère sèche. En effet, depuis mai 1924, des lamelles de ce corps ont été conservées avec toute leur transparence, tandis qu'à l'air ordinaire la transformation en sucre cristallisé blanc, complètement opaque, est souvent réalisée en un jour. La vapeur d'eau catalyse donc la solidification du sucre comme celle de l'anhydride arsénieux. Comme on a montré [1] que le sucre surfondu est beaucoup plus soluble dans l'eau que le sucre cristallisé, on peut admettre que dans les conditions habituelles le premier est déliquescent et que la solution obtenue, sursaturée par rapport au second, abandonne spontanément le sucre cristallisé. Pour vérifier cette hypothèse j'ai étudié l'action catalytique de l'eau par les deux méthodes suivantes.

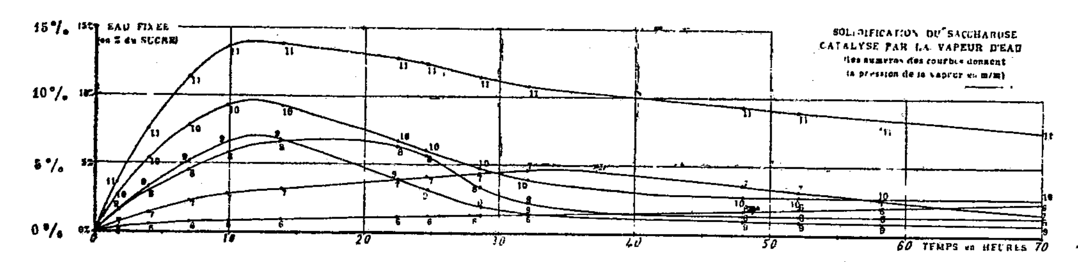
Méthode pondérale. — *Mode opératoire.* — Neuf échantillons de sucre surfondu pur, pesant de 2 à 3^{dg}, ont été soumis à des atmosphères diversement humides. Pour chacun d'eux la pression de la vapeur d'eau était maintenue fixe grâce à la présence d'une solution convenable d'acide sulfurique. Les pressions utilisées ont été de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 et 11^{mm} de mercure, la température était de $15°,9 \pm 0°,1$. A des instants convenablement choisis on déterminait les variations de poids des échantillons. Les résultats sont donnés jusqu'à la 70e heure par les courbes de la figure, dans laquelle les pressions sont indiquées par les chiffres inscrits sur les courbes.

Résultats. — 1° A partir de 5^{mm} le sucre surfondu augmente d'abord de poids. Le sucre fixe donc de l'eau. Le poids de chaque échantillon passe ensuite par un maxi-

(1) A. Tian, Calvet et Corrieras, *Bul. Soc. chim*, 4e série, 35, 1924, p. 634.

mum [une semaine après le n° 6 (¹)]. En même temps le sucre perd sa transparence et cristallise.

2° La diminution ultérieure de poids indique le départ de l'eau. Cette déshydratation se manifeste le plus vite pour une tension de vapeur ni trop grande — qui se rap-



procherait alors de celle d'une solution saturée de sucre cristallisé (environ 13^{mm}) — ni trop faible car la catalyse est alors très lente et l'eau abandonnée par la solution est reprise par l'excès de sucre surfondu.

3° Pour des pressions de 3 à 4^{mm}, les échantillons conservent leurs poids et leur transparence, même après cinq mois. Après ce temps, tous présentent leurs masses initiales, pas exactement toutefois pour les n°s 11, 6 et 5 qui diminuent encore légèrement de poids, le premier parce qu'il a été placé dans une atmosphère trop humide et les autres trop sèche.

La vapeur d'eau catalyse donc la solidification du sucre grâce à une fixation par le sucre surfondu. Cette fixation n'est possible — et par suite la catalyse elle-même — que si la pression de la vapeur atteint 5^{mm}; elle est temporaire si la pression est inférieure à 13^{mm}.

Les résultats précédents mettent en outre en évidence un fait très intéressant : si aux faibles pressions le sucre surfondu n'est pas déliquescent cela prouve que la pression de la vapeur est inférieure à celle émise par la solution saturée de sucre surfondu. Du même coup cela démontre l'existence d'une telle solution. Il y a donc une limite à la solubilité du sucre surfondu, fait qu'il nous avait été impossible d'établir directement à cause de l'instabilité des solutions très concentrées de ce sucre. A la température ordinaire l'eau et le sucre liquide présentent donc une miscibilité incomplète.

Méthode calorimétrique. — Le sucre surfondu est placé dans une enceinte à température fixe et dont l'humidité est maintenue constante grâce à la présence de phosphate de sodium hydraté. Quoique la pression (9^{mm}) de vapeur émise par ce sel donne, d'après les résultats précédents, une catalyse relativement rapide, le phénomène est encore très lent. L'effet thermique a dû être suivi à l'aide d'un microcalori-

(¹) Les variations de poids du n° 5 ont été trop faibles pour être représentées.

mètre déjà décrit ([1]). Aucune compensation calorifique n'étant produite la déviation galvanométrique donnait à chaque instant le débit calorifique.

La courbe obtenue montre comment s'exerce, en fonction du temps, l'action catalytique de l'eau. Il y a d'abord absorption de chaleur pendant près d'une heure; puis un dégagement se manifeste, passe par un maximum après environ trois heures et diminue ensuite graduellement pour devenir imperceptible au bout de quelques jours.

L'absorption de chaleur montre la dissociation de l'hydrate salin ([2]); le dégagement ultérieur résulte à la fois de la cristallisaiion du sucre et de la reconstitution de l'hydrate.

Au total l'état initial diffère de l'état final par le seul fait que le sucre a cristallisé. La quantité de chaleur dégagée, représentée par la somme algébrique des aires limitées par la courbe, donne donc la chaleur de solidification du sucre. Toutefois cette évaluation est nécessairement grossière, car la mesure ne comporte pas de compensation et la fin du phénoméne est mal déterminée.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les aluminates polycalciques hydratés.* Note de MM. **A. Travers** et **Schnoutka**, présentée par M. C. Matignon.

Nous avons indiqué ([3]) la préparation de l'aluminate tricalcique hydraté pur, $Al^2O^3.3CaO.21H^2O$, cristallisé en aiguilles, à partir des solutions d'aluminate de potasse et de nitrate de chaux.

L'expérience nous a montré que la zone de pH, dans laquelle se précipitent ces cristaux à l'état de pureté est fort étroite, et comprise entre pH = 11,57 et pH = 11,62.

Si le milieu est plus alcalin, on observe des formes cristallines nettement différentes.

Entre pH = 11,62 et pH = 11,79, on obtient des cristaux groupés en sphérolites, analogues à ceux indiqués par M. Le Chatelier ([4]).

Entre pH = 11,79 et pH = 11,89, il se forme exclusivement des cristaux

---

([1]) A. Tian, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 705.

([2]) L'absorption de chaleur est légèrement atténuée du fait de la dissolution du sucre surfondu, phénomène exothermique.

([3]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 381.

([4]) *Comptes rendus*, 96, 1883, p. 1058.

hexagonaux caractéristiques, analogues à ceux décrits par Allen et Rogers [1].

Enfin, au delà de pH = 11,89, on observe à la fois la formation de cristaux hexagonaux, et de rhomboèdres de chaux, $Ca(OH)^2$, très biréfringents.

Si l'on fait l'analyse de ces diverses espèces de cristaux, que l'on peut avoir sous une seule phase, en se plaçant dans les conditions précises indiquées, on constate qu'ils renferment tous plus de chaux que l'aluminate tricalcique et que la proportion de chaux peut y varier de 3 à 4 CaO, pour $1 Al^2O^3$, *malgré l'identité de forme cristalline.* Les sphérolites signalés par M. Le Chatelier [2] avaient exactement la composition $Al^2O^3.3{,}75 CaO$, cet auteur leur a donné cependant la formule de l'aluminate *tétracalcique*.

En fait, nous avons obtenu des préparations où la composition se rapprochait beaucoup de ce dernier. La variation de la proportion de chaux, avec une forme cristalline identique, conduisait naturellement à penser qu'on était en présence de solutions solides de chaux et d'un aluminate de chaux. L'expérience nous a montré en effet qu'à température constante, à des compositions différentes de l'eau mère, correspondaient des cristaux de titre en chaux également différent.

Il restait à rechercher en présence de quel aluminate on se trouvait.

Des essais d'analyse *immédiate* nous ont conduits à penser qu'il s'agissait de solutions solides de chaux hydratée et d'aluminate *tricalcique* hydraté.

En effet dans un clairçage rapide [3] par l'acide chlorhydrique *dixième normal*, on dissout beaucoup plus rapidement la chaux libre que l'aluminate, de sorte qu'au bout d'un certain nombre d'opérations de clairçage, le résidu conserve toujours la composition de l'aluminate existant, jusqu'à ce que ce dernier soit entièrement dissous.

Si l'on porte sur un diagramme, en ordonnées la chaux dissoute dans un clairçage donné, et en abscisses l'alumine dissoute dans le même essai, on trouve que les points représentatifs de la partie attaquée se placent rapidement sur une droite ayant comme coefficient angulaire celui de l'aluminate tricalcique, cela quelle que soit la forme cristalline étudiée (sphérolithes ou hexagones).

Il semble donc qu'on puisse conclure qu'on a affaire à des solutions solides de $Ca(OH)^2$ de l'aluminate tricalcique hydraté.

---

(1) *Amer. Chem. Journal*, **24**, 1900, p. 316.

(2) *Loc. cit.*

(3) Effectué sur les cristaux déshydratés et pulvérisés.

Suivant le pH de la solution, l'aluminate ou la chaux imposeraient leur système cristallin respectif.

Ces essais mettent en doute l'existence de l'aluminate *bicalcique* hydraté, décrit par Allen et Rogers et par Lafuma. Il est intéressant de remarquer que l'existence de l'hydrate $Al^2O^3.2H^2O$ a été controuvée, et que la bauxite s'est révélée à l'analyse aux rayons X, et à l'analyse thermique, un mélange de $Al^2O^3.H^2O$ et de $Al^2O^3.3H^2O$, et non l'hydrate à deux molécules d'eau.

Cette étude explique les apparentes contradictions des auteurs, qui ont travaillé ce sujet délicat et n'ont pas tenu compte des conditions *précises* du milieu de précipitation.

L'étude des propriétés de ces aluminates hydratés (action de l'eau, des sels, etc.) a une très grande importance en raison des applications du ciment fondu. Elle paraîtra dans un autre Recueil.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une réaction de la résorcine et un nouvel indicateur coloré.* Note [1] de MM. **Ligor Bey** et **M. Faillebin**, transmise par M. Moureu.

La résorcine réagit sur l'ammoniaque en solution aqueuse et en présence de divers cations (cadmium, zinc, cuivre) pour donner une coloration bleue. La coloration ne se produit pas instantanément, la chaleur accélère sa formation. La réaction a lieu aussi si l'on ajoute de l'acétate de plomb ou du chlorure stannique, bien que, dans ces conditions, les hydrates précipitent. Ces derniers faits laissent penser que la réaction est très sensible à certains cations vu la faible solubilité des hydrates de plomb et d'étain; elle a en effet été utilisée dans le cas du zinc par M. Campo del Cerdan dans un but analytique (*Ann. Chim. anal. appl.*, 14, p. 205-206, Madrid; *Chem. Zentralb.*, 2, 1909, p. 474).

Ces réactions nous ayant paru présenter beaucoup de points obscurs, nous en avons entrepris l'étude à un point de vue général, et nous résumons ici les résultats préliminaires essentiels auxquels nous sommes parvenus.

Les réactions en présence des différents cations étant identiques en première approximation, comme nous le verrons, nous exposerons les résultats pour l'une d'entre elles, par exemple pour celle qui se produit en présence de zinc.

(1) Séance du 3 juin 1929.

1° La réaction est une oxydation; en effet, la coloration bleue ne se produit pas si l'on maintient la matière dans un courant d'azote;

2° Le cation joue le rôle de catalyseur d'oxydation, car les colorants qui prennent naissance à l'aide des différents cations sont les mêmes;

3° La coloration bleue observée est due à une combinaison peu solide d'une matière colorante, au sens habituel du terme, avec une ou plusieurs matières présentes dans la solution (sans doute le cation et peut-être est-ce une laque);

4° La matière colorante ci-dessus, lorsqu'elle est isolée, se transforme irréversiblement, en solution ammoniacale, en une autre matière colorante bleue.

Les deux matières colorantes, dont il vient d'être question, sont des indicateurs colorés : la première, qui se forme combinée au cation, est rouge en solution acide, verte en solution de pH $= 9,18$ (phosphate disodique M/15 d'après Sörensen); nous la nommerons, pour la commodité de l'exposé, indicateur rouge vert. En solution ammoniacale de pH plus grand, elle se transforme en la seconde matière colorante bleue en solution alcaline, rouge rose en solution acide, que nous nommerons indicateur rouge bleu. Nous avons commencé l'étude de cette dernière matière colorante.

L'extraction de ces matières colorantes en vue de leur identification se fait de la façon suivante : on rend la solution acide (le rougissement de l'indicateur permet de juger de la quantité d'acide nécessaire) et on l'agite avec un solvant organique non miscible à l'eau. Le solvant le plus intéressant est l'alcool amylique qui jouit de la curieuse propriété d'enlever la matière à l'eau, non seulement en solution acide, mais même en milieu ammoniacal.

Nous avons adopté pour l'identification des matières colorantes la méthode suivante: La solution amylique, en quantité déterminée, est agitée avec un certain volume d'une solution tampon de pH choisi, que l'on renouvelle jusqu'à ce que la couleur de la solution amylique ne change plus. On l'isole et l'on peut ainsi comparer entre elles, au colorimètre, des solutions amyliques de diverses provenances.

Il est avantageux de choisir pour pH du tampon une valeur située dans l'intervalle de virage de l'indicateur; sa sensibilité en est plus grande. Nous avons pris pH $= 4,95$. Nous avons assuré plus parfaitement l'identification en comparant les teintes pour deux pH : l'un dans l'intervalle de virage, l'autre dans la zone alcaline. Cette méthode nous a permis, en employant le procédé d'extraction décrit, de montrer que nous obtenions un même colo-

rant : l'indicateur rouge bleu aussi bien à partir des solutions ammoniacales de résorine et quel que soit le cation pris parmi ceux mentionnés, qu'en traitant directement par l'alcool amylique, sans passer en milieu acide, une solution ne contenant aucun cation et abandonnée assez longtemps à l'air. Ceci démontre les résultats énoncés en 1°, 2°, 4°. La démonstration de 3° résulte de ce que l'alcool amylique n'enlève rien à la solution si elle contient une quantité suffisante de cations, et que, par contre, l'extraction, par passage en milieu acide, fournit l'indicateur rouge vert.

La préparation de l'indicateur bleu rouge à l'état pur est rendue difficile par suite de la faible proportion avec laquelle il se forme et à cause de la présence de la résorcine qui est en général très soluble. Un bon procédé de préparation consiste à utiliser l'insolubilité du complexe initial dans les dissolvants organiques, ce qui permet d'enlever la résorcine.

On prend comme catalyseur l'hydrate de plomb afin de n'avoir pas de sels solubles, et on le met en suspension dans la solution ammoniacale de résorcine que l'on abandonne à l'air quelques jours en agitant de temps en temps. On sépare alors le catalyseur et l'on évapore la solution à sec; par extraction du résidu à l'éther, on récupère la résorcine qui n'a pas réagi. Le résidu cède à l'alcool ordinaire l'indicateur rouge vert, qui se transforme en l'indicateur rouge bleu par addition d'ammoniaque. On peut l'utiliser tel quel, mais, en solution très ammoniacale, il ne se conserve pas.

L'intervalle de virage de l'indicateur rouge bleu est de 4,3-5,9 pour un examen ordinaire en tubes à essais, les teintes intermédiaires étant violacées.

Enfin il importe de remarquer que l'indicateur rouge bleu n'est pas le lacmoïde ni le lacmosol; nous l'avons démontré par notre méthode des tampons.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse d'un dicymyle*

$$p.p\text{-}CH^3C^6H^4\overset{\displaystyle CH^3}{\underset{\displaystyle CH^3}{C}} - \overset{\displaystyle CH^3}{\underset{\displaystyle CH^3}{C}} - C^6H^4CH^3.$$

Note de MM. **E. Bœdtker** et **R. Kerlor**, transmise par M. C. Matignon.

Ciamician et Silber ([1]) ont démontré que la benzophénone et le cymène réagissent, sous l'influence de la lumière solaire, en formant un dicymyle,

([1]) *D. ch. Ges.*, 43. 1910, p. 1536.

$C^{10}H^{13} - C^{10}H^{13}$, et le tétraphénylglycol,

$$(C^6H^5)^2C(OH) - C(OH)(C^6H^5)^2.$$

Nous avons retrouvé ledit carbure dans le cymène brut, produit accessoire de la fabrication de cellulose au bisulfite ([1]). Par des considérations, auxquelles nous ne revenons pas ici, nous avons assigné à ce dicymyle la formule de constitution ci-dessus indiquée. Nous sommes maintenant à même d'en démontrer la justesse, ayant réussi à exécuter la synthèse du carbure selon le schéma suivant :

$$CH^3C^6H^5 \xrightarrow[AlCl^3]{CH^3COCl} CH^3C^6H^4COCH^3 \xrightarrow{CH^3MgI} CH^3C^6H^4-C(OH)(CH^3)-CH^3 \xrightarrow{HI} CH^3C^6H^4-CI(CH^3)-CH^3$$

$$\xrightarrow{Zn} CH^3C^6H^4-C(CH^3)^2-C(CH^3)^2-C^6H^4CH^3.$$

La p-tolylméthylcétone a été préparée d'après les indications de M. Verley ([2]). On a fait réagir 50^g de chlorure d'acétyle avec 120^g de chlorure d'aluminium et 1^{kg} de toluène sous la pression de 100^{mm} et à une température ne dépassant pas 4°. On a obtenu 100^g de cétone, point d'ébullition 110°, sous 14^{mm}.

Analyse. — Matière : 0^g,2210 ; CO^2 : 0^g,6547 ; H^2O : 0^g,1500.

	Trouvé.	Calculé pour $C^9H^{10}O$.
C pour 100	80,79	80,54
H »	7,59	7,51

On a fait réagir cette acétone avec le méthyliodure de magnésium dans les conditions connues. Seulement on n'a pas réussi à préparer le carbinol correspondant en état de pureté. C'est qu'il perd de l'eau par distillation, même dans un vide très avancé, en formant des carbures non saturés. C'est là une propriété bien connue de ces carbinols tertiaires. Nous sommes donc partis du carbinol brut, que nous avons transformé en iodure. Pour y arriver nous nous sommes servi du procédé de M. Klages ([3]).

([1]) *Journ. Pharm. Chim.*, 9, 1929, p. 422.
([2]) *Bull. Soc. chim.*, 3e série, 17, 1897, p. 909.
([3]) *D. ch. Ges.*, 35, 1902, p. 2638.

Le carbinol brut était additionné à une solution saturée d'acide iodehydrique dans l'acide acétique pur. Le mélange était abandonné à la température ordinaire pendant quelques heures, après quoi on y a ajouté la poudre de zinc en excès. Il n'y a pas eu de dégagement d'hydrogène notable, probablement parce que l'acide acétique est un solvant faiblement dissociateur.

On agite de temps en temps pendant quelques heures, puis on ajoute de la lessive de soude jusqu'à réaction alcaline et distille avec la vapeur d'eau. Il passe une certaine quantité de cétone inaltérée, accompagnée de traces de cymène, tandis que dans le ballon à distiller il se sépare une mousse, imbibée de petits cristaux blancs.

On filtre et épuise le filtre avec l'alcool bouillant. Refroidie, la solution alcoolique abandonne de petites feuilles blanches (P. F. 157°). Si ce corps est mélangé avec le dicymyle, que nous avons isolé du cymène brut, le point de fusion en reste le même.

Analyse. — Matière : $0^g,1235$; CO^2 : $0^g,4074$; H^2O : $0^g,1089$.

	Trouvé.	Calculé pour $C^{20}H^{26}$.
C pour 100	89,97	90,16
H »	9,87	9,84

Poids moléculaire : Matière, $0^g,0927$; benzène, $17^g,34$; $\Delta t^0 = 0^\circ,105$; d'où $M = 266,1$. Calculé pour $C^{20}H^{26}$: $M = 266,3$.

Ce dicymyle est donc un *p.p*-ditolyltétraméthyléthane symétrique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les naphtisoindigotines.* Note de MM. **A. Wahl** et **J. Lobeck**, présentée par M. C. Matignon.

L'un de nous, avec divers collaborateurs, MM. Bagard, Hanserr, Fawret, Fericéau, a décrit le mode d'obtention ainsi que les réactions caractéristiques de l'isoindigotine et de ses dérivés de substitution. Afin d'établir l'entière généralité de ces réactions, il était nécessaire de les appliquer aux dérivés renfermant un ou deux noyaux naphtaléniques.

Nous n'avons pas réussi à faire réagir les α ou β naphtisatines sur le dioxindol pas plus que les naphtodioxindols sur l'isatine, dans les conditions dans lesquelles il se forme généralement les isatydes. Par contre, nous avons pu condenser les naphtisatines avec l'oxindol en milieu alcoolique, sous l'influence de quelques gouttes d'ammoniaque ou de pipéridine : la réaction commence déjà à froid quand on triture les composés réagissants dans un

mortier. On obtient ainsi, par addition des deux molécules, les α et β *mono-naphtisatanes*. Ce sont des poudres cristallines presque blanches, à peu près insolubles dans tous les solvants organiques. En chauffant ces composés au sein d'anhydride acétique additionné de quelques gouttes d'un acide minéral, la solution ne tarde pas à se colorer et, dans le cas du dérivé α, il se dépose par refroidissement des cristaux de l'isoindigotine correspondant au *α-naphtindol-3-indol-3'-indigo* formé par déshydratation :

OH H
C — C
CO CO
NH NH = H^2O + C = C
CO CO
NH NH

La mononaphtisoindigotine constitue une poudre cristalline noir violet cristallisable dans la pyridine. Elle peut être obtenue directement par la réaction de l'α-naphtisatine sur l'oxindol en milieu acétique chlorhydrique. La réduction par le zinc et l'acide acétique donne un leucodérivé incristallisable par suite de sa grande altérabilité. La réduction acétylante, opérée au sein d'anhydride acétique, donne un composé blanc cristallisé, fondant au-dessus de 300°, et dont la composition est celle d'un *monoacétylleuco-mononaphtisoindigotine*. La solution du colorant, dans un excès d'acide sulfurique, est rouge, mais en chauffant la couleur vire au vert jaune; la solubilité dans l'eau étant atteinte, on verse dans l'eau et la solution rouge violacé, neutralisée, fournit par NaCl et KCl des précipités des sels de sodium ou de potassium. Ceux-ci sont amorphes et donnent des sels de Ba, Ca, Ag par double décomposition. Tous ces sels dérivent de l'*acide α-mono-naphtisoindigotinedisulfonique*.

Le β-naphtisatane, chauffé au sein d'anhydride acétique avec une goutte d'acide sulfurique concentré, donne une solution noir verdâtre devenant finalement violette; par refroidissement, il se dépose des cristaux bruns solubles dans la pyridine et l'acide sulfurique auquel ils communiquent une coloration vert sale devenant bleue. Il s'agit vraisemblablement de *β-mono-naphtisoindigotine* que l'on a caractérisée par son leucodérivé formé par le zinc au sein d'acide acétique. C'est un corps blanc, cristallisable dans l'acide formique et dont l'analyse correspond assez bien avec la formule d'un *diacetylleuco-β-mononaphtisoindigotine*.

Les dérivés dinaphtylés doivent s'obtenir, par analogie, au départ des

disulfisatydes correspondantes. Les *dinaphtodisulfisatydes* ont été préparées, en soumettant les naphtisatines à l'action d'H^2S en milieu méthylalcoolique et à froid. Les produits ainsi obtenus présentent à l'analyse une anomalie : ils renferment 3 atomes de soufre, le troisième ne pouvant être éliminé par des extractions. Ainsi l'α-dinaphtodisulfisatyde de diverses préparations a fourni les chiffres suivants : S pour 100 : 21,04 ; 20,70 ; 22,05 ; 22,25 ; 22,83 ; 21,77 ; 20,70 ; théorie S pour 100 = 14,08 ; théorie avec S^3, 20,90 pour 100.

Ce composé présente néanmoins les caractères des disulfisatydes, en particulier la pyridine bouillante le dédouble en *α-dinaphtisoindigotine* et *naphtoxindol*

$$2(C^{24}H^{16}O^2N^2S^2) = C^{24}H^{14}O^2N^2 + 2(C^{12}H^9ON) + 4S.$$

L'α-naphtoxindol a été retrouvé dans les eaux mères et caractérisé par son *dérivé benzylidénique* en cristaux jaune d'or, F. 241°, qui ont été analysés. L'α.α'-dinaphtisoindigotine se forme également en remplaçant la pyridine par la soude, l'ammoniaque, le carbonate de sodium. Enfin, nous avons décrit sa formation par la réaction du chlorure cuivreux. L'α.α'-dinaphtisoindigotine

forme une poudre foncée, insoluble dans les dissolvants organiques ; traitée par un excès d'acide sulfurique concentré, elle fournit un acide disulfonique dont les sels sont cristallisés. La disulfisatyde, provenant de la β-naphtisatine, est assez mal définie, l'insolubilité de ses constituants en rend la purification très difficile.

Au point de vue tinctorial, on sait que l'acide isoindigotine disulfonique teint la laine, en bain acide, en orangé vif ; l'acide disulfonique de l'α-mononaphtisoindigotine teint la laine en violet noir peu solide au lavage. L'affinité de l'acide disulfonique de l'α.α-dinaphtisoindigotine est plus grande ; la teinture sur laine est noir bleuâtre, solide au lavage. On voit ici l'influence considérable exercée par l'introduction des noyaux naphtaléniques sur la nuance du colorant qui passe ainsi de l'orangé au noir bleuâtre.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le pouvoir réducteur des polyols vis-à-vis des solutions alcalines d'iodomercurate de potassium.* Note de MM. **Paul Fleury** et **Jean Marqué**, présentée par M. A. Desgrez.

On connaît depuis longtemps l'action réductrice rapide exercée, à froid, par les aldéhydes sur les solutions d'iodomercurate, en milieu alcalin. Cette action a été utilisée récemment pour le dosage de ces corps par Bougault et Gros qui montrèrent que, dans les mêmes conditions, les alcools attaquaient légèrement ce réactif. D'autre part, Sachosse, en 1876, mettait en œuvre le même principe pour doser les sucres réducteurs, mais en opérant à l'ébullition.

1° En dosant par la méthode iodométrique de Rupp le mercure produit au cours de la réaction, nous avons constaté que ce pouvoir réducteur se retrouvait aussi chez les polyols, tels que le mannitol, en opérant à chaud et dans des conditions déterminées. L'attaque de ces corps, à la température du bain-marie bouillant, est fonction surtout de l'alcalinité du milieu, qui semble limiter l'intensité de la dégradation, et de la durée du chauffage, la réaction n'atteignant son terme qu'au bout d'un temps de l'ordre d'une demi-heure à une heure.

2° Ces résultats, obtenus d'abord avec le mannitol, ont été étendus aux polyols suivants : dulcitol, inositol, érythritol, glycérol, glycol. La quantité d'oxygène consommé est à peu près proportionnelle au nombre d'atomes de carbone du corps étudié. Elle est, en moyenne, un peu supérieure à 1 atome d'oxygène par atome carbone (sauf pour le glycérol où cette quantité atteint $1^{at},5$ d'oxygène).

3° Cette action oxydante du réactif s'exerce d'une façon analogue, bien que moins régulière sur les sucres non réducteurs, mais elle paraît d'autant moins facile que le poids moléculaire est plus élevé : son action sur le saccharose est comparable à celle qu'elle exerce sur le mannitol, elle est déjà moins intense sur un triose comme le raffinose ou un tétrose comme le stachyose; elle est bien moins marquée, bien qu'encore très nette sur un polysaccharide tel que le glycogène.

4° Si, par contre, on examine son activité vis-à-vis des acides-alcools dont la plupart peuvent être considérés comme des produits normaux de l'oxydation des sucres, on constate que ces corps s'attaquent bien plus difficilement et même résistent totalement, surtout lorsqu'il s'agit des acides-alcools. Voici les résultats obtenus dans les conditions décrites plus loin,

mais avec 30 minutes de chauffe. Les chiffres expriment en milligrammes l'oxygène consommé par un gramme de corps considéré :

Mannitol	49,6	Acide tartrique	0,00
Acide glycolique.....	0,64	Acide saccharique	1,44
Acide lactique	0,92	Acide mucique	1,20
Acide gluconique....	28,4	Acide citrique...........	0,00
Acide malique	0,24	Acide salicylique	0,48

Ces résultats montrent la résistance remarquable conférée à la molécule par la substitution d'une et surtout de deux fonctions acides aux fonctions alcools primaires. Cette observation tend à faire admettre que dans la dégradation subie par les héxites, la formation des acides-alcools correspondante ne peut être qu'une voie accessoire, la voie principale étant probablement une dislocation profonde de la molécule.

Applications analytiques. — 1° En se plaçant dans des conditions bien déterminées cette réaction est susceptible d'être utilisée pour le dosage de certains polyols.

La technique peut se résumer ainsi :

On utilise une solution d'iodomercurate concentrée (bichlorure de mercure 108^g, iodure de potassium 288^g par litre) et une solution de soude (300^g soude pure par litre). Pour un volume total de 35^{cm^3}, l'expérience contient $7^{cm^3},5$ de solution mercurielle et 10^{cm^3} de solution sodique, le reste étant constitué par de l'eau contenant le corps à doser. Après un séjour de 45 minutes au bain-marie bouillant, on acidifie par l'acide sulfurique et l'on ajoute un excès d'iode titré que l'on titre, après dissolution du mercure, par l'hyposulfite de soude. En opérant la réduction en présence de 1^g environ de sulfate de baryum *précipité* qui empêche l'agglomération du mercure, l'attaque par l'iode est rapide et complète. Pour des quantités de polyol comprises entre 1 et 15^{mg} la quantité d'iode fixée est linéairement proportionnelle à la quantité de corps introduit. Pour 10^{mg} de mannitol il y à fixation de $7^{cm^3},33$ d'iode décinormal.

En plus du mannitol nous avons appliqué ce procédé au dosage de l'inositol, du dulcitol et du glycol, avec des résultats satisfaisants.

Il est possible de doser, mais avec une moins bonne approximation, un mélange de mannite et de glucose.

2° Les faits que nous venons de mettre en évidence soulèvent le problème de la spécificité du dosage du glucose par les liqueurs mercurico-alcalines récemment étudié par Baudouin et Lewin. Mais il importe de remarquer que l'alcalinité du milieu utilisé par ces auteurs est considérablement plus faible (N/17) que celle de notre dosage (2N environ). Dans leurs conditions, le glucose est, pratiquement, seul attaqué, et, comme l'expérience

nous l'a montré, il faut, pour faire apparaître une erreur par excès, que le taux du mannitol dépasse trois fois le taux du glucose et le saccharose vingt fois ce poids.

3° L'étude du comportement vis-à-vis du même réactif des deux acides glycérophosphoriques α et β permet de mettre en évidence le pouvoir réducteur beaucoup plus marqué de la forme α. Au point de vue théorique, cette réaction établit la labilité particulière de la fonction alcool secondaire qui reste libre dans la forme α et est bloquée dans la forme β. Un certain nombre de remarques faites au cours de nos recherches nous avaient déjà amenés à cette conception. Au point de vue pratique, cette réaction permet, en se plaçant dans des conditions bien déterminées, de différencier les deux formes.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur l'accélération des masses d'air dans les mouvements atmosphériques.* Note de M. L. **Petitjean**, présentée par M. Ch. Fabry.

Soient, dans une masse d'air en mouvement, une masse élémentaire unité et deux de ses positions O et O', infiniment voisines sur sa trajectoire. Par la position origine O, faisons passer deux axes de coordonnées rectangulaires : d'une part la verticale OZ du point O; d'autre part la trace horizontale OX du plan vertical défini par OZ et par la tangente à l'origine à la trajectoire OO' (le point X étant du côté des pressions croissantes par rapport à O).

Soient dz la variation élémentaire du niveau de la masse et dh la distance verticale (positive vers le zénith) des surfaces isobariques qui passent respectivement par O et O'. Posons

$$dl = dz - dh; \qquad (1)$$

cette quantité est positive ou négative suivant que la projection sur OX de la tangente à l'origine à la trajectoire OO' est dirigée vers les pressions croissantes ou décroissantes.

La quantité élémentaire de chaleur échangée avec le milieu extérieur par la masse unité au cours de son déplacement OO' s'exprime par la relation connue de thermodynamique

$$dQ = C\,dT - A\alpha\,dp, \qquad (2)$$

où A est l'équivalent de l'unité de travail en unités de chaleur. D'autre part,

on a

(3) $$-\alpha\, dp = g\, dh.$$

Des équations (2) et (3), l'on déduit

(4) $$dQ = C\, dT + A g\, dh.$$

En éliminant dh entre (1) et (4), il vient

(5) $$dQ = C\, dT + A g\, dz - A g\, dl.$$

Une autre expression de dQ est donnée par la relation suivante, due à Margules [1] :

(6) $$dQ = c\, dT + A g\, dz + A v\, dv,$$

les termes du second membre représentant successivement la variation de l'énergie interne, de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique de la masse unité considérée. (Nous supposons le mouvement sans frottement.) En égalant les seconds membres de (5) et (6), on obtient

(7) $$A g\, dl = (C - c)\, dT - A v\, dv \quad \text{d'où} \quad v\, dv = R\, dT - g\, dl,$$

R étant la constante des gaz parfaits. Cette équation va nous servir à déterminer le sens de l'accélération des masses d'air en mouvement dans l'atmosphère :

Dans l'hémisphère boréal, le sens de rotation d'une masse d'air est tel que les hautes pressions restent à droite du vecteur vitesse. Puisque, dans le cas actuel, les hautes pressions sont à droite de O, les surfaces isobariques sont inclinées de droite à gauche et la trajectoire curviligne d'une masse d'air possède un sens de courbure différent suivant le quadrant dans lequel est située sa tangente à l'origine. Il existe donc quatre cas possibles :

1° La tangente à l'origine est dans le premier quadrant : l'air s'élève en tournant sur sa gauche. Comme $dl > 0$ et $dT < 0$, v et dv doivent, d'après (7), être de signe opposé (le mouvement est retardé). Ce cas se présente lorsque de l'air chaud « passif » est rejeté sur la gauche de l'air froid « actif » qui suit une surface de « front froid » [2].

2° La tangente à l'origine est dans le deuxième quadrant : l'air descend

---

(1) Voir F.-M. Exner, *Dynamische Meteorologie*. Vienne, 1925, p. 157.

(2) Voir L. Petitjean, *L'air actif et l'air passif dans les discontinuités atmosphériques* [*La Météorologie*, 3 (nouvelle série), n° 25, 1927, p. 94].

en tournant sur sa gauche. On a $dl > 0$ et $dT > 0$. Ce cas se subdivise en deux autres : *a*) $g.dl > R.dT$. Dans ces conditions, v et dv sont de signe opposé (le mouvement est retardé). Ce résultat s'applique à l'air froid actif qui suit un front froid à contraste marqué de température. *b*) $g.dl < R.dT$. D'après (7), v et dv sont de même signe (le mouvement est accéléré). Ceci se produit dans la zone de transition qui sépare l'air froid actif d'un front froid de l'air chaud passif.

3° La tangente à l'origine est dans le troisième quadrant : l'air descend en tournant sur sa droite. On a $dl < 0$ et $dT > 0$. Dans ces conditions, v et dv sont de même signe (le mouvement est accéléré). Ce cas est celui d'une masse d'air froid passif qui s'échauffe par compression pendant sa descente.

4° La tangente à l'origine est dans le quatrième quadrant : l'air s'élève en tournant sur sa droite. On a $dl < 0$ et $dT < 0$. On distingue deux cas : *a*) $g.dl < R.dT$. D'après (7), v et dv sont de même signe (le mouvement est accéléré). Ceci se produit dans l'air chaud actif qui s'élève le long d'une surface de front chaud. *b*) $g.dl > R.dT$. Il faut alors que v et dv soient de signe opposé (le mouvement est retardé). Ceci a lieu lorsque de l'air chaud passif s'élève au-dessus d'une masse d'air froid qui fuit rapidement devant lui.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Un procédé pour déterminer à grande distance la position géographique et la vitesse de certaines discontinuités ou perturbations météorologiques à l'aide des atmosphériques qu'elles émettent.* Note (¹) de M. **Jean Lugeon**, présentée par M. G. Ferrié.

Le dépouillement de 550 journées d'enregistrement d'atmosphériques obtenus à Zurich avec mon *atmoradiographe* (²) qui inscrit la fréquence par minute des trains et donne une idée de leur intensité par l'épaisseur du trait me conduit aux conclusions suivantes, quant à leur propagation :

On distingue essentiellement deux types d'atmosphériques : *a*. les *atmosphériques locaux* à petite portée, quelques 100 mètres à quelques kilomètres, non radiogoniométrables, presque toujours rattachables à des causes météorologiques locales et qui par là définissent la qualité de l'air en circu-

(¹) Séance du 10 juin 1929.

(²) J. Lugeon, *Un appareil radioélectrique pour déceler l'origine géographique de l'air* (*Ac. Soc. Helvétique Sc. Nat.*, 109ᵉ session, Lausanne, 1928, p. 141).

lation ou mieux son origine géographique; *b.* les *atmosphériques lointains*, radiogoniométrables, dont la portée atteint plusieurs milliers de kilomètres et qui émanent principalement des discontinuités où l'air froid ou polaire est *actif*. Cette portée est maximum dans la partie obscure, minimum dans la partie éclairée de l'atmosphère, et l'enregistrement remarquablement régulier, ce qui fait penser à un phénomène de filtrage ou d'absorption le long du trajet des ondes.

Ces propriétés permettent de différencier les deux types d'atmosphériques, dans le cas où ils se superposent à la réception.

Le régime des atmosphériques lointains, captés dans l'obscurité totale, s'établit progressivement après que le Soleil se soit couché sous l'horizon de leur *foyer d'émission*. Leur premier maximum est atteint, peu après la fin du crépuscule astronomique sur ledit foyer, lorsque le dernier rayon solaire a quitté le miroir de réflexion des ondes hertziennes. Inversement dès que les premiers rayons de l'aurore pointent dans le zénith du foyer ou du récepteur, selon que celui-ci soit à l'ouest ou à l'est de celui-là, la propagation à grande distance est progressivement étouffée, puis annulée lorsque le jour est complet sur le parcours de l'onde, entre le foyer et le récepteur.

Un minimum d'intensité des parasites lointains a lieu sensiblement quand le Soleil est à l'opposé du méridien du récepteur, à minuit vrai. Ce fait est imputable à la *marée* de la couche de Heaviside, dont l'altitude serait maximum à ce moment-là et par conséquent la longueur du chemin des ondes également maximum, d'où affaiblissement du champ à la réception.

La position géographique des discontinuités météorologiques d'où rayonnent des atmosphériques lointains est donnée par la forme de la courbe d'enregistrement. Soit un foyer d'émission F sur le méridien du récepteur R (dépression sur la Méditerranée) (*fig.* 1). La courbe des parasites sera symétrique par rapport à minuit vrai, puisque, toutes proportions gardées, les phases crépusculaires sont les mêmes en F et R. Si le foyer est à l'ouest de R, sensiblement sur le même parallèle (dépression sur l'Atlantique ou front polaire), le départ des parasites lointains aura lieu après le coucher du Soleil en R, avec un retard équivalent à la différence de temps entre les crépuscules en R et en F. Le diagramme donnant ce temps, on en déduit la longitude de F. Si le foyer est à l'est de R (front régénéré sur les Balkans, la Russie), la courbe est identique au cas précédent, mais renversée par rapport à minuit vrai. La longitude de F est alors donnée par le dernier maximum nocturne, correspondant à la fin de la nuit au foyer.

La comparaison de ces courbes, jour après jour, permet de déterminer à grande distance la vitesse de déplacement moyenne par jour d'une perturbation solidaire d'un foyer de parasites. Considérons un foyer à l'ouest de R et qui s'en rapproche (*fig.* 2). Soient F_1, F_2, F_3 ses positions successives au moment où l'anneau crépusculaire le traverse. Sa longitude initiale F_1 sera déterminée par le premier maximum M_1 en R, et qui corres-

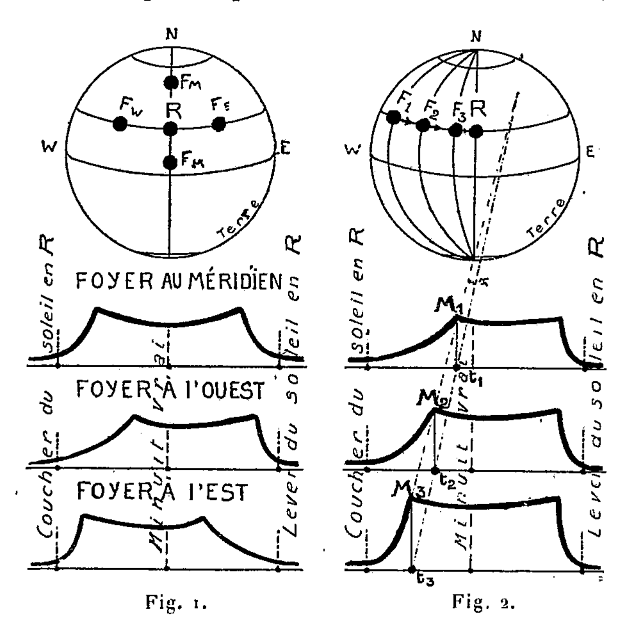


Fig. 1. Fig. 2.

pond au moment où le trajet RF_1 est plongé dans l'obscurité totale, soit à la fin du crépuscule en F_1, au temps t_1. Le jour suivant le même maximum se produira, mais plus tôt, au temps t_2, puisque le foyer en F_2 se sera rapproché de R. On a sa longitude pour les mêmes raisons. Et ainsi de suite pour F_3. Si le foyer s'est déplacé sensiblement sur le même parallèle que R, sa vitesse en kilomètres-heure est alors $\frac{F_1 - F_2}{t_1 - t_2}$, en convertissant les différences de longitudes en kilomètres et les temps en heures.

Les points t_1, t_2, t_3 (*fig.* 2) seront sur une droite, si la vitesse reste constante. Si l'énergie du foyer ne varie pas, pendant les jours considérés, les points M_1, M_2, M_3 s'alignent. Leur angle α avec la droite précédente est un *indice de potentiel* de la perturbation et en définit l'importance thermodynamique. Si ces points sont sur une ligne quelconque, par rapport à la droite t_1, t_2, t_3, on aura une idée de la perte ou du gain d'énergie pendant la translation.

BOTANIQUE. — Cerasus Caroliniana *Michx., nouvel exemple d'andromonœcie. Un type nouveau de maladie bactérienne.* Note de M. **G. Nicolas** et Mlle **Aggéry**, présentée par M. Molliard.

Le Cerisier de Caroline (*Cerasus caroliniana* Michx., *Prunus caroliniana* Aït., *Padus caroliniana* Mill., *Prunus sempervirens* Willd.) est un arbre de l'Amérique du Nord (Nouvelle Caroline, Mississipi, Texas, Saint-Louis), introduit en Angleterre, en 1759, et cultivé comme arbuste toujours vert dans les jardins d'Europe. Le jardin botanique de Toulouse en possède deux exemplaires, en pleine terre, dont l'un, de plus de 30 ans, atteint plus de 2^m^,50 de hauteur.

Ces arbres nous préoccupent depuis plusieurs années, car ils perdent régulièrement, dès janvier, une grande partie de leurs feuilles. Cette chute des feuilles dure tout l'hiver et s'arrête dès qu'arrive une période de sécheresse; c'est ce qui s'est produit, en mars 1928, à la suite de plusieurs jours d'un vent chaud et sec et, en avril 1929, après une sécheresse prolongée. En outre, un certain nombre de jeunes pousses sont complètement sèches en avril. La chute des feuilles n'est pas, comme on pourrait le croire, l'effet de l'âge, car elle intéresse beaucoup de feuilles poussées au printemps précédent. Elle traduit une maladie grave, généralisée, qui présente les symptômes extérieurs suivants : brunissement et dessiccation des feuilles soit à leur extrémité sur une région occupant quelquefois presque la moitié de leur longueur, soit sur les bords ou au milieu du limbe; ces taches présentent des zones concentriques alternativement plus claires et plus sombres et sont bordées extérieurement d'une marge brun rouge. Beaucoup de feuilles tombent dès janvier; sur celles qui restent, les parties sèches se détachent et laissent la feuille plus ou moins déchiquetée ou perforée de trous. Les jeunes feuilles qui apparaissent dès avril ont déjà leur pointe desséchée et présentent une couleur vert clair avec des parties jaunes mal délimitées, très visibles par transparence, ce qui leur donne un peu l'aspect d'une mosaïque. A cette altération des feuilles s'ajoute la dessiccation des jeunes rameaux.

C'est en vain que nous avons recherché, plusieurs années de suite, un champignon sur les parties sèches des feuilles ou les rameaux; nous n'avons jamais trouvé la moindre trace de mycélium ou de fructifications.

Par contre, de nombreuses Bactéries pullulent partout, jusque dans les vaisseaux, aussi bien dans les feuilles que dans les rameaux, les racines et

même les fleurs; les jeunes pousses en contiennent dès le début de leur formation.

L'appareil radiculaire est abondamment ramifié, avec des radicelles courtes. La racine et les radicelles portent latéralement de petites tumeurs brunes isolées de la racine qui les porte par une couche de liège. Ces tumeurs sont formées de cellules relativement grandes, sans vaisseaux, à contenu brunâtre, bourrées de bactéries; elles se dissocient lorsqu'elles sont complètement séparées de la racine par du liège. Çà et là, de petites radicelles jaunes, courtes, hypertrophiées sont remplies de bactéries; d'autres radicelles, également jaunes, mais non hypertrophiées, englobent de petits amas sphériques, comprenant de petites cellules centrales brunes entourées d'éléments plus grands. Ces amas sont de jeunes tumeurs bactériennes qui seront rejetées plus tard à l'extérieur par la réaction de la radicelle.

Étant donnée la présence de Bactéries dans toute la plante, depuis les racines jusqu'aux fleurs, il est vraisemblable d'admettre qu'après avoir pénétré par les racines, où elles provoquent différentes altérations, elles gagnent la tige, les rameaux, les feuilles et les fleurs.

Les fleurs sont strictement mâles; quelques-unes portent un rudiment de style desséché; elles contiennent des Bactéries dans toutes leurs parties, y compris les étamines et le pollen; au cours de la germination du pollen, les Bactéries passent dans le tube pollinique.

Nous avions d'abord pensé à la castration femelle par les Bactéries, car nous ne supposions pas l'existence normale de fleurs mâles dans le Cerisier de Caroline. Des renseignements qui nous sont parvenus montrent que cette Rosacée est *andromonoïque*, portant sur la même inflorescence des fleurs hermaphrodites et des fleurs mâles à ovaire plus ou moins mal développé ou complètement avorté. C'est ce que nous ont écrit M. E.-H. Wilson, directeur de l'Arnold Arboretum à l'Université de Harvard et M. Cavara, directeur du Jardin Botanique de Naples. A Naples, le Cerisier de Caroline ne fructifie que très rarement; à Antibes, d'après M. Poirault, les fleurs sont mâles, ainsi qu'à Alger, où M. le Dr Maire nous écrit qu'il ne fructifie jamais. Le Cerisier de Caroline est donc un nouvel exemple d'andromonœcie.

C'est un fait qui ne manque pas d'intérêt, car l'andromonœcie est très rare, peut-être même inconnue jusqu'à maintenant chez les Rosacées.

Quant aux Bactéries coupables, provenant du sol et s'introduisant par les racines; elles présentent, en cultures sur différents milieux, les caractères morphologiques et physiologiques suivants : ce sont de petites cellules

ovoïdes, isolées ou formant des files de deux ou des paquets de quatre; elles ont des dimensions et des formes variables suivant le milieu; colorables par le violet de gentiane, elles liquéfient la gélatine, ne verdissent pas le fond d'artichaut, prennent le Gram.

Bien que nous n'ayons pu reproduire expérimentalement la maladie par des contaminations bactériennes, n'ayant pas de sujets sains, les deux Cerisiers du Jardin Botanique étant infectés, nous avons tout lieu de croire, du fait de la présence des Bactéries dans toute la plante, que celles-ci sont bien les responsables du mal; saprophytes du sol, elles sont devenues parasites à la faveur du dépaysement de l'arbre.

Cette maladie du Cerisier de Caroline est une infection bactérienne généralisée dont, à notre avis, on ne connaît aucun exemple chez les végétaux et dont nous étudions d'autres cas. Son étude nous a fourni l'occasion aussi de noter l'andromonœcie de ce Cerisier, que personne n'avait remarquée jusqu'à maintenant.

ANATOMIE. — *Sur la structure des yeux et la physiologie de la vision chez les Sélaciens*. Note de Mlle **M.-L. Verrier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

La vision chez les Sélaciens a fait l'objet de recherches anciennes et incomplètes. Ces recherches, résumées et poursuivies par Franz [1], nous renseignent sur la forme, les dimensions des yeux, font quelquefois connaître la structure des membranes oculaires. L'étude physiologique de ces organes paraît avoir été plus délaissée encore. Après Beer [2] qui s'attache surtout à l'étude des yeux des Téléostéens, Franz donne quelques indications sur leur rôle, mais seulement par déductions tirées de l'étude anatomique et sans avoir fait de mesures précises.

Cependant, le développement des yeux chez les Sélaciens, les différences anatomiques que l'on observe entre eux et les yeux des autres Poissons montrent l'intérêt de leur étude.

Il nous a été possible de fixer pour l'étude anatomique et d'observer sur le vivant les yeux d'un certain nombre de Sélaciens de nos régions prove-

---

(1) W. Franz, *Zur Anatomie, Histologie und funktionellen Gestaltung des Selachierauges* (*Zeitsch. f. Naturwiss.*, 40, 1905, p. 697-839; 41, 1906, p. 429-471).

(2) Th. Beer, *Die Accommodation des Fischauges* (*Pflüger's Arch. f. Ges. Physiol.*, 69, 1894, p. 523-560).

nant des environs de Sète, Banyuls, Roscoff. Ce sont principalement : *Scyllium catulus* Cuv. et *S. canicula* Cuv., *Mustelus vulgaris* Müll. et Henl., *Acanthias vulgaris* Riss., *Raja clavata* Rond., *R. asteria* Rond., *R. miraletus* L., *R. punctata* Riss., *Myliobatis aquila* Humer., *Torpedo marmorata* Riss.

La pauvreté ou l'absence de pigment, l'épaisseur moindre, l'existence généralement exclusive de bâtonnets, la structure primitive de l'area sont les principaux caractères qui distinguent une rétine de Sélaciens d'une rétine de Téléostéens. Les bâtonnets paraissent appartenir à deux types : le type filiforme caractérisé par un segment externe long et fin est réalisé chez *Acanthias* et *Myliobatis;* le type cylindrique avec segment externe plus trapu se rencontre chez *Raja*, *Torpedo*, et, moins accentué, chez *Scyllium*. Les cellules ganglionnaires sont isolées les unes des autres et correspondent à un nombre de cellules visuelles variable suivant les espèces, mais toujours assez grand (1 cellule ganglionnaire correspond à 8 cellules visuelles chez *Scyllium*, à 5 cellules visuelles chez *Acanthias*, à 14 cellules visuelles chez *Myliobatis*, à 12 cellules visuelles cher *Raja miraletus*, dans une région de la rétine voisine de l'axe optique). L'area, lorsqu'elle existe [Hess (1)], est toujours peu marquée (cas de *Raja*, de *Scyllium*). Chez les espèces étudiées, toute fovea fait défaut.

La campanule de Haller plus réduite que chez les Téléostéens se montre de dimensions variables suivant les espèces. Chez *Scyllium* et *Acanthias*, elle atteint son développement maximum. Chez *Myliobatis*, dont les yeux ont les dimensions de ceux d'un *Scyllium* de grande taille, elle est difficilement visible au simple examen macroscopique. Sa pauvreté en éléments musculaires permet de lui refuser tout rôte actif dans l'accommodation, et la fait considérer surtout comme un organe de suspension du cristallin.

La vision binoculaire anatomique existe chez toutes les espèces, mais elle est plus ou moins étendue suivant les cas. Par la méthode de l'image transsclérale, nous avons pu déterminer des champs de vision binoculaire de 10° dans un plan un peu supérieur à celui du plan horizontal chez *Acanthias*, des champs de 7 à 8° dans le même plan chez *Scyllium*. Par contre, seule la fixation binoculaire ou des champs de 2 à 3° existent chez *Torpedo* et *Raja*.

La mesure de la réfraction statique, par la méthode de l'ombre pupillaire, nous a donné dans tous les cas des degrés variables d'hypermétropie com-

---

(1) Hess, *Gesichtsinn* (*Handb. der Vergleich. Physiol.*, 4, Iéna 1913, p. 555-840).

pliquée d'astigmatisme hypermétropique composé. Ainsi, nous avons mesuré 10 dioptries d'hypermétropie chez *Acanthias*, 11 chez *Mustelus*, 8 chez *Scyllium*, 6 chez *Raja Clavata*. Chez cette dernière l'astigmatisme est particulièrement accusé. Ces observations s'opposent à ce que l'on avait admis de la réfraction statique chez les Sélaciens.

Les dispositions anatomiques nous font conclure à un pouvoir accommodatif des plus faibles.

Le rapport du nombre des cellules visuelles au nombre des cellules ganglionnaires ne permet qu'une acuité visuelle réduite. La richesse en bâtonnets est l'indice d'une certaine sensibilité lumineuse. L'absence complète ou presque de cônes exclut tout pouvoir de discrimination des couleurs.

Ainsi les yeux des Sélaciens sont inférieurs en organisation à ceux de la majorité des autres Poissons. Absence de fovea, area primitive, faible acuité visuelle des autres régions de la rétine, champ visuel binoculaire réduit, hypermétropie statique de plusieurs dioptries, astigmatisme accentué, accommodation nulle ou insignifiante, sensibilité chromatique absente en font de mauvais organes. Le sens visuel, chez les Sélaciens, ne saurait avoir dans le comportement des individus qu'un rôle bien inférieur à celui qu'il peut avoir dans le comportement de la majorité des autres Vertébrés aquatiques.

ZOOLOGIE. — *De l'influence du percement du canal de Suez sur la faune marine des côtes de Syrie*. Note de M. **Gruvel**, présentée par M. L. Mangin.

Les études diverses qui ont été poursuivies dans le canal de Suez ont montré qu'un certain nombre d'espèces de la mer Rouge et de l'océan Indien ont traversé ce canal d'une façon plus ou moins complète, dans un sens comme dans l'autre.

Mais jusqu'ici on n'avait pas étudié systématiquement le retentissement de ce mouvement de translation des espèces, sur l'ensemble de la faune marine des côtes de Syrie. C'est un problème que nous avons essayé de résoudre, en partie tout au moins, au cours de deux missions successives, en 1928 et 1929.

Nous voudrions résumer ici les quelques observations que nous avons pu faire à ce sujet.

Nous avons recueilli environ une douzaine d'espèces de poissons qui, de

l'océan Indien et de la mer Rouge, sont passées en Méditerranée; il est à remarquer que ce sont toutes des formes de petite taille, que le courant dominant de la mer Rouge vers la Méditerranée a pu facilement entraîner; la plupart de ces espèces se rencontrent non seulement sur les côtes de Palestine, mais aussi sur celles de Syrie et jusqu'au fond du golfe d'Alexandrette. Parmi les plus intéressantes, nous signalerons :

Hemirhamphus marginatus Bleek.
Hemirhamphus unifasciatus Ranz.
Clupea Kowal Günth.
Caranx gallus Günth.
Caranx galla C. V.
Caranx kiliche C. V.
Equula lineatola C. V. très abondante sur toute la côte.
Serranus melanurus Geoff.
Serranus morrhua C. V.
Amphacanthus siganus Rup.
Monacanthus setifer Benn. qui n'avait été signalé jusqu'ici que dans le canal de Suez, etc.

Le groupe des Crustacés présente, au point de vue de la répartition des espèces, des particularités intéressantes. C'est d'abord l'absence absolue de homards et de langoustes, remplacés en quelque sorte par la cigale de mer (*Scyllarus latus* Latr.), atteignant ici une belle taille. L'absence complète de homards et de langoustes semble assez curieuse quand on sait que ces Crustacés sont abondants, les premiers surtout, dans la mer de Marmara, par exemple. Ce ne sont pourtant pas les fonds rocheux (leur habitat de prédilection) qui manquent sur les côtes syriennes.

Par contre il existe une faune de remplacement, peut-on dire, due à la dispersion en quantités considérables, de plusieurs espèces de crevettes, dont quelques-unes de taille particulièrement remarquable. Citons parmi ces espèces :

Peneus monodon Fabre Bate, que l'on trouve en assez grande abondance dans le golfe d'Alexandrette; c'est une forme de l'océan Indien qui arrive à mesurer jusqu'à 20^{cm} de long.

Parmi les autres espèces de même origine, nous signalerons :

Peneus canaliculatus Olivier, qui atteint presque la taille de la précédente;
Peneopsis Stebbingi Nobili;
Peneopsis monoceros Fabr.; etc.

A côté de ce groupe de crevettes, signalons une forme de crabe très

curieuse, également d'origine indo-pacifique, qui a mis environ 30 ans à traverser le canal de Suez :

Neptunus pelagicus L.

Parmi les mollusques, nous ne citerons qu'une seule forme, c'est une méléagrine perlière :

Meleagrina oca Reves, très commune dans l'océan Indien et qui se retrouve aujourd'hui en abondance sur les côtes de Palestine et de Syrie; contrairement aux espèces précédentes, elle s'est répandue non seulement dans la Méditerranée orientale, mais aussi dans la partie la plus rapprochée de la Méditerranée occidentale.

Si la plupart des espèces qui ont traversé le canal de Suez se sont portées plus spécialement vers les côtes syriennes, c'est que le courant qui longe les côtes africaines de la Méditerranée dans la zone égyptienne, est dirigé vers l'Ouest à l'Est et remonte au Nord le long des côtes de Palestine et de Syrie jusqu'au fond du golfe d'Alexandrette et que ces espèces de mers chaudes trouvent sur les côtes de Syrie des conditions biologiques favorables.

Il en résulte la production d'une faune de complément qui apporte dans cette région un appoint considérable à l'alimentation locale.

ENTOMOLOGIE. — *Sur la présence de la nervure médiane haute chez les Diptères* (1). Note de MM. P. Vignon et E. Séguy, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Contrairement à l'opinion reçue, les Diptères ont gardé la médiane frontale haute. Ce ne sont donc point des Néoptères et plus spécialement des Panorpoïdes (2). Ce sont des Paléoptères si différents qu'ils soient des Libellules comme aussi des Éphémères.

Observons d'abord l'Asilidé *Mallophora infernalis* : la médiane haute

(1) Suivant la notation proposée par l'un de nous (Vignon, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 234 et 301, avec figures) il s'agit de la nervure MA_1, branche frontale haute de la médiane antérieure MA. — Quant à la cubitale, elle offre, chez les Diptères, la branche haute CuA_1, avec des fourchons CuA_{1a} et CuA_{1b}, ainsi que la veine basse CuA_2, souvent réduite à un pli. Le fourchon haut CuA_{1a} était rapporté faussement à la médiane basse, c'est-à-dire, ici, à MA_2. Ce fourchon peut faire défaut : *Phora*, *Simulium*, *Telmatoscopus*, *Saucropus*.

(2) Cf. l'exposé de M. Lameere, *Rec. Inst. Torley-Rousseau*, 1, 1928, p. 227, § 3.

saute aux yeux; c'est la veine R_{4+5} des auteurs. Proximalement, en deçà d'un point où elle semble naître du secteur R*s* de la radiale, elle n'est plus sans doute, ici du moins, qu'un pli haut, mais très marqué ([1]).

A partir des Asilidés, divers types mènent aux Taons et par delà.

On divisera les Diptères en deux grands groupes. Dans le premier, la



L'Asilidé *Mallophora infernalis* Wiedemann, de l'Amérique méridionale, d'après un spécimen conservé au Muséum.

partie proximale de la médiane haute est présente. Tantôt alors la tige de R*s* persiste aussi : voir le Psychodide *Telmatoscopus meridionalis*, *Mycetophila*, *Chironomus plumosus*, le Culicidé *Megarhinus Moctezuma*, *Simulium subornatum*, par exemple; il en va de même pour *Phora thoracica*, mais la partie proximale de MA_1 n'est plus ici qu'un simple trait — tantôt la tige de R*s* a disparu (le Dolichopodidé *Saucropus pallidus*), tantôt c'est tout le secteur de la radiale qui fait défaut (*Sciarus Thomæ*). Dans le second groupe, la partie proximale de la médiane haute disparaît (Asilides et dérivés; Rhyphides, Tipulides, Tachinides, Muscides, Blépharocérides, etc.) Parfois on trouve encore des traces de la partie disparue : une amorce, ou un pli haut plus ou moins net; les Tachinides et Muscides offrent un talon renflé, une sorte de cicatrice, avec des soies.

La médiane haute naît d'un nœud de nervures, incompris jusqu'à présent.

([1]) La transverse MA_1-MA_2 utilise la base d'un fourchon postérieur MA_{1b}, réduit ici déjà à un pli bas que l'évolution a fini par supprimer tout à fait dans ce groupe. *Mycetophila*, au contraire, *Chironomus plumosus*, *Sciarus Thomæ*, chez qui il se bifurque, ont gardé ce rameau, et sans qu'il existe une transverse. *Simulium subornatum*, *Phora thoracica* n'ont, quant à eux, ni le fourchon MA_{1b} ni la transverse.

De l'arrière à l'avant il y a ici une anale postérieure, une antérieure, la tige de la cubitale et celle de la médiane, le tout plus ou moins confondu : mais voyez *Telmatoscopus*. La médiane haute, dont la base est très nette chez *Saucropus pallidus*, est souvent accrochée au radius par le sommet d'un coude, ou par une bride : chez *Sciarus Thomæ* elle est manifestement indépendante. On observera utilement ce nœud de nervures chez des Tipulides, tels que *Ptilogyna fuliginosa*. Somme toute on trouve ici, ramassé sur une courte transversale, ce que l'ancêtre du Houiller étalait librement dans la longueur.

Une fois séparée de la médiane haute, la médiane basse (qui commence par obliquer vers l'avant chez les Asilides et les types qui en dérivent) forme les deux branches MA_{2a}, MA_{2b}. La branche antérieure est, dans la règle, bifurquée; la postérieure contracte des rapports plus ou moins complexes avec CuA_{1a}. Chez les formes simplifiées la médiane basse finit par se réduire à un pli.

Du fait de sa médiane haute l'Asilide *Mallophora infernalis* offre une ressemblance, incomplète il est vrai, mais frappante, avec certains fossiles du Houiller de Commentry tels que *Dictyoptilus sepultus*. La classification des Diptères devra désormais tenir le plus grand compte des particularités de cette médiane haute, que l'on méconnaissait : mais, partout, il faudra modifier la notation des nervures.

MÉDECINE. — *Sur l'action antirachitique de certains lipides cholestériques de l'escargot de Bourgogne* (Helix Pomatia). Note [1] de MM. **G. Mouriquand** et **A. Leulier**, présentée par M. Achard.

Les recherches que nous poursuivons sur les fixateurs du Ca [2] nous ont amenés à envisager d'un point de vue général le problème du métabolisme calcique dans la série animale. Notre attention a été spécialement retenue par celui de l'escargot, dont on soupçonne l'activité, à en juger par son extrême facilité à réparer sa coquille et à s'operculer, et par la haute richesse de son sang en Ca (trois fois plus riche que le sang humain).

Nous nous sommes demandé si, pour expliquer l'importance de son

(1) Séance du 10 juin 1929.

(2) Voir Mouriquand, Leulier, Bernheim et Mlle Schoen, *Recherches sur les fixateurs du calcium* (*Presse Médicale*, 36, xiv, 18 février 1928, p. 209).

métabolisme calcique, l'*Helix Pomatia* (vulgairement : Escargot de Bourgogne) possédait des substances capables de se transformer en agents fixateurs du calcium, en particulier si certains de ses lipides cholestériques pouvaient, sous l'action des rayons ultraviolets, acquérir un pouvoir antirachitique, comme l'acquièrent certaines phytostérines (ergostérine, etc.) (Hess, Windhaus, etc.).

La réponse à cette question pouvait présenter, à côté de son intérêt biologique, une importance pratique certaine. Elle pouvait mettre entre les mains du clinicien une substance antirachitique active qui peut-être, étant donnée son origine, serait dépourvue de toxicité.

Nous avons successivement étudié, par la technique habituelle du rachitisme expérimental, l'activité antirachitique de la cholestérine et du mélange cholestérine + lipides cholestériques d'*Helix Pomatia*.

L'ingestion de cholestérine pure non irradiée ou irradiée (V gouttes de la solution au $\frac{1}{1000}$) ne provoque à aucun degré la fixation du Ca chez les rats soumis, dans l'obscurité, au régime 85 de Pappenheimer.

L'ingestion de V gouttes, de II gouttes et même d'une seule goutte de la solution au $\frac{1}{1000}$ de cholestérine + lipides voisins (irradiés) écarte absolument tout rachitisme en entraînant une fixation calcique parfaite, ainsi qu'en témoignent les radiographies, les autopsies et les dosages chimiques. L'ingestion d'une même dose de ce mélange non irradié ne détermine pas de fixation de la chaux.

Le mélange cholestérine + lipides voisins irradiés est donc doué d'un puissant pouvoir antirachitique.

On sait que la cholestérine d'escargot possède les mêmes propriétés chimiques et physiques que la cholestérine humaine. On ne saurait, sans de nouvelles recherches, affirmer que les lipides cholestériques qui, sous l'action de l'ultraviolet, prennent un pouvoir antirachitique comparable à celui de la vitamine D, sont en tous points identiques aux lipides cholestériques humains, mais la chose est probable.

Tous ces faits impliquent l'importance de l'emploi thérapeutique de ces lipides cholestériques irradiés de l'*Helix Pomatia*, qui dans nos cas, tant expérimentaux que cliniques, se sont montrés dépourvus de toxicité.

La séance est levée à $15^h 45^m$.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES D'AVRIL 1929 (*suite et fin*).

The Centenary Meeting of the Franklin Institute :

— *Modern views of Physical science being a record of the proceedings of the centenary meeting held september* 17, 18 *and* 19, 1924, par ELLEVOOD HENDRICK;

— *The fifth estate*, an address, par ARTHUR D. LITTLE;

— *Concentration and polarization at the cathode during electrolysis of solutions of copper salts*, an address, par W. LASH MILLER;

— *The steam turbine-as a study in applied physics*, an address, par Sir CHARLES A. PARSONS;

— *Military aircraft and their use in warfare*, an address, par Major general MASON M. PATRICK;

— *Lightning*, an address, par F. W. PEEK;

— *The field of research in industrial institutions*, an address, par E. W. RICE;

— *The natural and artificial disintegration of the elements*, an address, par Sir ERNEST RUTHERFORD;

— *A theory of color production*, an address, par JULIUS STIEGLITZ;

— *Recent progress in the science of aeronautics*, an address, par JOSEPH S. AMES;

— *The carbon atom in crystalline structure*, an address, par Sir WILLIAM HENRY BRAGG;

— *The influence of J. Willard Gibbs on the science of physical chemistry*, an address, par G. DONNAN;

— *Some causes of volcanic activity*, an address, par ARTHUR L. DAY;

— *Spectroscopy in the past and in the future*, an address, par CHARLES FABRY;

— *Practical results of the theoretical development of chemistry*, an address, par F. HABER;

— *Modern military engineering*, an address, par EDGAR JADWIN;

— *The progress and promise of engineering*, an address, par DEXTER S. KIMBALL; Philadelphie, the Franklin Institute, 1924-1925; 1 fasc. 19^{cm} et 16 fasc. 25^{cm}.

Leçons de mécanique rationnelle professées à l'École des Mines et de Métallurgie, Faculté technique du Hainaut à Mons, par FRANÇOIS BOUNY. Paris, Albert Blanchard et Mons, Leich, 1929; 1 vol. 26^{cm}. (Présenté par M. Appell.)

ERRATA.

(Séance du 26 décembre 1928.)

Note de M. *Z. Horák*, Sur la courbure des variétés non holonomes :

Page 1274, ligne 10, *lire*

$$\Pi^{k}_{ij} = 2\,A^{k}_{\lambda}\,\partial_{[i}A^{\lambda}_{j]} \qquad \left(\partial_i = A^{\lambda}_{i}\,\frac{\partial}{\partial x^{\lambda}}\right).$$

Page 1275, équations (4), *lire*

$$\nabla_i v^k = \partial_i v^k + \Lambda^{k}_{ji}\,v^j, \qquad \nabla_i w_j = \partial_i w_j - \Lambda^{k}_{ji}\,w_k.$$

Page 1275, ligne 18, *lire*

$$\underset{12}{\mathfrak{D}}\,v^c = \underset{12}{D}\,v^c + \nabla_k v^c\,\underset{21}{\Delta^k}.$$

(Séance du 7 janvier 1929.)

Note de M. *A. Demoulin*, Sur une classe de congruences :

Page 138, au titre, *au lieu de* ... congruences, *lire* ... congruences W.

(Séance du 11 février 1929.)

Note de M. *Z. Horák*, Sur l'équation des ondes de Schrödinger :

Page 495, ligne 11, *au lieu de* q^k, *lire* q^k.

(Séance du 10 juin 1929.)

Note de M. *C. Raveau*, La thermodynamique, non énergétique, des inégalités. La règle des quatre directions (principe de le Chatelier) :

Page 1543, première ligne de la Note, après *Carnot*, insérer *qui*.

FIN DU TOME CENT-QUATRE-VINGT-HUITIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1929.

TABLE DES MATIERES DU TOME 188.

A

C

D

E

F

G

H

I

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

Z

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

Q

R

S.

T

U

V

W

Y

Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
87140-29 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.